

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

ELEKTRİK MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

DEVRE TEORİSİ

Ders Notu

ÜÇ FAZLI SİSTEMLERLE İLGİLİ ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

Doç. Dr. Recep YUMURTACI

Doç. Dr. Ercan İZGİ

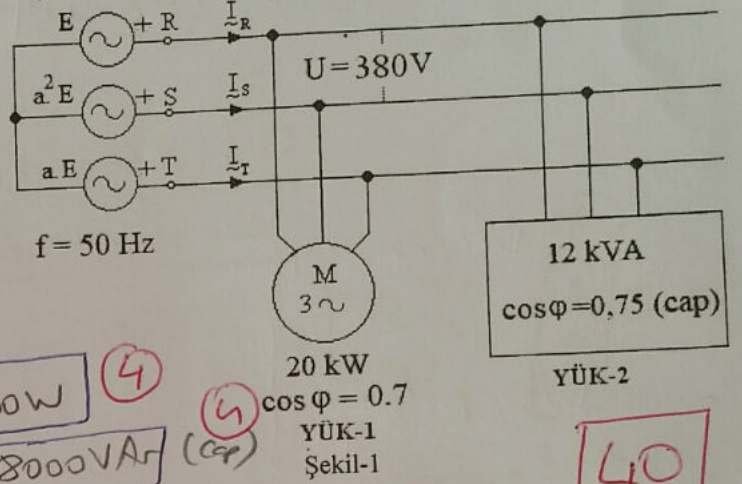
Prof. Dr. Uğur S. SELAMOĞULLARI

Yrd. Doç. Dr. Adem ÜNAL

Dr. Öğr. Üyesi İsmail NAKİR

SORU 1 (40 puan) (ZORUNLU)- Şekil-1'deki üç fazlı dengeli sistemde fazlar arası gerilim 380 Volt, frekans 50 Hz'dir. Buna göre,

- a) Üç fazlı kaynaktan çekilen toplam aktif gücü, toplam reaktif gücü, toplam görünür gücü ve toplam güç faktörünü hesaplayınız.
b) Üç fazlı kaynaktan çekilen R fazı hat akımını fazör olarak (kutupsal biçimde) hesaplayınız.
c) Toplam yüke ait güç faktörünü 0.99 yapmak için üç fazlı kaynak uçlarına bağlanması gereken üçgen bağlı kondansatörlerin kapasitesini ve gücünü hesaplayınız. ($a = 1 \angle 120^\circ$)



a) $P_1 = 20 \text{ kW}$
 $\cos \phi_1 = 0.7 \Rightarrow \phi_1 = 45,57^\circ$
 $Q_1 = P_1 \cdot \tan \phi_1 = 20 \cdot 10^3 \cdot \tan 45,57^\circ$

$Q_1 = 20402 \text{ VAR}$ (end)

$S_2 = 12 \text{ kVA}$ $\cos \phi_2 = 0.75 \Rightarrow \phi_2 = 41,41^\circ$

$P_2 = S_2 \cdot \cos \phi_2 = 12 \cdot 10^3 \cdot 0.75 \Rightarrow P_2 = 9000 \text{ W}$ (4)

$Q_2 = S_2 \cdot \sin \phi_2 = 12 \cdot 10^3 \cdot \sin 41,41^\circ \Rightarrow Q_2 = 8000 \text{ VAR}$ (cap) (4)

$P_{\text{Top}} = P_1 + P_2 = 20 \cdot 10^3 + 9000 \Rightarrow P_{\text{Top}} = 29000 \text{ W}$ (4)

$Q_{\text{Top}} = Q_1 - Q_2 = 20402 - 8000 \Rightarrow Q_{\text{Top}} = 12402 \text{ VAR}$ (end)

$S_{\text{Top}} = P_{\text{Top}} + jQ_{\text{Top}} = 29000 + j12402 = S_{\text{Top}} \angle \phi_{\text{Top}} = 31540 \angle 23,15^\circ \text{ VA}$

$S_{\text{Top}} = 31540 \text{ VA}$ (4) $\cos \phi_{\text{Top}} = \cos 23,15^\circ \Rightarrow \cos \phi_{\text{Top}} = 0,919$ (end) (4)

b) $V_R = \frac{U}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \Rightarrow V_R = 220 \angle 0^\circ \text{ Volt}$

$S_{\text{Top}} = 3 \cdot V_e \cdot I_e^* \Rightarrow I_e = \left(\frac{S_{\text{Top}}}{3V_R} \right)^* = \left(\frac{31540 \angle 23,15^\circ}{3 \cdot 220 \angle 0^\circ} \right)^*$

$I_e = 47,73 \angle -23,15^\circ \text{ A}$ (4)

c) $P = P_{\text{Top}} = 29000 \text{ W}$ $\cos \phi_1 = \cos \phi_{\text{Top}} = 0,919 \Rightarrow \phi_1 = 23,15^\circ$
 $\cos \phi_2 = 0,75 \Rightarrow \phi_2 = 41,41^\circ$

$Q_c = P \cdot (\tan \phi_1 - \tan \phi_2) = 29000 \cdot (\tan 23,15^\circ - \tan 41,41^\circ)$

$Q_c = 8267 \text{ VAR}$ (4)

$Q_c = 3 \cdot U^2 \cdot \omega C \Rightarrow C = \frac{Q_c}{3 \cdot U^2 \cdot \omega} = \frac{8267}{3 \cdot 380^2 \cdot 2\pi \cdot 50}$

$C = 6,074 \cdot 10^{-5} \text{ F}$ (4)
 $C = 60,74 \mu\text{F}$

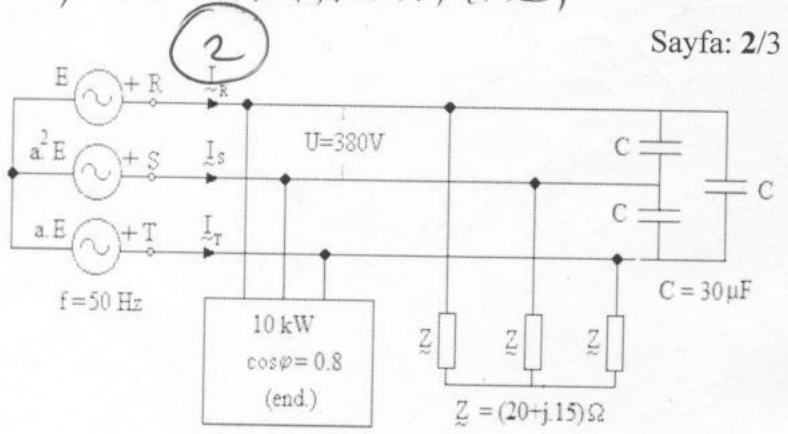
20101 Devre Teorisi 2 Final (Dö) CEVAP ANAHTARI

SORU 2-(40 puan) Şekil-2'de gösterilen fazlar arası gerilimi 380 Volt, frekansı 50 Hz olan üç fazlı dengeli sistemde,

a) Üç fazlı kaynaktan çekilen toplam görünür güçü, toplam aktif güçü, toplam reaktif güçü ve güç katsayısını hesaplayınız.

b) Üç fazlı kaynaktan çekilen I_R , I_S ve I_T hat akımlarını fazör olarak hesaplayınız.

c) Toplam yüke ait güç katsayısını 0.97 yapmak için üç fazlı kaynak uçlarına bağlanması gereken üçgen bağlı kondansatörlerin gücünü ve kapasite değerini hesaplayınız.



Şekil-2

1.45k

a) $P_1 = 10 \text{ kW}$ $\cos \phi = 0.8 \Rightarrow \phi = 36.87^\circ$
 $Q_1 = P_1 \tan \phi = 10000 \cdot \tan 36.87^\circ = 7500 \text{ VAR (ed)}$

Δ bağlı yük

$V = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$ $Z = 20 + j15 = 25 \angle 36.87^\circ$

hat akımı: $I = \frac{V}{Z} = \frac{220}{25} = 8.8 \text{ A}$

$P_2 = 3 I^2 R = 3 \cdot 20 \cdot 8.8^2 = 4646 \text{ W}$

$Q_2 = 3 I^2 X = 3 \cdot 15 \cdot 8.8^2 = 3485 \text{ VAR}$

Δ bağlı kondansatörler

$Q_c = 3 U^2 \omega C = 3 \cdot 380^2 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 30 \cdot 10^{-6}$

$Q_c = 4083 \text{ VAR}$ kapasite için $P_c = 0$

$P_T = 10000 + 4646 \Rightarrow P_T = 14646 \text{ W}$ (10)

$Q_T = 7500 + 3485 - 4083$

$Q_T = 6900 \text{ VAR}$ (10)

$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} \Rightarrow S_T = 16190 \text{ VA}$ (3)

$\cos \phi = \frac{P_T}{S_T} \Rightarrow \cos \phi = 0.905$ (2) (25P)

b) hat akımı: $I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{16190}{\sqrt{3} \cdot 380} = 24.6 \text{ A}$

Yük edilebilir, V_R referans dersen $V_R = 220 \angle 0^\circ$

$\cos \phi = 0.905 \Rightarrow \phi = 25.12^\circ$

$I_R = 24.6 \angle -25.12^\circ \text{ A}$ dir.

$I_S = a^2 I_R \Rightarrow I_S = 24.6 \angle -145.12^\circ \text{ A}$

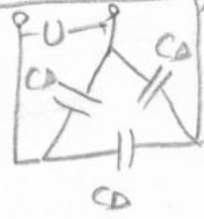
$I_T = a I_R \Rightarrow I_T = 24.6 \angle 94.8^\circ \text{ A}$

c) $\cos \phi_1 = 0.905 \Rightarrow \phi_1 = 25.12^\circ$
 $\cos \phi_2 = 0.97 \Rightarrow \phi_2 = 14.07^\circ$
 $P = 14646 \text{ W}$

$Q_c = P (\tan \phi_1 - \tan \phi_2)$

$Q_c = 14646 (\tan 25.12^\circ - \tan 14.07^\circ)$

$Q_c = 3212 \text{ VAR}$ (5) (25P)



$Q_c = 3 U^2 \omega C_D$

$C_D = \frac{Q_c}{3 U^2 \omega}$

$C_D = \frac{3212}{3 \cdot 380^2 \cdot 2\pi \cdot 50}$

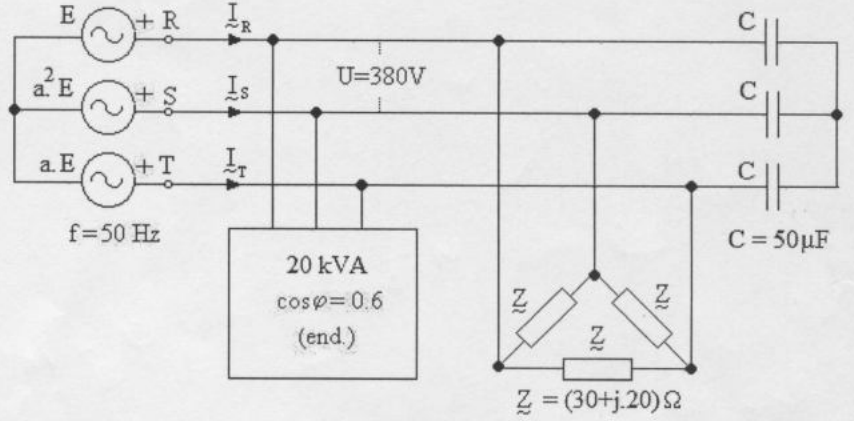
$C_D = 2.36 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 23.6 \mu\text{F}$ (5)

SORU 1-(40 puan) Şekil-1'de gösterilen fazlar arası gerilimi 380 Volt, frekansı 50 Hz olan üç fazlı dengeli sistemde,

a) Üç fazlı kaynaktan çekilen toplam görünen gücü, toplam aktif gücü, toplam reaktif gücü ve güç katsayısını hesaplayınız.

b) Üç fazlı kaynaktan çekilen I_R , I_S ve I_T hat akımlarını fazör olarak (kutupsal biçimde) hesaplayınız.

c) Toplam yüke ait güç katsayısını 0.98 yapmak için üç fazlı kaynak uçlarına bağlanması gereken yıldız bağlı kondansatörlerin gücünü ve kapasite değerini hesaplayınız.

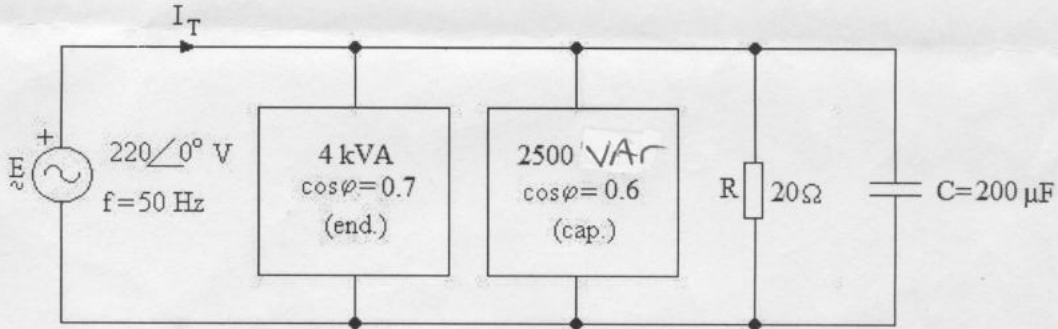


Şekil-1

SORU 2--(40 puan) a) Şekil-2'deki devrede kaynaktan çekilen toplam aktif, reaktif, görünen güçleri, güç faktörünü bulunuz

b) Kaynaktan çekilen toplam akımı fazör olarak (kutupsal biçimde) hesaplayınız.

c) Kaynak uçlarından görünen eşdeğer empedansı hesaplayınız.



Şekil-2

SORU 3- (20 puan) a) Üç fazlı dengeli sistemde, U fazlar arası gerilim efektif değeri ve V faz-nötr geriliminin efektif değeri olmak üzere $U = \sqrt{3} \cdot V$ olduğunu ispat ediniz.

b) Etiketinde fazlararası gerilimi $U_n = 440$ V, frekansı 60 Hz ve gücü 20 kVAR yazan üç fazlı, üçgen bağlı kondansatörlerin fazlararası gerilimi $U = 380$ V ve frekansı $f = 50$ Hz olan şebekede yıldız bağlı olarak kullanılması halinde gücü kaç kVAR olur? Hesaplayınız.

Süre: 90 dk.

Başarılar dileriz.

1) a) 1. Yuk

$$P_1 = S_1 \cdot \cos \phi_1 = 20 \cdot 10^3 \cdot 0,6 \Rightarrow P_1 = 12 \text{ kW}$$

$$Q_1 = S_1 \cdot \sin \phi_1 = 20 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \Rightarrow Q_1 = 16 \text{ kVAR}$$

↳ Bepi. Kondensator

$$Q_c = 3V^2 \omega C = 3 \cdot 220^2 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot C$$

$$Q_c = 2281 \text{ VAR}$$

↳ Bepi. Yuk

$$Z_{\Delta} = 30 + j20 = 36,06 \angle 33,7^\circ \Omega \Rightarrow Z_{\lambda} = \frac{Z_{\Delta}}{3} = 12,02 \angle 33,7^\circ \Omega \quad V = \frac{U}{\sqrt{3}} = 220 \text{ Volt}$$

$$I = \frac{V}{Z_{\lambda}} = \frac{220}{12,02} = 18,30 \text{ A} \Rightarrow P_2 = \sqrt{3} U I \cos \phi_2 = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 18,30 \cdot \cos 33,7^\circ$$

$$P_2 = 10.020 \text{ W}$$

$$Q_2 = \sqrt{3} U I \sin \phi_2 = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 18,30 \cdot \sin 33,7^\circ \Rightarrow Q_2 = 6683 \text{ VAR}$$

$$P_T = 22020 \text{ W} \quad (5)$$

$$P_T = P_1 + P_2 = 12000 + 10020 \Rightarrow P_T = 22020 \text{ W}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 - Q_c = 16000 + 6683 - 2281 \Rightarrow Q_T = 20402 \text{ VAR} \quad (10)$$

$$S_T = P_T + jQ_T = 22020 + j20402 \Rightarrow S_T = 30018 \angle 42,8^\circ \text{ VA} \quad (5)$$

$$S_T = 30018 \text{ VA} \quad \cos \phi = \cos 42,8^\circ \Rightarrow \cos \phi = 0,734 \quad (40)$$

b) $I = \frac{S_T}{\sqrt{3}U} = \frac{30018}{\sqrt{3} \cdot 380} = 45,61 \text{ A}$

$$I_R = 45,61 \angle -42,8^\circ \text{ A} \quad I_S = a^2 I_R \Rightarrow I_S = 45,61 \angle -162,8^\circ \text{ A} \quad (6)$$

$$I_T = a I_R \Rightarrow I_T = 45,61 \angle 77,2^\circ \text{ A}$$

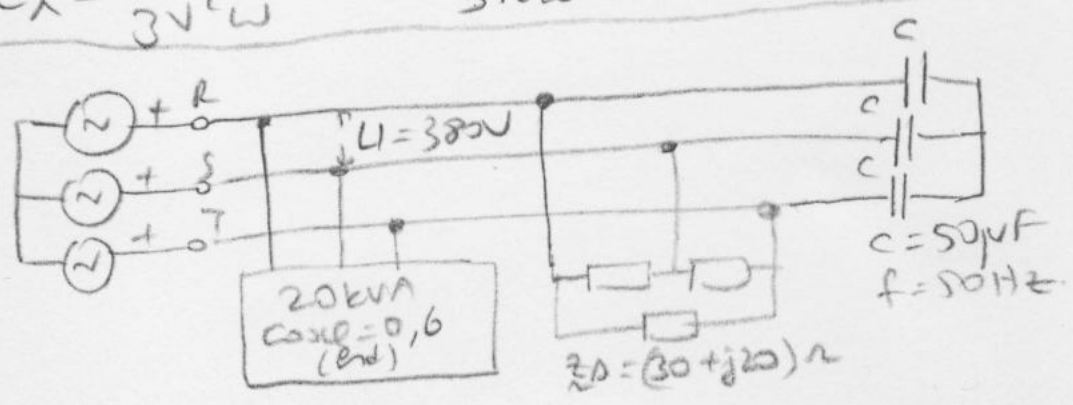
c) $Q_c = P(\tan \phi_1 - \tan \phi_2)$ $\cos \phi_1 = 0,734 \Rightarrow \phi_1 = 42,8^\circ$
 $\cos \phi_2 = 0,998 \Rightarrow \phi_2 = 11,48^\circ$

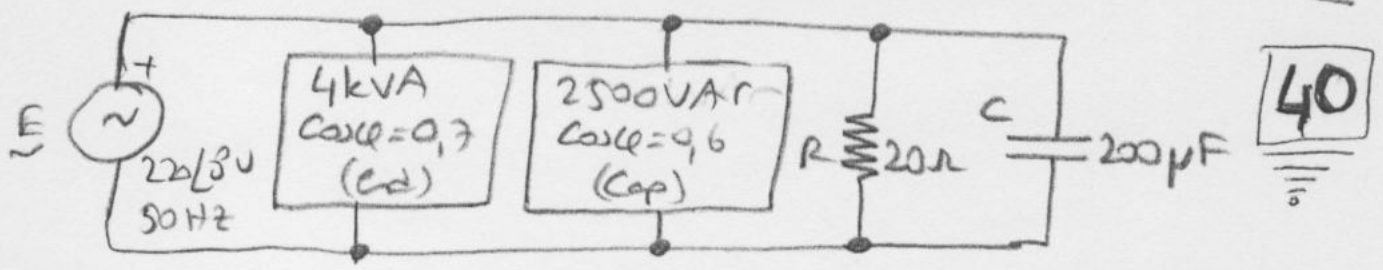
$$Q_c = 22020(\tan 42,8^\circ - \tan 11,48^\circ) \Rightarrow Q_c = 15919 \text{ VAR} \quad (4)$$

↳ Bepi. in C $Q_c = 3 \cdot V^2 \omega C_{\lambda}$ (10)

$$C_{\lambda} = \frac{Q_c}{3V^2 \omega} = \frac{15919}{3 \cdot 220^2 \cdot 2\pi \cdot 50} \Rightarrow C_{\lambda} = 349 \mu\text{F} \quad (50P)$$

↳ SORU





a) $P_1 = S_1 \cdot \cos \phi_1 = 4000 \cdot 0,7 \Rightarrow P_1 = 2800 \text{ W}$ $\cos \phi_1 = 0,7 \Rightarrow \phi_1 = 45,57^\circ$
 $Q_1 = S_1 \cdot \sin \phi_1 = 4000 \cdot \sin 45,57^\circ \Rightarrow Q_1 = 2856 \text{ VAR (ind)}$

$Q_2 = -2500 \text{ VAR}$ $\cos \phi_2 = 0,6 \Rightarrow \phi_2 = -53,13^\circ$

$P_2 = \frac{Q_2}{\tan \phi_2} = \frac{-2500}{\tan(-53,13^\circ)} \Rightarrow P_2 = 1875 \text{ W}$

$R \rightarrow P_R = \frac{V^2}{R} = \frac{220^2}{20} \Rightarrow P_R = 2420 \text{ W}$

$C \rightarrow Q_C = -V^2 \omega C = -220^2 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \Rightarrow Q_C = -3041 \text{ VAR}$

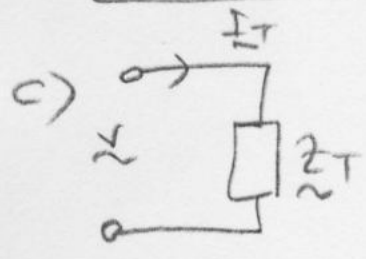
$P_T = P_1 + P_2 + P_R = 2800 + 1875 + 2420 \Rightarrow P_T = 7095 \text{ W}$ (10)

$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_C = 2856 - 2500 - 3041 \Rightarrow Q_T = -2685 \text{ VAR}$ (10)

$S_T = P_T + jQ_T = 7095 - j2685 \Rightarrow S_T = 7586 / -20,73^\circ \text{ VA}$ (5)

b) $S_T = V \cdot \underline{I}_T \Rightarrow \underline{I}_T = \left(\frac{S_T}{V} \right) = \left(\frac{7586 / -20,73^\circ}{220 \angle 0^\circ} \right)$ $\cos \phi = \cos(-20,73^\circ)$
 $\cos \phi = 0,935 \text{ (cap)}$

$\underline{I}_T = 34,48 / 20,73^\circ \text{ A}$ (5)



$Z_T = \frac{V}{I_T} = \frac{220 \angle 0^\circ}{34,48 / 20,73^\circ}$

$Z_T = 6,38 / -20,73^\circ \Omega = 5,96 - j2,26 \Omega$ (5)

3) a) $\underline{V}_R = E \angle 0^\circ$ $\underline{V}_S = a^2 E \Rightarrow \underline{V}_{RS} = \underline{V}_R - \underline{V}_S = (1 - a^2) E$

$\underline{V}_{RS} = [1 - (-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2})] E = (\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}) E = \sqrt{3} (\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}) E$

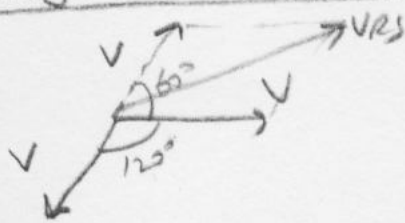
$\underline{V}_{RS} = \sqrt{3} \cdot 1 \angle 30^\circ E = \sqrt{3} E \angle 30^\circ \Rightarrow V = E \cdot \sqrt{3} \Rightarrow U = |\underline{V}_{RS}| = \sqrt{3} E$

ise $U = \sqrt{3} E$

20

10p

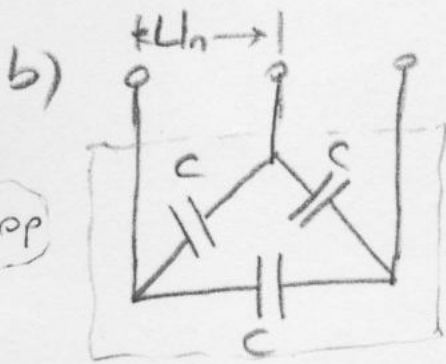
vega kosono koremi



$V_{RS}^2 = V^2 + V^2 + 2V \cdot V \cdot \cos 60 = 3V^2 = U^2$

$U = \sqrt{3} V$

10p



$U_n = 440V$
 $f = 60Hz$
 $Q_c = 20kVAR$
 $C = ?$

Her iki durumda C deprez

1. durumda (Δ bagh) $U = 440V$, $f = 60Hz$
 $Q_c = 3U^2 \omega C \Rightarrow C = \frac{Q_c}{3U^2 \omega} = \frac{20 \cdot 10^3}{3 \cdot 440^2 \cdot 2\pi \cdot 60}$

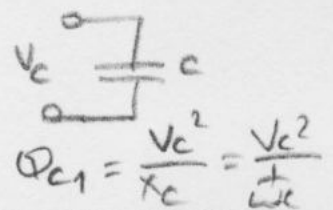
$C = 91 \mu F$ (5)

2. durumda (λ bagh, $U = 380V$, $f = 50Hz$) (5)

$Q_c' = 3U^2 \omega C = 3 \cdot 220^2 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 91 \cdot 10^{-6} \Rightarrow$

$Q_c' = 4151 VAR$

Bir kondansator



$Q_{c1} = V_c^2 \omega C$

Δ bagh ise

$Q_{c\Delta} = 3U^2 \omega C$

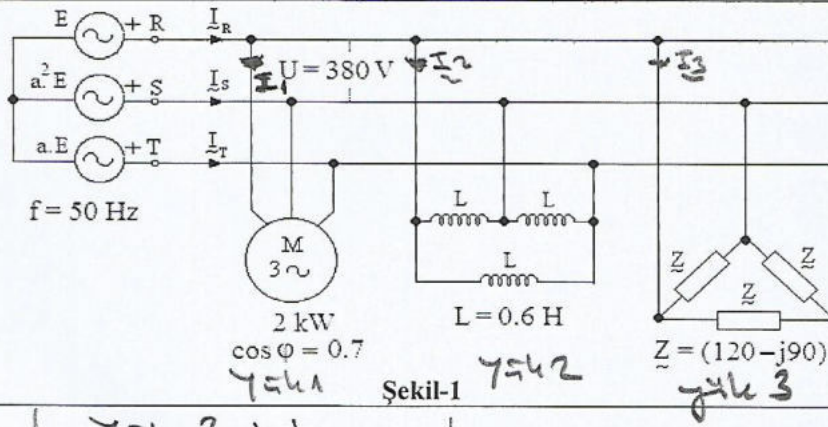
λ bagh ise

$Q_{c\lambda} = 3V^2 \omega C$

$V = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220V$

SORU 1- (40 puan) Şekil-1'de gösterilen üç fazlı dengeli sistemde,

- a) Üç fazlı kaynaktan çekilen I_R hat akımını fazör olarak, kutupsal biçimde hesaplayınız
b) Üç fazlı kaynaktan çekilen toplam görünür gücü, toplam aktif gücü, toplam reaktif gücü ve güç katsayısını hesaplayınız.
c) Toplam yüke ait güç katsayısını 0.98 yapmak için üç fazlı kaynak uçlarına bağlanması gereken üçgen bağlı kondansatörlerin gücünü ve kapasite değerini hesaplayınız.



a)

Cözüm 1

yük 1 için

$$P = 3 V I_1 \cos \varphi$$

$$2000 = 3 \cdot 220 \cdot I_1 \cdot 0,7$$

$$I_1 = 4,33 \text{ A}$$

$$\underline{I_1} = 4,33 \angle -45,57^\circ \text{ A}$$

yük 2 için

$$L_\lambda = \frac{L}{3} = 0,2 \text{ H}$$

$$X_{L\lambda} = \omega \cdot L = 314 \cdot 0,2$$

$$j \cdot X_{L\lambda} = j 62,8 \Omega$$

$$\underline{I_2} = \frac{220 \angle 0^\circ}{62,8j}$$

$$\underline{I_2} = 3,5 \angle -90^\circ \text{ A}$$

yük 3 için

$$Z_\lambda = \frac{Z}{3} = 40 - j30 \Omega$$

$$\underline{I_3} = \frac{220 \angle 0^\circ}{40 - j30}$$

$$\underline{I_3} = 4,4 \angle 36,87^\circ$$

$$\underline{I_R} = \underline{I_1} + \underline{I_2} + \underline{I_3}$$

$$\underline{I_R} = 7,65 \angle -31^\circ$$

b)

$$\underline{S_T} = 3 \cdot 220 \angle 0^\circ \cdot 7,65 \angle 31^\circ$$

$$\underline{S_T} = 5049 \angle 31^\circ = 4327,8 + j 2600,4 \text{ VA}$$

$\cos 31^\circ = 0,857$

P_T Q_T (endo)

c)

$$\tan \varphi_1 = \tan 31^\circ = 0,6$$

$$\cos \varphi_2 = 0,98 \Rightarrow \varphi_2 = 11,478^\circ$$

$$\tan \varphi_2 = 0,2$$

$$Q_{C_T} = P_T \cdot (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

$$= 4327,8 \cdot (0,6 - 0,2)$$

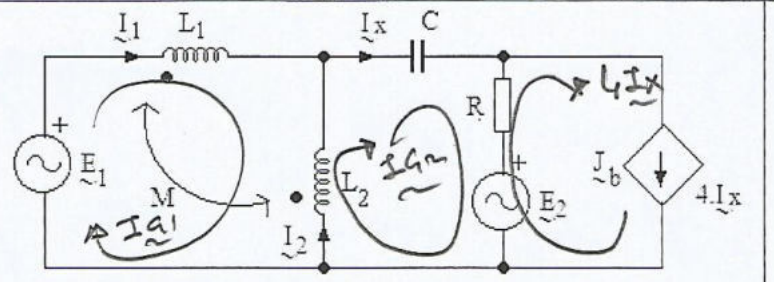
$$Q_{C_T} = 1731,12 \text{ VAR}$$

$$Q_{C_Delta} \frac{Q_{C_T}}{1 \text{ adet} = 3} = 577,04 \text{ VAR}$$

$$Q_{C_Delta} = \frac{U^2}{X_{C_Delta}} = \omega \cdot C_Delta \cdot U^2 \Rightarrow C_Delta = \frac{Q_{C_Delta}}{\omega \cdot U^2}$$

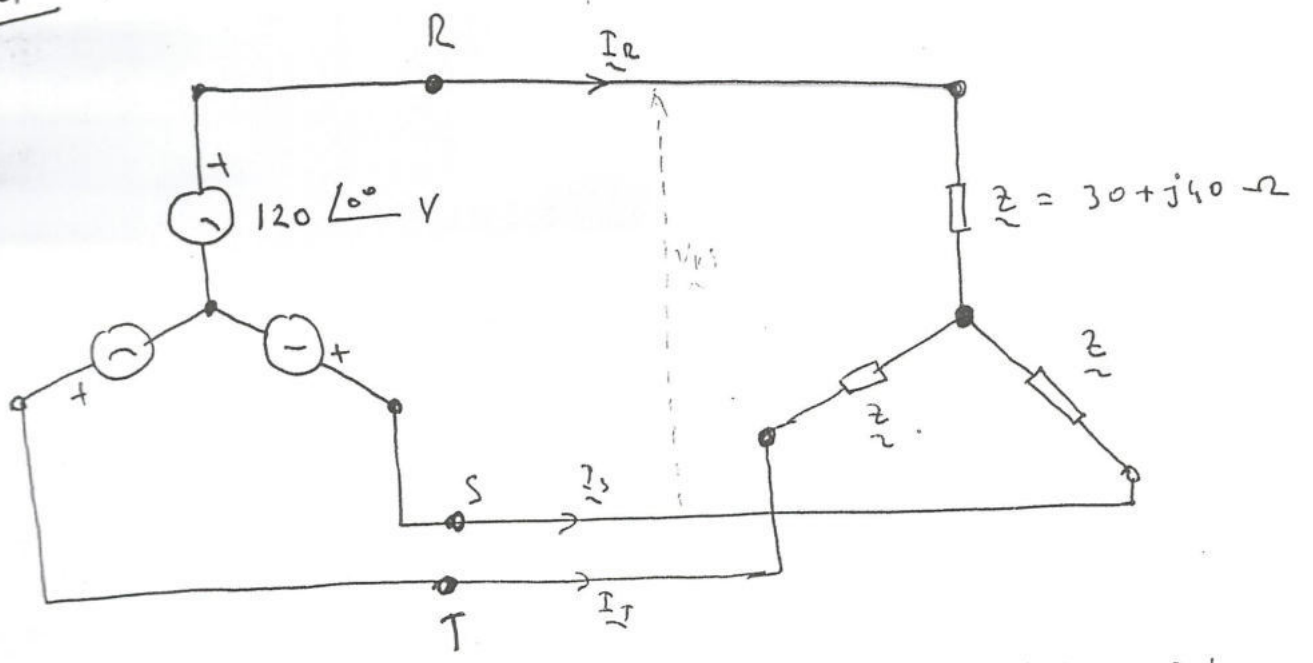
$$C_Delta = \frac{577,04}{314 \cdot 380^2} = 12,72 \mu\text{F}$$

SORU 2- (30p) Şekil 2'deki devrenin SSH için Çevre Akımları Yöntemi (ÇAY) ile devre denklemini yazarak matrisel formda düzenleyiniz ([A][X]=[B] gibi) (Bağımsız çevre yönleri (akım kaynağı dışında) saat ibresi yönünde seçilecektir.)



Cözüm 2

SÖRÜ



Yukarıda verilen Dengeli, 3 fazlı bir sistemde Faz-Nötr Geriliminin efektif Değeri 120 V. dir.

- Her bir faza ait Faz-Nötr gerilimini yazın.
- Fazlar arası gerilimi yazın, Fazlar arası gerilimin (Hat gerilimi) efektif değerini bulun.
- Şayet $Z = 30 + j40 \Omega$ ise her bir hattan geçen akımı bulunur.
- Faz-Nötr gerilimleri, Hat gerilimleri, Hat akımları arasındaki bağıntıyı fazör diyagramını çizerek gösteriniz.

Çözüm : a)

$$\underline{V}_R = 120 \angle 0^\circ \text{ V.}$$

$$\underline{V}_S = 120 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$\underline{V}_T = 120 \angle 120^\circ \text{ V.}$$

olması Faz-Nötr gerilimleri birbirine $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ve aralarında 120° faz farkı vardır.

$$\begin{pmatrix} \underline{V}_R \\ \underline{V}_S = a^2 \underline{V}_R \\ \underline{V}_T = a \underline{V}_R \end{pmatrix}$$

b)

$$\underline{\tilde{V}}_{RS} = \sqrt{3} \underline{\tilde{V}}_R \cdot e^{j30^\circ} \text{ V.}$$

$$\underline{\tilde{V}}_{RS} = \sqrt{3} \cdot 120 \cdot \angle 30^\circ \approx 208 \angle 30^\circ \text{ V.}$$

$$\underline{\tilde{V}}_{ST} = 208 \angle -90^\circ \text{ V}$$

$$\underline{\tilde{V}}_{TR} = 208 \angle 150^\circ \text{ V.}$$

$$\left(\begin{array}{l} \underline{\tilde{V}}_{RS}, \\ \underline{\tilde{V}}_{ST} = a^2 \underline{\tilde{V}}_{RS} \\ \underline{\tilde{V}}_{TR} = a \underline{\tilde{V}}_{RS} \end{array} \right)$$

Fazlaer aması gerilimin Efektif değeri:
208 V' dir.

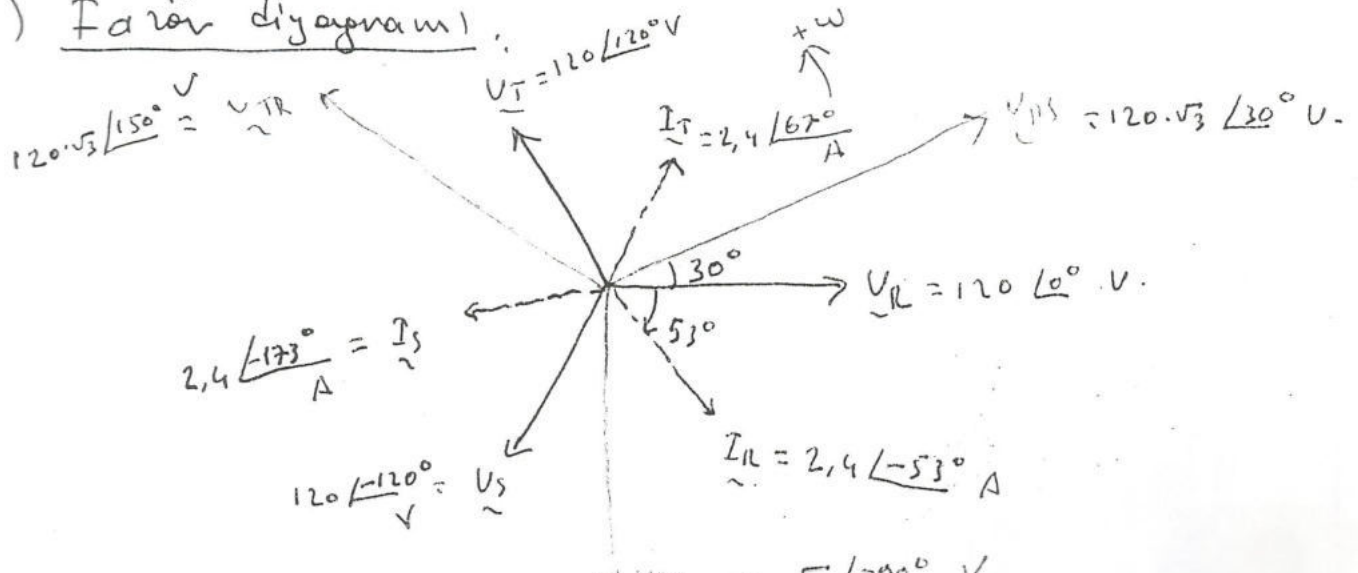
c) $\underline{Z} = 30 + j40 \Omega = 50 \angle 53^\circ \Omega$ ise
dengeli oldugu için her bir yük üzerinde
R-üster gerilimi vardır. Dolayısıyla;

$$\underline{\tilde{I}}_R = \frac{\underline{\tilde{V}}_R}{\underline{Z}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{50 \angle 53^\circ} = 2,4 \angle -53^\circ \text{ A}$$

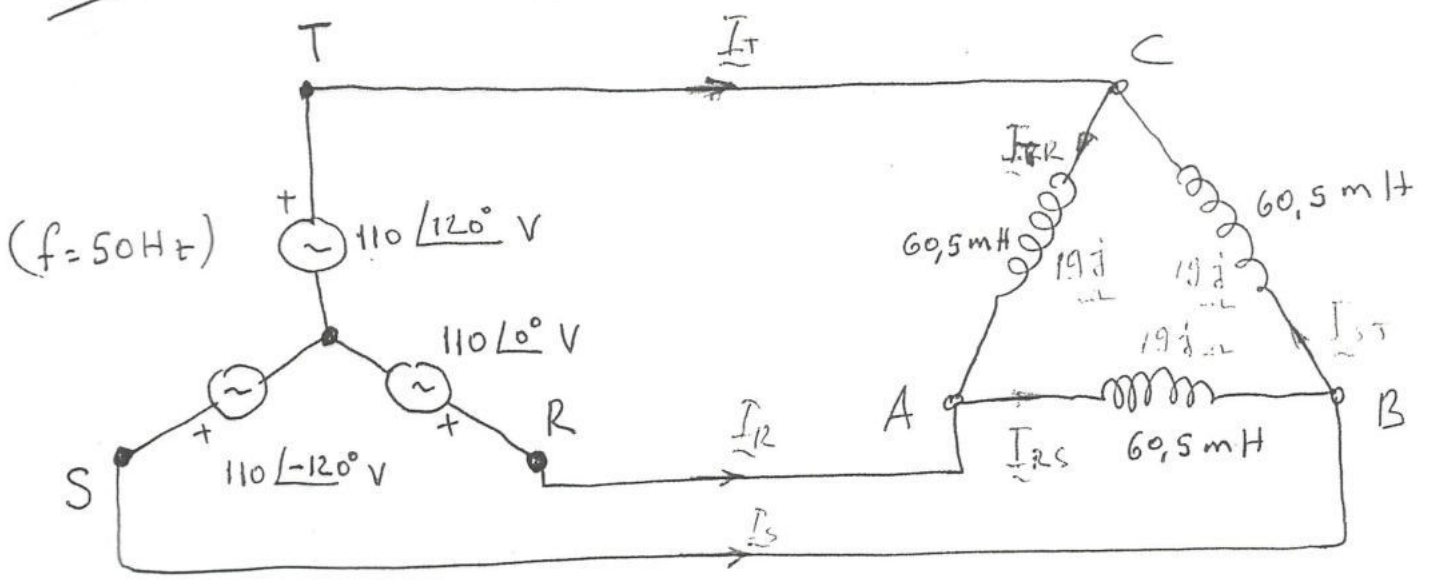
$$\underline{\tilde{I}}_S = \frac{\underline{\tilde{V}}_S}{\underline{Z}} = \frac{120 \angle -120^\circ}{50 \angle 53^\circ} = 2,4 \angle -173^\circ \text{ A}$$

$$\underline{\tilde{I}}_T = \frac{\underline{\tilde{V}}_T}{\underline{Z}} = \frac{120 \angle 120^\circ}{50 \angle 53^\circ} = 2,4 \angle 67^\circ \text{ A}$$

d) Fazör diyagramı:



örnek



- Farlar arası gerilimi bulun
- Kol akımlarını
- Hat Akımlarını
- Sistemin Aktif, Reaktif ve Güçün Güçlerini;
- Sistemin Reaktif gücünü yok etmek için bağlanacak fakat Kondansatör bataryasının gücünü,
- Bu durumda Hat akımlarını bulunur.

cevap : " Δ " bağlı endüktansların empedanslarını bulalım:

$$Z_L = j\omega L = j \cdot 314 \cdot 60.5 \cdot 10^{-3} = 19j \Omega$$

$$\boxed{Z_L = 19 \angle 90^\circ \Omega} \quad \text{3 adet empedans "üçgen" bağlıdır.}$$

$$|V_H| = \sqrt{3} \cdot 110 = 190 \text{ V. (Farlar arası gerilim.)}$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{\underline{V}}_{RS} &= 190 \angle 30^\circ \text{ V} \\ \underline{\underline{V}}_{ST} &= 190 \angle -90^\circ \text{ V} \\ \underline{\underline{V}}_{TR} &= 190 \angle 150^\circ \text{ V} \end{aligned} \right\} \text{ yazılabilir.} \\ \text{- 2 -}$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{\underline{V}}_{RS} &= 190 \angle 0^\circ \text{ V} \\ \underline{\underline{V}}_{ST} &= 190 \angle -120^\circ \text{ V} \\ \underline{\underline{V}}_{TR} &= 190 \angle 120^\circ \text{ V} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{(Referans kabul edelim)} \\ \text{Biri'mizde yazılabilir} \\ \text{çünkü sistem Dengelidir.} \end{array}$$

Kol Akımları:

$$\underline{\underline{I}}_{RS} = \frac{\underline{\underline{V}}_{RS}}{\underline{\underline{Z}}_L} = \frac{190 \angle 0^\circ}{19 \angle 90^\circ} = 10 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\underline{\underline{I}}_{ST} = \frac{\underline{\underline{V}}_{ST}}{\underline{\underline{Z}}_L} = \frac{190 \angle -120^\circ}{19 \angle 90^\circ} = 10 \angle -210^\circ \text{ A}$$

$$\underline{\underline{I}}_{TR} = \frac{\underline{\underline{V}}_{TR}}{\underline{\underline{Z}}_L} = \frac{190 \angle 120^\circ}{19 \angle 90^\circ} = 10 \angle 30^\circ \text{ A}$$

Hat - Akımları:

A-B-C düğümlerine Akımlar yazalım,
uygulayalım:

$$\underline{\underline{I}}_R = \underline{\underline{I}}_{RS} - \underline{\underline{I}}_{TR} = 10 \angle -90^\circ - 10 \angle 30^\circ$$

$$\underline{\underline{I}}_R = 10 [\cos(-90^\circ) + j \sin(-90^\circ)] - 10 [\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ]$$

$$\underline{\underline{I}}_R = -j10 - 8,7 - 5j = -8,7 - j15$$

$$\underline{\underline{I}}_R = -8,7 - j15 \approx 17,34 \angle 60^\circ \text{ A}$$

$$\underline{\underline{I}}_S = a^2 \underline{\underline{I}}_R = 17,34 \angle -60^\circ \text{ A}$$

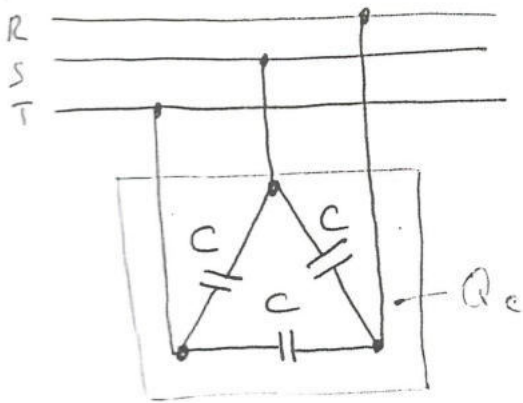
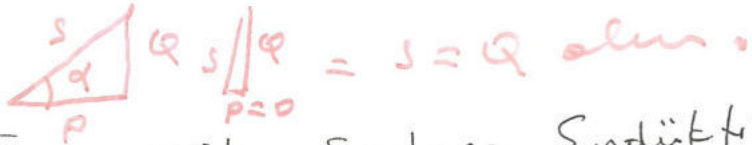
$$\underline{\underline{I}}_T = a \underline{\underline{I}}_R = 17,34 \angle 180^\circ \text{ A}$$

Sistemin Aktif, Reaktif, Görünür Güçleri:

$$P = \sqrt{3} (V_{Hl}) \cdot (I_{Hl}) \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 190 \cdot 17,34 \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ W}$$

$$Q = \sqrt{3} (V_{Hl}) \cdot (I_{Hl}) \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 190 \cdot 17,34 \cdot \sin 90^\circ = 5700 \text{ VAR}$$

$$S = \sqrt{3} \cdot (V_{Hl}) \cdot (I_{Hl}) = \sqrt{3} \cdot 190 \cdot 17,34 = 5700 \text{ VA}$$



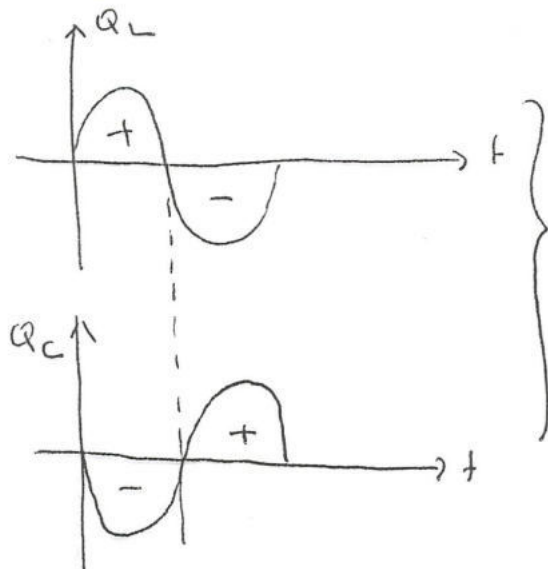
Yük sadece Endüktif Elementlerden oluşmuş -
 fun $\frac{Q_c}{3}$ Derveden $= 1900$
 $Q = 5700 \text{ VAR}$ iki VAK

Reaktif güç sekme tediri $C = \frac{Q_c}{\omega V^2} \times 10^6 = 108 \mu\text{F}$

Bunu yok etmek için bağlanacak Kondansatör bataryasının gücü $Q_c = 5700 \text{ VAR}$ alınmalıdır. Kondansatör bağlantısı için

sonuç hatadan geçen olur

- Bu takdirde stat. akımı sifir olur.

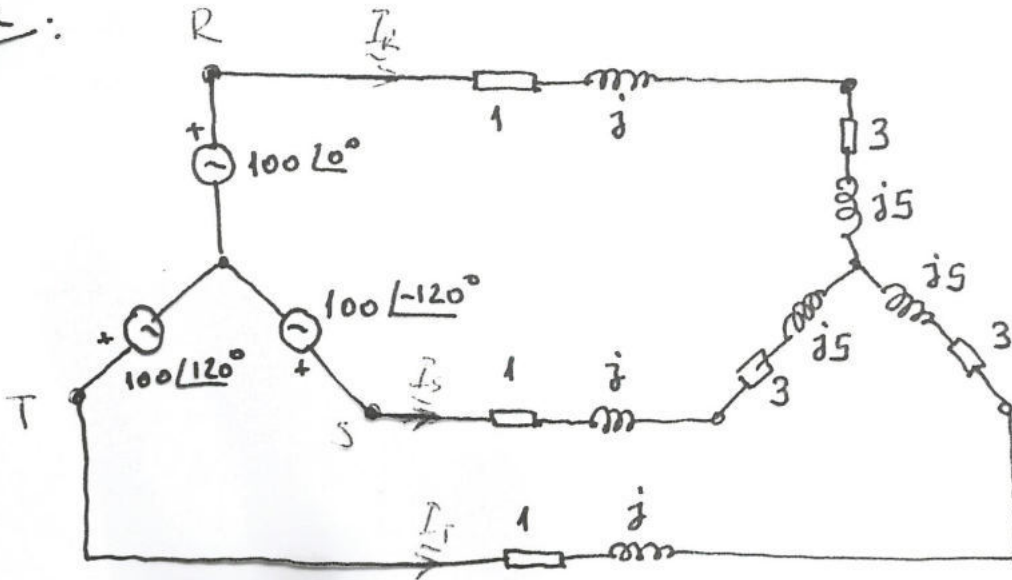


$$P_T = 0 \text{ W. olur.}$$

$$Q_T = 0 \text{ VAR.}$$

olumun hatadan geçen akımda 0 A olur.

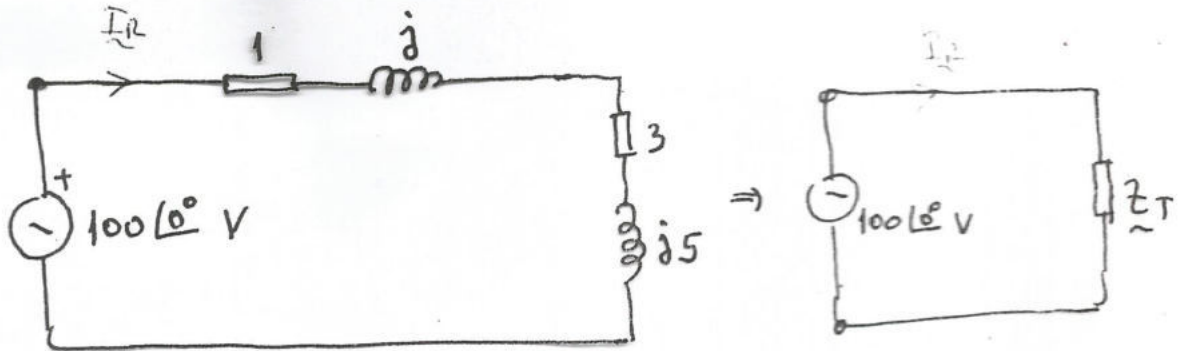
(1)

Övnek:

Hat Akımlarını bulunuz.

Çözüm:

Yıldız bağlı, dengeli, 3 farklı sistemin olduğu için 1 faza indirgeyerek çözümü kolaylaştırabiliriz.



bir fazın Toplam Empedansı:

$$Z_T = 1 + j + 3 + j5 = 4 + j6$$

$$|Z_T| = \sqrt{4^2 + 6^2} \angle \arctan \frac{6}{4} = 7,21 \angle 56,3^\circ \Omega$$

$$|I_R| = \left| \frac{100}{4 + j6} \right| = \frac{100}{\sqrt{4^2 + 6^2}} = \frac{100}{7,21} = 13,85 \text{ A.}$$

Sadece modül olarak bulunulmuş olması bu şekilde bulunmuş olur.

$$\underline{\underline{I_R}} = \frac{\overset{V_R}{\uparrow} 100 \angle 0^\circ}{\underset{\downarrow Z_T}{7,21 \angle 56,3^\circ}} = \underline{\underline{13,85 \angle -56,3^\circ}} \text{ A}$$

$$\underline{\underline{I_S}} = a^2 \underline{\underline{I_R}} = 13,85 \angle -56,3^\circ \times 1 \angle -120^\circ$$

$$\underline{\underline{I_S}} = \underline{\underline{13,85 \angle -176,3^\circ}} \text{ A}$$

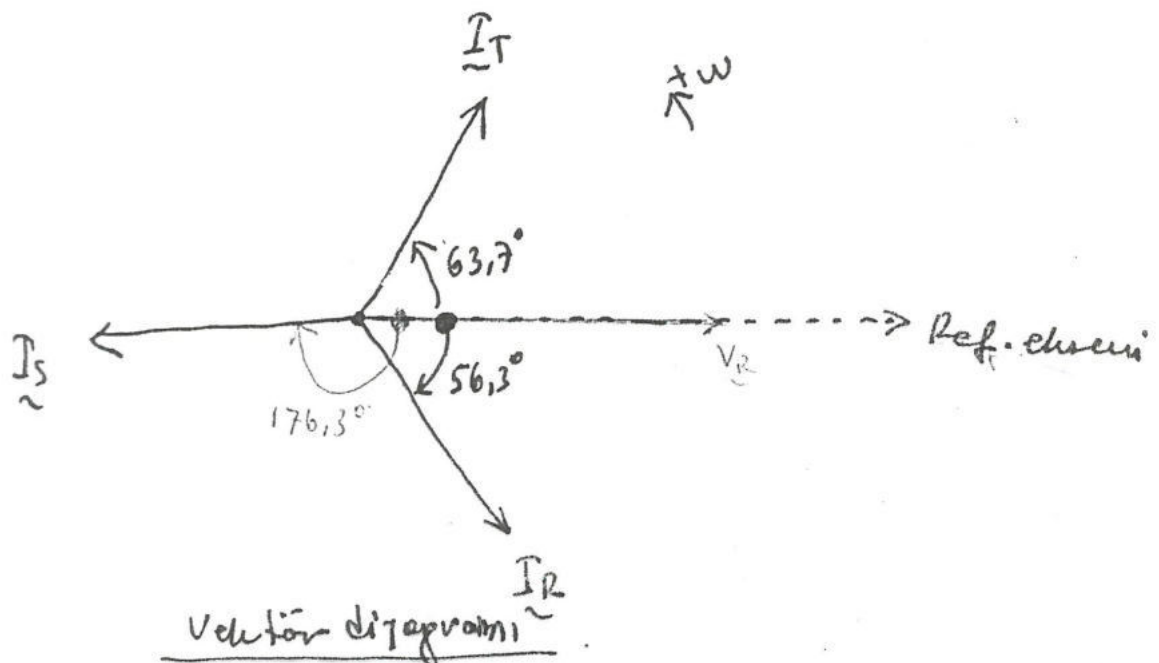
$$\underline{\underline{I_T}} = a \underline{\underline{I_R}} = 13,85 \angle -56,3^\circ \times 1 \angle 120^\circ$$

$$\underline{\underline{I_T}} = \underline{\underline{13,85 \angle 63,7^\circ}} \text{ A}$$

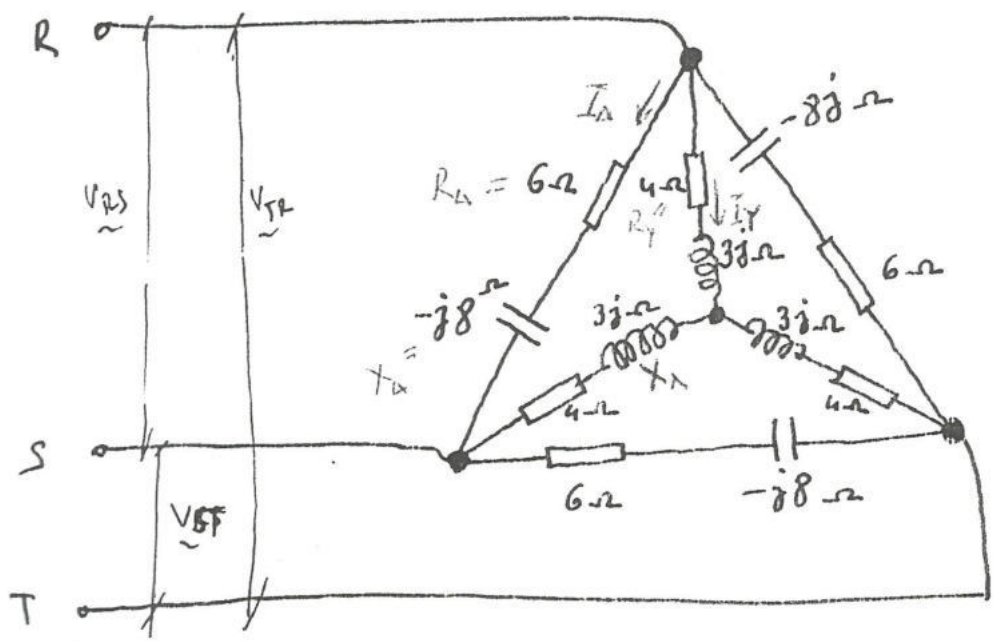
Sоны : $\underline{\underline{I_R}} = 13,85 \angle -56,3^\circ \text{ A}$

$$\underline{\underline{I_S}} = 13,85 \angle -176,3^\circ \text{ A}$$

$$\underline{\underline{I_T}} = 13,85 \angle 63,7^\circ \text{ A}$$



Örnek :



$$\left. \begin{aligned} \underline{V}_{RS} &= 200 \angle 0^\circ \text{ V} \\ \underline{V}_{ST} &= 200 \angle -120^\circ \text{ V} \\ \underline{V}_{TR} &= 200 \angle 120^\circ \text{ V} \end{aligned} \right\}$$

olduğuna göre

- a) Toplam aktif gücü
- b) Toplam reaktif gücü
- c) Toplam görünen gücü
- d) Toplam Güç Faktörünü bulunür.

Çözüm :

R S T Fazları arasında üçgen bir yük ile Yıldız bir yük benzerce bağlanmıştur. Yükleri tek tek tek tek ele alalım:

Δ bağılı yük için :

$$\underline{Z}_A = 6 - j8 = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \Omega$$

$$\varphi = \arctan \frac{-8}{6} \rightarrow \varphi = -53,13^\circ$$

$$\boxed{\underline{Z}_A = 10 \angle -53,13^\circ \Omega} \text{ olarak bulunur.}$$

→ Fazlar arası gerilim.

$$I_{\Delta} = \frac{200}{10} = 20 \text{ A}, \text{ üçgen bağlı yükten geçen } \searrow \text{ faz akımı.}$$

$$P_{T_{\Delta}} = 3 I_{\Delta}^2 \cdot R_{\Delta} = (3) (20)^2 (6) = 7200 \text{ W}$$

$$Q_{T_{\Delta}} = 3 I_{\Delta}^2 \cdot X_{\Delta} = (3) (20)^2 (8) = 9600 \text{ VAR (Cap)}$$

$$\begin{aligned} & \text{veya} \\ & (P_r = 3 I_{\Delta}^2 \cdot X_{\Delta}) = 3 \times 20^2 (-8) \\ & \text{olarakta hesaplanabilir} \\ & = -9600 \text{ VAR.} \end{aligned}$$

$$S_{T_{\Delta}} = 3 V I_{\Delta} = (3) (200) (20) = 12.000 \text{ VA}$$

↳ Fazlar arası gerilim.

↳ bağılı yük için:

$$\underline{Z}_{\Delta} = 4 + j3 = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \ \Omega$$

$$\varphi = \arctan \frac{3}{4} = 36,87^\circ$$

$$\underline{Z}_{\Delta} = 5 \angle 36,87^\circ \ \Omega \text{ olarak bulunur.}$$

$$\underline{I}_{\Delta} = \frac{200/\sqrt{3}}{5} = \frac{116}{5} = 23,12 \text{ A}$$

↳ Faz-Nötr gerilimi.

$$P_{T_{\Delta}} = 3 I_{\Delta}^2 \cdot R_{\Delta} = (3) (23,12)^2 (4) = 6414,41 \text{ W}$$

$$Q_{T_{\Delta}} = 3 I_{\Delta}^2 \cdot X_{\Delta} = (3) (23,12)^2 (3) = 4810,81 \text{ VAR (ind)}$$

$$S_{T_{\Delta}} = 3 V \cdot I_{\Delta} = (3) (116) (23,12) = 8045,76 \text{ VA}$$

↳ Faz-Nötr gerilimi

$$P_T = P_{T\Delta} + P_{T\lambda} = 7200 + 6414,41 = \underline{13.614,41W}$$

$$Q_T = Q_{T\Delta} + Q_{T\lambda} = \underset{\text{(Cap)}}{9600} - \underset{\text{(ind)}}{4810,81} = \underline{4789,19 \text{ VAR (Cap.)}}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(13.614,41)^2 + (4789,19)^2} =$$

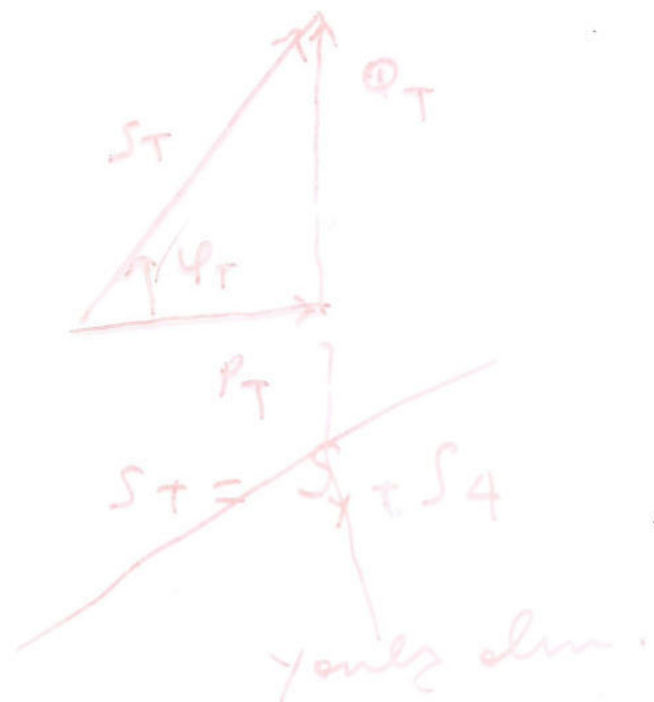
$$\underline{S_T = 14.432,2 \text{ VA}}$$

$$\cos \varphi_T = \frac{P_T}{S_T} = \frac{13.614,41}{14.432,20} = 0,943 \text{ Leading.}$$

$$\underline{\cos \varphi_T = 0,943}$$

NOT:
BOYLESTAD
introductory circuit
analysis 4th. Edition
p. 626

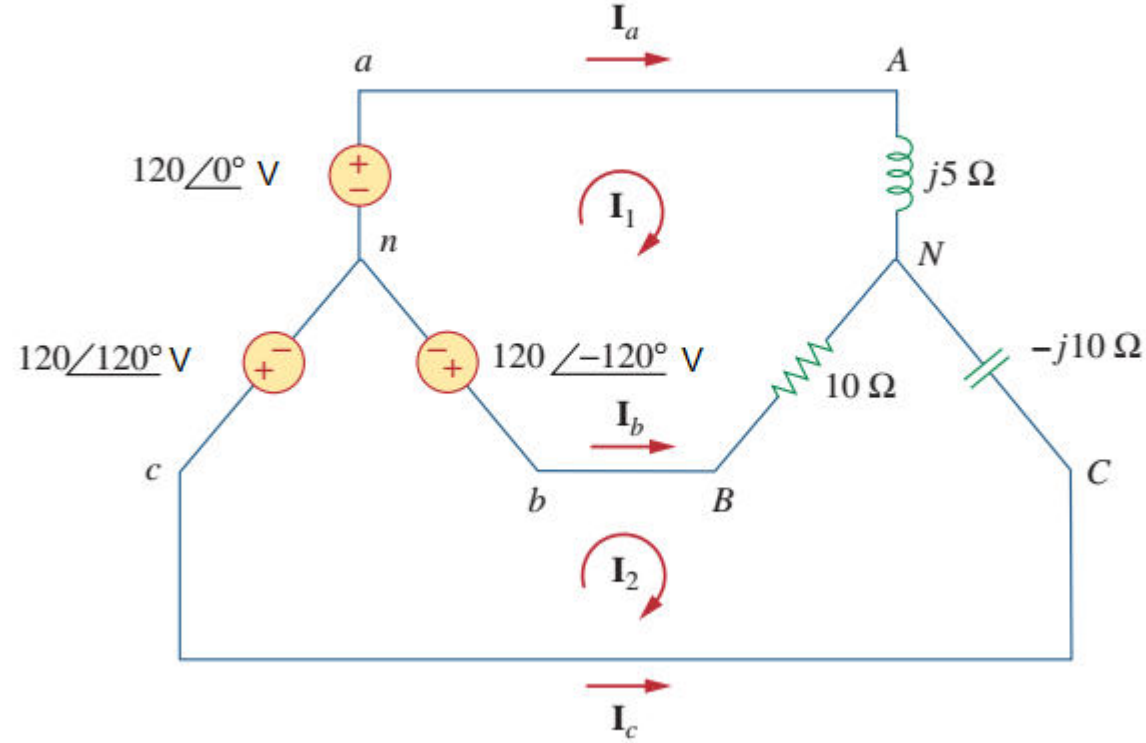
!!!



Devre Teorisi- 3 Fazlı Dengesiz Sistem

Örnek

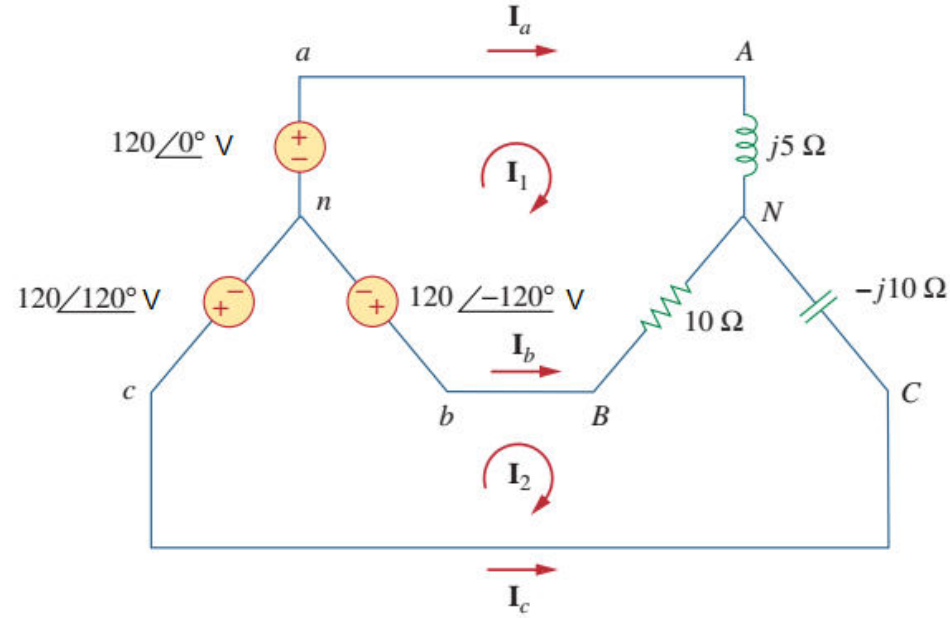
Şekil 12.25'te verilen dengesiz devrede: (a) hat akımlarını, (b) yük tarafından çekilen toplam kompleks gücü ve (c) kaynak tarafından sağlanan toplam kompleks gücü bulunuz.



Şekil 12.25

Devre Teorisi- 3 Fazlı Dengesiz Sistem

Not: «Çevre Akımları Yöntemi» bazı kitaplarda «Çevre Analizi» olarak adlandırılmaktadır.



Çözüm:

(a) İstenilen akımları bulmak için çevre analizini kullanırız. Çevre 1 için

$$120\angle{-120^\circ} - 120\angle{0^\circ} + (10 + j5)\mathbf{I}_1 - 10\mathbf{I}_2 = 0$$

veya

$$(10 + j5)\mathbf{I}_1 - 10\mathbf{I}_2 = 120\sqrt{3}\angle{30^\circ} \quad (12.10.1)$$

olarak bulunur. Çevre 2 için

$$120\angle{120^\circ} - 120\angle{-120^\circ} + (10 - j10)\mathbf{I}_2 - 10\mathbf{I}_1 = 0$$

veya

$$-10\mathbf{I}_1 + (10 - j10)\mathbf{I}_2 = 120\sqrt{3}\angle{-90^\circ} \quad (12.10.2)$$

olarak bulunur. Denklemler (12.10.1) ve (12.10.2) matris formda

$$\begin{bmatrix} 10 + j5 & -10 \\ -10 & 10 - j10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120\sqrt{3}\angle{30^\circ} \\ 120\sqrt{3}\angle{-90^\circ} \end{bmatrix}$$

olarak yazılabilir. Determinantlar

Devre Teorisi- 3 Fazlı Dengesiz Sistem

olarak yazılabilir. Determinatlar

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 + j5 & -10 \\ -10 & 10 - j10 \end{vmatrix} = 50 - j50 = 70.71 \angle -45^\circ$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 120\sqrt{3} \angle 30^\circ & -10 \\ 120\sqrt{3} \angle -90^\circ & 10 - j10 \end{vmatrix} = 207.85(13.66 - j13.66) \\ = 4015 \angle -45^\circ$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 10 + j5 & 120\sqrt{3} \angle 30^\circ \\ -10 & 120\sqrt{3} \angle -90^\circ \end{vmatrix} = 207.85(13.66 - j5) \\ = 3023.4 \angle -20.1^\circ$$

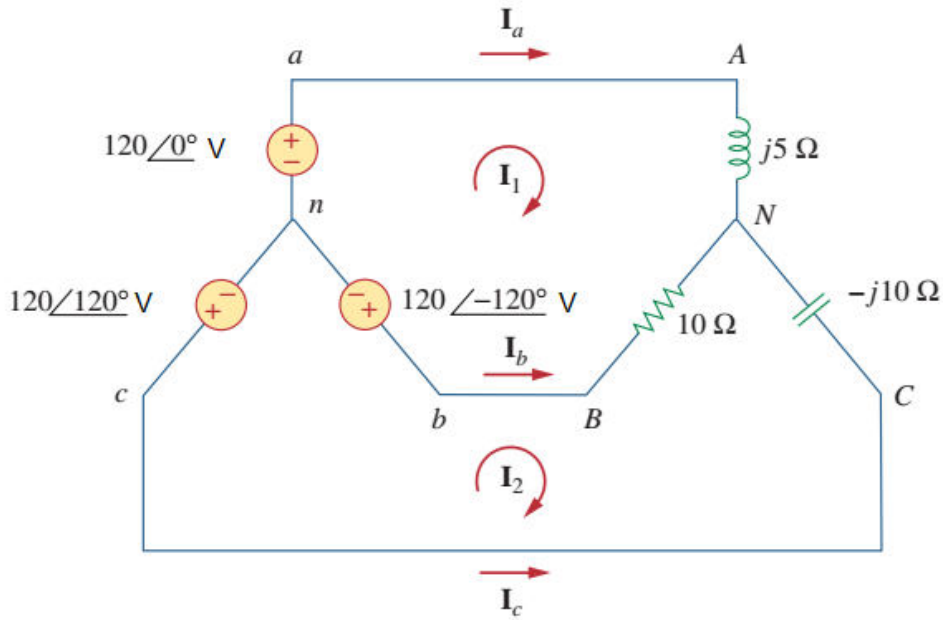
olarak bulunur. Çevre akımları

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{4015.23 \angle -45^\circ}{70.71 \angle -45^\circ} = 56.78 \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{3023.4 \angle -20.1^\circ}{70.71 \angle -45^\circ} = 42.75 \angle 24.9^\circ \text{ A}$$

olarak bulunur.

Devre Teorisi- 3 Fazlı Dengesiz Sistem



Hat akımları

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_1 = 56.78 \text{ A}, \quad \mathbf{I}_c = -\mathbf{I}_2 = 42.75 \angle -155.1^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1 = 38.78 + j18 - 56.78 = 25.46 \angle 135^\circ \text{ A}$$

olarak bulunur.

(b) Şimdi yük tarafında harcanan kompleks gücü hesaplayabiliriz. A fazı için

$$\mathbf{S}_A = |\mathbf{I}_a|^2 \mathbf{Z}_A = (56.78)^2 (j5) = j16,120 \text{ VA}$$

olarak bulunur. B fazı için

$$\mathbf{S}_B = |\mathbf{I}_b|^2 \mathbf{Z}_B = (25.46)^2 (10) = 6480 \text{ VA}$$

olarak bulunur. C fazı için

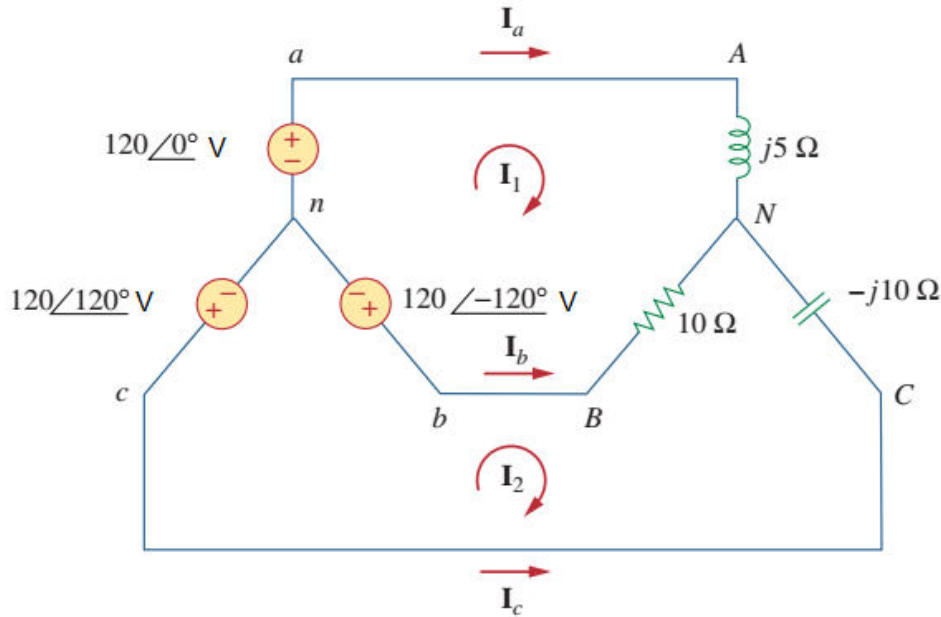
$$\mathbf{S}_C = |\mathbf{I}_c|^2 \mathbf{Z}_C = (42.75)^2 (-j10) = -j18,276 \text{ VA}$$

olarak bulunur. Yük tarafından kullanılan toplam kompleks güç

$$\mathbf{S}_L = \mathbf{S}_A + \mathbf{S}_B + \mathbf{S}_C = 6480 - j2156 \text{ VA}$$

olarak bulunur.

Devre Teorisi- 3 Fazlı Dengesiz Sistem



(c) Yukarıdaki sonuçları kaynak tarafından sağlanan gücü bularak kontrol edebiliriz. *a* fazındaki gerilim kaynağı için

$$\mathbf{S}_a = -\mathbf{V}_{an}\mathbf{I}_a^* = -(120\angle 0^\circ)(56.78) = -6813.6 \text{ VA}$$

olarak bulunur. *b* fazındaki gerim kaynağı için

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_b &= -\mathbf{V}_{bn}\mathbf{I}_b^* = -(120\angle -120^\circ)(25.46\angle -135^\circ) \\ &= -3055.2\angle 105^\circ = 790 - j2951.1 \text{ VA}\end{aligned}$$

olarak bulunur. *c* fazındaki gerilim kaynağı için

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_c &= -\mathbf{V}_{cn}\mathbf{I}_c^* = -(120\angle 120^\circ)(42.75\angle 155.1^\circ) \\ &= -5130\angle 275.1^\circ = -456.03 + j5109.7 \text{ VA}\end{aligned}$$

olarak bulunur. Üç fazlı kaynak tarafından sağlanan toplam kompleks güç

$$\mathbf{S}_s = \mathbf{S}_a + \mathbf{S}_b + \mathbf{S}_c = -6480 + j2156 \text{ VA}$$

olarak bulunur.

Böylece, $\mathbf{S}_s + \mathbf{S}_L = 0$ olarak bulunur. Bu sonuç ac gücün korunumu prensibini doğrulamaktadır.