T.C.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÜZ DİŞLİLERDEN OLUŞAN TORK AYRIM MODELİNDE YÜK DAĞILIMI VE DOĞRUSAL OLMAYAN DİNAMİK CEVAP KARAKTERİSTİĞİ

Süleyman Emre CİVAN

DOKTORA TEZİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Makine Teorisi ve Kontrol Programı

Danışman

Doç. Dr. Cihan DEMİR

Şubat, 2023

T.C.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÜZ DİŞLİLERDEN OLUŞAN TORK AYRIM MODELİNDE YÜK DAĞILIMI VE DOĞRUSAL OLMAYAN DİNAMİK CEVAP KARAKTERİSTİĞİ

Süleyman Emre CİVAN tarafından hazırlanan tez çalışması 22.02.2023 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Makine Teorisi ve Kontrol Programı **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Cihan DEMİR
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Cihan DEMİR, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Prof. Dr. Mehmet BOZCA, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Prof. Dr. Mahmut Cüneyt FETVACI, Üye
İstanbul Üniversitesi – Cerrahpaşa _____

Prof. Dr. Celaletdin ERGUN, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi _____

Prof. Dr. Semih SEZER, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Danışmanım Doç. Dr. Cihan DEMİR sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Düz Dişlilerden Oluşan Tork Ayrım Modelinde Yük Dağılımı ve Doğrusal Olmayan Dinamik Cevap Karakteristiği başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Süleyman Emre CİVAN

İmza

Aileme

ve

biricik eşime

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam sırasında bilgi birikimi ile bana destek olan, haftanın her günü ve saati görüşmeye açık olarak fedakarlık gösteren danışman hocam Doç. Dr. Cihan DEMİR'e teşekkür ederim.

Tezimde büyük destekleri olan TUSAŞ'tan çalışma arkadaşlarım Dr. Mustafa Özgür AYDOĞAN, Abdullah ERSÖZ, Mahir ORAK ve Ömer ŞİBİL'e teşekkürü borç bilirim.

Hem tez çalışmam sırasında hem de hayatımda maddi manevi her türlü desteği veren anne ve babama, kardeşim Dr. Ferda CİVAN ÇAVUŞOĞLU'na, tezimle uğraşırken kendilerine ayırmam gereken büyük zaman diliminden fedakarlık gösterdikleri için eşim Lamia, oğullarım Şahin ve Alparslan'a çok teşekkür ederim.

Süleyman Emre CİVAN

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ vii
KISALTMA LİSTESİ xi
ŞEKİL LİSTESİ xii
TABLO LİSTESİ xvii
ÖZET xviii
ABSTRACT xx
1 GİRİŞ 1
1.1 Dişli Çifti Rijitliği ve Geometrisi 1
1.2 Dişli Dinamiği 7
1.3 Sistemdeki Deformasyon Etkilerinin Dişli Dinamiğine Etkisi 22
1.4 Dişli Gövdesinde Boşaltmanın Sisteme Etkisi 24
1.5 Tezin Amacı 30
1.6 Hipotez 31
2 DİNAMİK MODELLEME 32
2.1 Matematik Model Türleri ve Yöntemleri 32
2.2 Dişli Kutusunda Bozucu Etkiler 34
2.3 İletim Hatası 36
3 DİŞLİ GEOMETRİSİ VE DİŞLİ ÇİFTİ RİJİTLİĞİ 42
3.1 Dişli Sistemi Geometrisi 42
3.2 Sistem Rijitliğine Etki Eden Faktörler 46
3.3 Tepe Boşaltması ve Dişli Dinamiğine Olan Etkisi 57
3.4 Diş Bombeliği 62
3.5 Farklı Dişli Makro Parametrelerinde Dişli Çifti Rijitliğinin Değişimi 63
4 SİSTEM DEFORMASYONU 67
4.1 Şaftın Timoshenko Kiriş Modeli 69
4.2 Yükün Dişli Yanağına Düzgün Dağılmadığı Durum 70
4.3 Dişli Çiftinde Diş Temas Analizi 83
4.4 Tork Ayrım Modelinde Diş Temas Analizi 98
5 TORK AYRIM MODELİNDE DİŞLİ DİNAMİĞİ 102
5.1 Faz Açısı 103
5.2 Dişli Sisteminde Sürtünme Kuvveti Hesabı 106

5.3 Hareket Denklemleri 109
5.4 Dinamik Analiz Simülasyon Sonuçları 114
6 DİŞLİ GÖVDESİNDE BOŞALTMA **128**
6.3. Sonlu Elemanlar Modelinin Kurulması 129
6.4. Dişli Çifti Sistem Dinamiği 136
6.5. Tork Ayrım Modeli Sistem Dinamiği 142
7 SONUÇ VE ÖNERİLER **145**
KAYNAKÇA **149**
A EK DİNAMİK MODELLEME **156**
TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR **161**

SİMGE LİSTESİ

ω	açısal hız
k_t	burulma dişli çifti rijitliği
θ	burulma yer değiştirmesi
α_w	çalışma kavrama açısı
t_R	çember yüksekliği
J_{sout}	çıkış şaft ataleti
k_{sout}	çıkış şaft rijitliği
c_{sout}	çıkış şaft sönümü
j_t	dairesel diş boşluğu
n	devir sayısı
b_H	dikdörtgen temas bandının yarı genişliği
b_s	dilim genişliği
C_c	dilimler arası kaplin rijitliği
χ	dilimler arası kaplin rijitliği
p	dinamik iletim hatası
C_β	diş bombeliği miktarı
r	diş bombeliği yarıçapı
Δp	diş çiftindeki toplam tepe üstü boşaltma miktarı
r_f	diş dibi daire yarıçapı
$\overline{Sf_{20}}$	diş dibi yarıçapında doğrusal diş kalınlığı
S_w	diş genişliği
r_s	diş profili üzerinde kaymış temas yarıçapı
z	diş sayısı
r_{tip}	diş üstü yarıçapı
y	diş yüksekliği
h_t	diş yüksekliği
m_B	dişli çember faktörü
c	dişli çiftindeki sönüm
$\Delta_{1,2}$	dişli çifti açıları
ψ	dişli çiftinin x ekseniyle yaptığı açı
fw	dişli genişliği

θ_{dist}	dişli genişliği boyunca burulma deformasyon açısı
δ_g	dişli genişliği boyunca olan profil boşluğu
$\delta_{deformasyon}$	dişli genişliğindeki dilimlerde bağıl deformasyon
r	dişli göbek yarıçapı
γ	dişli gövdesi burulma açısı
δ_{twist}	dişli gövdesi deformasyon miktarı
AW	dişli merkezler arası uzaklık
RiX, Y	dişli reaksiyon kuvveti
m_{ig}	dişli şaft ağırlığı
δ_{total}	dişteki toplam deformasyon
S_l	doğrusal diş genişliği
k_l	doğrusal dişli çifti rijitliği
g	doğrusal yer değiştirme fonksiyonu
W_{load}	dönme açısına bağlı yük miktarı
δ_b	eğilme elastikliği
S	eğrilik yarıçapı
ρ	eğrilik yarıçapı
δ_a	eksenel basma elastikliği
E	elastiklik modülü
k_{eq}	eş değer dişli çifti rijitliği
J_{sin}	giriş şaft ataleti
k_{sin}	giriş şaft rijitliği
c_{sin}	giriş şaft sönümü
θ	göbekteki yer değiştirme miktarı
δ_f	gövde elastikliği
P	güç
N′	hatve sayısı
p	hatve uzunluğu
p′	herhangi bir noktadaki hatve uzunluğu
E_r	indirgenmiş elastisite modülü
α	kavrama açısı
$t_{1,2}$	kavrama doğrultusundaki diş kalınlığı
$R2_{12,23}$	kavrama doğrultusundaki reaksiyon kuvveti bileşen oranı
W	kavrama doğrusu boyunca birim genişliğe gelen yük

δ_s	kayma elastikliği
V_s	kayma hızı
G	kayma modülü
x_s	kaymış temas noktasının yatay koordinatı
J_i	kesit ataleti
Ω	kritik hız
%R	kuvvet oranı
m	kütle
J	kütle atalet momenti
r_{any}	herhangi bir noktadaki temas yarıçapı
C_{pet}	Hertz gerilmesi haricindeki dişteki rijitlik
C_H	Hertz gerilmesi rijitliği
k_h	Hertz gerilmesi rijitliği
δ_h	Hertz gerilmesi elastikliği
μm	mikrometre
mm	milimetre
m	modül
Nm	Newtonmetre
j_n	normal diş boşluğu
F_n	normal kuvvet
A_i	ortalama diş genişliği
ϕ	pinyondaki reaksiyon kuvvetinin açısı
ν	Poisson oranı
J_p	polar atalet momenti
XR	profil boyunca yük dağılım oranı
$x_{1,2}$	profil kaydırma oranı
D_{ref}	referans daire yarıçapı
N	rezonans geçiş aralığı
K	rijitlik
K_b	rulman rijitliği
sn	saniye
μ	sürtünme katsayısı
F_s	sürtünme kuvveti
$F_{n_{new}}$	sürtünme kuvvetinden kalan net kuvvet

ζ	sönüm oranı
x_t	statik iletim hatası
$L_{1,2}$	şaft uzunluğu
K_s	şaft rijitliği
σ	temas basıncı
φ	temas faz farkı
x_1	temastan kopma başlangıcı
r	temel daire yarıçapı
r_b	temel daire yarıçapı
C	tepe üstü boşaltma miktarı
T	tork
c_b	yataktaki sönüm
a	yay uzunluğu
g	yer değiştirme fonksiyonu
q_i	yer değiştirme miktarı
β	yük açısı
$F_{n(x)}$	yük dağılım fonksiyonu
RL	yük uygulama noktası
y_p	yük uygulama noktası için diş yüksekliği
$FY_{surface}$	yüzeydeki yük dağılımı

KISALTMA LİSTESİ

AGMA	American Gear Manufacturers Association
CR	(Contact Ratio) Temas Oranı
DOF	(Degree of Freedom) Serbestlik Derecesi
DS	Dilim Sayısı
DTE	(Dynamic Transmission Error) Dinamik İletim Hatası
DYTEM	(Dynamic Transmission Error Method) Dinamik İletim Hatası Metodu
EAP	(End of Active Profile) Diş Temasının Bittiği Nokta
FRF	(Frequency Response Function) Frekans Cevap Fonksiyonu
HPSTC	(Highest Point of Single Tooth Contact) Tek Diş Temasının Kavrama Doğrusu Boyunca En Yüksek Olduğu Nokta
ISO	The International Organization for Standardization
inv	(involute) evolvent
LPSTC	(Lowest Point of Single Tooth Contact) Tek Diş Temasının Kavrama Doğrusu Boyunca En Düşük Olduğu Nokta
LTI	(Linear Time Invariant) Doğrusal Zamanla Değişmeyen
LTV	(Linear Time Variant) Doğrusal Zamanla Değişen
NS	(number of slice) Dilim Sayısı
NTV	(Non-Linear Time Varying) Doğrusal Olmayan Zamanla Değişen
NTI	(Non-Linear Time Invariant) Doğrusal Olmayan Zamanla Değişmeyen
P2P	(Peak to Peak) Tepeden Tepeye
RMS	(Root Mean Square) Karelerin Ortalamasının Karekökü
SAP	(Start of Active Profile) Diş Temasının Başladığı Nokta
SD	Serbestlik Derecesi
STE	(Static Transmission Error) Statik İletim Hatası
TE	(Transmission Error) İletim Hatası
v.d.	ve diğerleri

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Tez kapsamında çalışılan konular 1
Şekil 1.2 (a) Cirelli'nin diş-gövde kurgusu (b) DTE cevabı [1].....2
Şekil 1.3 Tepe boşaltmanın (a) Yerel (b) Ortalama eğim yöntemlerine göre verilmesi [2] 3
Şekil 1.4 Önerilen ikinci modelin şematize edilmiş hali [3] 4
Şekil 1.5 Helisel dişlinin dilimlere ayrılarak toplam rijitliğin bulunması [6] 5
Şekil 1.6 Chen'in yaptığı çalışmadaki gövdedeki esnemeyle dişli çifti rijitliğinin değişimi [9] 7
Şekil 1.7 Dişli sistemindeki deformasyonla kavrama açısının değişimi [12].....8
Şekil 1.8 Üç farklı rulman rijitliği için dinamik yükün statik yüke olan oranının değişimi [16] 11
Şekil 1.9 Üç farklı şaft boyu için (a) ilk (b) ikinci doğal frekans geçişinin rulman rijitliğine bağlı değişimi [16] 11
Şekil 1.10 Yükleme koşulunun dinamik yük üzerine etkisi [17] 12
Şekil 1.11 Dişli çiftlerindeki dinamik yükün konuma göre değişimi (a) 1–2 (b) 2–3 dişli çifti [17].....12
Şekil 1.12 İki kademeli helisel dişli sistemi [18] 13
Şekil 1.13 Dişli çifti modeli (a) Üç s.d. (b) Bir s.d. modeli [31] 16
Şekil 1.14 Üretim hatası sonucu kavrama doğrusu boyunca olan pürüzlülük[35] 18
Şekil 1.15 (a) Palermo'nun dişli çifti test düzeneği modeli (b) Modelin fiziksel kurulumu [38].....19
Şekil 1.16 Kang ve Kahraman'ın kullandığı kapalı çevrim test düzeneği [39] 19
Şekil 1.17 Walha'nın üzerinde çalıştığı iki kademeli dişli sistemi [44] 21
Şekil 1.18 Diş dilimlerindeki rijitlik şeması [61] 24
Şekil 1.19 Dişli çifti rijitliğinin karşılaştırılması [61].....24
Şekil 1.20 Dişli gövdesi boşaltmaları [63].....25
Şekil 1.21 Dişli gövdesinin ince ve açı verilmesi durumları [64].....26
Şekil 1.22 Park'ın dişli çifti test düzeneği [67].....27
Şekil 1.23 Dişlilerde (a) ve (c) farklı dişli gövdesi kalınlıkları, (b) ve (d) farklı delik sayısı ve yapısının gösterimi [69] 28
Şekil 1.24 (a,c) farklı dişli gövdesi kalınlıklarında DTE, (b,d) farklı delik sayısı ve yapısında DTE grafiği [69].....29
Şekil 1.25 Düz dişli çiftinde sonlu elemanlar modeli [70] 29

Şekil 2.1 Dişli dinamiğinde modelleme yöntemleri 34
Şekil 2.2 Temas yüzeyine etki eden faktörler [19] 35
Şekil 2.3 Yüklü statik iletim hatası sırasıyla (a) analitik yöntem ve (b) KissSoft ® kıyaslaması 38
Şekil 2.4 Diş boşluğu tipleri 41
Şekil 3.1 Dişli yerleşim düzeninin belirlenmesi 42
Şekil 3.2 Tek ve çift diş temas noktalarının geometri üzerinden belirlenmesi ..43
Şekil 3.3 Eğilme, kayma ve basma deformasyon hesabı [73] 47
Şekil 3.4 Profil kaydırma ile diş kalınlığındaki değişim 48
Şekil 3.5 Profil kaydırma miktarının bulunması 49
Şekil 3.6 Yük açısının belirlenmesi 51
Şekil 3.7 Dişin gövdeye bağlantı esnekliği [73] 52
Şekil 3.8 Hertz gerilmesinden kaynaklanan esneklik hesabı [73] 53
Şekil 3.9 Bağıl eğrilik yarıçapı [74] 54
Şekil 3.10 Tek ve iki diş temasta olmasına göre toplam dişli çifti rijitlik hesabı .55
Şekil 3.11 Dişli çifti rijitliği sırasıyla (a) analitik yöntem (b) yazılım kıyaslaması 57
Şekil 3.12 Tepe boşaltma geometrisi [70] 58
Şekil 3.13 Boşluk durumuna göre yay rijitliği hesabı 60
Şekil 3.14 Ghosh'un elde ettiği (a) STE (b) dişli çifti rijitliği [37] 61
Şekil 3.15 Çeşitli tepe boşaltması değerlerinde hesaplanan (a) STE (b) dişli çifti rijitliği 61
Şekil 3.16 Bombelik yarıçapının belirlenmesi 62
Şekil 3.17 Farklı pah kırma değerlerinde dişli çifti rijitliği 64
Şekil 3.18 Farklı profil kaydırma oranlarında dişli çifti rijitliği 64
Şekil 3.19 Farklı diş üstü katsayısında dişli çifti rijitliği 65
Şekil 3.20 Farklı diş dibi katsayısında dişli çifti rijitliği 65
Şekil 3.21 Farklı kavrama açılarında dişli çifti rijitliği 66
Şekil 3.22 Farklı güç değerlerinde dişli çifti rijitliği 66
Şekil 4.1 Yük temas analizi hesaplama algoritması 68
Şekil 4.2 Dişli ve şaftın Timoshenko kirişi ile modellenmesine örnek düğüm noktaları 70
Şekil 4.3 Tek dişteki normal yük oranının dönme açısına bağlı değişimi 71
Şekil 4.4 1–2 dişli çiftinde temas basıncı (a) hesaplanan (b) yazılım sonucu ...72
Şekil 4.5 Eşit dağılımlı yüklemeyle dişli gövdesindeki burulmanın bulunması .72

Şekil 4.6 (a) Dişlide her bir düğüm noktasındaki şaft sehimi (b) Şematik gösterim.....74

Şekil 4.7 Şaft sehimi sonrası oluşan profil boşluğu 75

Şekil 4.8 Deformasyonun dişli genişliği boyunca dağılımı için fonksiyon türetilmesi 77

Şekil 4.9 Dişli dilimindeki yayların şematik hali 81

Şekil 4.10 (a) Simetrik konumlandırılmış durum (b) Asimetrik konumlandırılmış durum (c) Simetrik için şaft sehim deformasyonu (d) Asimetrik için şaft sehim deformasyonu (e) Simetrik için profil boşluğu (f) Asimetrik için profil boşluğu (g) Simetrik için dişli gövdesi burulma deformasyonu (h) Asimetrik için dişli gövdesi burulma deformasyonu.....86

Şekil 4.11 Tek diş bölgesinde konumlandırılan dişliler (a) Dişli çifti (b) Tork ayrım modeli 87

Şekil 4.12 Dişli üzerindeki mesh yapısı.....88

Şekil 4.13 Pinyon serbestlik derecesi tanımı 88

Şekil 4.14 Önerilen analitik modelin sonlu elemanlarla karşılaştırılması (a) Dişli çifti (b) Tork ayrım modeli 1–2 dişli çifti (c) Tork ayrım modeli 2–3 dişli çifti.....90

Şekil 4.15 Simetrik konumlandırma ile 340 [Nm] giriş torku için temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Referans [50] temas kuvveti dağılımı (d) Referans [50] temas basıncı dağılımı 91

Şekil 4.16 Simetrik konumlandırma ile 170 [Nm] giriş torku için temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Referans [50] temas kuvveti dağılımı (d) Referans [50] temas basıncı dağılımı 92

Şekil 4.17 Simetrik konumlandırma ile 85 [Nm] giriş torku için temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Referans [50] temas kuvveti dağılımı (d) Referans [50] temas basıncı dağılımı 93

Şekil 4.18 Asimetrik konumlandırma ile 85 [Nm] giriş torku için temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Referans [50] temas kuvveti dağılımı (d) Referans [50] temas basıncı dağılımı 94

Şekil 4.19 Asimetrik konumlandırma ile mikro modifikasyonsuz temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Yazılım temas kuvveti dağılımı (d) Yazılım temas basıncı dağılımı 95

Şekil 4.20 Tepe boşaltması ile asimetrik konumlandırma halinde temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b)

Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Yazılım temas kuvveti dağılımı (d) Yazılım temas basıncı dağılımı 96

Şekil 4.21 Tepe boşaltması ve diş bombeliği ile asimetrik konumlama halinde temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Yazılım temas kuvveti dağılımı (d) Yazılım temas basıncı dağılımı 97

Şekil 4.22 Sırasıyla 1 – 2 ve 2 – 3 dişli çiftlerindeki temas basıncı dağılımı (a) 0° – 180° konumlarında (b) 40° – 180° konumlarında (c) 40° – 150° konumlarında (d) 0° – 90° konumlarında 101

Şekil 5.1 Silindirik makaralı rulmanın kuvvete bağlı rijitlik değişimi [73] 102

Şekil 5.2 Dinamik iletim hatası simülasyonu çalışması akış şeması 103

Şekil 5.3 Herhangi bir noktada hatve elde edilmesi 104

Şekil 5.4 Merkez çizgisi öncesi temas durumu 107

Şekil 5.5 Temas noktasına göre sürtünme torkunun belirlenmesi 108

Şekil 5.8 Dişli çiftinde güç kaybı hesabı sırasıyla (a) analitik yöntem, (b) yazılım sonucu 109

Şekil 5.6. Sürtünme kuvveti yön tayini 110

Şekil 5.7 Sürtünme kuvveti açılarının belirlenmesi 111

Şekil 5.9 Tork ayrım modelinin 12–serbestlik derecesi için şematik gösterimi 112

Şekil 5.10 Referans test düzeneğinde DTE sonuçları [39] ile 200 Nm giriş torkunda hesaplanan DTE sonuçları 115

Şekil 5.11 Dişli çiftlerinin şaft üzerine konumlandırılması (a)Simetrik (b)Asimetrik 116

Şekil 5.12 DTE hesaplama sonuçları (a) Simetrik konumlandırma ile 340 [Nm] giriş torku için DTE sonuçları (b) Simetrik konumlandırma ile 170 [Nm] giriş torku için DTE sonuçları (c) Simetrik konumlandırma ile 85 [Nm] giriş torku için DTE sonuçları (d) Asimetrik konumlandırma ile 85 [Nm] giriş torku için DTE sonuçları 118

Şekil 5.13 Simetrik konumlandırılmış vaka çalışması modeli.....118

Şekil 5.14 Farklı sönüm oranlarında DTE sonuçları 119

Şekil 5.15 Farklı kavrama açılarında DTE sonuçları.....120

Şekil 5.16 Farklı giriş tork değerlerinde DTE sonuçları.....120

Şekil 5.17 Farklı tepe boşaltması değerlerinde DTE sonuçları.....121

Şekil 5.18 Vaka çalışması dişli çiftlerinin şaft üzerine (a) Simetrik konumlandırılması (b) Asimetrik konumlandırılması.....122

Şekil 5.19 (a) Sistem deformasyon etkileri dahil olmak üzere tepe boşaltma uygulanmış ve uygulanmamış halinde DTE (b) Tepe boşaltması ve diş bombeliği olan ve olmayan DTE 123

Şekil 5.20 Şaft üzerine simetrik konumlandırılmış tork ayrım modeli.....124

Şekil 5.21 Farklı dişli konumlarında DTE sonuçları (a) 40°–150° (b) 40°–180° (c) 0°–90° (d) 16°–150° (e) 30°–150° (f) 15°–150° (g) 14°–150° (h) 0°–180° 127

Şekil 6.1 Kullanılan dişli çember kalınlıkları (a) Kalın mB 1.2 (b) İnce mB 0.5 128

Şekil 6.2 Diş yüksekliği ve çember kalınlığına göre dişli çember faktörü [80] 129

Şekil 6.3 Dişli üzerindeki mesh yapısı 130

Şekil 6.4 Pinyon serbestlik derecesi tanımı 130

Şekil 6.5 Dört delikli gövdede tek diş bölgesinde iken pinyon göbeğindeki yer değiştirme 133

Şekil 6.6 Howard'ın [42] çalışmasıyla elde edilen dişli çifti rijitliği sonuçlarının kıyaslanması 135

Şekil 6.7 Dişlide delik sayısına bağlı yapılan analiz sayısının belirlenmesi 136

Şekil 6.8 İnce çember kalınlığı için dişlinin dönmesine karşılık dişli çifti rijitliğinin oran olarak değişimi (a) 4 Delik (b) 5 Delik (c) 6 Delik (d) 7 Delik 137

Şekil 6.9 Kalın çember kalınlığı için dişlinin dönmesine karşılık dişli çifti rijitliğinin oran olarak değişimi (a) 4 Delik (b) 5 Delik (c) 6 Delik (d) 7 Delik 138

Şekil 6.10 İnce çemberli 4 delikli gövdede sistem dinamiğinde kullanılan rijitlik değişimi 138

Şekil 6.11 Anlık dinamik iletim hatası (a) Dolu gövde (b) İnce çemberli gövde 139

Şekil 6.12 İnce çemberli gövdede anlık dinamik iletim hatası (a) 4 delik (b) 5 delik (c) 6 delik (d) 7 delik 140

Şekil 6.13 Dolu gövde, ince ve kalın çemberli dişli çiftlerinin dinamik yanıtlarının kıyaslanması 140

Şekil 6.14 İnce cidarlı ince çemberli, deliksiz gövde, 4 delik, 5 delik, 6 delik ve 7 delik dinamik iletim hatası kıyaslaması 141

Şekil 6.15 İnce cidarlı kalın çemberli, deliksiz gövde, 4 delik, 5 delik, 6 delik ve 7 delik dinamik iletim hatası kıyaslaması 142

Şekil 6.16 Boşaltmada kullanılan tork ayrım modelleri (a) Döndürülen dişliler delikli (b) Pinyon delikli 143

Şekil 6.17 İnce cidarlı ve ince çemberli tork ayrım modeli 1–2 DTE sonuçları . 143

Şekil 6.18 İnce cidarlı ve ince çemberli tork ayrım modeli 2–3 DTE sonuçları . 144

TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1 Temel dişli gürültüsü nedenleri [38] 36
Tablo 3.1 Hesaplamalarda kullanılan vaka çalışması dişli parametreleri.....56
Tablo 3.2 Dişlerdeki tepe boşaltma miktarının belirlenmesi 58
Tablo 4.1 Kahraman'ın [75] kullandığı dişli parametreleri 83
Tablo 6.1 İnce cidarlı ve ince çemberli dişli gövdesinde değişken dişli çifti analizleri.....131
Tablo 6.2 İnce cidarlı ve kalın çemberli dişli gövdesinde değişken dişli çifti analizleri.....132
Tablo 6.3 Düz dişli çiftinde kullanılan temel parametreler [42] 134

ÖZET

Düz Dişlilerden Oluşan Tork Ayrım Modelinde Yük Dağılımı ve Doğrusal Olmayan Dinamik Cevap Karakteristiği

Süleyman Emre CİVAN

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Danışman: Doç. Dr. Cihan DEMİR

Dişli titreşimi, gürültü, aşınma ve erken hasarlanma gibi nedenlerle aktarma organlarında önemli yer tutmaktadır. Literatürde dişli dinamiğindeki çoğu çalışma dişli çifti üzerine yapılmıştır; fakat tork ayrım, avare dişli kullanımı gibi birden fazla dişli çifti bulunan sistemlerde, dişli çiftleri arasındaki etkilerin de göz önüne alınması gerekmektedir. Tez kapsamında üretilen MATLAB® kodları ile dişli çifti rijitliği, sistem elemanlarının deformasyonu ile dişli temas kuvvetinin değişimi ve bunun sistem dinamik cevabındaki etkisi incelenmiştir. Dişli gövdesindeki ağırlık azaltma amaçlı boşaltmaların rijitliğe ve sistem dinamiğine olan etkisi sonlu elemanlar yazılımı ANSYS® de kullanılarak hibrit modellemeyle çalışılmıştır. Dişli çiftinde yapılan incelemeler tork ayrım modelinde üçüncü dişliden gelen etkileri de göz önüne alarak genişletilmiştir. Dişli temas yüzeyinde yük dağılımı şaft, dişli ve rulman gibi sistem elemanlarındaki yer değiştirmeler göz önüne alınarak analitik olarak modellenmiştir. Dişli çifti rijitliği sistem deformasyon etkileri göz önünde bulundurularak yığın parametre modeli ile hesaplanmıştır. Dişli çifti rijitliği parametrik olarak alınmış ve dişli dinamiği zamana bağlı ve doğrusal

olmayan denklemlerle incelenmiştir. Hareket denklemleri Simulink®'te Runge-Kutta yöntemi ile zamana bağlı çözülmüştür. Tork ayrım modeli kapsamında her bir dişli çiftindeki dinamik iletim hatası ve kuvvet dağılım durumları incelenmiştir. Dişlilerin konumuna bağlı dişli çiftlerinin temasları arasındaki faz farkı için dişli geometrisi üzerinden analitik bir model önerilmiştir. Şaft sehimi, dişli gövdesinin burulma deformasyonu ve temas yüzeyleri arasındaki profil boşluğunun dişli yüzeyindeki yük dağılımında etkilidir. Dişli konumları pinyon şaftının sehimini etkilemektedir. Dolayısıyla dişli çiftleri arasındaki reaksiyon kuvvetleri ters yönde oluşursa dengelemeyle, dişli temasındaki ayrılmalar azaltılabilmektedir. Bu etki dişlilerin farklı konumları için reaksiyon kuvvetleri üzerinden incelenmiştir. Ayrıca, dişli gövdesindeki boşaltma ile gövdenin esnekliği artmakta; dişli çifti rijitliği azalmaktadır. Dişli gövdesi üzerinde farklı delik sayıları ve çember kalınlıkları kullanılarak, sırasıyla dönme yönündeki deplasman, burulma rijitliği ve sistem dinamik cevabı üzerindeki etkisi çalışılmıştır. Dişli gövdesinde açılan delik sayısına bağlı olarak burulma dişli çifti rijitliği zamana bağlı olarak dalgalanmakta ve harmoniklerin frekans değeri büyümektedir.

Anahtar Kelimeler: düz dişli çifti, tork ayrım modeli, diş yüzey modifikasyonu, doğrusal olmayan dişli dinamiği, dişli sistem deformasyonu

ABSTRACT

Load Distribution and Nonlinear Dynamic Response Characteristics in Torque Split Model Consisting of Spur Gears

Süleyman Emre CİVAN

Department of Mechanical Engineering

Doctor of Philosophy Thesis

Supervisor: Doç. Dr. Cihan DEMİR

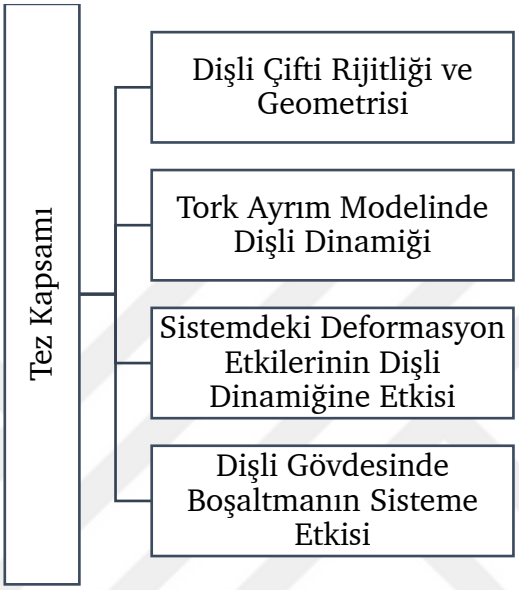
Gear vibration is of importance in driveline systems due to noise, wear, and premature failure effects. Most of the studies in gear dynamics are carried out on the gear pair in the literature; however, in systems with more than one gear pair, the effects between gear pairs such as torque split, and idle gear should also be considered. Within the scope of the thesis, the gear mesh stiffness, the gear contact load distribution with the deformation of the system elements, and its effect on the system dynamic response are obtained using the generated MATLAB® codes. The effect of thin gear body on mesh stiffness using finite elements software ANSYS® and its dynamic response is studied. The studies on the gear pair are extended to include the effects from a torque split model consisting of three gears. The load distribution on the gear contact surface is modeled analytically by considering the displacements of the system elements such as shaft, gear, and bearing. The gear pair stiffness is calculated with a lumped parameter model by including system deformation effects. The gear pair stiffness is taken

parametrically and the gear dynamics is analyzed with time-dependent and nonlinear equations. The equations of motion are solved in Simulink® time-dependent by the Runge-Kutta method. The dynamic transmission error and force distribution conditions in each gear pair are analyzed within the torque split model. An analytical model for the phase difference between the contacts of the gear pairs depending on the position of the gears is proposed based on the gear geometry. Shaft deflection, torsional deformation of the gear body, and the profile gap between the contact surfaces influence the load distribution on the gear surface. The gear positions affect the deflection of the pinion shaft. Therefore, if the reaction forces between the gear pairs occur in opposite directions, the partial contact loss can be reduced by balancing. This effect is investigated for the reaction forces for different positions of the gears. In addition, the flexibility of the body increases; gear mesh stiffness decreases with the thin gear body. The effect on the rotational displacement, torsional stiffness, and dynamic response of the system is studied by using the different number of holes and rim thicknesses on the gear blank, respectively. The torsional gear pair stiffness fluctuates with time and the frequency value of harmonics increases depending on the number of holes on the gear blank.

Keywords: Spur gear pair, torque split, load distribution, tooth surface modification, nonlinear gear dynamics, gear system deformation

1 GİRİŞ

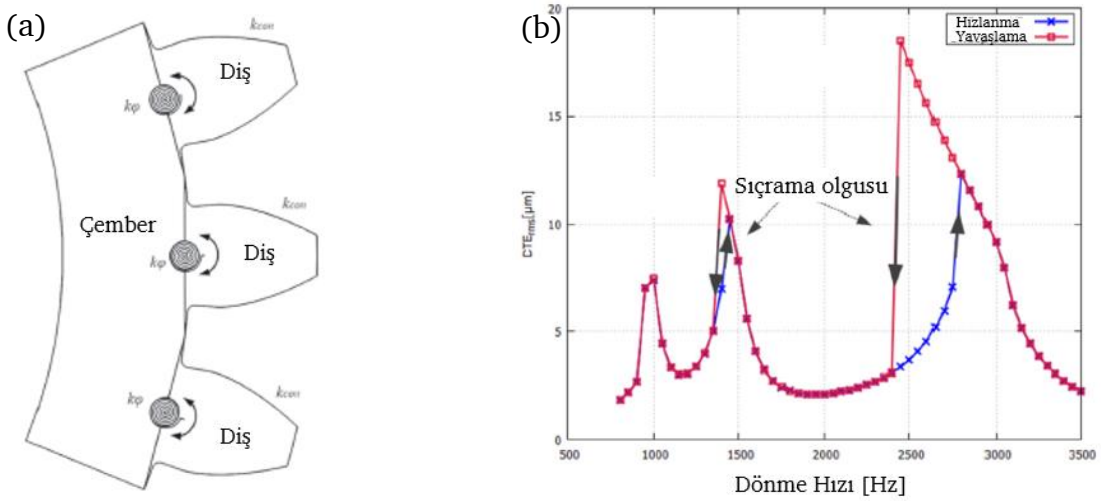
Tez kapsamında Şekil 1.1 ile verilen dört ana konu başlığında çalışmalar yapılmıştır. Bu bölümde bu konularla alakalı literatürde daha önce yapılan araştırmalar kısaca özetlenmiştir.



Şekil 1.1 Tez kapsamında çalışılan konular

1.1 Dişli Çifti Rijitliği ve Geometrisi

Cirelli v.d. [1] 2019 yılında yayımlanan makalede, diş ve gövdeyi ayrı rijit parçalar olarak alıp aralarında burulma yayı olduğu varsayımıyla temas deformasyonuyla dinamik cevapları incelemişlerdir. Dişli çevre halkası, diş-gövde arasındaki dönme Şekil 1.2 ile gösterildiği gibi deformasyon faktörleri ayrı ayrı hesaplanarak sonlu elemanlar yöntemiyle karşılaştırılmıştır.



Şekil 1.2 (a) Cirelli'nin diş-gövde kurgusu (b) DTE cevabı [1]

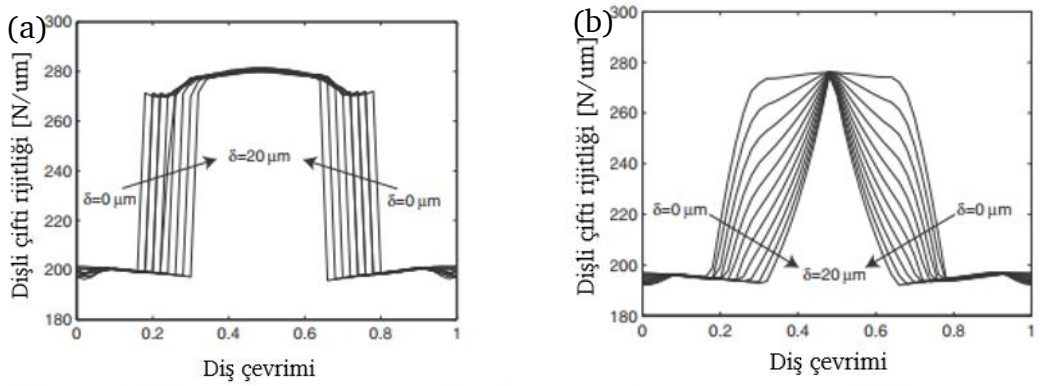
Cooley v.d. [2] dişli çifti rijitliğinin hesaplanmasında iki ayrı yöntem olan ortalama eğim ve yerel eğim yöntemleri karşılaştırmasını yapmışlardır. Bu iki yöntem diş rijitliklerinde ve profil modifikasyonlarında ciddi anlamda farklılıklar gösterebilmektedir. Ortalama eğim yöntemi statik durumlarda kullanılırken, yerel eğim yöntemi dinamik durumlar için kullanılmaktadır. Her iki yöntemin hesaplanması için de sonlu eleman ve temas mekaniği programı olan Calyx® kullanılmıştır.

Ortalama eğim yöntemi ile pinyon göbek iç çapından tahrik verilip dişli göbek iç çapı tutularak önce teğeti yönündeki yer değiştirme elde edilmiştir. $\theta = U_\theta/r$ ile dönme yönündeki yer değiştirme elde edilmiştir. Farklı yarıçaplarda aynı dönme yer değiştirmesi elde ettiği söylenebilir. Diş teması boyunca deformasyon elde etmek için farklı açılarda aynı şekilde tork uygulayarak elde edilmiştir.

Yerel eğim yöntemi ile verilen kuvvet için yer değiştirme değeri q_m değeri bulunarak sonlu fark hesaplaması için F_m'deki birim artışlar ΔF_m ile birim yer değiştirme değeri Δq_m elde edilir. ΔF_m ile Δq_m birim artışlardaki hassasiyet işlemi doğrudan etkileyecektir. Yerel eğim yönteminde,

$$k_a = \frac{F_m(q_m + \Delta q_m) - F_m(q_m - \Delta q_m)}{2\,\Delta q_m} \tag{1.1}$$

Şekil 1.3 ile görülebileceği üzere iki yöntemde kullanılan doğrusal tepe boşaltması verilmesi durumunda dişli çifti rijitlikleri arasında önemli fark bulunacaktır. Makalede dişli dinamiği denklemleri verilerek yöntemlerin kıyaslaması verilmiştir.



Şekil 1.3 Tepe boşaltmanın (a) Yerel (b) Ortalama eğim yöntemlerine göre verilmesi [2]

Liang v.d. [3] dişli çifti rijitliği sonlu elemanlar yardımıyla üç farklı yolla bulmuşlardır. Normalde dişli çifti rijitliğini değerlendirirken kavrama doğrusu boyunca doğrusal k_l ve burulma yönünde k_t olarak iki farklı yöntem vardır. Bunlar arasında (1.2) ile verilen bir bağıntı kurulabilir.

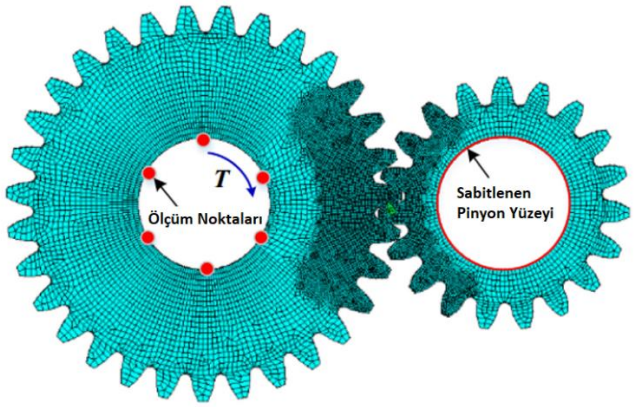
$$k_l = \frac{k_t}{r_b^2} = \frac{T}{\theta\, r_b^2} \tag{1.2}$$

Bu üç yöntem için kavrama doğrusu boyunca değişen dişli çifti rijitlikleri elde edilmiştir. İlk modelde dişlinin şafta oturduğu yüzeyi sabit kabul edilerek dişli çifti rijitliği elde edilmiştir. Gerçekte sabit tork altında dişlinin göbek iç çapındaki hareketin kosinüs dalgası şeklinde olduğu düşünülerek ikinci modelde bu yüzeyin rijit yerine elastik olarak ele alınmıştır.

İç çaptaki deformasyon için eğri türetilmesi ile açısal deformasyon değişim eğrisi elde edilir. İkinci model bulunurken uygulanan adımlar;

1- Dişli iç göbek yüzeyinde M tane eşit dağılmış nokta seçilmiştir.
2- Pinyonun iç göbek yüzeyi Şekil 1.4 ile verildiği gibi sabitlenmiştir.
3- Pinyon ile dişlinin temas ettiğinden emin olunmalıdır.
4- Dişli göbek yüzeyine düzgün dağılmış tork uygulanmaktadır.

5- M tane noktadaki açısal deformasyon miktarları ölçülmektedir.
6- Elde edilen sonuçta açısal deformasyon eğrisi için cosinüs eğrisi çıkartılmıştır.
7- Pinyonun iç yüzeyindeki sabitleme sınır koşulu kaldırılarak onun yerine tork uygulanır ve kavrama doğrusu boyunca dişli çifti rijitliği elde edilmiştir.
8- Bu adımlar dişlinin diğer dönme açıları için de tekrar edilmiştir.



Şekil 1.4 Önerilen ikinci modelin şematize edilmiş hali [3]

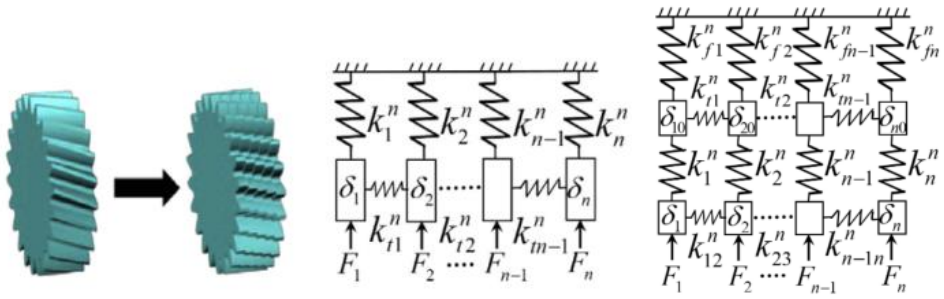
Önerilen üçüncü modelde M nokta yerine sadece bir pozisyonu için açısal yer değiştirmeler bulunur. Bu yöntem ancak dişli yüzeyi mükemmel, hatasız ise kullanılabilir. Aşağıda elde edilen göbek iç çapına göre dişli çifti rijitlikleri arasındaki farklara göre; ikinci ve üçüncü önerilen modelde dişli göbek çapı değişimi için daha doğru sonuç verdiği söylenebilir.

Sun v.d. [4] dişli kısmının ince dilimlere ayrıldığı varsayımıyla öncelikle ilk dilimde enerji metoduyla diş rijitliğini elde etmiş. Ayrıca, tepe boşaltmasında *(tip relief)* ve dişin süren kısmında bombe *(lead crowning)* verme gibi mikro modifikasyon durumlarında diş rijitliğinin nasıl değiştiğini başka araştırmacılar ve sonlu elemanlar metodunu uygulayarak karşılaştırmıştır. Mikro modifikasyonlar için pratik bir yöntemden öte her bir ince dilim için dişin boyutlarındaki değişimleri temel alarak diş rijitliği hesaplanmış ve tüm ince dilimlerdeki deformasyonların toplamı için bir algoritma oluşturarak toplayarak dişli çifti rijitliği elde edilmiştir.

Ma v.d. [5] tepe boşaltması yapıldığı durumda diş rijitliğinin değişimine çalışmışlardır. Dişli çifti rijitliği analitik, sonlu elemanlarla, hibrit analitik – sonlu elemanlarla ve deneysel olarak bulunabilmektedir.

Teorik kavrama doğrusu boyunca olan dişli teması gerçekte daha öncesinde de temas başlayabilir. Son teorik ayrılma noktasından sonra da gerçekte olan ayrılma noktası yaşanabilir. Uzatılmış diş temasının göz ardı edilmesi rezonans hızı ile özellikle yüklü dişlerde dinamik yük faktörünün daha az tahmin edilmesine neden olabilmektedir. Statik iletim hatasını azaltmak ve uzatılmış diş temasının etkisini azaltmak için diş üstü kısmında boşaltma verilir. Diş rijitliği çıkartılmamış; fakat gövde rijitliği için kaç diş temasta olmasına göre formülde bir korelasyon yapmak gerektiği belirtilmiş. Bunun için tek diş temasta iken dolu gövde rijitliği formüle kullanılarak elde edilen sayı ile sonlu elemanlarla elde edilen sayı arasındaki bağıntıdan başlayarak iki ve üç diş temas olması durumundaki gövde rijitliği korelasyonu elde edilmiştir.

Tang v.d. [6] rijitlik hesabını diğer çalışmalarda olduğu gibi enerji metodu ile çözmüş; fakat helisel dişlilerde diş genişliği boyunca olan toplam rijitlik hesabı için teğet deformasyon faktörünü de hesaba katmıştır. Sonlu elemanlar modeli ile hesaplanan bu faktör dişli genişliği ile merkez arasında 0.6792 ile 0.9674 arasında iken Tang çalışmasında 0.72 kullandığını belirtmiştir. Dişliyi Şekil 1.5 ile gösterildiği gibi dilimler halinde yay paketi halinde ele alıp KissSoft® [73] ile verilen bağıntı ile birbiri arasında bağıl hareket için rijitlik değeri bulunmuştur.



Şekil 1.5 Helisel dişlinin dilimlere ayrılarak toplam rijitliğin bulunması [6]

Luo v.d. [7] şaftta eksantriklik olduğunda veya dişte çatlak olduğu durumlarda dişli çifti rijitliğinin değişimini incelemişlerdir. Dişliler arasındaki eksende değişiklik çalışma kavrama açısını değiştirmektedir. Diş rijitliğini etkileyen gerilmeler çalışma kavrama açısı üzerine olduğundan hesaplamalar buna göre değişmektedir.

Yi v.d. [8] dişli çifti rijitliğinin zamanla değişiminin yanı sıra sistemin kavrama doğrusuna bağlı doğrusal eksenlerde de yer değişimi yaptığını bu yüzden kavrama açısı ile dişli boşluğunun da zamanla değiştiği modeli kurmuştur. Bunlara ek olarak yer çekimi, balans durumu ve iç-dış tahrik kuvvetlerinin de etkisi araştırılmıştır. Dinamik diş boşluğu,

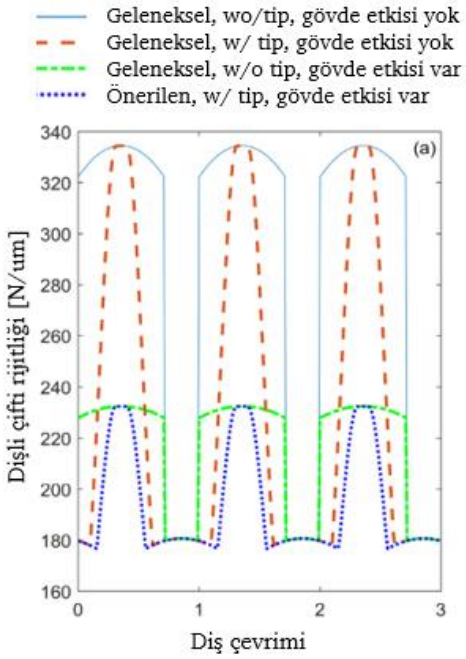
$$\Delta b = 2(R_1 + R_2)\big(\mathrm{inv}\,(\alpha) - \mathrm{inv}\,(\alpha_0)\big) \tag{1.3}$$

Çalışma koşulunda kavrama açısı,

$$\alpha = \mathrm{acos}(R_1 + R_2)/d_0 \tag{1.4}$$

Bu çalışmada değişken kavrama açısı ile dişli boşluğu kullanıldığı için diğer sistemlerden daha gerçekçi olduğu ve rezonans durumuna normalden daha erken girebildiği çıkarımı yapılmıştır.

Chen v.d. [9] dişli çifti rijitliği hesabında dişli gövdesindeki esnemeyle temasa girecek dişe ek olarak gelen esnemeyi dikkate almıştır. Bu bazı çalışmalarda diş gövdesindeki esnemeyle birleştirilip belirli bir katsayı ile hesaba dahil edilirken burada başka bir referans çalışma gösterilerek rijitlik hesabında dişli çiftine etkisi Şekil 1.6 ile verilmiştir. Özellikle çift diş temasının olduğu bölgede rijitlik önemli bir düşüş olduğu gözlemlenebilir.



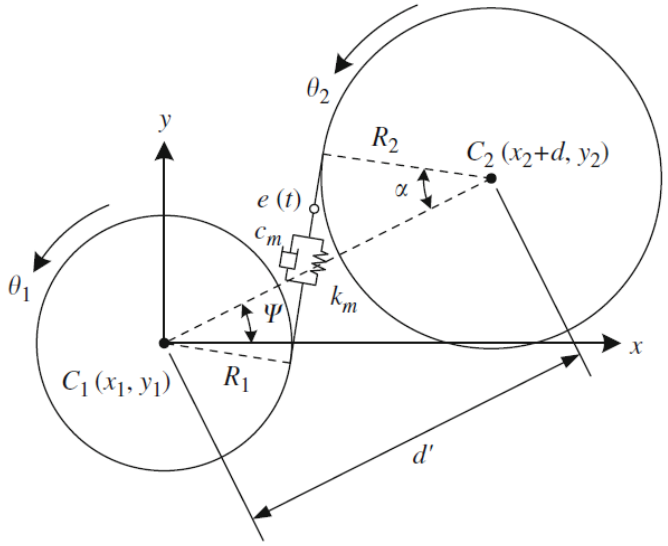
Şekil 1.6 Chen'in yaptığı çalışmadaki gövdedeki esnemeyle dişli çifti rijitliğinin değişimi [9]

1.2 Dişli Dinamiği

Gürkan [10] doğrusal olmayan ve zamanla değişen dişli modeline yataklardaki boşluğu da ekleyerek matematiksel model kurmuştur. Sonlu elemanlar yöntemini de kullanıp yatak boşluklarının sistem dinamiğine olan etkisini incelemiştir. Diş rijitliği için yük dağılım programının çıktısını kullanılmıştır. Model çıktısındaki sonuçlar literatürde yapılan deneysel sonuçlarla doğrulanmıştır.

Chen v.d. [11] sonlu elemanla ayrık kütle metodu kullanılarak dört kademeli helikopter dişli modeli geliştirilmiştir. İç çap, dış çap ve şaft uzunluğu gibi şaft parametreleri dinamik modele dâhil edilmiştir. Rijitlik sinüs dalgası olarak alınarak ve dinamik denklem çözümü Fourier serisi ile yapılmıştır.

Kim v.d. [12] dişli çiftinin Şekil 1.7 ile gösterildiği gibi sistemin yataklandığı rulmanlardaki deformasyondan dolayı kavrama açısının ve temas oranının değişimini modele katmıştır.



Şekil 1.7 Dişli sistemindeki deformasyonla kavrama açısının değişimi [12]

Konum vektörleri,

$$\mathbf{r}_1 = (x_1 + \varepsilon_1 \cos\theta_1)\mathbf{i} + (y_1 + \varepsilon_1 \sin\theta_1)\mathbf{j}$$
$$\mathbf{r}_2 = (x_2 + \varepsilon_2 \cos\theta_2)\mathbf{i} + (y_2 + \varepsilon_2 \sin\theta_2)\mathbf{j} \quad (1.5)$$

Deformasyon sonucu yeni dişli merkezleri arasındaki mesafe ve kavrama açısı,

$$d' = \sqrt{(x_2 - x_1 + d)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \alpha = \operatorname{acos}\frac{R_1 + R_2}{\sqrt{(x_2 - x_1 + d)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \quad (1.6)$$

Temas oranının değişimi için (1.7) ile verilen bağıntı üzerinden hesaplanabilir.

$$m_p = \frac{\sqrt{A_1^2 - R_1^2} + \sqrt{A_2^2 - R_2^2} - d\sin\alpha}{p_b} \quad (1.7)$$

Deformasyonu göz önüne alarak yeni konum vektörü ile Lagrange yöntemiyle hareket denklemleri elde edilmiştir. Sonuç olarak;

- Elde edilen modelin daha önceki modellerden daha hassas sonuç verdiği
- Dişli çiftindeki sönümün radyal yöndeki harekette pek etkisinin olmadığı
- Sistemin cevabında burulma sönümünün radyal yöndeki sönüme göre çok daha güçlü etkisinin olduğu

- Rulman rijitliğinin radyal yöndeki titreşim genliği ve periyodunda önemli etkisinin olduğu
- Dişli çifti rijitliğindeki artışın dişli deformasyonundan kaynaklı burulma yönündeki titreşim genliğini ve periyodunu azalttığı; fakat radyal yöndeki titreşimde pek etkisinin olmadığı
- Rulman rijitliği arttıkça kavrama açısının azaldığı, temas oranının arttığı vurgulanmıştır.

Ma v.d. [13] dişli profilinde modifikasyon yaparak her tepe boşaltması için dişli çifti rijitliklerini ANSYS® programını kullanarak elde etmiştir. Şaftlar için ise Timoshenko teoremine göre düğüm noktalarına ayırıp rijitlikleri elde etmiştir. Bileşik eğilme ve burulma için sistemin dinamik cevaplarını MATLAB® programı aracılığıyla bulmuştur. Her bir tepe boşaltmasının rijitlik üzerinden sistemi nasıl etkilediğini incelemiştir. Çift–tek diş geçişlerindeki etkinin sistem tahrik frekansında etkili olurken sistemin yüksek frekanslarında bu etkinin pek etkisinin kalmadığından bahsedilmiştir. İlk 14 doğal frekans geçişi ile mod şekilleri verilmiştir. Dinamik modelde sürtünme kuvvetinin etkisi ile profil hataları eklenmemiş ve diş boşluğundan kaynaklanan doğrusal olmayan model kurgusu yapılmamıştır. Rulman için sabit değer alınıp sabit tork altında çözüm sağlanmıştır.

Doğan ve Karpat [14] ANSYS® programıyla simetrik ve asimetrik iki dişli için dişli çifti rijitliklerini elde etmiştir. Diş profili üzerinde çeşitli yüzdelerde çentik açarak dinamik iletim hatası üzerine etkilerini incelemişlerdir. Dinamik modelde değişken dişli çifti rijitliği, değişken sürtünme katsayısı ve kuvveti, değişken sönüm değeri göz önüne alınmıştır. Diş boşluğu olmadığından doğrusal olmayan bir model değildir. Profil hataları da dikkate alınmamıştır.

Viadero v.d. [15] bilyalı rulmanlarda yüklemeyi karşılayan bilyalarla rulman rijitliğinin değişimi ve bunun sonucu eksenler arası mesafenin değişimiyle iletim hatasının da etkilendiğinden bahsetmiştir. Profil hataları, modifikasyonunun yanı sıra yanal olarak gelen bağıl hareketin dişli dinamiğine olan etkisini incelemiştir. Dişli temasında yarı-durağan (quasi-statik) yöntemle kuvvet ve iletim hatası hesaplanmıştır. Kayma ve eğilme deformasyonlarını ihmal ederek Hertz

gerilmelerinden kaynaklanan deformasyon hesabından rulman rijitliği elde edilmiştir.

Kahraman v.d. [16] rulmanlardaki esnemeyi, şaftın ataleti ile eksenel yüklenmesini göz önüne alarak sabit dişli çifti için dişli ile rotor dinamiği modeli geliştirmişlerdir. Kritik hızın belirlenmesi ile beraber dengelenmemiş yük, geometrik eksantriklik, temas noktasında iletim hatası tahriki belirlenmiştir. Tüm bu etkileri dâhil ettiğimizde dinamik dişli çifti yükü,

$$\begin{aligned} W_1 = -W_2 = \; & c_m\big(\dot{y}_p + r_p\dot{\theta}_1 + e_p\omega_p\cos\theta_1 - \dot{y}_g - r_g\dot{\theta}_2 \\ & - e_g\omega_g\cos\theta_2 - e_tN_p\omega_p\cos\big(N_p\,\theta_1\big)\big) \\ & + k_m\big(y_p + r_p\theta_1 + e_p\sin\theta_1 - y_p - r_g\theta_2 - e_g\sin\theta_2 \\ & - e_t\sin\big(N_p\,\theta_1\big)\big) \end{aligned} \tag{1.8}$$

Burada c_m ve k_m dişli temasındaki sönüm ve dişli çifti rijitliklerini, e_p ve e_g geometrik eksantrikliği, w_p ile w_g pinyon ve dişlinin açısal hızlarını ve e_t iletim hatası tahrikini göstermektedir. Sistemdeki serbestlik dereceleri,

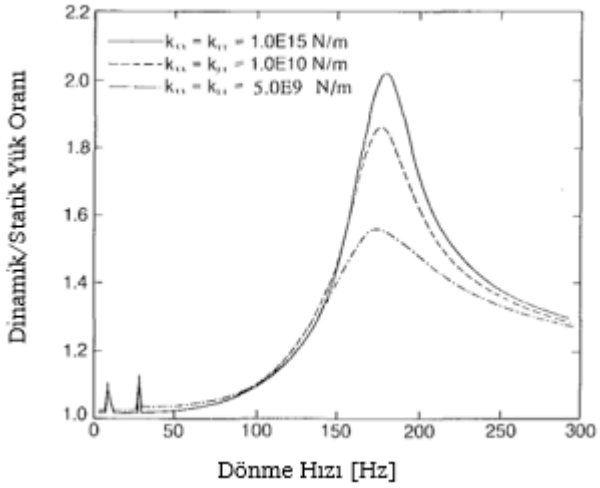
$$\{q_2\} = \begin{bmatrix} y_p & x_p & \theta_p & y_p & x_g & \theta_g \end{bmatrix} \tag{1.9}$$

(1.10) ve (1.11) bağıntılarında kuvvet vektörü dişli kaçıklıklarını, statik iletim hatasını ve dişli dengesizlikleri U_p ve U_g'yi içermektedir.

$$[F] = \begin{Bmatrix} U_p\omega_p^2\sin\omega_p t + F_l \\ U_p\omega_p^2\cos\omega_p t \\ -F_s e_p\cos\omega_p t + r_p F_l \\ U_g\omega_g^2\sin\omega_g t - F_l \\ U_g\omega_g^2\cos\omega_g t \\ F_s e_g\cos\omega_g t - r_g F_l \end{Bmatrix} \tag{1.10}$$

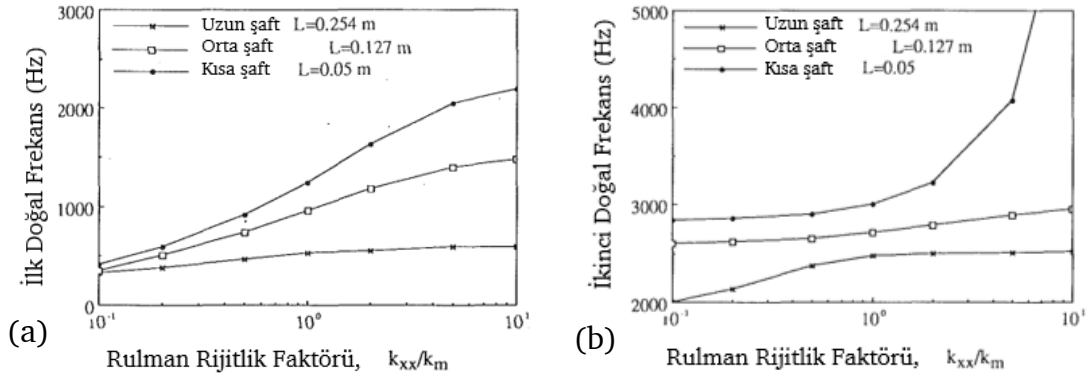
$$\begin{aligned} F_l = c_m(& e_g\omega_g\cos\omega_g t - e_p\omega_p\cos\omega_p t + e_tN_p\omega_p\cos\big(N_p\omega_p t\big) \\ & + k_m\big(e_g\sin\omega_g t - e_p\sin\omega_p t + e_t\sin\big(N_p\omega_p t\big)\big) \end{aligned} \tag{1.11}$$

Rulmanların dinamik yük üzerine etkisi incelendiğinde, daha rijit bir rulman kullanmak dişli çifti üzerine daha fazla dinamik yük getireceği Şekil 1.8 ile söylenebilir.



Şekil 1.8 Üç farklı rulman rijitliği için dinamik yükün statik yüke olan oranının değişimi [16]

Rijit ve esneklik arasında değerlendirebilmek için üç farklı şaft boyu için rulman rijitliğine bağlı doğal frekans geçişi Şekil 1.9 ile gösterildiği gibi incelenmiştir. Kısa yani diğerlerinden daha rijit olan şaft için ilk doğal frekansta sadece burulma modu varken ikincisinde yanal hareket de önem kazanmıştır. İlk doğal frekans geçişinde rulman rijitliğinden belli dereceden sonra çok etkilenmediği söylenebilir; fakat daha rijit rulmanlarla kısa şafttaki ikinci doğal frekans geçişi de düşüktür.

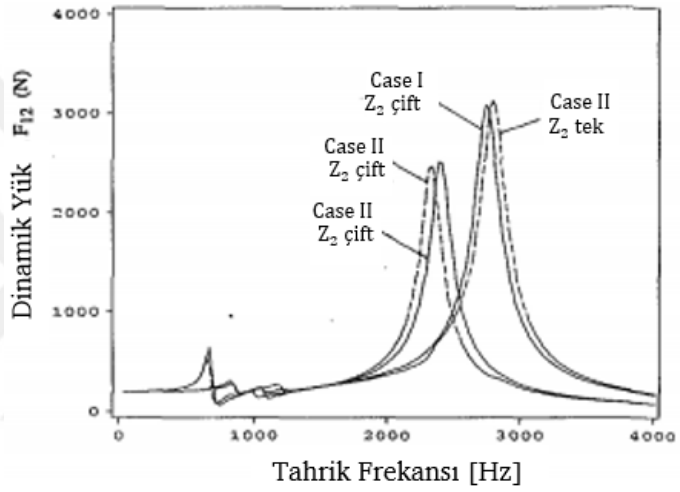


Şekil 1.9 Üç farklı şaft boyu için (a) ilk (b) ikinci doğal frekans geçişinin rulman rijitliğine bağlı değişimi [16]

Kahraman [17] 3 helisel dişliden oluşan sistemde tork ayrım ve avare dişli ile iki ayrı model kurgulamıştır. Sabit dişli çifti rijitliği için sistemin burulma, eksenel ve

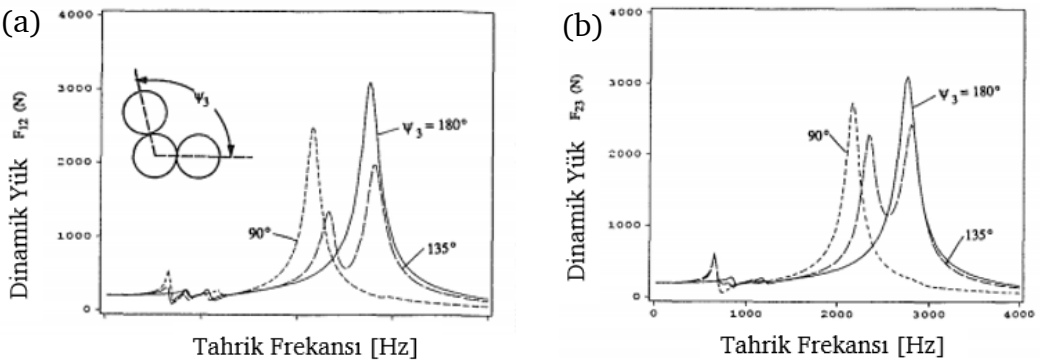
sallanma hareketini incelemiş, doğal frekansı ve helis açısıyla faz farkının buna olan etkisini, diş temasındaki ve rulmanlardaki yükün bulunmasına yönelik çalışmıştır. Statik iletim hatası tahrik olarak sisteme sinüs dalgası olarak verilmiştir.

Tork ayrım (I) ve aylık dişli sistemi (II) için diş sayısının tek – çift diş olmasında faz açısına dayanarak dinamik yükün tahrik frekansına bağlı değişimini gösteren grafik Şekil 1.10 ile verilmiştir. Diş sayısının tek – çift olması burada faz açısı değişimini belirttiğinden sistemin cevaplarını etkisini göstermesi açısından önemlidir.



Şekil 1.10 Yükleme koşulunun dinamik yük üzerine etkisi [17]

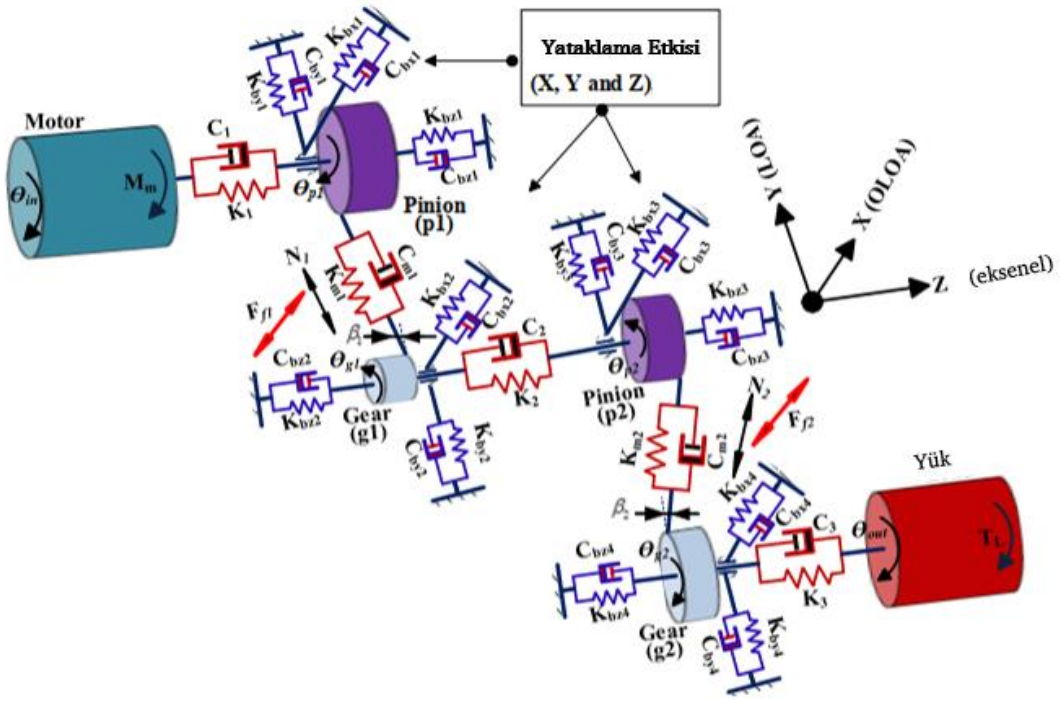
Değişik faz açılarında 1–2 ve 2–3 dişlileri arasındaki dinamik yükün değişimi değişik konumlar için grafikler Şekil 1.11 ile verilmiştir.



Şekil 1.11 Dişli çiftlerindeki dinamik yükün konuma göre değişimi (a) 1–2 (b) 2–3 dişli çifti [17]

Brethee v.d. [18] helisel dişli çiftini Şekil 1.12 ile gösterildiği gibi 18 serbestlik derecesi kullanarak modellemiş hem analitik olarak hem de deney düzeneği ile sistem yanıtlarını incelemişlerdir. Yapılan bu çalışmada burulma ve yanal hareketlerini zamanla değişen dişli çifti rijitliği, zamanla değişen sürtünme kuvveti ve aşınma seviyesinin sistem tahrikine olan etkisi araştırılmıştır. Çalışma sonucunda analitik ve deneysel sonuçlar arasında korelasyon olduğu belirtilmiştir. Dişli geçiş frekanslarındaki ve yan bantlarındaki spektral tepe noktaları aşınma üzerine incelenmiş; ikinci ile üçüncü harmoniklerinde ve yan bantlarında aşınmaya bağlı önemli artışlar olduğu gösterilmiştir.

Elasto-hidrodinamik yağ filminin aşınmaya bağlı sürtünme üzerine etkisini gösteren bağıntı daha önceki yapılan bir çalışmadan alınarak kullanılmıştır. Dişli çifti rijitliği ISO 6336 [19] ile verildiği gibi alınmıştır.



Şekil 1.12 İki kademeli helisel dişli sistemi [18]

Test sistemi olarak kapalı çevrim dişli sistemi kullanılmış; reaksiyon dişli kutusundan gelen etkileri izole etmek yerine dinamik modele ikinci dişli kutusunun parametreleri dâhil edilmiştir.

Ibarbia v.d. [20] Niemann'ın geliştirdiği sabit sürtünme katsayısı ile elasto-hidrodinamik etkilerin göz önüne alındığı kuru, sınır sürtünme, karışık ve yağ

filminin oluştuğu durumlar için ayrı ayrı formülde bulunduğu hibrit zamanla değişen sürtünme katsayısı için dişlideki yük ve güç kaybının değişim durumlarını incelemişlerdir.

Bu makalenin ikinci bölümünde tepe boşaltmasının temas oranını azaltıp verimliliği artırdığından bahsedilmiştir. Tepe boşaltması sadece pinyona verilmesi, dişliye verilmesi ve her ikisine birden verilmesi ayrı durumlar olarak ele alınmıştır. Her iki sürtünme katsayısı yaklaşımı için tepe boşaltmasının pinyon ve dişli veriminde nasıl daha efektif olduğu araştırılmıştır. En yüksek verim her iki dişliye de tepe boşaltması verildiği durum olurken en düşük verim Niemann sürtünme katsayısı için dişliye tepe boşaltması verilmesi; hibrit durumda pinyona tepe boşaltma verilmesi olmuştur.

Kahraman ve Al-shyyab [21] üç şaft üzerinde bulunan dört dişliden ikişer tanesi eş çalışan sistem üzerine çalışmışlardır. Dişli boşluğu ile statik iletim hatası sistemde doğrusal olmayan harekete neden olmaktadır. Sistemin serbestlik derecesini üçten ikiye indirerek yarı belirli modelden tam belirli model olarak tanımlayıp durum uzay denklemlerini harmonik balans metoduyla çözerek sistemin kararlılığını çalışılmıştır.

Kahraman ve Blankenship [22], genelde döner makinelerin kararlı durum cevaplarında elde edilen parametrik tahrik ve diş boşluğunun doğrusal olmayan sistem cevabı oluşturduğu durumlar için analitik ve deneysel olarak anlatılmaya çalışılmıştır. Simetrik diş boşluğu, zamanla değişen dişli rijitliği ile sistemin yanıtları harmonik balans metoduyla çözülerek deneysel karşılaştırma yapılmıştır.

Yavuz v.d. [23] yaptığı çalışmada üç şaft üzerinde bulunan üç dişliden ikişer tanesi eş olarak çalışmaktadır. Dişli boşluğu ve statik iletim hatası göz önüne alınarak sistemin serbestlik derecesi ikiye düşürülmüştür. Buradan harmonik balans metodu ile tork ayrım ve avare dişli kullanımı için sistemin cevapları incelenmiştir.

Zajicek v.d. [24] dişli çifti rijitliğini parabolik bir fonksiyon olarak tanımlamıştır. Burada imalattan gelen hatayı da fonksiyona eklemişlerdir. İstenen sınır şartları altında homojen olmayan diferansiyel denklem için kullanılan Green fonksiyonlarını kesikli Fourier dönüşümüyle uygulayarak kararlı durumdaki analitik periyodik çözümü bulmuşlardır. Sistemin dinamik davranışında

kullanılan periyodik çözümü Runge-Kutta ile bulunan çözümle karşılaştırılmıştır. Bu makalede genel olarak sistem dinamiği kararlılık yönüyle incelenmiş; sistemin hareket denklemi sıfıra eşitlenerek kökler bulunmuştur. Kararlı olduğu çevrede sistem yanıtları incelenmiştir.

Yousfi v.d. [25] düz dişli sistemlerindeki sönümü integral metodu ve sürekli dalgacık dönüşümünü temel alarak çalışmışlardır. Bir dişli sistemi için dinamik denklemler yazılmış ve kavrama durumundaki her bir zaman aralığında değişen sönüm değerleri için integral metodu uygulanmıştır. Değişen ve sabit sönüm değerleri için sistemin davranışı incelenmiştir.

Wang v.d. [26] burulma ve eğilme bileşik tahrik sisteminde düz dişlinin cevaplarına çalışmışlardır. Dört serbestlik derecesi dişlilerin dönme yönünde, iki serbestlik derecesi ise pinyon ile dişli için X ve Y koordinatlarında olduğu varsayılmıştır. Sistemin dinamik denklemleri yazılarak en son sürtünme ihmal ederek denklemlerden çıkarılmıştır. Dişli çifti rijitlikleri enerji metoduyla çıkarılmıştır. Genlik – frekans spektrum grafikleri ve çeşitli kararlılık faktörleri ile sistemin kararlılığı incelenmiştir. Dişli sisteminde sadece burulmanın değil aynı zamanda eğilmeden gelen tahriklerin de incelenmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Yang [27] sistemin doğrusal olmayan hareketini oluşturan etmenlerden diş boşluğunun etkisini istatiksel olarak doğrusal incelemeyi içermektedir. Dişli sistemindeki yük miktarı fazla ise doğrusal olmayan etki diş rijitliğinin değişmesi haricinde yoktur; fakat yük miktarı az ise dişli çifti rijitliğinde diş boşluğu yumuşatıcı etki görevi görmektedir. Bu da sistemin normaldeki dişli çifti rijitliğinden gerçekte daha az rijit olmasına neden olmaktadır.

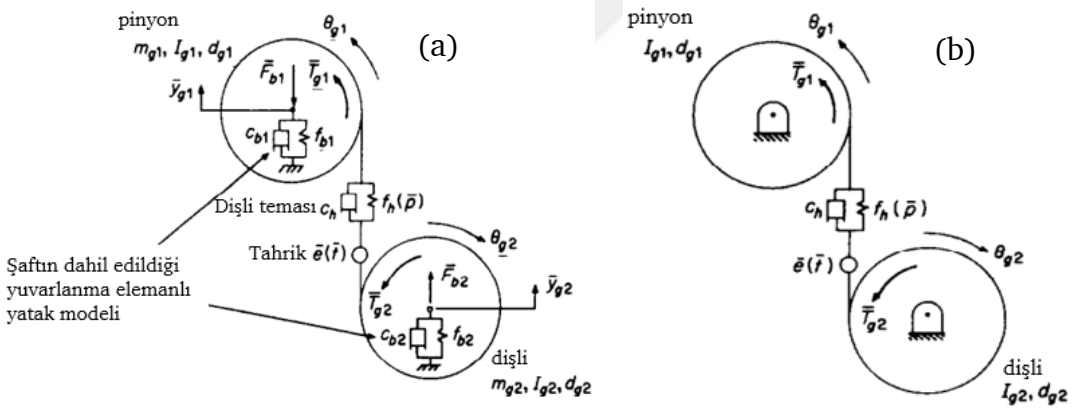
Özgüven [28] düz dişli çiftini modele rulman ve şaft etkilerini de dâhil ederek hem burulma hem de yanal etkileri için dinamik iletim hatasını altı serbestlik derecesi için bulmuştur. Hesapladığı statik iletim hatasını DYTEM ‘Dynamic Transmission Error Method’ programında kullanarak daha önceki yöntemle karşılaştırmıştır.

Chen v.d. [29] diş boşluğunun sabit değer, normal dağılım ve fraktal teoriye göre dağılımını incelemiş ve fraktal dağılımın gerçeğe daha yakın sonuç verdiğini vurgulamıştır. Dişli sistemi dinamiğini sönümün artırılması, zamanla değişen

rijitlikler arasındaki farkın azalmasının ve fraktal boyutun azalmasının iyileştirdiğini belirtmiştir.

Guangjian v.d. [30] merkez ekseninden kaçıklıktan kaynaklanan kavrama doğrusundaki sapmaları zamanla değişen diş boşluğu ve değişen yükleme şartları altında incelemiştir. Dinamik iletim hatasına olan etkilerini de diş boşluğu olmadan, sabit ve zamanla değişen diş boşluğu durumları için çıkarmıştır. Dinamik iletim hatasındaki değişimlerin doğrudan diş boşluğu ile orantılı değiştiğini vurgulamıştır.

Kahraman ve Singh [31] dişli çiftini tek serbestlik dereceli ve üç serbestlik dereceli olarak Şekil 1.13 ile gösterildiği gibi modelleyip sistemin yanıtlarını incelemiştir. Rijitlik değerleri için sinüzoidal ve periyodik olarak ele alıp diş boşluğu ile yataklardaki doğrusal olmayan davranışın etkilerini araştırmıştır. Sonuç olarak diş boşluğu ile kuvvetli bir bağ varken yataklamada pek etkisinin olmadığını bulmuştur.



Şekil 1.13 Dişli çifti modeli (a) Üç s.d. (b) Bir s.d. modeli [31]

Liu v.d. [32] dişli çiftini dönme yönündeki hareketin yanı sıra X, Y, Z yönlerinde merkez eksenden kaçıklık, jiroskopik moment, dişlerdeki kısmi yükleme ve diş boşluğunu katarak on serbestlik derecesinde modellenmiştir. Diş gerçekteki duruma göre analitik olarak mikro modifikasyon çalışması da yapmıştır. Modifikasyon tipi, miktarı ve uzunluğuna karar verilmiştir. Eğer modifikasyon miktarı en iyi değeri aşarsa belirli bir değerden sonra dinamik yük miktarı modifikasyon yapılmamış dişteki değeri de aşmaktadır. Mikro modifikasyon dişli

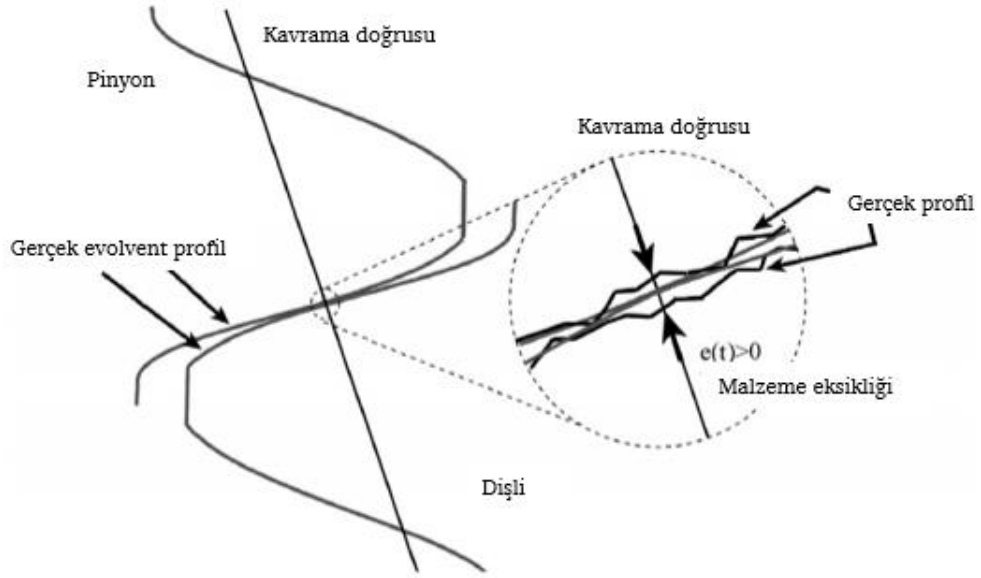
rijitliğindeki dalgalanmayı azaltarak dişli titreşimindeki genlik miktarını düşürdüğü vurgulanmıştır.

Moradi v.d. [33] diş boşluğunun doğrusal olmayan davranış gösterdiği modeli diğer modellerden farklı olarak üçüncü dereceden polinom ile yakınsayarak yaklaşım yapılmıştır. Frekans cevap analizinde sıçrama durumu ve kararlılığı alt ve üst harmonikleri için incelenmiştir. Dinamik olarak ve imalattan gelen sönüm ve rijitlik değerlerini de modele dâhil edilmiştir.

Tatar [34] planet dişli sistemini dişli tahrikli sistem olarak incelemiştir. Jiroskopik bileşen yanal harekette hıza bağımlı olarak sisteme dâhil edilmektedir. Eksenel ve burulma bileşik etkisi sistemde yoktur. Düşük modlar rulman rijitliği, yüksek modlar dişli çifti rijitliği ile kontrol edilebilir. Rulman rijitlik matrisinde diyagonal eksen üzerindeki rijitlikler dikkate alınarak bileşik ifadeler göz ardı edilmiştir. Tezde yapılan modal analizin amacı; frekans cevap fonksiyonunu (FRF) çıkış tahrikine bölmektir.

Çekiç uç malzemelerinden kauçuk, plastik ve metal arasından plastik olan seçilmiştir. Nedeni ise; frekans bant genişliği ile enerji transferinin arasındaki en iyi dengeyi kurmasıdır. Kauçuk yüksek enerji verebilirken yüksek frekansta tahrik edemez. Metalde yüksek frekansta tahrik ederken daha az enerji transferi söz konusudur. Test düzeneği sonuçlarıyla Abaqus® sonlu elemanlar programı sonuçları kıyaslanarak sonuçları doğrulanmıştır.

Bonori ve Pellicano [35] NTV modelde üretim kaynaklı hatalar için dişli tolerans sınıfına göre dişli temas yüzeylerine Şekil 1.14 ile gösterildiği gibi hata değeri vererek dinamik analiz gerçekleştirmiştir. Dişli çifti rijitliğini sonlu elemanlar programı vasıtasıyla alıp üretim hatası için K-tablosunu kullanarak profil tolerans değerleri bilinen dişli çiftinde istatiksel çalışma yapmıştır. Tork düşük olduğunda üretim hatalarının oluşturduğu titreşim değerlerinin genliği artmaktadır. Çalışmada Ahmet Kahraman'ın verdiği dişli parametreleri tablosu verilerek kendi parametreleri ile sonuçları kıyaslayarak doğrulamıştır.



Şekil 1.14 Üretim hatası sonucu kavrama doğrusu boyunca olan pürüzlülük[35]

Tavakoli ve Houser'in [36] çalışmasında bahsettiği geometrik hataların hassaslık derecesi ve toleransa göre sınıflandırmasında kullanılan bazı parametreler:

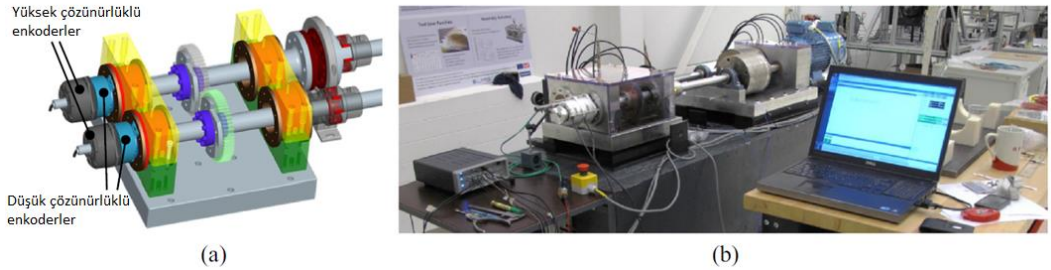
1- Hatve hatası, diş yüzeyinin dairesel pozisyon hatasını göstermektedir.
2- Profil hatası, diş yüzeyinin yanal ve normal düzlemde olan sapmayı göstermektedir.
3- Salgı, dişli taksimat dairesinin referans yüzeye göre değişimini göstermektedir.

Ghosh ve Chakraborty [37] dişli titreşimlerini azaltmak için optimizasyon çalışması yapmışlardır. Dişli üretim hatasında Bonori [35] dört harmonik kullanırken Ghosh üç harmonik kullanmıştır. Üç sinyali farklı büyüklükte ve faz farkı ekleyerek dinamik denklemlerde kullanmışlardır.

Üretim kaynaklı geometrik hatalarda Bonori [35] sadece profil hatasını dahil etmişken Ghosh profil ve hatve hatasını beraber incelemiştir. Verilen sonuçlara göre dinamik iletim hatasında tepeden tepeye alınan karelerin karekökü değerlerine göre hatve hatasının etkisi sınırlı kalmışken profil hatası önem arz etmektedir.

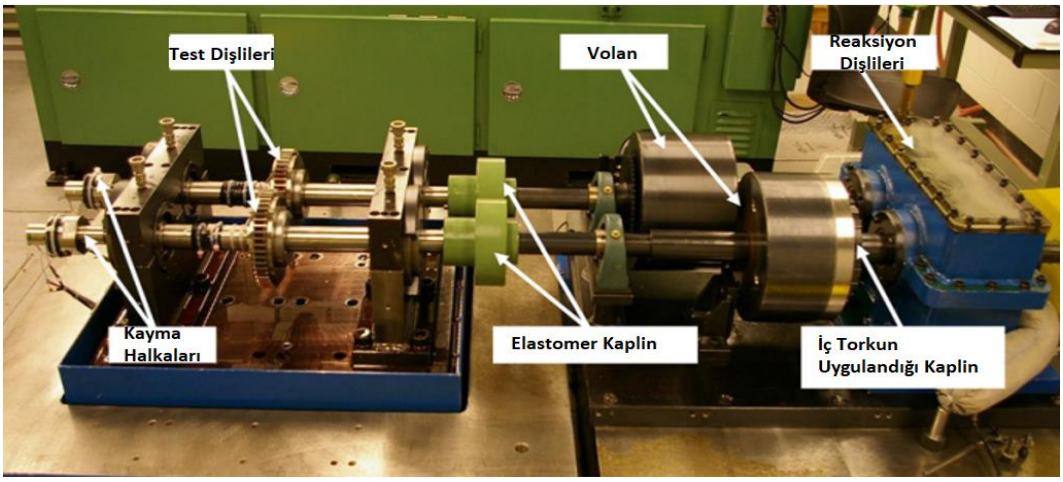
Palermo v.d. [38] dişli dinamiği modeli geliştirmek için yarı deneysel, analitik, sonlu eleman ve hibrit modeller kullanılmasına karşın genel bir metodun olmadığı dişli kutusu testlerinin bu anlamda iyi bir tasarım için önem teşkil ettiği vurgulanmıştır.

Şekil 1.15 ile gösterilen test düzeneğinde vınlama titreşimi küçük ama güçlü olduğu, diş deformasyonunun ve mikro modifikasyonun 10^{-6} [m] mertebesinde iken 10^{8}–10^{9} [N/m] mertebesindeki diş rijitliğine etki ettiği belirtilmiştir. Bunun da burulma titreşimlerine 10^{-4}[°] civarında etki ettiğinden bahsedilmiştir.



Şekil 1.15 (a) Palermo'nun dişli çifti test düzeneği modeli (b) Modelin fiziksel kurulumu [38]

Kang ve Kahraman [39] paralel eksenli dişli sisteminde geliştirilen ivmeölçer yöntemiyle burulma, yanal ve sallanma hareketi için ölçüm yapabilmeyi mümkün kılmıştır. Kapalı çevrim Şekil 1.16 ile gösterilen sistemde düz dişliler test edilmekte, helisel dişliler torkun sistemde sürekli akmasını sağlamakta ve eksenel olarak sisteme yükleme yapıp istenilen torkta sistemi süren bir deney test sistemi oluşturulmuştur. İvmeölçer temelli ölçüm sistemi sadece yanal yöndeki hareketleri değil aynı zamanda sallanma ve burulma ivmelenmelerini, dinamik iletim hatasını ölçebilmektedir. Şaftlardan gelen esnekliğinin de katıldığı modellerde bileşik burulma yanal titreşimlerde önemli etkisinin olduğu gösterilmiştir.



Şekil 1.16 Kang ve Kahraman'ın kullandığı kapalı çevrim test düzeneği [39]

Sistemde toplam 18 kanal üzerinden ölçüm yapabilecek şekilde aşağıda tabloda verildiği gibi dönme yönünde teğet, dönme yönüne dik yönde radyal ve Z ekseninde eksenel yönlerde üçer sensör yerleştirilmiştir.

Xiong ve Gao [40] doğrusal olmayan rulman hareketi, dişli çifti eksantrikliği, sürtünme, burulma ve yanal düzlemlerde dişli sisteminin hareketini göz önüne alarak sistemi dinamik olarak modellemişlerdir. Dişli çifti rijitliği potansiyel enerji metodu ile bulunmuştur.

İnalpolat v.d. [41] aynı diş sayısına sahip bir dişli çiftinde bir dişe belirli bir oranda hatve hatası verilerek dinamik iletim hatası ile dinamik dişli çifti kuvvetinin değişimi incelenmiştir. Ölçüm sonuçları nispeten hatve hatası daha az olan dişli çifti ile karşılaştırılmıştır. Şaft harmoniklerinin arttığı, dişli çiftindeki harmoniklerin diş sayısı oranında katı harmoniklerin elde edildiği görülmüştür.

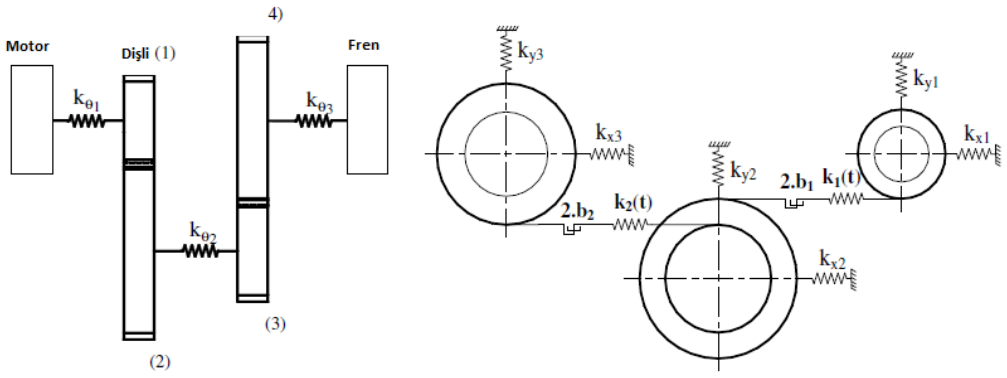
Howard v.d. [42] ilk olarak burulma dişli çifti rijitliğini sonlu elemanlar programıyla elde edilmiştir. Diş dibinde çentik oluşturulan bir dişli çiftinde sürtünme ve çentik olması kombinasyonlarına göre sistem dinamiği karakteristikleri incelenmiştir. Sürtünmenin de dahil edildiği 16 serbestlik dereceli hareket denklemlerinde dişlideki diğer üretim hataları göz ardı edilerek çentiğin oluşturduğu dalgalanma irdelenmiştir.

Nina [43] helikopter ana dişli kutusundaki düz, helisel ve spiral konik dişli çark mekanizmalarındaki gürültü seviyelerini sayısal modelini yarı durağan sistem (quasi-statik) olarak kurup deneysel kıyaslama çalışması yapmıştır. Silindirik dişlide dişli çifti rijitliğini yük dağılım programı, konik dişlide ASLAN programından elde edilmiştir. Tork ayrım modelindeki faz açısının belirlenmesiyle dinamik cevaplar üzerine araştırma yapılmış, profil modifikasyonu verilerek etkenler incelenmiştir.

Üç dişliden oluşan sistemde faz açısı avare dişli ile olan tasarım için olup tork ayrım modeli için yöntem belirtilmemiştir. Tezde öncelikle başka bir çalışmadaki sonuçlarla modelin doğruluğu yapılıp sırayla iki dişli, üç dişli ve şaftı da hesaba katarak dinamik denklemler kurgulanmıştır. Sonuçlar hem literatürde verilen sonuçlarla kıyaslanmış hem de açık çevrim test düzeneğinde elektik motoru ve jeneratörle kurulan bir sistem ile doğrulanmıştır.

Walha v.d. [44] iki kademeli dişli sistemini 12 serbestlik derecesiyle Şekil 1.17 ile gösterildiği gibi modellemiştir. Sistem giriş ve çıkış yükü, üç şaft, dört dişli ve rulmanlardan oluşmaktadır. Sistemi doğrusal olmayan zamana bağlı dişli çifti rijitliğine uyacak şekilde modelledikten sonra diş temasının koptuğu noktalar incelenmiştir.

Sistemde dişteki sönüm için Rayleigh sönümü kullanılmıştır. Öncelikle ilk kademede doğrusal olmadığı, sonrasında her iki kademede de doğrusal olmayan model olduğu varsayımı yapılmıştır. Diş boşluğundan kaynaklanan doğrusal olmayan durumu üç kısımda inceleyerek yani doğrusal olduğu yerleri bölüp her bir kısım için model kurgusu tanımlanmıştır. Temastan kopma noktalarının frekans bandındaki sonuçları irdelenmiştir.



Şekil 1.17 Walha'nın üzerinde çalıştığı iki kademeli dişli sistemi [44]

Xiong v.d. [45] potansiyel enerji metoduna göre dişli çifti rijitliğini hesaplayıp ISO 10064-2-1996 [46] standardına göre diş boşluğu miktarını belirlemiştir. Bu standarttaki hesaplama sonucunun 1, 1.25, 1.5 vb. katlarında diş boşluğunun sistem dinamiğine olan etkisi incelenmiştir. Diş boşluğu bazen sistemde kararlılık ve periyodikliği iyileştirirken bazı durumlarda sistemin davranışını olumsuz etkilemiştir.

Guo ve Fang [47] diş profilindeki üretimden gelen hataları modellemek için dişlileri hassas ölçümünü alıp üzerindeki sapmaları B-eğrisi oluşturup dinamik denkleme dâhil etmiştir. Referans eksenden sapma, eksantriklik, zamanla değişen rijitlik faktörlerini 12 serbestlik dereceli helisel dişli dinamik modelinde Fourier serisi ile çözümlemiştir.

Shi v.d. [48] zamana bağlı dişli rijitliğini, sürtünme kuvvetini, iletim hatasını ve diş boşluğunu dinamik modele dâhil etmiştir. Dişlinin temastan ayrılmadan tahrik etmesi, temastan ayrılma ve izleyen arka dişliye çarpması gibi üç durum için modeli kurgulamıştır. Torkun azalması veya iletim hatasının artmasıyla dişlinin temastan ayrılmasına neden olmasına neden olurken; diş boşluğunun artmasıyla da temastan ayrıldığından bahsedilmiştir.

1.3 Sistemdeki Deformasyon Etkilerinin Dişli Dinamiğine Etkisi

Conry [49] silindirik dişli çiftlerinde yük dağılımı için bir yöntem kullanmıştır. Şaft sehimi bu çalışmaya dahil edilmiştir. Profil modifikasyonu ile dişli genişliği boyunca olan bu bozucu etki elimine edilmesi önerilmiştir.

Eritenel ve Parker [50] helisel dişli çiftlerinde dişli genişliği boyunca düzgün dağılımlı olmayan kuvvet ve moment dağılımını kısmi diş temasından kopmayı göz önüne alarak incelemişlerdir. Sistemdeki elastik deformasyon faktörleri bu çalışmadan formülize edilmemiştir.

Wink ve Serpa [51] hesaplama performansı açısından helisel dişlilerde üç farklı yük dağılım yöntemi incelemişlerdir. Temas noktalarındaki elastik sehim ve başlangıç boşluk değerleri statik denge koşuluna göre incelenmiştir.

Zhang ve Fang [52] diş temas analizi ile yüklü diş temas analizi arasındaki farkları açıklamıştır. Yüklü diş temas analizi için yük dağılımı dişli çiftindeki boşluk ve temas noktalarındaki diş deformasyonu ile yapılmıştır.

Zhang v.d. [53] helisel dişliyi, küçük helis açısı verilmiş arka arkaya sıralanmış düz dişli olarak ele almışlardır. Dişteki esneklik parametreleri tanımlanıp dişli çifti rijitliği elde edilmiştir. Yanal düzlemde profil ve dişli genişliği modifikasyonları, şaft sehimi, kaçıklığı ve burulma deformasyonları verilmiştir.

Zhou v.d. [54] dişli genişliği boyunca düzgün olmayan yük dağılımı ile yüzey yük faktörüne çalışmışlardır. Dişli çifti kavrama doğrusu boyunca birçok noktada doğrusal olmayan temas noktaları ve bu noktalardaki yay paketi olarak modellenmiştir. Statik denge durumu tekrarlanan hesaplama yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Diş dilimleri arasındaki yay bağıntısından bahsedilmemiştir.

Yuan v.d. [55] dişli genişliği boyunca olan şaft sehimini bulmak için Timoshenko kiriş teoremini kullanmışlardır. Dişli çifti temasındaki yer değiştirmeler dişli genişliği dilimler şeklinde düşünülerek araştırılmıştır. Bu çalışmada burulma yer değiştirmesi ile dilimler arasındaki yay bağıntısından bahsedilmemiştir. Dinamik iletim hatası doğrusal ve zamana bağlı dişli çifti rijitliği modelleme yöntemi kullanılarak bulunmuştur.

Peng v.d. [56] yüzey modifikasyonları ve kaçıklık değerlerini kullanarak yük dağılımı için nümerik yöntem önermişlerdir. Bu metot potansiyel enerjinin en küçüklenmesine dayanmaktadır.

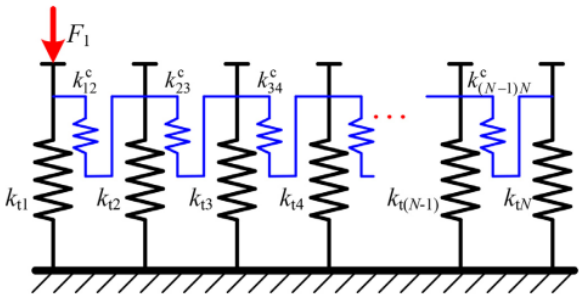
Qiao v.d. [57] iki kademeli dişli sisteminde zamana bağlı dişli çifti rijitliği, zamana bağlı rulman rijitliği ve şaft esnekliğini modellemişlerdir. Rijit ve esnek ele alınan şaftın dinamik cevap etkisi üzerine etkisi incelenmiştir.

Yuan v.d. [58] çift helisel dişli sisteminde yarı-statik çok noktadan temas analiz modeli geliştirmişlerdir. Şaft sehimi, rulman ve muhafaza deformasyonları sistem deformasyonu olarak göz önüne alınmıştır. Yüklü diş temas analizi, dişli çiftindeki diş yüzey modifikasyonları da göz önüne alınarak uygulanmıştır.

Dai ve Parker [59] diş temas kuvvetinin sonlu elemanlardan alınıp analitik titreşim modelinde kullanıldığı bir bileşik model kurmuşlardır. Kısmi temas kaybı durumu sonlu elemanlarla elde edilip kuvvet deformasyon fonksiyonu dinamik modelleme için kullanılmıştır.

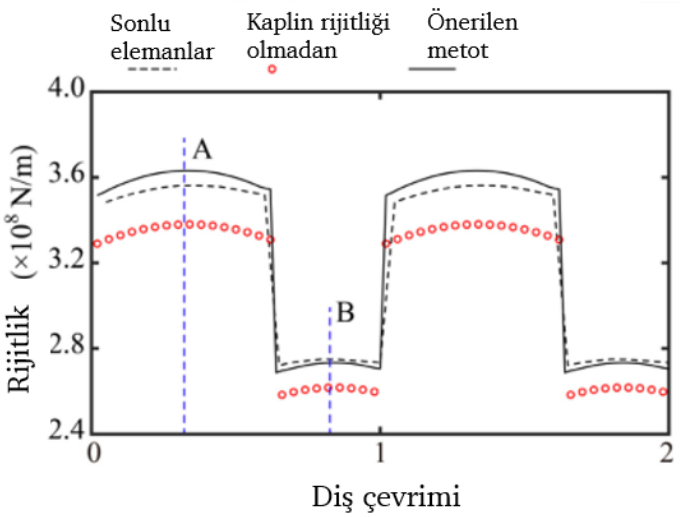
Yuan v.d. [60] silindirik dişlilerde yüklü diş temas analizi ile ayrık kütle parametreli bileşik modele çalışmışlardır. Diş genişliği boyunca olan hatanın yüklemeye olan etkisinin yanı sıra dişli çiftinde sönüm ve helis açısının etkisini araştırmışlardır.

Wang v.d. [61] dişliyi genişlik boyunca dilimler halinde düşünerek şaft eksenindeki kaçıklık ve diş bombeliği ile dişli çifti rijitliğinin değişimi incelenmiştir. Diş dilimindeki bağıl harekete karşı yan dilimlerde olan direngenlik Şekil 1.18 ile gösterildiği gibi dikkate alınmıştır. Dişli çiftindeki deformasyon için ilk bir değer tanımlayarak mikro modifikasyon ve şafttaki kaçıklık değeri ile karşılaştırarak diş temasının olup olmadığına yönelik iteratif bir döngü oluşturulmuştur. Böylece her bir dilim için temas durumu incelenmiştir.



Şekil 1.18 Diş dilimlerindeki rijitlik şeması [61]

Şekil 1.19 ile komşu dilimlerdeki ek rijitliğin dikkate alınmadığı durumda dişli çifti rijitliğinin değişimi gösterilmiştir. Yapılan çalışmayı doğrulamak için sonlu elemanlar analizi kullanılmıştır.



Şekil 1.19 Dişli çifti rijitliğinin karşılaştırılması [61]

Han v.d. [62] helisel dişli çiftinde montaj, üretim ve sistemteki deformasyonlardan kaynaklanan kaçıklığı dişli genişliği boyunca değişken alarak diş temas analizi üzerine çalışmıştır. Profil ve genişlik boyunca olan mikro modifikasyonların statik iletim hatasını ve varyansını en aza indirmek için genetik algoritma ile optimizasyon yapılmıştır. En son olarak da 8 serbestlik derecesi ile sistemde dinamik iletim hatası farklı temas kaçıklıklarında incelenmiştir.

1.4 Dişli Gövdesinde Boşaltmanın Sisteme Etkisi

Wang v.d. [63] daha çok dişli gövdesi rijitliğine etki eden faktörler üzerinde durmuştur. Dişlide genellikle ağırlık optimizasyonu ince gövde yapısı ve delikler

ile sağlanmaktadır. Dişli diş ve gövde olarak iki kısımda ayrı olarak ele alınmıştır. Diş kısmının deformasyonu analitik olarak enerji metoduyla bulunmuştur.

Gövde kısmı ise Şekil 1.20 ile verildiği gibi silindir üç boyutlu sonlu eleman olarak modellenmektedir. Gövde deformasyonunda karşılaştırma yapabilmek için üç ayrı model kurgulanmıştır. İlki, üç dişli çiftinde dolu gövde; ikincisi, ince gövde yapılı ve delikli dişli çifti; üçüncüsü ise gövdede çatlak başlangıcı olan dişli çifti temel alınmıştır.

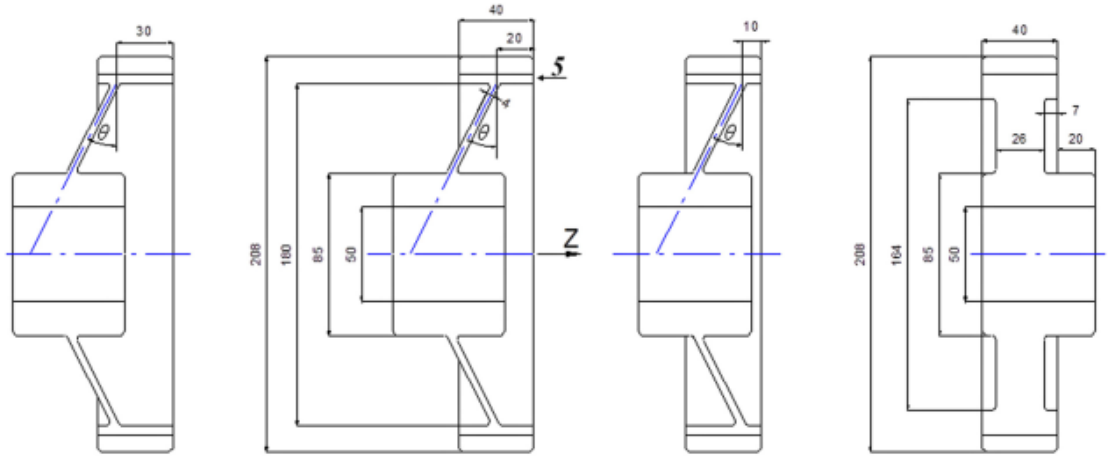
Bu çalışmada kullanılan diş rijitliği analitik metodunda sonlu elemanlara göre %2.39'luk hata payı olmasına karşın 150 kat daha hızlı sonuç bulunabildiği ifade edilmiştir. Diş gövde genişliğinin 16 [mm]'den 4 [mm]'ye indirildiği durumda toplam rijitliğinin %39.47 oranında azaldığı belirlenmiştir. Gövdeye 12 [mm] çapında delik verildiğinde ise toplam rijitliğinin %31.2 oranında azaldığı belirlenmiştir.



Şekil 1.20 Dişli gövdesi boşaltmaları [63]

Li [64] yaptığı çalışmada, gövdenin Şekil 1.21 ile gösterildiği gibi ince yapılı olması halinde diş dibi gerilmesi ve temas gerilmesini incelemiştir. Bunun için gövdenin merkezdeki konumu, sağda ve solda olması arasındaki farkları çıkarmıştır. Gövdenin eğiklik açısı 0°, 30°, 45° ve 60° için gerilmeleri bulup; gövdenin sağa yatık olması ortada ile solda olmasına göre Hertz gerilmesi ve diş dibi gerilmesinde daha iyi sonuç verdiği bulgusuna ulaşmıştır. İnce gövdeli sağa

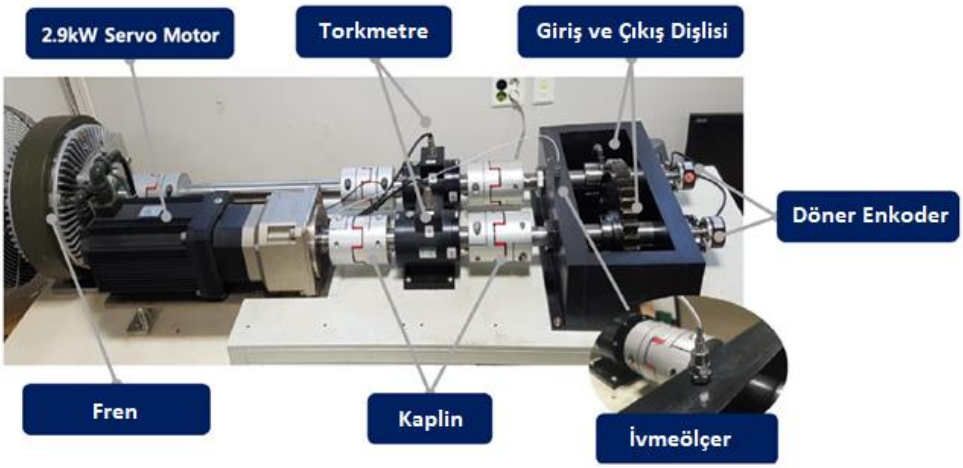
yatık gövde daha iyi merkezlenmesi ile diş teması yapısı sağlamaktadır. Bu makaleye ek olarak Li 2013 [65] yılında çıkardığı makalede de ince gövdeli dişlilerde merkezkaç kuvvetin Hertz ve diş dibi gerilmeleri üzerine etkilerini araştırmıştır.



Şekil 1.21 Dişli gövdesinin ince ve açı verilmesi durumları [64]

Sweiki v.d. [66] hibrit - sonlu elemanlar ve analitik dişli temas modeliyle iletim hatası üzerine teorik ve test düzeneğiyle çalışmışlardır. Düşük hızlarda 0.3 mertebesinde sürtünme katsayısı kullanılmıştır. Sonlu elemanlar yöntemiyle dişli gövdesindeki iki tip boşaltmadan kaynaklanan gerinim değeri bulunmuştur. Mekanik kapalı çevrim test düzeneğinde gerinim değeri gerinim ölçer ile dişli gövdesi üzerinden statik olarak ölçülmüştür.

Park v.d. [67] çentikli ve yüzeyinden parça koparılmış iki dişli üzerinden iletim hatası ölçümü yapmışlardır. Topluluk ampirik mod ayrışım metodu kullanılarak Şekil 1.22 ile gösterilen düzenekte gürültü altındaki iletim hatası üzerinden hataları çıkarılmıştır. Teorik çalışma için de 0.25 [mm] sonlu eleman atılarak dişliler modellenmiştir. Bu metodun enkoder sensörüyle hatalı dişli üzerinden diğer gürültü kaynaklarından etkilenmeden veri alabilmesi ve sonlu eleman modeliyle dişli temasında dişin deformasyonunu belirleyebilmesi olarak verilmiştir.

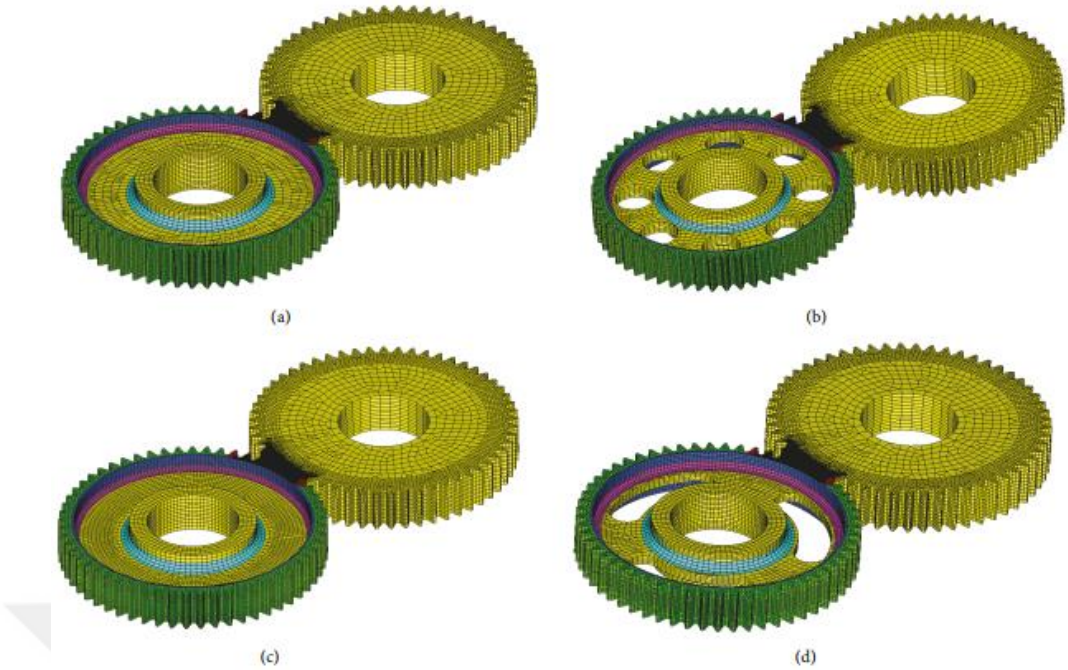


Şekil 1.22 Park'ın dişli çifti test düzeneği [67]

Kim v.d. [68] helisel dişli çalışmasında, dişli ağırlığı, verimliliği ve gürültü arasında optimizasyon yaparken dayanım hedefini her zaman tutturmayı amaçlamışlardır. Dişli dayanım ve boşaltma faktörleri ISO 6336 [19] standardına göre belirlenmiş ve gövde rijitliği için Sainsot yaklaşımı kullanılmıştır. Dişli makro geometri parametreleri normal modül, kavrama açısı, helis açısı, diş sayısı ve dişli genişliği olarak belirlenmiştir.

Verimlilik için yüke bağlı olmayan çalkantı ve hava sürtünme kayıpları ile yüke bağlı olan dişteki yuvarlanmayı; gürültü parametresi olarak tepeden tepeye statik iletim hatası referans dikkate alınmıştır. Genetik algoritma kurularak amaç fonksiyonu maksimum verim, minimum ağırlık ve iletim hatası olarak belirlenmiştir. Çıktıda bunların beş farklı kombinasyonu alınıp sonuçlar arasında kıyaslama yapılmıştır. Sadece ağırlık ve verimlilik alınırsa ikisi arasında dengeleme gerekirken; ağırlık, verimlilik ve iletim hatasındaki sonuçlar aynı yönlü gelmiştir.

Mundo v.d. [69] yaptıkları çalışmada, Şekil 1.23 ile gösterildiği gibi farklı delik tipleri ve delik sayısında sonlu elemanlar yöntemiyle dişli çiftindeki statik iletim hatasını elde etmiştir.



Şekil 1.23 Dişlilerde (a) ve (c) farklı dişli gövdesi kalınlıkları, (b) ve (d) farklı delik sayısı ve yapısının gösterimi [69]

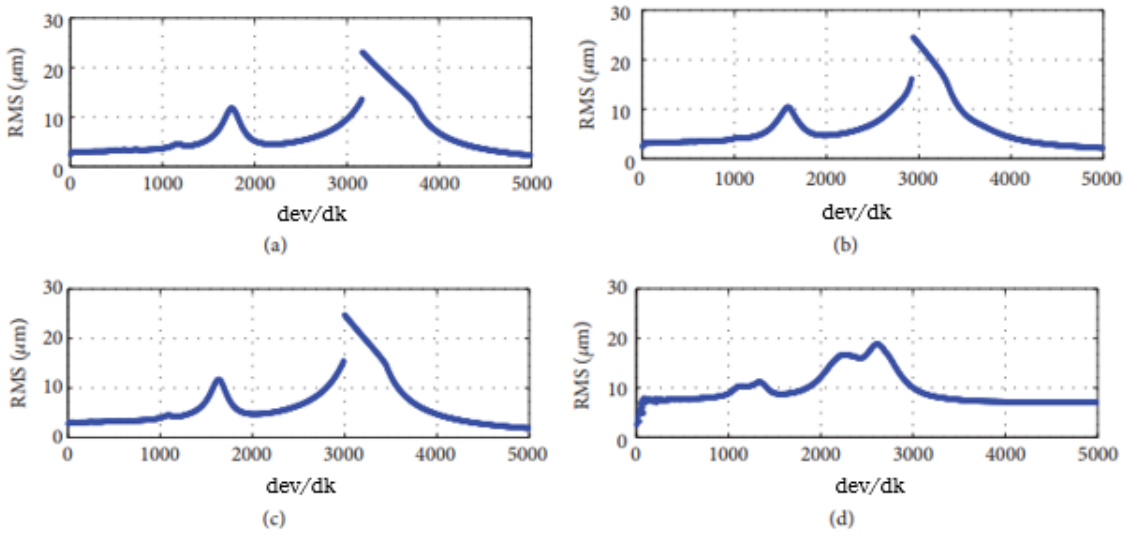
Statik iletim hatası,

$$TE = r_{bG}\theta_G - r_{bP}\theta_P \tag{1.12}$$

Dişli çifti rijitliği,

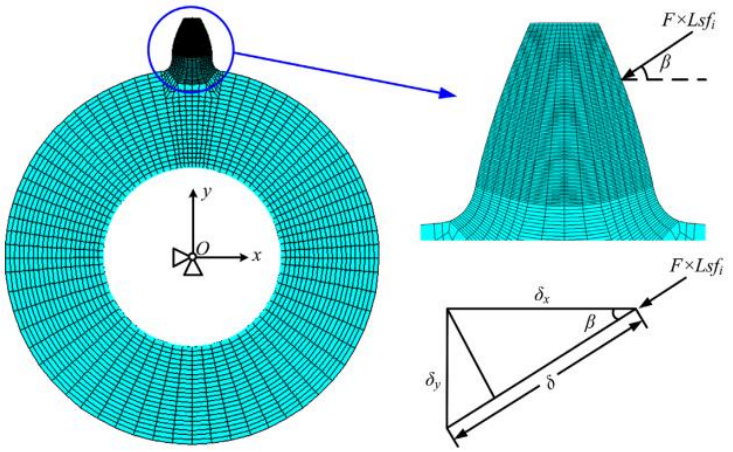
$$k_{(t)} = \frac{F}{x_{(t)}} \tag{1.13}$$

Yapılan sonlu elemanlar analizinde döndürülen dişli sabit tutulduğu θ_G dönme miktarı sıfır kabul edilir. Pinyondaki dönme miktarı θ_P ile dişli çiftindeki dönme bulunmuştur. Kavrama doğrusu boyunca gelen kuvvet statik iletim hatasına bölünerek zamana bağlı dişli çifti rijitliği bulunmaktadır. Sonrasında hareket denklemleri ile dişli gövdesindeki boşaltmanın dinamik iletim hatası üzerine etkisi Şekil 1.24 ile gösterilmiştir.



Şekil 1.24 (a,c) farklı dişli gövdesi kalınlıklarında DTE, (b,d) farklı delik sayısı ve yapısında DTE grafiği [69]

Ma v.d. [70] farklı diş üstü katsayısı, tepe boşaltması miktarı ve profil kaydırma miktarı ile sistem dinamiğinin değişimi incelenmiştir. Analitik olarak hesaplanan dişli çifti rijitliği Şekil 1.25 ile gösterilen sonlu elemanlar modeli ile doğrulanmıştır. Sistem modeli diş boşluğu dikkate alınmadan kurulmuştur. Sistem yanıtlarında yüksek frekanslarda çalışan dişli çiftinde tepeden tepeye statik iletim hatasını minimize etmek yeterken düşük frekanslarda tepe boşaltmasının tipi ve miktarı dişli parametreleri ve sistem cevabına göre belirlenmesi gerektiği belirtilmiştir.



Şekil 1.25 Düz dişli çiftinde sonlu elemanlar modeli [70]

Diş üzerine gelen kuvvetle oluşan deformasyon sonucu hesaplanan diş rijitliği,

$$k_t = \frac{F_i}{\max \delta_i} \tag{1.14}$$

Diş teması üzerindeki Hertz gerilmesini de hesaba katılmasıyla tek diş rijitliği (1.15) ile gösterilen bağıntıyla verilmiştir.

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_t}} \tag{1.15}$$

1.5 Tezin Amacı

Tez kapsamında makro ve mikro ölçü girdileri ile havacılık kalitesinde olan bir dişli sisteminin analitik dişli çifti rijitliği elde edilmesi, dişli gövdesindeki ağırlık azaltma amaçlı boşaltmalar, sistem elemanlarının oluşturduğu deformasyon ile temas kuvvetinin değişimi ve bunların sistem dinamik cevabının üzerindeki etkileri incelenmiştir. Dişli çiftindeki yapılan çalışmalar üç dişliden oluşan tork ayrım modelini de kapsayacak şekilde genişletilmiştir.

Literatürde dişli çiftinde rijitlik, sürtünme kayıpları, yük dağılımı ve dinamik iletim hatası üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Başlangıçta bir dişli çiftinde kuvvet dağılımının etkenlerini inceleyerek farklı bir kuvvet dağılım algoritması ortaya konulmuştur. Birden fazla dişli çifti olan sistemlerde sistem elemanlarının birbiri üzerindeki etkisinin incelenmesi, dişlilerin temasa girmesi arasındaki farkın geometri üzerinden tam olarak bilinmesi ve bunun sistem dinamiği modeline aktarılmasına çalışılmıştır. Tork ayrım modelinde, yük dağılımı ve sistem dinamiği açısından dişliler arasındaki etkileşimin analitik modellenmesi konusunda yenilik noktaları belirtilmiştir. Bu çalışmada temel dişli tasarım parametreleri kullanılarak tork ayrım modelinde verilen sonuçlar başka bir dişli yazılım girdisi olmadan analitik olarak hesaplanmıştır.

Dişli gövdesi üzerinde ağırlık azaltma amaçlı boşaltmalar yapılmaktadır. Dişli gövdesindeki bu boşaltmalar dişlinin üzerine gelen kuvvetle gövdede deformasyonu artırmaktadır. Dişli gövdesi üzerinde açılan farklı delik sayısı ve çember kalınlığının sistem dinamiği üzerindeki etkisinin gösterilmesi hedeflenmiştir.

1.6 Hipotez

Bu tez çalışması kapsamında birden fazla dişli çifti bulunan sistemlerde dişli ve şaft parametrelerinin değişimi ile dişli çifti rijitliğinin, temas kuvvet dağılımının ve sistem dinamiğinin değişimi ele alınacaktır. Dişli dinamiği modeli, dişli çifti rijitliğinin zamana bağlı değiştiğinden ve dişler arasında diş boşluğu olduğundan dolayı doğrusal olmayan ve zamana bağlı değişken olarak kurgulanacaktır. Sistem dinamik modelinde titreşim sonuçlarının gerçekte ölçülen test sonuçlarıyla daha yakın yakalayabilmek adına sadece dönme yönündeki serbestlik dereceleri değil aynı zamanda şaftların düzlemsel hareketleri ve dişliler arasında oluşan sürtünme kuvveti de hesaba katılacaktır.

Dişli temas kuvveti dağılımı üzerinde mikro modifikasyon ve şaft sehiminin etkileri belirlenecektir. Dişlinin şaft üzerine asimetrik yerleştirilmesiyle kısmi temas kaybı oluşabilmektedir. Tork ayrım modelinde, şaft sehiminden kaynaklanan kısmi temas kaybını, dişli şaftı konumlanmalarıyla azaltmak mümkündür. Dişli şaftlarının konumuna bağlı olarak şaft deplasmanı analitik olarak ifade edilerek incelemeler yapılacaktır. Ayrıca, tork ayrım modelinde dişli çiftlerinin temasta olmaları arasında bir faz farkı bulunmaktadır. Sistemde dişlilerin aynı zamanda farklı temas noktalarında olmasından kaynaklanan faz farkının dinamik cevap üzerindeki etkisi araştırılacaktır. Dişli gövdesinde farklı delik sayılarında yapılan boşaltma ile dişli çifti rijitliğinin azalması bulunacaktır. Sistem dinamik cevabında boşaltmanın etkisini daha iyi görebilmek için dişli çiftinde dişlilerden sadece bir tanesinde boşaltma işlemi yapılacaktır. Tork ayrım modelinde de boşaltmanın pinyonda veya döndürülen dişlide yapılmasına göre sonuçlar incelenecektir.

2
DİNAMİK MODELLEME

Dişli kutusu havacılık, otomotiv, raylı sistemler ve birçok alanda iletim sistemlerinin en temel elemanı olarak geçmişten bu yana kullanılmaktadır. Günümüzde de dişli sistemlerinde gürültü, titreşim, parça ömrü, en fazla tork iletimi, hız ve verimlilik arasında optimizasyon yapılmaya çalışılmaktadır.

Diş üzerine yük geldiğinde bir miktar yükün geldiği yönde yer değiştirme yapmaktadır. Yüksek tork ve hız taşıdığı durumda diş rijitliği zamana göre değişmekte ve sistemde titreşime neden olmaktadır. Eğilme, kesme, eksenel basma, Hertz gerilmeleri ile gövdenin esnekliğinden kaynaklanan deformasyon diş rijitliğini oluşturan etmenlerdir. Burada gövde esnekliği dışındaki diğer etmenler analitik olarak bulunabilmektedir. Gövde rijitliği ise dolu dişli gövdesi için formülize edilmiş; fakat gövdedeki boşaltmalar ve delik için sonlu elemanlar metodu ile deformasyonun bulunması gerekmektedir.

Dinamik modelleme tork, kuvvet gibi belirli bir etkiye karşılık sistemin nasıl cevap verdiğinin belirlenmesini içermektedir. Kütle ve atalet, kinetik enerji; sistemdeki rijitlik, potansiyel enerji depolama aracıdır. Sönüm ise yağ filmi, malzemenin içyapısından kaynaklanan histerezis etkisi ve sürtünmelerden kaynaklanan kayıp enerjiyi ifade etmektedir. Ayrıca, statik iletim hatası da dinamik iletim hatası bulunurken dolaylı olarak dinamik modele dâhil edilmektedir.

2.1 Matematik Model Türleri ve Yöntemleri

Literatürde dişli sisteminde amacına göre farklı matematik model türleri bulunmaktadır. Sistemdeki parçaların serbestlik derecesinin modellemeye dahil edilmesine göre değişiklik göstermektedir.

- Basit dinamik faktör modeli: Çoğu eski modelde diş dibi gerilmesi hesabında kullanılmaktadır.
- Diş rijitliği modeli: Şaft ve rulmanı esnekliğini almayıp sadece dişteki esnemeleri dâhil eden model türüdür.
- Dişli dinamiği modeli: şaftın burulmasını ve rulmanlardaki yanal hareketi de dâhil ederek diş rijitliğindeki değişim ile hareket modellenir.

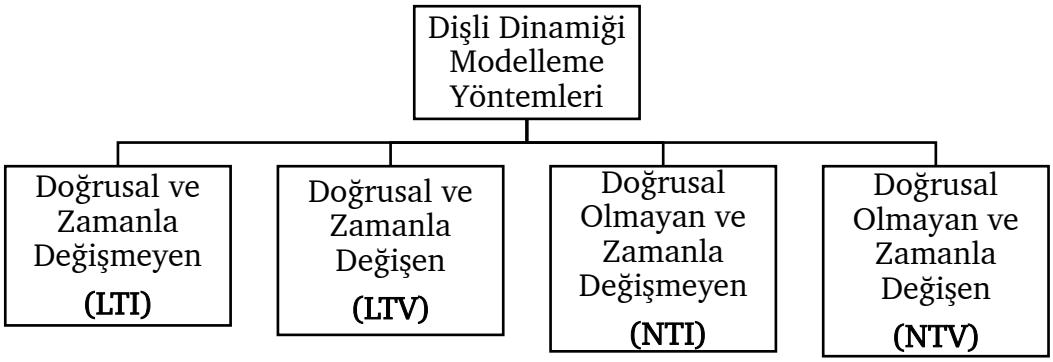
- Dişli eklenmiş rotor dinamiği modeli: Şaftın yanal hareketinin de dâhil edildiği modeldir.
- Burulma titreşim modeli: Dişteki rijitlikleri ihmal edip şaftın burulma esnekliği alınmaktadır. Dişli dinamiğinden çok sadece burulma titreşim problemleri incelenmektedir [28].

Öncelikle burulma titreşimini içeren diş rijitliği modeli sonrasında diğer faktörleri de dahil edip dişli dinamiği modelleri kurulmuştur. Şaftın düzlemsel hareketleri de içerecek şekilde incelenen sistemin serbestlik derecesi artırılmıştır.

Dişli titreşimleri küçük genlikli yüksek frekanslı titreşimlerdir. Sistemdeki elemanlar iletilen torkun dalgalanma miktarını artırdıkça sistemsel olarak dinamik problem incelenmelidir. Sistem çözümü küçük zaman aralığında ve uygun çözüm hassasiyetinde olmalıdır. Genelde dördüncü dereceden Runge-Kutta çözücüsü kullanılmaktadır [38].

Sistemin dönerken kitlenmemesi için iki dişli çifti arasında küçük bir miktar boşluk bırakılmaktadır. Sistemdeki tork miktarı çok fazla ise kavrama hattı boyunca diş temasa girdiği dişli ile hiç ayrılmaz. Sisteme verilen tork miktarı çok fazla olmadığı durumda ise kavrama hattı boyunca diş temasta olduğu dişten ayrılıp arkasındaki dişliye çarpabilir veya her iki dişle de temasta olmayabilir. Burada dişli sistemindeki doğrusal olmayan deformasyon faktörü elde edilmektedir. Doğrusal olmayan deformasyonun sürekli değişimi diş boşluğu ile diş rijitliğinin sürekli değişiminden kaynaklanmaktadır.

Genel olarak dişli dinamiğini modelleme aşağıda verilen yöntemlerle yapılmaktadır. Dişli dinamiğinde literatürde dört farklı modelleme yöntemi Şekil 2.1 ile verilmiştir.



Şekil 2.1 Dişli dinamiğinde modelleme yöntemleri

Doğrusal ve zamanla değişmeyen modelleme yönteminde rijitliğin zamana göre değişmediği kabul edilip sabit bir değer alınmaktadır. Diş boşluğu hareket denklemlerine dâhil edilmemektedir.

Doğrusal ve zamanla değişen modelleme yönteminde rijitliğin zamana göre değişimi dişlinin dönme açısına bağlı olarak alınmaktadır. Diş boşluğu teorik olarak olmadığı varsayılmaktadır.

Doğrusal olmayan ve zamanla değişmeyen modelleme yönteminde rijitlik ortalama olarak sabit bir değer olduğu kabul edilmektedir. Diş boşluğu da modele dâhil edilmektedir.

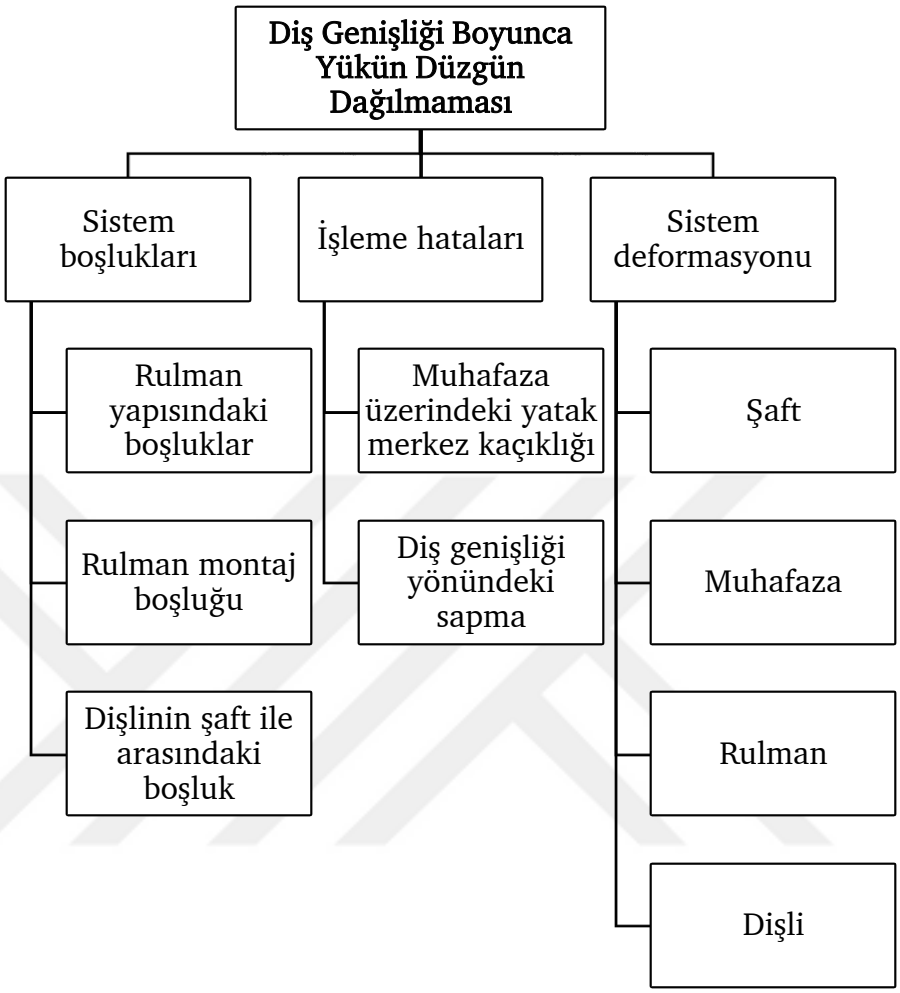
Doğrusal olmayan ve zamanla değişen modelleme yönteminde rijitliğin zamana göre değişimi ve diş boşluğunun değeri sistemi etkilemektedir [28].

Sistemi gerçeğe yakın modellemeye çalışmakla modelleme karmaşıklığı artmaktadır. Bu çalışmada doğrusal ve zamanla değişen modelleme yöntemi kullanılmıştır.

2.2 Dişli Kutusunda Bozucu Etkiler

Sistemdeki giriş torku ve hızı sabit olsa dahi, dişlilerde önemli miktarda titreşim ve bunun sonucu dinamik diş yükleri mevcuttur. Dişlilerin yüklenmesiyle oluşan iletim hatası tahriki ile birbirlerine göre bağıl hareket sonucu titreşim cevabı oluşturmaktadır. Dişli çiftindeki ideal kinematik hareket, giriş ve çıkış arasında sabit oran gerektirir. İletim hatası ise dişli çiftinde döndürme açısına bağlı çıkışta açısal dönme olarak tanımlanmaktadır. İdeal diş formu ve boşluktaki tüm

sapmaları, işleme toleranslarını, işletme şartlarındaki tüm durumları içermektedir. Temas yüzeyine etki eden faktörler Şekil 2.2 ile verilmiştir.



Şekil 2.2 Temas yüzeyine etki eden faktörler [19]

a) Açısal hız: Tahrik frekansı, açısal hız ve modüle bağlıdır.
b) Dişli çiftindeki rijitliğin değişimi şaft frekansına bağlı: şaftın dönme hızına bağlı olarak rijitlikte de dalgalanma olmaktadır. ($\Omega = \omega t$)
c) İletilen yük miktarı: diş üzerindeki deformasyonlar yüke bağlıdır. Uygun profil modifikasyonu ile açısal hızdaki değişim küçültülmeye çalışılır.
d) Dişli ve şaftların dinamik balanssız olması
e) İşletme şartları: aşırı aşınma ve plastik deformasyon iletim hatasını artırmaktadır. Dişliler uygun yağlama sistemine sahip olmalı, uygun sıcaklıkta ve yabancı maddelerden uzak tutulmalıdır.

f) Şaft hizalanması: Dişli üzerindeki yükten, dişlilerin, şaftın, rulmanların ve muhafazanın termal deformasyonlarından etkilenmektedir.
g) Dişteki sürtünmeden kaynaklanan tahrik [19]

Temel dişli gürültü nedenleri [38] Tablo 2.1 ile verilmiştir.

Tablo 2.1 Temel dişli gürültüsü nedenleri [38]

Etken	Problem	Neden
İç Tahrik Kaynağı	Dişli Vınlama Gürültüsü (whine)	Dişli çiftindeki rijitlik değişimi
Dış Tahrik Kaynağı	Dişli Tıkırdama Gürültüsü (rattle)	Tork dalgalanması

2.3 İletim Hatası

Literatürde iletim hatası üç farklı yöntemle bulunmaktadır: enerji metodu, sonlu elemanlar metodu ve deneysel yöntemle bulunabilmektedir. Bazı çalışmalarda iletim hatalarını modellerken diş modifikasyonlarını ve profil hatalarını kare dalga şeklinde yer değiştirme tahriki olarak sisteme dahil edilirken, bazı çalışmalarda ise diş rijitliği hesaplanırken hesaba dahil edilmektedir [71].

Teorik olarak üretim ve montaj hatası olmayan bir dişli çiftinde, girişte pinyon sabit hızlı döndürüldüğünde çıkıştaki dişli de temas oranına bağlı olarak sabit hızla dönecektir. Hâlbuki pratikte, dişte ve gövdesindeki deformasyondan dolayı hareketin düzgün iletilmesi mümkün değildir. İletim hatası, dişin teorik olması gereken pozisyonla gerçekteki pozisyon arasındaki fark olarak tanımlanmaktadır.

Sadece burulma yönündeki yer değiştirme dikkate alınırsa iletim hatası (2.1) ile verilmiştir.

$$TE = \theta_2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)\theta_1 \ \text{[rad]} \tag{2.1}$$

Burada R_1 ve R_2 dişlilerin temel daire yarıçaplarını, θ_1 ve θ_2 dişlilerin gerçekteki açısal pozisyonlarını ifade etmektedir. Kavrama doğrusu boyunca doğrusal yer değiştirme olarak da (2.2) ile verilmektedir.

$$TE = R_2\theta_2 - R_1\theta_1 \ \ [m] \tag{2.2}$$

Literatürde birkaç farklı şekilde iletim hatası tanımlanmıştır.

2.3.1 Yüksüz Statik İletim Hatası

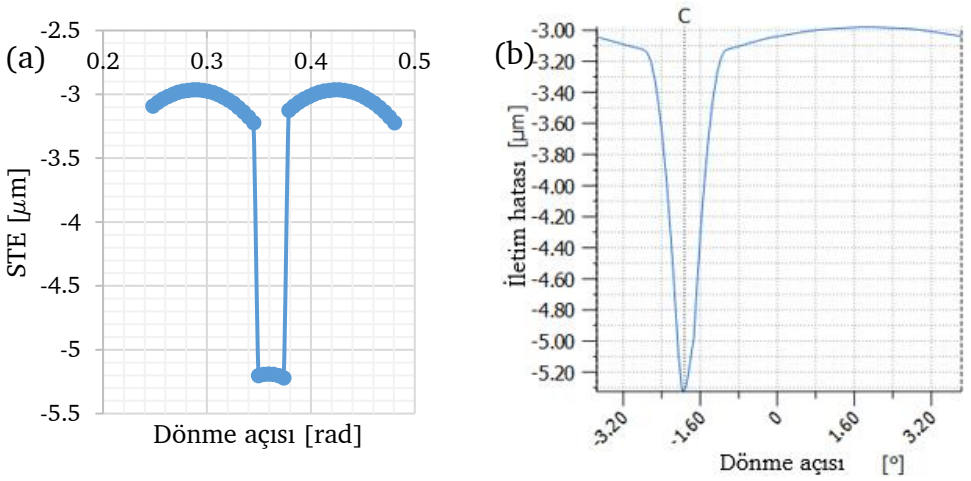
Üretim ve montaj kaynaklı diş profili ve genişliği boyunca olan teorik düzlemden sapma miktarıdır. Bu çalışmada diş modifikasyonları diş rijitliği hesaplanırken dahil edilmiş, profil hataları için AGMA 2015 [72] standardında 3-kalite dişli için tek hatve sapması 3.2 [μm] verildiğinden üç sinüs dalgası olarak dinamik denkleme dahil edilmiştir.

2.3.2 Yüklü Statik İletim Hatası

Tork verildiği durumda diş profili boyunca dişe gelen zorlanmadan dolayı oluşan eğilme, burulma, kesme, eksenel basma ve Hertz gerilmelerinden kaynaklanan deformasyonlardır.

Weber-Banaschek metodu dişe gelen zorlanmalar analitik olarak hesaplanmıştır. Dişin temasa başladığı nokta ile temasın bittiği nokta arasında dönme açısına bağlı olarak n eşit parçaya ayrıldığı varsayıldığında çift diş temasından başlayarak tek dişe düşmesi ve sonrasında izleyen dişin gelmesiyle döngü devam etmektedir. Her bir nokta için gerilme değerleri ayrı ayrı hesaplanmıştır. Böylece her dönme açısına karşılık gelen deformasyon değerleri de interpolasyonla elde edilmiştir.

Dişlinin bir dişe gelen gerilme değerlerinden öncelikle deformasyon sonrasında rijitlik ve statik iletim hatası değerleri Şekil 2.3 ile gösterildiği gibi elde edilmiştir. Gövdeden gelen deformasyon sonlu eleman yöntemiyle hesaplanarak rijitlik hesabına dâhil edilmiştir.



Şekil 2.3 Yüklü statik iletim hatası sırasıyla (a) analitik yöntem ve (b) KissSoft ® kıyaslaması

2.3.3 Dinamik İletim Hatası

Dişli çifti dönme frekansına doğrudan bağlıdır ve aşağıda verilen parametrelerin dinamik modelde tanımlanmasıyla belirlenmektedir. Yüklü iletim hatasının dinamik yüklemeyle iletim hatasındaki genliklerin artması olarak tanımlanabilir. Bu yüklemeyle dinamik yükler ve gerilmeler artarken dişlilerin ömrü azalmaktadır.

- Dişli, şaft gibi döner parçaların kütle ve ataletleri
- Diş, gövde, şaft, rulman ve muhafaza rijitlikleri
- Coulomb veya viskoz sönüm dinamik iletim hatasını doğrudan etkilemektedir.

Z dönme yönündeki hareket denklemi,

$$J\,\ddot{\theta} + c\,\dot{\theta} + k\,\theta = T\ [\mathrm{Nm}] \tag{2.3}$$

Dinamik iletim hatasını istatiksel olarak değerlendirmek için üç farklı yöntem vardır. Dişte çentik etkisi sonucu diş dibinden kırılma etkisini araştırmak için de bu yöntemler kullanılmaktadır.

(2.4) ile verilen kareler ortalamasının karekökü, titreşim ve enerjinin büyüklüğünü vermektedir.

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i|^2} \tag{2.4}$$

Kurtosis, sinyalin şekli ve normal dağılımla diğer sinyallerle olan karşılaştırması (2.5) ile verilmiştir.

$$\text{Kurtosis} = \frac{1}{n}\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right)^2} \tag{2.5}$$

(2.6) ile verilen tepe noktası faktörü ise, sinyalin pozitif veya negatif alanda maksimum değere ulaştığını saptamada kullanılmaktadır [14].

$$\text{Tepe faktörü} = \frac{\max|x_i|}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i|^2} \tag{2.6}$$

Dişli dinamiği denklemlerinde kullanılan ana girdi parametreleri kısaca bu başlık altında bahsedilmiştir. Dişli çifti rijitliğinin hesabı detaylı olarak Bölüm 3 Başlığı altında verilmiştir.

2.3.3.1 Dişli Çifti Rijitliği

Dişlinin geometrisinden kaynaklanan iç tahrik kaynaklı problemde dişlinin tek diş çift diş şeklinde temas etmesi sonucu dişli sistemindeki rijitliğin sürekli değişiminden kaynaklanmaktadır. Yüksek frekanslı olan bu titreşim kaynağı diş üstü veya diş dibinde boşaltma verilerek iletim hatasının azaltılması amaçlanmaktadır. Diş dibi boşaltması diş dibi gerilmesini etkileyeceğinden bu çalışmada sadece tepe boşaltması yapılmıştır.

2.3.3.2 Dişli Sönümü

Malzeme iç sönümü (histerezis) ve yağ filminden kaynaklı viskoz sönüm olarak sönümün iki bileşeni vardır. Yağ filminin oluşumu, kalınlığı ve oluşturacağı sönüm, dişlilerin geometrisi ve dönme hızları kadar yağlama yağının viskozitesine, viskozite-basınç katsayısına ve temas bölgesi sıcaklığına bağlı olacaktır.

Dişli sönümü,

$$c_{dişli} = 2\,\xi\,\sqrt{\frac{k}{\left[\left(\frac{r_{b1}^2}{J_1}\right)+\left(\frac{r_{b2}^2}{J_2}\right)\right]}} \tag{2.7}$$

Şaft sönümü,

$$c_{şaft} = 2\,\xi\,\sqrt{\frac{k_s}{\left[\left(\frac{1}{J_1}\right)+\left(\frac{1}{J_2}\right)\right]}} \tag{2.8}$$

ζ sönüm oranını göstermektedir. Literatürde dişli sönümü için oran 0.03 ile 0.17 arasında, şaft için ise 0.005 ile 0.075 arasında verilmektedir [14].

Şaft sönümü hesabında J_1 dişli atalet momenti alınırsa, J_2 şaft atalet momenti olarak düşünülmelidir. Buradaki şaft burulma rijitliğini (2.9) ile verilen bağıntı kullanılarak bulunabilir.

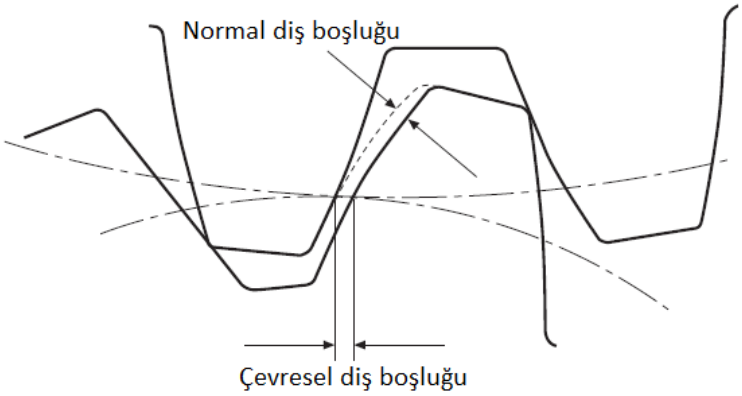
$$k_s = \frac{I_s G}{L} \tag{2.9}$$

Burada I_s polar atalet momentini, G kayma modülünü, L ise şaftın burulma boyunu göstermektedir.

2.3.3.3 Diş Boşluğu

Diş boşluğu eş çalışan dişli çifti temastayken çalışmayan yüzeyler arasında dişlerin kilitlenmeden dönebilmesi için Şekil 2.4 ile gösterildiği gibi gerekli olan mesafe olarak tanımlanmaktadır. Geometriye göre dairesel j_t ve normal j_n diş boşluğu olarak tanımlanır ve aralarında (2.10) ile verilen bir bağıntı vardır [46].

$$j_n = j_t \cos\alpha \tag{2.10}$$



Şekil 2.4 Diş boşluğu tipleri

ISO standardında [46] belirtilen verilmesi gereken minimum diş boşluğu miktarı analizlerde kullanılmak üzere Tablo 3.1 ile verilen dişli parametreleri için (2.11) bağıntısı ile hesaplanmıştır.

$$j_{n_{min}} = \frac{2(0.06 + 0.0005\ AW + 0.03m)}{3}$$

$$j_{n_{min}} = \frac{2(0.06 + 0.0005\ .\ 143.422 + 0.03\ .\ 2.54)}{3} \qquad (2.11)$$

$$j_{n_{min}} = 138.6\ [\mu m]$$

Burada AW dişli eksen merkezleri arasındaki mesafeyi, m ise modülü göstermektedir.

2.3.3.4 Tahrik Torku

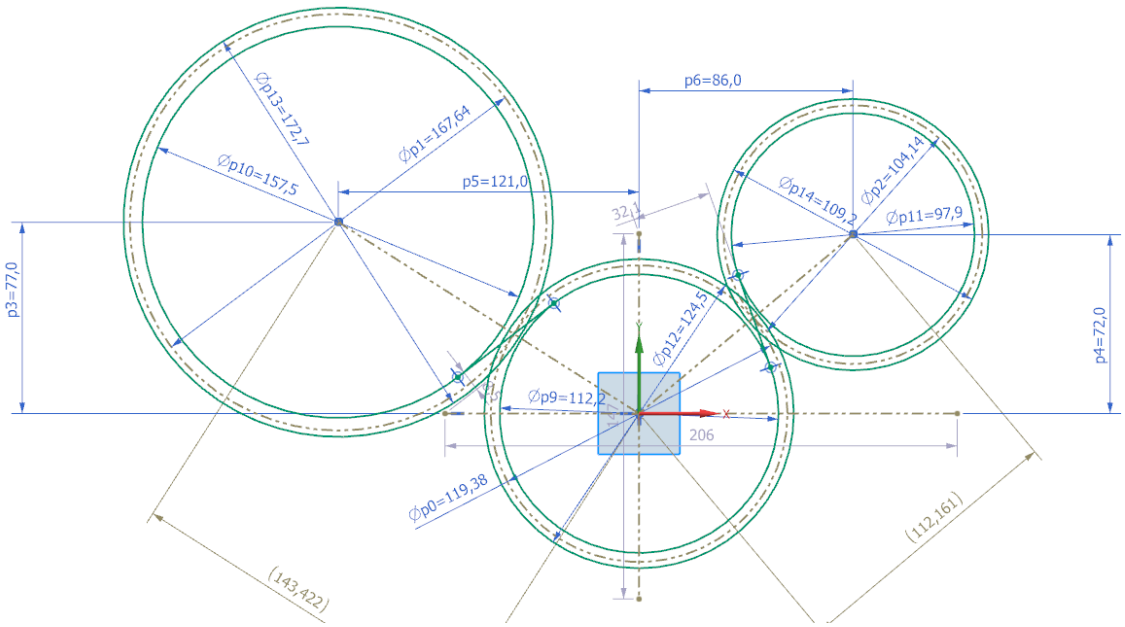
Sistemdeki giriş torku pratikte hiçbir zaman sabit olmayacaktır. Tahrik torkunun değişmesi dişin temastan kopup tekrar temasa girmesine neden olabilir. Diğer bir tıkırdama gürültüsü kaynağı ise belirli hız değerinde sistemdeki torkun az olmasıdır. Yine aynı şekilde diş teması kesilebilir. Dişin sürekli temastan kopup tekrar temasa girmesi nedeniyle oluşan gürültü nedenidir.

3
DİŞLİ GEOMETRİSİ VE DİŞLİ ÇİFTİ RİJİTLİĞİ

Bu bölümde Tablo 3.1 ile verilen temel dişli parametreleri kullanılarak dişli çifti rijitlikleri dişli geometrisi üzerinden analitik olarak hesaplanmıştır. Zamana bağlı değişken dişli çifti rijitlikleri dinamik modelde girdi parametresi olarak ele alınmıştır.

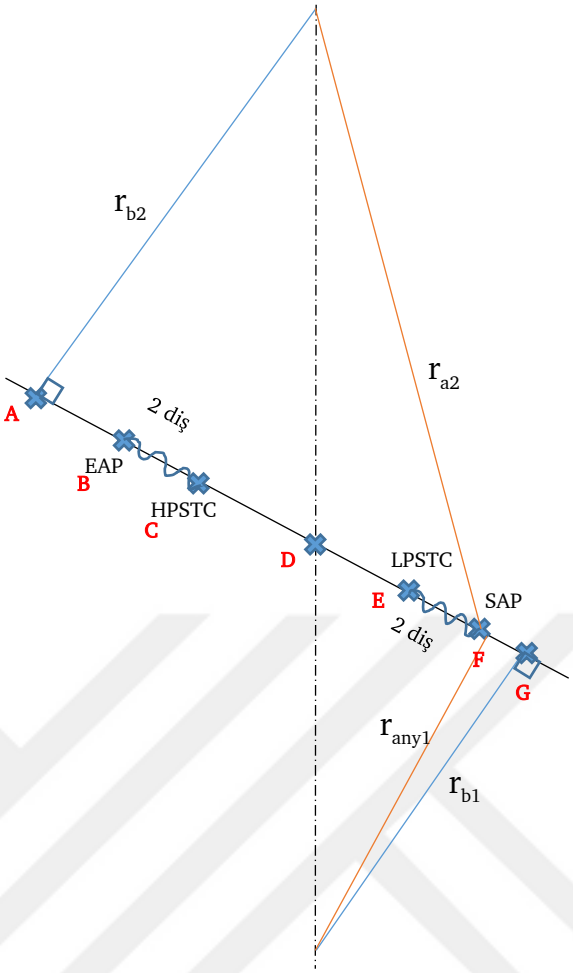
3.1 Dişli Sistemi Geometrisi

Dişli sisteminin kavramsal tasarımında öncelikle sistemin yük ve hız isterlerine göre dişlilerin makro düzeyde diş sayısı, modülü, genişliği ve kavrama açısı belirlenir. Sonrasında genellikle istenen eksen aralığına göre profil kaydırma ile şaftlar yataklanır. Literatürde de verildiği gibi profil kaydırmanın amaçlarından biri; muhafaza üzerinde şaft yataklama koordinatlarının kolay belirlenerek ölçüm kolaylığı sağlaması adına Şekil 3.1 ile gösterildiği gibi tam sayıda tutulmasıdır.



Şekil 3.1 Dişli yerleşim düzeninin belirlenmesi

Dişli çiftinin temasta olduğu her bir nokta hesabında Şekil 3.2 ile gösterilen tek diş çift diş bölgeleri ve diğer uzunluklar bulunmuştur.



Şekil 3.2 Tek ve çift diş temas noktalarının geometri üzerinden belirlenmesi

Dişin temasta olduğu andaki kavrama açısı,

$$\alpha_{any} = \operatorname{acos}\left(\frac{r_b}{r_{any}}\right) = \operatorname{atan}\left(\sqrt{\left(\frac{r_{any}}{r_b}\right)^2 - 1}\right) \tag{3.1}$$

Tek ve çift diş olduğu uzunluklar dişli geometrisinden hesaplanır.

Kavrama doğrusu uzunluğu,

$$|AG| = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{2} \tan \alpha_w \tag{3.2}$$

Dişli merkezleri arası uzaklık,

$$a = m\ \frac{(z_1 + z_2)}{2} \tag{3.3}$$

Çalışma kavrama açısı,

$$\alpha_w = \frac{\operatorname{acos}(r_{b1} + r_{b2})}{a_w} \tag{3.4}$$

Pinyon dişlisinin temasa başladığı yarıçap,

$$r_{EAP1} \rightarrow r_{SAP1} = \sqrt{r_{b1}^2 + \left(|AG| - \left(\sin \alpha_{tip2}\right) r_{tip2}\right)^2} \tag{3.5}$$

Döndürülen dişlinin temasa başladığı yarıçap,

$$r_{EAP2} \rightarrow r_{SAP2} = \sqrt{r_{b2}^2 + \left(|AG| - \left(\sin \alpha_{tip1}\right) r_{tip1}\right)^2} \tag{3.6}$$

Dişli çiftindeki toplam profil kaydırma değeri,

$$x_1 + x_2 = \frac{a_w\ (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)}{m\ \tan \alpha} \tag{3.7}$$

Kavrama doğrusu boyunca Şekil 3.2 ile verilen geometrik ölçülerin çıkarılması,

$$|FG| = |AG| - r_{tip2}\ \sin\left(\frac{\operatorname{acos} r_{b2}}{r_{tip2}}\right)$$
$$|CF| = |BE| = P_B = m\ \pi\ \cos \alpha \tag{3.8}$$

Kavrama doğrusu üzerindeki temas uzunluğu $|BF|$,

$$|BF| = r_{tip1}\ \sin \alpha_{tip} - |FG| \tag{3.9}$$

Diğer geometrik mesafeler,

$$|BG| = r_{tip1}\ \sin \alpha_{tip1}$$
$$|EF| = |BF| - |BE| \tag{3.10}$$
$$|AB| = |AG| - |BG|$$

$$|BC| = |BF| - |BE|$$

$$|AF| = r_{tip2} \ \sin \alpha_{tip2}$$

$$|AE| = |AF| - |EF|$$

Teorik temas oranı,

$$CR = \frac{\text{Temas uzunluğu}}{\text{Temel Hatve } P_B} = \frac{|BF|}{|BE|} \tag{3.11}$$

Pinyonun temasa başlama yarıçapı,

$$r_{SAP1} = \sqrt{|FG|^2 + r_{b1}^2} \tag{3.12}$$

Pinyonun temas bitiş yarıçapı,

$$r_{EAP1} = r_{tip1} \tag{3.13}$$

Dişlinin temasa başlama yarıçapı,

$$r_{SAP2} = r_{b2} \ \cos \alpha_{SAP2} \tag{3.14}$$

Dişlinin temas bitiş yarıçapı,

$$r_{EAP2} = r_{tip2} \tag{3.15}$$

Pinyon için tek diş temasında en yüksek anlık yarıçap,

$$r_{HPSTC1} = \sqrt{r_{b1}^2 + (|CF| + |FG|)^2} \tag{3.16}$$

Pinyon için tek diş temasında en düşük anlık yarıçap,

$$r_{LPSTC1} = \sqrt{r_{b1}^2 + (|EF| + |FG|)^2} \tag{3.17}$$

Dişli için tek diş temasında en yüksek anlık yarıçap,

$$r_{HPSTC2} = \sqrt{r_{b2}^2 + (|AE|)^2} \tag{3.18}$$

Dişli için tek diş temasında en düşük anlık yarıçap,

$$r_{LPSTC2} = \sqrt{r_{b2}^2 + (|AB| + |BC|)^2} \tag{3.19}$$

3.2 Sistem Rijitliğine Etki Eden Faktörler

Elastik deformasyon etkenleri ve statik deformasyonlar olarak iki grupta verilmiştir.

Elastik deformasyon etkenleri:

- Dişli çifti; basma, eğilme, kesme, eksenel basma ve Hertz gerilmelerinden kaynaklanan deformasyonlardır.
- Dişli gövdesi; gövdedeki boşaltma ve deliklerden kaynaklanan deformasyonlardır.
- Şaft – göbek bağlantısı; yeterince rijit bağlandığı düşünülürse ihmal edilebilir.
- Rulman, yüke bağlı olarak yükün geldiği yönlerde farklı farklı deformasyon elde edilmekte ve buna bağlı olarak her bir yön için rijitlik değeri verilmektedir.
- Muhafaza; deneysel veya sonlu elemanlar yöntemiyle elastik deformasyon hesaplanabilir. Konik rulman kullanımında eksenel yöndeki deformasyon da dişli yüklerini göz önüne alınarak hesaplanabilir.
- Alt yapı; bağlantı yerindeki yer değiştirmeyi teşkil etmektedir.

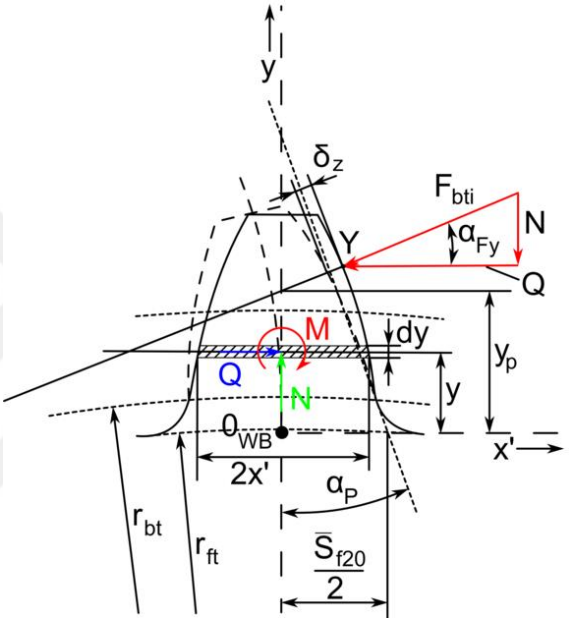
Statik deformasyonlar etkenleri:

- Rulmanlardaki boşluklar, termal genleşmeler, sıkı geçme, kaymalı yataklarda yağ filmi kalınlığı gibi etmenler
- İşleme toleransından gelen sapmalar [19]

3.2.1 Eğilme, Kayma ve Eksenel Basma Zorlanmalarından Kaynaklanan Deformasyon

Birim yük $F_{bti} = 1$ [N] ve dişli genişliği $b = 1$ [mm] için eğilme, kayma ve eksenel basma deformasyonları Şekil 3.3 ile verilen geometrik ölçüler hesaplanmıştır. Burada yükten bağımsız olarak deformasyon değeri elde edilmektedir.

Dişli geometrisinde bazı değerlerin hesabı verilmiştir. Dişteki deformasyon bileşenlerini bulurken geometrik ölçüler elde edilmiş olmalıdır.



Şekil 3.3 Eğilme, kayma ve basma deformasyon hesabı [73]

Hatve uzunluğu,

$$p = m\,\pi \tag{3.20}$$

Referans dairesi çapı,

$$D_{ref} = m\,z \tag{3.21}$$

Temel dairesi çapı,

$$D_b = m\,z\cos\alpha \tag{3.22}$$

Diş üstü dairesi çapı,

$$D_a = D_{ref} + 2\ m\ (add) + 2\ m\ x_i \tag{3.23}$$

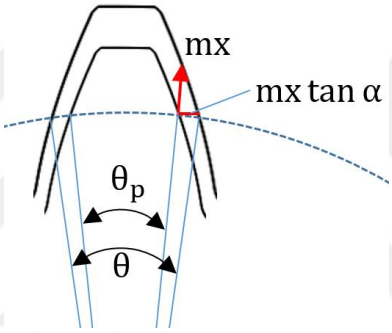
Diş dibi dairesi çapı,

$$D_d = D_{ref} - 2\ m\ (ded) - 2\ m\ x_i \tag{3.24}$$

Çalışma kavrama açısındaki dönme açısı,

$$\theta_p = \tan \alpha_w \tag{3.25}$$

Dişli geometri hesabında profil kaydırmada diş boşluğunun etkisi Şekil 3.4 ile gösterildiği gibi diş kalınlığına dahil edilmiştir.



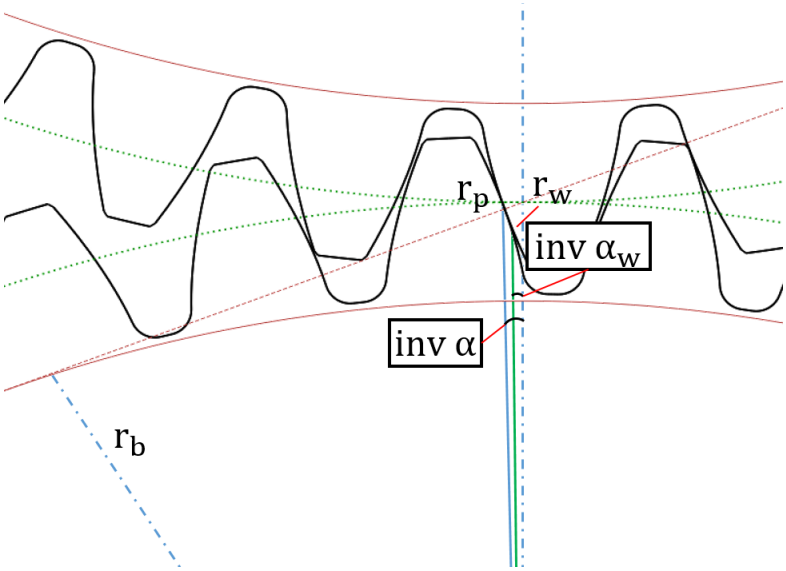
Şekil 3.4 Profil kaydırma ile diş kalınlığındaki değişim

Profil kaydırma ile taksimat dairesindeki diş kalınlığı açısı,

$$\theta = \frac{\pi\ m}{2} + 2\ m\ x \tan \alpha - b \tag{3.26}$$

Burada m modülü, x profil kaydırma miktarını, α kavrama açısını, b diş yan boşluğunu göstermektedir. Eksenlerde ölçüm kolaylığı sağlamak amacıyla profil kaydırma uygulanmıştır. Diş kalınlığındaki profil kaydırmaya bağlı genişleme ve daralma olmaktadır.

Şekil 3.5 ile verilen geometri kullanılarak toplam profil kaydırma oranı (3.27) ile gösterildiği gibi elde edilmiştir.



Şekil 3.5 Profil kaydırma miktarının bulunması

$$m \tan\alpha\,(x_1 + x_2) = (\text{inv}\ \alpha_w - \text{inv}\,\alpha)(r_{w1} + r_{w2})$$
$$x_1 + x_2 = \frac{(\text{inv}\,\alpha_w - \text{inv}\,\alpha)(r_{w1} + r_{w2})}{m \tan\alpha} \tag{3.27}$$

Burada x_1 ve x_2 için değer belirlenerek diğer dişlideki profil kaydırma oranı bulunmaktadır.

Temas noktasındaki herhangi bir noktanın dönme açısı,

$$\theta_{any} = \left(\frac{r_{any}}{\frac{d_{b1}}{2}}\right)^2 - 1 = \tan\alpha_{any} \tag{3.28}$$

(3.26) diş kalınlığı açısı (3.29) ile herhangi bir noktadaki diş kalınlığı için verilen bağıntıda kullanılmıştır.

$$S_{w\,any} = r_{any}\left(\theta + 2\left((\theta_{ref} - \text{atan}\,\theta_{ref}\right)) - \left(\theta_{any} - \text{atan}\,\theta_{any}\right)\right) \tag{3.29}$$

Doğrusal diş kalınlığı,

$$S_l = 2\,r_{any}\,\sin\left(\frac{\frac{S_{w\,any}}{r_{any}}}{2}\right) \tag{3.30}$$

Yük uygulama noktası,

$$RL = \frac{\frac{d_{b1}}{2}}{\cos(\beta_{any})} \tag{3.31}$$

Yük uygulama noktasının temel daireye olan mesafesi,

$$Y_{p_i} = RL_i - \frac{d_{b1}}{2} \cos\left(\pi \frac{m}{d_{ref1}}\right) \tag{3.32}$$

Her bir ortalama diş kesit kalınlığı,

$$A_i = \frac{S_{l\,any_i} + S_{l\,any_{i+1}}}{2} \tag{3.33}$$

Kesit atalet momenti,

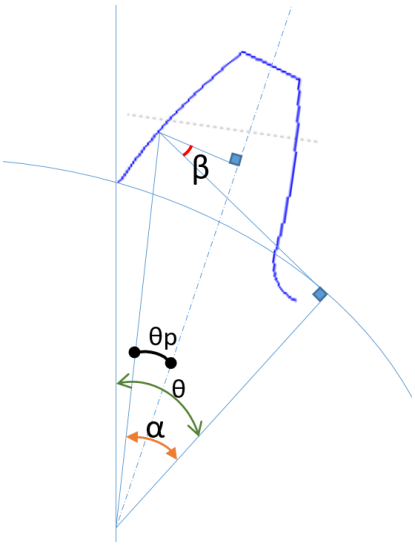
$$J_i = \left(\frac{S_{l\,any_i} + S_{l\,any_{i+1}}}{2}\right)^3 \tag{3.34}$$

Herhangi bir noktadaki dönme, kavrama ve kuvvet açısı arasındaki bağıntı,

$$\theta_{p\,any} = \frac{1}{2} \frac{S_{w\,any}}{r_{any}} \tag{3.35}$$

Şekil 3.6 ile yük açısının zamanla değişimi kavrama açısı ile diş kalınlığı açısına bağlı olarak (3.36) ile ifade edilmiştir.

$$\beta_{any} = \alpha_{any} - \theta_{p\,any} \tag{3.36}$$



Şekil 3.6 Yük açısının belirlenmesi

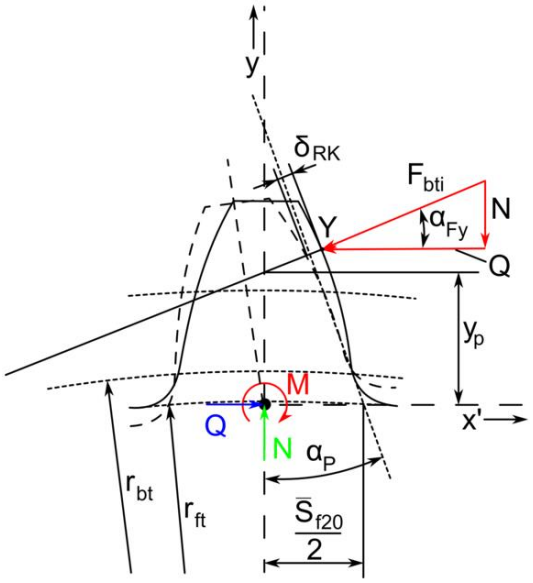
Eğilme, kayma ve eksenel basma zorlanmalarından kaynaklanan deformasyon,

$$\delta_z = \frac{F_{bti}}{fw}\left(\cos\alpha_{Fy}\right)^2 \frac{1-\nu^2}{E}\left[12\int_0^{y_p}\frac{\left(y_p-y\right)^2}{(2x')^3}dy + \left(\frac{2{,}4}{1-\nu}+\left(\tan\alpha_{Fy}\right)^2\right)\int_0^{y_p}\frac{dy}{2x'}\right] \tag{3.37}$$

3.2.2 Gövdeye Bağlantı Deformasyonu

Dişli gövdesi ile yüke maruz kalan dişin birleşme yüzeyinden yaptığı yükten bağımsız deformasyon miktarıdır. Dişli gövdesindeki yer değiştirme miktarı ayrıca hesaplanmaktadır.

$\overline{Sf_{20}}$ ölçüsü, dişlide temel daire ile diş dibi çapı büyüklüğüne göre Şekil 3.7 kullanılarak belirlenmiştir.



Şekil 3.7 Dişin gövdeye bağlantı esnekliği [73]

Diş dibi yarıçapı temel daire yarıçapından büyük eşit ise referans eksendeki dönme açısı,

$$rf_1 >= rb_1$$

$$\theta_{ref} = \sqrt{\left(\frac{r_{ref1}}{rb_1}\right)^2 - 1} \tag{3.38}$$

Diş dibine doğru evolvent profili devam ettirilirse burada diş dibi kalınlığı ve doğrusal dibi kalınlığı (3.39) ve (3.40) bağıntıları kullanılarak elde edilmiştir.

$$L_{ek} = \left(\frac{S_{l_{ref}}}{\tan\alpha} + r_{ref1}\right)\tan\alpha \tag{3.39}$$

$$\overline{Sf_{20}} = kök\left((1+\tan^2\alpha)\,(-2\,L_{ek})\,\left(L_{ek}^2 - r_{kök}^2\tan^2\alpha\right)\right) \tag{3.40}$$

Temel dairesi yarıçapı diş dibi yarıçapından büyük ise,

$$rf_1 < rb_1$$

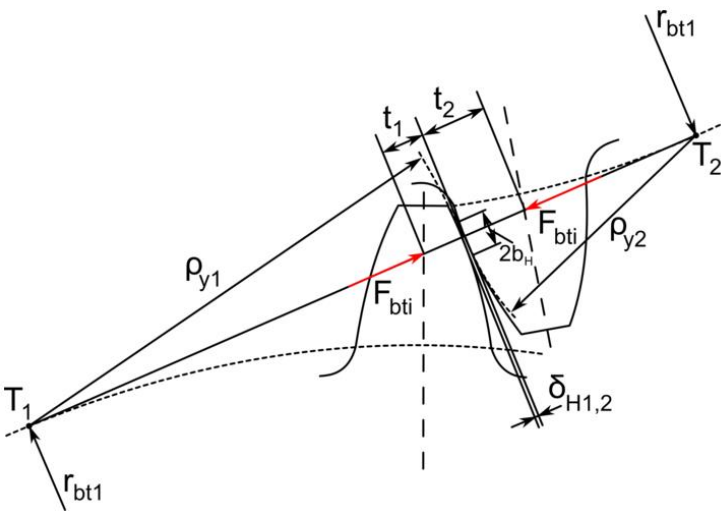
$$\overline{Sf_{20}} = rf_1 \sin\left(\frac{\frac{Sw_{root}}{rf1}}{2}\right)2 + (rb_1 - rf_1)\tan(\alpha) \tag{3.41}$$

y_p diş dibinden olan mesafeyi göstermektedir. Gövdeye bağlantı deformasyonu,

$$\delta = \frac{F}{fw}(\cos\beta_{load})^2 \frac{1-\nu^2}{E}\left[\frac{18}{\pi}\frac{y_p^2}{S_{f20}^2} + \frac{2(1-2\nu)}{1-\nu}\frac{y_p}{S_{f20}} + \frac{4{,}8}{\pi}\left(1+\frac{1-\nu}{2{,}4}(\tan\beta_{any})^2\right)\right] \quad (3.42)$$

3.2.3 Hertz Deformasyonu

Şekil 3.8 ile verilen b_H değeri uygulanan yükle oluşan düzleşme yüzeyidir. Dişli çifti rijitliğini oluşturan etmenlerden sadece Hertz gerilmesi yüke bağlıdır.



Şekil 3.8 Hertz gerilmesinden kaynaklanan esneklik hesabı [73]

Eğrilik yarıçapı,

$$\rho_{1,2} = r_{1,2}\ \sin\alpha_{1,2} \quad (3.43)$$

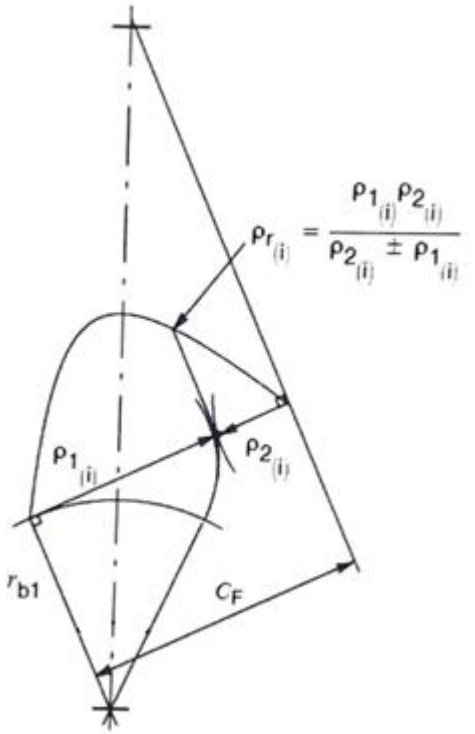
İndirgenmiş elastisite modülü,

$$E_r = 2\left(\frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2}\right)^{-1} \quad (3.44)$$

Her bir temas noktasındaki eğrilik yarıçapı,

$$\rho_{(i)} = r_{any}\ \sin\alpha_i \quad (3.45)$$

Pinyon ve dişli bağıl eğrilik yarıçapı Şekil 3.9 ile gösterildiği gibi (3.46) hesaplanmıştır.



Şekil 3.9 Bağıl eğrilik yarıçapı [74]

$$\rho_{r\,(i)} = \frac{\rho_{1\,(i)}\ \rho_{2\,(i)}}{\rho_{2\,(i)} \pm \rho_{1\,(i)}} \tag{3.46}$$

Kavrama doğrusu boyunca birim genişliğe gelen kuvvet,

$$W = \frac{T\ \frac{10^3}{\frac{z_1\ m\ \cos\alpha}{2}}}{fw} = \frac{F}{fw} \tag{3.47}$$

Dikdörtgen temas bandının yarı genişliği,

$$b_H = \sqrt{8\ W\ \frac{\rho_1\ \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}\ \frac{1}{\pi\ E_r}} \tag{3.48}$$

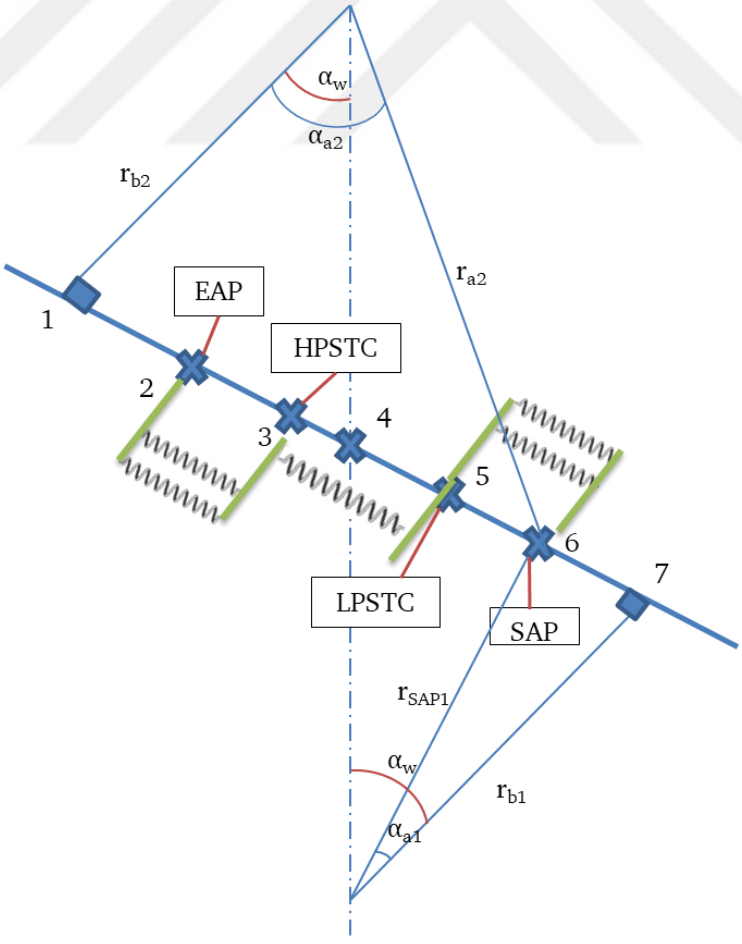
Kavrama doğrultusundaki diş genişliği,

$$t_{1,2_i} = \frac{ltt_i \ 0.5}{\cos\beta_i} \tag{3.49}$$

Hert deformasyonu ile dişteki esneme miktarı pinyon ve dişli için (3.50) bağıntısı kullanılarak ayrı ayrı bulunmaktadır.

$$\delta_{1,2} = \frac{F}{\pi \, fw_{1,2}} \left[\left| \frac{1-\nu_1^2}{E_1} \ln\left(\frac{b_H^2}{4 \ t_1^2}\right) + \frac{\nu_1(1+\nu_1)}{E_1} \right| + \left| \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \ln\left(\frac{b_H^2}{4 \ t_2^2}\right) + \frac{\nu_2(1+\nu_2)}{E_2} \right| \right] \tag{3.50}$$

Düşük kavrama oranlı dişli çifti sisteminde, pinyon ve dişlide tek diş – çift diş teması sırasıyla gerçekleşmektedir. Tek diş teması olduğu durumda pinyon ve dişlideki iki diş Şekil 3.10 ile verildiği gibi seri bağlı olarak ele alınmaktadır. Çift diş durumunda her iki diş çiftinde seri bağlı olarak dönme açısına bağlı olarak hesaplanmıştır.



Şekil 3.10 Tek ve iki diş temasta olmasına göre toplam dişli çifti rijitlik hesabı

Her bir dişteki rijitlik değeri,

$$k_{1,2} = \frac{1}{\left(\delta_{b_{1,2}} + \delta_{s_{1,2}} + \delta_{a_{1,2}} + \delta_{f_{1,2}} + \delta_{h_{1,2}}\right)} \tag{3.51}$$

Bu tez kapsamında kullanılan tork ayrım dişli parametreleri Tablo 3.1 ile verilmiştir. Bunun yanında doğrulama amaçlı Kahraman'ın [75] verdiği dişli parametreleri Tablo 4.1 ile verilmiştir.

Tablo 3.1 Hesaplamalarda kullanılan vaka çalışması dişli parametreleri

	Pinyon	**Dişli**
Diş sayısı	47	66
Modül	2.54	
Çalışma kavrama açısı [°]	19.9032	
Temel daire [mm]	119.38	167.64
Referans dairedeki diş kalınlığı [mm]	3.8832	3.8086
Diş üstü çapı [mm]	124.46	172.5445
Diş dibi çapı [mm]	113.03	161.1145
Dişli genişliği [mm]	20	
Ağırlık [kg]	17.461	34.433
Atalet [kgm^2]	0.0031	0.0121
Elastisite modülü [MPa]	206000	
Poisson katsayısı	0.3	
Merkezler arası uzaklık [mm]	143.422	
Kavrama doğrusu boyunca yarım diş boşluğu [mm]	0.0693	
Temas oranı	1.7772	
Profil modifikasyonu [μm]	5.2	

İki diş için eş değer rijitlik,

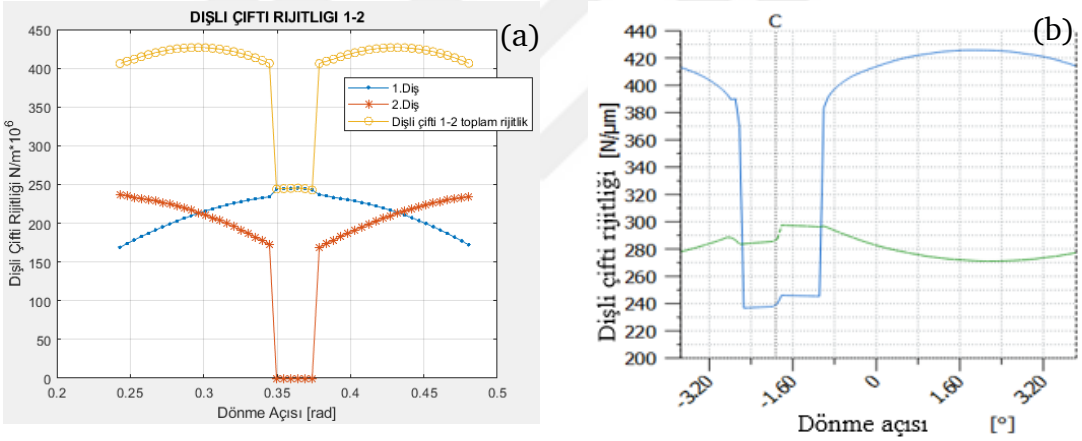
$$K_1 = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \tag{3.52}$$

K_2'de benzer şekilde uygun dönme açısına bağlı olarak elde edilir. Burada tek diş temasına düştüğü dönme açısında rijitlik değeri sıfır alınır. Böylelikle parametrik hale getirilebilir.

Sonrasında iki diş paralel bağlı yay olarak toplanmaktadır. Böylece dişli çifti eş rijitliği (3.53) ile verildiği gibi elde edilir.

$$K_{eş} = K_1 + K_2 \tag{3.53}$$

Burada verilen hesaplama algoritmasına göre dişli çifti rijitliği Şekil 3.11 ile bulunmuş ve KissSoft® yazılımı ile kıyaslanmıştır.



Şekil 3.11 Dişli çifti rijitliği sırasıyla (a) analitik yöntem (b) yazılım kıyaslaması

3.3 Tepe Boşaltması ve Dişli Dinamiğine Olan Etkisi

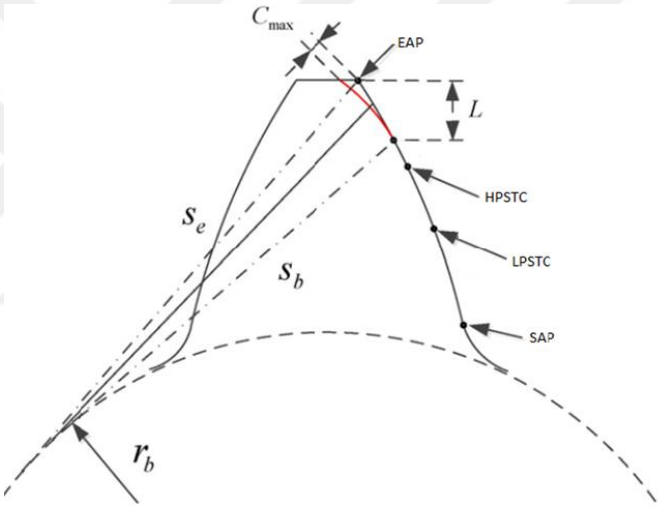
Diş modifikasyonu diş profili ve genişlik boyunca yapılabilen gürültü ve titreşimi düşürmek için önemli bir metottur.

Profil modifikasyon miktarı aktarılan tork miktarına doğrudan bağlıdır. Tepe boşaltma miktarı, iletim hatasının en fazla değeri kadar verildiğinde hem statik iletim hatası miktarı minimum sağlanabilecek hem de zamana bağlı rijitlik değişimindeki değişim en küçük sapmada tutulabilecektir. Profil modifikasyon

yapılmasının amacı; iletim hatasındaki tepeden tepeye olan sıçramaları en aza indirmek ve tek diş–çift diş geçişlerinde bir dişe gelen normal kuvvetin dağılımını doğrusallaştırmak için yapılmaktadır. Böylece iç tahrik kaynaklarından diş rijitliği değişiminin etkisi en aza indirgenmiş olur [22].

Elde edilen statik iletim hatasının en fazla değeri kadar tepe boşaltması verilerek sistemdeki statik iletim hatası mikron mertebesine kadar indirilmiştir. Sistemdeki bozucu etkilerden biri büyük ölçüde azaltılmıştır.

HPSTC ile LPSTC arasında dişli tek diş temasından geçip çift diş temasına doğru ilerleyecektir. Ani rijitlik değişimini önlemek için; tek diş ile çift diş arasındaki deformasyon kadar Şekil 3.12 ile gösterildiği gibi HPSTC noktasından itibaren kademeli olarak diş üstüne çapına kadar hassas işleme yapılmaktadır.



Şekil 3.12 Tepe boşaltma geometrisi [70]

Tepe boşaltması kısa-uzun veya doğrusal-kübik olacak şekilde verilebilmektedir. Bu çalışmada HPSTC'den başlayacak yani tüm rijitlik değişimini kapsayacak uzun ve doğrusal bir değişim Tablo 3.2 ile verildiği gibi ön görülmüştür. Dişlinin dönme hareketindeki temas durumuna bağlı olarak tepe boşaltması miktarları belirlenmiştir.

Tablo 3.2 Dişlerdeki tepe boşaltma miktarının belirlenmesi

	Dişli Çifti – 1		**Dişli Çifti – 2**	
	Pinyon-1	Dişli-1	Pinyon-2	Dişli-2

Çift Diş Teması	0	C_{maks}	C_{min}	0
	0	C_{min}	C_{maks}	0
Tek Diş Teması	0	0	0	0
Çift Diş Teması	C_{min}	0	0	C_{maks}
	C_{maks}	0	0	C_{min}

En yüksek tek diş temas noktasındaki yuvarlanma yarıçapı,

$$S_{HPSTC_{1,2}} = r_{HPSTC_{1,2}} \sin \alpha_{HPSTC_{1,2}} \tag{3.54}$$

Tepe boşaltması miktarı,

$$C_i = C_{maks} \frac{S_i - S_{HPSTC_{1,2}}}{S_{tip_{1,2}} - S_{HPSTC_{1,2}}} \tag{3.55}$$

Birim uzunluktaki normal kuvvet,

$$W = \frac{F_n}{fw} \tag{3.56}$$

Statik iletim hatası,

$$x_t = \frac{W}{K_{eq}} \tag{3.57}$$

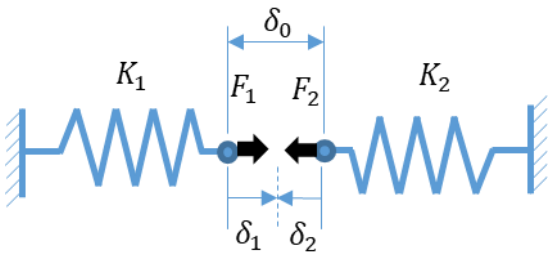
Her bir dişteki anlık kuvvet,

$$W_{1,2} = x_t \ K_{1,2} \tag{3.58}$$

Düşük kavrama oranlı bir dişli çiftinde iki dişe farklı miktarda kuvvet gelmektedir. Burada ilk diş temasa başlarken ikinci dişli HPSTC noktasından geçmiş olmaktadır. Toplam kuvvet,

$$W = W_1 + W_2 \tag{3.59}$$

İkinci diş çifti için anlık kuvvet değişimi denklem (3.60) ile belirtildiği gibi temas noktaları arasındaki boşluğu dikkate alınarak hesaplanmaktadır. Dişler aradaki boşluktan dolayı Şekil 3.13 ile gösterildiği gibi seri olarak bağlanmaktadır.



Şekil 3.13 Boşluk durumuna göre yay rijitliği hesabı

$$W_2 = W\left(\frac{K_2}{K_{eş}}\right) - \left(\frac{K_1\,K_2}{K_1 + K_2}\right)\left(\sum \Delta p_2 - \sum \Delta p_1\right) \tag{3.60}$$

Anlık ilk diş çiftindeki kuvvet, toplam birim uzunluktaki kuvvetten ikinci diş çiftindeki kuvvet çıkarılarak bulunmaktadır.

Statik iletim hatası her bir diş çiftinde (3.61) ile ayrı ayrı hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} x_{t_1} &= \frac{W_1}{K_1} + \sum \Delta p_1 \\ x_{t_2} &= \frac{W_2}{K_2} + \sum \Delta p_2 \end{aligned} \tag{3.61}$$

Hangi dişteki iletim hatası fazla ise dişli sistemindeki hata o dişe aittir. Böylece sistemin yeni iletim hatası değeri (3.62) ile belirlenmektedir.

$$x_t = \max\left(x_{t_1}, x_{t_2}\right) \tag{3.62}$$

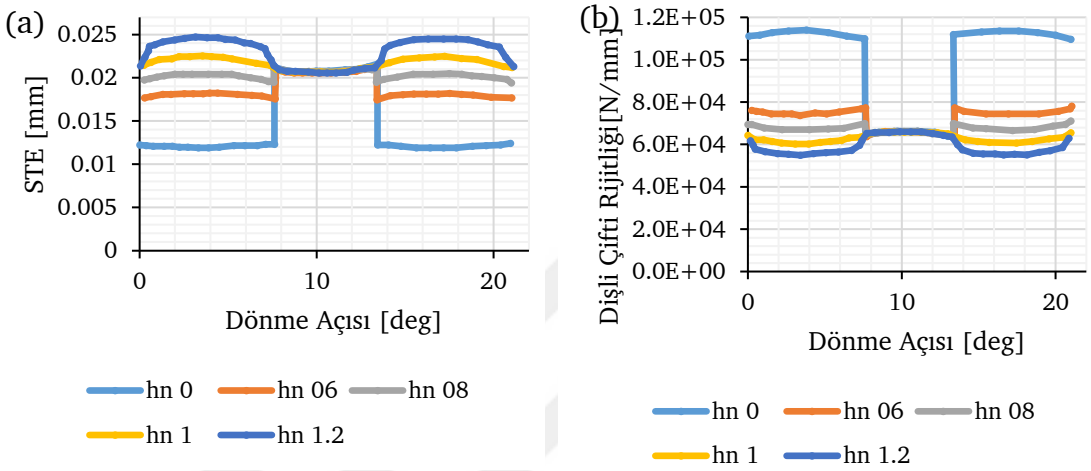
Sistemdeki giriş torku denklem (3.63) ile verildiği gibi belirtilebilir.

$$T = k\,x_t\,r \tag{3.63}$$

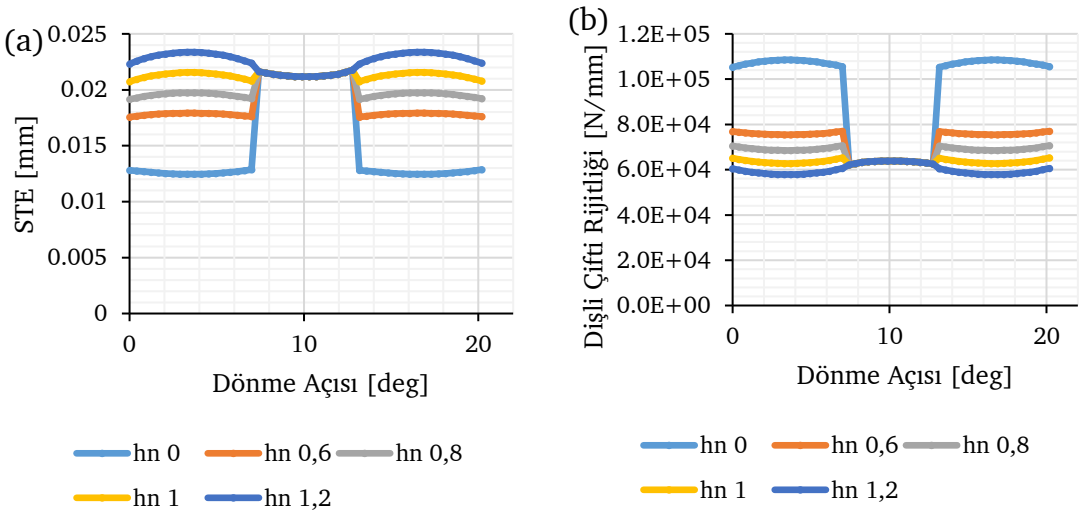
Tepe boşaltması verilen dişli çiftinde elde edilen statik iletim hatası dişli çifti rijitliği elde etmek için (3.64) kullanılmıştır.

$$k^{*}_{(t)} = \frac{T}{x_t\, r} \tag{3.64}$$

Hesaplama algoritması sonucu Şekil 3.14 ile elde edilen statik iletim hatası ve dişli çifti rijitliği sonuçları Şekil 3.15 [37] ile verilen sonuçlarla arasında yaklaşık %94 oranında benzerlik bulunmaktadır.



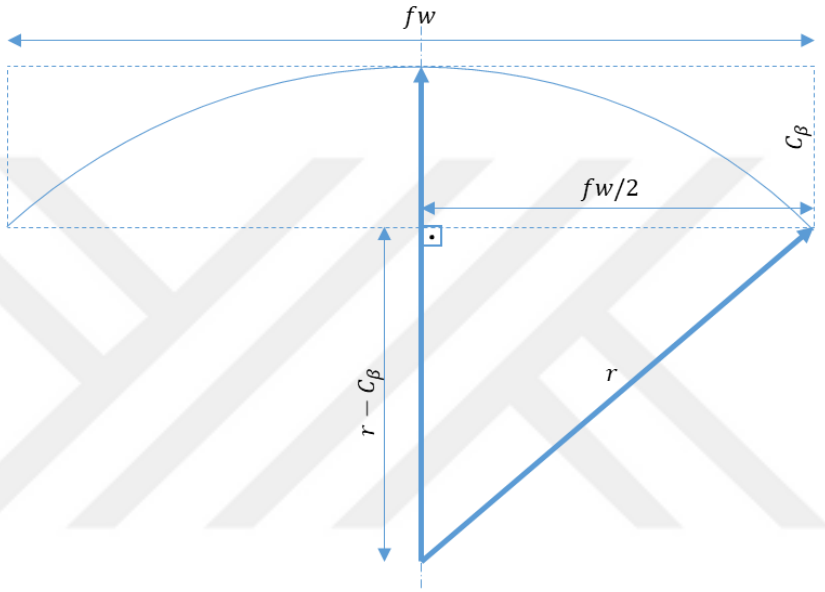
Şekil 3.14 Ghosh'un elde ettiği (a) STE (b) dişli çifti rijitliği [37]



Şekil 3.15 Çeşitli tepe boşaltması değerlerinde hesaplanan (a) STE (b) dişli çifti rijitliği

3.4 Diş Bombeliği

Diş bombeliği genellikle diş kalınlığının diş genişliği boyunca değiştirilmesi olarak tanımlanmaktadır. Dişli genişliği boyunca verilen diş bombeliğinin geometrisi Şekil 3.16 ile gösterilmiştir. Diş bombeliği mikro modifikasyonun amacı, diş temasındaki kaçıklığı iyileştirerek daha iyi bir temas yüzeyi sağlanmasıdır. Düz dişlilerde kaçıklıktan kaynaklı iletim hatası dişli gürültüsündeki temel faktörlerden biridir [76]. Diş bombeliğinin dişli çifti rijitliği…?



Şekil 3.16 Bombelik yarıçapının belirlenmesi

Diş bombeliği yarıçapı,

$$\left(\frac{\mathrm{fw}}{2}\right)^2 + \left(\mathrm{r} - \mathrm{C}_\beta\right)^2 = \mathrm{r}^2$$

$$\mathrm{r} = \frac{\left(\frac{\mathrm{fw}^2}{4} + \mathrm{C}_\beta^2\right)}{2\,\mathrm{C}_\beta} \tag{3.65}$$

Burada, fw dişli genişliğini, r diş bombeliği eğrisinin yarıçapını, C_β en fazla diş bombeliği miktarını belirtmektedir.

Diş bombeliği artım aralık değerini tanımlamak için dişli genişliği yarısı ele alınmıştır. Öncelikle, yarı dişli genişliği eşit aralıklara bölünerek artım aralık fonksiyonu (3.66) ile tanımlanmıştır.

$$\text{step}_{\text{fw}} = 1 \ldots \frac{\frac{\text{fw}}{2}}{\text{NS}} \ldots \frac{\text{fw}}{2} \tag{3.66}$$

Dişli genişliğine tekabül eden açıdaki artım değeri üçgen trigonometrisinden (3.67) ile bulunmaktadır.

$$\text{step}_{\text{deg}} = \text{asin}\left(\frac{\text{step}_{\text{fw}}}{\text{r}}\right) \tag{3.67}$$

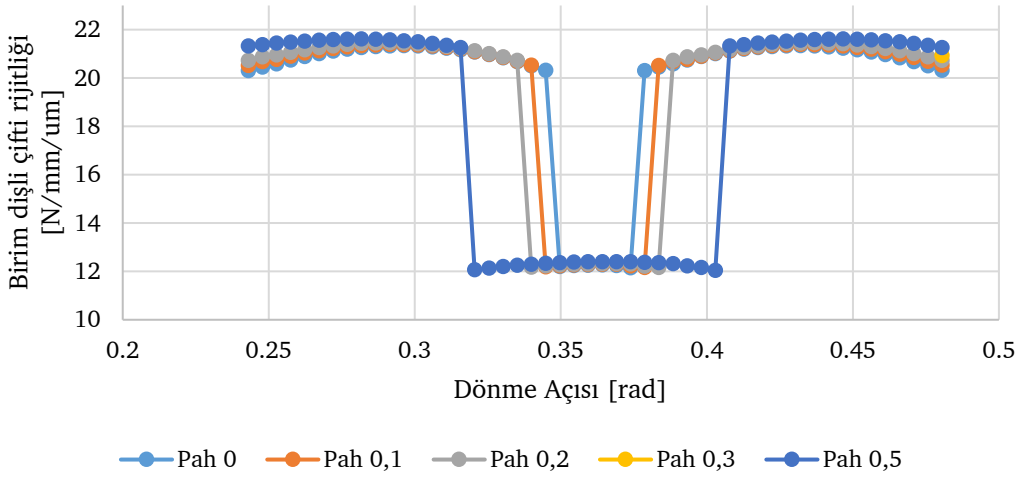
Yarım dişli genişliğindeki her bir diş bombeliği miktarı (3.68) ile verildiği gibi elde edilmiştir. Tüm dişli genişliği de benzer şekilde bulunmaktadır.

$$C_{\beta_{(i)}} = \text{r}\left(1 - \cos\left(\text{step}_{\text{deg}}\right)\right) \tag{3.68}$$

3.5 Farklı Dişli Makro Parametrelerinde Dişli Çifti Rijitliğinin Değişimi

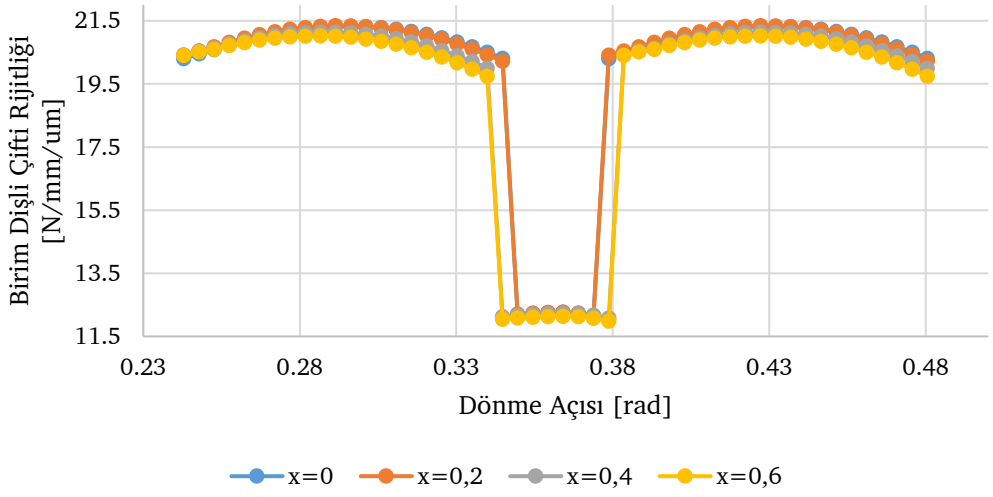
Bu bölümde Tablo 3.1 ile verilen ilk dişli çifti parametreleri kullanılarak dişlideki diğer parametreler sabit tutulup makro geometri faktörlerinden bazıları matematiksel modeli doğrulama amaçlı değiştirilerek dişli çifti rijitliğinin değişimi incelenmiştir.

Pah kırma diş üzerinde düz dişli çiftinin çift diş temas bölgesi olan diş üstü çapı bölgesinde yapıldığından çift diş bölge temasını kısaltmaktadır. Dolayısıyla dişli çiftinin dönme açısına bağlı tek diş temas bölgesi Şekil 3.17 ile gösterildiği gibi uzamaktadır. Burada köşe temas etkisi veya uzatılmış diş teması olgusu göz ardı edilmiştir.



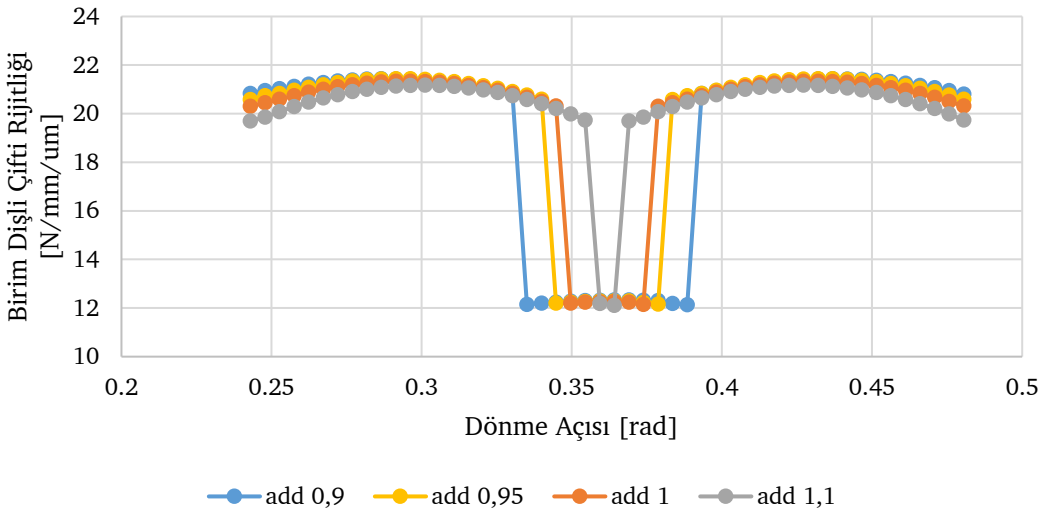
Şekil 3.17 Farklı pah kırma değerlerinde dişli çifti rijitliği

Eksenler arası mesafe sabit; yani dişli çiftinde toplam profil kaydırma oranını sabit tutarak tek dişli üzerindeki profil kaydırma oranını değiştirerek dişli çiftinin rijitliğinin değişimi Şekil 3.18 ile incelenmiştir. Tek diş temasına düştüğü bölge artarken rijitlik değeri az miktarda azalmaktadır.



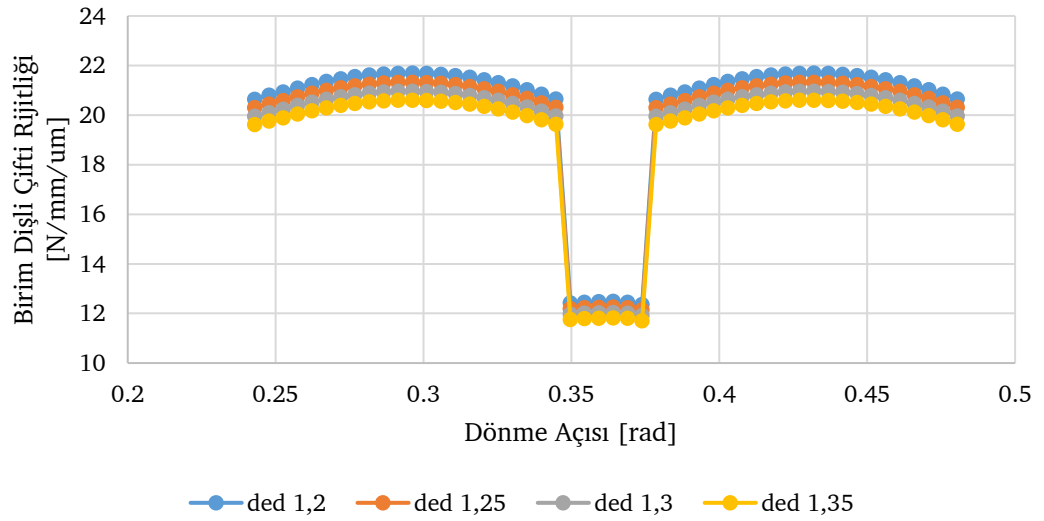
Şekil 3.18 Farklı profil kaydırma oranlarında dişli çifti rijitliği

Diş üstü katsayısı farklı değerler kullanıldığındaki durum Şekil 3.19 ile incelenmiştir. Bu katsayının daha yüksek alınması diş boyunu uzatarak daha uzun süre temasta kalmasını sağlamaktadır. Dolayısıyla tek diş bölgesi azalmakta ve rijitlik değeri pek etkilenmemektedir.



Şekil 3.19 Farklı diş üstü katsayısında dişli çifti rijitliği

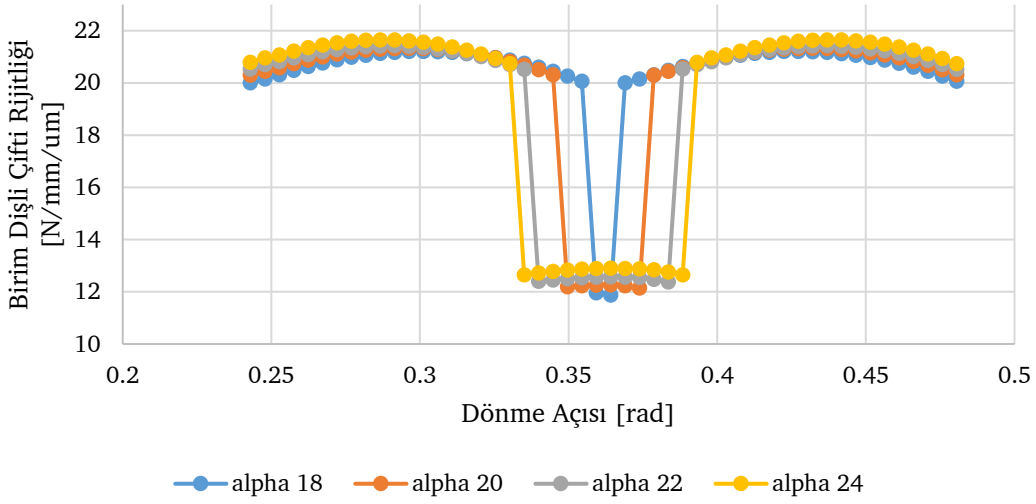
Diş dibi katsayısının farklı değerler kullanıldığındaki durum Şekil 3.20 ile gösterilmiştir. Dişlinin diş üstü çapında değişme olmamakta ve dişlideki tek diş çift diş temas bölgeleri değişmemektedir. Daha yüksek değer kullanılması durumunda dişli çifti rijitliği azalmaktadır.



Şekil 3.20 Farklı diş dibi katsayısında dişli çifti rijitliği

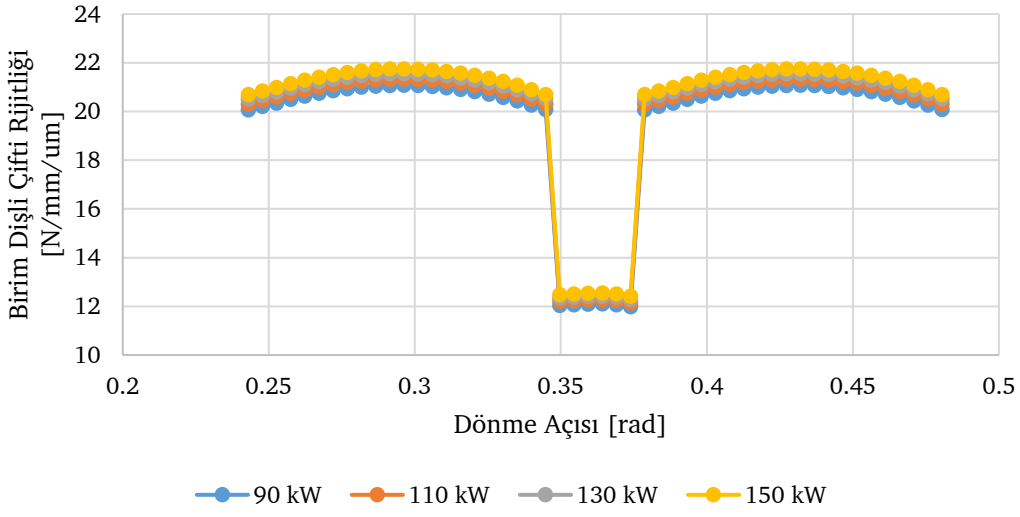
Farklı diş profili kavrama açılarındaki durum Şekil 3.21 ile incelenmiştir. Doğrudan diş profilini etkileyen bir parametre olduğu için hem rijitlik değeri hem

de tek diş çift diş temas bölgeleri değişmektedir. Genel olarak uygulamalarda 20 derecelik kavrama açısı kullanılmaktadır.



Şekil 3.21 Farklı kavrama açılarında dişli çifti rijitliği

Literatürde dişli çifti rijitliğini tork veya güçten bağımsız inceleyen çalışmalar da vardır. Dişli çifti rijitliğini oluşturan etmenlerden Hertz gerilmesi doğrudan normal kuvvete bağlı olduğundan farklı güç değerlerindeki rijitlik değerini incelemek gerekmektedir. Kuvvet değeri arttıkça Hertz gerilmesi de artacağı için rijitlik değeri de Şekil 3.22 ile gösterildiği gibi artmaktadır.

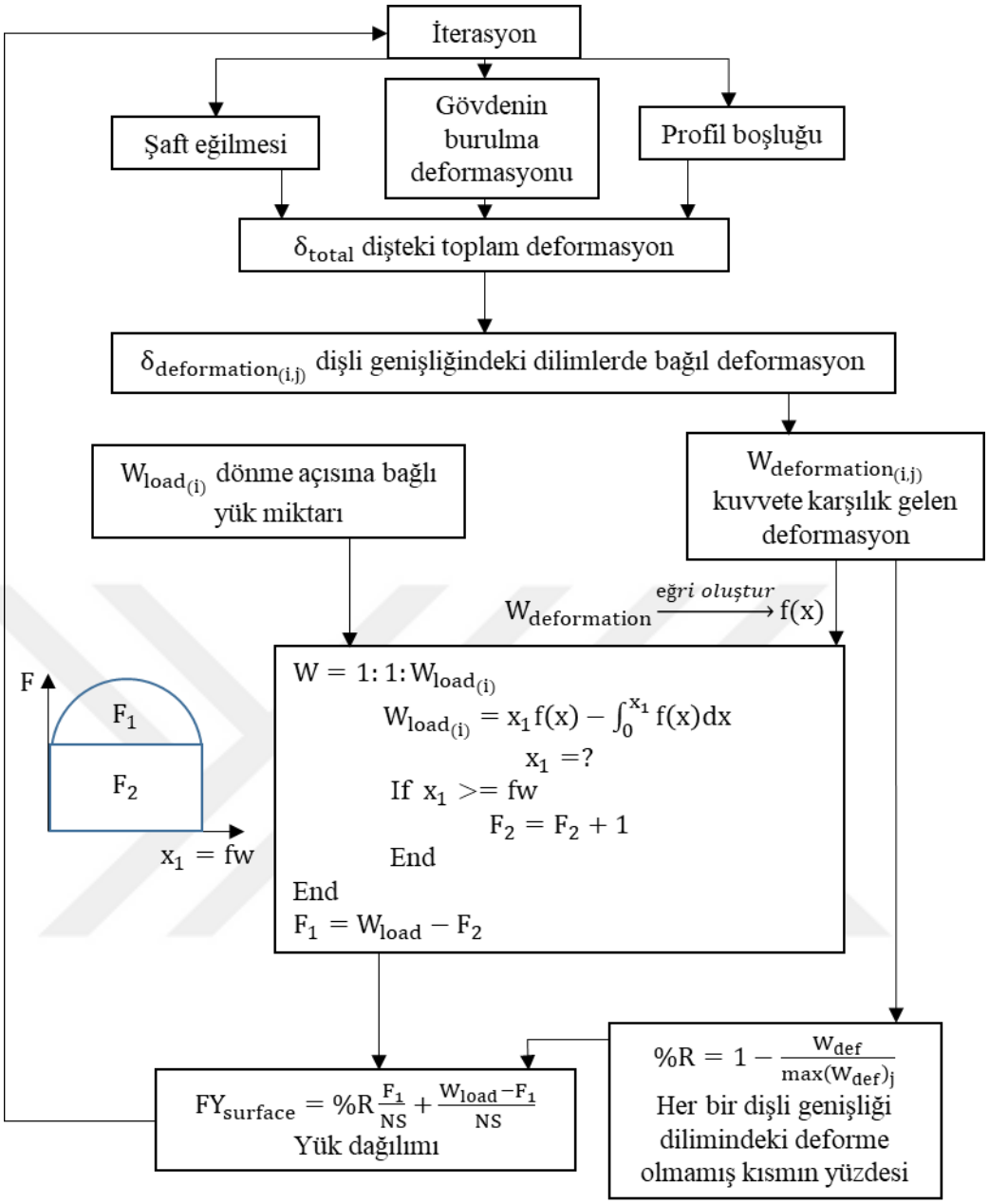


Şekil 3.22 Farklı güç değerlerinde dişli çifti rijitliği

4
SİSTEM DEFORMASYONU

Bu bölümde öncelikle Timoshenko kiriş teorisi ve temas basıncının tanımı yapılmıştır. Dişli temasını bozucu etkenlerin hesaplama prensipleri tanımlanmıştır. Temas kuvveti, diş yüzeyinde verilen mikro modifikasyonlar, şaft ile yataklama elemanlarının deformasyonları gibi sistem elemanlarından etkilenmektedir.

Dişli genişliği, diş yüzeyinde her bir kısımdaki deformasyon miktarını daha hassas olarak belirlemek için hayali birkaç dilime bölünmüştür. Yük dağılımı hesaplama algoritması Şekil 4.1 ile verilmiştir. İlk adımda dişli temasında her dilim için gerçekleşen yayılı yük miktarı mevcut olmadığından şaft sehimini belirlemek için yinelemeli bir çalışma yapılmıştır. Başlangıçta dişli yüzeyinde eşit kuvvet dağılımı varsayılıp buna göre ilk şaft sehim eğrisi elde edilmiştir. Elde edilen ilk şaft sehimi ile kuvvet dağılımı algoritması tekrarlanmıştır. Bu algoritma, şaft sehimi belirli bir değere yakınsayana kadar devam ettirilmektedir. Ayrıca, her bir şaft sehimi ile diş profili üzerinde oluşan boşluk miktarı da hesaba katılmaktadır. Diş üzerine etki eden yayılı kuvvet ile dişli gövdesindeki burulma deformasyonu benzer şekilde hesaplanmaktadır.



Şekil 4.1 Yük temas analizi hesaplama algoritması

Diş üzerindeki kuvvet tüm dişli genişliğine dağılımlı olmadığında yani kısmi temas kaybı olduğu durumda, dönme açısına başına olan normal kuvvet deformasyon yüzdesi ile dağıtılmaktadır. Diş yüzeyi, dikkate alınan yuvarlanma açısı için karşı yüzeyle tam temasta ise, yük hesabı için başka bir yol uygulanmıştır. İlk döngü, kısmi temas durumundan tam teması başlatmak için ne kadar yük gerektiğini belirlemektir. Döngüde birim yük artışı ile yük sıfırdan tanımlanan değere kadar verilmektedir. Temas ayırıcı etkenlerin oluşturduğu boşluğu kapatmak için yeterli yer değiştirmeyi sağlayan bir yük miktarı olmalıdır. Bu yük miktarı ve üst değerleri

ile diş yüzeyi karşı yüzeyle tam temas etmektedir. Bu belirlenen kuvvet değeri deformasyon oranı dağıtılırken normal kuvvet ile bu değer arasındaki fark tüm dilimlere eşit dağıtılmaktadır.

4.1 Şaftın Timoshenko Kiriş Modeli

Timoshenko kirişi Euler-Bernoulli kirişinden farklı olarak dönme ataletiyle kayma deformasyonunu dikkate almaktadır. Düşük frekanslarda etkisi pek yok iken yüksek frekanslarda sistemdeki etkisi artmaktadır [34].

Şaftın eğilme, burulma ve yanal yöndeki dönme rijitlikleri Timoshenko kiriş matrisinden hesaplanmıştır. Şaft düğüm noktalarında eğilme ve burulma deformasyonları incelenmiştir. Varsayımlar;

- Düz dişlilerde eksenel gelen yük çok küçük veya olmadığından eksenel yön dâhil edilmemiştir.
- Dişli, şaft üzerine sıkı geçtiği veya yekpare üretildiği varsayımıyla tek bir matris ile ifade edilmiştir. Dişli çapı taksimat dairesi ile şaftın bulunduğu çapın artması olarak düşünülebilir.

Şaft burulma rijitlikleri (4.1) ile verilen bağıntı ile hesaplanarak bulunan değerler dinamik denkleme dâhil edilmiştir.

$$\frac{1}{K_{şaft}} = \frac{32\ L_1}{G\ \pi\ d_1^4} + \frac{32\ L_2}{G\ \pi\ d_2^4} \tag{4.1}$$

Burada D dış çapı, d iç çapı, G kayma modülünü, L ise şaftın yük verilen kısmından dişlinin orta noktasına kadar olan yeri belirtmektedir.

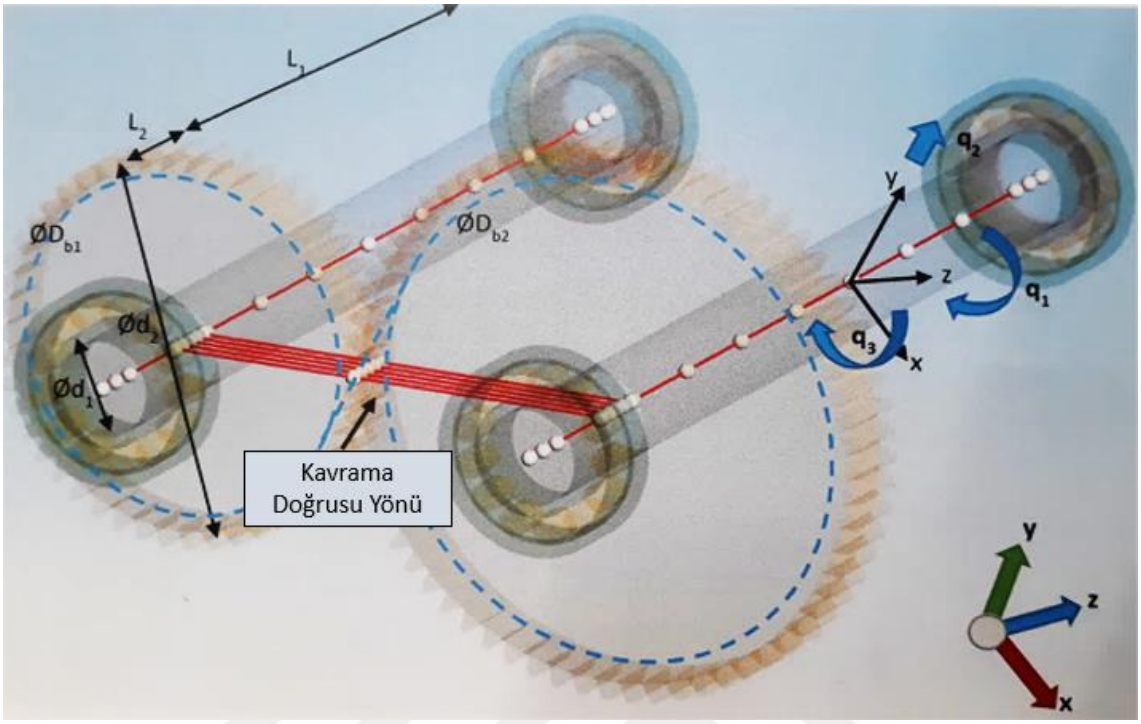
q_1: z yönündeki burulma yer değiştirmesi

q_2: y yönündeki eksenel yer değiştirme

q_3: x yönündeki burulma yer değiştirmesi

$\mathbf{K_s}$ Şekil 4.2 ile verildiği gibi, şaft ve dişli gövdesi için oluşturulan her bir düğüm noktasında üç serbestlik derecesi bulunan rijitlik matrisidir. Dişli genişliği boyunca daha fazla düğüm noktası tanımlayarak sehimden kaynaklanan yer değiştirmeler

daha hassas elde edilmiştir. Toplam düğüm sayısı şaft uzunluğu ve dişli genişliğine bağlı olarak tanımlanmıştır.



Şekil 4.2 Dişli ve şaftın Timoshenko kirişi ile modellenmesine örnek düğüm noktaları

Rulman rijitlik matrisi olan $\mathbf{K_b}$'de sadece köşegen elemanlar dikkate alınarak yataktaki düğüm noktaları için rijitlik matrisinde verilmiştir. Diğer elemanlar göz ardı edilmiş ve rulmanda boşluk olmadığı varsayılmıştır. İlgili düğüm noktasında şaft ve rulmanın rijitliği (4.2) ile verildiği gibi toplanmaktadır [56].

$$\mathbf{K} = \mathbf{K_s} + \mathbf{K_b} \tag{4.2}$$

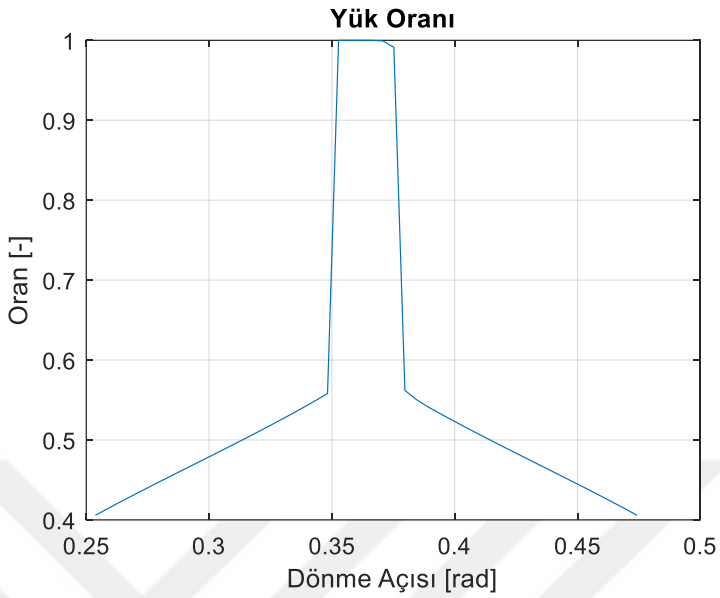
4.2 Yükün Dişli Yanağına Düzgün Dağılmadığı Durum

4.2.1 Normal Yükün Dönme Açısı Dağıtılması

Düşük kavrama oranlı dişlilerde bir ile iki diş arası temas bulunur. İki ayrı diş çiftine gelen yük toplam normal kuvvete eşittir. Dişler üzerine rijitlikleri ve statik iletim hatası oranında yük alırlar.

(4.3) ile verilen bağıntıdaki kavrama doğrusu üzerinde diş çiftleri için yük oranları Şekil 4.3 ile gösterilen değişimle verilmiştir.

$$XR = \frac{W_1}{\max(W_1)} \tag{4.3}$$



Şekil 4.3 Tek dişteki normal yük oranının dönme açısına bağlı değişimi

4.2.2 Normal Yükte Temas Basıncı

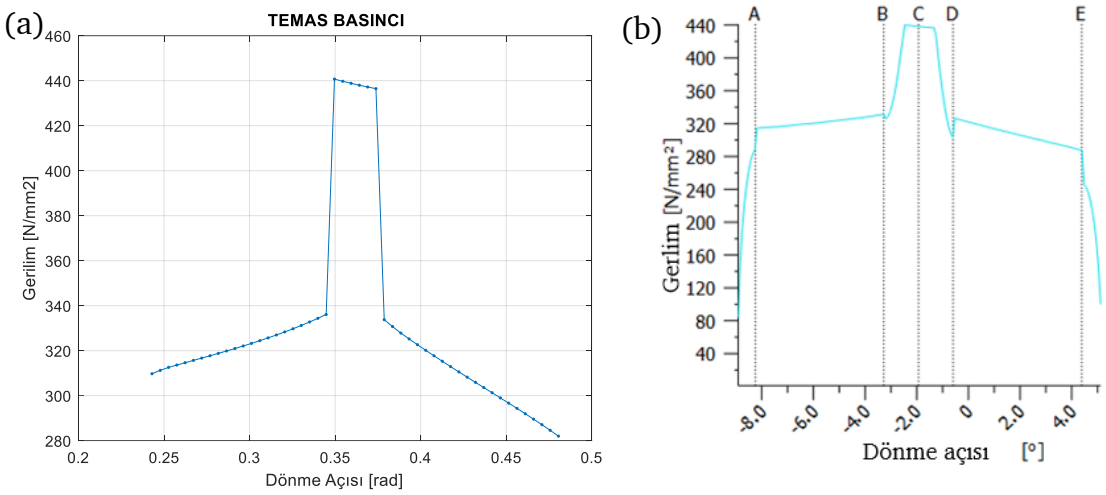
Çizgisel yükleme ile dişli yüzeyinde dikdörtgen şeklinde düzleşme olur. Dişli üzerine uygulanan kuvvet ile bu alan dikkate alınarak AGMA 908-B89 [77] standardında verilen (4.4) ve (4.5) denklemleri kullanılarak Şekil 4.4 ile gösterildiği gibi elde edilmiştir.

Temas yarı yüzey genişliği,

$$b_H = \sqrt{8\,\rho_{r\,(i)}\,\frac{W_1}{\pi\,E_R}} \tag{4.4}$$

Temas basıncı,

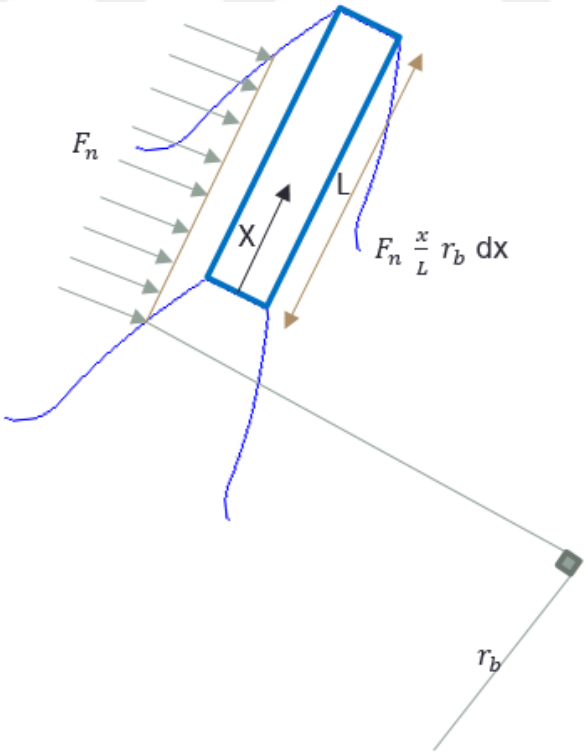
$$\sigma = \frac{2\ W_1}{b_H\,\pi}\ [\mathrm{MPa}] \tag{4.5}$$



Şekil 4.4 1–2 dişli çiftinde temas basıncı (a) hesaplanan (b) yazılım sonucu

4.2.2.1 Dişli Gövdesindeki Burulma

Dişli gövdesindeki burulma açısı, kavrama doğrusunda gelen kuvvetin dişli genişliği boyunca oluşan dağılımı ile yinelemeli olarak elde edilir. Şekil 4.5 ile gösterilen eşit dağılımlı kuvvet ile diş genişliği boyunca dişli gövdesi deformasyon açısının bağıntısı (4.6) ile çıkarılmıştır.



Şekil 4.5 Eşit dağılımlı yüklemeyle dişli gövdesindeki burulmanın bulunması

$$\theta = \int_0^L \frac{F_n \frac{x}{L} r_b \, x \, dx}{G \, J} = \frac{F_n \, r_b \, x^3}{3 \, G \, J \, L} \Big|_0^L \tag{4.6}$$

Dişli gövdesi burulma miktarı,

$$\delta_{twist} = r_{any} \, \theta \, [mm] \tag{4.7}$$

Yinelemeli çalışmada dişli gövdesindeki ilk burulma yer değiştirmesi eşit dağılmış yük ile bulunmaktadır; fakat gerçekte temas kuvveti elastik deformasyon nedeniyle diş yüzeyi üzerine eşit dağılımlı olmayacaktır. Gövde üzerindeki burulma deformasyonu yinelenen kuvvet dağılımı (4.8) ile tekrarlanmaktadır.

$$\theta_{dist} = \int_0^L \frac{F_{n\,(x)} \, r_b \, x \, dx}{G \, J} \tag{4.8}$$

Temas yüzeyi yük dağılımında dişli gövdesindeki burulma deformasyon bağıntısı üçüncü dereceden olduğu için (4.9) ile üçüncü dereceden bir fonksiyon türetilmiştir.

$$f_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx + d \tag{4.9}$$

Burada a, b, c ve d fonksiyon katsayıları olup bu parametreler eğri türetilmesi ile bulunabilir. Dişli genişliği boyunca burulma deformasyon açısı,

$$\theta_{dist} = \frac{r_b}{G \, J} \int_0^L F_{n\,(x)} \, x \, dx = \frac{r_b}{G \, J} \int_0^L (ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx) \, dx \tag{4.10}$$

Dişli gövdesi deformasyon miktarı,

$$\delta_{twist_{new}} = r_{any} \, \theta \, [mm] \tag{4.11}$$

4.2.2.2 Şaft Sehimi

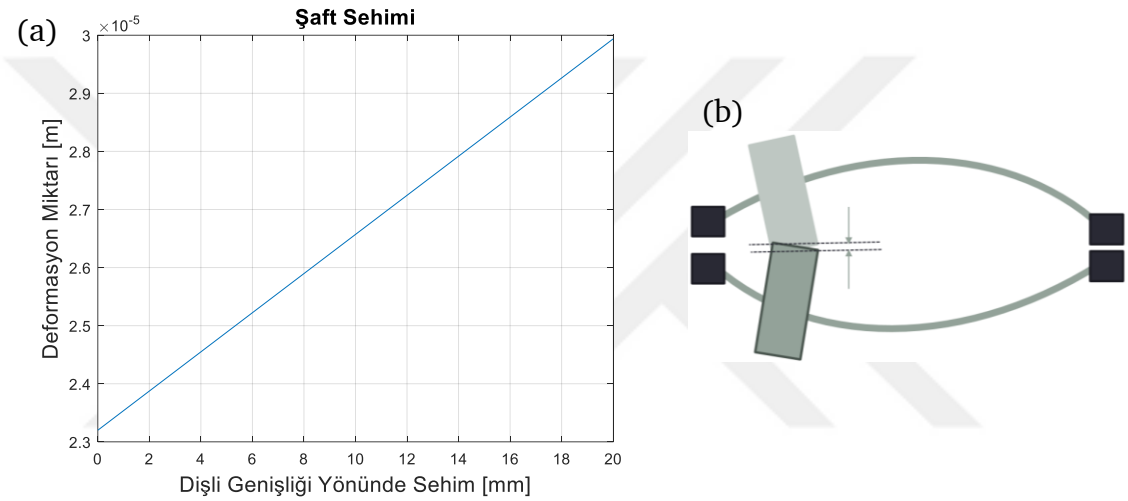
Bu çalışmada dişlinin şaft üzerine sıkı geçtiği veya tek parça üretildiği varsayımı üzerine tek rijitlik matrisi oluşturulmuştur. Burada, iki parça arasında bağıl hareket olmadığı kabul edilmiştir. Rijitlik matrisi dişli ile şaftın sağ ve sol kısımlarına uygun eleman sayıları belirlenerek oluşturulmaktadır. Elden edilen

rijitlik matrisinin tersi alınıp yük vektör matrisi ile çarpılarak her bir düğüm noktasındaki yer değiştirme (4.12) ile elde edilmiştir.

$$q_i = [K^{-1}][F_{new}] \tag{4.12}$$

Diş üstündeki şaft sehimi matrisi (4.13) ile oluşturulurken dişli genişliği boyunca en azdan en fazla olana doğru düğüm noktalarının tek tek farkları alınmaktadır. Şekil 4.6 ile dişli genişliği boyunca olan bağıl şaft sehimi gösterilmiştir.

$$\delta_{deflection} = (q_i - q_{min}) \tag{4.13}$$

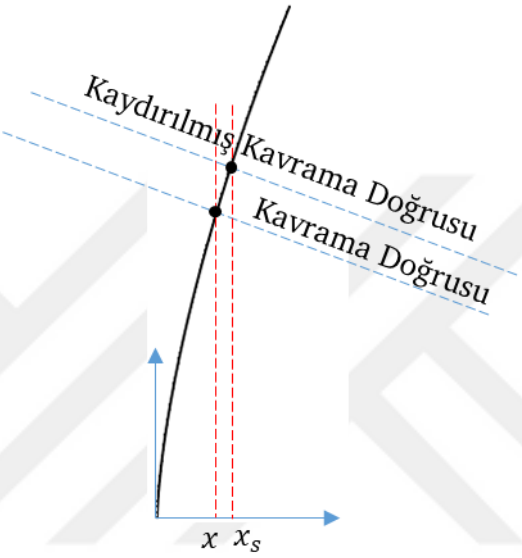


Şekil 4.6 (a) Dişlide her bir düğüm noktasındaki şaft sehimi (b) Şematik gösterim

Dişli temasını etkileyecek dişli sistemindeki deformasyon bileşenlerinden şaft, rulman gibi elemanların etkisi olmadan eşit yayılı yükle yüklenmiş diş üzerindeki deformasyon genişlik yönünde her bir düğüm noktasında aynıdır. Diş temasını ayrıcı, dişli gövdesi burulması, sehim sonucu temas noktasının evolvent profil üzerinde kayma miktarı ve şaft sehimi gibi etkenleri de dahil edebilmek için kavrama doğrusu boyunca olan değişimleri doğrusal toplanmaktadır. Dişli çiftinde şaft sehimi diş temas yüzeylerini temastan koparmaya çalışırken dişlinin gövde burulma deformasyonu dişlinin şaft üzerinde konumlandırılmasına göre değişiklik göstermektedir.

4.2.2.3 Şaft Sehimi ile Oluşan Profil Boşluğu

Normalde dişli çiftinde temas, diş genişliği boyunca bir çizgi boyunca gerçekleşmektedir. Dişli genişliğindeki son düğüm noktasına doğru sehim miktarı artmakta ve temas diş yüzeyi üzerinde bir eğri şeklini almaktadır. Evolvent profilin geometrisinden dolayı şafttaki sehimle daha yüksek temas yarıçap değerlerinde iki diş yüzeyi arasında boşluk oluşmaktadır. Bu etki de temastan ayırıcı bir etmen olarak ele alınmıştır.



Şekil 4.7 Şaft sehimi sonrası oluşan profil boşluğu

Şaft sehimi ile merkezler arası uzaklığın dişli genişliği boyunca değişimi,

$$AW_{(i,j)} = q_{(j)} \sin \alpha_c + \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \tag{4.14}$$

Şaft sehimi ile çalışma kavrama açısının dişli genişliği boyunca değişimi,

$$\alpha_{w_{(i,j)}} = \operatorname{acos}\left(\frac{r_{b1} + r_{b2}}{AW_{(i,j)}}\right) \tag{4.15}$$

Diş profili üzerinde kaymış temas yarıçapı,

$$r_{s_{(i,j)}} = \frac{rb}{\cos \alpha_{w_{(i,j)}}} \tag{4.16}$$

Kaymış temas noktasının yatay koordinatı,

$$x_{s_{(i,j)}} = r_{s_{(i,j)}} \sin(\text{inv}\,\alpha_{w_{(i)}}) \tag{4.17}$$

Dişli genişliği boyunca olan profil boşluğu,

$$\delta_{g_{(i,j)}} = \frac{x_{s(i,j)} - x_{(j)}}{\cos \alpha_{w_{(i)}}} \tag{4.18}$$

Bağıl profil boşluğu,

$$\delta_{gap_{(i,j)}} = \delta_{g_{(i,j)}} - \min\left(\delta_{g_{(i,j)}}\right)_j \tag{4.19}$$

4.2.3 Sistem Deformasyonu Faktörlerinin Doğrusal Toplanması

Şafttaki sehim yönü yük transfer akış doğrultusunda ise burulma yer değiştirmesi şaft sehiminden çıkarılmalıdır. Aksi takdirde şaft sehimi gibi temastan koparan faktör olarak alınmalıdır. Bu yüzden (4.20) bağıntısında gövde burulmasının işareti $+/-$ olarak verilmiştir.

$$\delta_{total_{(i,j)}} = \pm\delta_{twist_{(i,j)}} - \delta_{bending_{(i,j)}} - \delta_{gap_{(i,j)}} \tag{4.20}$$

Temas yük oranı, her bir dönme açısı artım değerinde dişli genişliği boyunca temasa girmeyen dilimlerle tanımlanmaktadır. Böylelikle, normal yük bu oranla dişli genişliği boyunca dağıtılmaktadır. Her bir dönme açısı değerinde dişli genişliğindeki en küçük deformasyon miktarı matristeki tüm değerlerden (4.21) ile verildiği gibi çıkarılarak en küçük deformasyona göre bağıl deformasyon değerleri elde edilmiştir.

$$\delta_{deformation_{(i,j)}} = \delta_{total_{(i,j)}} - \min(\delta_{total_{(j)}}) \tag{4.21}$$

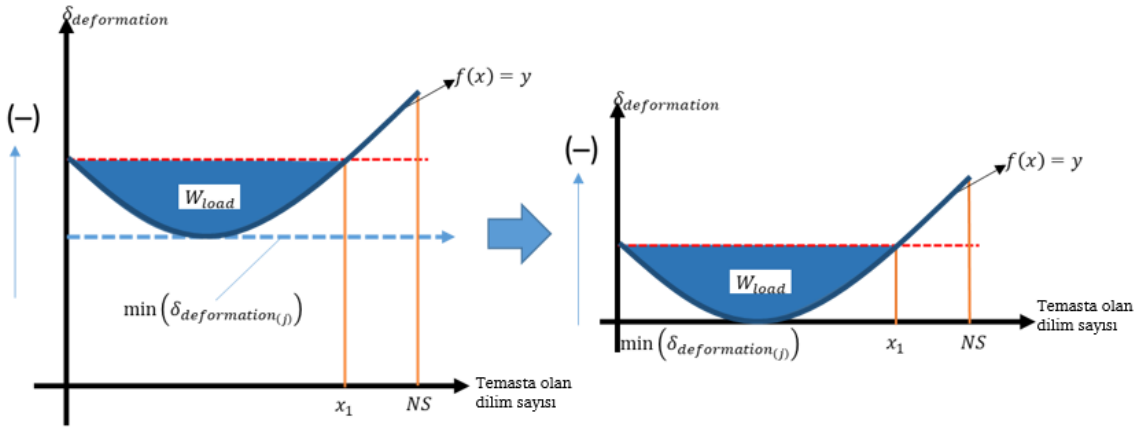
Tek diş veya çift diş temasına göre yük dağılımı Bölüm 4.2.1 başlığı ile verilmişti. Profilde dönme açısına bağlı yük dağılım faktörü XR ile normal dişli kuvvetinin çarpımı sonucu yine dönme açısına bağlı dişli genişliğindeki toplam kuvvet (4.22) ile bulunmaktadır.

$$W_{dist_{(j)}} = F_n \, XR_{(i,1)} \tag{4.22}$$

Deformasyon miktarları dönme açısı ve dişli genişliği düzlemlerinde elde edilmiştir. Bu değerler kullanılarak her bir dönme açısında dişli genişliğindeki değişim için burulma denklemi üçüncü derece olduğundan dolayı aynı dereceden bir fonksiyon (4.23) ile verildiği gibi türetilmiştir.

$$F_{n_{(x)}} = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D \tag{4.23}$$

Her dönme açısındaki türetilen fonksiyonların altında kalan alan Şekil 4.8 ile gösterildiği gibi dikdörtgenin alanından çıkarılarak toplam yükün dağıldığı bölge bulunur. (4.24) ile verilen bağıntıda x_1 dişli genişliğindeki son temas noktasıdır.



Şekil 4.8 Deformasyonun dişli genişliği boyunca dağılımı için fonksiyon türetilmesi

$$-W_{load} = x_1(Ax_1^3 + Bx_1^2 + Cx_1 + D) - \int_0^{x_1} (Ax^3 + Bx^2 + Cx + D)\, dx$$

$$-W_{load} = Ax_1^4 + Bx_1^3 + Cx_1^2 + Dx_1 - \left(\frac{Ax^4}{4} + \frac{Bx^3}{3} + \frac{Cx^2}{2} + Dx\,|_0^{x_1}\right) \tag{4.24}$$

$$\frac{3Ax_1^4}{4} + \frac{2Bx_1^3}{3} + \frac{Cx_1^2}{2} + W_{load} = 0$$

Denklemin sıfıra eşitlenerek kökleri bulunmaktadır. Bulunan dört kökten sadece bir tanesi başlangıç nokta ile dişli genişliğindeki toplam dilim sayısı arasında olabilir.

Her bir dönme açısındaki maksimum deformasyon değeri belirtilen dönme açısında, dişli genişliğindeki tüm deformasyon değerlerine bölünerek deformasyon orantısal ifade edilmiştir.

Deformasyon miktarı dişlide negatif bölgede ifade edilmektedir. Daha büyük deformasyon değerlerinde yüzdesel olarak en büyük oranı elde etmek için (4.25) ile tüm değerler %100'den çıkarılmıştır.

$$\%R_{(i,j)} = 1 - \frac{W_{deformation_{(i,j)}}}{\max\left(W_{deformation_{(i,j)}}\right)_j} \tag{4.25}$$

Dişlinin dönme açısına bağlı dişli genişliğindeki toplam kuvvet $W_{load_{(j)}}$ (4.26) ile verilmiştir. Dişli genişliğindeki dağılım için de %R çarpılır ve toplam dilim sayısına bölünür. Burada önemli olan nokta, her bir yuvarlanma açısı adımı için kısmi temas kaybına neden olmadan temas ayırma elemanlarının etkilerini ne kadar yükün telafi edebileceğidir. Bu nedenle, kısmi temas kaybını sona erdiren yük miktarını bulmak için yük sıfırdan kademeli olarak artırılmıştır. Her bir yuvarlanma açısı adımı için dişli genişliği boyunca kısmi bir temas kaybı varsa, yük deformasyon yüzdesi ile dağıtılmaktadır. Tüm dilimler dişli genişliği boyunca karşı yüzeyle eşleşirse, ilk adımda, kısmi temas kaybını sona erdiren kısmi yük F_1 miktarının belirlenmesi gerekmekte ve bu yük bir deformasyon yüzdesi ile dağıtılmaktadır. F_2 yükünün diğer kalan kısmı düzgün dağılımlı bir yüktür ve yüz genişliğindeki tüm dilimler için eşit bir değerdedir.

$$W_{load_{(i)}} = F_{1_{(i)}} + F_{2_{(i)}} \tag{4.26}$$

F_2 yükünün kalan kısmı, toplam yayılı yükten F_1 kısmi yükü çıkarılarak elde edilmiştir. F_2 sıfıra eşitse, W_{load} F_1 ile aynıdır ve dişli çiftinin ilgili dönme açısında tam teması kaybettiği yani kısmen yüklendiği anlamına gelmektedir. Algoritmadaki ilk yük dağılımı denklem (4.27) ile düzgün bir yük dağılımına sahip şaft sehimi için bulunmuştur. Gerçekteki şaft sehim hesabı için dişli genişliğinde eşit olmayan yük dağılımı ile yeniden hesaplanmalıdır. Bu işlem sonuçlar arasında çok küçük bir fark elde edene kadar devam eden bir yineleme sürecini

içermektedir. Bu adımlardan sonra, temas basıncı ve dişli çifti rijitliği hesaplamaları için yük dağılımı elde edilmiş olmaktadır.

$$FY_{surface_{(i,j)}} = \%R_{(i,j)} \frac{F_{1_{(i)}}}{NS} + \frac{F_{2_{(i)}}}{NS} \tag{4.27}$$

Bu işlemler neticesinde şafttaki ilk sehim değerleriyle ilk yineleme yük dağılımı bulunur. Sonrasında bu yük değerleri ile şaftın sehimi tekrar bulunmalıdır. Bu yinelemeli yöntem birkaç kez tekrarlanmaktadır. Bulunan nihai sonuç ile basınç ve rijitlik hesaplamaları gerçekleştirilmiştir.

Diş yüzeyindeki yük dağılımı kullanılarak temas bant genişliği ve basınç dağılımı (4.28) ve (4.29) ile verilen bağıntılara göre hesaplanmıştır [77]. Hesaplanan yük dağılımı ile dikdörtgen temas bandının yarı genişliği,

$$b_{H_{surface_{(i,j)}}} = \sqrt{8\,\rho_{r\,(i)} \frac{FY_{surface_{(i,j)}}}{\pi\, E_R}} \tag{4.28}$$

Sistem deformasyonları ile yüzeydeki temas basıncı,

$$\sigma_{H_{(i,j)}} = \frac{2\,FY_{surface_{(i,j)}}}{b_{H_{surface_{(i,j)}}}\,\pi} \tag{4.29}$$

4.2.4 Sistemdeki Deformasyonlarla Dişli Çifti Rijitliğinin Bulunması

Dişli genişliği hayali birkaç dilime ayrılmıştır ve bu dilimlerin birbiri arasındaki bağıl harekete karşı bir rijitlik değeri vardır. Düzgün olmayan yükleme, her dilimin farklı şekilde deforme olmasına neden olur. Her dilimin yer değiştirmesini belirlemek için dilimler arasındaki kaplin sertliği dikkate alınır. Yüzey genişliği boyunca dilimlerin yer değiştirmeleri, yığın parametre modellemesi ile elde edilir. Dinamik analizde kullanılmak üzere sistemdeki deformasyonlara göre değişen dişli çifti rijitliğinin hesabı bu bölümde verilmiştir.

Hertz deformasyonu Bölüm 3.2.3 ile incelenmişti. Temas yarı yüzey genişliği formülde sistemdeki deformasyon etkisine göre yeni hesaplanan değeri de içerecek şekilde (4.30) bağıntısı ile hesaplanmaktadır.

$$C_H = \frac{1}{\pi}\left[\left|\frac{1-\nu_1^2}{E_1}\ln\left(\frac{b_{H_{yüzey}}^2}{4\,t_1^2}\right)+\frac{\nu_1(1+\nu_1)}{E_1}\right| + \left|\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\ln\left(\frac{b_{H_{yüzey}}^2}{4\,t_2^2}\right)+\frac{\nu_2(1+\nu_2)}{E_2}\right|\right] \tag{4.30}$$

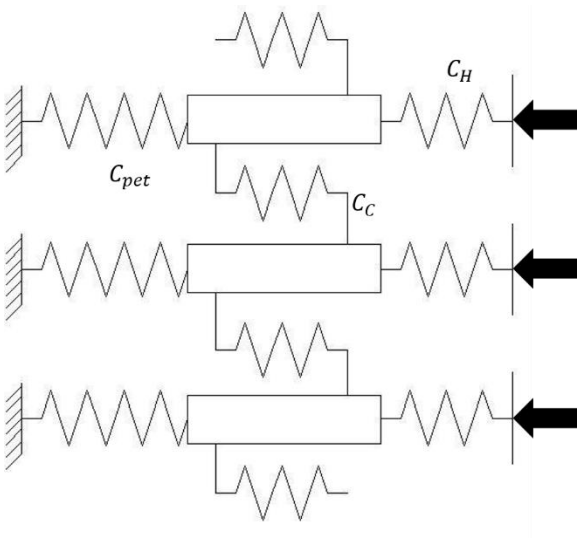
Hertz gerilmesi haricindeki diğer etmenler sırasıyla eğilme, kayma, eksenel basma ve gövde bağlantı rijitliği seri bağlı yaylar olarak alınıp C_{pet} eş rijitliği pinyon ve dişli için (4.31) ile ayrı ayrı bulunmuştur.

$$C_{pet_{1,2(i)}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_{b_{1,2}}}+\frac{1}{k_{s1,2}}+\frac{1}{k_{a1,2}}+\frac{1}{k_{f1,2}}\right)} \tag{4.31}$$

Dişte esnemeye neden olan bu faktörlerden sadece Hertz gerilmesi yüke bağlı olduğundan C_{pet} dişli genişliği boyunca sabittir; sadece profil boyunca dönme açısı ile değişmektedir. Hertz gerilmesi hem dişli genişliğine hem de dönme açısına bağlıdır.

İki dilimin arasındaki bağıl harekete karşı Şekil 4.9 ile gösterildiği gibi bir yay direnci vardır. C_C ile gösterilen bu yay sabiti C_{pet} ile doğru orantılı olarak değişmektedir. Literatürde bu yay sabiti ile ilgili birkaç çalışma yapılmıştır. Bu çalışmada pinyon ve dişlide dilim sayısı ile C_{pet}'e bağlı dönme açısına bağlı C_C yay sabiti (4.32) ile verildiği gibi hesaplanmıştır [73].

$$C_{C_{1,2}} = 0.04\; C_{pet_{1,2}}\; NS_{1,2}^2 \tag{4.32}$$



Şekil 4.9 Dişli dilimindeki yayların şematik hali

Benzer şekilde Börner[78] de iki dilim arasındaki bağıl harekete karşı yay rijitliğini (4.33) ile verilen bağıntıyla ifade etmiştir. Her iki bağıntıya göre yapılan işlemlerin sonuçlarının çok yakın çıktığı saptanmıştır.

$$\chi_i = 2.75 \left(\frac{m_n}{b_s}\right)^2 \frac{k_i + k_{i+1}}{2} \tag{4.33}$$

b_s dilim genişliği, m_n normal modül, k_i dilim rijitliği, k_{i+1} yan dilimin rijitliğini ifade etmektedir. Burada crowning olduğu durumda k_i ve k_{i+1} aynı gelmeyecektir.

İlk ve son dilimlerde C_C yayı tek taraftan etki ederken orta dilimler için ayrı bir bağıntı kurmak gerekmektedir.

İlk ve son dilimlerde pinyon ve dişli rijitliği,

$$C_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{C_{pet_{1,2}}} + \frac{1}{C_{H_{1,2}}}} + C_{C_{1,2}} \tag{4.34}$$

Ara dilimlerin rijitliği pinyon ve dişli için,

$$C_{1,2_{(i)}} = \frac{1}{\frac{1}{C_{pet_{1,2_{(i)}}}} + \frac{1}{C_{H_{1,2(i)}}}} + 2 \, . \, C_{C_{1,2_{(i)}}} \tag{4.35}$$

Dişli genişliği ve dönme yönünde her bir temas noktası için global dişli çift rijitlik matrisi,

$$K_{global_{1,2(i,j)}} = \begin{pmatrix} C_{1,2_{(1)}} & -C_C & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -C_C & C_{1,2_{(2)}} & -C_C & & 0 & 0 \\ 0 & -C_C & C_{1,2_{(3)}} & & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C_C & C_{1,2_{NS(i-1)}} & -C_C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C_C & C_{1,2_{NS(i)}} \end{pmatrix} \tag{4.36}$$

Her bir dişli dilimindeki deformasyon (4.37) ile verilen bağıntı kullanılarak bulunmuştur.

$$C_{global_{1,2(i,j)}} = K_{global}^{-1}{}_{1,2(i,j)} \, FY_{surface_{(i,j)}} \tag{4.37}$$

Dişli genişliğindeki her bir dilimden toplam dişli rijitliği elde etmek için her bir dilimdeki kuvvet değeri deformasyon değerine bölünerek önce her bir dilimin yay rijitliği (4.38) ile bulunur, sonrasında (4.39) ile paralel bağlı bu yay rijitlikleri de toplanarak toplam dişli rijitliği dönme açısına bağlı olarak elde edilmiştir.

$$k_{slice_{1,2(i,j)}} = \frac{FY_{surface_{(i,j)}}}{C_{global_{1,2(i,j)}}} \tag{4.38}$$

$$k_{new_{1,2(i)}} = \sum_{1}^{NS1} k_{slice_{1,2(i,j)}} \tag{4.39}$$

Dönme açısına bağlı, tek diş – çift diş teması düşünerek iki dişte sırasıyla; (4.40) ile pinyon – dişli seri bağlı, sonrasında (4.41) ile iki dişin paralel bağlı olarak alıp eş dişli rijitliği bulunmuştur.

$$K_{1,2_{(i)}} = \frac{1}{\frac{1}{k_{new_{1_{(i)}}}} + \frac{1}{k_{new_{2_{(i)}}}}} \tag{4.40}$$

$$K_{eq_{(i)}} = K_{1_{(i)}} + K_{2_{(i)}} \tag{4.41}$$

4.3 Dişli Çiftinde Diş Temas Analizi

Bu önerilen modelde, her bir temastan ayırma elemanının deformasyon miktarı kavrama doğrusu boyunca üst üste toplanmıştır. Olması gereken pozisyondan olan sapmalar diş yüzeyinde eşit olmayan diş temas kuvveti dağılımına hatta kısmi diş temas kopmasına neden olabilmektedir. Böylelikle, diş yüzeyinin belirli kısmının temastan kopmasıyla yüklemeden kaynaklı olarak dişli çifti rijitliği değişecektir. Diş yüzeyindeki yüklemenin dişli titreşimlerine doğrudan etkisi olduğu literatürde yaygın olarak bilinmektedir.

Bu çalışmada, dişli temas kuvvet dağılımı MATLAB® ile sistem hareket denklemleri Simulink® yazılımı kullanılarak verilen adımlara göre hesaplanmıştır. Hesaplanan diş temas kuvveti, basıncı ve DTE literatürde yayımlanmış makale verileri ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır. Bu analizler dişlinin şaft üzerinde yataklara olan mesafesine göre simetrik veya asimetrik konumlamaya göre şaft sehiminin etkisini göstermek için yapılmıştır. Teması bozucu etki olarak dişli genişliği boyunca verilen belirli bir dönme açısı sadece şaft sehimi etkisini göstermek için verilmiştir.

Dişli çiftlerine tepe boşaltması ve yüzeyde bombe mikro modifikasyonları vererek çeşitli torklar uygulanmıştır. Diş yüzeyi üzerinde uygulanan torkun artmasıyla temaslı yük bölgesi artmaktadır. Tüm durumlarda kısmi temastan kopma görülmektedir. Nedeni ise; uygulanan yükün verilen mikro modifikasyon parametreleri veya sistem deformasyon etkenlerini karşılayamamasıdır. Önerilen analitik model sonuçları yayımlanan referans çalışmadaki [50] sonuçlarla büyük benzerlik göstermektedir. Referans çalışmada verilen Tablo 4.1 ile verilen dişli parametrelerini kullanarak Calyx® dişliler için sonlu elemanlar programıyla sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 4.1 Kahraman'ın [75] kullandığı dişli parametreleri

	Pinyon/Dişli
Diş sayısı	50
Modül	3
Kavrama açısı [°]	20

Temel daire [mm]	140.95
Referans dairedeki diş kalınlığı [mm]	4.64
Diş üstü çapı [mm]	156
Diş dibi çapı [mm]	140.68
Dişli genişliği [mm]	20
Ağırlık [kg]	2.52
Atalet [kgm^2]	0.0074
Elastisite modülü [MPa]	206000
Poisson katsayısı	0.3
Merkezler arası uzaklık [mm]	150
Kavrama doğrusu boyunca diş boşluğu [mm]	0.136
Temas oranı	1.7547
Profil modifikasyonu	Yok

4.3.1 Sistem Deformasyon Elemanlarının Diş Teması Üzerindeki Etkisi

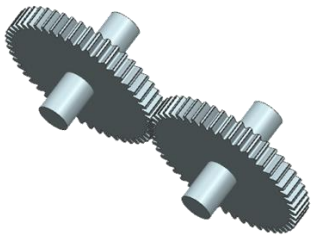
Eritenel [50] düz dişlilerin temas analizi alakalı sonuçları yayımladığı makalesinde paylaşmıştır. 0.01 [°] düzgün artan bağıl burulma deformasyon açısı ile dişli üzerinde doğrusal olmayan etkisini sonlu elemanlar analiz programı aracılığıyla elde etmiştir. Bu dönme açısı deformasyonu diş yüzeyi üzerinde genişlik boyunca artarak giden bir deformasyon veya hiza kaçıklığı olarak düşünülebilir. Bu hiza kaçıklığı sıfırdan başlayarak en fazla değere kadar artan değer olarak alınabilir. Eritenel'in çalışmasında [50] verilen 0.01 [°] burulma açısını hiza kaçıklığı olarak alabilmek için taksimat dairesi boyunca olan deformasyon miktarı hesaplanmıştır.

$$\frac{m\,z}{2}\sin(\gamma) = \frac{3\,.\,50}{2}\sin(0.01) = 13.09\ [\mu m] \tag{4.42}$$

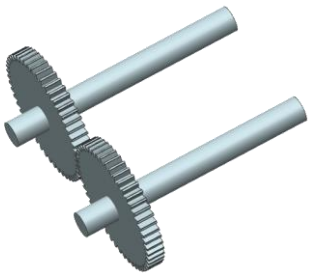
Burada m dişli modülünü, z diş sayısını, γ bağıl burulma açısını ifade etmektedir. Çalışmada verilen diş temas kuvvetleri sonlu elemanlar analizi Calyx® ile temas basınçları ise programdan kuvvet sonuçları ve düzleşme yüzeyi hesabı kullanılarak bulunmuştur. Eritenel'in çalışmasıyla [50] çeşitli yüklerle dönme boyunca temas basıncı dağılımı gösterilmiştir.

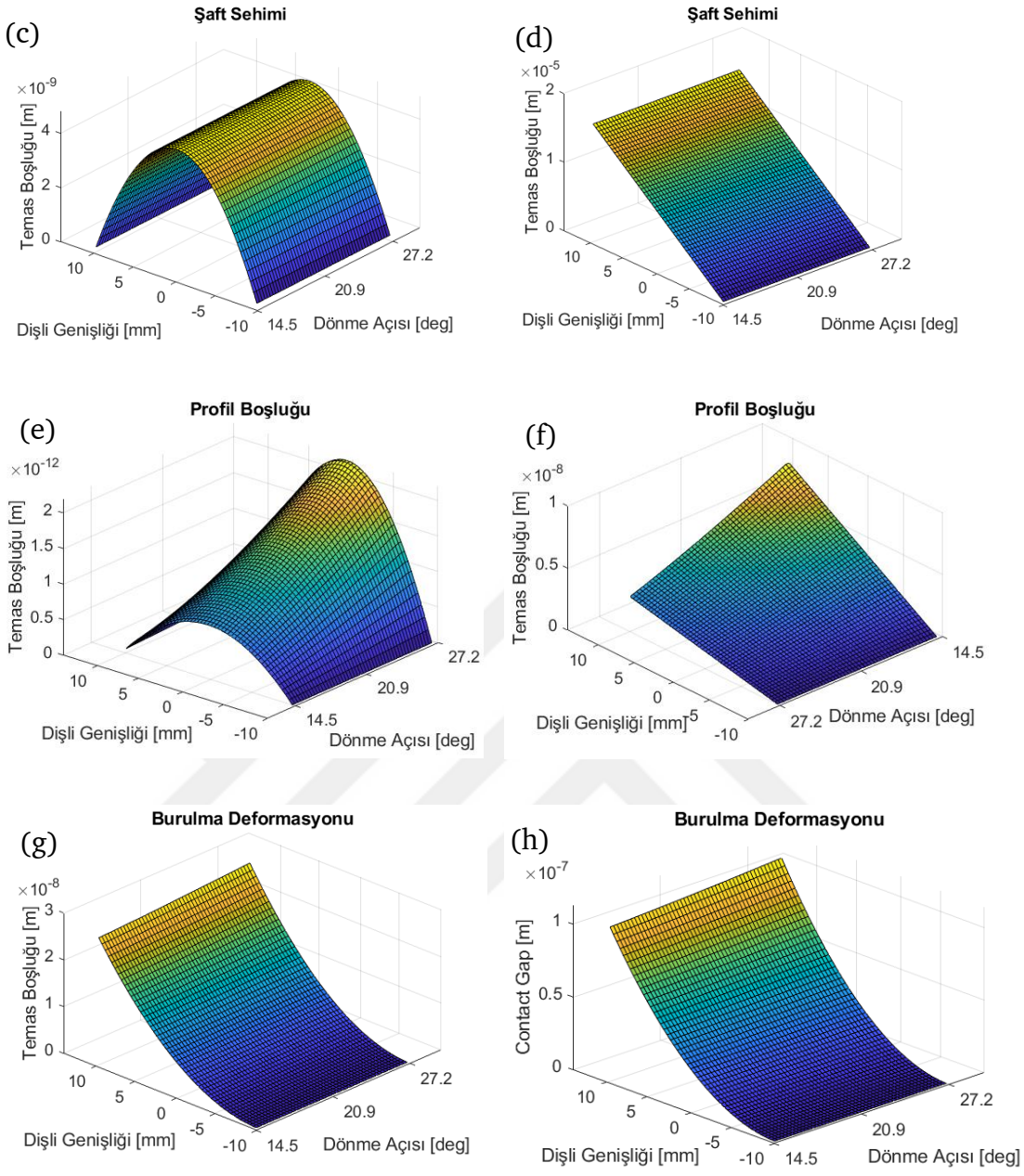
Bu çalışmada incelenen ayırma elemanları, 85 [Nm] giriş torkunda iki farklı şaft uzunluğu için Şekil 4.10 ile verilmiştir. İlk durumda dişli şaft üzerinde orta noktada yataklara 50 [mm] uzakta olacak şekilde konumlandırılmıştır. İkinci durumda dişli şaft üzerine asimetrik konumlandırılarak 50 [mm] soldaki yatağa 320 [mm] sağdaki yatağa mesafede konumlandırılmıştır. Şaft sehimi dişli pozisyonundan doğrudan etkilenmektedir. Dişli simetrik olarak konumlandırıldığında, temas üzerindeki şaft sehim deformasyon etkisi çok düşük değerlerdedir. Burada şaft sehiminin maksimum değeri dişli genişliğinin ortasındadır. Şaft sehiminin temas kuvveti dağılımı üzerinde çok sınırlı bir etkisi vardır. Sehim miktarı, dişli genişliği boyunca şaftın deforme olması ile artmaktadır. Normal kuvvetin kavrama doğrusu boyunca sabit olduğu göz önüne alındığında, dişli dönmesi sırasında şaft sehimi pek değişmemektedir. Dişli merkezinden her bir yatak ucuna olan yanal mesafelerin oranı arttıkça, şaft deformasyon miktarı benzer şekilde artmaktadır. Evolventin şeklinden dolayı dişlinin daha yüksek temas yarıçaplarında kök çapından daha yüksek bir profil boşluğu vardır. Profil boşluğu, şaft sehimi ile dişli genişliği boyunca paralel olarak değişmektedir. Kısmi temas kaybı, dişli gövdesi burulma deformasyonunun artmasına neden olmaktadır. Bunun nedeni, yayılı kuvvetin dişlinin daha az deforme olan tarafında birikmesi ve bunun da dişli gövdesinde kuvvetin belirli tarafta toplanmasına neden olmaktadır.

(a)



(b)





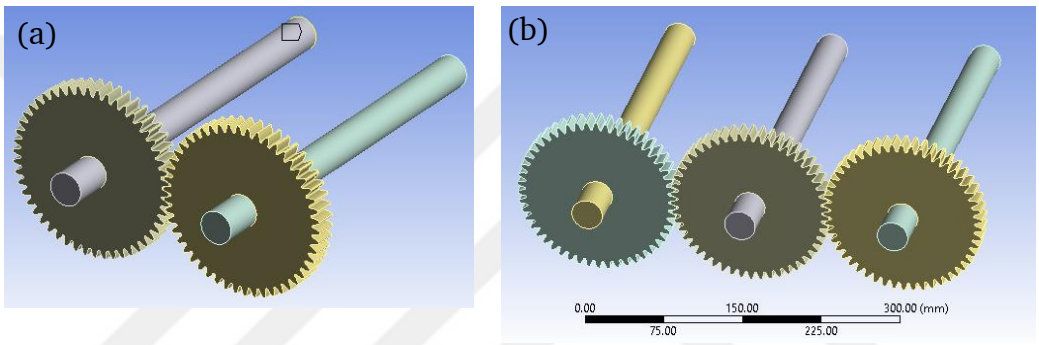
Şekil 4.10 (a) Simetrik konumlandırılmış durum (b) Asimetrik konumlandırılmış durum (c) Simetrik için şaft sehim deformasyonu (d) Asimetrik için şaft sehim deformasyonu (e) Simetrik için profil boşluğu (f) Asimetrik için profil boşluğu (g) Simetrik için dişli gövdesi burulma deformasyonu (h) Asimetrik için dişli gövdesi burulma deformasyonu

4.3.1.1 Simetrik ve Asimetrik Konumlandırma için Kuvvet ile Basınç Dağılımı

a) Sonlu Elemanlar Analizi ile Doğrulama Çalışması

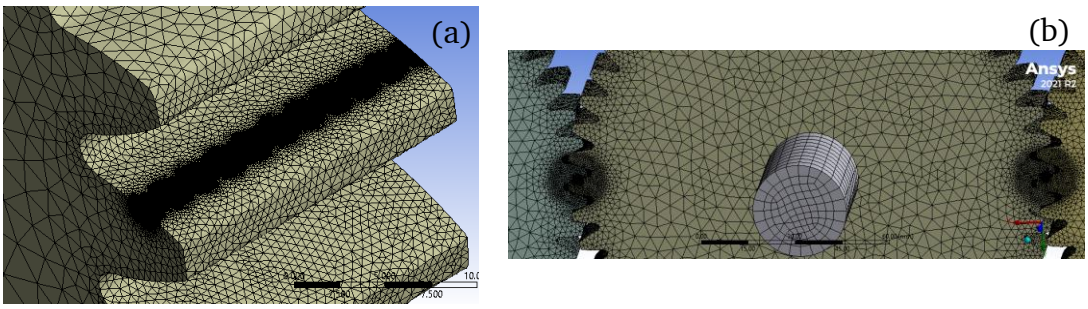
Dişli çifti ve tork ayrım modellerini doğrulamak için ANSYS® sonlu elemanlar programında model oluşturulmuştur. Bölüm 4.3.1 ile verilen asimetrik konumlandırılmış dişli parametreleri kullanılmıştır. Dişli temas basıncı elde etmek için model kurgulanması sırasında aşağıdaki adımlar izlenmiştir.

1- Model geometrisi eklenerek malzeme ataması yapılmıştır.
2- Dişliler tek diş bölgesinde Şekil 4.11 ile verildiği gibi konumlandırılmıştır.
3- Pinyon ve döndürülen dişlinin temas bölgeleri işaretlenmiştir.



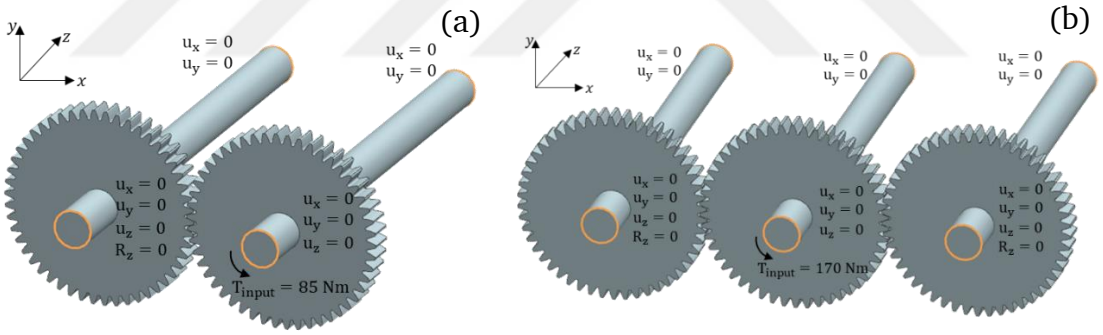
Şekil 4.11 Tek diş bölgesinde konumlandırılan dişliler (a) Dişli çifti (b) Tork ayrım modeli

4- Sürtünme katsayısı 0.05 olarak tanımlanmıştır.
5- Temas üzerinde 'Augmented Lagrange' methodu, 'asymmetric' davranış, 'nodal-projected normal from contact' tespit metodu olarak belirlenmiştir.
6- Diş üzerindeki gerinme tiplerinden Hertz kuvvet bağımlı olduğundan her bir iterasyonda rijitliği güncellenmektedir.
7- Dişli temas bölgesinde 0.06 [mm]'lik mesh boyutu Şekil 4.12 ile gösterildiği gibi kullanılmıştır. Dişli sisteminde ise 4933469 toplam düğüm noktası ve 3517393 eleman sayısı bulunmaktadır. Tork ayrım modelinde ise toplam düğüm noktası 10175252 ve 7350662 eleman sayısı olarak bulunmaktadır.



Şekil 4.12 Dişli üzerindeki mesh yapısı

8- Şaftlarda yataklama sağlamak için şaftın uç noktalarında X ve Y yönleri sabitlenmiştir. Z yönünde ise şaftın sadece iki ucundan birinde serbest bırakılmıştır. Pinyonda torkun uygulandığı uçta, Şekil 4.13 ile gösterilen Rx, Ry, Rz serbest bırakılmıştır. Döndürülen dişlide Rx ve Ry serbest, Rz ise şaftın iki ucundan birinde tork akış yönündeki direnç torkunu göstermesi için tutulmaktadır. X ve Y yanal düzlemi, Z yönü ise şaftın uzandığı ekseni temsil etmektedir.

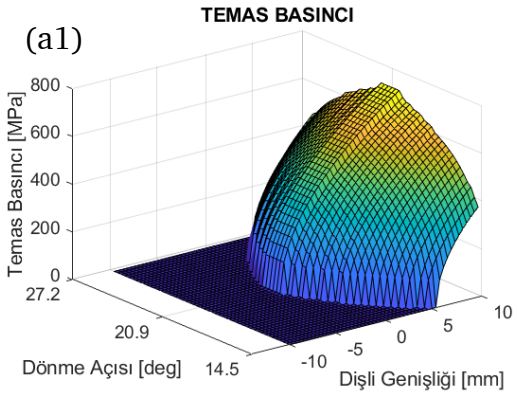


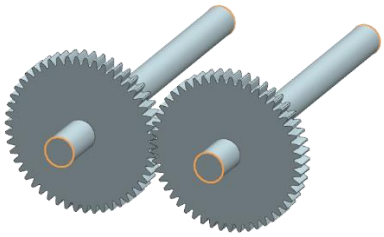
Şekil 4.13 Pinyon serbestlik derecesi tanımı

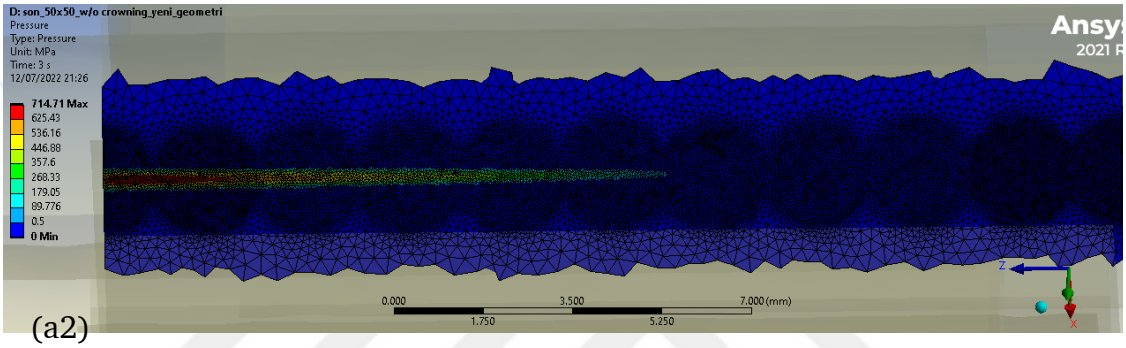
9- Dişli çifti için 85 [Nm] ve tork ayrım modeli için 170 [Nm] pinyona bir uçtan belirli bir süre içerisinde kademeli olarak tork uygulanıp sistem yüklenmektedir.

Şekil 4.14 ile verilen ANSYS® programı ile tek diş bölgesinde yapılan analizi sonucunda analitik yük dağılım sonucu arasında %99 benzerlik bulunmaktadır. Tork ayım modelinde bu çalışmada verilen analitik yaklaşım kullanılarak farklı dişli açılarındaki sonuçlar incelenmiştir.

(a1)

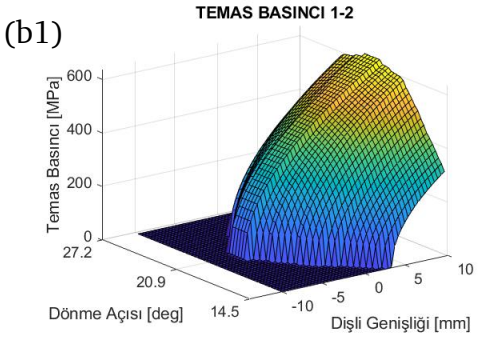

TEMAS BASINCI
Temas Basıncı [MPa]
800
600
400
200
0
27.2
20.9
14.5
Dönme Açısı [deg]
-10
-5
0
5
10
Dişli Genişliği [mm]

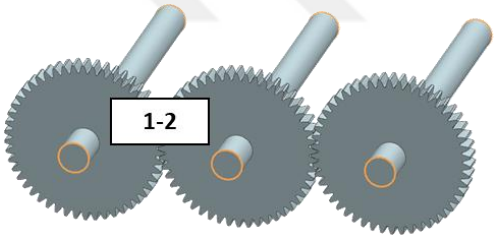


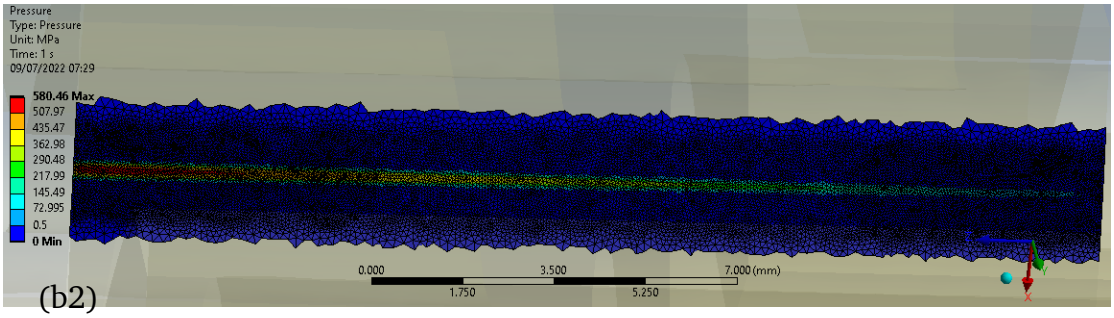

D: son_50x50_w/o crowning_yeni_geometri
Pressure
Type: Pressure
Unit: MPa
Time: 3 s
12/07/2022 21:26
714.71 Max
625.43
536.16
446.88
357.6
268.33
179.05
89.776
0.5
0 Min
0.000
3.500
7.000 (mm)
1.750
5.250

(a2)

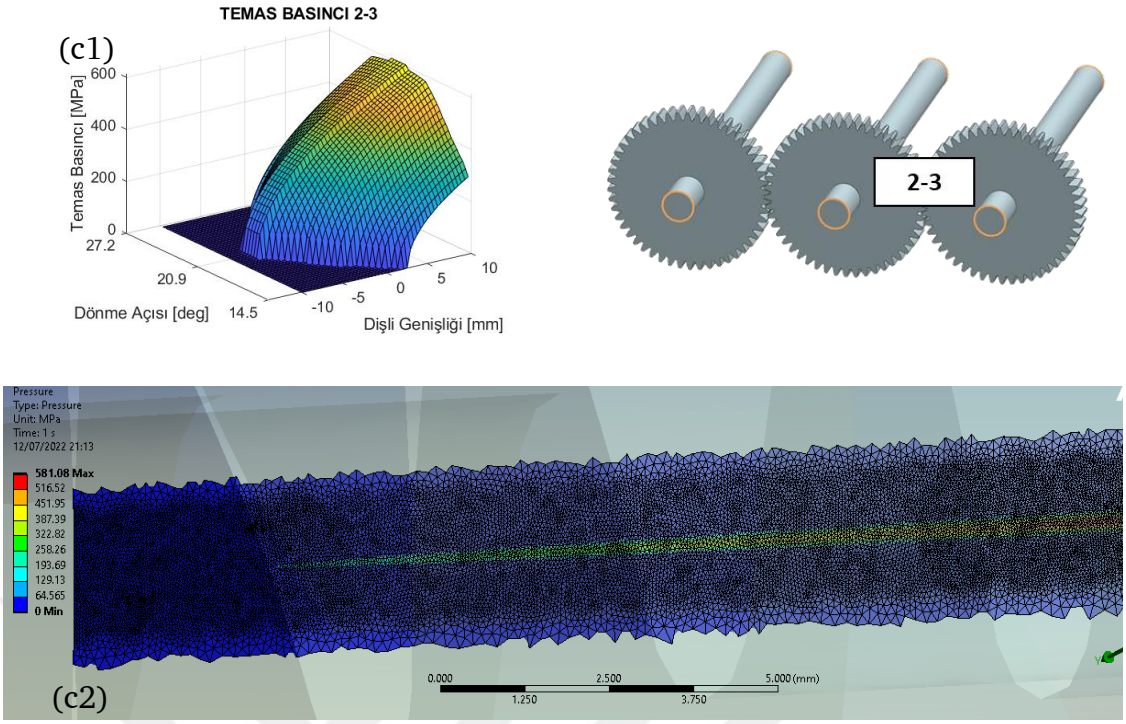
(b1)


TEMAS BASINCI 1-2
Temas Basıncı [MPa]
600
400
200
0
27.2
20.9
14.5
Dönme Açısı [deg]
-10
-5
0
5
10
Dişli Genişliği [mm]


1-2


Pressure
Type: Pressure
Unit: MPa
Time: 1 s
09/07/2022 07:29
580.46 Max
507.97
435.47
362.98
290.48
217.99
145.49
72.995
0.5
0 Min
0.000
3.500
7.000 (mm)
1.750
5.250

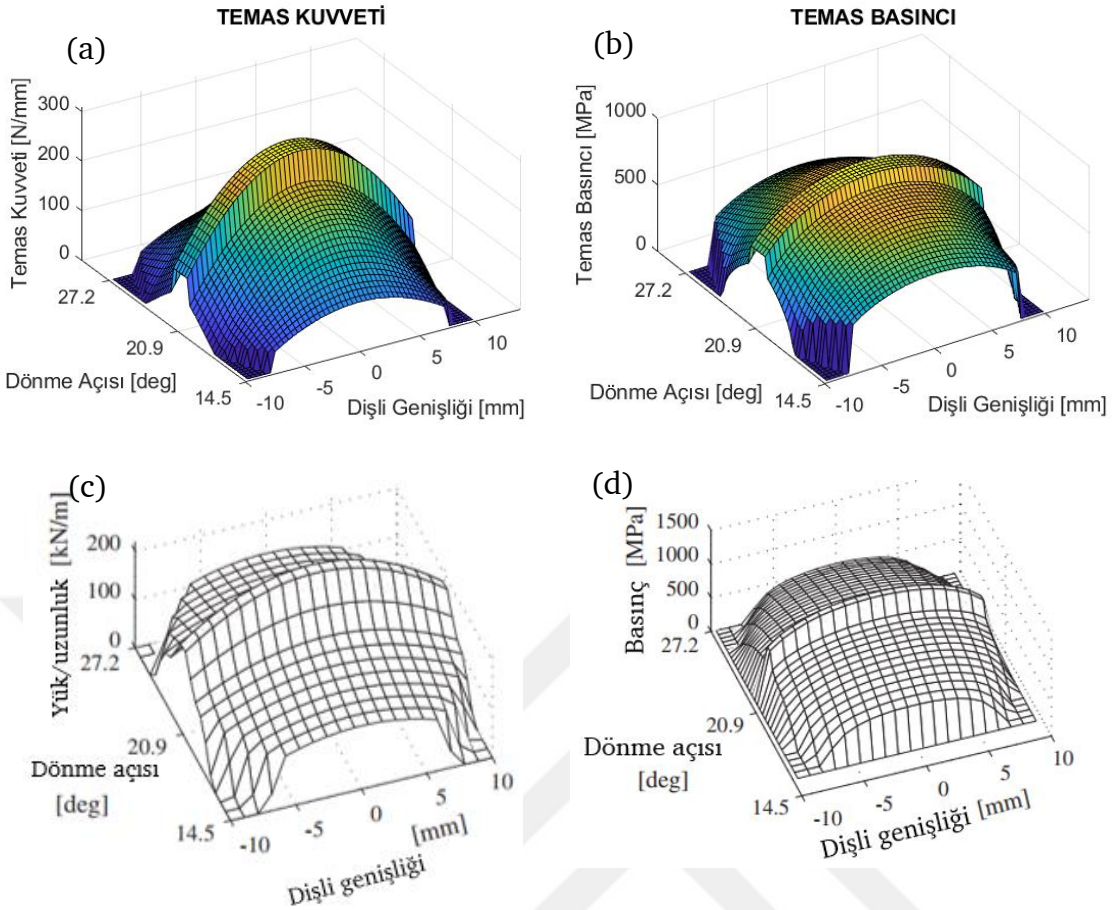
(b2)



Şekil 4.14 Önerilen analitik modelin sonlu elemanlarla karşılaştırılması (a) Dişli çifti (b) Tork ayrım modeli 1–2 dişli çifti (c) Tork ayrım modeli 2–3 dişli çifti

b) 340 [Nm] Simetrik Konumlama

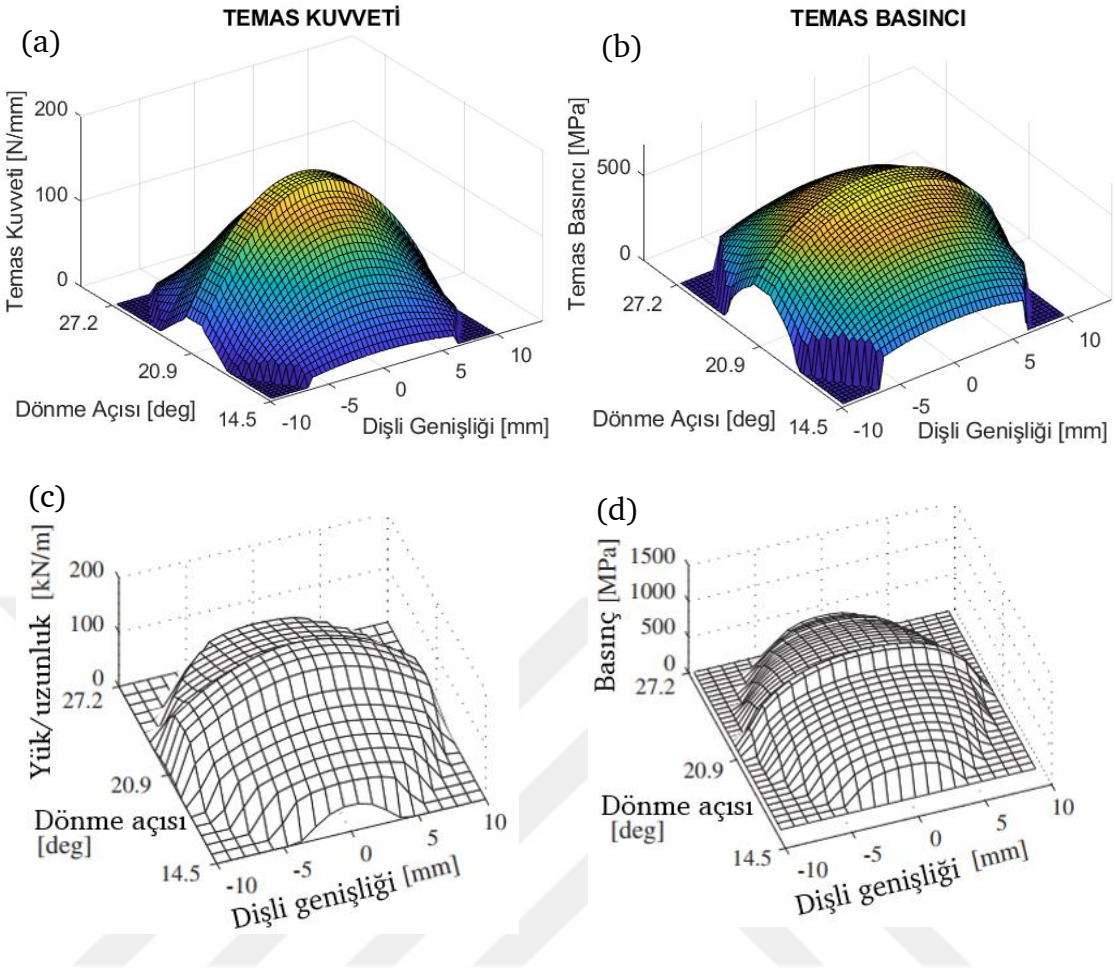
Bu örnekte dişli çiftinin, 340 [Nm] giriş torkunda yataklara 50 [mm] mesafede şaftın ortasına yerleştirildiği varsayılmıştır. Temas bölgesi, Şekil 4.15 ile gösterildiği gibi diş yüzeyi üzerinde uzamaktadır. Ancak, yuvarlanma açısındaki dilimlerin bazılarında kısmi temas kaybı vardır. Tepe boşaltma miktarı, HPSTC ve LPSTC arasında yumuşak bir geçiş sağlamak için yetersiz görünmektedir. Çift dişten tek dişe daha yumuşak geçiş istendiğinde tanımlanan giriş yüküyle daha yüksek bir tepe boşaltması değerinin uygulanması gerektiği yorumlanabilir.



Şekil 4.15 Simetrik konumlandırma ile 340 [Nm] giriş torku için temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Referans [50] temas kuvveti dağılımı (d) Referans [50] temas basıncı dağılımı

c) 170 [Nm] Simetrik Konumlama

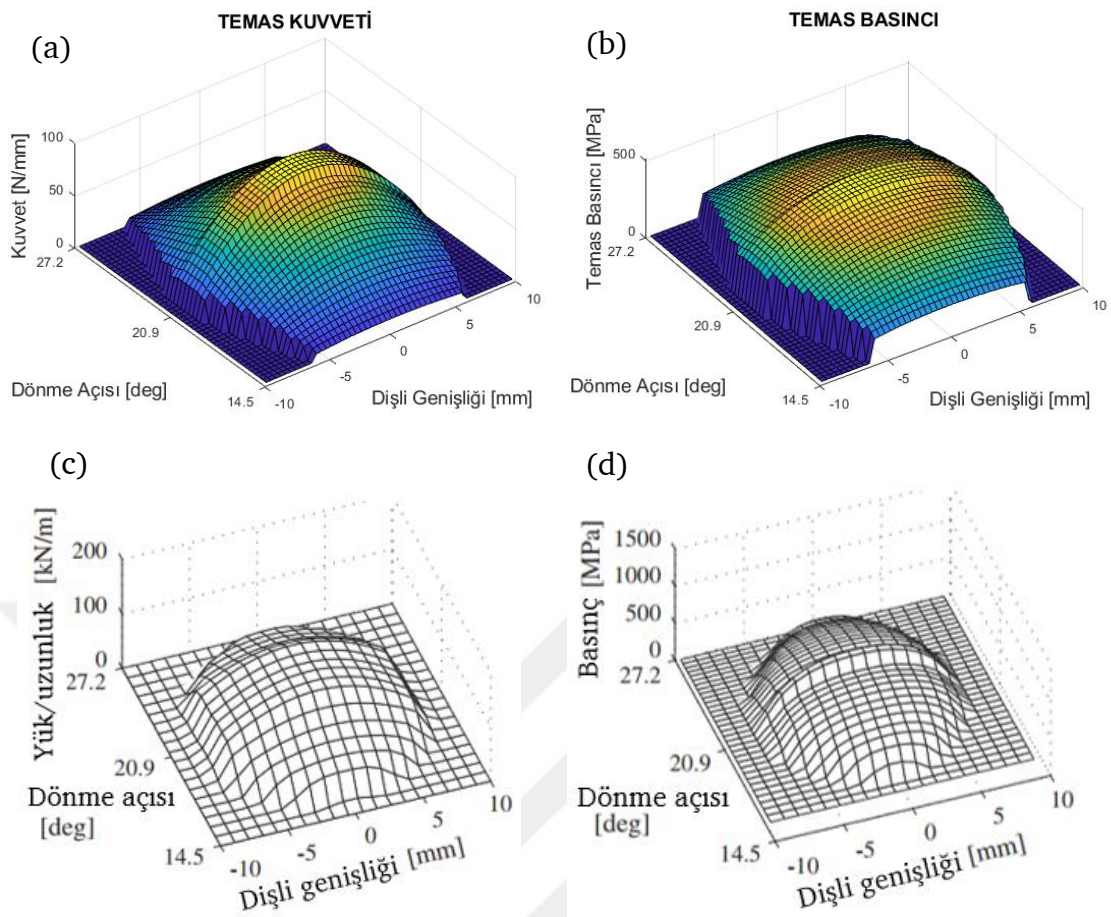
Bu örnekte dişli çifti, Şekil 4.16 ile gösterilen çalışmada 170 [Nm] giriş torkunda yataklara 50 [mm] mesafede şaftın ortasında konumlandığı varsayılmıştır. Tanımlanan yükte yüzey üzerinde özellikle tek diş bölgesinde temas kaybı yaşanmamaktadır. Kuvvet, diş bombeliği modifikasyonunu telafi ettikten sonra yüzey üzerinde düzgün bir şekilde dağılmaktadır.



Şekil 4.16 Simetrik konumlandırma ile 170 [Nm] giriş torku için temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Referans [50] temas kuvveti dağılımı (d) Referans [50] temas basıncı dağılımı

d) 85 [Nm] Simetrik Konumlama

Bu örnekte dişli çifti, Şekil 4.17 ile gösterilen çalışmada 85 [Nm] giriş torkunda yatak merkezlerine 50 [mm] mesafede şaftın ortasında konumlandığı varsayılmıştır. Temel olarak, diş bombeliği modifikasyonu, eşit dağılımlı yüklü bir düz dişli çifti için yüzeyde kısmi temas kaybına neden olmaktadır. Temas kuvveti, her bir yuvarlanma açısı başına diş bombeliği mikro modifikasyonunun uygulanmadığı noktalarda maksimum değere ulaşmaktadır.

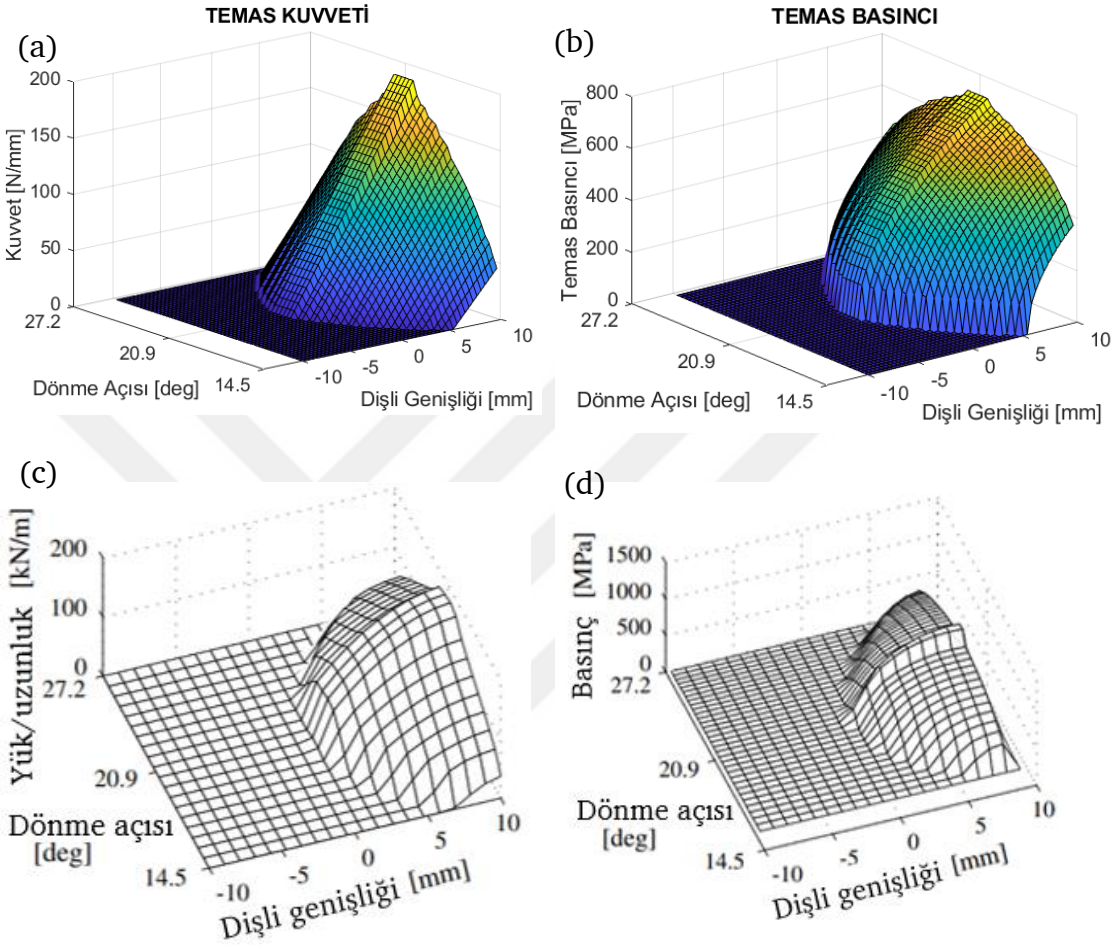


Şekil 4.17 Simetrik konumlandırma ile 85 [Nm] giriş torku için temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Referans [50] temas kuvveti dağılımı (d) Referans [50] temas basıncı dağılımı

e) 85 [Nm] Asimetrik Konumlama

Şekil 4.18 ile gösterilen temas yapısında şaft uzunluğu ve şaft üzerindeki dişli konumu, minimum sehim değeri ile maksimum arasındaki fark olan dişli genişliği boyunca bağıl olarak 13 [µm] sehim deformasyonu sağlayacak şekilde düzenlenmiştir. Dişli çifti 50 [mm] sola ve 320 [mm] sağa yanal mesafe olacak şekilde konumlandırılmıştır, 85 [Nm] tork ile 5 [µm] tepe boşaltması uygulanmıştır. Kuvvet ağırlıklı olarak şaftın daha az sehimlenen tarafında toplanmaktadır. Bu nedenle, dişlinin daha fazla deforme olan tarafında temas kaybı görülmektedir.

Dişli çifti rijitliği, eşit kuvvet dağıtılmış rijitlik ile karşılaştırıldığında yarıdan fazla azalabilmektedir. Temas halindeki dişli yüzey genişliği ile doğrudan ilişkilidir. Sonuçlar arasındaki temas alanı farkı, sonlu elemanlar analizinin hesaplama algoritması ve analitik yaklaşımdan kaynaklanmaktadır.



Şekil 4.18 Asimetrik konumlandırma ile 85 [Nm] giriş torku için temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Referans [50] temas kuvveti dağılımı (d) Referans [50] temas basıncı dağılımı

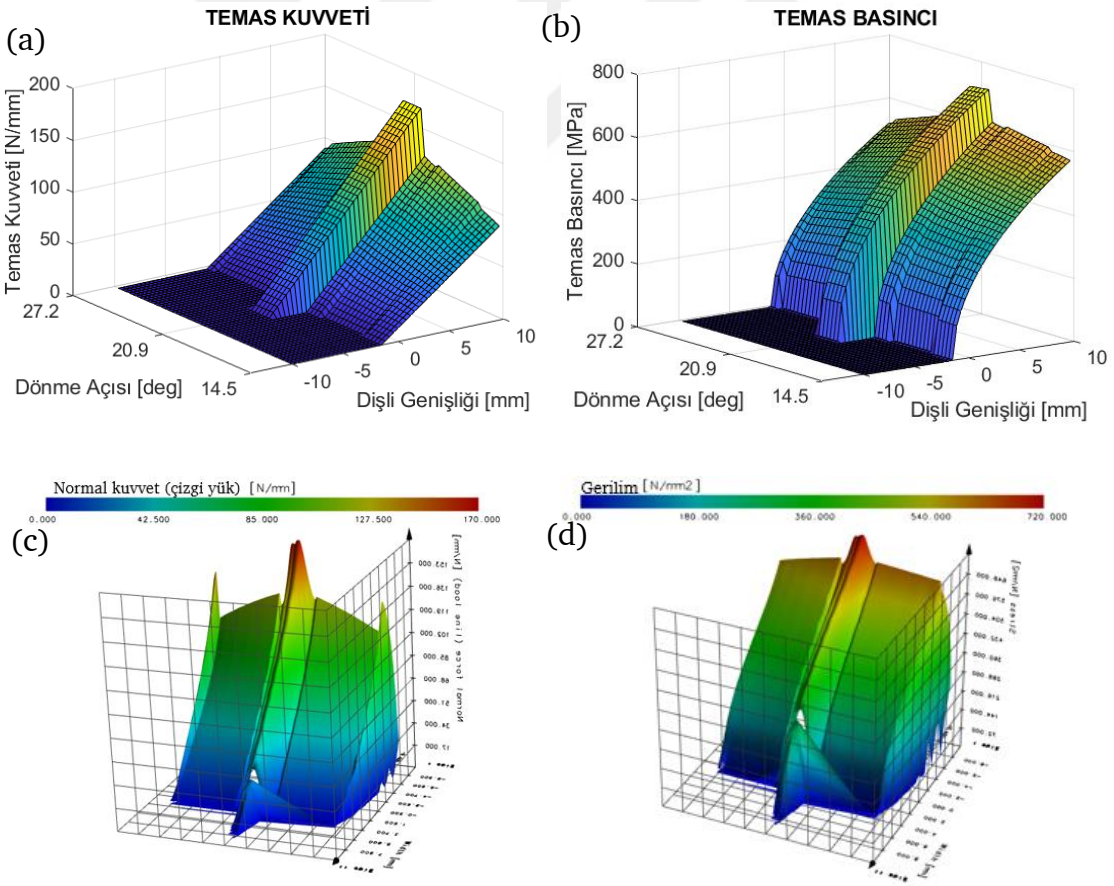
4.3.1.2 Farklı Dişli Parametreleri ile Vaka Çalışması

Analizde incelenen parametreler göz önünde bulundurularak, sınır koşulları ve girdiler, önemli bir etki verecek şekilde tanımlanmıştır. Bu çalışmada, farklı dişli parametreleri ile kısmi temas kaybı etkisini denemek için Tablo 3.1 ile verilen ilk dişli çifti değerleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Nominal yük 70.97 [Nm] olarak kabul edilmiştir. Her iki dişlide de tepe boşaltması HPSTC'de

başlamaktadır. Bu, tek ve çift diş bölgeleri arasında düzgün bir kuvvet geçişi elde etmesi amaçlanmıştır. Tepe boşaltması miktarı, maksimum STE değerine göre tanımlanmıştır. Böylece, doğrusal tepe boşaltması uygulanarak STE'nin dalgalanması en aza indirilebilir. Diş boşluğu ile ilgili ISO standardı [46] sistemdeki gerekli yarı diş boşluğunu hesaplamak için kullanılmıştır. Bu bölümde verilen kuvvet ve basınç dağılımı sonuçları KissSys® yazılımı ile karşılaştırılmıştır.

a) Mikro Modifikasyonsuz Asimetrik Konumlama

Şekil 4.19 ile gösterilen çalışma için toplam şaft uzunluğu 290 [mm] olarak alınmıştır. Dişli, sol yatağa 50 [mm] ve sağ yatağa 240 [mm] olacak şekilde konumlandırılmıştır. Bu örnekte tanımlanmış bir mikro modifikasyon yoktur. Temas modelinde görüldüğü gibi her dönüş açısında kısmi temas kaybı görülmektedir. Tek dişten çift diş bölgesine kuvvet geçişi tepe boşaltması olmadığı için düzgün değildir.

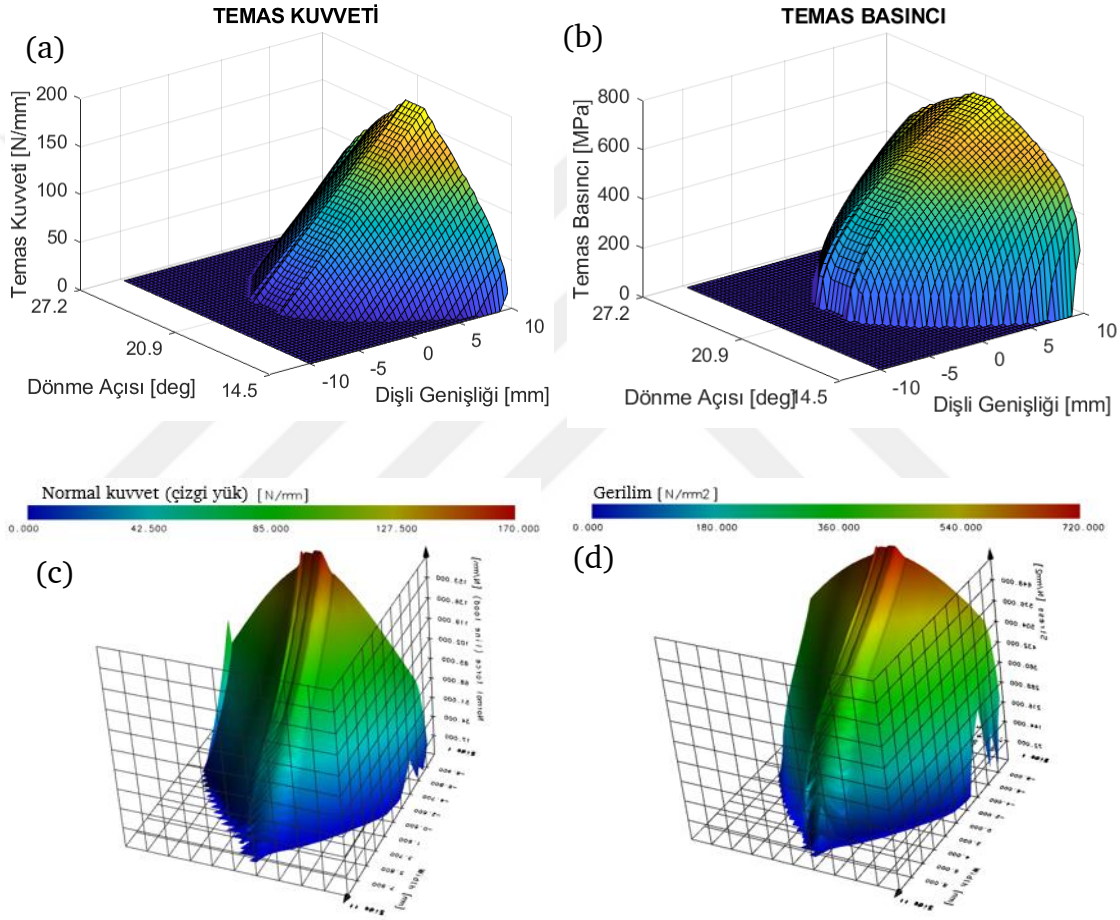


Şekil 4.19 Asimetrik konumlandırma ile mikro modifikasyonsuz temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas

basıncı dağılımı. (c) Yazılım temas kuvveti dağılımı (d) Yazılım temas basıncı dağılımı

b) Tepe Boşaltması ile Asimetrik Konumlama

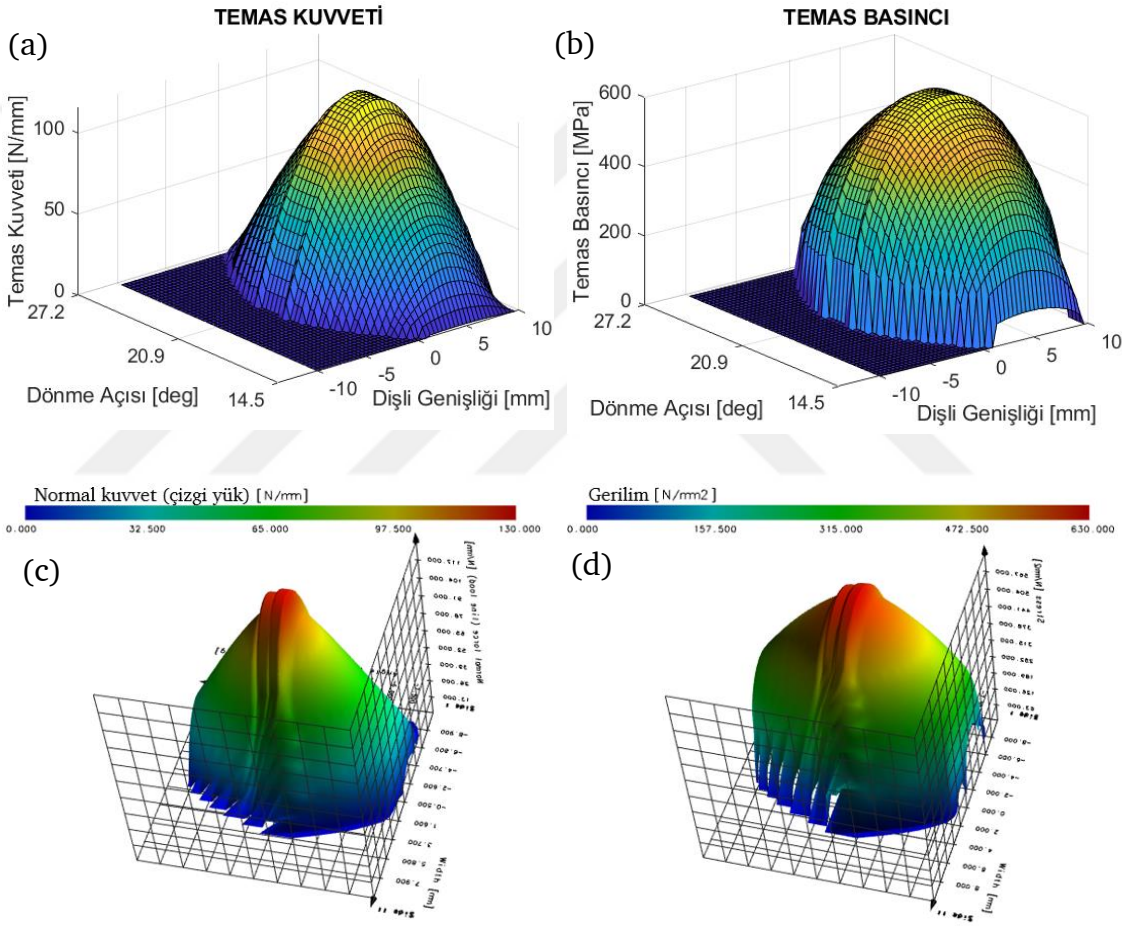
Tepe boşaltması, Şekil 4.20 ile gösterildiği gibi bir önceki dişli tasarım parametrelerine eklenmiştir. Böylece dönme açısında yumuşak kuvvet geçişi elde edilmiştir. 5.2 [µm] tepe boşaltması miktarı, düzgün yüklü durumdaki maksimum statik iletim hatası değeri ile 70.97 [Nm] tork değeri için tanımlanmıştır.



Şekil 4.20 Tepe boşaltması ile asimetrik konumlandırma halinde temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Yazılım temas kuvveti dağılımı (d) Yazılım temas basıncı dağılımı

c) Tepe Boşaltması ve Diş Bombeliği Modifikasyonu ile Asimetrik Konumlama

Şekil 4.21 ile gösterildiği gibi önceki dişli tasarım parametrelerine 5 [µm] diş bombeliği modifikasyonu uygulanmıştır. Maksimum temas kuvveti, dişli genişliğinin orta kısmına kayar ve bir önceki örneğe göre değeri düşer. Bu düşüş temasın daha geniş bir alana yayıldığı anlamına gelmektedir. Bu sayede dişli çifti rijitliği daha yüksek değerlere çıkar. Eğim modifikasyonu tipi, sehim deformasyonunu telafi etme açısından temas durumunu diş bombeliği modifikasyonuna göre daha iyi iyileştirebilir.



Şekil 4.21 Tepe boşaltması ve diş bombeliği ile asimetrik konumlama halinde temas dağılımı karşılaştırması (a) Hesaplanan temas kuvveti dağılımı. (b) Hesaplanmış temas basıncı dağılımı. (c) Yazılım temas kuvveti dağılımı (d) Yazılım temas basıncı dağılımı

4.4 Tork Ayrım Modelinde Diş Temas Analizi

Tork ayrım modelinde iki dişli çiftinde kavrama doğrusunun yatay düzlemle yaptığı açı (4.43) ile verilen bağıntıda Δ_1 ve Δ_2 ile verilerek daha sade ifade edilmiştir. Tork aktarılan birinci ve üçüncü dişlilerdeki tepki kuvvetleri dişlilerin konumlarına göre pozitif veya negatif olarak değişmektedir. Ayrıca kavrama doğrusunun doğrultusu da dişli çiftinin konumuna göre değişmektedir. Dolayısıyla her bir konumda doğrultu ve açıya göre şaftların sehimi hesaplanmaktadır. Faz farkının etkisini daha iyi görebilmek için tork ayrım modelinde Eritenel [50] ile aynı dişli parametreleri kullanılmıştır. Aşağıda verilen denklemlerde pinyon başlangıç noktası olarak alınırsa birinci dişli 150°, üçüncü dişli ise 40° konumda olduğu kabul edilmiştir. Dişliler arasındaki açının asimetrik konumlu dişlilerde temas kuvvetine olan etkisi sırasıyla $0° - 180°$, $40° - 180°$, $0° - 150°$ ve $0° - 90°$ açılarında Şekil 4.22 ile gösterilmiştir.

$$\Delta_1 = \psi_1 - \alpha_{12w} - \frac{\pi}{2}$$
$$\Delta_2 = \frac{\pi}{2} - \psi_2 - \alpha_{23w} \tag{4.43}$$

Tork aktarılan dişlilerdeki reaksiyon kuvvetleri (4.44) ile verilen bağıntıda X ve Y bileşenlerine ayrılmıştır. Yer çekimi $-Y$ doğrultusunda olduğu düşünülerek dişli ve şaftların ağırlıkları da dikkate alınmıştır.

$$R1X = -Fn_{12}\cos(\Delta_1)$$
$$R1Y = -Fn_{12}\sin(\Delta_1) - m_{1g}$$
$$R3X = -Fn_{23}\cos(\Delta_2)$$
$$R3Y = Fn_{23}\sin(\Delta_2) - m_{3g} \tag{4.44}$$

Sistemi süren pinyon dişlideki reaksiyon kuvvetleri (4.45) ile verildiği gibi diğer iki sürülen dişlinin reaksiyon kuvvetlerinin tam tersi yönündedir.

$$R2X = -R1X - R3X$$
$$R2Y = -R1Y - R3Y + m_{1g} + m_{3g} - m_{2g} \tag{4.45}$$

Dişlideki reaksiyon kuvveti kavrama doğrusu üzerindeyken pinyondaki reaksiyon kuvveti iki dişli çiftindeki dengeleme ile farklı yönde olmaktadır. Pinyondaki reaksiyon kuvvetinin her bir dişli çifti kavrama doğrusu üzerindeki bileşeni dikkate alınarak sehim hesabında kullanılır. Böylece sistem üzerindeki dengeleme ile diş temasının değişimi incelenmiştir. Pinyondaki reaksiyon kuvvetinin açısı,

$$\phi = \operatorname{atan}\left(\frac{\mathrm{R2Y}}{\mathrm{R2X}}\right) \tag{4.46}$$

$1-2$ dişlileri arasındaki tepki kuvvetinin bileşeni için (4.47) ile verilen verilen bağıntı kullanılabilir. R2X pozitif değer ise n tek sayı, değilse çift sayı olarak alınır. Bu bağıntıdan pinyonun 1–2 kavrama doğrultusundaki reaksiyon kuvveti bileşen oranı bulunmuş olur.

Eğer $\phi < 0$

$$\mathrm{R2}_{12} = \cos(\pi - \Delta_1 + \phi)\ (-1)^n$$

Eğer $\phi > 0$ (4.47)

$$\mathrm{R2}_{12} = \cos(\phi - \Delta_1)\ (-1)^n$$

Dişli çiftinin üzerine gelen normal kuvvetle bulunan sehim sonrasında üç dişli kullanılarak dengeleme ile dişli genişliği boyunca pinyondaki sehim (4.48) ile verilen bağıntıda $\mathrm{R2}_{12}$ oranıyla çarpılarak bulunur.

$$\delta_{\mathrm{deflection}_{\mathrm{pinion12}}} = (\mathrm{q_i} - \mathrm{q_{min}})\,\mathrm{R2}_{12} \tag{4.48}$$

Dişli çiftindeki toplam sehim pinyon ve sürülen dişli şaftlarındaki sehimlerin toplamı olarak (4.49) ile elde edilir. Tork ayrım modeli diş temas analizinde sehim için bu değer göz önüne alınır.

$$\delta_{\mathrm{deflection}_{12}} = \delta_{\mathrm{deflection}_{\mathrm{pinion12}}} + \delta_{\mathrm{deflection}_{\mathrm{gear12}}} \tag{4.49}$$

$2-3$ dişlileri arasındaki tepki kuvvetinin bileşeni için (4.50) kullanılabilir. R2Y pozitif değer ise n çift sayı, değilse tek sayı olarak alınır. Burada pinyonun 2–3 kavrama doğrultusundaki reaksiyon kuvveti bileşen oranı bulunmaktadır.

Eğer $\phi < 0$

$$R2_{23} = \cos(\Delta_2 + \phi)\ (-1)^n \tag{4.50}$$

Eğer $\phi > 0$

$$R2_{23} = \cos(\pi + \phi - \Delta_2)\ (-1)^n$$

Dişli çiftindeki toplam sehim 2–3 arasında bulunan sehim hesabındaki gibi (4.51) ile elde edilebilir.

$$\delta_{\text{deflection}_{\text{pinion}23}} = (q_i - q_{min})\, R2_{23} \tag{4.51}$$

Dişli çiftindeki şaft sehimi ile oluşan toplam şaft deformasyon miktarı,

$$\delta_{\text{deflection}_{23}} = \delta_{\text{deflection}_{\text{pinion}23}} + \delta_{\text{deflection}_{\text{gear}23}} \tag{4.52}$$

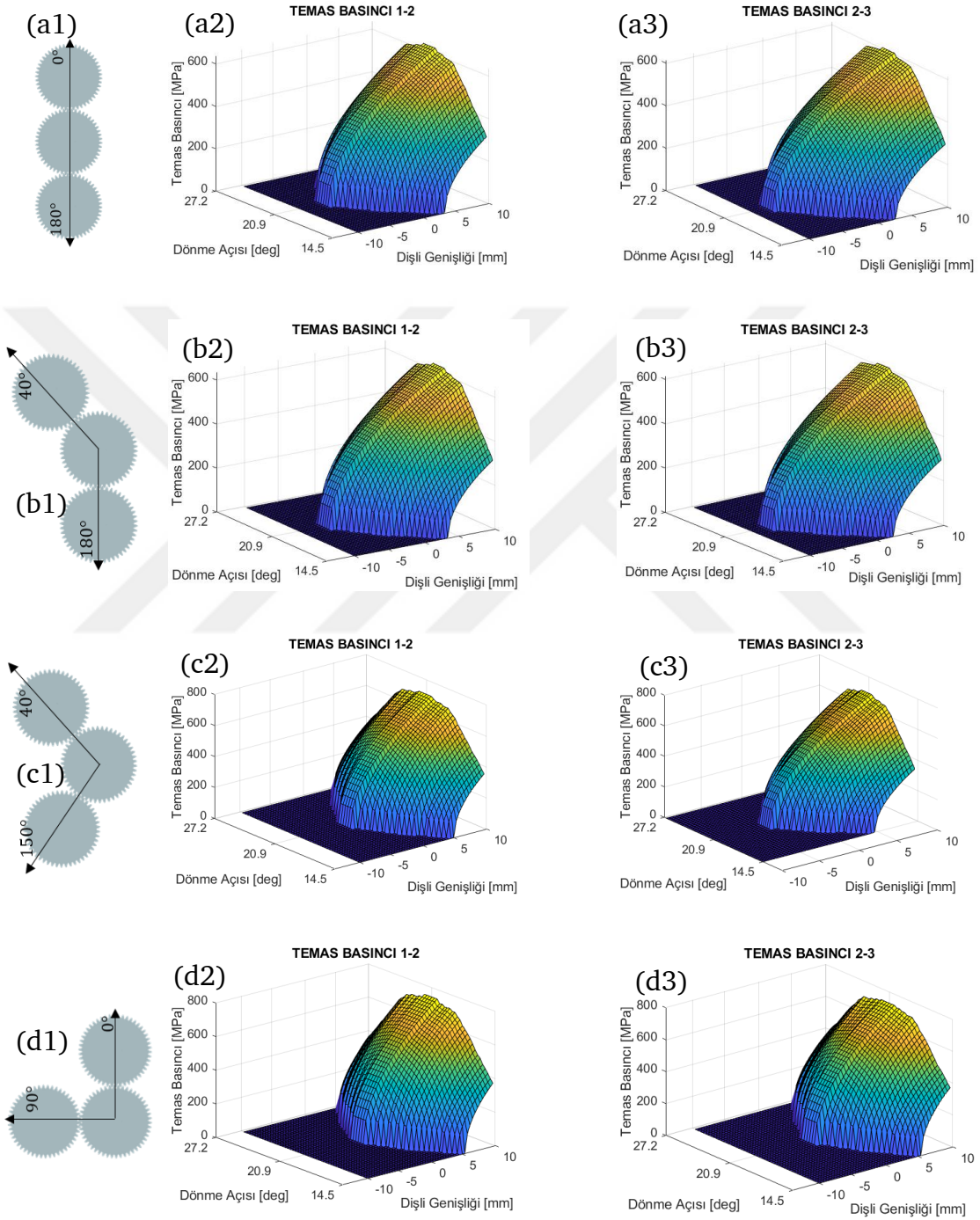
Şekil 4.22 ile gösterilen kuvvet dağılımında pinyon başlangıç noktası olarak alınıp asimetrik konumlandırmayla beraber dişliler arasındaki açının temas basıncına olan etkisi sırayla 0°–180°, 40°–180°, 0°–150° ve 0°–90° açılarında gösterilmiştir. Bu dişli konumunda pinyondan tork aktarılan her iki dişlide kavrama doğrusu zıt yönlü olduğundan pinyon şaftının sehimi sıfır veya ihmal edilebilecek kadar küçük değerdedir. Sadece tork aktarılan dişlilerin şaft sehimlerinin etkisi olduğu söylenebilir. Asimetrik dişli konumlanmasıyla aralarında 180°lik faz farkı olan Şekil 4.22(a) dağılımı en az temas kaybı olan durumdur.

40°– 180° konumlarında 1–2 ve 2–3 dişli çiftlerinin kavrama doğruları arasındaki açı farkı 180°'den azalmaya başladığı Şekil 4.22(b) durum ile temas kaybı bir miktar artmıştır. İki dişli çifti arasındaki kuvvet dağılım farkının nedeni ağırlık etkisinin hesaplanan modelde dâhil edilmesinden kaynaklanmaktadır.

40° – 150° konumlarında kuvvet dağılımı Şekil 4.22(c) ile incelenmiştir. Aralarındaki faz farkı bir önceki örneğe göre 180°'den daha da az olduğu için beklenildiği gibi kısmi temas kaybı artarken maksimum temas kuvveti değeri artmıştır.

İncelenen diğer tork ayrım modelleri arasında 0°–90°de Şekil 4.22(d) ile gösterilen modelde en fazla temas kaybı görülmektedir. Pinyondaki şaft sehimi tork aktarılan

dişlilerdeki şaft sehimine yakın değerdedir. 1–2 ve 2–3 dişlileri arasındaki temas basıncı veya kısmi temas kaybı çok yakın değerdedir. Sonuç olarak; ağırlık etkisini ihmal edersek açı konumuna göre dişli çiftlerinin birbirine göre kuvvet dağılımı farklı gelmemektedir.

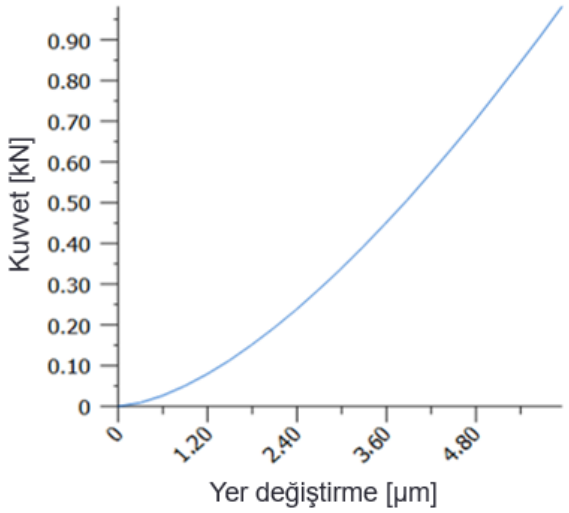


Şekil 4.22 Sırasıyla 1 – 2 ve 2 – 3 dişli çiftlerindeki temas basıncı dağılımı (a) 0° – 180° konumlarında (b) 40° – 180° konumlarında (c) 40° – 150° konumlarında (d) 0° – 90° konumlarında

5
TORK AYRIM MODELİNDE DİŞLİ DİNAMİĞİ

Ele alınan sistemde üç adet şaft, şaft ile tek parça üretilen dişliler ile şaftların yataklandığı rulmanlar bulunmaktadır. Sistemde dişli rijitliğinin zamana bağlı doğrusal olmayan değişimi, şaft ve rulman elastikliği de göz önüne alınmıştır. Çalışmalarda yapılan varsayımlar;

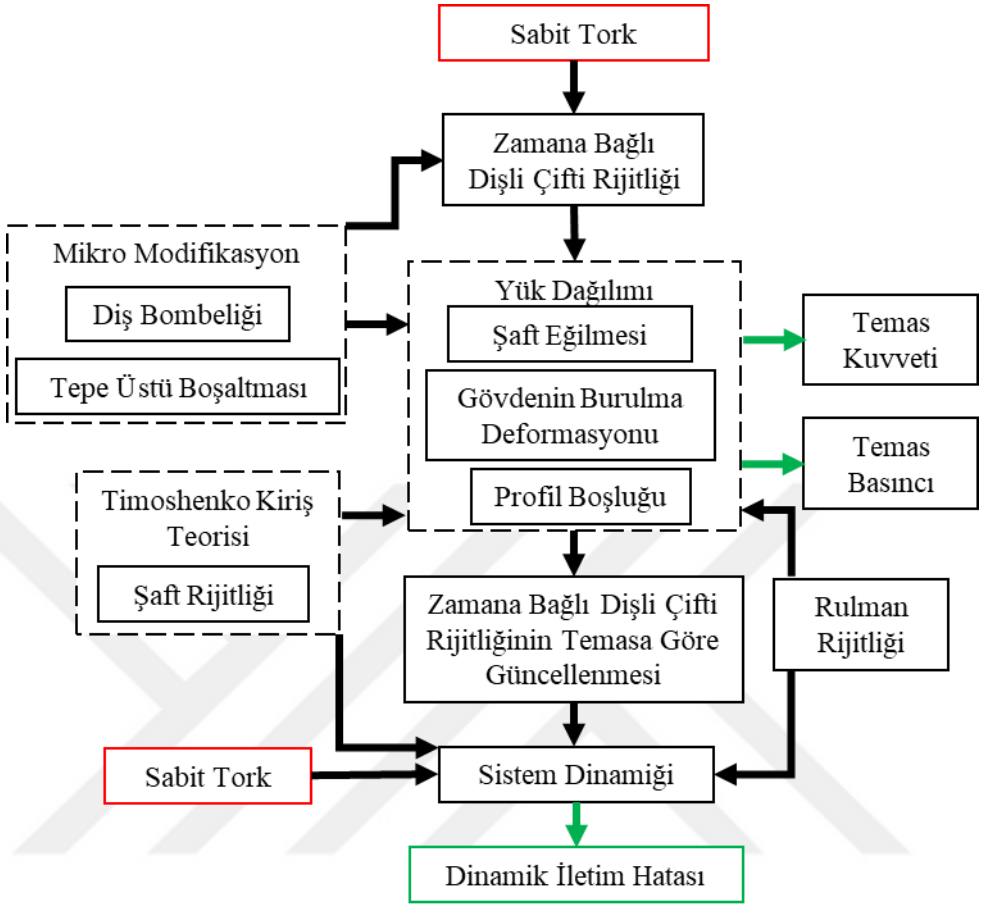
1) Rulman ile muhafazanın yeterince rijit geçtiği ve rulman muhafaza arasındaki rijitliğin 10^{10} $[^{N}/_{m}]$ mertebesinden büyük olduğu düşünülerek rulman ile muhafaza arasında bağıl hareket olmadığı kabul edilmiştir.
2) Rulmanda iç boşluk bulunmadığı varsayılmıştır. Şekil 5.1 ile gösterilen kuvvetle yer değiştirmesi verilen NU tipi silindirik makaralı rulmanda rijitliğin sabit $1.755\ 10^{8}$ $[^{N}/_{m}]$ olarak alınıp deformasyonla kuvvetin doğru orantılı değiştiği varsayılmıştır.
3) Rulmanlardaki hıza bağlı değişim çok az olduğundan etkisi ihmal edilmiştir.



Şekil 5.1 Silindirik makaralı rulmanın kuvvete bağlı rijitlik değişimi [73]

Şaft ve rulmanın oturma yüzeyi birbirine seri bağlı olduğundan aşağıdaki eş yatak rijitlikleri elde edilmiştir. Rulman rijitliği gelen yük miktarına göre değiştiğinden sağ ve sol yataklar için aynı rulman kullanılsa dahi yataklara gelen yük farklı olduğu zaman anlık rijitlikler farklı olacaktır.

Her bir dişli ve şaft için dönme yönündeki kütlesel atalet momenti ayrı ayrı hesaplanmıştır.



Şekil 5.2 Dinamik iletim hatası simülasyonu çalışması akış şeması

5.1 Faz Açısı

Tork ayrım modelinde iki dişli çiftinin temasa girdiği zaman farkının analitik olarak çıkarılması gerekmektedir. İki dişli çiftinin aralarında her zaman aynı ve belirli bir faz farkı bulunmaktadır. İlk dişli çiftinin konumu merkez çizgisi üzerinde olduğu varsayılmıştır. Sonrasında ikinci dişli çifti temasa başlama ile bitme noktaları arasındaki hangi konumda ise radyan cinsinden bir faz farkı tanımlanarak simülasyonda rijitlik girdileri arasında dönme açı farkı verilmiştir.

Temel dairedeki yarıçap (5.1) ile verildiği gibi herhangi bir noktadaki yarıçap ile o noktanın kavrama açısının kosinüsü ile çarpılarak bulunur.

$$r_b = r_i \cos \alpha \tag{5.1}$$

$$r_p \cos\alpha = r_w \cos\alpha_w = r_b$$

(5.2) ile verilen hatve miktarı ise referans daire üzerinde modülün pi sayısı ile çarpımına eşittir.

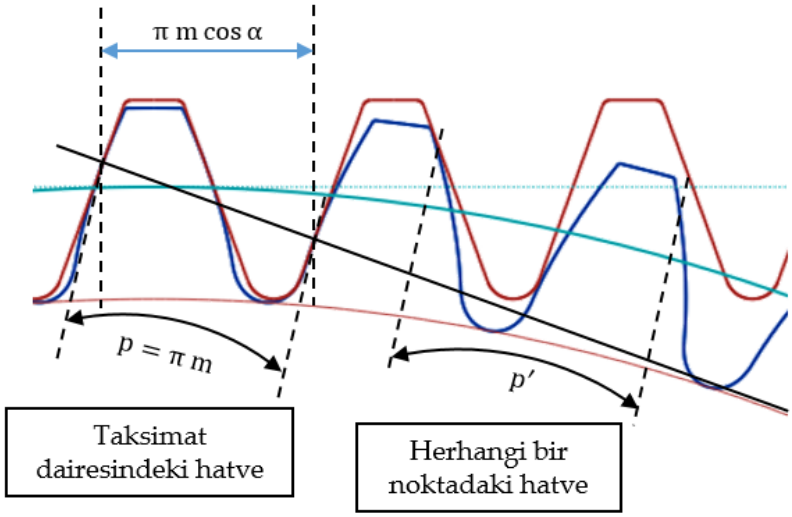
$$P = \pi m = \frac{2\pi}{N} r_p \tag{5.2}$$

Şekil 5.3 ile gösterildiği gibi dişli üzerindeki herhangi bir noktadaki hatve uzunluğu bulunmak istenirse;

$$\frac{2\pi}{N} r_p \cos\alpha = \frac{2\pi}{N} r_w \cos\alpha_w$$

$$\pi m \cos\alpha = p' \cos\alpha_w \tag{5.3}$$

$$P' = \frac{\pi\, m \cos\alpha}{\cos\alpha_w}$$



Şekil 5.3 Herhangi bir noktada hatve elde edilmesi

Faz açısının ayarlanmasıyla dişlilerin birbiri üzerindeki titreşim sönümlemesi sağlanabilir. Faz açısının değişiminde burulma titreşimi azalırken yanal titreşim artmakta veya tam tersi durum yaşanmaktadır. Bunun için iki yöndeki titreşim arasında optimizasyon yapılmalıdır [34].

2 ile 3 numaralı dişliler arasındaki çalışma kavrama açısı,

$$\cos \alpha_{23\,w} = \frac{r_{b2} + r_{b3}}{O_2 O_3} \tag{5.4}$$

1 ile 2 numaralı dişliler arasındaki çalışma kavrama açısı,

$$\cos \alpha_{12\,w} = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{O_1 O_2} \tag{5.5}$$

N' birinci temas ile ikinci temastaki hatve sayısı, ϕ faz farkını [rad] cinsinden göstermektedir.

(5.6) ile verilen bağıntıda ilk dişli çifti temas noktasından başlayarak ikinci dişki çifti temas noktasına kadar kaç hatve olduğu sayılır.

$$N' = \text{aşağıyuvarla}\left(\frac{N\ \varphi}{2\ \pi}\right) \tag{5.6}$$

İkinci dişli çifti temas noktasında değil de hatve bitiş noktasında bir bağıntı kurularak ϕ açısına bağlı denklem (5.7) elde edilmiştir.

$$r_{21\,w}\ \left[\left(\varphi - \alpha_{23\,w} + \alpha_{23\,any}\right) + \left(\text{inv}\,\alpha_{23\,any} - \text{inv}\,\alpha_{21\,w}\right)\right] = N'\ \frac{\pi\ m\ \cos \alpha_p}{\cos \alpha_{21\,w}} \tag{5.7}$$

(5.7) nolu denklem düzenlenirse;

$$\alpha_{23\,any} = \text{atan}(N'\ \frac{\pi\ m\ \cos \alpha_{21\,c}}{\cos \alpha_{21\,w}}\ \frac{1}{r_{21\,w}} - \varphi + \alpha_{23\,w} + \tan \alpha_{21\,w} - \alpha_{21\,w}) \tag{5.8}$$

2-3 dişlisindeki anlık kavrama açısı temasın başladığı SAP'deki kavrama açısından küçükse hatve sayısı bir artırılarak (5.6) ile verilen adımdan itibaren tekrar işlemler uygulanır.

$$\text{Eğer}(\alpha_{23any} < \alpha_{SAP23}\ , N'\ , N' + 1) \tag{5.9}$$

(5.8) ile bulunan kavrama açısı SAP'deki kavrama açısından büyük ise dönme açısı cinsinden alınır.

$$\theta_{23\,any} = \tan \alpha_{23\,any} \tag{5.10}$$

Böylece 1 – 2 ile 2 – 3 dişlileri arasındaki temas faz farkı (5.11) ile elde edilir.

$$\varphi = \theta_{21\,w} - \theta_{23\,any} \tag{5.11}$$

Şekil 5.4 ile ikinci dişli çiftindeki temas merkez çizgisi öncesinde gösterilmiştir. Merkez çizgisi sonrasında da alınsaydı; bağıntılarda bir değişiklik olmayacaktır.

5.2 Dişli Sisteminde Sürtünme Kuvveti Hesabı

Sistemde öncelikle güç kaybının olmadığını varsayarak teorik giriş – çıkış güç ve tork değerleri (5.12) ile belirlenmiştir.

$$\begin{gathered} P_2 = P_1 + P_3 \\ T_2\,\omega_2 = T_1\,\omega_1 + T_3\,\omega_3 \\ T_2\,\omega_2 = T_1\,\omega_2\frac{n_2}{n_1} + T_3\,\omega_2\frac{n_2}{n_3} \end{gathered} \tag{5.12}$$

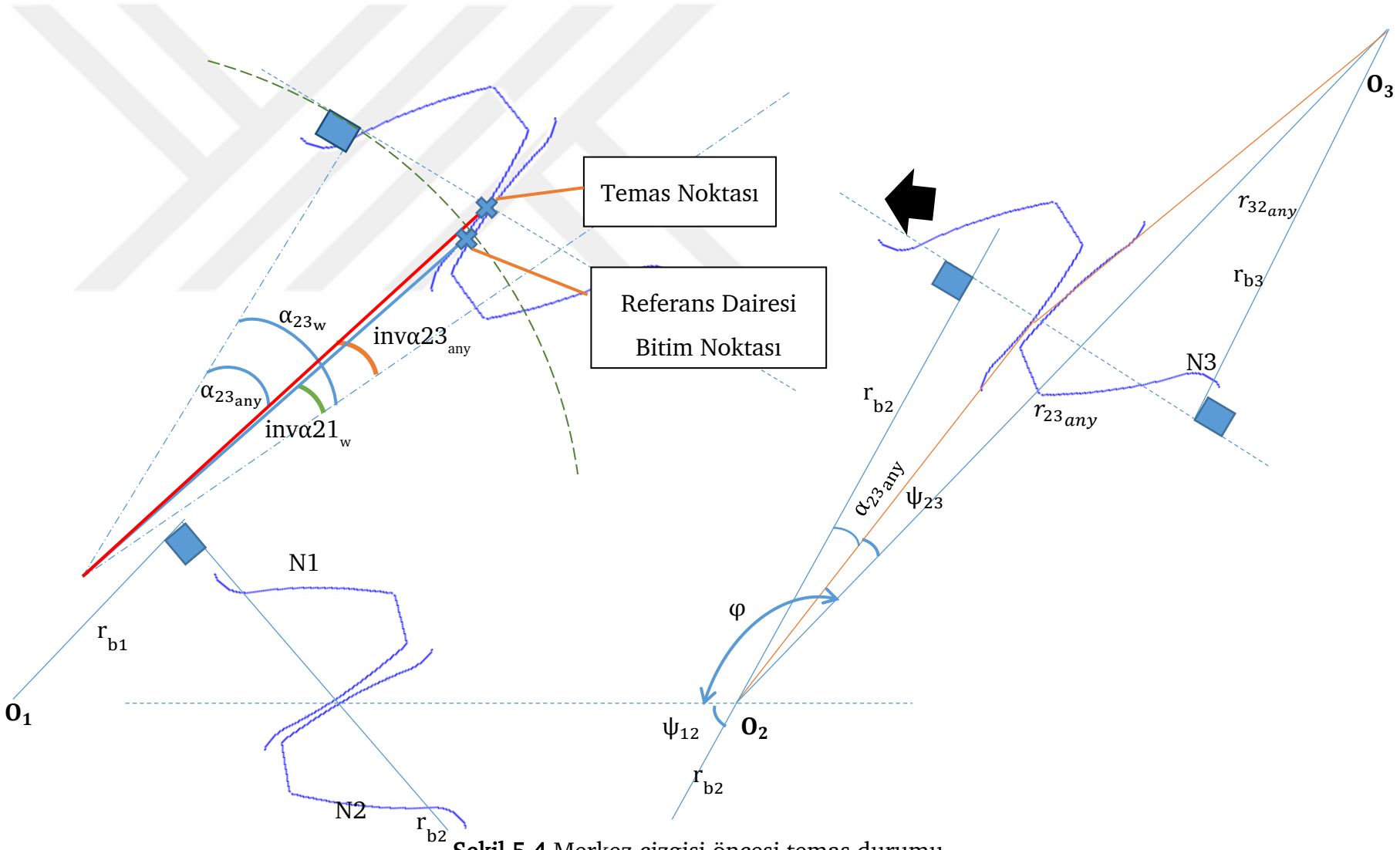
Sistemdeki dişli oranlarına bağlı olarak giriş ve çıkış tork değerleri (5.13) ile verilen eşitliği sağlamalıdır.

$$T_2 = T_1\,\frac{n_2}{n_1} + T_3\,\frac{n_2}{n_3} \tag{5.13}$$

Yön değişimini dikkate alarak sürtünme kuvvetinin X ve Y bileşenlerini referans eksenine göre pozitif veya negatif belirlenmelidir. Sürtünme katsayısı 0.05 olarak sabit alınmıştır. AGMA 925 [74] standardına göre zamana bağlı değişken sürtünme katsayısı da modele dâhil edilebilir.

(5.14) ile gösterilen referans eksen öncesi ρ çift sayı, sonrasında tek sayı olarak alınmıştır. Amaç; sürtünme kuvvetinin pozitif veya negatif yön tayinini yapabilmektir. Fs_{1a} tek ve çift diş olduğu durumlarda sürekli temasta olan dişi, Fs_{1b} izleyen dişi temsil etmektedir. Fs_{1a} ile Fs_{1b}'nin doğrultuları her zaman ters olacaktır.

$$Fs_{1,2} = (-1)^{\rho}\ \mu\, W_{1,2} \tag{5.14}$$

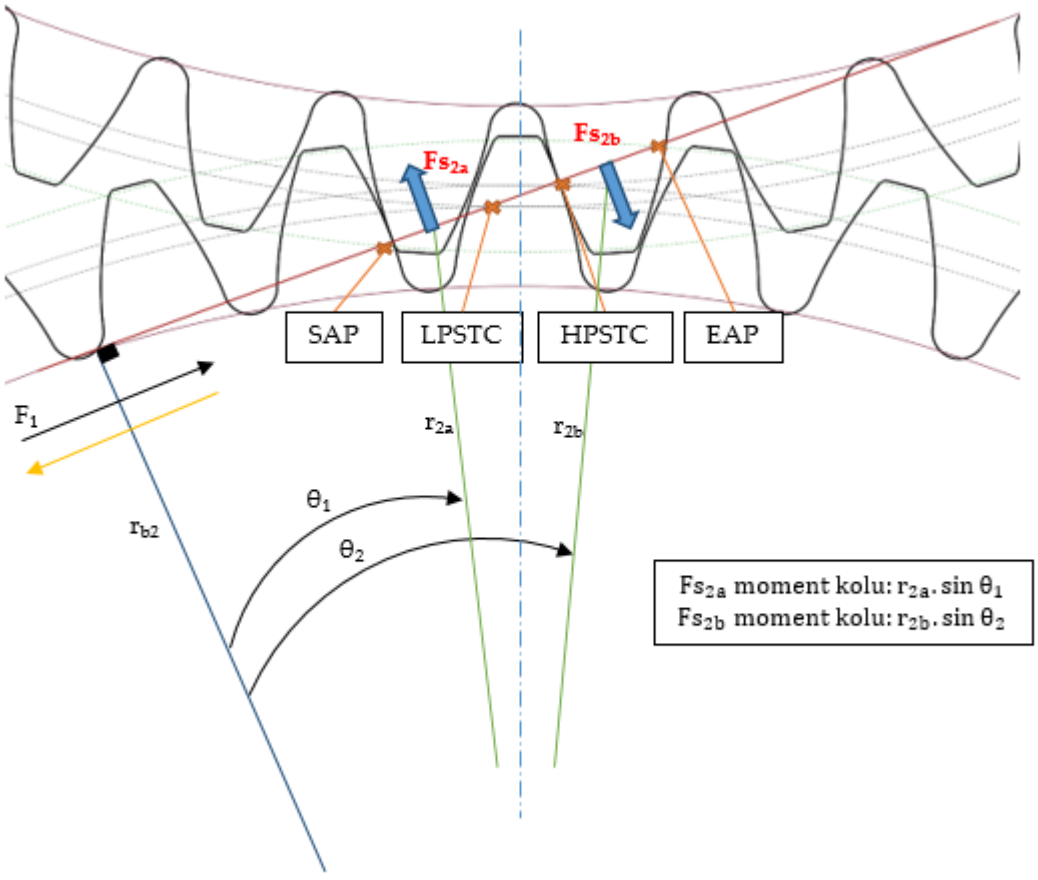


Şekil 5.4 Merkez çizgisi öncesi temas durumu

Sistemde giriş torkunun sabit olduğunu varsayalım. Çıkıştaki yeni tork çıkış değeri sürtünme kuvvetinden kaynaklı tork değerinden farkı alınarak bulunmaktadır. Öncelikle sistemde gerçekte aktarılan normal kuvvet bulunur. Sonrasında aktarılan dişlideki normal kuvvet pinyonun tam tersi yönde ve eşit olduğu düşünülür. İkinci dişlideki sürtünme kuvvetinden çıkarılarak tork ayrım modelindeki her bir dişli için (5.15) ile yeni tork değeri elde edilmektedir.

$$
\begin{aligned}
T_2 &= F_{n_{new}}\ r_{b2} + Fs_{2a}\ r_{2a}\ \sin(\theta_{2a}) + Fs_{2b}\ r_{2b}\ \sin(\theta_{2b}) \\
F_{n_{new}}\ r_{b1} &= T_{1_{new}} + Fs_{2a}\ r_{1a}\ \sin(\theta_{1a}) + Fs_{2b}\ r_{1b}\ \sin(\theta_{1b}) \\
F_{n_{new}}\ r_{b3} &= T_{3_{new}} + Fs_{2a}\ r_{3a}\ \sin(\theta_{3a}) + Fs_{2b}\ r_{3b}\ \sin(\theta_{3b})
\end{aligned}
\qquad (5.15)
$$

Şekil 5.5 ile bir dişli çiftinde sürtünme kuvvetinin dönmeye bağlı olarak yönü ve temas noktası gösterilmiştir.

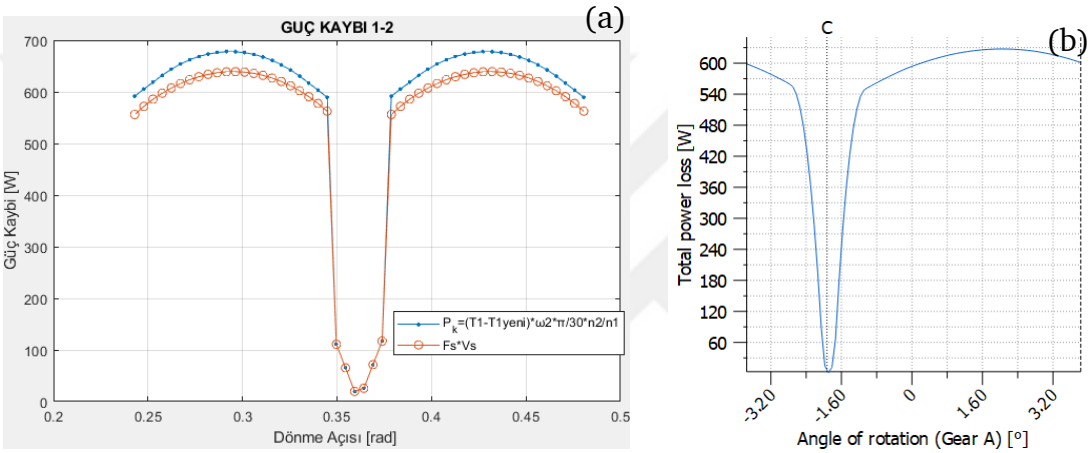


Şekil 5.5 Temas noktasına göre sürtünme torkunun belirlenmesi

Tork ayrım modelinde sürtünme kuvvetinin doğrultuları Şekil 5.7 ile verilmiştir. Ayrıca, tork ayrım modelinde kavrama doğrultusuna göre yüklerin X ve Y doğrultularındaki bileşenleri alınabilmesi için yatay ve dikey açı bileşenleri Şekil 5.8 ile gösterilmiştir.

İki dişlideki tork kaybının açısal hız ile çarpımı tork ayrım modelinde toplam güç kaybını vermektedir. Şekil 5.6 ile analitik yöntem sonucu KissSoft® ile karşılaştırılmıştır.

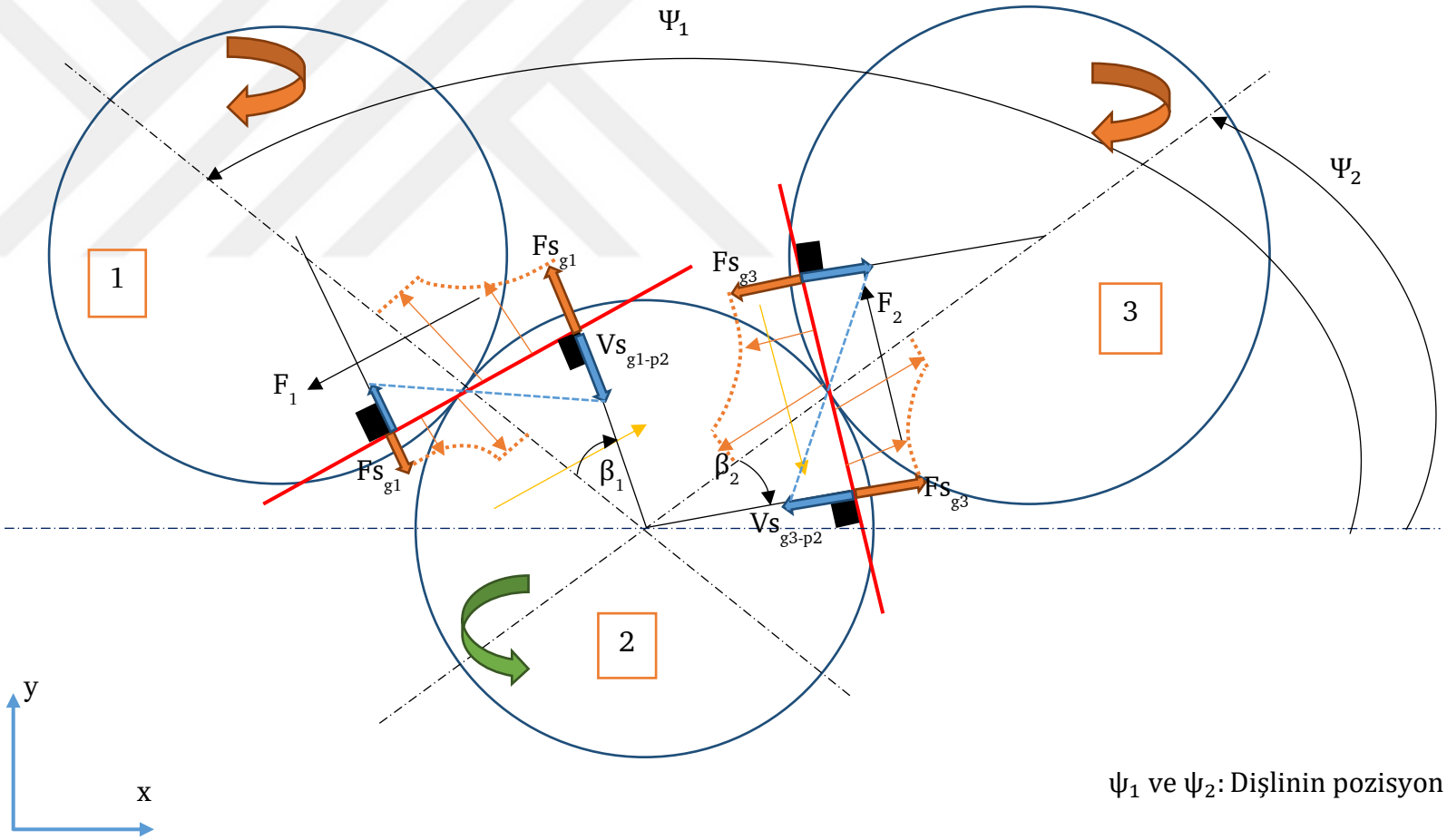
$$P_{kayıp} = \left(T_1 - T_{1_{yeni}}\right)\omega_2 \frac{\pi}{30}\frac{n_2}{n_1} + \left(T_3 - T_{3_{yeni}}\right)\omega_2 \frac{\pi}{30}\frac{n_2}{n_3} \tag{5.16}$$



Şekil 5.6 Dişli çiftinde güç kaybı hesabı sırasıyla (a) analitik yöntem, (b) yazılım sonucu

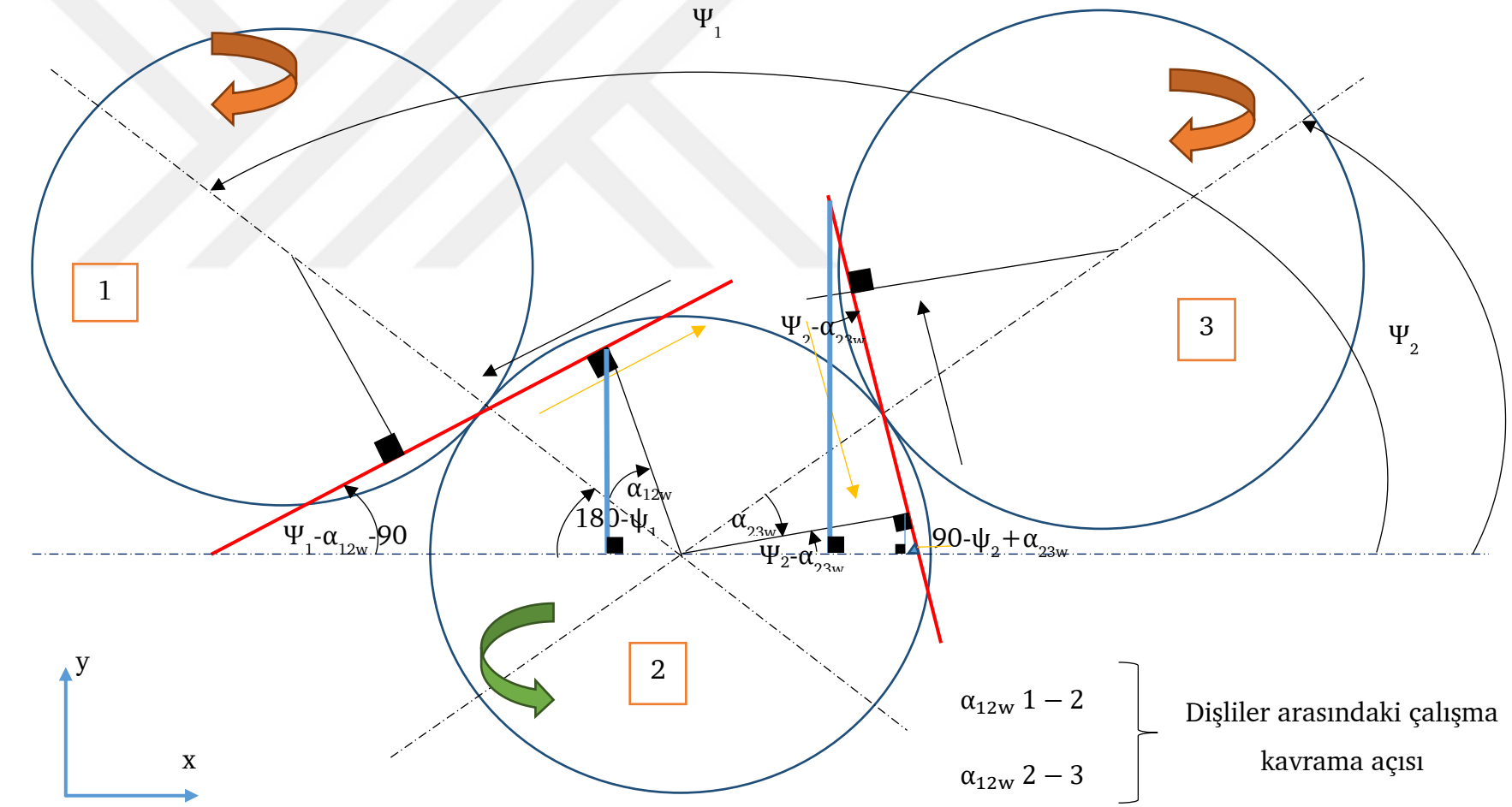
5.3 Hareket Denklemleri

Sistemde sadece iki dişli kullanılsaydı hareket kavrama doğrusu üzerinde kabul edilebilirdi; fakat üç dişliden oluşan ve farklı açılarda incelenmek istenen sistemde X ve Y doğrultularında ayrı serbestlik derecesi tanımlanmıştır. Şaft hareketleri de dâhil edildiğinde 12–serbestlik derecesi Şekil 5.9 ile gösterildiği gibi dinamik denklemlerde modellenmiştir. Karmaşıklığı önlemek için X yönündeki serbestlik dereceleri şekilde gösterilmemiştir.

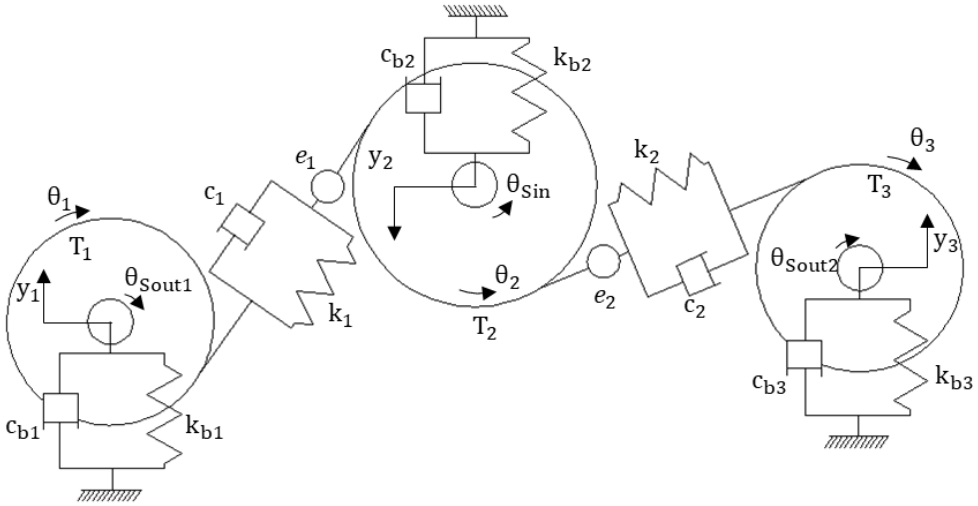


ψ_1 ve ψ_2: Dişlinin pozisyon açısı

Şekil 5.7. Sürtünme kuvveti yön tayini



Şekil 5.8 Sürtünme kuvveti açılarının belirlenmesi



Şekil 5.9 Tork ayrım modelinin 12–serbestlik derecesi için şematik gösterimi

Dişli çiftlerinde kavrama doğrusunun yatay ile yaptığı açıya göre daha sade göstermek amacıyla (5.17) ile verildiği gibi γ açısıyla isimlendirilmiştir.

$$\gamma_1 = \psi_1 - \alpha_{12w} - 90^\circ$$
$$\gamma_2 = \psi_2 - \alpha_{23w} \tag{5.17}$$

Eksenel olarak yer değiştirmeleri de burulma yönündeki etkisinin dâhil edildiği dinamik iletim hatası denklemleri iki dişli çifti için (5.18) ile elde edilmiştir.

$$p_1 = r_2\theta_2 - r_1\theta_1 - e_1 + (y_2 - y_1)\ \sin(\gamma_1) + (x_2 - x_1)\cos(\gamma_1)$$
$$p_2 = r_2\theta_2 - r_3\theta_3 - e_2 + (y_2 - y_3)\ \cos(\gamma_2) + (x_2 - x_3)\ \sin(\gamma_2) \tag{5.18}$$

Şaft ve dişliler için düzlemsel yöndeki hareket denklemleri,

$$m_1\ddot{x}_1 + k_{b1}(x_1) + c_{b1}(\dot{x}_1) - c_1(\dot{p}_1)\cos(\gamma_1) - k_1 g_1 \cos(\gamma_1) = 0$$
$$m_1\ddot{y}_1 + k_{b1}(y_1) + c_{b1}(\dot{y}_1) - c_1(\dot{p}_1)\ \sin(\gamma_1) - k_1 g_1 \sin(\gamma_1) = 0$$
$$m_2\ \ddot{x}_2 + k_{b2}(x_2) + c_{b2}(\dot{x}_2) + c_1(\dot{p}_1)\cos(\gamma_1) + k_1\ g_1\cos(\gamma_1) + c_2(\dot{p}_2)\sin(\gamma_2) + k_2\ g_2\sin(\gamma_2) = 0 \tag{5.19}$$
$$m_2\ \ddot{y}_2 + k_{b2}(y_2) + c_{b2}(\dot{y}_2) + c_1(\dot{p}_1)\sin(\gamma_1) + k_1 g_1 \sin(\gamma_1) + c_2\ (\dot{p}_2)\ \cos(\gamma_2) + k_2\ g_2\cos(\gamma_2) = 0$$

$$m_3\ddot{x}_3 + k_{b3}(x_3) + c_{b3}(\dot{x}_3) - c_2(\dot{p}_2)\sin(\gamma_2) - k_2 g_2 \sin(\gamma_2) = 0$$

$$m_3\ddot{y}_3 + k_{b3}(y_3) + c_{b3}(\dot{y}_3) - c_2(\dot{p}_2)\cos(\gamma_2) - k_2 g_2 \cos(\gamma_2) = 0$$

Üç şaft için dönme yönündeki hareket denklemleri,

$$\begin{aligned} J_{Sin}\ddot{\theta}_{Sin} + c_{Sin}(\dot{\theta}_{Sin} - \dot{\theta}_2) + k_{Sin2}(\theta_{Sin} - \theta_2) &= T_2 \\ J_{Sout1}\ddot{\theta}_{Sout1} + c_{Sout1}(\dot{\theta}_{Sout1} - \dot{\theta}_1) + k_{Sout1}(\theta_{Sout1} - \theta_1) &= -T_{1_{new}} \\ J_{Sout2}\ddot{\theta}_{Sout2} + c_{Sout2}(\dot{\theta}_{Sout2} - \dot{\theta}_3) + k_{Sout2}(\theta_{Sout2} - \theta_3) &= -T_{3_{new}} \end{aligned} \tag{5.20}$$

T_1 ve T_3 çıkış torklarının sürtünme nedeniyle sabit olmadığı göz önüne alınarak zamana bağlı değişen çıkış tork değerleri dinamik modele dâhil edilmiştir.

Dönme yönündeki dişli denklemleri,

$$\begin{aligned} J_1\ddot{\theta}_1 + c_{Sout1}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{Sout1}) + k_{Sout1}(\theta_1 - \theta_{Sout1}) - r_1 c_1 \dot{p}_1 - r_1 k_1 g_1 \\ = -Fs_{1a}\, r_{1a}\, \sin(\theta_{1a}) - Fs_{1b}\, r_{1b}\, \sin(\theta_{1b}) \\ J_2\ddot{\theta}_2 + c_{Sin}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_{Sin}) + k_{Sin}(\theta_2 - \theta_{Sin}) + r_2 c_1 \dot{p}_1 + r_2 k_1 g_1 + r_2 c_2 \dot{p}_2 \\ + r_2 k_2 g_2 \\ = +Fs_{1a}\, r_{2a}\, \sin(\theta_{2a}) + Fs_{1b}\, r_{2b}\, \sin(\theta_{2b}) \\ + Fs_{2a}\, r_{2a}\, \sin(\theta_{2a}) + Fs_{2b}\, r_{2b}\, \sin(\theta_{2b}) \\ J_3\ddot{\theta}_3 + c_{Sout2}(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_{Sout2}) + k_{Sout2}(\theta_3 - \theta_{Sout2}) - r_3 c_2 \dot{p}_2 - r_3 k_2 g_2 \\ = -Fs_{2a}\, r_{3a}\, \sin(\theta_{3a}) - Fs_{2b}\, r_{3b}\, \sin(\theta_{3b}) \end{aligned} \tag{5.21}$$

Sistemde tork kaplin üzerinden akmaktadır. Denklemin sağ tarafı dişlilerdeki zamana bağlı değişen sürtünme kayıplarını belirtmektedir. J_2 pinyonun kütlesel ataletini J_1 ve J_3 dişlilerin kütlesel ataletlerini göstermektedir. Diğer indislerde benzer şekildedir.

İki dişli çifti için doğrusal olmayan yer değiştirme fonksiyonları g_1 ile g_2 (5.22) ve (5.23) ile tanımlanmıştır.

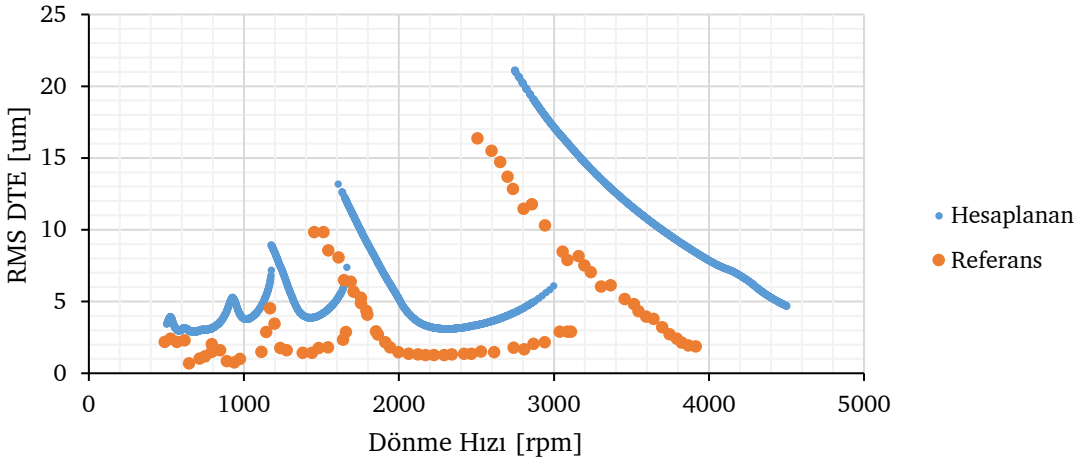
$$g_1 \begin{cases} \mathbf{p_1} - \mathbf{b_1}, & p_1 > b_1 \\ \mathbf{0}, & -b_1 \le p_1 \le b_1 \\ \mathbf{p_1} + \mathbf{b_1}, & p_1 < -b_1 \end{cases} \tag{5.22}$$

$$g_2 \begin{cases} \mathbf{p_2} - \mathbf{b_2}, & p_2 > b_2 \\ \mathbf{0}, & -b_2 \le p_2 \le b_2 \\ \mathbf{p_2} + \mathbf{b_2}, & p_2 < -b_2 \end{cases} \tag{5.23}$$

5.4 Dinamik Analiz Simülasyon Sonuçları

Dinamik analizlerde MATLAB-Simulink® programı kullanılmıştır. Modellemedeki blok diyagramlar Ek A'da Şekil A.1, Şekil A.2, Şekil A.3, Şekil A.4, Şekil A.5 ve Şekil A.6 ile göstermiştir. Yayımlanmış çalışmadaki [39] dinamik iletim hatalarının deneysel verileri, dişli çiftinde önerilen modeli doğrulamak için kullanılmıştır. Test platformu, düz dişlilerin dinamik iletim hata testleri için mekanik kapalı çevrim test sistemi kullanılmıştır.

Genlik sıçraması olgusunun, kavrama doğrusundaki büyük bağıl dinamik yer değiştirmenin neden olduğu toplam diş ayrılmaları nedeniyle; giriş hızının dişli sisteminin rezonans hızına yakın olduğunda meydana geldiği gözlemlenmektedir. Giriş hızı sistemin ana rezonans ve harmonik rezonans hızlarına yakın olduğunda, süpürme işleminde hızlandırma esnasında atlama hızı, hız düşürme işlemindeki düşüş hızı ile tutarlı değildir. Önerilen model kullanılarak elde edilen sayısal sonuçlar, Şekil 5.10 ile gösterildiği gibi giriş hızı arttıkça veya azaldıkça genlik sıçraması olgusunun doğru bir şekilde elde edilebileceğini göstermektedir [60].



Şekil 5.10 Referans test düzeneğinde DTE sonuçları [39] ile 200 Nm giriş torkunda hesaplanan DTE sonuçları

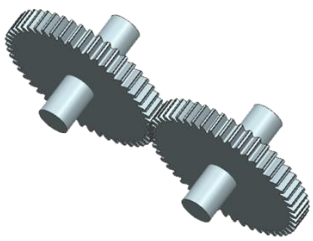
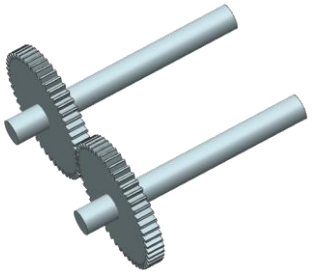
Sönüm oranı tepe noktalarının genlik değerini etkilemektedir. Ayrıca, sıçrama etkisi belirli bir sönüm oranında ortaya çıkmamaktadır.

Sistem dinamiği çözümünde nümerik integrasyon yöntemi ile sabit 0.5e-6 [sn] örnekleme zamanı aralığı için ode4 Runge-Kutta çözücüsü kullanılmıştır. Dişli çifti rijitliği, dişli sönümü, sürtünme kuvveti ve kayıplarla sistemdeki tork zamana bağlı olarak değişken alınmıştır.

5.4.1 Referans [75] Dişli Çifti Parametreleri ile Dinamik İletim Hatası Sonuçları

Sayısal sonuçların deneysel sonuçlarla, özellikle Şekil 5.10 ile görüldüğü gibi harmoniklerin frekans aralığı bakımından iyi bir benzerlik göstermektedir. Şekil 5.12 ile verilen DTE analizleri, sırasıyla Şekil 4.15, Şekil 4.16, Şekil 4.17 ve Şekil 4.18 ile gösterilen her çalışma için Kahraman'ın verdiği [75] dişli parametreleri kullanılarak yapılmıştır. Burada 'w/ tip' tepe boşaltması uygulanan, 'w/o crowning' diş bombeliği uygulanan, 'w/o …' ise bu modifikasyonların olmadığı halini göstermektedir.

Şekil 5.12(a–c) dinamik iletim hatası sonuçları dişlinin şaft üzerine simetrik olarak konumlanmasıyla Şekil 5.12(d) ise şaft sehiminin etkisini görebilmek için Şekil 5.11 ile gösterildiği gibi asimetrik olarak konumlandırılmıştır.

(a)  (b) 

Şekil 5.11 Dişli çiftlerinin şaft üzerine konumlandırılması (a)Simetrik (b)Asimetrik

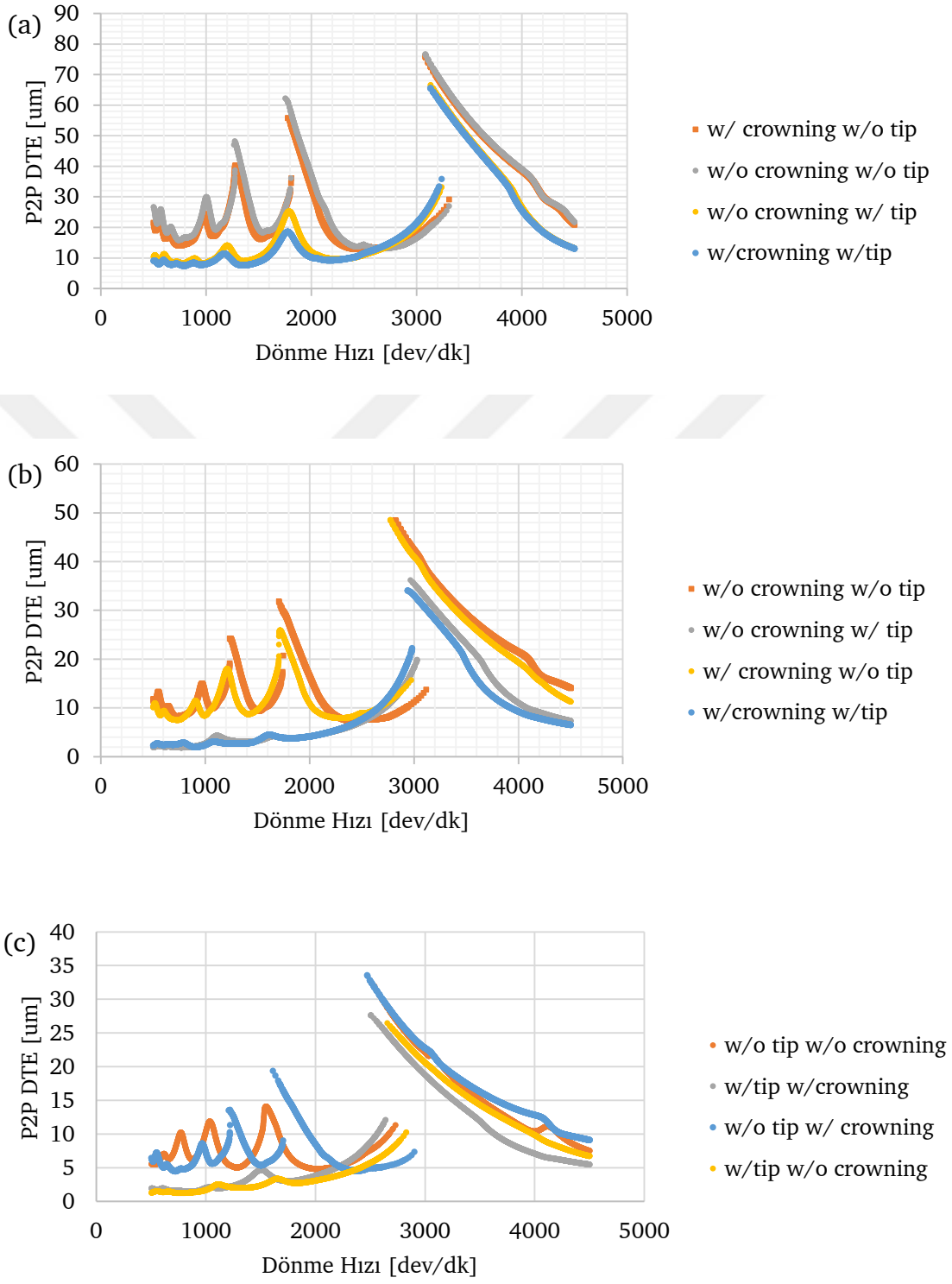
Şekil 5.12(a) ile gösterilen dinamik analizde; yeterli miktarda tepe boşaltması verilmesi durumunda alt harmonik tepeleri kaybolmakta ve DTE genlikleri azaltmaktadır. Böylece sistem daha kararlı hale gelmektedir. 340 [Nm] torkta 10 [µm] tepe boşaltması kullanılmıştır. Bu tork değerinde en fazla statik iletim hatası 10 [µm]'dan fazladır. Tepeden tepeye statik iletim hatasını küçültmek için tepe boşaltması miktarı artırılırsa, alt harmonik tepe noktaları küçülebilmektedir. Diş bombeliği, frekans değerlerini bir miktar üst sınırlara kaydırdığı için sistem dinamiğini olumlu yönde etkilemektedir.

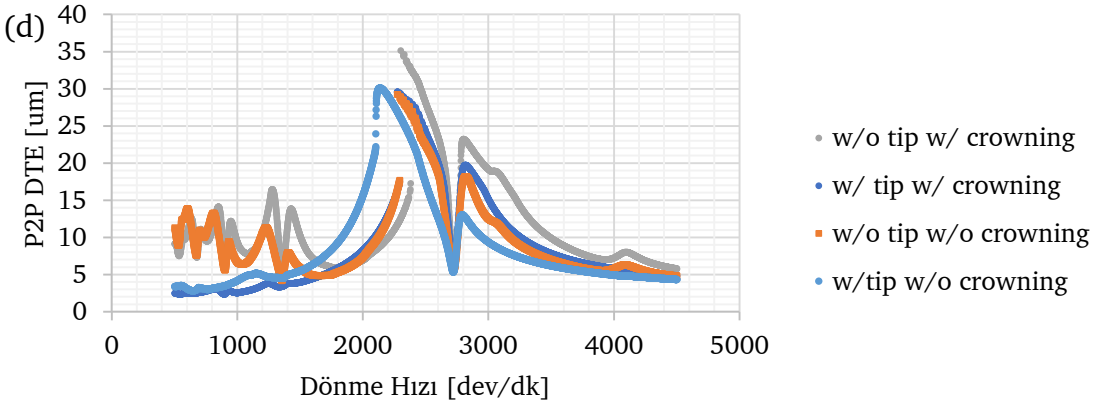
170 [Nm] torkta statik iletim hatası 10 [µm] mertebesinde gelmektedir. Şekil 5.12(b) ile gösterilen dinamik analizde; sistem dinamik cevabı 10 [µm] tepe boşaltması tepeden tepeye statik iletim hatasını azaltmak için uygun sonuç vermektedir. Diş bombeliği, alt harmoniklerin DTE genliğini azaltmaktadır; ancak frekans aralığı daha düşük değerlere kaymaktadır.

85 [Nm] tork için 5 [µm] tepe boşaltması tanımlanmıştır ve bu değerden daha yüksek değerler, dişli temas oranını azaltması nedeniyle sistem dinamik özelliklerini kötü etkilemektedir. Şekil 5.12(c) tepe boşaltması uygulamadan, sadece diş bombeliği uygulanması harmonikleri daha yüksek değerlere kaydırırken DTE genliklerini artırmaktadır.

DTE üzerindeki diş bombeliği etkisi sistemdeki yüke bağlıdır. Şekil 5.12(d) ile gösterilen dinamik analizde; kısmi temas kaybına paralel olarak, yük artışı ile diş bombeliğinin DTE üzerindeki etkisi azalmaktadır. Diş bombeliği, dişli yüzeyindeki

temas alanının genişlemesini sağlasa da DTE genlikleri artmaktadır. Bu nedenle, diş bombeliğinin sistem dinamik yanıtını olumsuz etkilemektedir.





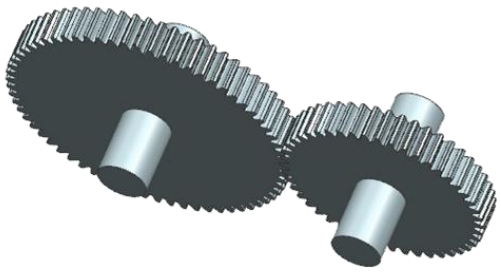
Şekil 5.12 DTE hesaplama sonuçları (a) Simetrik konumlandırma ile 340 [Nm] giriş torku için DTE sonuçları (b) Simetrik konumlandırma ile 170 [Nm] giriş torku için DTE sonuçları (c) Simetrik konumlandırma ile 85 [Nm] giriş torku için DTE sonuçları (d) Asimetrik konumlandırma ile 85 [Nm] giriş torku için DTE sonuçları

5.4.2 Dinamik İletim Hatası Vaka Çalışması

Bu bölümde Tablo 3.1 ile Pinyon ve Dişli–1 parametrelerini kullanarak dişli çiftindeki değişkenlerle ve şaft sehiminin kısmi temas kaybına neden olmasıyla dinamik iletim hatası sonuçları üzerindeki etkisi incelenmiştir.

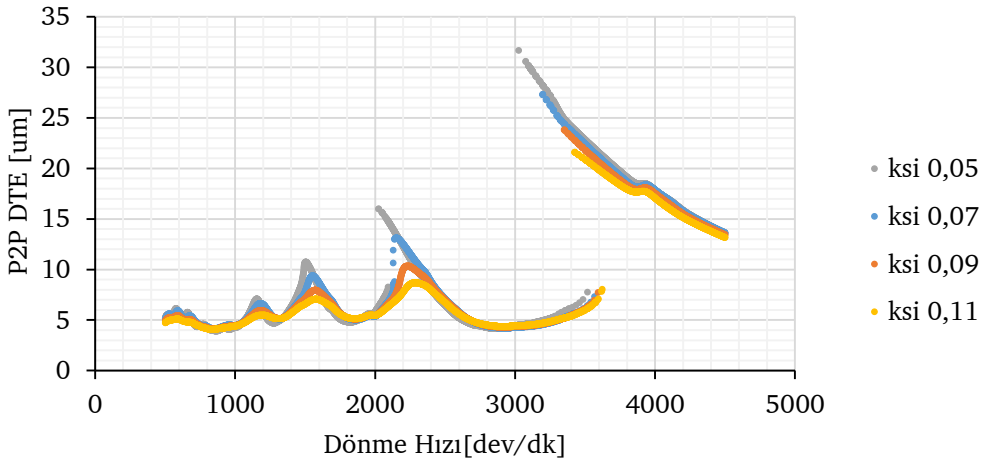
5.4.2.1 Dişli Parametrelerinin Değişimi ile DTE çalışması

Dişlilerin şaft üzerine simetrik konumlandırılmış Şekil 5.13 ile gösterilen sistem üzerinde farklı sönüm katsayısı, farklı kavrama açısı, farklı giriş torku ve değişik tepe boşaltması değerleri ile sistem dinamik cevap karakteristiği incelenmiştir.



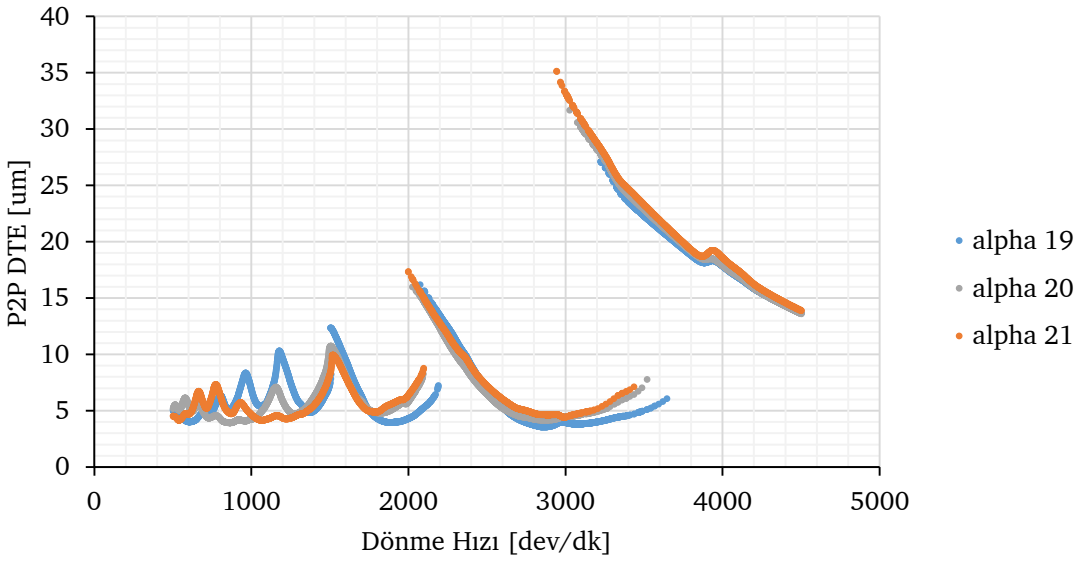
Şekil 5.13 Simetrik konumlandırılmış vaka çalışması modeli

Farklı sönüm değerleri kullanılarak tepeden tepeye alınan dinamik iletim hatası sonuçları Şekil 5.14 ile gösterilmiştir. Diğer grafiklerde 0.05 sönüm katsayısı kullanılırken burada sönüm katsayısının artmasıyla alt harmonik tepelerinin daha düşük DTE değerlerine düştüğü görülmektedir. 0.05 ile 0.11 sönüm katsayısı arasında tepeden tepeye yarıya düşen DTE değeri elde edilmiştir.



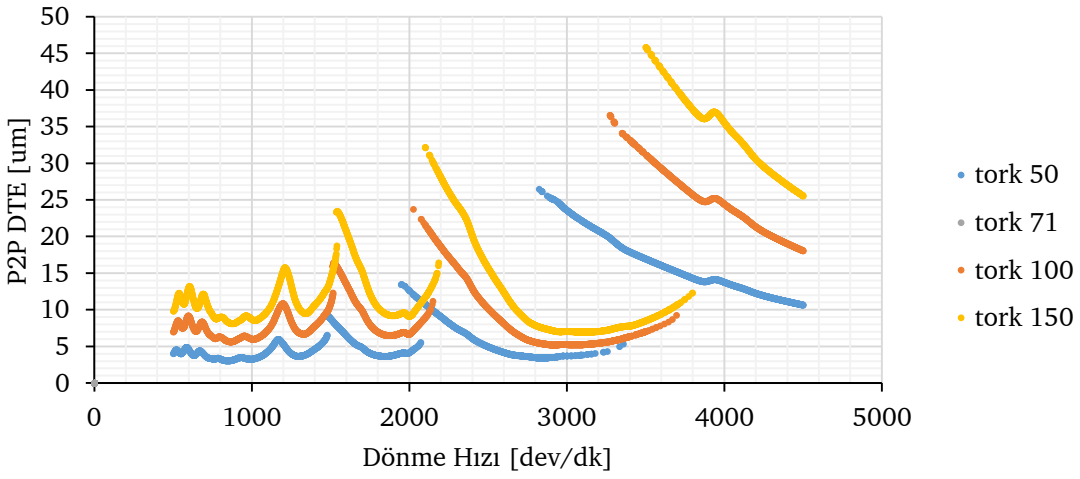
Şekil 5.14 Farklı sönüm oranlarında DTE sonuçları

Daha düşük kavrama açısı kullanmak alttan kesme ihtimalini artıran bir etkendir. 19[°] kavrama açısındaki alttan kesme kontrol edilmiştir. Kavrama basınç açısının 20[°] haricinde 19[°] ve 21[°] kullanılmasıyla DTE'nin değişimi Şekil 5.15 ile gösterilmiştir. 19[°] ve 21[°] kavrama açısında alt harmonik değerlerinde sistem nispeten daha iyi görünürken 3500 [dev/dk] civarındaki geçişte DTE genlik değerleri artmıştır. Burada kavrama açısının sistem cevabını nasıl etkilediğini söylemek zordur. Tasarım parametrelerine göre kavrama açısı seçilmektedir.



Şekil 5.15 Farklı kavrama açılarında DTE sonuçları

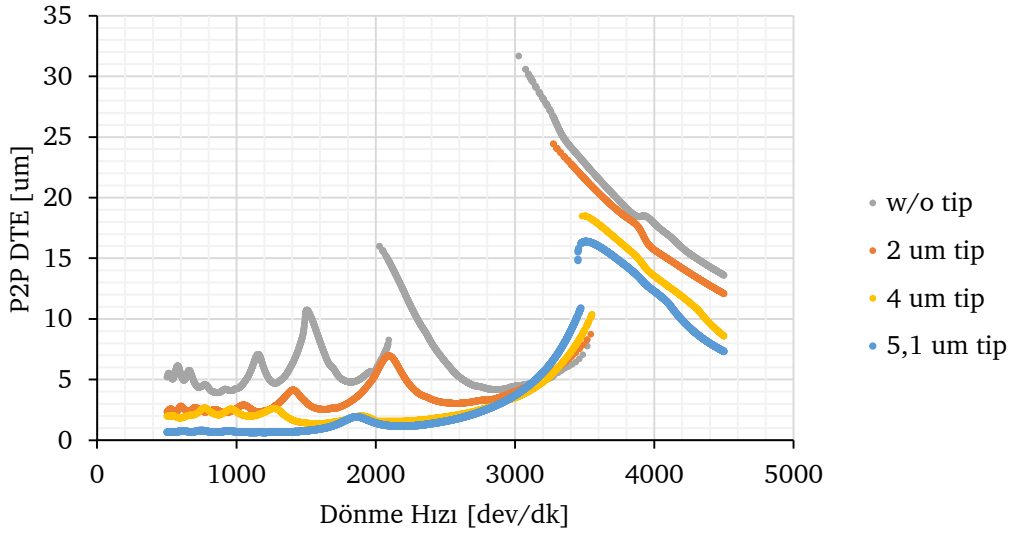
Sistem giriş torkunun değiştirilmesi ile sistem cevabının değişimi Şekil 5.16 ile gösterilmiştir. Giriş torkunun artması ile DTE genlik değerleri de benzer oranda artmaktadır. Harmonik tepelerin geçiş frekansı bir miktar daha üst frekanslara taşınmaktadır.



Şekil 5.16 Farklı giriş tork değerlerinde DTE sonuçları

Farklı tepe boşaltması değerleri kullanımında ve tepe boşaltması uygulanmamış halinde sistemin dinamik cevabının değişimi Şekil 5.17 ile gösterilmiştir. Dişli profilinden gelen sapma değerleri dinamik iletim hatasını en çok etkileyen etkenler arasında gösterilebilir. Burada tepe boşaltması uygulanmamış halinde

geçişler çok belirgin ve sıçrama olgusu gözlemlenmektedir. Düz dişli çiftindeki tepeden tepeye olan statik iletim hatasını en küçük tutacak şekilde tepe boşaltması tanımlanmasıyla alt harmonikler sönümlenirken sıçrama olgusu da belirsizleşmeye başlamıştır.

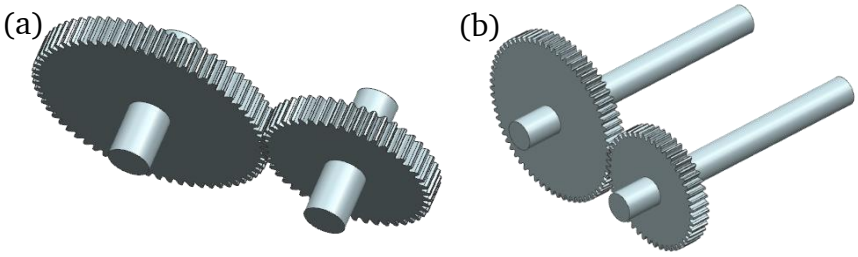


Şekil 5.17 Farklı tepe boşaltması değerlerinde DTE sonuçları

5.4.2.2 Sistem Deformasyonu ile DTE çalışması

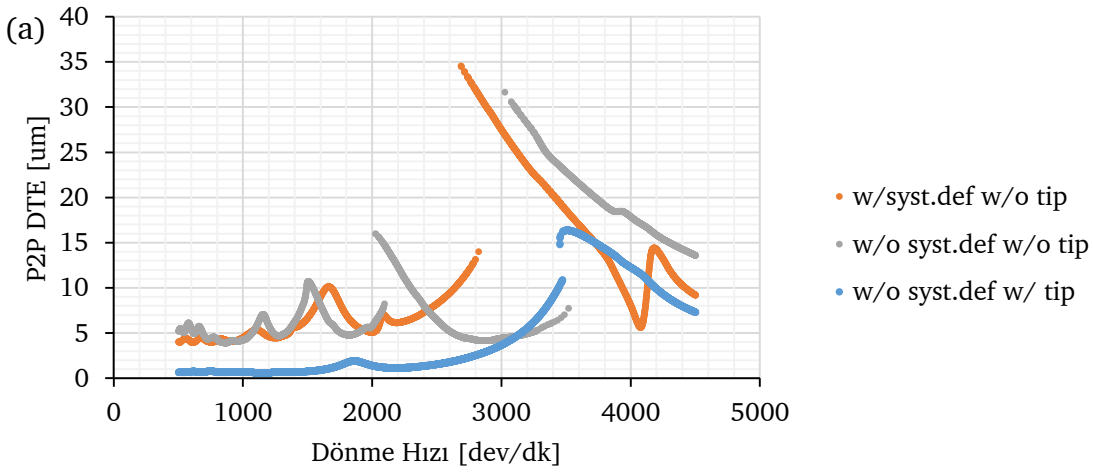
Şekil 5.18 ile gösterilen dişli modellerinde mikro modifikasyon etkisi ve dişlinin şaft üzerine asimetrik konumlandırarak şaft sehiminin dinamik iletim hatasını dolaylı olarak değiştirmesi verilmiştir.

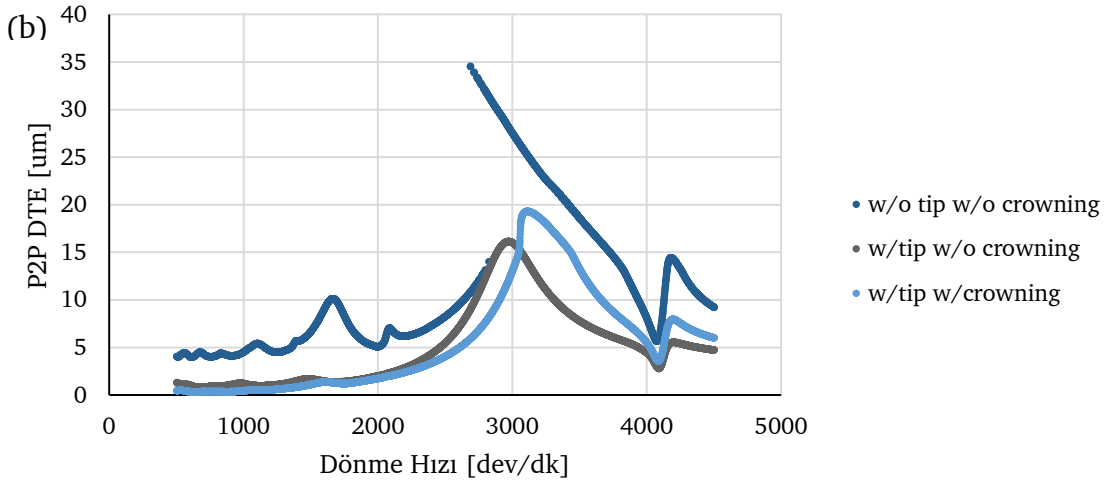
Artan sistem deformasyonu, sistem dinamik tepkisini değiştirmekte ve harmoniklerin daha düşük frekanslarda görülmesine neden olmaktadır. Tepe boşaltması miktarı, sistemdeki en düşük STE tahrikini elde etmek için tanımlanmıştır.



Şekil 5.18 Vaka çalışması dişli çiftlerinin şaft üzerine (a) Simetrik konumlandırılması (b) Asimetrik konumlandırılması

Sıçrama fenomeni Şekil 5.19 ile gösterildiği gibi, tepe boşaltmasının eklenmesiyle dinamik analizde daha az belirgindir. Alt harmoniklerin genlikleri de onunla birlikte azalmakta veya kaybolmaktadır. DTE genlikleri, harmonik frekansları biraz daha yüksek değerlere kaydırmasına rağmen, dinamik analizde diş bombeliğinin eklenmesiyle artmaktadır.



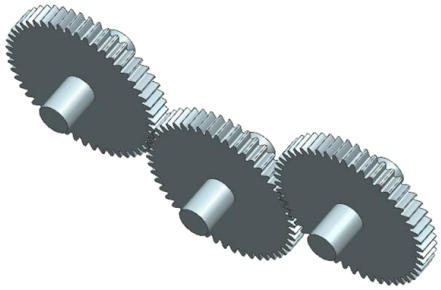


Şekil 5.19 (a) Sistem deformasyon etkileri dahil olmak üzere tepe boşaltma uygulanmış ve uygulanmamış halinde DTE (b) Tepe boşaltması ve diş bombeliği olan ve olmayan DTE

Burada 'w/ tip' tepe boşaltması uygulanan, 'w/o crowning' diş bombeliği uygulanan, 'w/o …' ise bu modifikasyonların olmadığı halini göstermektedir. 'w/o syst def' şaft sehiminin dişli yük dağılımını değiştirmediği yani dişlinin şaft üzerine simetrik yerleştirildiği durumu ifade etmek için kullanılmıştır. Dişli şaft yataklarına eşit uzaklıkta bulunmaktadır. 'w/ syst def' ise dişinin şaft üzerine asimetrik yerleştirildiği ve dişli çifti rijitliğinin etkilendiği durumu göstermektedir.

5.4.3 Tork Ayrım Modeli Dinamik İletim Hatası Sonuçları

Tork ayrım modelindeki faz farkının sistem dinamik cevabındaki etkisini görebilmek için 1–2 ve 2–3 dişli çiftinde Şekil 5.20 ile gösterildiği gibi şaft üzerine simetrik konumlandırılmış Kahraman'ın [75] verdiği aynı dişli parametreleri kullanılmıştır.

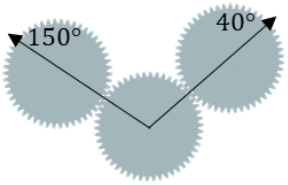


Şekil 5.20 Şaft üzerine simetrik konumlandırılmış tork ayrım modeli

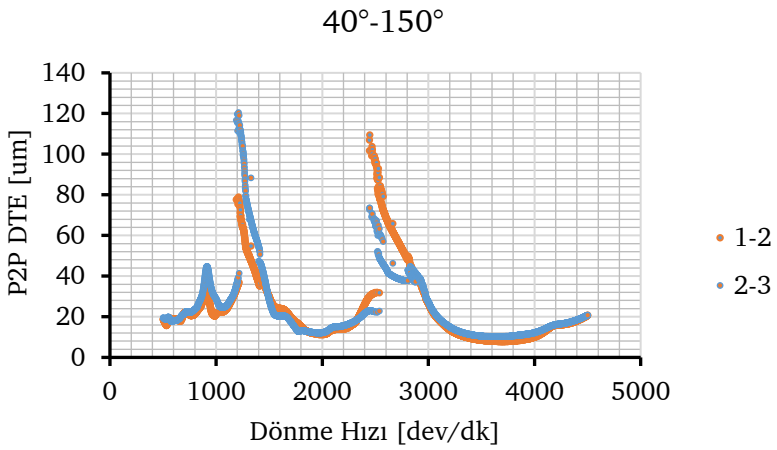
Dinamik iletim hatası sonuçlarının modelinin deneysel sonuçlarla, özellikle Şekil 5.10 ile görüldüğü gibi harmoniklerin frekans aralığıyla eşleştiği bulunabilir. Burada kullanılan dişli dinamiği modeli geliştirilerek tork ayrım modeli için kullanılarak Şekil 5.21 ile sonuçlar elde edilmiştir.

340 [Nm] giriş torkunda bir dişli çiftindeki tepeden tepeye olan DTE değerleri Şekil 5.21(a) ile verilmiştir. Aynı dişli parametreleri ile tork ayrım modeli için 15° –150°'de 0.0942 [rad], 16°–150°'de 0.0768 [rad] ve 40°–150°'de 0.0349 [rad] faz farklarında (b – d) arası grafikler gösterilmiştir. (a – d) arası şekillerde de görülebileceği gibi 1–2 ile 2–3 dişli çiftlerinde aynı sonuçlar gelmemektedir. Alt harmoniklerin büyüklüğü ve geçiş frekansı da değişmektedir. Bazı dişli çiftlerinde alt harmoniklerin büyüklüğü azalsa da genel olarak diğer dişli çifti tahriki kaynaklı DTE değerleri artmıştır. Şekil 5.21(b) ve Şekil 5.21(d) ile gösterilen dişli çiftinde normalde 1700 [dev/dk] civarındaki geçiş 1200 [dev/dk]'e kaymıştır. Bu geçişteki genlik değerinde ise, dişli çiftinde normalde 3000 [dev/dk] olan genlik değerinin üstüne çıkmaktadır. Şekil 5.21(c)'de ise 2300 [dev/dk] tepe değerlerinde kararsızlık görülmektedir.

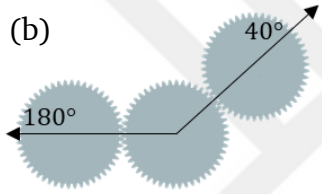
(a)



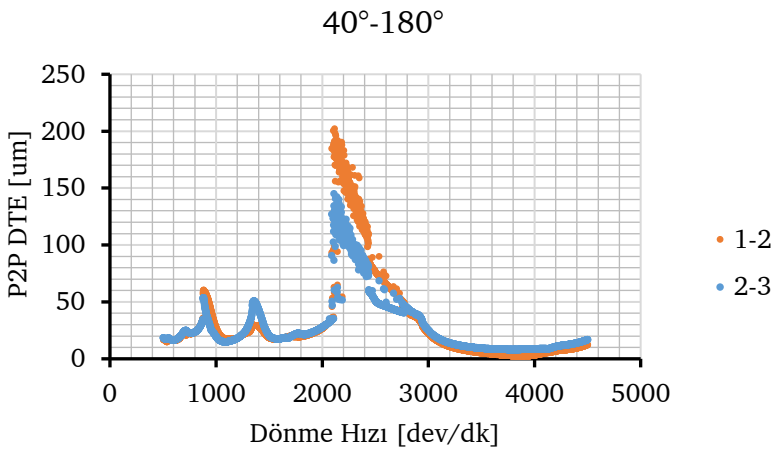
φ = 0.0349 [rad]



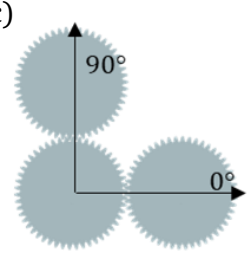
(b)



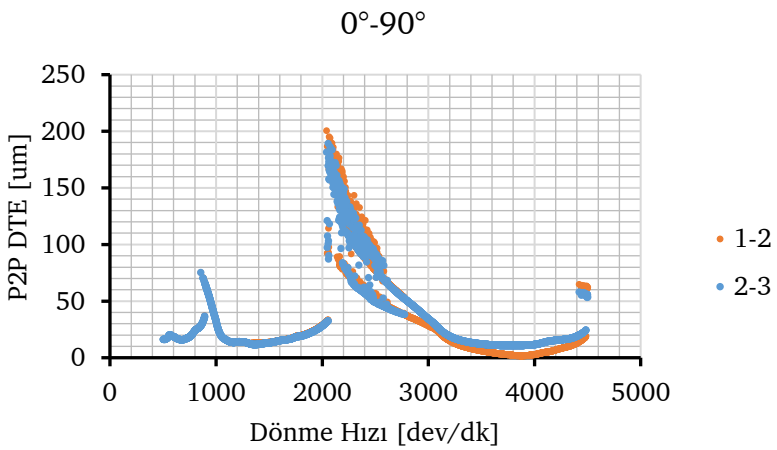
φ = 0.0559 [rad]



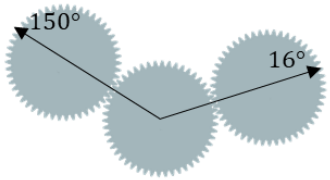
(c)



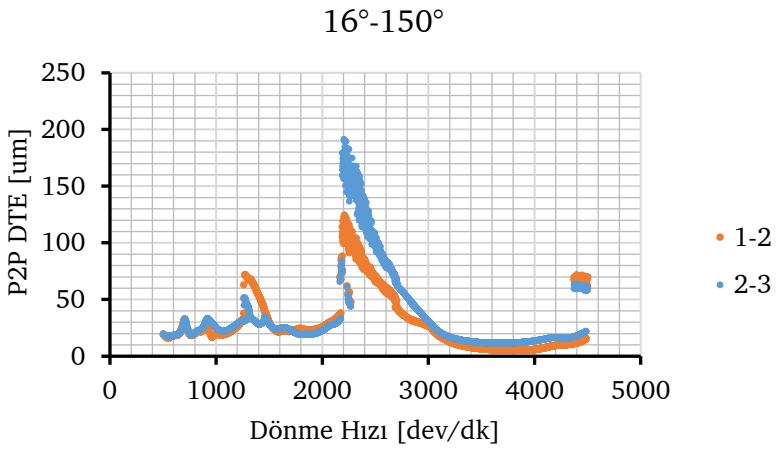
φ = 0.0628 [rad]



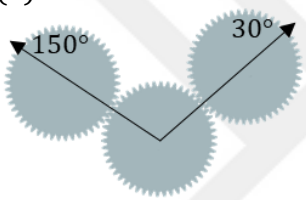
(d)



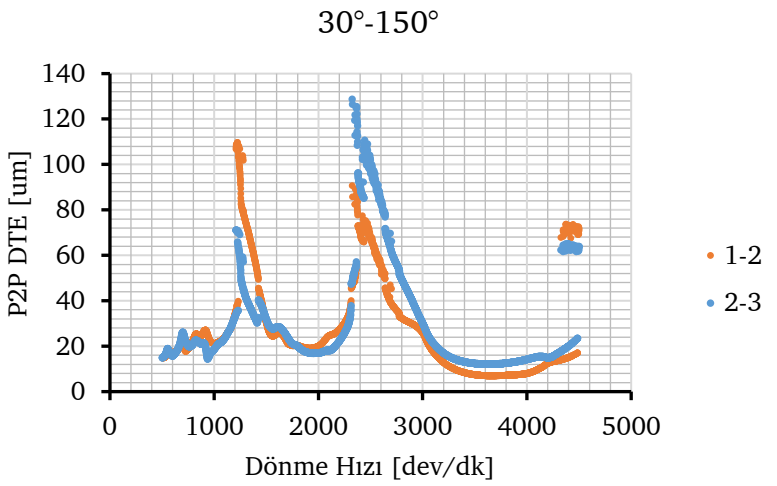
φ = 0.0768 [rad]



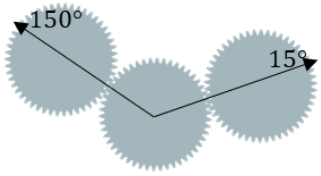
(e)



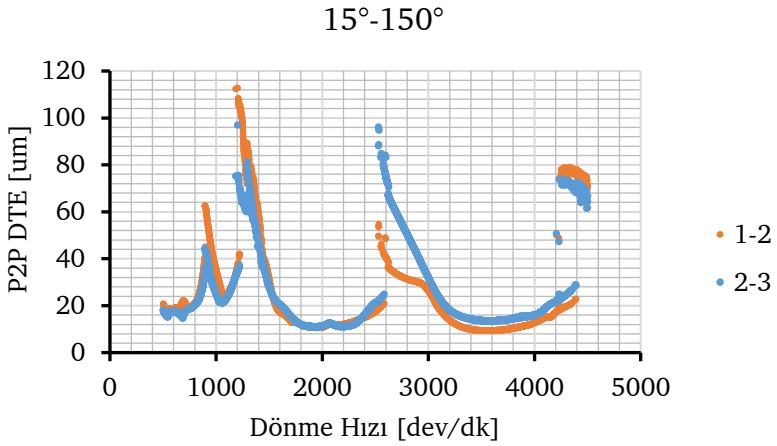
φ = 0.0838 [rad]

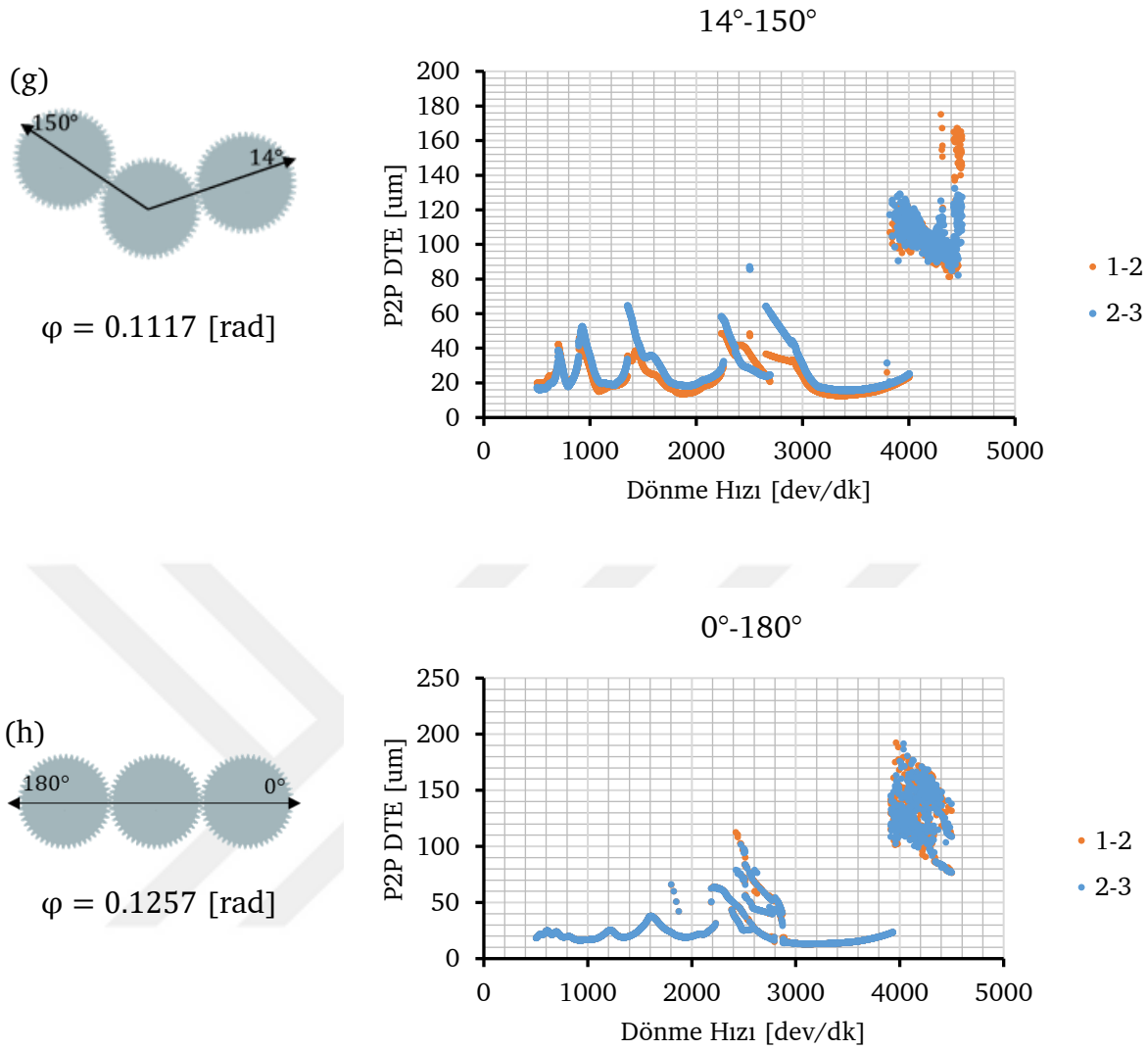


(f)



φ = 0.0942 [rad]





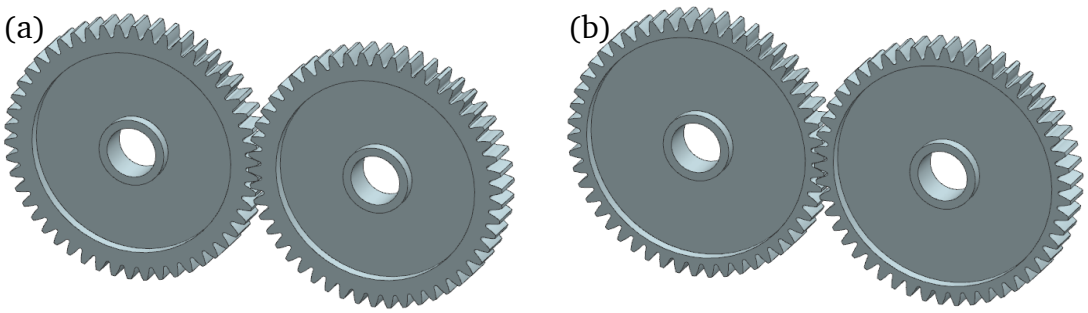
Şekil 5.21 Farklı dişli konumlarında DTE sonuçları (a) 40°–150° (b) 40°–180° (c) 0°–90° (d) 16°–150° (e) 30°–150° (f) 15°–150° (g) 14°–150° (h) 0°–180°

6
DİŞLİ GÖVDESİNDE BOŞALTMA

Özellikle havacılık uygulamalarında dişli gövdesindeki boşaltma dişli kutusunda daha az ağırlık sağlayabilmek adına yapılmaktadır. Bu çalışmada, boşaltma ve delik açılmasının dişli çifti rijitliği üzerine olan etkisi ANSYS® sonlu elemanlar yazılımı kullanılarak bulunmuştur. Elde edilen dişli çifti rijitliği MATLAB-Simulink® yazılımı kullanılarak sistem dinamik cevabı hibrit model ile incelenmiştir.

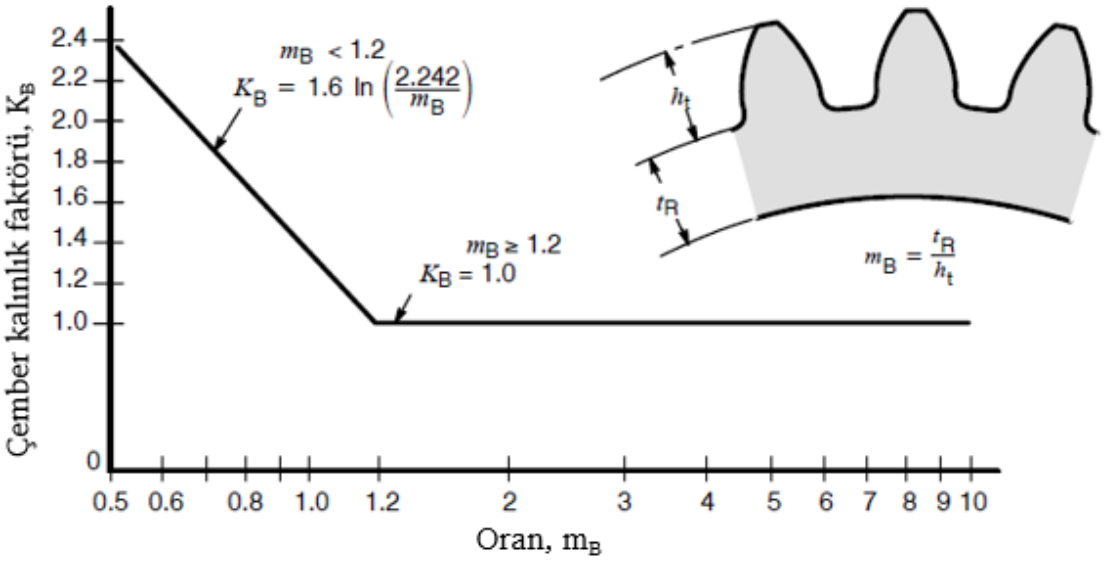
Howard modeli [42] ile verilen dönme yönündeki rijitliğin kavrama doğrusu üzerindeki doğrusal rijitliğe dönüşümü yapılarak dişli çifti rijitliği bulunmuştur. Diş ve gövdesi esnek alınarak sonlu elemanlar analizi yapılmıştır. Bu sayede dişli gövdesinin yapısı değiştirilerek hem dişli çifti rijitliği hem de dinamik iletim hatası üzerine olan etkisi incelenmiştir.

Bu çalışmada 4, 5, 6 ve 7 delik sayısı, Şekil 6.1 ile gösterilen ince cidarlı dişli çiftinde ince ve kalın çember kalınlığının kullanılmasının dişli çifti rijitliği ve sistem dinamik cevabı üzerindeki etkisi ele alınmıştır. Dişli çember faktörü 1 alınabilmesi için çember kalınlığının diş yüksekliğine olan oranı kalın çemberde 1.2 alınmıştır.



Şekil 6.1 Kullanılan dişli çember kalınlıkları (a) Kalın m_B 1.2 (b) İnce m_B 0.5

Şekil 6.2 ile verilen diş yüksekliği ve dişli çemberi oranı m_B için 0.5 ve 1.2 olduğu oranlar incelenmiştir. Gövde üzerinde boşaltmanın yapılacağı çap buna göre hesaplanmıştır.



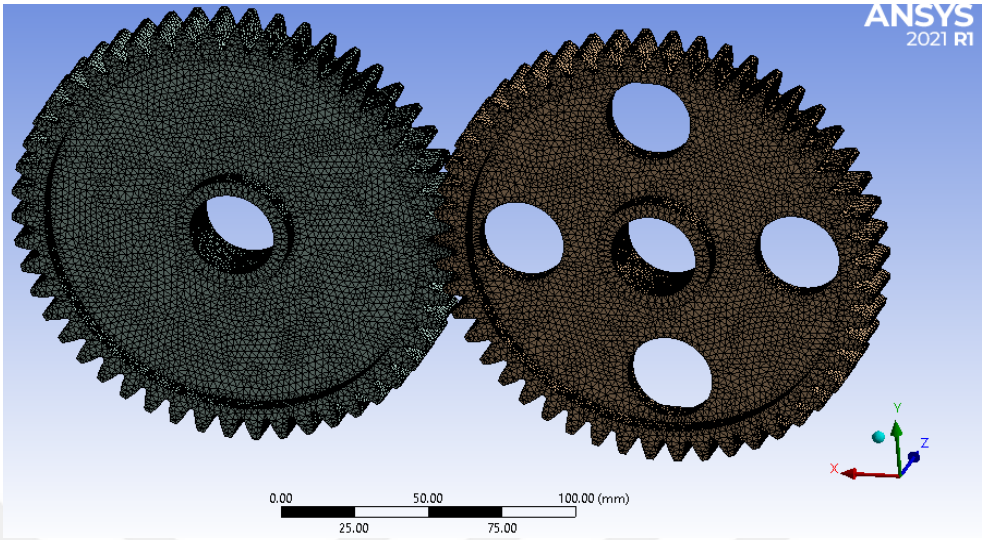
Şekil 6.2 Diş yüksekliği ve çember kalınlığına göre dişli çember faktörü [80]

6.3. Sonlu Elemanlar Modelinin Kurulması

ANSYS® sonlu elemanlar modeli oluşturulurken aşağıdaki adımlar izlenmiştir.

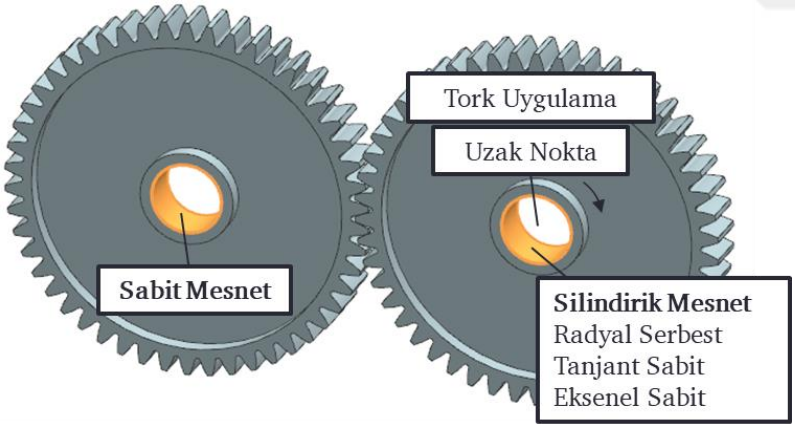
1- Model geometrisi eklenerek malzeme ataması yapılmıştır.
2- Dişliler hem tek diş ve hem de çift diş bölgesinde farklı konumlarda incelenmiştir.
3- Pinyon ve döndürülen dişlinin temas bölgeleri işaretlenmiştir.
4- Sürtünme katsayısı 0.05 olarak tanımlanmıştır.
5- Temas üzerinde *'Augmented Lagrange'* methodu, simetrik davranış olarak belirlenmiştir.
6- Diş üzerindeki gerinme tiplerinden Hertz kuvvet bağımlı olduğundan her bir iterasyonda rijitliği güncellenmektedir.
7- Şekil 6.3 ile verilen dişli sisteminde temas bölgesinde mesh boyutu 0.6 [mm], dişlilerin geri kalanında ise 1.2 [mm] olarak belirlenmiştir. Dişli sisteminde toplam düğüm noktası ve eleman sayılarından ince cidarlı ve ince çemberli

olanlar Tablo 6.1 ile ince cidarlı ve kalın çemberli olanlar Tablo 6.2 ile verilmiştir. Ağ yapısı, eleman kalitesi ortalama 0.72 olarak oluşturulmuştur.



Şekil 6.3 Dişli üzerindeki mesh yapısı

8- Pinyon şaft oturma yüzeyine Şekil 6.4 ile gösterildiği gibi *'cylindrical support'* tanımlanarak pinyonun sadece dönme yönündeki serbestlik derecesi açık bırakılarak diğer yönler kısıtlanmıştır.



Şekil 6.4 Pinyon serbestlik derecesi tanımı

9- Döndürülen dişli şaft oturma yüzeyinde *'fixed support'* tanımlanarak tüm serbestlik dereceleri sabitlenmiştir.

10- Pinyona göbek merkezinden *'remote point'* üzerinden 200 [Nm] tork uygulanıp sistem yüklenmektedir.

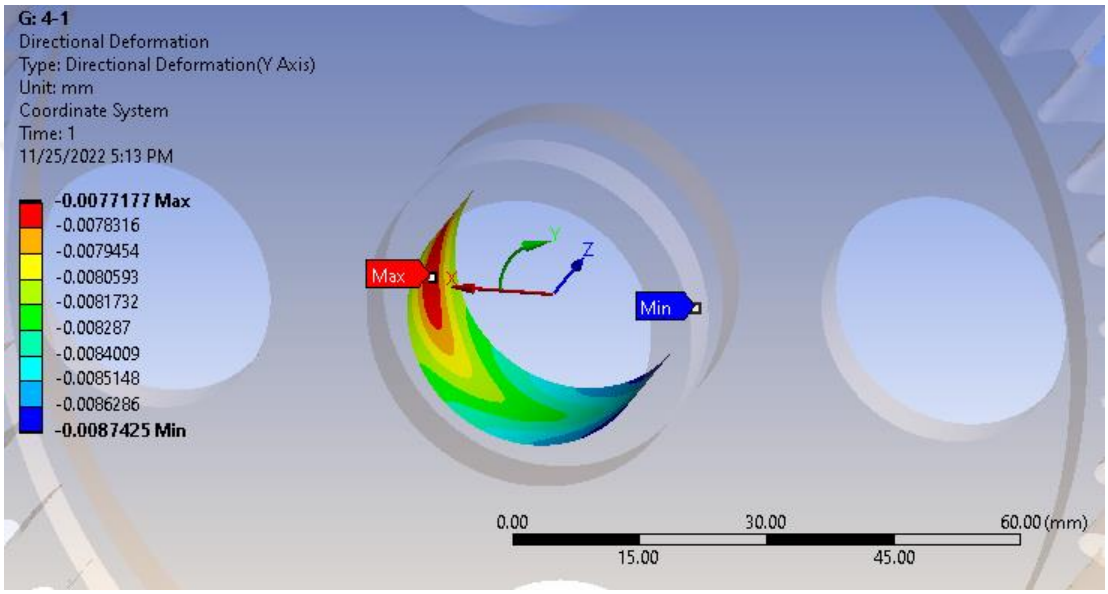
Tablo 6.1 İnce cidarlı ve ince çemberli dişli gövdesinde değişken dişli çifti analizleri

Delik sayısı	Döndürme analizleri	En az yer değiştirme	En fazla yer değiştirme	Düğüm sayısı	Eleman sayısı
4 DELİK	1	0.0077177	0.0087425	371641	210671
	2	0.0080983	0.0091234	371816	210878
	3	0.0083123	0.0093274	371150	210401
	4	0.0082458	0.0092631	370984	210297
	5	0.0080923	0.0091201	370448	209940
	6	0.0079695	0.0090013	371142	210353
	7	0.0078889	0.0089155	372085	211080
	8	0.0078538	0.0088612	370956	210183
	9	0.0078536	0.0088305	371405	210674
	10	0.0078479	0.0087964	372343	211302
	11	0.0077851	0.0087588	372151	211123
	12	0.0076734	0.0086702	371241	210456
5 DELİK	1	0.0087117	0.0097171	373488	211729
	2	0.0085938	0.0096017	372614	211118
	3	0.0084533	0.0094643	371443	210279
	4	0.0083444	0.0093483	372069	210716
	5	0.0082753	0.0092574	372795	211305
	6	0.0082015	0.0091566	372730	211152
	7	0.0080396	0.0090301	372384	210909
	8	0.0079667	0.0089913	372454	210947
	9	0.0082337	0.0092691	372665	211235
	10	0.0086185	0.009637	371891	210534
6 DELİK	1	0.0090415	0.010011	372816	211179
	2	0.0088705	0.0098381	372593	211033
	3	0.0086881	0.0096498	370929	209773
	4	0.0085069	0.0094759	371005	209912
	5	0.0084951	0.0095015	371586	210346
	6	0.0088678	0.0098718	371982	210585
	7	0.009202	0.010179	371387	210153
	8	0.0092328	0.010199	371690	210329
7 DELİK	1	0.009387	0.010332	372198	210436
	2	0.0092009	0.010154	373759	211586
	3	0.0093515	0.010318	371478	209993
	4	0.0097723	0.010723	372092	210462
	5	0.0099947	0.010923	371775	210191
	6	0.0099445	0.010868	372881	210982
	7	0.0097225	0.010654	371489	210008

Tablo 6.2 İnce cidarlı ve kalın çemberli dişli gövdesinde değişken dişli çifti analizleri

Delik sayısı	Döndürme analizleri	En az yer değiştirme	En fazla yer değiştirme	Düğüm sayısı	Eleman sayısı
4 DELİK	1	0.0071942	0.0082377	374615	213490
	2	0.0073161	0.0083571	375010	213667
	3	0.007457	0.0084815	374290	213170
	4	0.0075333	0.008547	374791	213604
	5	0.0075395	0.0085539	374078	213011
	6	0.0075121	0.0085321	373594	212768
	7	0.0074743	0.0084902	374516	213264
	8	0.0074352	0.008437	375006	213770
	9	0.007413	0.0083869	374842	213599
	10	0.0073707	0.008322	374087	213039
	11	0.0072764	0.0082622	373841	212828
	12	0.0071829	0.0082001	375806	214271
5 DELİK	1	0.0076868	0.0087327	376314	214436
	2	0.0078045	0.0088493	374302	212995
	3	0.0079549	0.0089817	374456	213132
	4	0.0080486	0.0090577	374051	212778
	5	0.0080662	0.0090626	374746	213290
	6	0.0080235	0.0090123	375008	213552
	7	0.007956	0.0089327	375159	213622
	8	0.0078642	0.0088276	373974	212797
	9	0.0077584	0.0087314	374796	213423
	10	0.007664	0.0086843	375198	213650
6 DELİK	1	0.008518	0.0095094	374303	212854
	2	0.0086329	0.0096274	373845	212496
	3	0.0087775	0.0097553	374881	213243
	4	0.0088658	0.0098267	373928	212613
	5	0.0088647	0.0098148	373605	212357
	6	0.0087716	0.0097217	373552	212294
	7	0.0086393	0.0095905	374210	212722
	8	0.0085393	0.0094872	374585	212984
7 DELİK	1	0.010342	0.011248	375129	213167
	2	0.010446	0.011362	374012	212431
	3	0.010562	0.011473	374509	212721
	4	0.010618	0.011521	375210	213358
	5	0.010558	0.011459	374908	213050
	6	0.010408	0.011318	374772	212929
	7	0.010309	0.011218	374358	212640

Belirtilen adımlar izlendiğinde her bir dişli gövdesindeki boşaltma ve delik sayısında Tablo 6.1 ve Tablo 6.2 ile verilen analizler yapılmıştır. Pinyon göbeğinde dönme yönündeki yer değiştirme [mm] cinsinden bir aralık içinde bulunmuştur. Referans çalışmada [3] verilen bir ifadeye göre göbek üzerindeki yer değiştirme dağılımında en az olan yer değiştirme miktarının rijitlik hesabında dikkate alınması gerektiği belirtilmektedir. Örnek olarak; dört delikli bir gövdede Şekil 6.5 ile göbek üzerinde elde edilen 0.0077177 [mm] dişli çifti rijitliği hesabı için kullanılmıştır.



Şekil 6.5 Dört delikli gövdede tek diş bölgesinde iken pinyon göbeğindeki yer değiştirme

Sonlu elemanlar ile yapılan analiz sonucu elde edilen göbekteki yer değiştirme yay uzunluğu (6.1) ile verilen bağıntıda yer değiştirme açısına dönüştürülmektedir.

$$a = r\,\theta \tag{6.1}$$

Yay uzunluğu a, dişli göbek yarıçapı r ve göbekteki yer değiştirme açısı θ olarak verilmiştir. Burulma dişli çifti rijitliği, kavrama doğrusu üzerindeki doğrusal dişli çifti rijitliği ve yer değiştirme açısı arasında (6.2) ile verilen bir ilişki vardır.

$$k_l = \frac{k_t}{r_b^2} = \frac{T}{\theta\, r_b^2} \tag{6.2}$$

Eş değer dişli çifti rijitliği, (6.3) ile verildiği gibi pinyon ve döndürülen dişlinin seri bağlanması sonucu elde edildiği daha önce belirtilmişti.

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_d} + \frac{1}{k_p} \tag{6.3}$$

$k_d = k_p$ olduğuna göre dişli çifti rijitliğinden her bir dişlinin rijitliği (6.4) ile bulunabilmektedir.

$$k_{p,d} = 2\, k_{eq} \tag{6.4}$$

İnce cidarlı iki gövdedeki dişli çifti rijitliği sonlu elemanlarla bulunduktan sonra tek bir dişlinin rijitliği bulunabilmektedir. Bu çalışmada, bir ince cidarlı gövde ile ince cidar üzerine delik açılmış dişlinin de dişli çifti rijitliği sonlu elemanlarla bulunmaktadır. Eğer dişli çifti rijitliği değil de tek bir dişlinin rijitliği bulunmak istenirse; ince cidarlı dişlideki rijitlik ve eş dişli çifti bilindiği için delikli dişli rijitliği de (6.5) ile verilen bağıntı kullanılarak elde edilebilmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_{eq_{thin}}} &= \frac{1}{k_{hole}} + \frac{1}{k_{thin}} \\ k_{thin} &= \frac{k_{eq_{thin}}\, k_{hole}}{k_{hole} - k_{eq_{thin}}} \end{aligned} \tag{6.5}$$

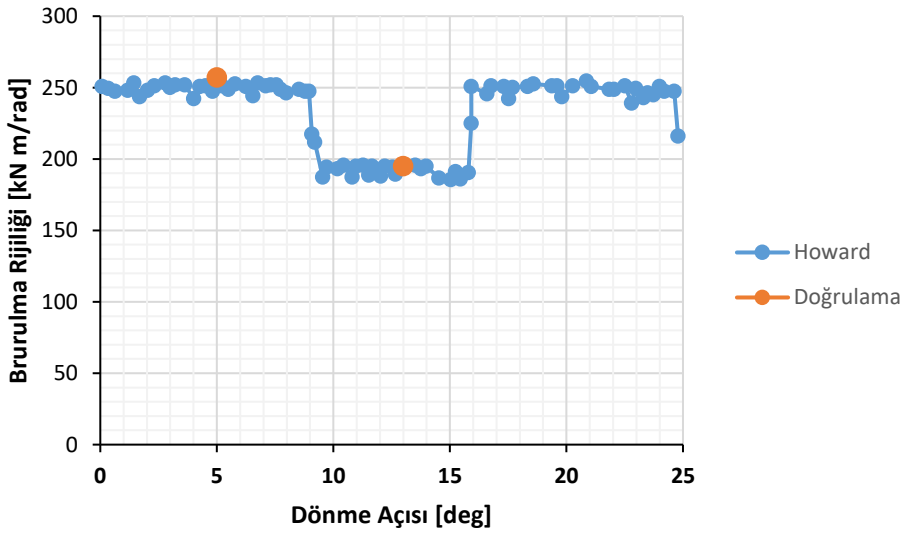
Bu çalışmada yapılan sonlu elemanlar analizi sonuçlarını doğrulamak için Howard'ın [42] verdiği burulma dişli çifti rijitliği sonuçları kullanılmıştır. Tablo 6.3 ile verilen dişli çifti modellenmiş ve sonlu elemanlar yardımıyla tek diş ve çift diş bölgesinde iki ayrı analiz yapılmıştır.

Tablo 6.3 Düz dişli çiftinde kullanılan temel parametreler [42]

Dişli tipi	Standart evolvent
Malzeme	Alüminyum

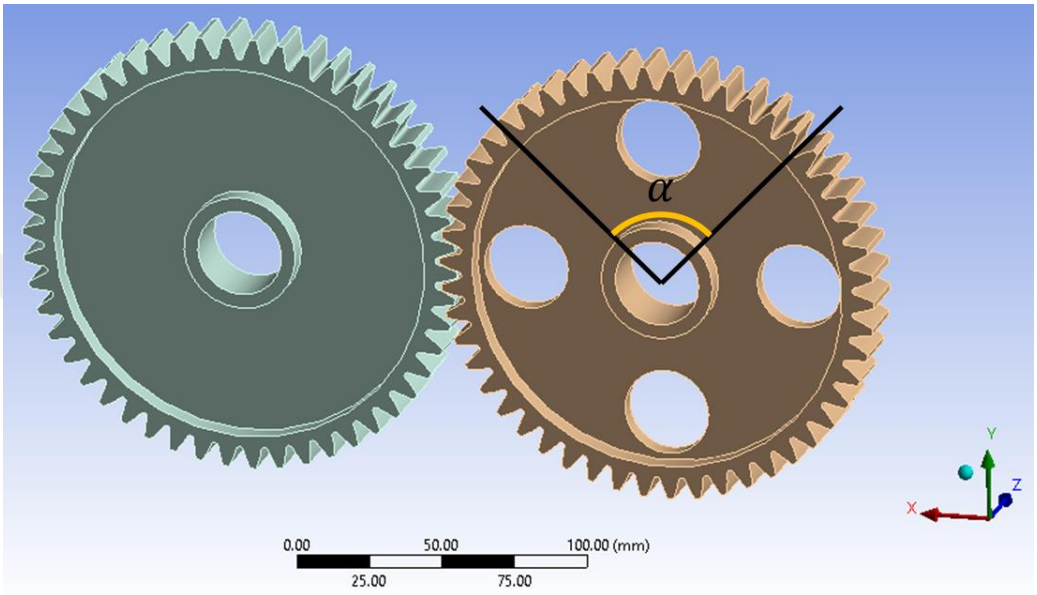
Elastisite modülü, E	69 [GPa]
Poisson oranı, ν	0.33
Dişli genişliği	15 [mm]
Modül, m	6 [mm]
Diş sayısı	23
Kavrama açısı	20°
Teorik temas oranı	1.59
Diş üstü uzunluğu	1 m
Diş dibi uzunluğu	1.25 m

Şekil 6.6 ile verilen analiz sonuçları kıyaslamasında Howard'ın [42] elde ettiği burulma dişli çifti rijitliğinde %95'ten fazla benzerlik görülmektedir. Bu çalışmada tek diş teması ile çift diş temas noktalarında birer analiz yapılmıştır.



Şekil 6.6 Howard'ın [42] çalışmasıyla elde edilen dişli çifti rijitliği sonuçlarının kıyaslanması

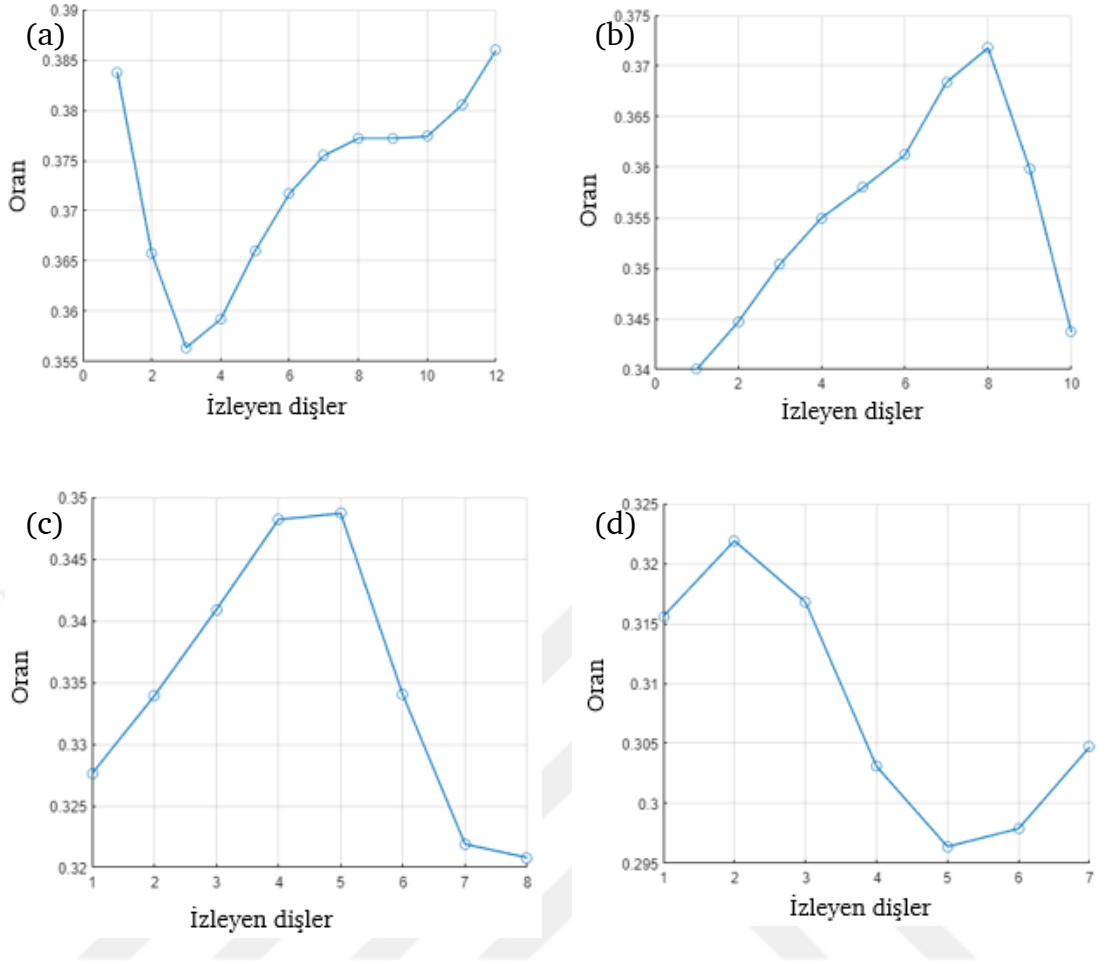
Gövdesinde delik açılmamış dişlide farklı dönme açılarında tek diş ve çift diş bölgesinde sonlu elemanlar analizi yapılarak gövdedeki elastiklik de dişli çifti rijitliği hesabında göz önüne alınmıştır. Delik açılan dişlilerde tekrar edecek dişli çifti rijitliğini bulmak için parça üzerindeki simetrikliğe göre davranılması gerekmektedir. Örnek olarak; Şekil 6.7 ile verilen dört delikli dişli çiftinde her bir 90[°]'lik dönme esnasında aynı dişli çifti rijitlik dereceleri elde edilmiştir.



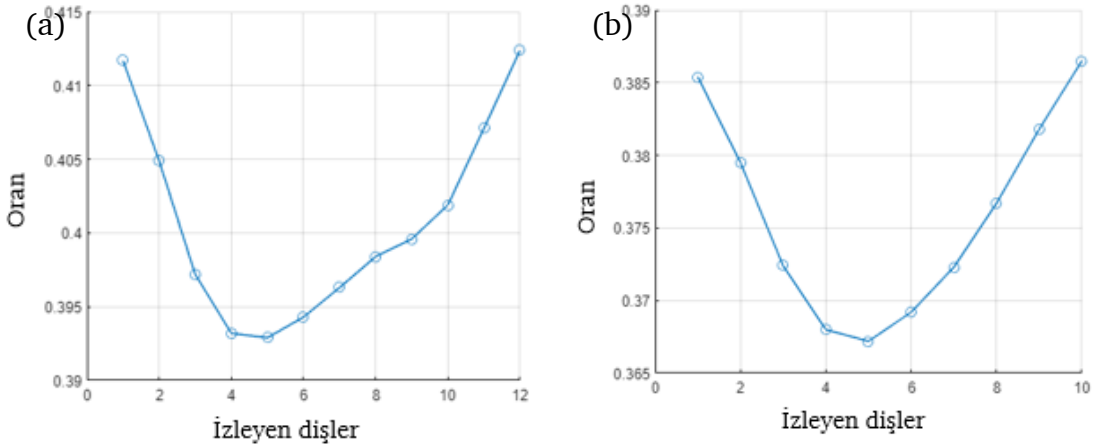
Şekil 6.7 Dişlide delik sayısına bağlı yapılan analiz sayısının belirlenmesi

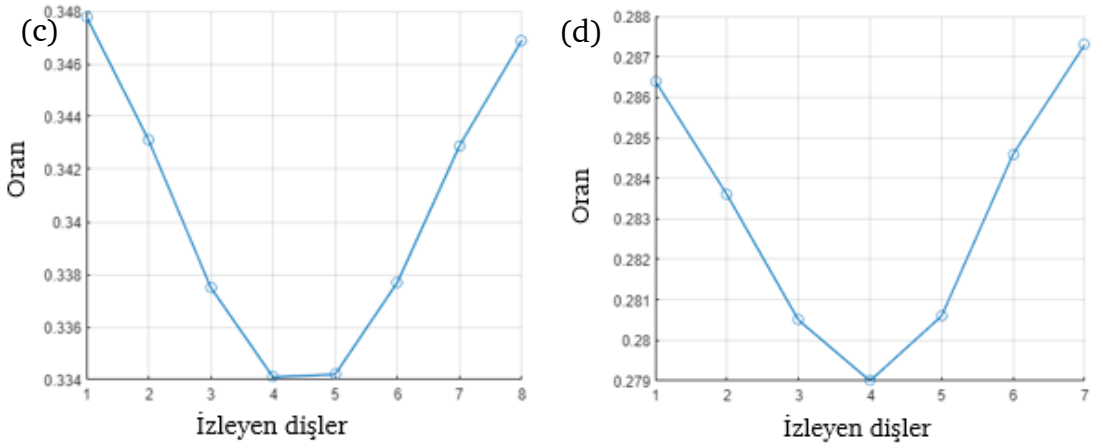
6.4. Dişli Çifti Sistem Dinamiği

Delik sayısına bağlı olarak yapılan analizlerde ince çembere sahip tek diş temas noktasındaki dişli çifti rijitliğinin dalgalanması Şekil 6.8 ve Şekil 6.9 ile verilmiştir. Delik sayısına bağlı dişli çifti rijitliği aynı temas noktaları için bir dalgalanma gösterecektir. Dişli gövdesi üzerindeki simetriklik göz önüne alındığında 4 delik için dönmeye karşılık 12 diş teması incelenirken 5 delikte 10 diş, 6 delikte 8 diş, 7 delikte ise 7 dişin tek diş temas bölgesinde analizi yapılması yeterli görülmüştür.



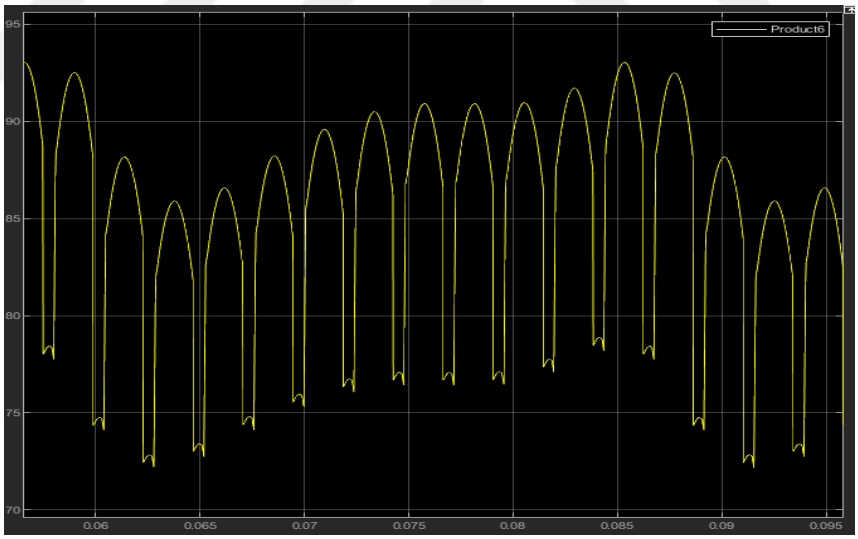
Şekil 6.8 İnce çember kalınlığı için dişlinin dönmesine karşılık dişli çifti rijitliğinin oran olarak değişimi (a) 4 Delik (b) 5 Delik (c) 6 Delik (d) 7 Delik





Şekil 6.9 Kalın çember kalınlığı için dişlinin dönmesine karşılık dişli çifti rijitliğinin oran olarak değişimi (a) 4 Delik (b) 5 Delik (c) 6 Delik (d) 7 Delik

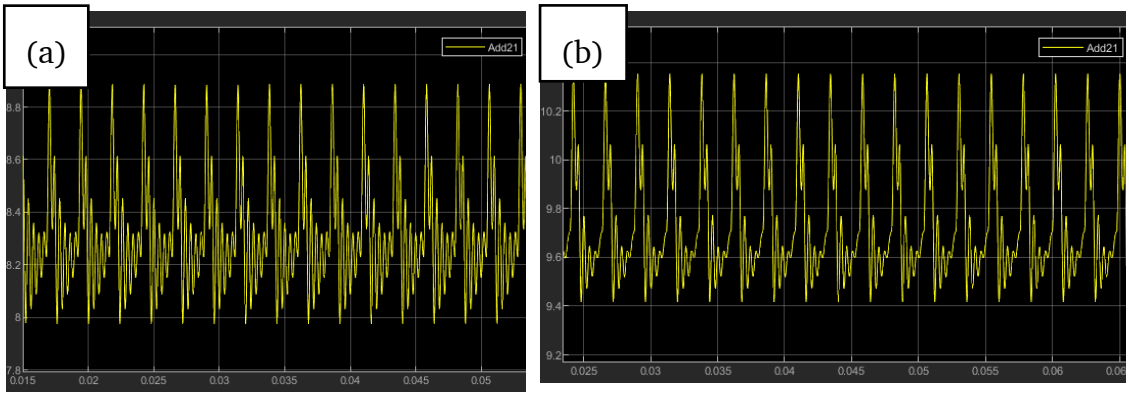
Şekil 6.8(a) ile elde edilen tek diş temas noktalarındaki dalganma sonucu dolu gövdedeki tek diş ve çift diş temas noktalarındaki rijitlik sonuçları ile çarpıldığında Şekil 6.10 ile gösterilen dönmeye karşılık her bir temas noktasındaki dişli çifti rijitliği dalgalanması elde edilmiştir.



Şekil 6.10 İnce çemberli 4 delikli gövdede sistem dinamiğinde kullanılan rijitlik değişimi

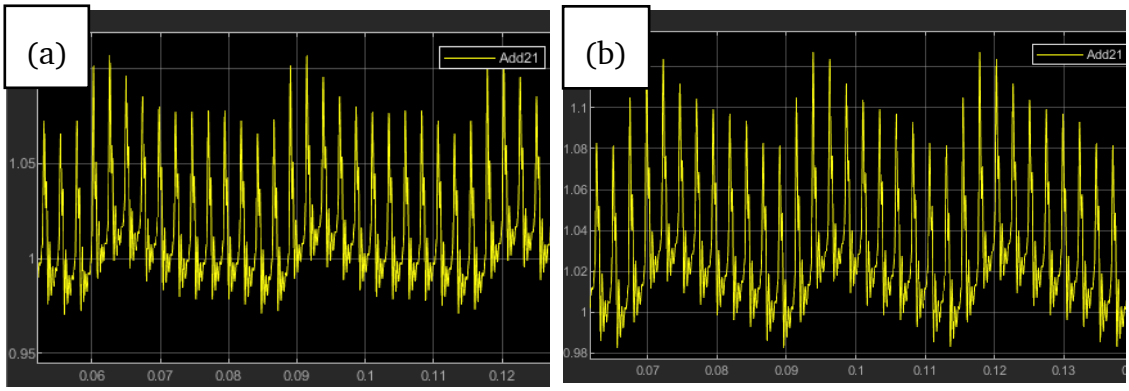
Sabit 500 [dev/dk] dönüş hızında sistemdeki anlık dinamik iletim hatası grafikleri Şekil 6.11 ile gösterilmiştir. Zamana bağlı aynı periyodik hareketi izlemektedir.

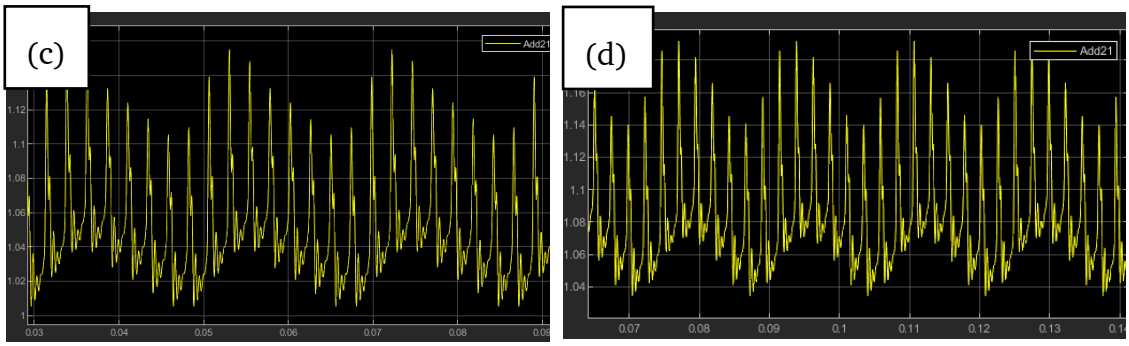
Tanımlanan hız için dolu gövdedeki genlik değeri, ince çemberli ve ince cidarlı gövdeye göre daha düşük gelmiştir.



Şekil 6.11 Anlık dinamik iletim hatası (a) Dolu gövde (b) İnce çemberli gövde

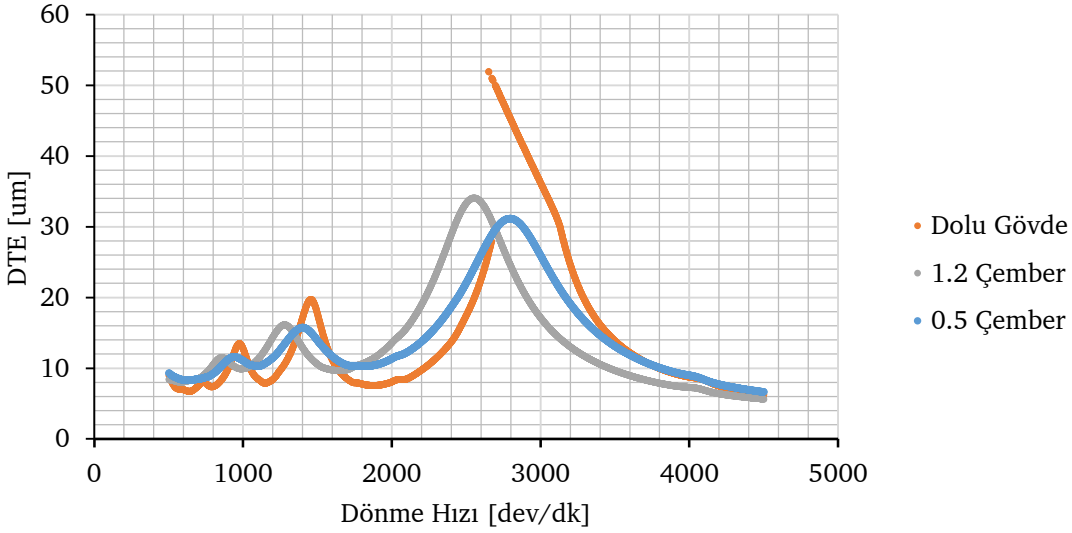
İnce cidarlı ve ince çemberli parametrelere sahip dişli çiftinin zamana bağlı sistem dinamik yanıtları Şekil 6.12 ile gösterilmiştir. Sabit 500 [dev/dk] dönüş hızında 4 delikli bir gövdede dişlinin dönmesine tekabül eden 90[°]'de, 7 delikli bir gövdede 51.4[°]'de sistem dinamik cevabı aynı periyodik dalgalanmayı göstermektedir. Dişli gövdesinde delik açılmasının anlık sistem cevabını değişimi görülebilmektedir.





Şekil 6.12 İnce çemberli gövdede anlık dinamik iletim hatası (a) 4 delik (b) 5 delik (c) 6 delik (d) 7 delik

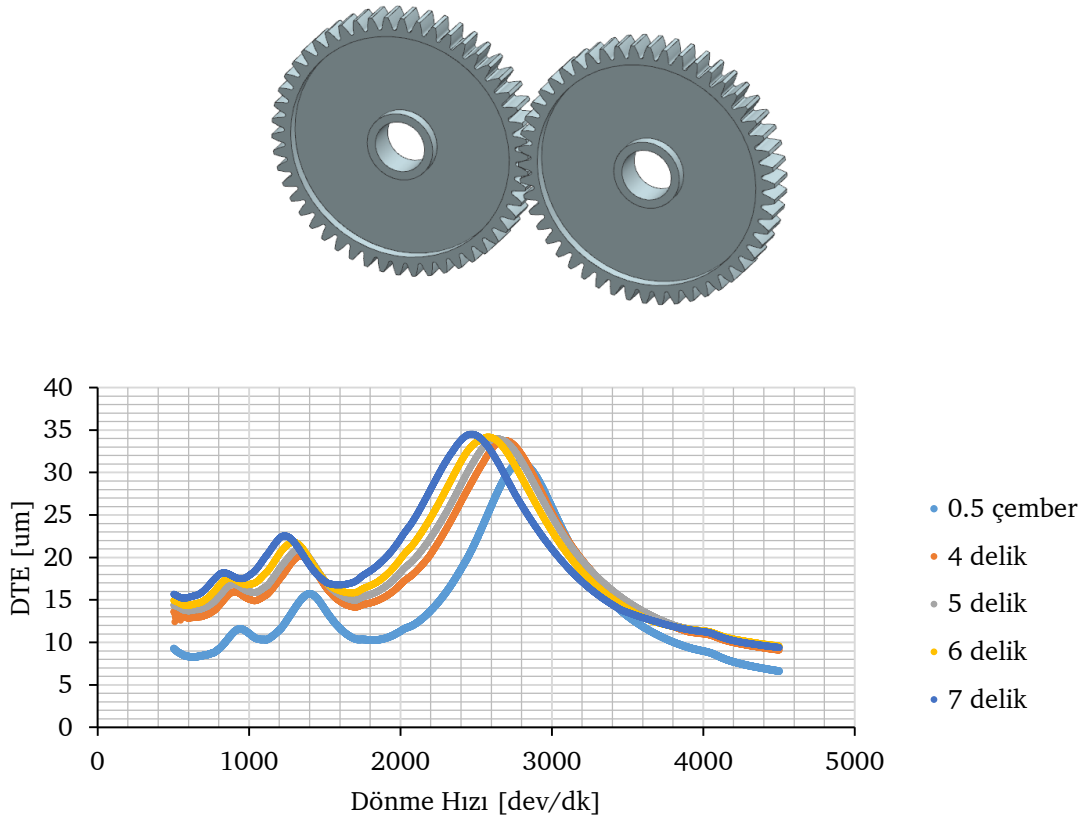
Aynı diş sayısı ve parametrelerinde dolu gövde, ince ve kalın çember kalınlığına sahip ince cidarlı dişli çiftlerinde dinamik iletim hatası Şekil 6.13 ile kıyaslanmıştır. Dolu gövdede görülen sıçrama olgusu ince cidarlı dişli çiftlerinde görülmemektedir. İnce çember kalınlığındaki dişli çiftinde harmoniklerin geçiş frekansı biraz daha yüksek hızlara taşınırken genlik değerleri de bir miktar azalmıştır. Bu değişimden sistemdeki kararlılığın arttığı söylenebilir.



Şekil 6.13 Dolu gövde, ince ve kalın çemberli dişli çiftlerinin dinamik yanıtlarının kıyaslanması

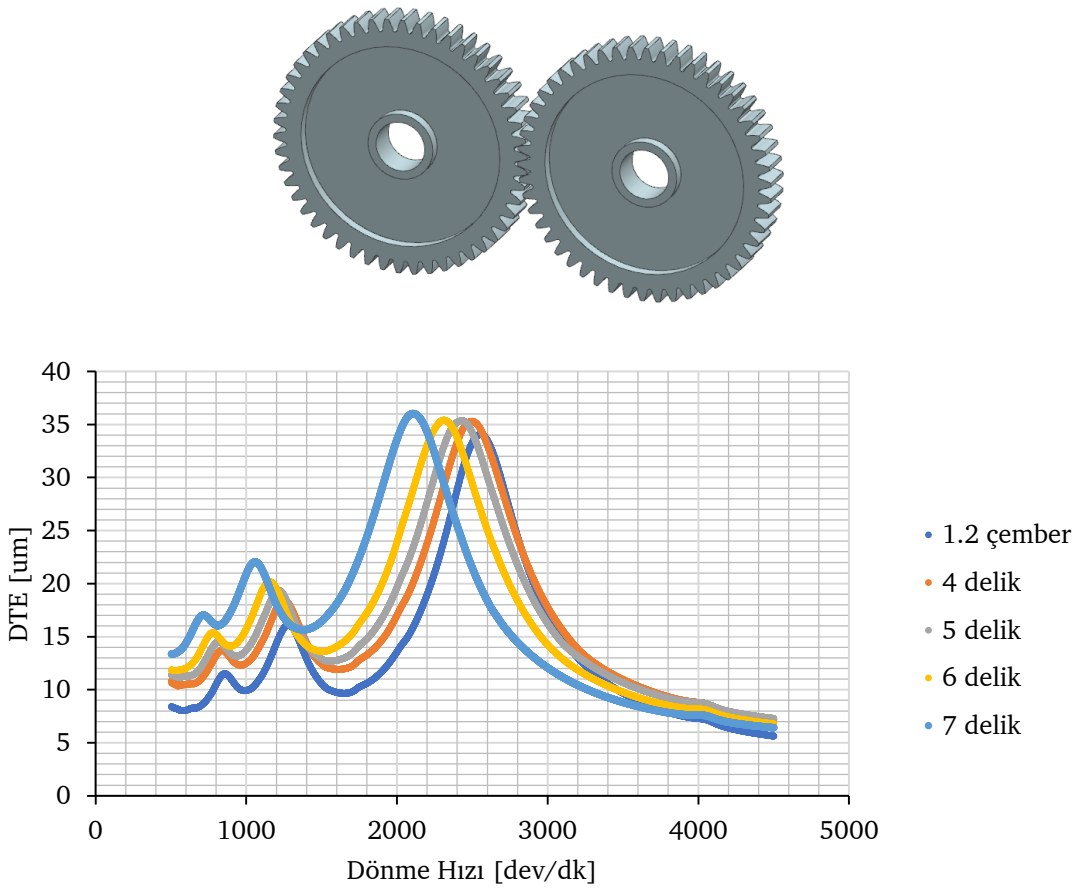
İnce cidar kalınlığı ve ince çembere sahip dişli çiftinde 4, 5, 6 ve 7 delik sayısı için dinamik iletim hatası analizleri yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 6.14 ile

gösterilmiştir. Delik sayısı arttıkça sistemdeki genlik miktarlarının kademeli olarak arttığı ve harmoniklerin geçiş frekansının düştüğü görülebilmektedir.



Şekil 6.14 İnce cidarlı ince çemberli, deliksiz gövde, 4 delik, 5 delik, 6 delik ve 7 delik dinamik iletim hatası kıyaslaması

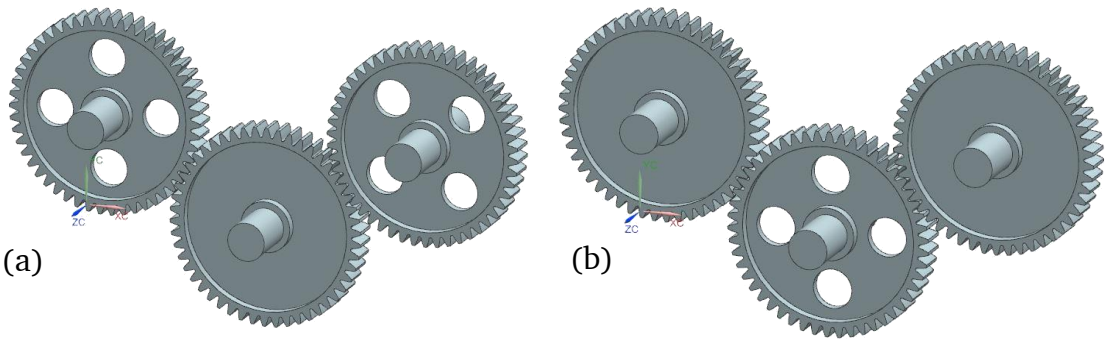
İnce cidar kalınlığı ve kalın çembere sahip dişli çiftinde 4, 5, 6 ve 7 delik sayısı için dinamik iletim hatası analizleri benzer şekilde yapılmıştır. Sonuçlar Şekil 6.15 ile gösterilmiştir. İnce çemberli sonuçlara benzer şekilde delik sayısı arttıkça sistemdeki genlik miktarlarının arttığı ve harmoniklerin geçiş frekansının düştüğü elde edilmiştir.



Şekil 6.15 İnce cidarlı kalın çemberli, deliksiz gövde, 4 delik, 5 delik, 6 delik ve 7 delik dinamik iletim hatası kıyaslaması

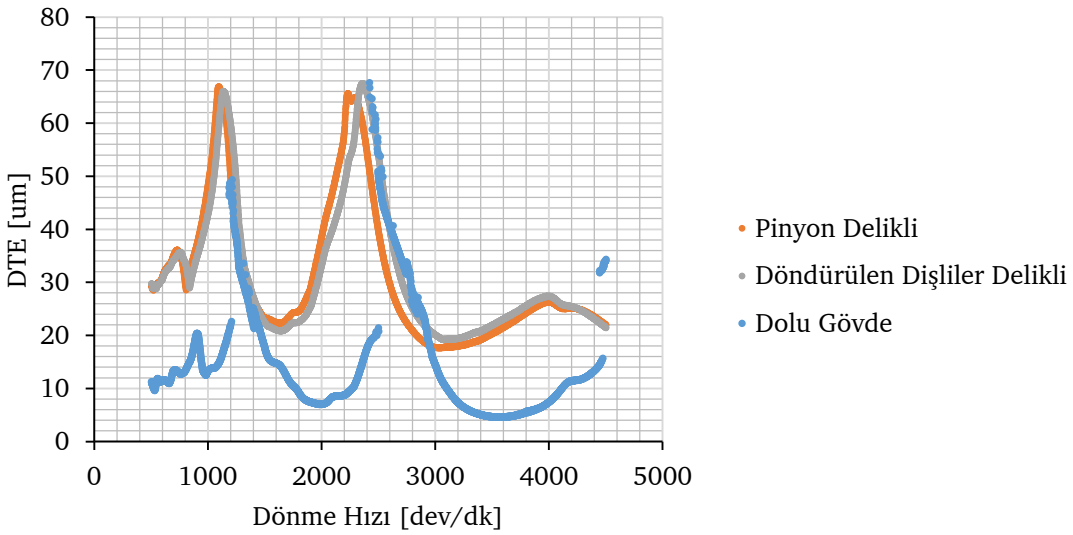
6.5. Tork Ayrım Modeli Sistem Dinamiği

Döndürülen dişlilerin delikli veya pinyonun delikli olmasına göre tork ayrım modelinde iki ayrı durum için dinamik iletim hatası analizleri yapılmıştır. Tork ayrım modelinde 40°–150° dişli konumlanması Şekil 6.16 ile gösterilmiştir.



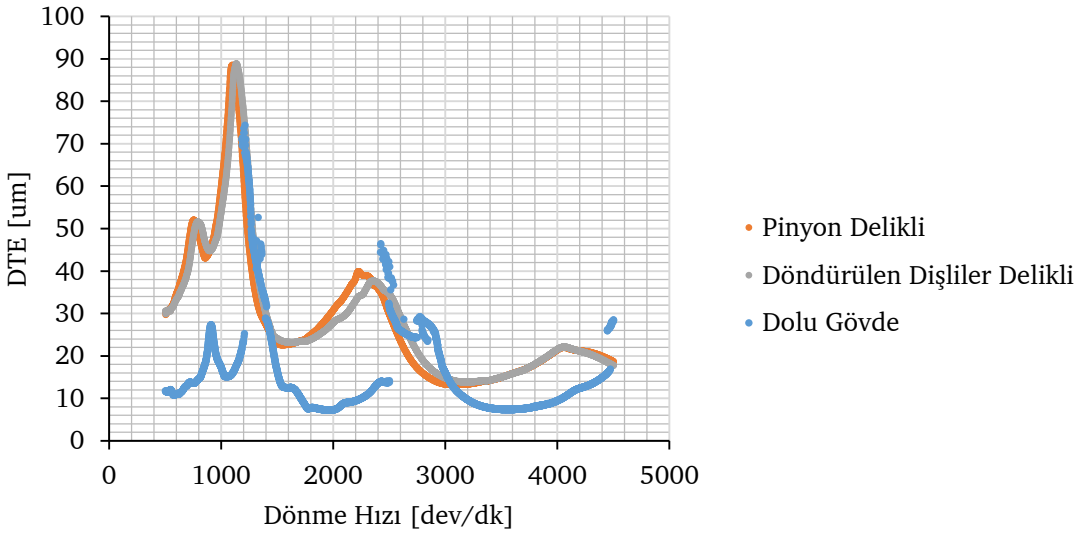
Şekil 6.16 Boşaltmada kullanılan tork ayrım modelleri (a) Döndürülen dişliler delikli (b) Pinyon delikli

Tork ayrım modelinde 1–2 dişli çiftinde dolu gövde ile dişlilere delik açılması arasındaki sistem dinamiği sonuçlarının kıyaslaması Şekil 6.17 ile gösterilmiştir. Dişli gövdesinde delik açılması ile harmoniklerin geçiş frekansı daha düşük hız değerlerine gelmiş ve özellikle 1200 [dev/dk]'daki harmoniğin dinamik iletim hatası genlik değeri artmıştır. Dolu gövdede gözlenen sıçrama olgusu delikli sonuçlarda kaybolmuştur. Dişlilerden pinyona veya döndürülen dişliye delik açılması dişli çifti rijitliğini benzer oranda düşürdüğünden iki sonuç birbirine yakın gelmiştir. Pinyon yerine döndürülen dişliye delik açılması sistemi nispeten daha kararlı kılmıştır.



Şekil 6.17 İnce cidarlı ve ince çemberli tork ayrım modeli 1–2 DTE sonuçları

1–2 dişli çiftine benzer şekilde 2–3 dişli çiftinde dişli üzerindeki ağırlık azaltma amaçlı açılan deliğin sistem dinamiğine etkisi Şekil 6.18 ile gösterilmiştir. 1200 [dev/dk]'da olan harmoniğin DTE genlik değeri artmıştır. Delikli gövdede dolu gövdede olan sıçrama olgusu yakalanmamıştır. Harmoniklerin genlikleri birbirine göre orantılı çıkmıştır. 2–3 dişli çiftinde 2500 [dev/dk]'daki geçiş dinamik iletim hatası genliği genel olarak daha düşük gelmektedir.



Şekil 6.18 İnce cidarlı ve ince çemberli tork ayrım modeli 2–3 DTE sonuçları

7
SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada dişli çifti rijitliği, dişli temas yük dağılımı, sistemdeki deformasyonlarla rijitlik değişiminin hesabı ve tork ayrım modelinde sistem etkilerinin incelenmesi için MATLAB®'te sayısal model kurulmuştur. Dişli gövdesindeki boşaltmaların dişli çifti rijitliğine etkisi için sonlu elemanlar yazılımı ANSYS® kullanılmıştır. Sistem dinamiği için değişken parametreler MATLAB-Simulink® ile modellenerek simülasyon çalışmaları hibrit olarak yürütülmüştür.

Dişli çifti için yapılan çalışmalarda; yüklü temas analizi ve yığın parametre modeli için birleşik bir analitik model önerilmiştir. [n x n]'lik diş deformasyon matrisi, profil dönme açısı için bir boyut, dişli genişliği yönünde diğer bir boyut olacak şekilde oluşturulmuştur. Elastik deformasyon bileşenlerine göre kuvvet dağılımı, temas yüzeyinde kısmi temas kaybını da göz önüne alarak yapılmıştır.

Şaft sehimi, sehim sonrası profil boşluğu ve şaft burulma yer değiştirmesi dişli çiftinde ayırma elemanları olarak ele alınan sistem deformasyon bileşenleridir. Mevcut literatürden farklı olarak analitik yaklaşımla burulma deformasyonu ve diş profili boşluğunu dikkate alan doğrusal olmayan model ile parabolik yük dağılımı önerilmiştir. Bazı sonuçlar aşağıdaki gibidir:

- Dişli merkezinden her bir yatak ucuna olan yanal mesafelerin oranı arttıkça, yani simetrklik bozuldukça şaft deformasyon miktarı giderek artma eğilimindedir.
- Kısmi temas kaybı, dişli gövdesinin burulma deformasyonunun artmasına neden olur. Bunun nedeni, yayılı kuvvetin dişlinin daha az deforme olan tarafında birikmesi ve böylece dişlideki torku artırmasıdır. Dişli gövdesinin burulma deformasyonu, dişli çifti temas durumunu olumlu veya olumsuz etkilemesi şaft üzerindeki dişli konumuna bağlıdır. Dişli, tork aktarım yolunda şaft çıkış tarafında bulunuyorsa, bu genel olarak temas durumunu iyileştirmektedir.

- Evolvent profilin şeklinden dolayı diş üst çapında kök çapından daha yüksek profil boşluğu vardır. Profil boşluğu, şaft sehimi ile dişli genişliği boyunca benzer özellikler göstermektedir. Etkisi çok sınırlı olduğu için göz ardı edilebilir.
- Dişli dinamik modeli, dişlilerin dönme, öteleme hareketi ve ayrıca şaft dönme hareketi dikkate alınarak oluşturulmuştur. Dinamik yanıtın tepe noktaları, doğrusal olmayan zamanla değişen modelleme türüyle, tam diş temasına göre daha düşük frekanslarda elde edilmiştir.

Dişli çiftinde yapılan incelemeler tork ayrım modelinde üçüncü dişliden gelen etkileri de göz önüne alarak genişletilmiştir. Dişli çifti üzerine yapılan çalışmalar tork ayrım modelini kapsayacak şekilde genişletilmiştir. İki ayrı ekipmanı sürme gibi durumlarda özellikle kullanılan tork ayrım dişli modelinde şaft açısının ve buna bağlı oluşan faz farkı için analitik model önerilmiş ve sistem dinamik cevabı nümerik olarak hesaplanmıştır. Kuvvet dağılımı sonlu elemanlar vasıtasıyla doğrulanmıştır. Tork ayrım modelindeki kuvvet dağılımını incelemek için döndürülen dişlilerdeki reaksiyon kuvvetleri çıkarılarak pinyondaki kuvvetin yön tayini yapılmıştır. Pinyondaki reaksiyon kuvveti kavrama doğrusu üzerindeki bileşeni alınarak temastan ayırmaya veya temasa zorlamaya neden olduğu yöne göre belirlenmiştir.

- Pinyon şaft sehiminin doğrultusu ile daha önce belirtilen kuvvet dağılım algoritmasında her bir dişli çifti için hesaplama yapılmıştır. Tork ayrım modelinde en az reaksiyon kuvveti 0°–180° konumlandırılmasına göre varken bu açı azaldıkça reaksiyon kuvveti artarken kısmi diş temasından kopma da artmaktadır.
- Dişliler arasındaki açı doğrudan faz farkını etkilemektedir. Dişlilerin sırasıyla temasa girmesi arasındaki dönme açısı farkı, fazda gecikme olarak dinamik modele yansıtılmıştır. Tork ayrım modelinde aynı diş sayılı dişliler kullanılsa dahi dişli çiftlerinde farklı dinamik iletim hatası sonuçları gelmektedir.
- Faz farkı, diş sayısı, açı gibi etkenlere göre değiştiğinden dişlilerdeki dinamik iletim hatası üzerine olan etkisi her birisi için modellenerek bulunmaktadır.

Dişliler arasındaki açı değerleri tork ayrım modeli harmoniklerinde kararsızlığa neden olabilmektedir. Çeşitli çalışma hız aralıklarında konuma bağlı olarak daha düşük bir dinamik iletim hatası genliği elde etmek mümkündür.

- Faz farkının etkisini doğrudan görmek için dişli parametreleri aynı alınmıştır ve dişli temasının düzgün yüklü olduğu varsayılmıştır. Dişlinin şaft üzerindeki asimetrik konumlandırılmasının bir sonucu olarak, kısmi temas kaybı ile dişli çiftinin rijitliği değişmektedir.

Dişli gövdesindeki boşaltma ile yapılan çalışmada; burulma rijitliği ve sistem dinamik cevabı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Gövdede ince ve kalın çember kalınlığının yanı sıra farklı delik sayılarının dinamik iletim hatası sonuçları kıyaslanmıştır. Delik sayısının ve çember kalınlığının etkisini yakalayabilmek için dişli sayıları aynı alınmıştır. Dönmeye bağlı burulma rijitliği dalgalanmasını görmek için dişlilerden sadece bir tanesinde delikli tasarım kullanılmıştır. Dişli çiftlerindeki sonuçlar kullanılarak tork ayrım modelinde sistem dinamiği modeli çalışılmıştır. Elde edilen bazı sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir;

- Dişli gövdesindeki boşaltmalarla dişli çifti rijitliği azalmaktadır.
- Dişlinin dönmesine bağlı burulma dişli çifti rijitliği zamana bağlı dalgalanma göstermektedir.
- Dinamik iletim hatasında dolu dişli gövdesinde gözlenen sıçrama olgusu boşaltma yapılan dişli gövdesinde ortaya çıkmamaktadır.
- Dişli çiftindeki her bir parametreyi sabit tutup delik sayısı artırılırsa sistemdeki kararsızlık artma eğilimde olup harmonikler daha düşük hız değerlerine taşınmaktadır.

Tez kapsamında bir düz dişli sisteminde dişli dinamiğini etkileyecek birçok parametre detaylı olarak incelenmiştir. Dişli çifti rijitliği temel girdi parametresi olarak alınıp bir dişli çiftindeki temas durumuyla rijitliğin değişimi incelenmiştir. Diş yüzeyinde tepe boşaltması ve diş bombeliği mikro modifikasyonları modellenmiştir. Literatürde olmayan analitik dişli gövdesinin burulması, profil boşluğunu göz önüne alan kapsamlı bir yük dağılım algoritması önerilmiştir. Bir

tork ayrım modelinde dişli şaft sisteminin birbiri üzerindeki dengeleme etkisi ve sistem dinamiği konularında özellikle literatüre katkı sağlanmıştır. Dişli gövdesindeki ağırlık azaltma amaçlı boşaltmalarla rijitliğin değişimi ve sistem dinamiğine etkisi konularına değinilmiştir.

Bir sonraki çalışmada, şaft üzerinde asimetrik olarak konumlandırılan dişliler ile farklı faz açılarında dinamik modelin oluşturulması ve sistem tepkilerinin incelenmesi planlanmaktadır. Tork ayrım modeli için yapılan çalışmalar avare dişliyi de kapsayacak şekilde genişletilebilir. Dişli gövdesindeki boşaltmalar farklı parametre ve faz açıları için de analiz edilerek parametrik bir yaklaşım ortaya konulabilir.

KAYNAKÇA

[1] M. Cirelli, P. P. Valentini, and E. Pennestrì, “A study of the non-linear dynamic response of spur gear using a multibody contact based model with flexible teeth,” Journal of Sound and Vibration, vol. 445. pp. 148–167, 2019.

[2] C. G. Cooley, C. Liu, X. Dai, and R. G. Parker, “Gear tooth mesh stiffness: A comparison of calculation approaches,” Mech. Mach. Theory, vol. 105, pp. 540–553, 2016.

[3] X. Liang, H. Zhang, M. J. Zuo, and Y. Qin, “Three new models for evaluation of standard involute spur gear mesh stiffness,” Mech. Syst. Signal Process., vol. 101, pp. 424–434, 2018.

[4] Y. Sun, H. Ma, Y. Huangfu, K. Chen, L. Y. Che, and B. Wen, “A revised time-varying mesh stiffness model of spur gear pairs with tooth modifications,” Mechanism and Machine Theory, vol. 129. pp. 261–278, 2018.

[5] H. Ma, J. Zeng, R. Feng, X. Pang, and B. Wen, “An improved analytical method for mesh stiffness calculation of spur gears with tip relief,” Mech. Mach. Theory, vol. 98, pp. 64–80, 2016.

[6] X. Tang, L. Zou, W. Yang, Y. Huang, and H. Wang, “Novel mathematical modelling methods of comprehensive mesh stiffness for spur and helical gears,” Applied Mathematical Modelling, vol. 64. pp. 524–540, 2018.

[7] Y. Luo, N. Baddour, and M. Liang, “Effects of gear center distance variation on time varying mesh stiffness of a spur gear pair,” Eng. Fail. Anal., vol. 75, pp. 37–53, 2017.

[8] Y. Yi, K. Huang, Y. Xiong, “Nonlinear dynamic modelling and analysis for a spur gear system with time-varying pressure angle and gear backlash,” Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 132. pp. 18–34, 2019.

[9] Z. Chen, Z. Zhou, W. Zhai, and K. Wang, “Improved analytical calculation model of spur gear mesh excitations with tooth profile deviations,” Mech. Mach. Theory, vol. 149, p. 103838, 2020, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.103838.

[10] N. E. Gürkan, “Non-linear mathematical modeling of gear rotor bearing systems including F. Guo and Z. Fang, “Experimental and Theoretical Study of Gear Dynamical Transmission Characteristic Considering Measured Manufacturing Errors,” Shock Vib., vol. 2018, 2018.

[11] Y. Chen, R. Zhu, G. Jin, Y. Xiong, J. Gao, and M. Liao, “A new mathematical modeling method for four-stage helicopter main gearbox and dynamic 0 Zhu, “Modeling and analysis of a spur gear pair considering multi-state mesh with time-varying parameters and backlash,” Mech. Mach. Theory, vol. 134, pp. 582–603, 2019.

[12] W. Kim, H. H. Yoo, and J. Chung, “Dynamic analysis for a pair of spur gears with translational motion due to bearing deformation,” J. Sound Vib., vol. 329, no. 21, pp. 4409–4421, 2010, doi: 10.1016/j.jsv.2010.04.026.

[13] H. Ma, J. Yang, R. Song, S. Zhang, and B. Wen, “Effects of tip relief on vibration responses of a geared rotor system,” Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci., vol. 228, no. 7, pp. 1132–1154, 2014, doi: 10.1177/0954406213500615.

[14] O. Doğan and F. Karpat, “Crack detection for spur gears with asymmetric teeth based on the dynamic transmission error,” Mech. Mach. Theory, vol. 133, pp. 417–431, 2019, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.11.026.

[15] F. Viadero, A. Fernandez Del Rincon, R. Sancibrian, P. Garcia Fernandez, and A. De Juan, “A model of spur gears supported by ball bearings,” WIT Trans. Modelling Simul., vol. 46, pp. 711–722, 2007, doi: 10.2495/CMEM070701.

[16] A. Kahraman, H. Nevzatozguven, D. R. Houser, and J. J. Zakrajsek, “Dynamic analysis of geared rotors by finite elements,” J. Mech. Des. Trans. ASME, vol. 114, no. 3, pp. 507–514, 1992, doi: 10.1115/1.2926579.

[17] A. Kahraman, “Dynamic analysis of a multi-mesh helical gear train,” J. Mech. Des. Trans. ASME, vol. 116, no. 3, pp. 706–712, 1994.

[18] K. F. Brethee, D. Zhen, F. Gu, and A. D. Ball, “Helical gear wear monitoring: Modelling and experimental validation,” Mech. Mach. Theory, vol. 117, pp. 210–229, 2017.

[19] BS ISO 6336-3:2006, “ISO 6336 - Calculation of load capacity of spur and helical gears - Application for industrial gears,” vol. 9085, no. 1, 2002.

[20] A. Diez-Ibarbia, A. Fernandez-del-Rincon, A. de-Juan, M. Iglesias, P. Garcia, and F. Viadero, “Frictional power losses on spur gears with tip reliefs. The friction coefficient role,” Mech. Mach. Theory, vol. 121, pp. 15–27, 2018, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2017.10.003.

[21] A. Al-Shyyab and A. Kahraman, “Non-linear dynamic analysis of a multi-mesh gear train using multi-term harmonic balance method: Sub-harmonic motions,” J. Sound Vib., vol. 279, no. 1–2, pp. 417–451, 2005.

[22] G. W. Blankenship and A. Kahraman, “Steady state forced response of a mechanical oscillator with combined parametric excitation and clearance type non-linearity,” J. Sound Vib., vol. 185, no. 5, pp. 743–765, 1995.

[23] S. D. Yavuz, Z. B. Saribay, and E. Cigeroglu, “Nonlinear time-varying dynamic analysis of a multi-mesh spur gear train,” Conf. Proc. Soc. Exp. Mech. Ser., vol. 4, no. 1, pp. 309–321, 2016.

[24] M. Zajíček and J. Dupal, “Analytical solution of spur gear mesh using linear model,” Mech. Mach. Theory, vol. 118. pp. 154–167, 2017.

[25] N. Yousfi, B. Zghal, A. Akrout, L. Walha, and M. Haddar, “Damping models identification of a spur gear pair,” Mech. Mach. Theory, vol. 122, pp. 371–388, 2018, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.01.002.

[26] J. Wang, J. Zhang, Z. Yao, X. Yang, R. Sun, and Y. Zhao, “Nonlinear characteristics of a multi-degree-of-freedom spur gear system with bending-torsional coupling vibration,” Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 121. pp. 810–827, 2019.

[27] Y. Yang, L. Cao, H. Li, and Y. Dai, “Nonlinear dynamic response of a spur gear pair based on the modeling of periodic mesh stiffness and static transmission error,” Applied Mathematical Modelling, vol. 72. pp. 444–469, 2019.

[28] H. N. Özgüven, “A non-linear mathematical model for dynamic analysis of spur gears including shaft and bearing dynamics,” J. Sound Vib., vol. 145, no. 2, pp. 239–260, 1991.

[29] Q. Chen, Y. Ma, S. Huang, and H. Zhai, “Research on gears’ dynamic performance influenced by gear backlash based on fractal theory,” Appl. Surf. Sci., vol. 313, pp. 325–332, 2014.

[30] W. Guangjian, C. Lin, Y. Li, and Z. Shuaidong, “Research on the dynamic transmission error of a spur gear pair with eccentricities by finite element method,” Mech. Mach. Theory, vol. 109, no. July 2016, pp. 1–13, 2017.

[31] A. Kahraman and R. Singh, “Time-varying non-linearities system,” J. Sound Vib., vol. 142, no. 1, pp. 45–79, 1991.

[32] H. Liu, C. Zhang, C. L. Xiang, and C. Wang, “Tooth profile modification based on lateral- torsional-rocking coupled nonlinear dynamic model of gear system,” Mech. Mach. Theory, vol. 105, pp. 606–619, 2016.

[33] H. Moradi and H. Salarieh, “Analysis of nonlinear oscillations in spur gear pairs with approximated modelling of backlash nonlinearity,” Mech. Mach. Theory, vol. 51, pp. 14–31, 2012.

[34] A. Tatar, “Effect of planetary gearboxes on the dynamics of rotating systems” Doktora tezi, Imperial College London, 2019.

[35] G. Bonori and F. Pellicano, “Non-smooth dynamics of spur gears with manufacturing errors,” J. Sound Vib., vol. 306, no. 1–2, pp. 271–283, 2007, doi: 10.1016/j.jsv.2007.05.013.

[36] M. S. Tavakoli and D. R. Houser, “Optimum profile modifications for the minimization of static transmission errors of spur gears,” J. Mech. Des. Trans. ASME, vol. 108, no. 1, pp. 86–94, 1986, doi: 10.1115/1.3260791.

[37] S. S. Ghosh and G. Chakraborty, “On optimal tooth profile modification for reduction of vibration and noise in spur gear pairs,” vol. 105, pp. 145–163, 2016, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2016.06.008.

[38] A. Palermo, L. Britte, K. Janssens, D. Mundo, and W. Desmet, “The measurement of Gear Transmission Error as an NVH indicator: Theoretical

discussion and industrial application via low-cost digital encoders to an all-electric vehicle gearbox," Mech. Syst. Signal Process., vol. 110, pp. 368–389, 2018.

[39] M. R. Kang and A. Kahraman, "Measurement of vibratory motions of gears supported by compliant shafts," Mech. Syst. Signal Process., vol. 29, pp. 391–403, 2012.

[40] L. Xiang and N. Gao, "Coupled torsion–bending dynamic analysis of gear-rotor-bearing system with eccentricity fluctuation," Appl. Math. Model., vol. 50, pp. 569–584, 2017.

[41] M. Inalpolat, M. Handschuh, and A. Kahraman, "Influence of indexing errors on dynamic response of spur gear pairs," Mech. Syst. Signal Process., vol. 60, pp. 391–405, 2015, doi: 10.1016/j.ymssp.2014.11.017.

[42] I. Howard, S. Jia, and J. Wang, "The dynamic modelling of a spur gear in mesh including friction and a crack," Mech. Syst. Signal Process., vol. 15, no. 5, pp. 831–853, 2001, doi: 10.1006/mssp.2001.1414.

[43] N. Sainte-marie, "A transmission-error-based gear dynamic model : Applications to single- and multi-mesh transmissions," Ph.D. Thesis, Université de Lyon, Lyon, France, 2016.

[44] L. Walha, T. Fakhfakh, and M. Haddar, "Nonlinear dynamics of a two-stage gear system with mesh stiffness fluctuation, bearing flexibility and backlash," Mech. Mach. Theory, vol. 44, no. 5, pp. 1058–1069, 2009, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2008.05.008.

[45] Y. Xiong, K. Huang, F. Xu, Y. Yi, M. Sang, and H. Zhai, "Research on the influence of backlash on mesh stiffness and the nonlinear dynamics of spur gears," Appl. Sci., vol. 9, no. 5, 2019, doi: 10.3390/app9051029.

[46] ISO/TR 10064-2:1996 Code of inspection practice — Part 2: Inspection related to radial composite deviations, runout, tooth thickness and backlash

[47] F. Guo and Z. Fang, "Experimental and Theoretical Study of Gear Dynamical Transmission Characteristic Considering Measured Manufacturing Errors," Shock Vib., vol. 2018, 2018, doi: 10.1155/2018/9645453.

[48] J. fei Shi, X. feng Gou, and L. yun Zhu, "Modeling and analysis of a spur gear pair considering multi-state mesh with time-varying parameters and backlash," Mech. Mach. Theory, vol. 134, pp. 582–603, 2019.

[49] Conry, T.F. , Seireg, "A Mathematical Programming Technique for the Evaluation of Load Distribution and Optimal Modifications for Gear Systems," J. Eng. Ind., vol. 1, no. 1, pp. 1115–1122, 1973.

[50] T. Eritenel and R. G. Parker, "An investigation of tooth mesh nonlinearity and partial contact loss in gear pairs using a lumped-parameter model," Mech. Mach. Theory, vol. 56, pp. 28–51, 2012, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2012.05.002.

[51] C. H. Wink and A. L. Serpa, “Performance assessment of solution methods for load distribution problem of gear teeth,” Mech. Mach. Theory, vol. 43, no. 1, pp. 80–94, 2008, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2006.12.010.

[52] Y. Zhang and Z. Fang, “Analysis of transmission errors under load of helical gears with modified tooth surfaces,” J. Mech. Des. Trans. ASME, vol. 119, no. 1, pp. 120–126, 1997, doi: 10.1115/1.2828773.

[53] J. J. Zhang, I. I. Esat, and Y. H. Shi, “Load analysis with varying mesh stiffness,” Comput. Struct., vol. 70, no. 3, pp. 273–280, 1999, doi: 10.1016/S0045-7949(98)00185-0.

[54] C. Zhou, C. Chen, L. Gui, and Z. Fan, “A nonlinear multi-point meshing model of spur gears for determining the face load factor,” Mech. Mach. Theory, vol. 126, pp. 210–224, 2018, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.04.010.

[55] B. Yuan, S. Chang, G. Liu, L. Chang, and L. Liu, “Quasi-static analysis based on generalized loaded static transmission error and dynamic investigation of wide-faced cylindrical geared rotor systems,” Mech. Mach. Theory, vol. 134, pp. 74–94, 2019, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.12.019.

[56] T. P. and W. E. W. X. Hua, TC Lim, “Dynamic Analysis of Spiral Bevel Geared Rotor Systems Applying Finite Elements and Enhanced Lumped Parameters,” Int. J. Automot. Technol., vol. 13, no. 1, pp. 97–107, 2012, doi: 10.1007/s12239.

[57] Z. Qiao, J. Zhou, W. Sun, and X. Zhang, “A Coupling Dynamics Analysis Method for Two-Stage Spur Gear under Multisource Time-Varying Excitation,” Shock Vib., vol. 2019, 2019, doi: 10.1155/2019/7350701.

[58] B. Yuan, G. Liu, Y. Yue, L. Liu, and Y. Shen, “A novel tooth surface modification methodology for wide-faced double-helical gear pairs,” Mech. Mach. Theory, vol. 134, pp. 74–94, 2021, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104299.

[59] X. Dai, C. G. Cooley, and R. G. Parker, “An Efficient Hybrid Analytical-Computational Method for Nonlinear Vibration of Spur Gear Pairs,” J. Vib. Acoust. Trans. ASME, vol. 141, no. 1, 2019, doi: 10.1115/1.4040674.

[60] B. Yuan, L. Chang, G. Liu, S. Chang, L. Liu, and Y. Shen, “An efficient three-dimensional dynamic contact model for cylindrical gear pairs with distributed tooth flank errors,” Mech. Mach. Theory, vol. 152, p. 103930, 2020, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.103930.

[61] Q. Wang, K. Xu, T. Huai, H. Ma, and K. Wang, “A mesh stiffness method using slice coupling for spur gear pairs with misalignment and lead crown relief,” Appl. Math. Model., vol. 90, pp. 845–861, 2021, doi: 10.1016/j.apm.2020.08.046.

[62] G. Han, B. Yuan, and G. Qiao, “Tooth Surface Modification for Helical Gear Pairs considering Mesh Misalignment Tolerance,” Shock Vib., vol. 2021, 2021, doi: 10.1155/2021/5563648.

[63] Q. Wang, K. Chen, B. Zhao, H. Ma, and X. Kong, “An analytical-finite-element method for calculating mesh stiffness of spur gear pairs with complicated foundation and crack,” Engineering Failure Analysis, vol. 94. pp. 339–353, 2018.

[64] S. Li, “Contact stress and root stress analyses of thin-rimmed spur gears with inclined webs,” J. Mech. Des. Trans. ASME, vol. 134, no. 5, pp. 1–13, 2012.

[65] S. Li, “Effects of centrifugal load on tooth contact stresses and bending stresses of thin-rimmed spur gears with inclined webs,” Mech. Mach and M. Sang, “Nonlinear dynamic modelling. Theory, vol. 59, pp. 34–47, 2013.

[66] S. Shweiki, A. Rezayat, T. Tamarozzi, and D. Mundo, “Transmission Error and strain analysis of lightweight gears by using a hybrid FE-analytical gear contact model,” Mech. Syst. Signal Process., vol. 123, pp. 573–590, 2019.

[67] S. Park, S. Kim, and J. H. Choi, “Gear fault diagnosis using transmission error and ensemble empirical mode decomposition,” Mech. Syst. Signal Process., vol. 108, pp. 58–72, 2018.

[68] S. chul Kim, S. gon Moon, J. hyeon Sohn, Y. jun Park, C. ho Choi, and G. ho Lee, “Macro geometry optimization of a helical gear pair for mass, efficiency, and transmission error,” Mech. Mach. Theory, vol. 144, p. 103634, 2020, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2019.103634.

[69] S. Shweiki, A. Palermo, and D. Mundo, “A Study on the Dynamic Behaviour of Lightweight Gears,” Shock Vib., vol. 2017, 2017, doi: 10.1155/2017/7982170.

[70] H. Ma, X. Pang, R. Feng, and B. Wen, “Evaluation of optimum profile modification curves of profile shifted spur gears based on vibration responses,” Mech. Syst. Signal Process., vol. 70–71, pp. 1131–1149, 2016, doi: 10.1016/j.ymssp.2015.09.019.

[71] Y. Saygılı, “Torsional Vibrations of Gear Systems with Single and Dual Mass Flywheels Modelling and Analyses,” Department of Mechanical Engineering, Machine Dynamics, Vibration and Acoustics Programme, 2018.

[72] AGMA 2015-2-B15, “Gear Tooth Flank Tolerance Classification System – Definitions and Allowable Values of Double Flank Radial Composite Deviations,” American Gear Manufacturers Association, Alexandria, VA, USA, 2015.

[73] KISSsoft® Program Manual, 2019.

[74] AGMA 925-A03, “Effect of Lubrication on Gear Surface Distress,” American Gear Manufacturers Association, Alexandria, VA, USA, 2003.

[75] A. Kahraman and G. W. Blankenship, “Effect of involute tip relief on dynamic response of spur gear pairs,” J. Mech. Des. Trans. ASME, vol. 121, no. 2, pp. 313–315, 1999, doi: 10.1115/1.2829460.

[76] F. L. Litvin, J. Zhang, W. S. Chaing, J. J. Coy, and R. F. Handschuh, “Crowned spur gears: optimal geometry and generation,” Gear Technol., vol. 5, no. 5, pp. 9–15, 1988.

[77] AGMA 908-B89, “Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth,” American Gear Manufacturers Association, Alexandria, VA, USA, 2020.

[78] J. Borner, N. Kurz, F. Joachim, “Effective Analysis of Gears with the Program LVR, International conference,” Gears Conference Paper, VDI report of 1665 (2002) 721-736.

[79] B. Yuan, L. Chang, G. Liu, S. Chang, L. Liu, and Y. Shen, “An efficient three-dimensional dynamic contact model for cylindrical gear pairs with distributed tooth flank errors,” Mech. Mach. Theory, vol. 152, p. 103930, 2020, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.103930.

[80] AGMA 2001-D04, “Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth,” American Gear Manufacturers Association, Alexandria, VA, USA, 2004.

A
EK DİNAMİK MODELLEME

```
%------------------- GIRDILER

clear all

clc

m=3;%modul

z2=50;%dis sayilari

z1=50;

z3=50;

pah=0; %pah kirma degeri

alpha=20;%basinc acisi

x2=0; %ilk disli profil kaydirma miktari

add=1; %katsayi

ded=1.5533; %katsayi

n2=3000; % giris hizi rpm

w2=n2*pi/30;

fw=20; %disli kalinligi mm

P2a=110*10^3; %giris gucu kW to W

P2b=125*10^3;

T2a=85;

T2b=85;

% T2a=P2a/n2*60/(2*pi);

% T2b=P2b/n2*60/(2*pi);

AW12=150; %istenilen eksenler arası mesafe[mm]

AW23=150;

b1a=2*(0.06+0.0005*AW12+0.03*m)/3/2; %yarim backlash ve mikrondan mm'ye donusum

b2a=2*(0.06+0.0005*AW23+0.03*m)/3/2;

%b1a=0.08; %yarim backlash mm

%b2a=0.08;

Cp1=5; %pinyon icin tip relief(mikron]

Cd1=5; %disli icin tip relief mikron)

crown=0; %5.1 mikron

tug=20.9; %HPSTC veya deger secilebilir

Cp2=Cp1;%pinyon icin tip relief mikron]
```

```
Cd2=5; %disli icin tip relief(mikron]
mu=0.05; %surtunme katsayisi
%DEGISKEN C SAYISI
ksi_g=0.05; %ksi_g=0,03 ile 0,17 arasında
ksi_s=0.01; %ksi_s=0,005 ile 0,075 arasında degisiyor
%Malzeme ozellikleri
vis=5; %cSt
E1=206*10^3; %young modulus
E2=206*10^3;
E3=206*10^3;
vu1=0.3; %poisson ratio
vu2=0.3;
vu3=0.3;
ro1=7.8*10^3; %yogunluk [kg/m3]
ro2=7.8*10^3; %yogunluk [kg/m3]
ro3=7.8*10^3; %yogunluk [kg/m3]

%1.755*10e8 sayisi SKF NU 1006 cylindrical roller bearing'e ait
Krulman=10^8;
% Krulman=10^20;

%disli ile yatak arası uzunluk [m]
L1A=50/1000;
L2A=50/1000;
L3A=50/1000;
L1C=50/1000; %430 mm
L2C=50/1000; %430 mm
L3C=50/1000; %430 mm
%Shaft caplari [m]
Dshaft1=30/1000;    %Dis cap
dshaft1=0/1000;     %ic cap
Dshaft2=30/1000;
dshaft2=0/1000;
Dshaft3=30/1000;
dshaft3=0/1000;
%Hassasiyet
```

```
n=50; % Profil hassasiyet

nG=50; %Timoshenko disli eleman sayısı

nS1a=floor((L1A-fw/2000)*1000); %Saft1 sol eleman sayısı

nS2a=floor((L1C-fw/2000)*1000); %Saft1 sağ eleman sayısı

nS1b=floor((L2A-fw/2000)*1000); %Saft2 sol eleman sayısı

nS2b=floor((L2C-fw/2000)*1000); %Saft2 sağ eleman sayısı

nS1c=floor((L3A-fw/2000)*1000); %Saft3 sol eleman sayısı

nS2c=floor((L3C-fw/2000)*1000); %Saft3 sağ eleman sayısı

%acilar (deg) iki disli cifti arasindaki derece farki

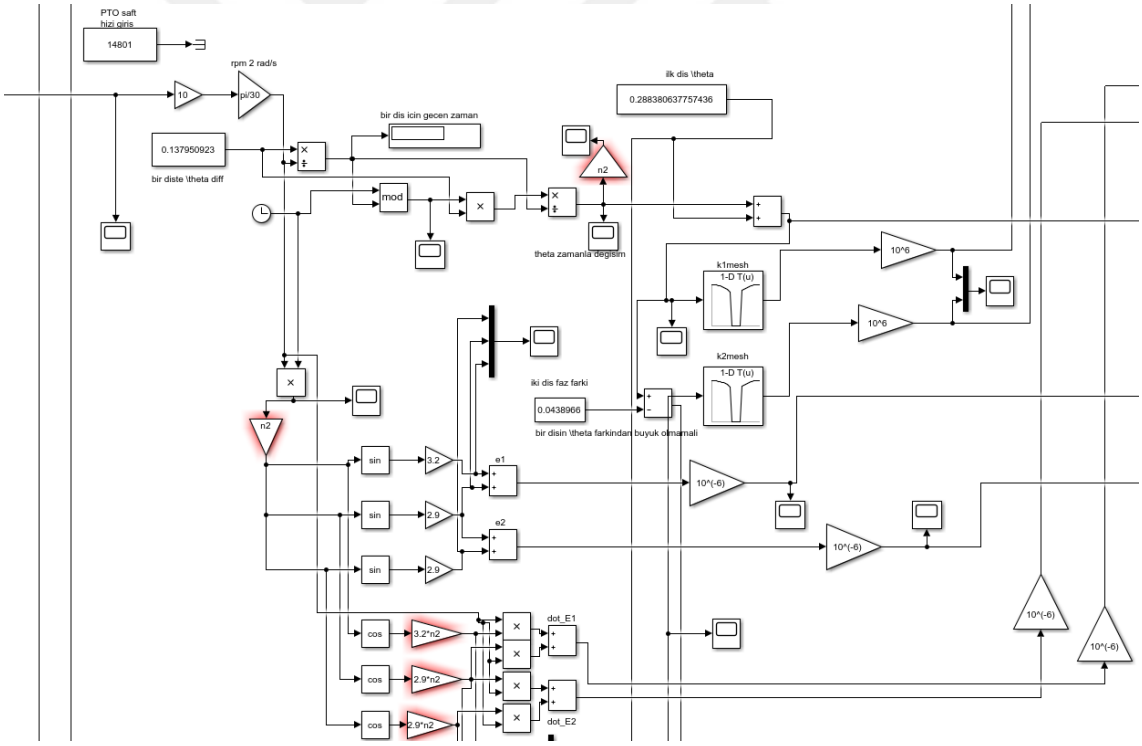
aci1=150;

aci2=30;

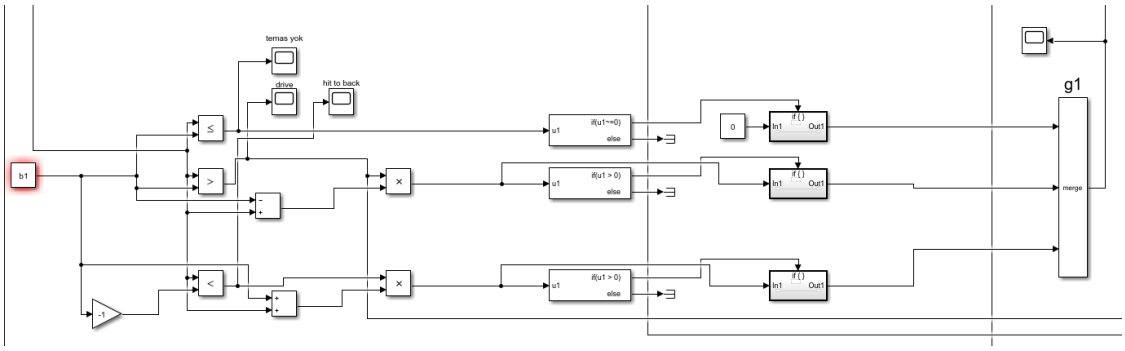
phi=aci1-aci2;

aci1=aci1/180*pi;

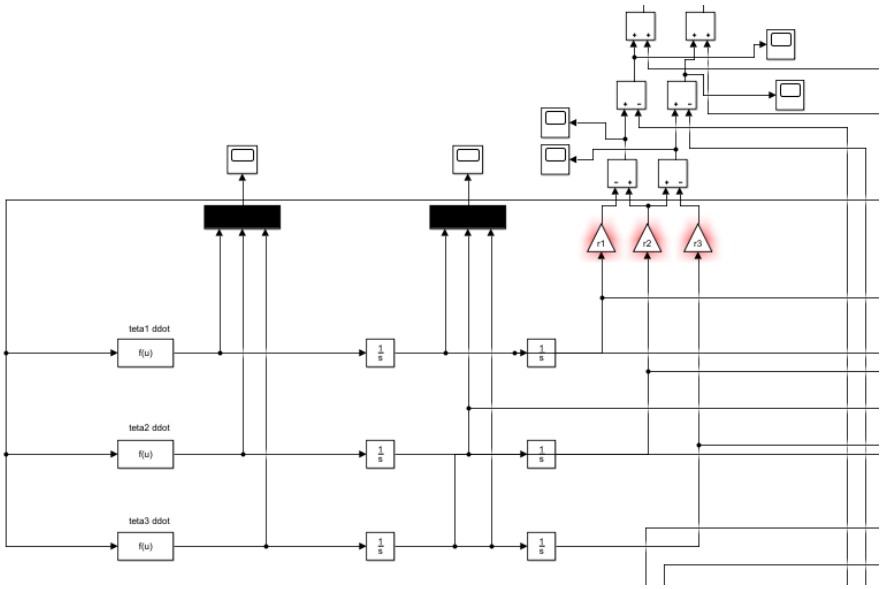
aci2=aci2/180*pi;
```



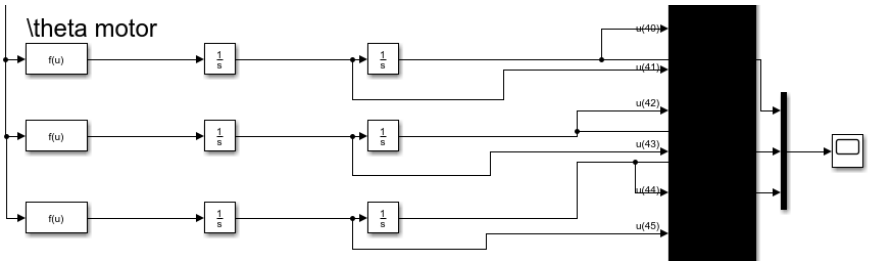
Şekil A.1 Zamana bağlı dişli çifti rijitliği modeli



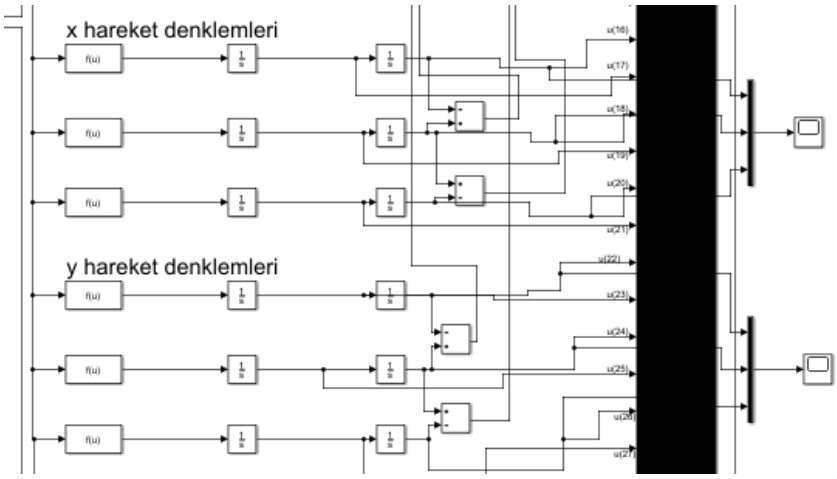
Şekil A.2 Doğrusal olmayan hareket modeli



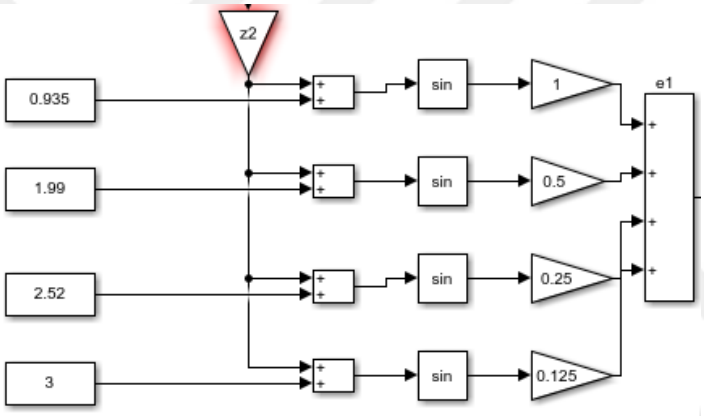
Şekil A.3 Dişli burulma hareketinin modeli



Şekil A.4 Şaft burulma hareketinin modeli



Şekil A.5 Düzlemsel hareket modeli



Şekil A.6 Yüksüz static iletim hatasının modellenmesi

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

Konferans Bildirileri

S.E. Civan and C. Demir, “Dynamic response characteristics of spur gears in torque split application,” Proceedings book of 2nd international conference on progresses in automotive technologies, ICPAT 2020, 2020.

Makaleler

1. S. E. Civan and C. Demir, “Load Distribution and Dynamic Response in Torque Split Applications,” Machines, vol. 10, no. 12, 2022, doi: 10.3390/machines10121218.
2. S. E. Civan and C. Demir, “A Comprehensive Load Distribution Algorithm and Its Effect on Dynamic Response,” submitted.