EKSİK EYLEYİCİLİ MEKANİK SİSTEMLERİN DENGELEME KONTROLÜNÜN İNCELENMESİ

A. Oğuzhan AHAN[1], Rahmi GÜÇLÜ[1], Hakan YAZICI[1]

[1]Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, İstanbul

[1]ahan@yildiz.edu.tr , [1]guclu@yildiz.edu.tr , [1]hyazici@yildiz.edu.tr

Eksik eyleyicili lineer olmayan sistemlerin kontrolü, modern mobil robotların uygulamasındaki temel problemlerden biri olarak görülmektedir. Nitekim bacaklı robotların kontrolündeki aşılması gereken engellerden biri olarak görülmektedir. Bu çalışmada, Akrobot olarak nitelendirilen çift sarkaç sisteminin, lineer olmayan dinamiği ve kontrolü incelenmiştir. Çalışma, doğrusal olmayan hareket denklemleri elde edilmesi ile başlar. Sonrasında enerji eşitliği elde edilmiş, arzu edilen enerji düzeyine bağlı olarak hata fonksiyonu ortaya konulmuştur. Hata fonksiyonunu, asimptotik kararlı yapacak kontrol kuralı tespit edilmiştir. Sonra, kısmi geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemleri kullanılarak kontrol kuramının uygulanabileceği bir dinamik koşul elde edilmiştir. Sistemin üst denge noktasına çevresindeki yaklaşıldığında, durumda devreye girecek dengeleme kontrolü ise LQR Denetleyici için tasarlanmıştır Burada kullanılan yöntemler, daha sonra iki bacaklı robotların yürüyüş, koşma, vb. hareketlerinin elde edilmesinde kullanılacaktır.

Anahtar Kelimeler: Akrobot, Lineer Olmayan Sistem, Eksik Eyleyici, Optimal Kontrol, Kısmi Geri Beslemeli Doğrusallaştırma

ANALYSIS OF THE BALANCING CONTROL ON UNDERACTUATED MECHANICAL SYSTEMS

ABSTRACT

Underactuated Nonlinear System Control is seen as one of the basic challenges of the applications on mobile robots, especially legged robotics. Hence, this study is focused on one of nonlinear system named acrobot. Firstly, nonlinear equations of the Acrobot dynamics have been obtained. Thence, Energy equations are provided and desired energy level are defined. In according to them, error function has been obtained. Suitable condition to converging asymptotical stability on error function is defined the control law. After that, partial feedback linearization is conducted to the system and defined dynamical condition to apply control law. As a result, system is swept near to upper fixed point. To achieve final stability on upper fixed point, LQR Controller has been designed. As a future work, these methods may be use to obtain Complex locomotions like walking, running etc.

Keywords: Acrobot, Nonlinear System, Underactuated, Optimal Control, Partial Feedback Linearization

1. GİRİŞ

Otonomi arayışı dolayısıyla geliştirilmiş robotların modellemesi ve kontrolü mevzuları, üzerinde kafa yorulan ve geliştirilen bir alanlardan biri olmaktadır. Bu doğrultuda modelleme yöntemleri her ne kadar gelişken olsa da kontrol hususunda ilerleme daha sınırlıdır. Bu sınırlanmayı yaratan kritik faktör, robot dinamiğinin kompleks doğrusal olmaması, hibrid karakterde olmaları, olay bazlı bir dinamiğe sahip olmaları, eksik eyleyicili dinamik olarak sıralanabilir. Keza robot hareketinde vuku bulan holonomik olmayan bağ koşulları, bu durumu daha da zorlaştırmakta, dolayısıyla çözümü zor doğrusal olmayan problemler sınıfı oluşmaktadır. Aneke N.P.I. [1], yaptığı tez çalışmasında bu husus üzerine çalışılmış ve holonomik olmayan bağ koşullarına sahip eksik eyleyicili sistemler incelenmiştir.

Denetleyici geliştirme faaliyetlerinde bulunan araştırmacı, bulgularını deneysel olarak paylaşmıştır.

Yapılacak kabuller ve sınırlar ile bu koşullarda rahatlama sağlanabilmektedir. Problem ve bu problemin çözümünden doğan uygulamalar ise bu kabul ve ihmaller etrafında oluşturulmaktadır. Hak keza, tam geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemi bu klasmanda değerlendirilebilir. Bu yöntem ile sistemdeki doğrusal olmayan dinamik koşulları matematiksel müdahaleler ile hareket denkleminden uzaklaştırılabilmekte, dolayısıyla elde edilen doğrusal modelin, gelişken modern kontrol uygulamaları ile kontrol edilmesi zor olmamaktadır. Nitekim bu tarz uygulamalar ile rutin endüstriyel faaliyetleri gerçekleştirebilecek robot sistemleri elde edilebilmektedir.

Yürüyüş ve koşu robotları değerlendirildiğinde ise bu yöntemin yetersiz kaldığı görülmektedir. Yetersizliğin kaynağı incelendiğinde ise robot ile ilgili kontrol problemleri yaratan unsurların hepsini üzerinde taşıdığı görülmektedir. Dolayısıyla, yürüyüş ve koşu robotları, alanın geliştirilmesi için öne sürülebilecek zor doğrusal olmayan sistem olarak değerlendirilebilir ve bu özelliğinden ötürü de mücadele gerektiren bir alan olarak değerlendirilmektedir. Zikmund J. vd. [2] çalışmasında bacak robot dinamiğinin anlaşılabilmesi için Akrobot dinamiğine işaret etmiştir. Benzetim çalışmasında bu robot ile ilgili bulgularını paylaşmış, çekim bölgesini geliştirecek yöntem önerisinde bulunmuştur. Anderle M. ve Celikovsky S. [3] ritmik yürüyüş gerçekleştiren akrobot robotların kararlılık analizleri çalışmıştır. İlerleyen çalışmasında, diz eklemine sahip robotlar için çalışmasını tekrar eden Anderle M. ve Celikovsky S. [4], her iki çalışmada da gözleyici ve doğrusal parametre değişkenli kontrol tasarımı ile robot kararlılığını elde etmiştir.

Kontrol konusunda yaşanan ilk zorluk eksik eyleyicili dinamik koşuludur. Bu dinamik koşulu, sistemde incelenen durumlardan daha az sayıda eyleyici olması sebebiyle yaşanmaktadır. Tam geri beslemeli doğrusallaştırma yönteminin kullanılmasını mümkün kılmayan bu koşul, yürüyüş sistemlerinde doğal olarak oluşmaktadır. Literatürde bu alanda yapılan çalışmalar incelendiğinde, bu tanımın ilk olarak Spong M.W. [5] tarafından kullanıldığı görülmektedir. Çalışmasında, Akrobot olarak tabir edilen robotun Savurmalı Kontrolünü gerçekleştirmiş, denge konumunda kararlılığını ise LQR kullanarak sağlamıştır. Akabinde Spong M.W. [6] kitap bölümünde problemi etraflıca incelemiş ve problemin geliştirilebileceği alanlar sıralanmıştır. Benzetim çalışması ile tasarımın etkinliği gösterilmiştir. Keza belirlediği dayanıklılık problemini karşı, Lai X. vd. [7] ele almıştır. Albahkali T. vd. [8] ikili sarkacın farklı bir yapılandırması olan pendubot üzerine çalışmalarını kurgulamıştır. Tasarlanan Dur-kalk manevralarla ikincil uzvun potansiyel enerjisi maksimum yapılmaya çalışılmaktadır. Zhang A. vd. [9] koordinat dönüşümleri gerçekleştirerek doğrusal ve doğrusal olmayan dinamik etkileri ayırmıştır. Bu ayrım neticesinde doğrusal olmayan dinamik bir bozucu gibi tanımlatıp denetleyici tasarımı buna göre ele alınmıştır. Zhang A. vd. [10] akrobot dengelemesi için bu çalışmalarında sanal bir sürtünme tanımlamıştır. Arzu edilen enerji seviyesine kadar bu sürtünme negatif sönüm kuvveti oluşturmakta, bu kuvvet ise esasında denetleyicinin oluşturacağı torku vermektedir. Araştırmacılar çok uzuvlu sistemlere yöntemlerinin uygulanabileceğine inanmaktadır. Gregory J., vd. [11] hareket denklemlerini bir kısıt olarak tanımlayıp varyasyonlar teoremi problemi ortaya koymuştur. Çözüm neticesinde ortaya çıkan denetleyiciyi Akrobot ve Pendubota uygulamıştır. Murakami N., vd. [12] kendi ekseni etrafında yuvarlanma hareketi yapabilen bir akrobotun kontrolünü gerçekleştirmiştir. Nayak A. ve Banavar R.N. [13] yörünge takibinde kısmi global asimptotik kararlılık hususunda çözümlerde bulunmuştur. Akrobot ile ilgili polinom bazlı yöntemler de uygulanmıştır. Majumbar A. vd [14] çalışmasında, sistemin Lyapunov kararlılığını gösterebilmek için karelerin toplamı ile denetleyici tasarımı yöntemini tercih etmiştir. Elde ettiği sonuçlar LQR ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve deneysel olarak gözlemlenmiştir. Horibe T. ve Sakamoto N. [15] 7. Dereceden polinom kullanarak denetleyici kuralını elde etmiştir. Denetleyici tasarımında Hamilton Jacobi denklemi ile LQR tasarımına gidilmiştir. Dayanıklılık kabiliyetleri tetkik edilen çalışmada %10 belirsizlikte dahi denetleyici kararlılığının korunduğu gözlemlenmiştir.

Jung S ve Wen J.T., [16] Akrobot kontrolünü savrulma kontrol ile gerçekleştirmiş, denetleyici tasarımı içinse doğrusal olmayan model öngörülü kontrol (NMPC) kullanmıştır. Heerden K.V., vd. [17] çalışmasında parçacık sürücü optimizasyonu (PSO) destekli bir Model Öngörülü kontrol gerçekleştirdikleri çalışmalarında eksik eyleyicili akrobot modelini çalışmalarında ele almıştır. CPU yerine GPU tabanlı olarak gerçekleştirdikleri çalışmadan sürat elde etmişlerdir. Benzetim çalışmaları neticesinde tasarlanan denetleyicinin %20 belirsizliğe değin dayanıklı olduğunu göstermiştir. Ansari A.R. ve Murphey T.D., [18] model öngörülü kontrol yöntemleri ile aldığı denetleyiciyi anlık zaman aralıklarında uygulama yoluna gitmiştir. Sekans Etki Kontrolü olarak da isimlendirdiği bu yöntemi pendulum, akrobot ve seken top örneklerine uygulayarak eksik eyleyici hibrit sistemlerdeki etkinliğini ortaya koymuştur.

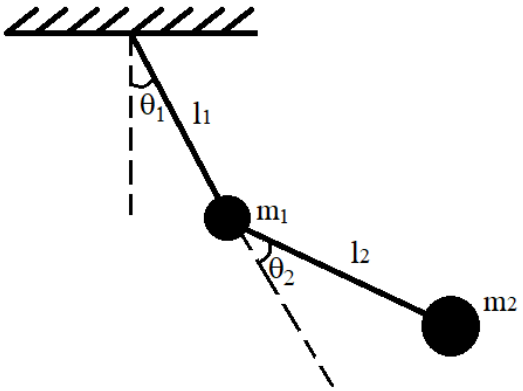
Bu çalışmanın dayanak noktası ise, yalnızca tahrik edilen koordinat cinsinden de kararlılık koşulunun elde edilebileceğini göstermek olacaktır. Bu doğrultuda, savrulma tip denetleyici tasarımında üst denge noktası etrafındaki manifolda sistemin ulaşması sonrasında anahtarlama ile dengeleme denetleyicisi çalıştırılacaktır. Dengeleme denetleyicisi LQR Denetleyici ile sağlanacaktır.

2. METOD VE MALZEME

Çalışmada ele alınan sistemin modellemesi ve denetleyici geliştirme süreçleri, Hareket denklemlerinin elde edilmesi, kısmi geri beslemeli doğrusallaştırma, Enerji şekillendirme ve takip dinamiğinin ortaya konulması ve dengeleme kuvveti olarak özetlenebilmektedir. Konuyla ilgili detaylı yöntemler Tedreke R. Tarafından paylaşılmıştır [19].

2.1. Hareket Denklemlerinin Eldesi

Akrobot ve kendisine akraba pendubot modelleri, yapıca esasen çift sarkaç modelidir. Bu iki model arasındaki temel fark eyleyicinin nereye konulduğu ile ilgilidir. Akrobotlarda eyleyici torku θ_2'den verilirken, pendubotlarda θ_1 den verilmektedir. Bu çalışmada ise akrobot incelenecektir. Tasarım kolaylığı olması açısından uzuvlara ait atalet momentleri ihmal edilerek, kütleler uç noktalara indirgenmiştir. İlk çubuğun indirgenmiş kütlesi m_1 olarak verilirken, ikinci çubuğun indirgenmiş kütlesi m_2 olarak verilmektedir. Uzuv boyları ise l_1 ve l_2 olarak verilmektedir. Sisteme ait durumlar $\{\theta_1\ \theta_2\ \dot{\theta}_1\ \dot{\theta}_2\}^T$ olarak tanımlanırsa, dikey eksende başlangıç koşulları $x_0 = \{0\ 0\ 0\ 0\}^T$ ile sistem başlatılmaktadır. Model, Şekil 1 ile gösterilmiştir.



Şekil 1. Akrobot Modeli

Sistem, Lagrangianı bulunarak çözümlenirse, $s_1 = sin\theta_1, c_1 = cos\theta_1$ şeklinde kısaltılma kullanılarak,

$$\left((m_1+m_2)l_1^2 + m_2l_2^2 + m_2l_1l_2c_2\right)\ddot{\theta}_1 + (m_2l_2^2 + m_2l_1l_2c_2)\ddot{\theta}_2 - m_2l_1l_2\left(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2\right)\dot{\theta}_2s_2 + (m_1 + m_2)gl_1s_1 + m_2gl_1s_{1+2} = 0 \quad (1)$$

$$(m_2l_2^2 + m_2l_1l_2c_2)\ddot{\theta}_1 + m_2l_2^2\ddot{\theta}_2 - m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2s_2 + m_2l_1l_2\left(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2\right)\dot{\theta}_2s_2 + m_2gl_2s_{1+2} = \tau_2 \quad (2)$$

şeklinde elde edilmektedir. Sonrasında,

$$H(\theta)\ddot{\theta} + C\left(\theta,\dot{\theta}\right)\dot{\theta} + G(\theta) = Bu \quad (3)$$

manipülatör denklemi şeklinde sistem ele alınacaktır.

2.2. Kısmi Geri besleme Doğrusallaştırılması

Lineer olmayan sistemlerin kontrol edilmesinde doğrusallaştırma yöntemleri sıklıkla kullanılan yöntemlerdendir. Buna karşın, eksik eyleyici sistemlerde bu yöntemin kullanılması mümkün olamamaktadır. Bu sebeple, arzu edilen kontrol koşullarına sistemin ulaşabilmesinin sağlanabilmesi için Kısmi Geri Beslemeli Doğrusallaştırma yöntemleri kullanılmaya başlanmıştır.

Bu yöntemde amaçlanan, sistemdeki genelleştirilmiş koordinatların dinamiğini doğrusal bir formda elde ederek, doğrusallaştırılmamış hareketlere dinamik bağlı koşul dinamiği ile etki ettirilmesi şeklinde açıklanabilir. Bu tanım gereği manipülatör denklemleri tekrar ele alınsın.

$$H_{11}\ddot{\theta}_1 + H_{12}\ddot{\theta}_2 + \phi_1 + h_1 = 0 \quad (4)$$

$H_{21}\ddot{\theta}_1 + H_{22}\ddot{\theta}_2 + \phi_2 + h_2 = \tau_2$ (5)
olarak verilsin. Burada
$\phi_i = C_{i1} + C_{i2} \;\; h_i = G_i$ (6)
olarak tanımlansın. Bu tanım gereği,
$\ddot{\theta}_1 = -H_{11}^{-1}(H_{12}\ddot{\theta}_2 + \phi_1 + h_1)$ (7)
ve
$-H_{21}H_{11}^{-1}(H_{12}\ddot{\theta}_2 + \phi_1 + h_1) + H_{22}\ddot{\theta}_2 + \phi_2 + h_2 = \tau_2$ (8)
olarak değerlendirilsin. Bu ifadenin düzenlenmesi neticesinde,
$\bar{H}\ddot{\theta}_2 + \bar{\phi} + \bar{h} = \tau_2$ (9)
şeklinde gösterilebilir. Burada,
$\bar{H} = H_{22} - H_{21}H_{11}^{-1}H_{12}$ (10)
$\bar{\phi} = \phi_2 - H_{21}H_{11}^{-1}\phi_1$ (11)
$\bar{h} = h_2 - H_{21}H_{11}^{-1}h_1$ (12)
olarak ifade edilmektedir. İlgili tork ifadesini,
$\tau_2 = \bar{H}u + \bar{\phi} + \bar{h}$ (13)
olarak gösterirsek,
$\ddot{\theta}_2 = u$ (14)
şeklinde doğrusallaştırılmış uzuv dinamiği elde edilir. Kontrol kuralı
$u = -k_p\theta_2 - k_d\dot{\theta}_2 + \bar{u}$ (15)
şeklinde ifade edilirse, sisteme ait hareket denklemleri
$H_{11}\ddot{\theta}_1 + \phi_1 + h_1 = -H_{12}(-k_p\theta_2 - k_d\dot{\theta}_2 + \bar{u})$ (16)
$\ddot{\theta}_2 + k_d\dot{\theta}_2 + k_p\theta_2 = \bar{u}$ (17)
şeklinde elde edilmektedir. Burada, $\bar{u}$ kontrol kuralında hareketi tahrik eden etki olarak, araştırmacı tarafından seçilmektedir. Öyle ki seçilen $\bar{u}$ koşulunun 0'a yakınsaması, θ_2'nin de 0'a asimptotik yakınsayacağını göstermektedir. O halde sistemde $\bar{u}$'nın seçimi, arzu edilen enerji seviyesine sistemi getirecektir.

2.3. Enerji Şekil Verme ve Savrulma Kontrol

Akrobotun arzu edilen pozisyonda dengede kalabilmesi, sistemden beklenen davranış olarak ele alınabilir. Keza, sistemin denge noktaları incelendiğinde, alt ve üst denge noktaları dikkat çekmektedir. Alt denge noktası kararlı bir nokta ihtiva ederken, üst denge noktası marjinal kararlı bir yapı ihtiva etmektedir. Dolayısıyla, sistemin bu pozisyona gelmesi ve dengede kalabilmesi için enerji harcanması muhakkaktır.

Sisteme ait bir başlangıç koşullarına göre optimal bir yörünge tayini ve takibi yapılabilmesine karşın, bu çalışmada, başlangıç koşulundan bağımsız tutulmak üzere, arzu edilen denge noktası etrafına ulaşabilen bir denetleyici tasarımı arzu edilmektedir. Bu amaçla, bağımsızlık sağlanması için, enerji denklemleri eşitliği elde edilmiştir. Buna göre, sisteme ait toplam enerji
$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m_1\dot{p}_1^T\dot{p}_1 + \frac{1}{2}m_2\dot{p}_2^T\dot{p}_2 - m_1gl_1c_1 - m_2g(l_1c_1 + l_2c_{1+2})$ (18)
olarak verilebilir. Burada
$p_1 = l_1[s_1 \quad -c_1]^T,$ (19)
$p_2 = p_1 + l_2[s_{1+2} \quad -c_{1+2}]^T$ (20)
olarak ifade edilebilir. Enerji denklemi neticesinde elde edilen anlık enerji düzeyinin, arzu edilen seviyeye ulaşması, denetleyici tasarlanırken takip edilen temel stratejiyi anlatmaktadır. Bu amaçla arzu edilen enerji düzeyi, tepe denge noktasındaki pozisyonunu koruma davranışı olarak özetlenebilir. Bu doğrultuda bu ifade,
$E_d = m_1gl_1 + m_2g(l_1 + l_2)$ (21)
şeklinde ifade edilebilir. Burada $\tilde{E} = E - E_d$ olarak tanımlanan ifade, arzu edilen enerji seviyesine göre hatayı tanımlayacaktır. Sistemde bu seviyenin değişimi değerlendirilsin. O halde, $\dot{\tilde{E}} = \dot{E}$ olur ve bu seviye incelenip gerekli sadeleştirme çalışması yapılırsa,
$\dot{E} = \dot{\theta}_1(\Big((m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l_2^2 + m_2l_1l_2c_2\Big)\ddot{\theta}_1 + (m_2l_2^2 + m_2l_1l_2c_2)\ddot{\theta}_2 - m_2l_1l_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\dot{\theta}_2s_2 + (m_1 + m_2)gl_1s_1 + m_2gl_1s_{1+2}) + \dot{\theta}_2((m_2l_2^2 + m_2l_1l_2c_2)\ddot{\theta}_1 + m_2l_2^2\ddot{\theta}_2 + m_2gl_2s_{1+2})$ (22)
elde edilir. Sistemin hareket denklemleri de dikkate alındığında enerji denklemi ve $\tau_2 = u$ dersek,
$\dot{E} = \dot{\theta}_2(u - m_2l_1l_2\dot{\theta}_2^2s_2)$ (23)
olarak elde edilir. Burada
$u = -k\dot{\theta}_2\tilde{E} + m_2l_1l_2\dot{\theta}_2^2s_2$ (24)
şeklinde denetleyici kuralı tanımlanırsa, takip dinamiği,
$\dot{\tilde{E}} = -k\dot{\theta}_2^2\,\tilde{E}$ (25)
$k > 0$ tanımından ileri gelecek olursak eğer, $\dot{\tilde{E}} + k\dot{\theta}_2^2\,\tilde{E} = 0$ denkleminde sisteminin özdeğer problemi ile incelendiğinde reel kısmı negatiftir denebilecektir. O halde, sistemin takip dinamiği 0'a yakınsar. Tasarlanan denetleyici kuralı neticesinde sistemde arzu edilen enerji düzeyine erişilebilecektir.

Buna göre, lineer olmayan denetleyicide $\bar{u}$ seçilmesi noktasında, bu dinamikten faydalanılacaktır. Dolayısıyla denetleyici kuralı,
$\bar{u} = -ksat\Big((\dot{\theta}_2 + \alpha)\tilde{E}\Big), \quad k > 0$ (26)

olarak seçilmiştir. Sistemin takip dinamiğinin $\dot{\theta}_2$ tarafından denetlendiği bilinmektedir. Dolayısıyla, sistem takip hatasını basmaya çalışırken, $\dot{\theta}_2$ de basacağı görülmektedir. α olarak ele alınan parametre, denetleyici kuralının başarıya ulaşmasını yalnızca arzu edilen enerji düzeyine varıldığında gerçekleşeceğini garanti altına almaktadır.

2.4. Dengeleme Denetleyicisi

Sistemde arzu edilen enerji düzeyine varılması, istenen ters çift sarkaç pozisyonda sistemin durmasını sağlamaktadır. Çünkü lineer olmayan denetleyici, bir denge noktasına değil, fakat o denge noktasının etrafındaki bir manifolda sistemi ulaştırmaktadır. Bu sebeple, denge noktası etrafına sistem ulaştığında, denetleyicinin değiştirilmesi gerekmektedir.

Bu amaçla, arzu edilen üst denge noktası $x_f = \{\pi\ 0\ 0\ 0\}^T$ etrafında sistem Taylor açılımı ile doğrusallaştırma gerçekleştirilmektedir. Elde edilen doğrusal durum uzay denklemleri $\bar{x} = (x - x_f)$ ve $\bar{u} = (u - u_f)$ olarak ele alınırsa,

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} \tag{27}$$

olarak ifade edilirse, lineer bölge için kontrol kuralı $\bar{u} = -K\bar{x}$ şeklinde ele alınmış olup, durum geri beslemeli LQR denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Anahtarlama için belirlenen sınır kümenin belirlenmesinde takip dinamiğinden yararlanılmıştır.

3. BENZETİM

Elde edilen doğrusal olmayan denetleyicinin çalışması için benzetim çalışması gerçekleştirilmiştir. MATLAB-SIMULINK kullanılarak ilk önce, akrobot sistem dinamiği durum uzay formunda yazılarak fonksiyon formatında yazılmıştır. Buna göre, akrobot modeli,

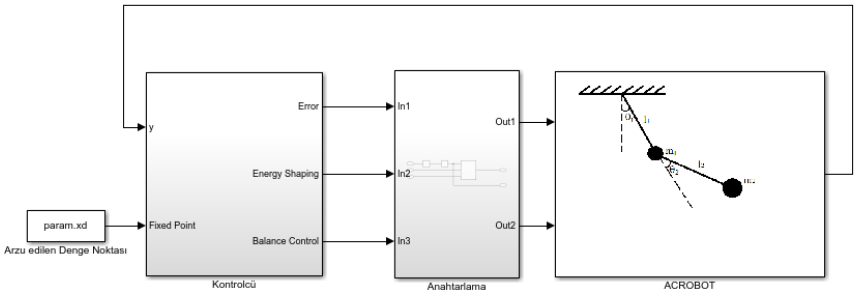
$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{28}$$

şeklinde ele alınmıştır. Doğrusal denetleyici ile elde edilen tork, sisteme bu şekilde etki ettirilmiştir. Fakat lineer olmayan denetleyici için kısmi geri beslemeli doğrusallaştırma ile modelleme gerçekleştirilmiş ve denetleyici neticesinde elde edilen ivme değeri sisteme uygulanmıştır. Bu doğrultuda sistem benzetiminde uygulanan sözde kod,

1. Sistem durumlarını f(x,u)=0 ile başlat.
2. Başlangıç koşulu olarak $x_0 = \left[0\ \frac{\pi}{6}\ 0\ 0\right]^T$
3. Denetleyici sisteminde doğrusal sistem torku, doğrusal olmayan sistemde ivme hesabı gerçekleştir.
4. Enerji Takip Dinamiği $\tilde{E}$ elde et.
5. $\lambda(\tilde{E}) = \begin{Bmatrix} \tilde{E} < 1, & 1 \\ diğer, & 0 \end{Bmatrix}$,
6. $u(\lambda) = \begin{Bmatrix} 1, & u_l \\ 0, & u_{nl} \end{Bmatrix}$,
7. u_l için $\dot{x} = f(x) + g(x)u$
8. u_{nl} için PFL
9. x oku
10. Animasyon çalıştır.

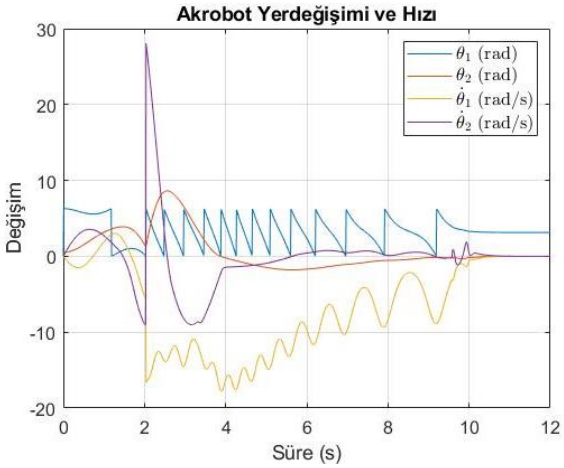
şeklinde verilebilir. Çözüm yöntemi olarak, sabit zamanlı Dormand Price yöntemi (ode8) kullanılmıştır. Örnekleme zamanı $\Delta t = 0.001\ s$ olarak düzenlenmiştir. Kurulan MATLAB-SIMULINK modeli, Şekil 2 de gösterilmiştir.

Yapılan benzetim çalışması neticesinde, sistemden arzu edilen $x_d = \{\pi\ 0\ 0\ 0\}$ seviyesine ulaşması beklenmektedir. Bu amaç doğrultusunda yalnız θ_2 açısal yer değişimine tesir eden bir τ_2 torku ile bunu başarması umulmaktadır. Bu doğrultuda, doğrusal olmayan denetleyici ile doğrusal denetleyici kullanılarak arzu edilen enerji düzeyine sistemin ulaşarak, üst denge noktasında dengede kalmasını sağlayacak denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir.

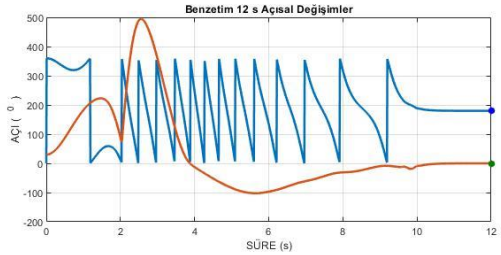


Şekil 2. Akrobot Benzetimi

İlk önce takip dinamiğinde hatayı basacak denetleyici kuralına uygun olarak tasarlanmış doğrusal olmayan denetleyici çalışmakta, sistem üst denge noktasına yaklaştığında ise, bu nokta etrafında dengede kalmasını sağlayacak doğrusal denetleyici devreye girmektedir. Arzu edilen denge noktasına sistem gelinceye değin sisteme ait durumların davranışları Şekil 3 de, 12 saniyelik benzetim çıktısı ise Şekil 4 de paylaşılmıştır.



Şekil 3. Sisteme ait durumların davranışı



Şekil 4. Benzetim 12. s

Sistemde θ_1'e ait açısal yer değişimi, ters sarkaç hareketi yapılması istenmesi dolayısıyla,$0 \div 2\pi$ arasında sınırlandırılmıştır. Benzetimin 2. saniyesinde, Enerji takip fonksiyonu, ulaşılmak istenen manifolda düşmesi dolayısıyla, denetleyiciyi doğrusal denetleyiciye çevirmektedir. Bu durum yüksek bir hata sinyali oluşmasına sebep olup sisteme hızlı bir enerji kazandırmaktadır. Bu durum sebebiyle, θ_2 aniden hızlanmakta, buna bağlı olarak θ_1 de ise hız birikmesi yaşanmaktadır. Bu sebeple, θ_2, θ_1 üzerinde biriken hızı azalmak için pozisyon almaktadır. 9. Saniyeye ulaşıldığında ise, arzu edilen denge noktasına yaklaşılmakta, enerji düzeyi anahtarlama değerine gelince ise doğrusal denetleyici aktif hale gelmektedir. Neticede denge noktası etrafında sistem yumuşak bir şekilde oturabilmektedir.

4. SONUÇLAR

Bacaklı lokomasyon, kanat çırpma, dikey havalanma gibi hareket biçimlerinde eksik eyleyicilik tabii bir özellik olmasına karşın, dinamik koşulun doğrusallaştırma yöntemlerine uygun olmaması problemi özel bir konuma getirmektedir. Hali hazırda geliştirilmiş doğrusal kontrol yöntemlerinin uygulanabilirliği ortadan kalkması araştırmacıları yeni yöntem arayışına itmektedir.

Bu çalışmada, eksik eyleyicili bir sistemin dinamik davranışı ve kontrolü ele alınmıştır. Kontrol çalışması noktasında, bu alanda yapılagelen çalışmalar incelendiğinde, kısmi geribeslemeli doğrusallaştırma yönteminin öne çıktığı görülmektedir. Bu yöntem doğrultusunda, sisteme ait bazı dinamik koşullar doğrusallaştırılarak, doğrusal olmayan dinamiğe sahip koşulun kontrol edilebilmesi amacıyla ilerlendiği görülmektedir. Bu doğrultuda yöntemin sınanması için ikili ters sarkaç sistemi ele alınmış, üst uzva kontrol kabiliyeti kazandırılarak literatürde akrobot olarak isimlendirilen sisteme ulaşılmıştır.

Kontrol kuralının tanımlanabilmesi için enerji denklemleri cinsinden bir takip dinamiği oluşturulmuştur. Arzu edilen üst denge noktasına sistemin ulaştırılması hedeflenmiştir. Bu amaç doğrultusunda yalnız θ_2 hareketine bağlı olarak sistemin takip dinamiğinde hatanın bertaraf edilebileceği görülmektedir. Buna karşın, enerji ifadesinde toplam kinetik ve potansiyel enerjinin arzu edilen seviyeye ulaşabiliyor olması sebebiyle, yalnız tepe noktada değil, herhangi bir noktada da arzu edilen enerji seviyesine sistemin ulaştırılabileceğini göstermektedir. Bu problemi bertaraf etmek için tepe noktasına yakın bölgede doğrusal denetleyici geliştirilmesi yoluna gidilmektedir. Anahtarlama fonksiyonu, takip dinamiğine bağlı bir invaryant küme dâhilinde çalışmaktadır.

Çalışmada saptanan önemli bir husus, sistemin başlangıç koşullarına hassas olduğudur. Tasarlanan kontrol parametreleri yalnız belli bir başlangıç koşulunda efektif çalışmaktadır. Bu durum çalışmada kritik bir tutuculuk yaratmaktadır. Nitekim literatür incelendiğinde, bu tutuculuğun açık bir problem olduğu, global asimptotik kararlılık koşullarının eksik eyleyicili sistemleri ele alırken vazgeçilen bir olgu olarak görüldüğü

saptanmaktadır. Bu durum, bu çalışmada da görülmektedir. Buna karşın, takip dinamiğinde hatanın bertaraf edilebileceğinin gösterilebiliyor olması dolayısıyla, bu koşulda iyileştirmeler yapılabileceği yönünde adımlar atılabilir. Geliştirilecek yöntemler ışığında dinamik yürüme gibi yüksek doğrusal olmayan dinamik, hibrit dinamik ve eksik eyleyicilik içeren sistemlerin kontrol probleminde ilerlemeler sağlanabilir.

5. KAYNAKÇA

[1] Aneke N.P.I., Control of underactuated mechanical systems, Doktora Tezi, Eindhoven Technical University, 2003.

[2] Zikmung J., Celikovsky S., Moog C.H., "Nonlinear control design for the acrobot", IFAC Proceeding Volumes, 40(20), s. 446-451, 2007.

[3] Anderle M., Celikovsky S., "Stability analysis of the acrobot walking with observed geometry", 18th World Congress The International Federation of Automatic Control, Milano, İtalya, 28 Ağustos – 2 Eylül, 2011.

[4] Anderle M., Celikovsky S., "High gain observer for embedded acrobot", 19th World Congress The International Federation of Automatic Control, Cape Town, Güney Afrika, 24-29 Ağustos, 2014.

[5] Spong M.W., "The swing up control problem for the acrobot", IEEE Control Systems Magazine,15(1), s. 49-55, 1995.

[6] Spong M.W., Underactuated mechanical systems, Siciliano B. ve Valavanis K.P.(Edt.), Control Problems in Robotics and Automation, (s. 135-150), Springer-Verlag London Limited, 3.Baskı, Büyük Britanya, 1998.

[7] Lai X., Pan C., Wu M., She J., "Robust stabilization and disturbance attenuation for a class of underactuated mechanical systems", J. Cent. South Univ., 19, s. 2488−2495, 2012.

[8] Albahkali T., Mukherjee R., Das T. ,"Swing-Up control of the pendubot: an impulse–momentum approach", IEEE Transactions on Robotics, 25(4), 2009.

[9] Zhang A., She J., Lai X., Wu M., "Global Stabilization Control of acrobot based on equivalent-input-disturbance approach", 18th World Congress The International Federation of Automatic Control, Milano, İtalya, 28 Ağustos –2 Eylül, 2011.

[10] Zhang A., She J., Lai X., Wu M., "Motion planning and tracking control for an acrobot based on a rewinding approach", Automatica 49, s. 278–284, 2013.

[11] Gregory J., Olivares A., Staffetti E., "Energy-optimal trajectory planning for the pendubot and the acrobot", Optimal Control Applicatıons and Methods, 34, s. 275-295, 2013.

[12] Murakami N., Sugimori A., Ibuki T., Sampe M., "Rolling motion control introducing back bending for acrobot composed of rounded links", IFAC-PapersOnLine, 50(1), s. 764–769, 2017.

[13] Nayak A., Banavar R.N., "Almost-global tracking of the unactuated joint in a pendubot", IFAC-PapersOnLine, 51(3), s. 137–142, 2018.

[14] Majumdar A., Ahmadi A.A., Tedrake R., "Control design along trajectories with sums of squares programming", 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA) Karlsruhe, Almanya, Mayıs 6-10, 2013.

[15] Horibe T., Sakamoto N., "Swing up and stabilization of the Acrobot via nonlinear optimal control based on stable manifold method", IFAC-PapersOnLine, 49(18), s. 374–379, 2016.

[16] Jung S., Wen J.T., "Nonlinear model predictive control for the swing-up of a rotary ınverted pendulum", Asme Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 126, s. 666-673, 2004.

[17] Heerden K.V., Fujimoto Y., Kawamura A., "A combination of particle swarm optimization and model predictive control on graphics hardware for real-time trajectory planning of the under-actuated nonlinear Acrobot", 13th, ınternational Workshop on Advanced Motion Control, Yokohama, Japonya, 14-16 Mart 2014.

[18] Ansari A.R., Todd D. Murphey T.D., "Sequential action control: Closed-form optimal control for nonlinear and nonsmooth systems", IEEE Transactions on Robotics, 32(5), s. 1196-1214, 2016.

[19] Tedrake R.. Underactuated Robotics: Algorithms for Walking, Running, Swimming, Flying, and Manipulation (Course Notes for MIT 6.832)., site: http://underactuated.mit.edu, erişim tarihi: 19.04.2019.

6. EK

Tablo 1. Sistem Parametreleri

Parametre	Büyüklük	Birim
m_1	1,6 kg	kg
m_2	2 kg	kg
l_1	0,42 m	m
l_1	0,3 m	m
k_p	4,5	$1/s^2$
k_d	1	1/s
k	0,17	1/Js
α	1,51	m/s

LQR Tasarımı için Q ve R matrisleri ve hesaplanan K Matrisi

$$Q = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix}, R = 1$$

$$\boldsymbol{K = [-97,96 \ \ -27,83 \ \ -21,65 \ \ -8,41]}$$