T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FD KİRİŞİN EFD ÇUBUK ve ÇEŞİTLİ SINIR ŞARTLARI ALTINDA DİNAMİK ANALİZİ

RAMAZAN BAYRAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
KONSTRÜKSİYON PROGRAMI

DANIŞMAN
DOÇ. DR. CİHAN DEMİR

İSTANBUL, 2016

T.C.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FD KİRİŞİN EFD ÇUBUK ve ÇEŞİTLİ SINIR ŞARTLARI ALTINDA DİNAMİK ANALİZİ

Ramazan BAYRAK tarafından hazırlanan tez çalışması 21.04.2016 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Cihan DEMİR

Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Cihan DEMİR

Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Doç. Dr. Şenol ATAOĞLU

İstanbul Teknik Üniversitesi _____

Doç. Dr. Mehmet BOZCA

Yıldız Teknik Üniversitesi _____

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında ilk olarak çeşitli sınır şartları altındaki viskoelastik mesnetli EFD çubuğun serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Akabinde, EFD çubuklarla desteklenmiş FD kirişin boyutuz doğal frekansları incelenmiştir.

Öncelikle bu yorucu sürecin başından sonuna kadar bilgi birikimini benden hiçbir zaman esirgemeyen, kendisinden edindiğin bilgi ve tecrübenin uzun yıllar boyunca bana yol gösterici olacağından emin olduğum, akademik çalışmalarıyla her zaman örnek aldığım kıymetli hocam Doç. Dr. Cihan DEMİR'e teşekkürü bir borç bilirim.

Bu çalışmayı; hiç eksik etmediği desteğiyle bana her zaman moral veren, çalışma hırsını her zaman örnek aldığım Av. Muradiye ÇEVİKÇELİK'e ve beni bugünlere kadar getiren, üzerimdeki emekleri ölçülemeyecek kadar çok Anneme ve Babama ithaf ederim.

Mart, 2016

Ramazan BAYRAK

İÇİNDEKİLER

Sayfa

SİMGE LİSTESİ vii

KISALTMA LİSTESİ viii

ŞEKİL LİSTESİ ix

ÇİZELGE LİSTESİ xi

ÖZET xiv

ABSTRACT xvi

BÖLÜM 1

GİRİŞ 1

1.1 Literatür Özeti 1
1.2 Tezin Amacı 7
1.3 Orijinal Katkı 7

BÖLÜM 2

ÇUBUK ELEMAN İÇİN MATEMATİK MODELLEME 8

2.1 Kütle-Yay Sisteminin Hareket Denklemleri 8
2.2 Kütle-Yay-Sönüm Sisteminin Hareket Denklemleri 10
2.3 Langrange Denklemleri 11
2.4 Sonlu Elemanlar Yöntemi 12
2.4.1 Eksenel Uzama Hali 13
2.5 Eksenel Fonksiyonel Derecelendirilmiş Çubuk (EFD) 18
2.5.1 EFD Çubuk Elemanın Rijitlik ve Kütle Matrisinin Çıkarılması 19

BÖLÜM 3

ELASTİK ve VİSKOELASTİK MESNETLİ EFD ÇUBUĞUN FREKANS ANALİZ SONUÇLARI 27

3.1 Young's Modülü Oranının(E_{ratio}), Kuvvet Kanunu Üstelinin(n) ve Yay Rijitlik Parametresinin(κ)'nin Frekanslar Üzerindeki Etkisi 30
3.1.1 Birinci Frekans Parametresi İçin Yapılan Değerlendirmeler 30

3.1.2 İkinci ve Üçüncü Frekans Parametreleri İçin Yapılan Değerlendirmeler 30
3.2 Kütle Oranının(β), Kuvvet Kanunu Üstelinin(*n*) ve Yay Rijitlik Parametresinin(κ)'nin Frekanslar Üzerindeki Etkisi 33
3.2.1 İlk Üç Frekans Parametresi İçin Yapılan Değerlendirmeler 33
3.3 Sönüm parametresinin(μ), Kuvvet Kanunu Üstelinin(*n*) ve Yay Rijitlik Parametresinin(κ)'nin Frekanslar Üzerindeki Etkisi 39
3.3.1 İlk Üç Frekans Parametresi İçin Yapılan Değerlendirmeler 39

BÖLÜM 4

EFD ÇUBUKLARLA MESNETLENMİŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ BİR KİRİŞİN TİTREŞİM ANALİZİ 45

4.1 Homojen Eğilme Elemanın Matematik Modellemesi 45
4.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişin Matematik Modellemesi 49
4.2.1 FD Eğilme Elemanının Rijitlik ve Kütle Matrislerinin Çıkarılması . 50
4.3 EFD Çubuklarla Mesnetlenmiş Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişin Matematik Modeli 55

BÖLÜM 5

EFD ÇUBUKLARLA MESNETLENMİŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ KİRİŞİN FREKANS ANALİZ SONUÇLARI 58

5.1 Doğrulama Çalışmaları 60
5.2 Kiriş ve Çubuğun Yoğunluk Oranları Sabit İken; Elastiste Modülü Oranları, FD Kirişin Kuvvet Kanunu Üsteli (*n*) ve EFD Çubuğun Kuvvet Kanunu Üsteli (*nb*) Parametrelerindeki Değişimin Frekanslar Üzerindeki Etkisi 62
5.2.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler 63
5.3 Kiriş ve Çubuğun Elastiste Modülü Oranları Sabit İken; Yoğunluk Oranları, FD Kirişin Kuvvet Kanunu Üsteli (*n*) ve EFD Çubuğun Kuvvet Kanunu Üsteli (*nb*) Parametrelerindeki Değişimin Frekanslar Üzerindeki Etkisi 66
5.3.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler 66
5.4 E_r(kiriş)≥1 ve E_r(çubuk)≥1 İken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), *n* ve *nb* Parametrelerindeki Değişimin Frekanslar Üzerindeki Etkisi 69
5.4.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler 70
5.5 Er(kiriş)≤1 ve Er(çubuk)≤1 İken; Er(kiriş), Er(çubuk), ρr(kiriş), ρr(çubuk), *n* ve *nb* Parametrelerindeki Değişimin Frekanslar Üzerindeki Etkisi 74
5.5.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler 75
5.6 ρr(kiriş)≥1 ve ρr(çubuk)≥1 İken; ρr(kiriş), ρr(çubuk), Er(kiriş), Er(çubuk), *n* ve *nb* Parametrelerindeki Değişimin Frekanslar Üzerindeki Etkisi 78
5.6.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler 78
5.7 ρr(kiriş)≤1 ve ρr(çubuk)≤1 İken; ρr(kiriş), ρr(çubuk), Er(kiriş), Er(çubuk), *n* ve *nb* Parametrelerindeki Değişimin Doğal Frekanslar Üzerindeki Etkisi .. 81
5.7.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler 82

BÖLÜM 6

YAY MESNETLİ FD KİRİŞİN HARMONİK ANALİZİ 86

6.1 Yay Mesnetli FD Kirişin Harmonik Analiz Sonuçları 88
6.1.1 Değerlendirmeler 91

BÖLÜM 7

SONUÇ ve ÖNERİLER 99
KAYNAKLAR.....103
EK-A
KISIM 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 ve 5.6 İLE İLGİLİ SONUÇ TABLOLARI 104
ÖZGEÇMİŞ..... 140

SİMGE LİSTESİ

m	Kütle-yay sitemindeki kütle değeri
k	Kütle-yay sitemindeki yay rijitliği
c	Kütle-yay-sönüm sitemindeki sönüm değeri
δ	Cismin ağırlığından dolayı meydana gelen yay deformasyonu
ω, ω_n	Kütle-yay sisteminin doğal frekansı
ω_d	Kütle-yay-sönüm sisteminin sönümlü rezonans frekansı
E_k	Toplam kinetik enerji
E_p	Toplam potansiyel enerji
E_D	Toplam sönüm enerjisi
q_i	Genelleştirilmiş koordinatlar
Q_i	Genelleştirilmiş kuvvet ve momentler
P_L	Bölüm 2 ve Bölüm 3'te EFD çubuk için sol yüzeyin malzeme özelliği
P_R	Bölüm 2 ve Bölüm 3'te EFD çubuk için sağ yüzeyin malzeme özelliği
κ	Elastik mesnetin boyutsuz yay değeri
μ	Viskoelastik mesnetin boyutsuz sönüm değeri
β	Kütle oranı
λ	Frekans parametresi
n	Bölüm 2 ve Bölüm 3'te EFD çubuk için kuvvet kanunu üsteli
P_L	Bölüm 4 ve Bölüm 5'te FD kiriş için alt yüzeyin malzeme özelliği
P_U	Bölüm 4 ve Bölüm 5'te FD kiriş için üst yüzeyin malzeme özelliği
$P_{Lç}$	Bölüm 4 ve Bölüm 5'te EFD çubuk için alt yüzeyin malzeme özelliği
$P_{Uç}$	Bölüm 4 ve Bölüm 5'te EFD çubuk için üst yüzeyin malzeme özelliği
n	Bölüm 4 ve Bölüm 5'te FD kiriş için kuvvet kanunu üsteli
nb	Bölüm 4 ve Bölüm 5'te EFD çubuk için kuvvet kanunu üsteli
Er	Bölüm 2 ve Bölüm 3'te EFD çubuk için elastiste modülü oranı
ρr	Bölüm 2 ve Bölüm 3'te EFD çubuk için yoğunluk oranı
E_r(çubuk)	Bölüm 4 ve Bölüm 5'te EFD çubuk için elastiste modülü oranı
ρ_r(çubuk)	Bölüm 4 ve Bölüm 5'te EFD çubuk için yoğunluk oranı
E_r(kiriş)	Bölüm 4 ve Bölüm 5'te kiriş için elastiste modülü oranı
ρ_r(kiriş)	Bölüm 4 ve Bölüm 5'te kiriş için yoğunluk oranı

KISALTMA LİSTESİ

FGM	Functionally Graded Material
FG	Functionally Graded
AFG	Axially Functionally Graded
FDM	Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme
FD	Fonksiyonel Derecelendirilmiş
EFD	Eksenel Fonksiyonel Derecelendirilmiş

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 Kütle-Yay Modeli 8
Şekil 2.2 Kütle-Yay-Sönüm Modeli 10
Şekil 2.3 Eksenel (Boyuna) Uzama Halinin Modeli 13
Şekil 2.4 Noktasal kütleli elastik mesnetli EFD çubuk 18
Şekil 2.5 Viskoelastik mesnetli EFD çubuk 18
Şekil 3.1 Farklı E_{ratio}, κ ve *n* parametrelerinin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 31
Şekil 3.2 Farklı E_{ratio}, κ ve *n* parametrelerinin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 32
Şekil 3.3 Farklı E_{ratio}, κ ve *n* parametrelerinin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 32
Şekil 3.4 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 34
Şekil 3.5 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 35
Şekil 3.6 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 35
Şekil 3.7 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 40
Şekil 3.8 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 40
Şekil 3.9 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 41
Şekil 4.1 Eğilme elemanı modeli 45
Şekil 4.2 FD kiriş modeli 50
Şekil 4.3 EFD çubuklarla desteklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş 55
Şekil 4.4 EFD çubuklarla desteklenmiş FD kirişin lokal serbestlik dereceleri 56
Şekil 5.1 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 64
Şekil 5.2 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 65
Şekil 5.3 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 65
Şekil 5.4 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 68
Şekil 5.5 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 68
Şekil 5.6 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 69
Şekil 5.7 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 72

Şekil 5.8 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 73
Şekil 5.9 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 73
Şekil 5.10 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 76
Şekil 5.11 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 77
Şekil 5.12 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 77
Şekil 5.13 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 80
Şekil 5.14 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 80
Şekil 5.15 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 81
Şekil 5.16 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 84
Şekil 5.17 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 84
Şekil 5.18 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 85
Şekil 6.1 Yay mesnetli FD kiriş 86
Şekil 6.2 FD kirişin lokal serbestlik dereceleri 88
Şekil 6.3 Farklı κ, E_{ratio}=0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4 ve *n*=0 değerleri için *FD* kirişin kuvvet iletim oranı 94
Şekil 6.4 Farklı κ, E_{ratio}=0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4 ve *n*=0.5 değerleri için *FD* kirişin kuvvet iletim oranı 95
Şekil 6.5 Farklı κ, E_{ratio}=0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4 ve *n*=2 değerleri için *FD* kirişin kuvvet iletim oranı 96
Şekil 6.6 Farklı κ, E_{ratio}=0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4 ve *n*=3 değerleri için *FD* kirişin kuvvet iletim oranı 97
Şekil 6.7 Farklı κ, E_{ratio}=0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4 ve *n*=10 değerleri için *FD* kirişin kuvvet iletim oranı 98

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 Çubuğun sol ve sağ yüzeylerinin malzeme özellikleri 19
Çizelge 3.1 Doğrulama çalışması 29
Çizelge 3.2 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 36
Çizelge 3.3 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 37
Çizelge 3.4 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 38
Çizelge 3.5 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 42
Çizelge 3.6 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 43
Çizelge 3.7 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 44
Çizelge 5.1 Basit mesnetli FD kirişin farklı malzeme dağılımları (*n*) ve farklı elastiste modülü oranlarına (E_r(kiriş)) göre 1. boyutsuz doğal frekansları (λ_1) 61
Çizelge 5.2 Çelik kiriş ve alüminyum çubuklardan oluşan sistemin 1. boyutsuz doğal frekansları 61
Çizelge 5.3 Alüminyum malzeme özellikleri 62
Çizelge 5.4 Malzeme çiftleri 70
Çizelge 5.5 SiC malzeme özellikleri 74
Çizelge 5.6 Malzeme çiftleri 74
Çizelge 5.7 Malzeme çiftleri 78
Çizelge 5.8 Çelik malzeme özellikleri 81
Çizelge 5.9 Malzeme çiftleri 82
Çizelge 6.1 Serbest-serbest sınır koşulları altındaki homojen kirişin ilk üç frekans parametresinin karşılaştırılması 89
Çizelge 6.2 Farklı E_{ratio} ve farklı *n* değerleri için, basit mesnetli bir FD kirişin birinci frekans parametreleri 90
Çizelge 6.3 Farklı E_{ratio} ve farklı *n* değerleri için, basit mesnetli bir FD kirişin ikinci frekans parametreleri 90
Çizelge 6.4 Farklı E_{ratio} ve farklı *n* değerleri için, basit mesnetli bir FD kirişin ikinci frekans parametreleri 91
Çizelge 5.10 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 104

Çizelge 5.11 *nb*=10 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 105
Çizelge 5.12 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 106
Çizelge 5.13 *nb*=10 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 107
Çizelge 5.14 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 108
Çizelge 5.15 *nb*=10 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 109
Çizelge 5.16 *nb*=0.1 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 110
Çizelge 5.17 *nb*=10 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 111
Çizelge 5.18 *nb*=0.1 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 112
Çizelge 5.19 *nb*=10 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 113
Çizelge 5.20 *nb*=0.1 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 114
Çizelge 5.21 *nb*=10 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 115
Çizelge 5.22 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 116
Çizelge 5.23 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 117
Çizelge 5.24 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2 frekans parametreleri üzerindeki etkisi 118
Çizelge 5.25 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 119
Çizelge 5.26 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 120
Çizelge 5.27 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 121
Çizelge 5.28 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 122
Çizelge 5.29 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 123
Çizelge 5.30 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 124

Çizelge 5.31 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 125
Çizelge 5.32 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 126
Çizelge 5.33 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 127
Çizelge 5.34 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 128
Çizelge 5.35 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 129
Çizelge 5.36 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 130
Çizelge 5.37 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 131
Çizelge 5.38 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 132
Çizelge 5.39 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 133
Çizelge 5.40 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 134
Çizelge 5.41 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 135
Çizelge 5.42 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 136
Çizelge 5.43 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 137
Çizelge 5.44 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 138
Çizelge 5.45 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi 139

ÖZET

FD KİRİŞİN EFD ÇUBUK ve ÇEŞİTLİ SINIR ŞARTLARI ALTINDA DİNAMİK ANALİZİ

Ramazan BAYRAK

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Cihan DEMİR

Bu çalışmada eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş (EFD) çubuklarla ve yaylarla mesnetlenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) kirişin frekans parametreleri incelenmiştir. FGM kirişe geçmeden önce; kirişin sınır şartları EFD çubuklar olduğundan dolayı, eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş (EFD) bir çubuğun viskoelastik yay ve noktasal kütle sınır şartları altındaki frekans davranışı incelenmiştir.

Viskoelastik mesnet ve noktasal kütle sınır şartları altındaki EFD çubuğun boyutsuz frekans parametreleri sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Sistemin hareket denklemleri eksenel çubuk teorisi varsayımıyla Langrange eşitlikleri kullanılarak türetilmiştir. Çubuğun malzeme özelliği, kuvvet kanunu dağılımına göre boyuna değişim gösterdiği varsayılmıştır. Viskoelastik destek elemanlarına çeşitli rijitlik ve sönüm katsayıları atanarak ve çubuğun uçlarındaki kütlelere farklı değerler verilerek farklı sınır şartları elde edilmiştir. Model, önceki çalışmalardaki sonuçlarla karşılaştırılarak doğrulanmıştır. Farklı malzeme dağılımının ve farklı sınır şartlarının etkileri detaylı bir şekilde tartışılmıştır.

EFD çubuklarla desteklenmiş FD kirişin dinamik analizi için gerekli altyapı oluşturulduktan sonra, bahsi geçen sınır şartı altındaki FD kirişin frekanslarının incelenmesine geçilmiştir. Sistemin hareket denklemi Langrange eşitlikleri yardımıyla türetilmiştir. Kirişin malzeme özelliğinin kalınlık boyunca değişkenlik gösterdiği varsayılmıştır. EFD çubuk elemanlara farklı elastiste modülü oranları (E_r(çubuk)) ve farklı malzeme dağılım katsayıları (*nb*) atanarak çeşitli sınır şartları elde edilmiştir. Kiriş için farklı malzeme dağılımı ve EFD çubuk elemanın malzeme dağılımlarının

kombinasyonlarıyla elde edilen farklı sınır şartlarının sisteme etkisi detaylı bir şekilde araştırılmıştır.

FD kirişin Euler-Bernoulli teorisine uygun olarak daha önce çıkartılan denklemler kullanılarak EFD mesnet yerine, yay mesnet sınır şartları uygulanmıştır. Yay sınır şartları altında harmonik analizleri yapılmıştır. Sisteme uygulanan kuvvet ile zemine iletilen kuvvet oranı farklı boyutsuz yay katsayısı değerleri ve malzeme dağılım kat sayısı kombinasyonları için elde edilerek frekans düzleminde incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş (EFD), viskoelastik mesnet, EFD çubuk, EFD mesnet, FD kiriş, frekans parametre, harmonik, kuvvet iletim oranı

ABSTRACT

DYNAMIC ANALYSIS OF THE FG BEAM SUPPORTED WITH AFG BAR AND VARIOUS BOUNDARY CONDITIONS

Ramazan BAYRAK

Department of Mechanical Engineering

MSc. Thesis

Adviser: Assoc. Prof. Cihan DEMIR

In this study, resonance behavior of a functionally graded (FG) beam supported by both axially functionally graded (AFG) bars and springs is investigated. Before examining the FG beam, it is in need of examining frequency behavior of an axially functionally graded (AFG) bar under viscoelastic due to the boundary conditions that FG beam has.

Resonance frequency behavior of an axially functionally graded (AFG) bar under viscoelastic, spring and point mass boundary conditions is investigated. Non-dimensional frequency parameters of the bar are analyzed by using Finite Elements method. The system of equations of motion is derived by using Lagrange's equations under the assumption of axial bar theory. The material properties of the bar are assumed to vary longitudinally according to power-law distribution. Different boundary conditions are attained by applying various stiffness and damping coefficients to viscoelastic support elements and mass ratio values to the mass at the ends of the bar. The model is validated by comparing the results with previous studies. The effects of various material distribution and boundary conditions are discussed in details.

Having been obtained required information about FG beams supported by AFG bars, it is started to examine resonance frequency behavior of the FG beams supported by AFG bars. Non-dimensional frequency parameters of the structure are analyzed by using Finite Elements method. The system of equations of motion is derived by using Lagrange's equations under the assumption of Euler-Bernoulli Beam Theory. The material properties of the beam are assumed to vary through thickness according to

power-law distribution. It is obtained different boundary conditions through assigning various Young's modulus ratios (E_r(bar)) and power-low exponents (*nb*) to AFG bars. The effects of various material distribution of the beam and the effects of the boundary conditions obtained by assigning various Young's modulus ratios (E_r(bar)) and power-low exponents (*nb*) to AFG bars are discussed in detail.

Spring supported condition is applied to FG beam in accordance with Euler-Bernoulli beam theory using the equations derived before. It is analyzed the harmonic response of the spring supported FG beam. The ratio of the force which is applied to the system to the force which is transmitted to the ground is analyzed for the combination of various values of support stiffness and material distribution.

Keywords: Axially functionally graded (AFG), viskoelastic supports, bar, supported by AFG bars, FG beam, frequency parameters, harmonic analysis, transmissibility

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1 Literatür Özeti

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM), malzeme ve mekanik özelliklerin bir yüzeyden diğerine düzgün ve sürekli bir şekilde değiştiği homojen olmayan kompozit malzemelerdir. Bu değişim yapıya, tabakalı kompozit yapılarda elde edilemeyen kesintisiz bir gerilme dağılımı sağlamaktadır. Buna ek olarak, tabakalı kompozit yapıların önemli bir dezavantajı, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde görülmeyen, ara yüzeydeki çatlak başlangıcı ve ilerlemesidir. Genellikle FDM'ler seramik ve metal karışımından oluşmaktadır. Malzemedeki seramik bileşeni yapıya yüksek sıcaklık dayanımı sağlarken, metalik bileşen yapıya dayanım ve rijitlik konusunda katkı sağlamaktadır. Örneğin, bir roket motor bloğunun, işletme esnasında iç kısmı yüksek sıcaklığa dayanıklı olan dış kısmı ise yüksek mukavemet ve tokluğa sahip olan bir malzemeye sahip olması gerekmektedir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme (FDM) ilk olarak 1984'te Japonya'da bir uzay aracı projesinde uzay mekiklerinde yapısal bir malzeme olarak düşünülmüştü. FDM'lerin teknolojisi Japonya'da Sendai Grup tarafından öne sürülen malzeme üretim teknolojisiydi. FDM'ler, reaktör gemileri, füzyon enerji cihazları, biyomedikal sektörler, uzay mekikleri, savunma sanayi ve diğer mühendislik yapıları gibi çok farklı uygulamalarda kullanılmaktadır. Çubuklar, kirişler, plakalar ve kabuk yapılar gibi fonksiyonel derecelendirilmiş yapıların statik ve dinamik davranışını anlamak, geniş uygulama alanına sahip olmasından dolayı son on yılda büyük önem arz etmektedir. Literatürde, Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin davranışları üzerine yapılan çalışma sayısı fonksiyonel derecelendirilmiş plak ve kabuk elemanların davranışları üzerine yapılan çalışma sayısından daha azdır.

Sankar [1] de Euler-Bernoulli kiriş teorisini baz alarak sinüzoidal transvers yük altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin elastiste çözümünü incelemiştir. Elastiste modülünün fonksiyonel derecelendirme yönündeki belirli varyasyonları için tek bir boyutsuz parametreye bağlı gerilme ve yer değiştirmeleri bulmuştur. Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin daha yumuşak tarafı yüke maruz bırakıldığında gerilme yığılmalarının homojen kirişlere nazaran daha az olduğunu gözlemiştir. Kirişin daha rijit tarafı yüke maruz bırakıldığında ise, gerilme yığılmalarının homojen kirişlere nazaran daha fazla olduğunu gözlemiştir.

Demir ve Öz [2] de viskoelastik sınır koşulları altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin frekans davranışını incelemişlerdir. Sonlu elemen metodu kullanılarak kirişin boyutsuz frekans parametrelerini araştırmışlardır. Euler-Bernoulli teorisi varsayımıyla, sistemin hareket denklemlerini Langrange eşitliklerini kullanarak çıkarmışlardır. Kirişin malzeme özelliklerinin, kuvvet kanunu dağılımına göre kalınlık boyunca değiştiğini varsaymışlardır. Viskoelastik destek elemanlarına farklı rijitlik ve sönüm katsayıları uygulayarak farklı sınır şartları elde etmişlerdir. Çeşitli malzeme dağılımının ve sınır şartlarının etkisini detaylıca tartışmışlardır.

Aydoğdu ve Taşkın [3] te basit mesnetli fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin serbest titreşim analizini incelemişlerdir. Kirişin young modülünün kuvvet kanununa ve eksponansiyel kanuna göre kalınlık doğrultusunda değişkenlik gösterdiğini varsaymışlardır. Ana denklemleri Hamilton prensibi uygulayarak çıkarmışlardır. Frekansları elde etmek için Navier tipi çözüm metodunu kullanmışlardır. Analizde, farklı daha yüksek dereceden kayma deformasyon teorilerini ve klasik kiriş teorilerini kullanmışlardır. Farklı malzeme özellikleri ve farklı narinlik oranları için serbest titreşim frekanslarını ve bazı mod şekillerini vermişlerdir. Klasik kiriş teorisinin daha yüksek sonuçlar verdiğini ve mod numarası arttıkça klasik kiriş teorisiyle daha yüksek dereceden teoriler arasındaki farkın artış gösterdiğini gözlemişlerdir.

Sina vd. [4] te, fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşimlerini incelemek amacıyla geleneksel birinci dereceden kayma deformasyon kiriş teorisinden farklı olarak yeni bir kiriş teorisi kullanmışlardır. Bu teori daha önceden tabakalı kompozit kirişler için kullanılmıştı. Kiriş özelliklerinin, malzeme bileşenlerinin hacimsel oranlarına bağlı olarak basit bir kuvvet kanunu dağılımına göre kalınlık boyunca değişkenlik gösterdiğini farz etmişlerdir. Yanal doğrultudaki normal gerilmeleri sıfır

alıp başlıca hareket denklemlerini Hamilton prensibine göre türetmişlerdir. Sonuçta oluşan adi diferansiyel denklemleri analitik yöntem kullanılarak çözmüşlerdir. Farklı sınır şartları ele almışlar ve farklı kiriş teorilerini karşılaştırmışlardır. Ek olarak; sınır şartlarının, hacimsel oranın ve kayma deformasyonunun doğal frekanslar üzerindeki etkisini ve mod şekillerini araştırmışlardır. Elde edilen sonuçlara göre, bu çalışmada kullanılan yeni teoriden elde edilen doğal frekansların, klasik birinci dereceden kayma deformasyon kiriş teorisine göre elde edilen doğal frekanslardan çok az farklı olduğunu gözlemlemişlerdir. Ayrıca her iki teoride gözledikleri mod şekillerinin de benzer olduğunu gözlemişlerdir.

Şimşek ve Kocatürk [5] da, noktasal hareketli harmonik bir yük altında basit mesnetli fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin serbest titreşim karakteristiğini ve dinamik davranışını incelemişlerdir. Sistemim hareket denklemlerinin Euler-Bernoulli kiriş teorisi varsayımıyla Langrange eşitlikleri kullanılarak türetmişlerdir. Kirişin enine ve eksenel yer değiştirmelerini temsil eden fonksiyonları polinom formunda ifade etmişlerdi. Destek sınır koşullarını Langrange çarpanları olarak hesaba katmışlardır. Kirişin malzeme özelliklerinin eksponansiyel ve kuvvet kanunu uyarınca kalınlık doğrultusunda değiştiğini varsaymışlardır. Farklı malzeme dağılımının, hareketli harmonik yükün hızının ve tahrik frekansının kirişin dinamik cevabı üzerindeki etkisinin kirişin dinamik çökmesinde çok önemli bir rol oynadığını gözlemişlerdir.

Zhong ve Yu [6] de farklı yükler altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş ankastre bir kirişi incelemişlerdir. Airy gerilme fonksiyonuna dayanarak, fonksiyonel derecelendirilmiş ankastre bir kirişin iki boyutlu genel bir çözümü göstermişlerdir. Bu çözümü yaparken malzemenin elastiste modülünün kiriş kalınlığı doğrultusunda aynı değişkenliğe sahip olduğunu varsaymışlardır. Farklı sınır şartları altındaki bazı örneklere bakıldığında, uygulanan genel çözüm tekniğinin kullanışlılığını açık bir şekilde göstermişlerdir. Bu çözümün, fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin analizi için malzeme özelliklerinin herhangi bir varyasyonunda kullanışlı olacağını ifade etmişlerdir.

Şimşek [7] de, Euler-Bernoulli, Timoshenko ve üçüncü derece kayma deformasyon kiriş teorilerini kullanarak hareketli yük etkisi altındaki basit mesnetli bir kirişin davranışını incelemiştir. Hareket denklemlerini Langrange eşitlikleriyle türetmiştir. Sonuçları literatürdeki benzer çalışmalarla karşılaştırarak olumlu sonuçlar elde etmiştir.

Kayma deformasyonunun, farklı malzeme dağılımlarının, hareketli yükün ataletinin ve hızının kirişin dinamik cevabına çok fazla etkisi olduğunu gözlemiştir.

Şimşek [8] de klasik, birinci derece ve daha yüksek dereceden kayma deformasyon kiriş teorilerine göre farklı sınır şartlarına sahip fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin analizlerini yapmıştır. Malzeme özelliğinin kirişin kalınlığı boyunca değişkenlik gösterdiğini varsaymıştır. Frekans eşitliğini Langrange denklemlerini kullanarak elde etmiş ve kirişin sınır koşullarını Langrange çarpanlarıyla sağlamıştır. Narinlik oranının, malzeme varyasyonlarının, farklı formülasyonlarının ve farklı kiriş teorilerinin temel frekanslar üzerindeki etkilerini incelemiştir. Elde edilen sonuçların diğer araştırmacılar için bir referans olabileceğini ifade etmiştir.

Duy vd. [9] da, fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşimini elastik bir temel üzerinde ve yay destekler üzerinde incelemişlerdir. Young modülünün ve öz kütlenin kirişin kalınlığı doğrultusunda ve kirişin ekseni doğrultusunda değiştiğini varsaymışlardır. Kirişin eigen çözümlerini elde etmek için, sonlu elemanlar metodu yöntemine göre bir analitik formülasyon ve sayısal analizler kullanılmıştır. Yay desteklerinin fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin doğal frekansları üzerindeki etkisini göstermişlerdir.

Yukarıdaki çalışmalardan da görülebileceği üzere araştırmacılar genellikle malzeme özelliklerinin kalınlık boyunca değişkenlik gösterdiğini varsaymışlardır. Araştırmacıların bazıları ise iki yönlü fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler olarak bilinen (İYFDM), malzeme özelliklerinin eksponansiyel olarak hem kalınlık hem de eksenel doğrultuda değişkenlik gösterdiğini varsaymışlardır. Literatürde, malzeme özelliklerinin boylamasına değişkenlik gösterdiği eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş (EFD) yapılarla ilgili çalışmaların sayısı azdır.

Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş (EFD) malzemelerin yakın gelecekte daha da geliştirileceği tahmin edilmektedir. EFD'ler, statik çökmenin belirli bir seviyeyi aşmaması, burkulma yükünün önceden belirlenmiş bir seviyeden daha az olmaması veya doğal frekansın önceden belirlenmiş bir frekans değerinden daha küçük veya daha büyük olması gibi amaçlara hizmet edebileceklerdir. Şimşek vd. [10]'da, hareketli harmonik yük altındaki basit mesnetli bir EFD kirişin dinamik analizini Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre yapmışlardır. Elastiste modülü ve kütle yoğunluğunun kirişin ekseni doğrultusunda kuvvet kanununa göre değiştiğini varsaymışlardır. Malzeme dağılımının,

hareketli yükün hızının ve tahrik frekansının kirişin dinamik cevabına olan etkilerini incelemişlerdir. Akgöz ve Civalek [11] de, gerinim gradyanı elastiste teorisini temel alarak eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş mikro çubukların boyuna serbest titreşimlerini incelemişlerdir. Gerinim gradyanlı mikro çubukların sabit-sabit ve sabit-serbest sınır şartları altında boyuna serbest titreşim analizini Rayleigh-Ritz çözüm metodunu kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Ek malzeme boy skala parametrelerinin, malzeme oranının, narinlik oranının ve young modülü oranının fonksiyonel derecelendirilmiş mikro çubuklar üzerindeki etkisini göstermek amacıyla parametrik bir çalışma yürütmüşlerdir.

Çetin ve Şimşek [12] de, Winkler-Pasternak elastik temel içine gömülü eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş (EFD) bir kazığın serbest titreşim analizini Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında; kuvvet kanununa göre eksenel doğrultuda sürekli olarak değişen malzeme özelliklerini, malzeme varyasyonlarının ve elastik temelin parametrelerinin yapının temel frekansların üzerindeki etkisini analiz etmişleridir.

Şimşek vd. [13] te, basit mesnetli eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş (EFD) bir kirişin harmonik yük altındaki lineer dinamik analizini Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre gerçekleştirmişlerdir. Elastiste modülünün ve kirişin öz kütlesinin kuvvet kanununa göre eksenel doğrultuda sürekli olarak değiştiğini varsaymışlardır. Malzeme dağılımının, hareketli yükün hızının ve tahrik frekansının kirişin dinamik cevabına etkilerini araştırmışlardır.

Alshorbgy vd. [14] te, kuvvet kanununa göre eksenel veya kalınlık boyunca değişen bir malzeme gradyanına sahip olan fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin dinamik karakteristiğini incelemişlerdir. Modeli ayrıştırmak ve Euler-Bernoulli kiriş teorisi varsayımıyla kirişin hareket denklemlerini nümerik bir yaklaşımla çözmek için sonlu elemanlar metodunu uygulamışlardır. Malzeme dağılımının, narinlik oranının ve farklı sınır şartlarının kirişin dinamik karakteristiğine etkisini araştırmışlardır. Narinlik oranının kirişin temel frekansları ve mod şekillerin üzerinde hiç etkisi olmadığını gözlemişlerdir. Bunun sebebinin, Euler-Bernoulli kiriş teorisinin temel dayanağı olan boyunun enine oranla yeterince uzun olduğunda kayma etkilerinin göz ardı edilebileceği varsayımından kaynaklandığını ileri sürmüşlerdir. Bu kayma etkilerinin kirişin temel

frekanları üzerindeki etkilerini daha iyi görebilmek adına, Timoshenko veya Reddy kiriş teorileri gibi diğer teorilere göre analizlerin yapılması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Huang ve Li [15] te, prizmatik kesitlere sahip olmayan yani uniform olmayan kesitlere sahip eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşim analizini yapmışlardır. Değişken eğilme rijitliğine ve değişken öz kütleye sahip kirişlerin doğal frekanslarını bulmak için yeni ve basit bir çözüm önerisi sunmuşlardır. Dördüncü dereceden değişken katsayılı diferansiyel denklemi çözmek yerine, Fredholm integral eşitliklerini çözmeyi tercih etmişlerdir. Bir ucunda alüminyum diğer ucunda zirkonya bileşenlere sahip olan ve bu bileşenlerin kirişin ekseni boyunca çeşitli varyasyonlarla karıştığı yani eksenel derecelendirildiği varsayılan bir kirişin temel frekansları araştırmışlardır.

Aydoğdu [16] da, basit mesnetli eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin titreşim ve burkulma analizlerini yarı-devrik metot kullanarak gerçekleştirmiştir. Analizlerini Euler-Bernoulli kiriş teorisi varsayımıyla yürütmüştür. Önceden saptanmış frekans ve burkulma yüklerini kullanarak, young modülünün eksenel yöndeki değişimini elde etmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş basit mesnetli kirişin frekans ve burkulma yüklerinin en iyilemesini yapmak amacıyla bu çalışmadan yararlanılabileceğini öne sürmüştür.

Şimşek [17] de, hareketli yük altındaki iki-yönlü fonksiyonel derecelendirilmiş Timoshenko kirişin serbest ve zorlanmış titreşim analizlerini yapmıştır. Malzeme özelliklerinin hem eksenel hem de kalınlık boyunca eksponansiyel olarak değiştiğini varsaymıştır. Hareket denklemlerini Euler-Bernoulli kiriş teorisinin yanı sıra Timoshenko kiriş teorisini de baz alarak Langrange eşitliklerini kullanarak türetmiştir.

Ramesh ve Rao [18] de, dönen bir göbeğe ankastre olarak bağlanmış noktasal kütleli fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin doğal frekanslarını araştırmışlardır. Kirişin, seramik ve metalden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluştuğunu farz etmişlerdir. FD kirişin malzeme özelliklerinin kuvvet kanununa göre orta düzlemden dıştaki düzlemlere doğru kalınlık boyunca değiştiğini varsaymışlardır. Hareket denklemlerini Rayleigh-Ritz metoduna göre türetmişlerdir. Sistemdeki noktasal kütleyi modellemek için Dirac delta fonksiyonun kullanmışlardır. Malzeme varyasyonunun, uç kütlenin ve onun yerinin fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin doğal frekanslarına

etkisini incelemişlerdir. Noktasal kütlenin büyüklüğünün, kütlenin bulunduğu yere bağlı olarak doğal frekans üzerinde etkisinin olduğunu gözlemişlerdir.

1.2 Tezin Amacı

Bu çalışmada; eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş bir çubuğun viskoelastik mesnet ve noktasal kütle sınır şartları altındaki serbest titreşim analizi ve akabinde EFD çubuklarla mesnetlenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin serbest titreşim analizi ve son olarak da yaylarla mesnetlenmiş FD kirişin harmonik anazlizi amaçlanmıştır.

1.3 Orijinal Katkı

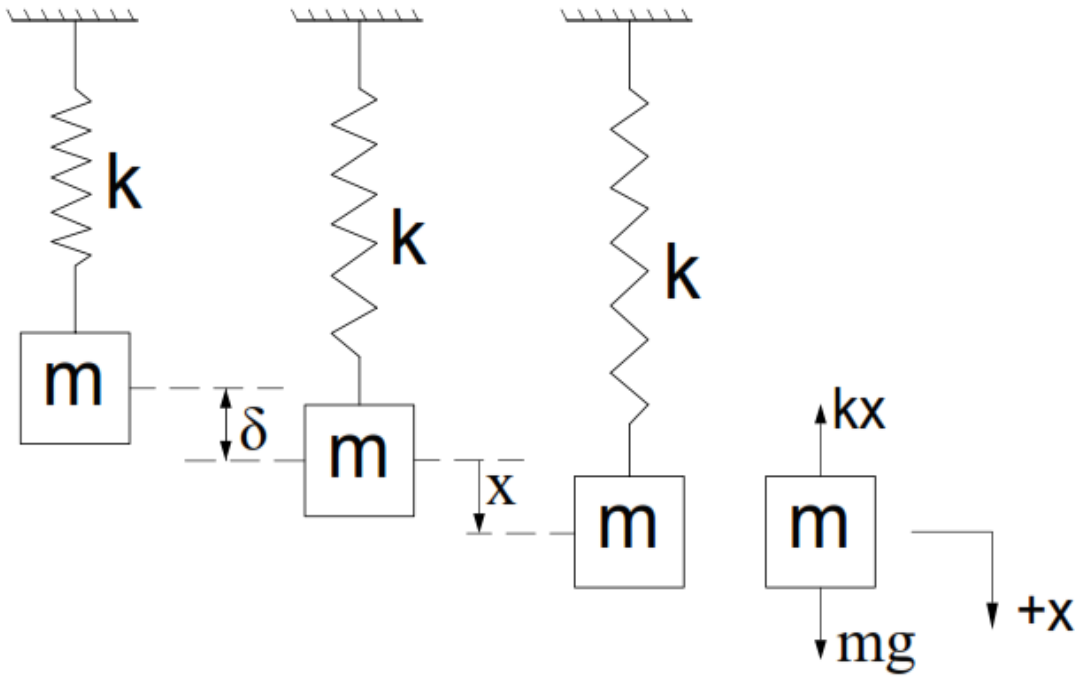
Literatürde az çalışılmış olan Eksenel Fonksiyonel Derecelendirilmiş bir çubuğun viskoelastik mesnet ve noktasal kütle sınır şartlarındaki frekans parametrelerinin incelenmiştir. Bunun yanında Eksenel Fonksiyonel Derecelendirilmiş bir çubuğun sınır şartı olarak etki etmesi durumunda Fonksiyonel Derecelendirilmiş bir kirişin çeşitli malzeme dağılımı kombinasyonları için boyutsuz frekansları incelenmiştir. Son olarak yaylarla mesnetlenmiş Fonksiyonel Derecelendirilmiş bir kirişin farklı boyutsuz yay katsayısı değerleri ve malzeme dağılım kat sayısı kombinasyonları için harmonik analizi yapılmış ve zemine iletilen kuvvet oranı incelenmiştir. Bu çalışmalar literatüre orijinal katkıyı oluşturmaktadır.

BÖLÜM 2

ÇUBUK ELEMAN İÇİN MATEMATİK MODELLEME

Bu bölümde sırasıyla basit bir kütle-yay sistemi için hareket denklemlerinin çıkarılmasına, sonlu elemanlar metoduyla homojen bir çubuk için tek bir elemanın parametrik [K] ve [M] matrisleri elde edilmiştir, yine aynı yöntemle fonksiyonel derecelendirilmiş (homojen olmayan) bir çubuğun parametrik [K] ve [M] matrisleri elde edilmiştir.

2.1 Kütle-Yay Sisteminin Hareket Denklemleri



Şekil 2.1 Kütle-Yay Modeli

Şekil 2.1'de basit bir kütle-yay sistemi modeli görülmektedir. Bu model yardımıyla kütle-yay sisteminin hareket denklemi kolaylıkla çıkarılabilecektir. İlk durumda, yani

kütlenin yay elemanına ilk asıldığı durumda, yay eleman δ kadar yer değiştirecektir. Bu durumda sistem denge halindedir ve Newton'un 2. yasasına göre durağan haldeki bir cismin üzerindeki net kuvvet sıfıra eşittir. Bu durumdan yola çıkarak:

$$\begin{aligned} mg - k\delta &= 0, \\ mg &= k\delta \end{aligned} \tag{2.1}$$

Denklem (2.1)'den görülebileceği üzere, kütle asıldıktan sonraki denge halinde yay elamanın cisme uyguladığı kuvvet cismin ağırlığına eşittir. Sistem bu şekilde denge konumunda iken cisme aşağıya doğru bir el darbesi vurulduğunu düşünelim ve sistemin serbest salınımını başlatalım. Şekil 2.1'den de görülebileceği üzere, sistem bu andan itibaren aşağıya doğru ivmelenmeye başlayacaktır. Bu andan itibaren sistemin hareket denklemi gene Newton'nun ikinci yasasına göre çıkarılabilir. Newton'nun ikinci yasasına göre hareket halindeki bir sistem ivmeleniyorsa, sistem üzerindeki net kuvvet cismin ivmesiyle doğru orantılıdır.

$$mg - k(\delta + x) = m\ddot{x} \tag{2.2}$$

Denklem (2.1), denklem (2.2)'de yerine konulursa; cismin ağırlığının hareket denklemi içerisinde yer almadığını, yani cismin ağırlığının hareketine hiçbir etkisi olmadığı ispatlamış oluyor ve nihayetinde bir kütle-yay sisteminin hareket denklemi elde edilmiş oluyor:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{2.3}$$

(2.3) eşitliği ikinci dereceden homojen adii diferansiyel denklemdir. Bu denklemin çözümü için:

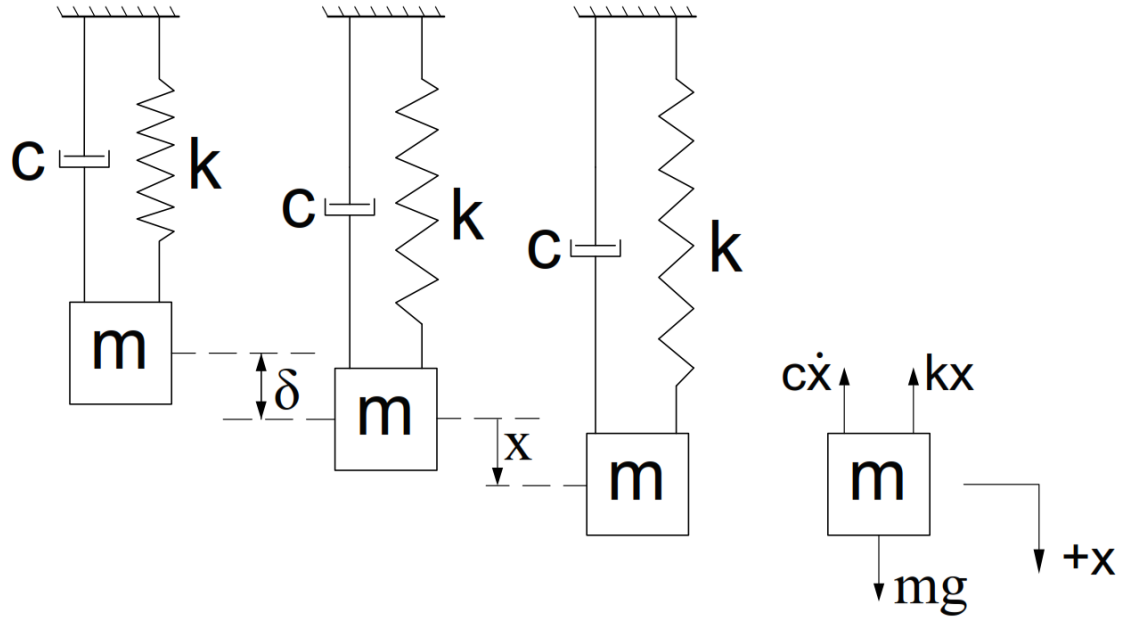
$$\begin{aligned} x &= e^{i\omega t} \\ \ddot{x} &= -\omega^2 e^{i\omega t} \end{aligned} \tag{2.4}$$

Denklem (2.4), (2.3)'te yerine konulursa;

$$\begin{aligned} (-m\omega^2 + k)e^{i\omega t} &= 0, \\ -m\omega^2 + k &= 0, \\ \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned} \tag{2.5}$$

Denklem (2.5)'te bulunan ω değeri sistemin doğal frekansıdır ve ω_n olarak da gösterilebilir. Görüldüğü üzere basit bir kütle yay sisteminin doğal frekansı yay rijitliğinin kütleye oranının karekökü olarak ifade edilebilmektedir. İleriki kısımlarda bahsedilecek olan elastik mesnetli çubuk elemanın sonlu elamanlar metoduyla doğal frekansının bulunması da bu mantığa dayanmaktadır.

2.2 Kütle-Yay-Sönüm Sisteminin Hareket Denklemleri



Şekil 2.2 Kütle-Yay-Sönüm Modeli

Şekil 2.2'de kütle-yay- sönüm modeli görülmektedir. Bir önceki kısımda da bahsi geçtiği üzere, kütle sisteme ilk eklendiğinde sistem +x yönünde δ kadar deforme olur ve denge konumuna gelir. Bu konumdayken Newton'nun 2. prensibine göre;

$$mg = k\delta + c\dot{\delta} \tag{2.6}$$

Bu konumdayken (denge konumu); sistemi tahrik amacıyla kütleye +x yönünde bir el darbesi vurulup çekildiğini düşünülürse, kütle +x yönünde ivmelenmeye başlar ve gene Newtonun 2. yasasına göre:

$$mg - k(\delta + x) - c(\dot{\delta} + \dot{x}) = m\ddot{x} \tag{2.7}$$

Denklem (2.6), denklem (2.7)'de yerine konulursa, bir önceki kısımda da ispatladığı üzere, cismin ağırlığının hareket denkleminde yer almadığı ispatlanmış olur:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \tag{2.8}$$

Denklem (2.8) kütle-yay-sönüm sisteminin hareket denklemidir. Bu diferansiyel denklem quadratik formda diferansiyel denklem olarak isimlendirilir ve quadratik formda hareket denklemine sahip olan bir sistemin rezonans frekanslarını bulmak nispeten daha zordur. (2.8)'in çözümü için;

$$\begin{aligned} x &= e^{i\omega_d t}, \\ \dot{x} &= i\omega e^{i\omega_d t}, \\ \ddot{x} &= -\omega^2 e^{i\omega_d t} \end{aligned} \tag{2.9}$$

Denklem (2.9), (2.8)'de yerine konulursa:

$$\begin{aligned} &(-\omega_d{}^2 m + i\omega_d c + k)e^{i\omega_d t} = 0, \\ &(-\omega_d{}^2 m + i\omega_d c + k) = 0 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Denklem (2.10)'daki ω_d sistemin sönümlü rezonans frekansıdır ve bu değeri bulmak için genellikle (2.10)'daki son eşitlikte nümerik yöntemler kullanılmaktadır. İleriki kısımlarda bahsedilecek olan, Viskoelastik mesnetli bir çubuğun rezonans frekanslarının sonlu elemanlar metoduyla bulunması da bu mantığa dayanmaktadır.

Bu iki kısımda anlatılan yöntem Newton metoduyla basit bir kütle-yay veya kütle-yay-sönüm sisteminin hareket denkleminin çıkarılmasıydı. Sistem karmaşıklaştıkça bu yöntemi kullanarak hareket denklemlerinin çıkarılması zorlaşacaktır. Bu sebepten dolayı, ileriki kısımlarda bahsi geçecek olan sonlu elemanlar metoduyla hareket denklemlerinin çıkarılmasında Langrange enerji metodu kullanılmıştır.

2.3 Langrange Denklemleri

Bir önceki kısımda da bahsedildiği gibi, karmaşık bir sistemin hareket denklemlerinin çıkarılmasında Newton yöntemi yerine Langrange eşitliklerinin kullanılması çok daha basit olabilmektedir. Langrange eşitlikleri sistemin potansiyel, kinetik ve sönüm enerjisini içine alan denklemlerdir. Sistemin serbestlik derecesinin p olduğu varsayılarak Langrange eşitliği aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial E_k}{\partial q_i}+\frac{\partial E_p}{\partial q_i}+\frac{\partial E_D}{\partial \dot{q}_i}=Qi \tag{2.11}$$

Burada;

i=1,2,3,…….,p

E_k : Sistemin toplam kinetik enerjisi

E_p : Sistemin toplam potansiyel enerjisi

E_D : Sistemin toplam sönüm enerjisi

q_i : Genelleştirilmiş koordinatlar

Q_i : Genelleştirilmiş kuvvet ve momentler

2.4 Sonlu Elemanlar Yöntemi

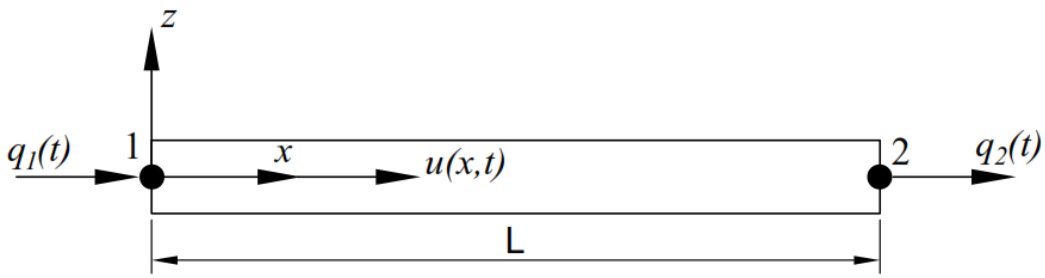
Önceki kısımlarda değinilen kütle-yay ve kütle-yay-sönüm sistemi tek serbestlik derecesine sahipti. Yalnızca tek eksende hareket edebilen bir çubuk, uç uca eklenmiş sonsuz sayıda kütle yay sistemi olarak modellenebilir. Ancak bu çubuğun hareket denklemlerini türetebilmek için bu sonsuz sayıda kütle yay sistemini sonlu sayılara indirgemek gerekir. Sonlu sayılara indirildiğinde bile, önceki kısımlarda bahsedilen Newton yöntemiyle hareket denklemlerini çıkarmak oldukça uzun bir zaman gerektirebilir. Bunun yerine, çubuğun hareket denklemlerini enerji metoduyla çıkarmak daha pratik olabilmektedir.

Sonlu elemanlar yöntemi sadece çubuklara değil, kirişlere, plaklara, kabuk elemanlara da uygulanabilmektedir. Bu yöntemin amacı sonsuz sayıda serbestliğe sahip olan bir yapıyı sonlu sayılara indirgeyerek çözüme yaklaşmaktır. Bu açıklamalardan da tahmin edilebileceği üzere sistemin indirgendiği serbestlik derecesi ne kadar fazla olursa, sonuca da o denli yaklaşılmış olunur.

Tahmin edilebileceği üzere analiz edilecek yapı karmaşıklaştıkça, bir bilgisayar yazılımı olmadan sonlu elemanlar yönteminin uygulanması zorlaşmaktadır. Bu amaca hizmet etmek amacıyla günümüzde çeşitli bilgisayar yazılımları, kullanıcıların hizmetine sunulmaktadır. Bu bilgisayar yazılımları elde edilen denklemleri hızlı bir şekilde çözüp sonuca ulaştırabilmektedir. Kesin çözüme olabildiğince yaklaşmak için, bu yazılımlar

kullanılarak sistemin indirgendiği serbestlik derecesi çok yüksek seviyelerde tutulabilmektedir.

2.4.1 Eksenel Uzama Hali



Şekil 2.3 Eksenel (Boyuna) Uzama Halinin Modeli

Şekil 2.3'te sadece eksenel yönde yer değiştirebilen boyuna elemanın modeli görülmektedir. Bu eleman, sonsuz sayıda boyuna elemandan oluşan eksenel yönde yer değiştiren bir çubuğun elemanlarından sadece bir tanesi gibi düşünülebilir. Sonlu elemanlar metodu uygulanarak yani bu elemanlardan sonlu sayıda uç uca getirerek, eksenel uzayan biz çubuğun hareket denklemleri elde edilebilir.

Şekil 2.3'teki *u(x,t)* boyuna elemanın herhangi bir yerindeki yer değiştirmedir. (2.3)'teki 1 ve 2 nolu düğüm noktalarının yer değiştirmesi ($q_1(t)$ ve $q_2(t)$) bilinir ise, şekil fonksiyonları sayesinde elemanın herhangi bir yerindeki x ekseni doğrultusundaki yer değiştirmesi bulunabilir:

$$u(x,t) = N_1.q_1(t) + N_2.q_2(t) \tag{2.12}$$

Denklem (2.12)'deki N_1 *ve* N_2 şekil fonksiyonları x'e bağımlıdır. Her bir düğüm noktasıyla ona ait şekil fonksiyonu (N_1 *ve* N_2) çarpılmış ve birbirleriyle toplanmıştır. Bu sayede eksenel elemanın herhangi bir yerindeki yer değiştirmeye ulaşılmıştır. N_1 *ve* N_2 şekil fonksiyonları x'e bağımlıdır.

Daha önce de bahsedildiği gibi, boyuna elemanın hareket denklemi çıkarılırken enerji yönteminden faydalanılacak. Bu doğrultuda boyuna elemanın kinetik ve potansiyel enerjilerinin elde edilmesi gerekmektedir. Kinetik ve potansiyel enerjisini elde etmek için ise boyuna elemanın birim yer değiştirmesinin bulunması gerekmektedir. Birim yer değiştirme:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{2.13}$$

Birim yer değiştirmeyi bulmadan önce, boyuna elemanın şekil fonksiyonlarını elde etmek gerekmektedir. Şekil fonksiyonları lineer fonksiyonlar olarak kabul edilirse:

$$\begin{aligned} N_1 &= ax + b \\ N_2 &= cx + d \end{aligned} \tag{2.14}$$

Olarak ifade edilebilir. Şekil 2.3'ten de görülebileceği üzere orjin noktası 1 nolu düğüm noktası olarak kabul edilmiştir. Buradan yola çıkarak ve denklem (2.12)'yi kullanarak:

$$u(0,t) = q_1(t) \tag{2.15}$$

$$u(L,t) = q_2(t) \tag{2.16}$$

Olması gerekmektedir. (2.14)'teki eşitlikler (2.12)'de yerine konulursa:

$$u(0,t) = (ax + b)q_1(t) + (cx + d)q_2(t) \tag{2.17}$$

$$u(L,t) = (ax + b)q_1(t) + (cx + d)q_2(t) \tag{2.18}$$

(2.17) nolu eşitlikte x yerine 0 yazılıp $u_1(t)$'ye eşitlenirse ve (2.18) nolu eşitlikte x yerine L yazılıp $u_2(t)$'ye eşitlenirse, şekil fonksiyonları:

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \frac{x}{L} \\ N_2 &= \frac{x}{L} \end{aligned} \tag{2.19}$$

Olarak elde edilir. Daha önceden de bahsedildiği gibi şekil fonksiyonlarının x'e bağımlı olduğu (2.19)'dan görülebilir. (2.19), (2.12)'de yerine yazılırsa, boyuna elemanın herhangi bir yerindeki yer değiştirme:

$$u(x,t) = \left(1 - \frac{x}{L}\right)q_1(t) + \left(\frac{x}{L}\right)q_2(t) \tag{2.20}$$

Olarak elde edilir. Denklem (2.20) matris notasyonunda yazılırsa:

$$u(x,t)=\begin{bmatrix}1-\frac{x}{L} & \frac{x}{L}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}q_1\\ q_2\end{Bmatrix}=[N]\{q\} \tag{2.21}$$

Birim yer değiştirmeyi bulmak için ise denklem (2.20) denklem (2.13)'te yerine yazılırsa:

$$\varepsilon_x=\left(-\frac{1}{L}\right)q_1(t)+\left(\frac{1}{L}\right)q_2(t) \tag{2.22}$$

Birim yer değiştirme matris notasyonunda yazılırsa:

$$\varepsilon_x=\begin{bmatrix}-\frac{1}{L} & \frac{1}{L}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}q_1\\ q_2\end{Bmatrix}=[B]\{q\} \tag{2.23}$$

Olarak ifade edilebilir. Denklem (2.21) ve denklem (2.23) karşılaştırıldığında, şekil fonksiyonu matrisinin türevinin [*B*] matrisiyle ifade edildiği görülebilir.

Boyuna elemanın gerilme ifadesi ise:

$$\sigma_x=E\varepsilon_x=E[B]\{q\} \tag{2.24}$$

Olarak ifade edilebilir. Buradaki *E* çubuğun elastiste modülüdür. Bu aşamadan itibaren boyuna elemanın potansiyel ve kinetik enerji ifadelerinin elde edilmesine geçilebilir. Elemanın potansiyel enerjisi:

$$U=\frac{1}{2}\int_V \sigma_x\varepsilon_x dV=\frac{1}{2}\int_V E[B]\{q\}[B]\{q\}\,dV \tag{2.25}$$

Olarak ifade edilebilir. Matrislerin çarpılabilmesi açısından:

$$U=\frac{1}{2}\int_V E[B]^T\{q\}^T[B]\{q\}\,dV \tag{2.26}$$

Şeklinde düzenlenmelidir. Bu aşamadan sonra istenilirse *U* potansiyel ifadesi Langrange denklemlerinde yerine koyulabilir. Fakat burada daha pratik bir çözüm yöntemine gidilecektir: Denklem (2.26);

$$U=\frac{1}{2}\left[\int_V E[B]^T[B]dAdx\right]\{q\}^T\{q\} \tag{2.27}$$

Şeklinde son halini alır. Daha önce boyuna çubuk elemanların bir yay olarak davrandığına değinilmişti. Burada bu benzetimin avantajı kullanılacaktır. Yay elemanın potansiyel enerji ifadesi hatırlatılacak olursa:

$$U_{yay} = \frac{1}{2} k q^2 \tag{2.28}$$

Bir yay elemanın potansiyel enerji ifadesi (2.28)'deki gibi ifade edilebilir. (2.28)'deki *k*, yayın rijitlik değeridir.

Denklem (2.27) ve denklem (2.28) karşılaştırılırsa; (2.28)'deki rijitlik değeri, (2.27)'deki köşeli parantez içindeki kısma karşılık gelmektedir. Sonlu elmanlar notasyonunda bu kısma rijitlik matrisi denir ve şöyle ifade edilir:

$$[K] = \left[\int_V E [B]^T [B] dA dx \right] \tag{2.29}$$

Denklem (2.29)'da [*K*] rijitlik matrisidir. Denklem (2.23)'teki [*B*] matrisi (2.29)'da yerine konulursa:

$$[K] = E \int_0^L \int_A \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} dA dx \tag{2.30}$$

Olarak elde edilir. (2.30)'da çubuğun prizmatik olduğunu (kesit değişimi yok) göz önünde bulundurarak gerekli integral alma işlemleri yapılırsa:

$$[K] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

Şeklinde eksenel elemanın rijitlik (katılık) matrisi elde edilir. Eksenel (boyuna) elemanın kinetik enerji ifadesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dA dx \tag{2.32}$$

Buradaki ρ çubuğun öz kütlesidir. Denklem (2.21) denklem (2.32)'de yerine yazılırsa:

$$T = \frac{1}{2}\int_0^L \int_A \rho \left[N\right]^T \left\{\dot{q}\right\}^T \left[N\right]\left\{\dot{q}\right\} dA dx \tag{2.33}$$

Şeklinde elde edilir. (2.33) düzenlenirse:

$$T = \frac{1}{2}\left[\int_0^L \int_A \rho \left[N\right]^T \left[N\right] dA dx\right]\left\{\dot{q}\right\}^T \left\{\dot{q}\right\} \tag{2.34}$$

Şeklinde nihai kinetik enerji ifadesi elde edilir. Bulunan bu kinetik enerji ifadesi arzu edilirse Langrange eşitliğine entegre edilip boyuna elemanın kütle matrisine ulaşılabilir. Fakat burada tekrardan kütle-yay benzetiminden yararlanılacak. Basit bir kütle yay sisteminin kinetik enerji ifadesi hatırlatılırsa:

$$T_{kütle-yay} = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 \tag{2.35}$$

Denklem (2.35) basit bir kütle yay sisteminin kinetik enerji ifadesidir. Denklem (2.34)'teki $\left\{\dot{q}\right\}$ ifadesinin kütlenin hızını temsil ettiğini göz önünde bulundurarak, denklem (2.34) ve (2.35) karşılaştırıldığında, (2.35)'teki kütle değerinin (2.34)'te köşeli parantez içinde kalan kısma karşılık geldiği aşikârdır. Sonlu elemanlar notasyonunda bu kısma kütle matrisi denir ve şöyle ifade edilir:

$$\left[M\right] = \left[\int_0^L \int_A \rho \left[N\right]^T \left[N\right] dA dx\right] \tag{2.36}$$

Denklem (2.19)'daki şekil fonksiyonları (2.36)'da yerine konulursa:

$$\left[M\right] = \rho \int_0^L \int_A \begin{bmatrix} 1-\frac{x}{L} \\ \frac{x}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-\frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} dA dx \tag{2.37}$$

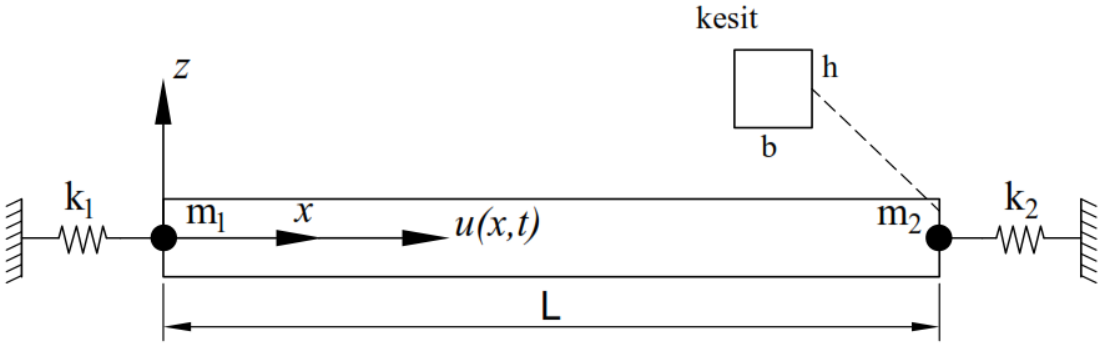
İfadesi elde edilir. Çubuğun prizmatik (kesit değişimi yok) olduğunu göz önünde bulundurarak, gerekli integraller alınırsa:

$$\left[M\right] = \frac{\rho A L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

Şeklinde eksenel elemanın kütle matrisi elde edilir.

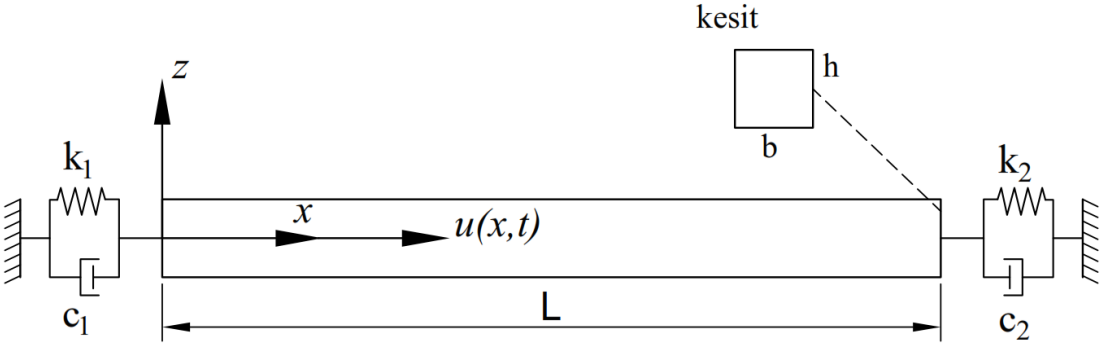
2.5 Eksenel Fonksiyonel Derecelendirilmiş (EFD) Çubuk

Bir önceki kısımda homojen prizmatik bir çubuk elemanın sonlu elemanlar metoduyla rijitlik ve kütle matrisleri çıkarılmıştı. Bu kısımda; her iki ucunda noktasal kütleler ihtiva eden elastik mesnetli eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş (EFD) bir çubuğun ve noktasal kütleler barındırmayan viskoelastik mesnetli EFD çubuğun sonlu elemanlar metoduyla boyutsuz rezonans frekansları analiz edilecektir. Bahsi edilen bu iki tip sistem aşağıdaki gibi modellenebilir:



Şekil 2.4 Noktasal kütleli elastik mesnetli EFD çubuk

Şekil 2.4'te her iki ucunda noktasal kütleler ihtiva eden elastik mesnetli EFD çubuk modeli görülmektedir.



Şekil 2.5 Viskoelastik mesnetli EFD çubuk

Şekil 2.5'te Viskoelastik mesnetli EFD çubuk modeli görülmektedir.

Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş çubuklar, malzeme özellikleri bir ucundan diğer ucuna belirli bir kuvvet dağılımına göre değişen çubuklardır ki homojen olmamasının sebebi de budur. Şekil 2.4 ve Şekil 2.5'teki çubuklar sol uçları alüminyum, sağ uçları

alümina elementleri ihtiva eder ve çubuk ekseni boyunca belirli bir kuvvet kanunu dağılımına göre malzeme özellikleri açısından alüminyumdan alüminaya düzgün bir geçiş vardır ki eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş olarak adlandırılmaları bu yüzdendir. Eksen boyunca değişkenlik gösteren malzeme özellikleri; elastiste modülü, *E(x)* ve yoğunluk, *ρ(x)*'tir. Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş çubukların kuvvet kanunu dağılımının en genel haliyle aşağıdaki gibi olduğu varsayılmıştır:

$$P(x) = (P_L - P_R)\left(1 - \frac{x}{L}\right)^n + P_R \tag{2.39}$$

Denklem (2.39)'daki P_L ve P_R, eksenel (boyuna) çubuğun sırasıyla sol ve sağ yüzeylerindeki herhangi bir malzeme özelliğini temsil etmektedirler. L çubuğun boyudur, n ise kuvvet kanunu üstelidir. Çubuğun sol ve sağ yüzeylerindeki malzeme özellikleri aşağıda verilmiştir.

Çizelge 2.1 Çubuğun sol ve sağ yüzeylerinin malzeme özellikleri

	E (GPa)	ρ (kg/m^3)
Alüminyum	70	2700
Alümina	380	3800

Denklem (2.39)'daki kuvvet kanunu dağılımı varsayımına göre; çubuğun herhangi bir yerindeki malzeme özelliği, n kuvvet kanunu üstelinin ve x çubuğun ekseni boyunca konumun bir fonksiyonudur.

2.5.1 EFD Çubuk Elemanın Rijitlik ve Kütle Matrisinin Çıkarılması

Şekil 2.4 ve Şekil 2.5'teki eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş boyuna çubuğun herhangi bir yerindeki yer değiştirmesinin denklem (2.12) ve birim yer değiştirmesinin denklem (2.13) ile aynı olduğunu hatırlatmakta fayda vardır. Fakat gerilme ifadesinin denklem (2.24)'ten bir farkı vardır. Şekil 2.4 ve 2.5'ten de görülebileceği gibi çubuğun orijin noktası sol yüzeyle tarafsız eksenin kesiştiği noktadır. EFD çubuğun gerilme ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sigma_x = E(x)[B]\{q\} \tag{2.40}$$

Denklem (2.40) ile denklem (2.24) karşılaştırıldığında; eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş bir çubuğun gerilme ifadesindeki değişken elastiklik modülü göze çarpmaktadır. EFD çubuğun potansiyel enerjisi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$U = \frac{1}{2}\int_0^L \int_A E(x)\left[B\right]^T \left\{q\right\}^T \left[B\right]\left\{q\right\} dA dx \tag{2.41}$$

Denklem (2.41)'de görülebileceği üzere, EFD çubuğun potansiyel enerji ifadesi bulunurken elastiste modülü integral dışına bir sabit olarak çıkamamaktadır. Elastiste modülünün değişimi kuvvet kanunu dağılımına göre şöyle ifade edilebilir:

$$E(x) = (E_L - E_R)\left(1 - \frac{x}{L}\right)^n + E_R \tag{2.42}$$

Çubuğun prizmatik olduğu göz önünde bulundurularak:

$$A = \int_A dA \tag{2.43}$$

A kesit alanın integral dışına sabit olarak çıktığı (2.43)'teki gibi gösterilebilir. (2.43), (2.41)'de işletilip düzenlenirse:

$$U = \frac{1}{2}\left[A\left[B\right]^T \left[B\right] \int_0^L E(x)dx \right] \left\{q\right\}^T \left\{q\right\} \tag{2.44}$$

Yay potansiyel enerjisi benzetiminden, (2.44)'deki köşeli parantez içinde kalan kısmın çubuk elemanın rijitlik matrisi olduğu görülebilir ve:

$$\left[K\right] = A\left[B\right]^T \left[B\right] \int_0^L E(x)dx \tag{2.45}$$

Şeklinde ifade edilir. (2.45)'teki integral içindeki ifade kısaca:

$$A_{xx} = \int_0^L E(x)dx \tag{2.46}$$

Olarak gösterilirse, rijitlik matrisi aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$[K] = A\begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} A_{xx} \tag{2.47}$$

Ve rijitlik matrisi aşağıdaki gibi nihai şeklini alır:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{A.A_{xx}}{L^2} & -\frac{A.A_{xx}}{L^2} \\ -\frac{A.A_{xx}}{L^2} & \frac{A.A_{xx}}{L^2} \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

A_{xx}'i bulmak için; denklem (2.42), (2.46)'da yerine yazılırsa:

$$A_{xx} = \int_0^L \left((E_L - E_R)\left(1 - \frac{x}{L}\right)^n + E_R \right) dx \tag{2.49}$$

Ve gerekli integral alma işlemleri yapılırsa A_{xx} aşağıdaki gibi nihai şeklini alır:

$$A_{xx} = \frac{(E_L - E_R)L}{n+1} + E_R L \tag{2.50}$$

EFD çubuğun potansiyel enerjisi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$T = \frac{1}{2}\int_0^L \int_A \rho(x)[N]^T \{\dot{q}\}^T [N]\{\dot{q}\} dA dx \tag{2.51}$$

Denklem (2.51)'de görülebileceği üzere, EFD çubuğun kinetik enerji ifadesi bulunurken çubuğun yoğunluğu integral dışına bir sabit olarak çıkamamaktadır. Yoğunluk (öz kütle) değişimi kuvvet kanunu dağılımına göre şöyle ifade edilebilir:

$$\rho(x) = (\rho_L - \rho_R)\left(1 - \frac{x}{L}\right)^n + \rho_R \tag{2.52}$$

Çubuğun prizmatik olduğu tekrar hatırlatılarak, (2.51) düzenlenirse:

$$T = \frac{1}{2}\left[A\int_0^L [N]^T [N] \rho(x) dx \right] \{\dot{q}\}^T \{\dot{q}\} \tag{2.53}$$

Kütle-yay kinetik enerjisi benzetiminden, (2.53)'deki köşeli parantez içinde kalan kısmın çubuk elemanın kütle matrisi olduğu görülebilir ve:

$$[M]=\left[A\int_0^L [N]^T[N]\rho(x)dx\right] \tag{2.54}$$

Şeklinde ifade edilir. Denklem (2.19)'da nihai halini almış olan şekil fonksiyonları denklem (2.54)'te yerlerine yazılırsa:

$$[M]=A\int_0^L \begin{bmatrix} 1-\frac{x}{L} \\ \frac{x}{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1-\frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix}\rho(x)dx \tag{2.55}$$

(2.55)'te integral içindeki gerekli matris çarpım işlemi yapılırsa kütle matrisini oluşturmak için gerekli olacak integral alma işlemleri daha net görülebilir:

$$[M]=A\int_0^L \begin{bmatrix} 1-\frac{2x}{L}+\frac{x^2}{L^2} & \frac{x}{L}-\frac{x^2}{L^2} \\ \frac{x}{L}-\frac{x^2}{L^2} & \frac{x^2}{L^2} \end{bmatrix}\rho(x)dx \tag{2.56}$$

Gerekli integral alma işlemleri yapılırsa kütle matrisi nihai şekilni alır:

$$[M]=\begin{bmatrix} A.I_A-\frac{2A.I_B}{L}+\frac{A.I_D}{L^2} & \frac{A.I_B}{L}-\frac{A.I_D}{L^2} \\ \frac{A.I_B}{L}-\frac{A.I_D}{L^2} & \frac{A.I_D}{L^2} \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

(2.57)'deki I_A, I_B, I_D birer integral ifadeleridir ve aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\begin{aligned} I_A &= \int_0^L \rho(x)\,dx \\ I_B &= \int_0^L \rho(x)\,x\,dx \\ I_D &= \int_0^L \rho(x)\,x^2\,dx \end{aligned} \tag{2.58}$$

Gerekli integral alma işlemleri yapılırsa I_A, I_B, I_D aşağıdaki gibi elde edilir:

$$I_A = \frac{(\rho_L - \rho_R)L}{n+1} + \rho_R L$$
$$I_B = \frac{(\rho_L - \rho_R)L^2}{(n+1)(n+2)} + \rho_R \frac{L^2}{2} \tag{2.59}$$
$$I_D = \frac{(\rho_L - \rho_R)L^3}{(n+1)(n+2)(n+3)} + \rho_R \frac{L^3}{3}$$

Sonlu elemanlar metodu notasyonuyla düşünüldüğünde (2.48) ve (2.59) iki serbestlik derecesine sahip eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş bir çubuk elemanın rijitlik ve kütle matrisleridir. Kesin çözüme yaklaşmak adına serbestlik derecesinin yeteri kadar artırılması gerektiğine değinilmişti. Bu sebepten dolayı, çubuk elemanın serbestlik derecesi arttırılıp hareket denklemleri kullanılarak istenen çözüme ulaşılmalıdır. Her bir elemanın rijitlik ve kütle matrisleri doğru bir şekilde birleştirildiğinde; yeni oluşan rijitlik matrisine global rijitlik matrisi $[K]_{global}$, kütle matrisine ise global kütle matrisi $[M]_{global}$ ismi verilebilir.

$$[K]_{global} = \begin{bmatrix} \frac{A.A_{xx}}{L^2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\frac{A.A_{xx}}{L^2} \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ -\frac{A.A_{xx}}{L^2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{A.A_{xx}}{L^2} \end{bmatrix} \tag{2.60}$$

$$[M]_{global} = \begin{bmatrix} A.I_A - \frac{2A.I_B}{L} + \frac{A.I_D}{L^2} & \cdot & \cdot & \frac{A.I_B}{L} - \frac{A.I_D}{L^2} \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ \frac{A.I_B}{L} - \frac{A.I_D}{L^2} & \cdot & \cdot & \frac{A.I_D}{L^2} \end{bmatrix} \tag{2.61}$$

Denklem (2.60) ve (2.61); uç uca eklenmiş eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş iki serbestlik derecesine sahip çok sayıda çubuk elemanın oluşturduğu bir sistemin sırasıyla rijitlik ve kütle matrislerini temsil etmektedirler.

Bu aşamada Şekil 2.4'de her iki ucunda noktasal kütleler ihtiva eden elastik mesnetli EFD çubuk ele alınırsa, Şekil 2.4'teki sistemin global rijitlik ve global kütle matrisi için (2.60) ve (2.61)'in yeterli olmadığı görülmektedir. Çünkü çubuğun her iki ucuna birer yay bağlanmıştır. Bu yay rijitlik değerlerinin de (k_1, k_2) global rijitlik matrisi içinde yerini alması gerekmektedir. Bunun için arzu edilirse:

$$U = \frac{1}{2}\{q\}^T [K]_{global} \{q\} + \frac{1}{2}k_1 q_1^2 + \frac{1}{2}k_2 q_p^2 \tag{2.62}$$

(2.62), yani tüm sistemin potansiyel enerji ifadesi, Langrange denklemlerinde yerine konulup yay değerlerinin global rijitlik matrisinde nerelere denk geldiği görülebilir. (2.62)'deki k_1 sol taraftaki yayın rijitlik değeri, k_2 sağ taraftaki yayın rijitlik değeri olup, p sağ taraftaki yayın çubukta kaçıncı düğün noktasına geldiğini gösterir (çubuğun sol tarafı birinci düğüm noktası, sağ tarafı p'ninci düğüm noktası) Aynı şekilde çubuk her iki ucunda noktasal kütleler ihtiva ettiği için (m_1, m_2) global kütle matrisinde yerini alması gerekmektedir. Kütlelerin matris içinde nerelere denk geldiğini görmek için istenilirse:

$$T = \frac{1}{2}\{\dot{q}\}^T [M]_{global} \{\dot{q}\} + \frac{1}{2}m_1 \dot{q}_1^{\,2} + \frac{1}{2}m_2 \dot{q}_p^2 \tag{2.63}$$

(2.63), yani tüm sistemin kinetik enerji ifadesi, Langrange denklemlerinde yerine konulup yay değerlerinin global rijitlik matrisinde nerelere denk geldiği görülebilir. (2.63)'deki m_1 sol taraftaki kütlenin değeri, m_2 sağ taraftaki kütlenin değeri olup, p sağ taraftaki kütlenin çubukta kaçıncı düğün noktasına geldiğini gösterir.

Daha pratik bir çözüm olarak, yay değeri çubukta kaçıncı düğüm noktasına denk geliyorsa global rijitlik matrisinde o noktaya yerleştirilir. Şekil 2.4'teki modelde yaylar çubuğun ilk ve son düğüm noktalarına denk gelmektedir. Bu yüzden k_1 ve k_2 yay değerleri çubuğun global rijitlik matrisinde $[K]_{11}$ ve $[K]_{pp}$ konumlarına yerleştirilebilir. p değeri çubuğun kaç elemana bölündüğüne göre değişir fakat $[K]_{pp}$'yi genel olarak, çubuk elemanın global rijitlik matrisinin son satırıyla son sütununun kesiştiği yer olarak tanımlayabiliriz. Aynı şekilde, sağ ve soldaki kütle değerleri çubukta kaçıncı düğüm

noktasına denk geliyorsa çubuğun global kütle matrisinde o noktaya yerleştirilir. Şekil 2.4'teki modelde kütleler çubuğun ilk ve son düğüm noktalarına denk gelmektedir. Bu yüzden m_1 ve m_2 kütle değerleri çubuğun global kütle matrisinde $[M]_{11}$ ve $[M]_{pp}$ konumlarına yerleştirilebilir. Bu yönlendirmeler doğrultusunda Şekil 2.4'teki sistemin global rijitlik ve global kütle matrisleri aşağıdaki gibidir:

$$[K]_{global} = \begin{bmatrix} \frac{A.A_{xx}}{L^2} + k_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\frac{A.A_{xx}}{L^2} \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ -\frac{A.A_{xx}}{L^2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{A.A_{xx}}{L^2} + k_2 \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

$$[M]_{global} = \begin{bmatrix} A.I_A - \frac{2A.I_B}{L} + \frac{A.I_D}{L^2} + m_1 & \cdot & \cdot & \frac{A.I_B}{L} - \frac{A.I_D}{L^2} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ \frac{A.I_B}{L} - \frac{A.I_D}{L^2} & \cdot & \cdot & \frac{A.I_D}{L^2} + m_2 \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

Elastik mesnetli EFD çubuk için global rijitlik ve kütle matrisleri çıkarılmıştır. Bu matrisler elastik mesnetli ve noktasal kütle ihtiva eden EFD çubuğun hareket denklemlerini çıkarmak için yeterlidir. Viskoelastik mesnetli çubuk söz konusu olduğunda bu matrislere bir de global sönüm matrisi $[D]_{global}$ eklenecektir. Çubuk elemanın malzeme sönümü ihmal edilmiştir. Bu yüzden $[D]_{global}$ sönüm matrisinde sıfıra eşit olmayan yerler sadece $[D]_{11}$ ve $[D]_{pp}$' dir. Buradaki p değerinin çubuğun serbestlik derecesine göre değişkenlik gösterdiğinin hatırlatılmasında fayda vardır. Fakat $[D]_{pp}$'yi genel olarak, sönüm matrisinin son satırıyla son sütununun kesiştiği yer olarak tanımlayabiliriz (sınır şartı uygulanmış hali). Sol ve sağdaki sönüm elemanlarının sönüm değerleri sırasıyla c_1 ve c_2 olarak gösterilirse, global sönüm matrisi $[D]_{global}$ aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$[D]_{global} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & & & & . \\ 0 & & . & & & . \\ . & & & . & & . \\ . & & & & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & 0 & c_2 \end{bmatrix} \tag{2.66}$$

Bu aşamadan sonra artık EFD çubuğun en genel halde hareket denklemleri çıkarılabilir. Önceki kısımlarda kütle-yay-sönüm sisteminin hareket denklemi çıkarılmıştı. Denklem (2.8)'den faydalanarak EFD çubuğun sonlu elemanlar notasyonuyla hareket denklemi şu şekilde gösterilebilir:

$$[M]_{global}\{\ddot{q}\} + [D]_{global}\{\dot{q}\} + [K]_{global}\{q\} = 0 \tag{2.67}$$

Sonlu elemanlar notasyonundaki ikinci dereceden homojen adii diferansiyel denklemi (2.67) çözmek için denklem (2.8)'in çözüm yöntemiyle aynı çözüm yöntemi uygulanır:

$$\begin{aligned} \{q(t)\} &= \{\bar{q}\}e^{i\omega t}, \\ \{\dot{q}(t)\} &= i\omega\{\bar{q}\}e^{i\omega t}, \\ \{\ddot{q}(t)\} &= -\omega^2\{\bar{q}\}e^{i\omega t} \end{aligned} \tag{2.68}$$

Denklem (2.68), (2.67)'de yerine yazılırsa:

$$\left([K]_{global} + i\omega[D]_{global} - \omega^2[M]_{global}\right)\{\bar{q}\}e^{i\omega t} = 0 \tag{2.69}$$

Olarak düzenlenebilir. Buradaki ω sistemin rezonans frekansıdır. (2.69)'daki parantez içindeki kısmın sıfıra eşit olduğu açıktır denklem (2.69) düzenlenerek aşağıdaki gibi son halini alır.

$$\left([K]_{global} + i\omega[D]_{global} - \omega^2[M]_{global}\right) = 0 \tag{2.70}$$

Eğer EFD çubuk elastik mesnetliyse yani $[D]_{global}$ sıfıra eşit ise, denklem (2.70)'in çözümünden bulunacak rezonans frekansları sistemin doğal frekansıdır. Fakat eğer EFD çubuk viskoelastik mesnetliyse yani $[D]_{global} \neq 0$ ise (2.70) in çözümden bulunacak rezonans frekansları sistemin sönümlü doğal frekanslarıdır.

BÖLÜM 3

ELASTİK ve VİSKOELASTİK MESNETLİ EFD ÇUBUĞUN FREKANS ANALİZ SONUÇLARI

Şu ana kadar literatürdeki payının azlığından dolayı, bölüm 2'de eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş çubuklar üzerine odaklanılmıştır. Bu bölümde de, daha önceki bölümde elde edilen EFD çubuğun hareket denklemleri sayesinde, çeşitli sınır şartları altındaki frekans parametreleri incelenecektir. Viskoelastik nokta mesnetli EFD çubuk ve çubuğun her iki ucunda noktasal kütleler olmak kaydıyla elastik nokta mesnetli EFD çubuğun serbest titreşimi çubuk teorisi varsayımıyla incelenmiştir. Çubuğun malzeme özelliklerinin kuvvet kanununa göre eksenel doğrultuda değişkenlik gösterdiği varsayılmıştır. Viskoelastik mesnet için farklı rijitlik ve sönüm değerleri incelenmiştir.

EFD çubuğun sol ve sağındaki yay rijitlik ve sönüm değerleri eşit farz edilmiştir ($k_1=k_2=k_s$, $c_1=c_2=c_s$). Elastik mesnetli EFD çubuk için sağ ve soldaki kütle değerleri de eşit farz edilmiştir ($m_1=m_2=m$).

Daha önce literatürde mevcut olan diğer çalışmalarla karşılaştırabilmek amacıyla, sistemin rezonans frekansları boyutsuz olarak elde edilmiştir. Denklem (2.70) nümerik analiz yöntemiyle çözüldüğü için, boyutsuz değerlerle çalışmak çözümü hızlandırmıştır. Bu çalışmada kullanılan boyutsuz değerler aşağıda verilmiştir:

$$\kappa=\frac{k_s L}{E_L A},\ \mu=c_s\sqrt{\frac{1}{\rho_L A^2 E_L}},\ \beta=\frac{m}{\rho_L A L},\ \lambda^2=\frac{\rho_L \omega^2 L^2}{E_L} \tag{3.1}$$

Burada κ elastik mesnetin boyutsuz yay katsayısı, μ viskoelastik mesnetin boyutsuz sönüm katsayısıdır. β kütle oranı, λ ise sistemin frekans parametresidir.

Boyutsuzlaştırma işlemi yapıldıktan sonra temel hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\left(\left[K\right]+\kappa\left[K_s\right]+i\mu\left[D\right]-\lambda^2\left[M\right]\right)=0 \tag{3.2}$$

Denklem (3.2)'de $[D]_{global}$ ve$[M]_{global}$ kısaca $[D]$ ve $[M]$ olarak ifade edilmiştir. $[K]_{global}$ ise, boyutsuzlaştırma işleminin doğru olması açısından çubuğun global matrisi $[K]$ ve elastik mesnetlerin global matrisi $[K_s]$ olarak ayrıştırılmıştır. Denklem (3.2)'nin çözümü denklem (2.70)'e göre çok daha kısa sürmektedir. Viskoelastik mesnetli EFD çubuğun boyutsuz frekans parametreleri (λ) aşağıdaki formadadır:

$$\lambda=a+ib$$

İlk olarak; mesnetteki sönümü ihmal ederek, her iki tarafı ankastre EFD çubuk (κ=∞) ile her iki tarafı serbest bırakılmış EFD çubuğun (κ=∞) serbest titreşimi konusunda bir analiz yapılmıştır. Bu analizin amacı; elde edilen sonuçları, literatürdeki bu sınır şartları altındaki çubuğun kesin doğal frekanslarıyla karşılaştırmaktır. Çubuğun her iki tarafının ankastre olduğu (κ=∞) analizleri gerçekleştirmek için, κ boyutsuz rijitlik parametresini $1x10^{80}$ almak yeterli olacaktır. Young modülleri oranının 1 alınmasıyla homojen bir çubuk elde edilebilmektedir. Young modülü (elastiste modülü) oranı aşağıdaki gibidir:

$$E_{ratio}=\frac{E_R}{E_L} \tag{3.3}$$

ve yoğunluk oranı aşağıdaki gibi sabit kabul edilmiştir.

$$\rho_{ratio}=\frac{\rho_R}{\rho_L}=1 \tag{3.4}$$

Serbest-serbest ve ankastre-ankastre sınır şartlarına sahip homojen bir çubuğun boyutsuz doğal frekans parametreleri çizelge 3.1'de gösterilmiştir [19].

Çizelge 3.1 Doğrulama çalışması

Sınır şartları	Doğal frekanslar [19]	Boyutsuz birinci doğal frekanslar	Bu çalışmadan elde edilen boyutsuz değerler
Serbest-serbest	$w_{nk} = \frac{k\pi c}{L}, k = 0,1,2..$ $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\lambda^2 = \frac{\rho_L \omega^2 L^2}{E_L}$ $\lambda = 3.1416$	3.14159
Ankastre-ankastre	$w_{nk} = \frac{k\pi c}{L}, k = 1,2..$	$\lambda^2 = \frac{\rho_L \omega^2 L^2}{E_L}$ $\lambda = 3.1416$	3.14159

İkinci olarak; young modülü oranı değişiminin frekanslar üzerindeki etkisini analiz etmek amacıyla belirli bir yoğunluk oranı değeri denklem (3.4)'teki gibi belirlenerek elastik mesnetli bir EFD çubuğun boyutsuz doğal frekans değerleri incelenmiştir. Şekil 3.1, Şekil 3.2 ve Şekil 3.3'te; young modülü oranı E_{ratio}, kuvvet kanunu üsteli n ve boyutsuz yay rijitlik değeri κ'nın farklı varyasyonlarının ilk üç boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkileri görülmektedir.

Üçüncü olarak; EFD çubuğun iki ucuna eklenen noktasal kütlelerin doğal frekanslar üzerindeki etkileri incelenmiştir. Kütle oranı β, çubuğun her iki ucundaki kütlelerin, çubuğun kendi kütlesine oranı olarak belirlenmiştir. Çizelge 3.2, Çizelge, 3.3, Çizelge 3.4 ve Şekil 3.4, Şekil 3.5 ve Şekil 3.6'da kütle oranı β, kuvvet kanunu üsteli n ve boyutsuz yay rijitlik değeri κ'nın farklı varyasyonlarının ilk üç boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkileri görülmektedir.

Son olarak; viskoelastik mesnetli EFD çubuğun frekans parametreleri, farklı boyutsuz yay ve sönüm parametrelerine göre belirlenmiştir. Viskoelastik sınır şartlarının ilk üç mod üzerindeki etkisi κ=1,10,100,500,1000,∞ ve μ=0,1,3,10,200,∞ için belirlenmiştir. Çizelge 3.5, Çizelge 3.6, Çizelge 3.7 ve Şekil 3.7, Şekil 3.8 ve Şekil 3.9'da boyutsuz sönüm katsayısı μ, kuvvet kanunu üsteli n ve boyutsuz yay rijitlik değeri κ'nın farklı varyasyonlarının ilk üç boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkileri görülmektedir.

3.1 Young's Modülü Oranının(E_{ratio}), Kuvvet Kanunu Üstelinin(n) ve Yay Rijitlik Parametresinin(κ)'nin Frekanslar Üzerindeki Etkisi

E_{ratio}, κ ve malzeme dağılımını ifade eden kuvvet kanunu üsteli n değişimlerinin frekans parametresi üzerindeki etkisi ilk üç mod için incelenmiştir. E_{ratio}'nun değişimini daha net görebilme adına literatürde daha öncede yapıldığı şekilde ρ_{ratio} değeri 1 kabul edilmiştir [2], [14]. Değerlendirmelerde E_{ratio} kısaca Er olarak ifade edilmiştir.

3.1.1 Birinci Frekans Parametresi İçin Yapılan Değerlendirmeler

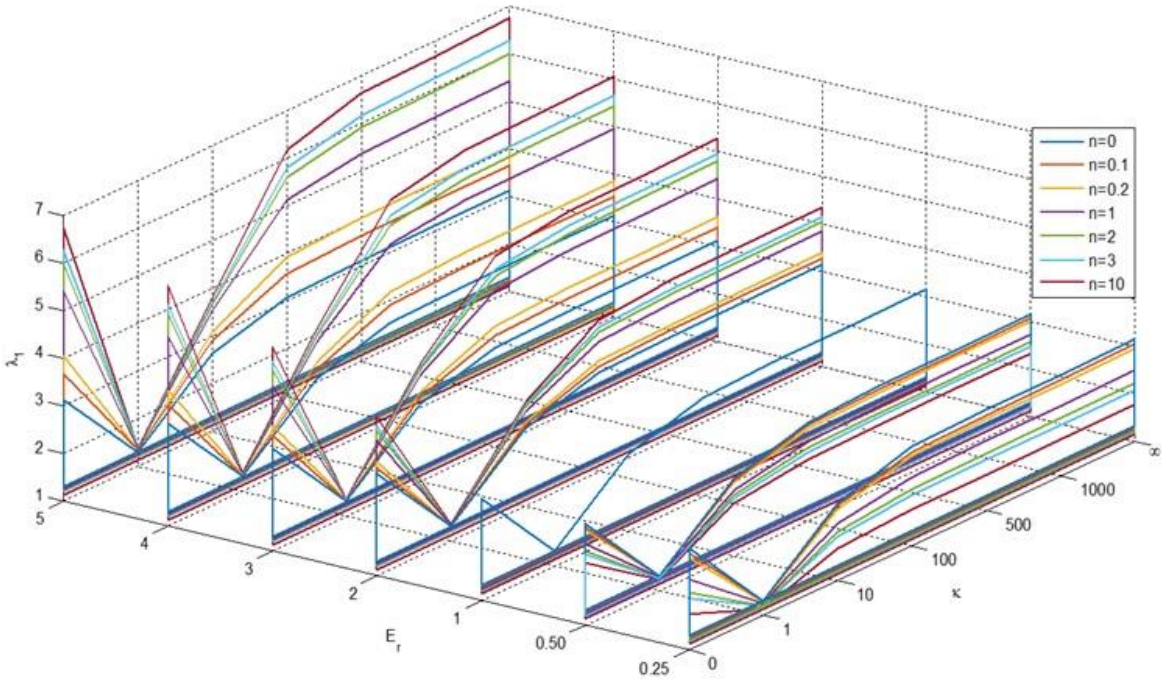
- Er=1 altında n=0 değeri üst limit olarak kalırken n artmasıyla doğal frekans değerleri azalmaktadır. Er 1 den 0.25'e doğru giderken n'e bağlı azalmanın etkisi artmaktadır (Şekil 3.1).
- Er=1 üstünde ise n=0 değeri alt limit olarak kalırken n artmasıyla doğal frekans değerleri artmaktadır. Er 1 den 10'a doğru giderken n'e bağlı artmanın etkisi artmaktadır (Şekil 3.1).
- κ=0 da sistem için serbest-serbest sınır koşulları geçerli iken yapının titreşim biçimi elastik moddadır. κ=1 olmasıyla yay, sınır şartı olarak sisteme katılmakta olup çubuk elemanın yaptığı titreşim biçimi rijit moda daha yakın veya etkendir (Şekil 3.1).
- Rijit hareketin etken olduğu yay katsayısının düşük değerlerinde frekans değerleri küçülmekle beraber malzeme değişiminin doğal frekans değerleri üzerindeki etkisi yok denecek kadar azdır. Bunun sebebi çubuğun yay üzerinde rijit olarak hareket etmesidir. Elastik yer değiştirme azaldıkça n kuvvet kanunu üstelinin doğal frekanslar üzerindeki etkisi azalmaktadır (Şekil 3.1).
- Serbest-serbest sınır koşuluna denk gelen frekans değerinden sonra yay eklenmesiyle düşen frekans değerlerinin, κ=1'den itibaren artan yay değeriyle arttığı görülmektedir (Şekil 3.1).

3.1.2 İkinci ve Üçüncü Frekans Parametreleri İçin Yapılan Değerlendirmeler

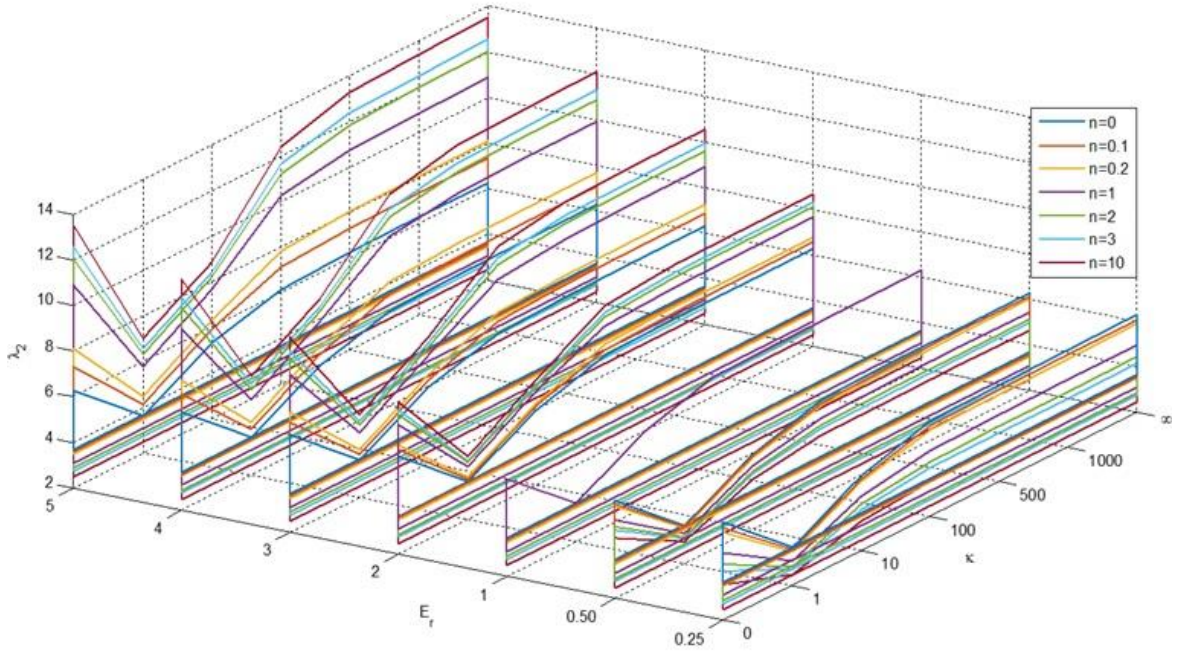
- κ=0 da sistem için serbest-serbest sınır koşulları geçerli iken yapının titreşimi elastik moddadır. κ=1 olmasıyla yay bir sınır şartı olarak sisteme katılmakta olup çubuk elemanın yaptığı titreşim biçiminde ikinci ve üçüncü doğal frekans değerleri için elastik

gövde hareketinin etkisinin arttığı, *n* malzeme katsayısındaki değişiminin frekans değişimlerin üzerindeki etkisinden anlaşılmaktadır (Şekil 3.2 ve Şekil 3.3).

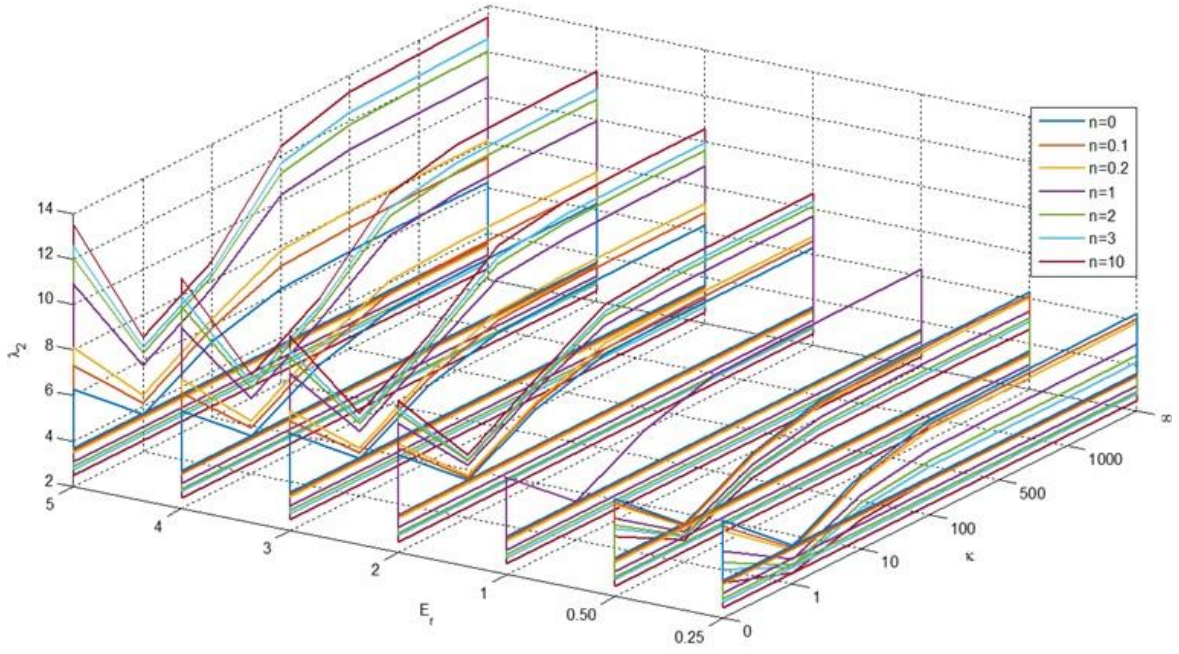
- Daha önce de bahsedildiği gibi çubuğun sol ve sağ ucundaki malzemede young modülleri farklıdır. Bu young modülü oranları (Er) 1'den büyük olduğunda yapının rijitliği artar. Dolayısıyla doğal frekanslar da artar. Sonuç olarak; artan Er ile birlikte doğal frekanslar da artış göstermektedir (Şekil 3.2 ve Şekil 3.3).
- Er=1 iken, çubuk homojendir. Er 1 den 0.25'e doğru düşüş gösterirken malzemenin rijitliği azalmaktadır. Dolayısıyla doğal frekanslar da azalmaktadır (Şekil 3.2 ve Şekil 3.3).
- Er 1'den 0.25'e düşerken ve 1'den 5'e yükselirken kuvvet kanunu üstelinin doğal frekanslar üzerindeki etkisi artmaktadır (Şekil 3.2 ve Şekil 3.3).
- Er>500 iken, kuvvet kanunu üstelinin doğal frekanslar üzerindeki etkisi yok denecek kadar azdır (Şekil 3.2 ve Şekil 3.3).



Şekil 3.1 Farklı E_{ratio}, κ ve *n* parametrelerinin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 3.2 Farklı E_{ratio}, κ ve *n* parametrelerinin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 3.3 Farklı E_{ratio}, κ ve *n* parametrelerinin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

3.2 Kütle Oranının(β), Kuvvet Kanunu Üstelinin(*n*) ve Yay Rijitlik Parametresinin(*κ*)'nin Frekanslar Üzerindeki Etkisi

Kütle oranı β, boyutsuz rijitlik parametresi κ ve malzeme dağılımını ifade eden kuvvet kanunu üsteli *n* değişimlerinin frekans parametresi üzerindeki etkisi ilk üç mod için incelenmiştir.

3.2.1 İlk Üç Frekans Parametresi İçin Yapılan Değerlendirmeler

- Her κ değeri için, artan β değerleriyle doğal frekanslar azalmaktadır. κ=0 iken, elastik gövde hareketi ve κ>1 iken rijit gövde hareketi ve elastik gövde hareketi mevcuttur. Elastik gövde hareketinin baskın olduğu κ değerleri için ve serbest-serbest sınır şartı için, kuvvet kanun üsteli *n*'in değişiminin doğal frekanslar üzerindeki etkisi daha baskındır. κ sonsuza gittiğinde yani çubuk elemanın sınır şartları ankastre-ankastre olduğunda, çubuğun ucundaki kütlelerin etkisi, yani dolaylı olarak β'nın değişiminin doğal frekanslar üzerindeki etkisi yoktur çünkü bu durumda kütleler bir mesnet gibi davranır. Bu sebepten dolayı, artan κ değeriyle beraber β'nın değişiminin doğal frekanslar üzerindeki etkisi azalmaktadır (Çizelge 3.2, Çizelge 3.3, Çizelge 3.4 ve Şekil 3.4, Şekil 3.5, Şekil 3.6).

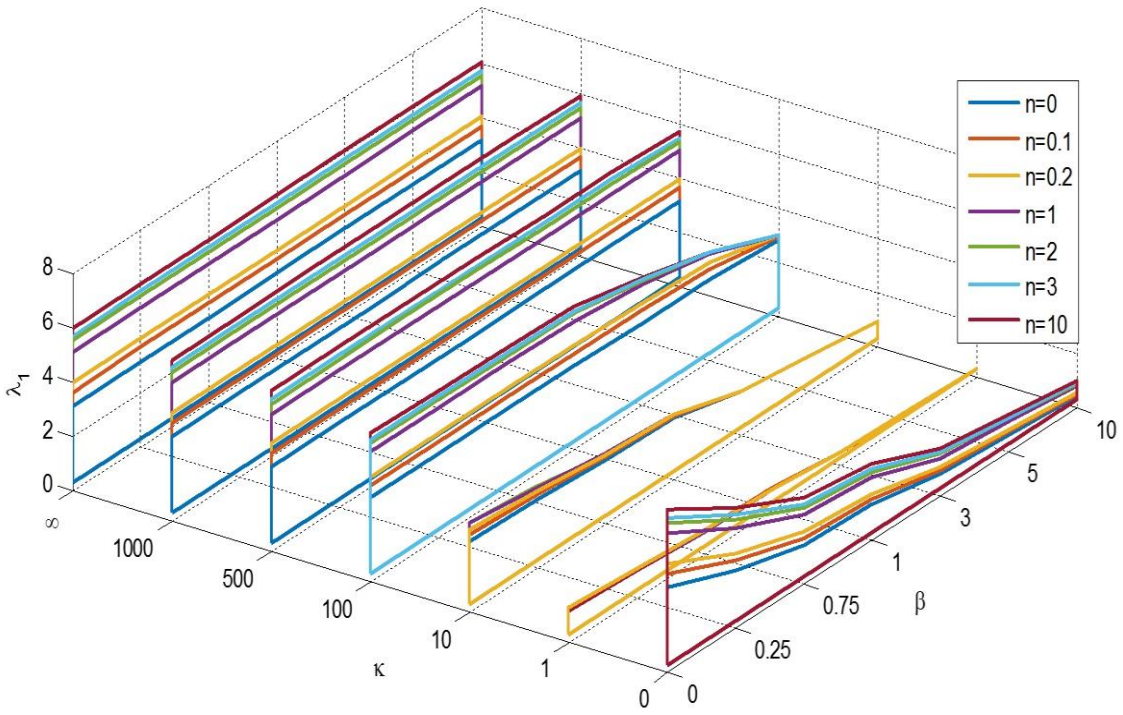
- κ=1 iken; *n* kuvvet kanunu üstelinin artmasıyla birinci moddaki frekans değerleri, diğer bir deyişle birinci doğal frekanslar azalmaktadır. Diğer κ değerleri için, doğal frekans değerleri, kuvvet kanunu üsteli *n* değerinin artmasıyla beraber artış göstermektedir. Tüm κ değerleri için; ikinci ve üçüncü doğal frekanslar, kuvvet kanunu üsteli *n*'in artmasıyla artış göstermektedir (Çizelge 3.2, Çizelge 3.3, Çizelge 3.4 ve Şekil 3.4, Şekil 3.5, Şekil 3.6).

- Boyutsuz yay katsayısı değeri κ ∞'dan 1'e azaldıkça, kuvvet kanunu üsteli *n*'in değişiminin doğal frekanslar üzerindeki etkisi de azalmaktadır (Çizelge 3.2, Çizelge 3.3, Çizelge 3.4 ve Şekil 3.4, Şekil 3.5, Şekil 3.6).

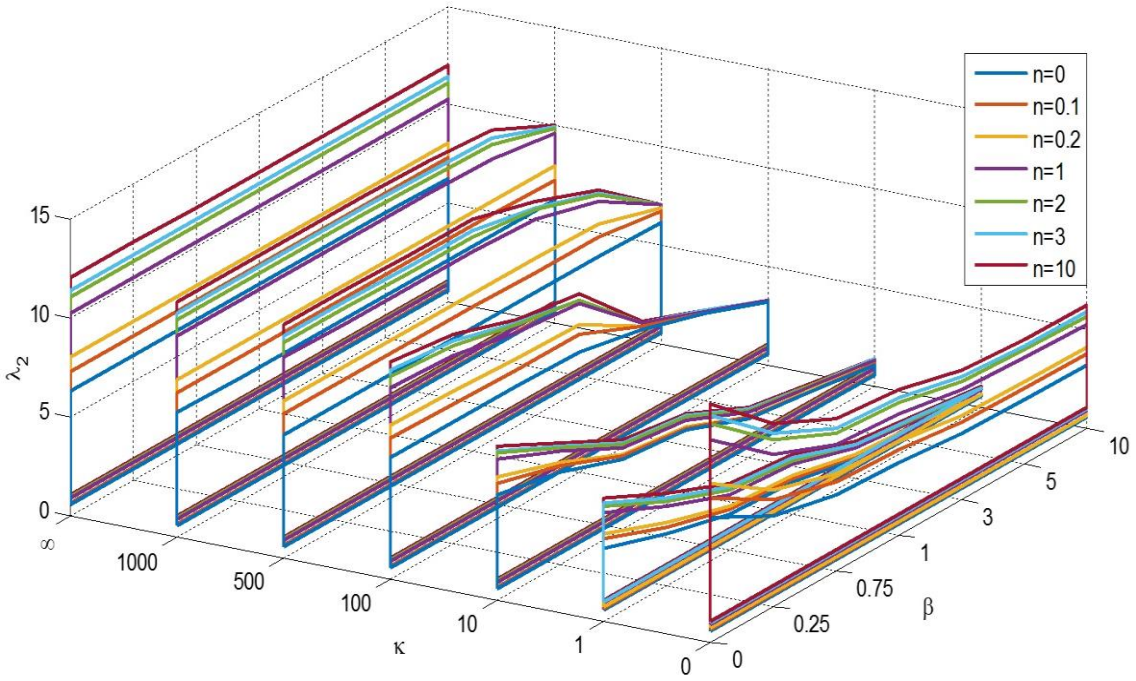
- Boyutsuz yay katsayısı değeri κ'nın düşük değerleri için; kuvvet kanunu üsteli *n*'in değişiminin doğal frekanslar üzerindeki etkisi, kütle oranı β'nın artmasıyla azalmaktadır. Özellikle κ=100 iken β'nın 3'ten büyük tüm değerleri için doğal frekanslar aynı değere yakınsamaktadır (Çizelge 3.2, Çizelge 3.3, Çizelge 3.4 ve Şekil 3.4, Şekil 3.5, Şekil 3.6).

• Artan β değerinin ikinci ve üçüncü doğal frekanslar üzerindeki etkisi yüksek κ değerlerinde bile görülebilmektedir. (Çizelge 3.3, Çizelge 3.4 ve Şekil 3.5, Şekil 3.6).

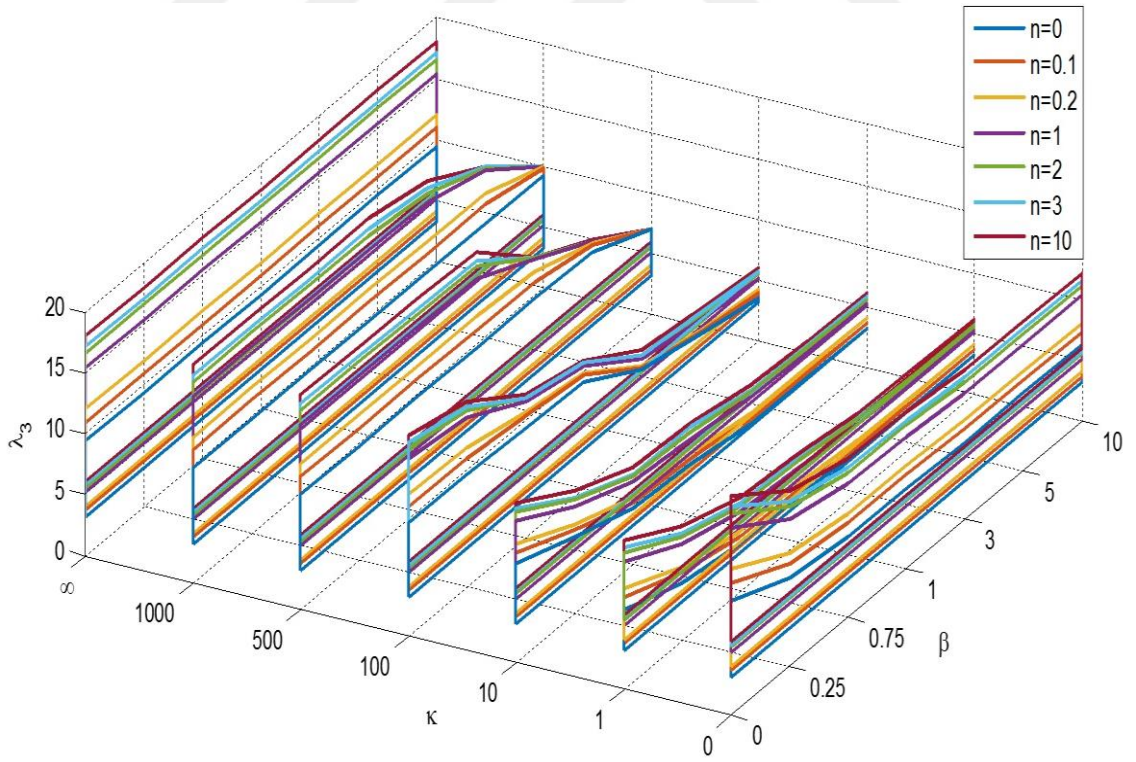
• Serbest-serbest sınır şartlarındaki tüm doğal frekans parametreleri için ve κ>0, β>3 sınır şartlarındaki ikinci ve üçüncü doğal frekans parametreleri için, artan β değerinin değişiminin doğal frekans parametreleri üzerindeki etkisi yok denecek kadar azdır (Çizelge 3.2, Çizelge 3.3, Çizelge 3.4 ve Şekil 3.4, Şekil 3.5, Şekil 3.6).



Şekil 3.4 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 3.5 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 3.6 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

Çizelge 3.2 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	3.1415987	2.1537492	1.4720110	1.3065431	0.7944963	0.6221056	0.4435213
1	1.3065431	1.1119371	0.8821077	0.8086748	0.5335924	0.4261034	0.3085481
10	2.6276796	2.5503343	2.3666566	2.2678728	1.6536241	1.3374055	0.9738771
100	3.0800172	3.0785539	3.0754182	3.0737352	3.0567049	3.0297197	2.8451265
500	3.1290834	3.1290208	3.1288972	3.1288332	3.1283052	3.1277315	3.1260576
1000	3.1353288	3.1353120	3.1352815	3.1352663	3.1351381	3.1350053	3.1346468
∞	3.1415987	3.1415987	3.1415987	3.1415987	3.1415987	3.1415987	3.1415987
n=0.1							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	3.6535921	2.5300981	1.7371080	1.5430650	0.9399980	0.7363222	0.5251070
1	1.3113939	1.1098650	0.8788545	0.8057436	0.5324144	0.4254594	0.3082903
10	2.8768144	2.7504106	2.4774644	2.3464662	1.6599611	1.3381624	0.9735353
100	3.5539583	3.5508104	3.5439211	3.5401445	3.4987154	3.4226060	2.9694643
500	3.6332094	3.6330751	3.6328004	3.6326601	3.6314684	3.6301347	3.6259920
1000	3.6433717	3.6433382	3.6432695	3.6432344	3.6429491	3.6426485	3.6418138
∞	3.6535921	3.6535921	3.6535921	3.6535921	3.6535921	3.6535921	3.6535921
n=0.2							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	4.0079469	2.7977464	1.9280199	1.7137743	1.0455324	0.8192567	0.5843965
1	1.3062486	1.1043199	0.8750688	0.8026277	0.5313585	0.4248994	0.3080705
10	3.0138338	2.8507539	2.5231920	2.3763185	1.6609544	1.3376299	0.9730577
100	3.8734239	3.8683870	3.8571977	3.8509691	3.7787691	3.6371355	3.0026628
500	3.9802751	3.9800554	3.9796068	3.9793764	3.9773958	3.9751253	3.9676897
1000	3.9940630	3.9940080	3.9938951	3.9938387	3.9933672	3.9928651	3.9914430
∞	4.0079469	4.0079469	4.0079469	4.0079469	4.0079469	4.0079469	4.0079469
n=1							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	5.1337312	3.6978304	2.5883653	2.3072404	1.4166643	1.1116411	0.7938295
1	1.2565248	1.0694749	0.8556108	0.7871904	0.5265260	0.4223802	0.3070955
10	3.2670152	3.0037538	2.5679201	2.3976320	1.6531648	1.3318498	0.9703630
100	4.8245088	4.8068666	4.7659914	4.7422960	4.4434770	3.9730821	3.0336214
500	5.0685732	5.0677370	5.0659990	5.0650972	5.0569429	5.0466920	5.0048509
1000	5.1009416	5.1007280	5.1002931	5.1000703	5.0981874	5.0960832	5.0895769
∞	5.1337312	5.1337312	5.1337312	5.1337312	5.1337312	5.1337312	5.1337312
n=2							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	5.5386522	4.0446184	2.8520509	2.5457780	1.5680818	1.2313234	0.8797746
1	1.2282823	1.0509874	0.8456743	0.7793581	0.5241045	0.4211198	0.3066072
10	3.2952119	3.0096101	2.5588121	2.3871782	1.6470049	1.3283022	0.9688982
100	5.1345537	5.1087679	5.0484544	5.0132555	4.5831606	4.0130144	3.0345964
500	5.4524675	5.4511888	5.4485185	5.4471223	5.4342683	5.4174730	5.3420976
1000	5.4952150	5.4948869	5.4942171	5.4938737	5.4909334	5.4875871	5.4768144
∞	5.5386522	5.5386522	5.5386522	5.5386522	5.5386522	5.5386522	5.5386522
n=3							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	5.7156648	4.2008531	2.9728548	2.6554063	1.6381776	1.2868181	0.9196748
1	1.2143373	1.0418794	0.8407671	0.7754869	0.5229005	0.4204912	0.3063631
10	3.2978014	3.0053331	2.5515169	2.3801729	1.6437379	1.3264742	0.9681566
100	5.2631258	5.2329942	5.1623384	5.1210680	4.6290132	4.0236742	3.0341173
500	5.6185670	5.6170381	5.6138368	5.6121599	5.5965776	5.5758653	5.4789964
1000	5.6666917	5.6662981	5.6654939	5.6650819	5.6615312	5.6574571	5.6440889
∞	5.7156648	5.7156648	5.7156648	5.7156648	5.7156648	5.7156648	5.7156648
n=10							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	6.0164720	4.4735033	3.1869630	2.8502840	1.7636415	1.3862993	0.9912874
1	1.1884111	1.0248888	0.8315569	0.7682039	0.5206194	0.4192979	0.3058992
10	3.2890199	2.9890657	2.5346910	2.3649446	1.6373186	1.3229326	0.9667314
100	5.4703264	5.4316011	5.3406419	5.2876115	4.6884721	4.0347139	3.0321962
500	5.8979372	5.8958849	5.8915666	5.8892946	5.8678621	5.8385179	5.6921419
1000	5.9566011	5.9560716	5.9549821	5.9544237	5.9495683	5.9439134	5.9247209
∞	6.0164720	6.0164720	6.0164720	6.0164720	6.0164720	6.0164720	6.0164720

Çizelge 3.3 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	6.2832351	4.5778665	3.8141887	3.6732020	3.3405115	3.2639955	3.2041592
1	3.6732043	2.6130838	1.7997816	1.5985137	0.9731483	0.7619493	0.5432052
10	5.3073547	4.6791954	3.5244612	3.1581357	1.9431357	1.5230123	1.0862559
100	6.1601848	6.1476674	6.1144194	6.0901997	5.4016621	4.3988574	3.1617733
500	6.2582031	6.2577045	6.2566488	6.2560857	6.2505398	6.2423289	6.1640510
1000	6.2706936	6.2705697	6.2703126	6.2701812	6.2697571	6.2673439	6.2626278
∞	6.2831909	6.2831909	6.2831909	6.2831909	6.2831909	6.2831909	6.2831909
n=0.1							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	7.3072279	5.3584640	4.4830230	4.2909038	3.8927190	3.8009985	3.7287971
1	4.1159704	2.9263592	2.0203713	1.7956632	1.0949749	0.8576336	0.6115919
10	5.8736479	4.9724041	3.6520020	3.2654750	2.0060922	1.5725484	1.1218053
100	7.1083037	7.0808200	6.9986906	6.9355397	5.5411461	4.4305070	3.1748916
500	7.2664637	7.2653657	7.2629748	7.2616921	7.2488739	7.2224416	6.7535116
1000	7.2867872	7.2865044	7.2859457	7.2855998	7.2829406	7.2821307	7.2640619
∞	7.3071899	7.3071899	7.3071899	7.3071899	7.3071899	7.3071899	7.3071899
n=0.2							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	8.0159407	5.9088194	4.9117814	4.7243217	4.2778074	4.1742650	4.0928492
1	4.4271719	3.1564687	2.1852661	1.9433249	1.1866627	0.9297263	0.6631604
10	6.2218440	5.1501413	3.7461841	3.3477194	2.0566984	1.6125490	1.1505511
100	7.7476086	7.7030742	7.5606056	7.4968980	5.6065469	4.4484429	3.1851215
500	7.9606034	7.9587851	7.9548314	7.9526578	7.9274953	7.8661143	6.9028091
1000	7.9881729	7.9877046	7.9867761	7.9864272	7.9807053	7.9757423	7.9396031
∞	8.0159302	8.0159302	8.0159302	8.0159302	8.0159302	8.0159302	8.0159302
n=1							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	10.2675248	7.7295998	6.4040773	6.1460402	5.5201139	5.3726152	5.2559847
1	5.4383730	3.9606550	2.7802669	2.4858360	1.5233534	1.1951220	0.8606147
10	7.1531500	5.6873509	4.1038732	3.6698866	2.2636697	1.7768091	1.2765289
100	9.6541845	9.4924831	8.8691426	8.4955734	5.7148879	4.5102813	3.2358768
500	10.1372453	10.1302274	10.1139578	10.0993612	9.9331410	9.0299554	7.0805006
1000	10.2019482	10.2001597	10.1964006	10.1942720	10.1750297	10.1333631	9.6156248
∞	10.2675171	10.2675171	10.2675171	10.2675171	10.2675171	10.2675171	10.2675171
n=2							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	11.0773705	8.4191389	6.9675982	6.6803085	5.9772061	5.8102134	5.6778021
1	5.8088865	4.2793500	3.0250091	2.7090586	1.6649288	1.3070729	0.9422234
10	7.4424933	5.8909835	4.2614329	3.8145269	2.3592281	1.8529569	1.3327935
100	10.2787840	10.0457852	9.2370716	8.6937195	5.7510152	4.5379712	3.2577570
500	10.9051002	10.8936907	10.8716793	10.8461708	10.4273806	9.3625039	7.0781304
1000	10.9905091	10.9877723	10.9808769	10.9833234	10.9425031	10.8621849	9.8595881
∞	11.0773315	11.0773315	11.0773315	11.0773315	11.0773315	11.0773315	11.0773315
n=3							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	11.4313995	8.7286515	7.2198347	6.9189567	6.1793620	6.0030176	5.8629984
1	5.9717719	4.4240762	3.1380810	2.8125932	1.7310362	1.3594281	0.9804735
10	7.5637995	5.9836981	4.3363687	3.8874287	2.4053185	1.8897576	1.3597407
100	10.5388666	10.2461455	9.3483685	8.6950839	5.7678290	4.5515101	3.2690208
500	11.2373351	11.2244562	11.1880697	11.1772565	10.5143573	9.4796325	7.0811896
1000	11.3334680	11.3302037	11.3229681	11.3192404	11.2739997	11.1586482	9.9031954
∞	11.4314575	11.4314575	11.4314575	11.4314575	11.4314575	11.4314575	11.4314575
n=10							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	12.0330176	9.2690011	7.6581008	7.3970304	6.5773052	6.3331868	6.1790528
1	6.2496310	4.6780924	3.3397009	2.9978988	1.8501043	1.4538652	1.0496221
10	7.7640098	6.1474914	4.4731411	4.0160303	2.4904978	1.9854685	1.4104647
100	10.9601442	10.6133678	9.5071464	9.0211661	5.7984771	4.5768949	3.2897792
500	11.7961667	11.7775901	11.7361787	11.7188210	10.8198305	9.5920208	7.0858051
1000	11.9132976	11.9083168	11.8992884	11.8935527	11.8272679	11.6041047	10.0081207
∞	12.0330200	12.0330200	12.0330200	12.0330200	12.0330200	12.0330200	12.0330200

Çizelge 3.4 Farklı β, κ ve *n* parametrelerinin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	9.4249457	7.2872558	6.6774136	6.5846723	6.3875124	6.3462446	6.3172316
1	6.5846791	4.7390061	3.8655990	3.7076924	3.3462335	3.2662443	3.2046025
10	8.0672408	6.3041906	4.5345947	4.1695490	3.4455661	3.2956892	3.2111043
100	9.2406461	9.1921138	8.9782326	8.7105524	5.8135190	4.5965189	3.4741809
500	9.3873992	9.3856766	9.3817107	9.3794117	9.3461107	9.1778585	7.0509063
1000	9.4061333	9.4057080	9.4047143	9.4043102	9.3993357	9.3915065	9.2542176
∞	9.4249878	9.4249878	9.4249878	9.4249878	9.4249878	9.4249878	9.4249878
n=0.1							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	10.9609491	8.5071099	7.7812569	7.6724700	7.4324305	7.3832074	7.3454196
1	7.5612683	5.4943734	4.5027778	4.3206464	3.8979582	3.8029824	3.7293306
10	9.0344215	6.8377050	5.0335588	4.6842813	3.9733445	3.8268027	3.7348619
100	10.6634406	10.5547097	9.9814997	9.3121030	5.9160630	4.7301547	3.9542418
500	10.8998089	10.8959724	10.8866801	10.8809935	10.7511144	9.7417224	7.0771322
1000	10.9302883	10.9293243	10.9272720	10.9261537	10.9128455	10.8860129	9.8668243
∞	10.9609985	10.9609985	10.9609985	10.9609985	10.9609985	10.9609985	10.9609985
n=0.2							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	12.0240282	9.3611004	8.5500970	8.4250099	8.1578403	8.1017233	8.0590711
1	8.2425546	6.0311339	4.9520551	4.7516000	4.2824680	4.1761147	4.0933481
10	9.6723686	7.2394094	5.4212433	5.1147046	4.3467968	4.1972150	4.0983977
100	11.6232940	11.4406962	10.3671878	9.5455119	6.0349577	4.8873296	4.2281046
500	11.9410360	11.9347102	11.9187754	11.9099159	11.5739487	9.8751597	7.0967716
1000	11.9823774	11.9808333	11.9773710	11.9754262	11.9523797	11.8779231	9.9354188
∞	12.0239868	12.0239868	12.0239868	12.0239868	12.0239868	12.0239868	12.0239868
n=1							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	15.4014389	12.1461655	11.0304418	10.8534794	10.4719028	10.3911985	10.3297514
1	10.4267484	7.8210803	6.4360451	6.1680420	5.5240631	5.3742040	5.2530904
10	11.6159086	8.7010258	6.7713364	6.3275690	5.5675699	5.3902274	5.2167151
100	14.4937452	13.8306459	11.1789360	10.0621271	6.6818526	5.7483653	5.1557225
500	15.2061408	15.1812129	15.0960166	15.0489267	12.6106775	10.0157568	7.0805008
1000	15.3030881	15.2968934	15.2820513	15.2734750	15.0778251	13.6921264	10.0030414
∞	15.4014282	15.4014282	15.4014282	15.4014282	15.4014282	15.4014282	15.4014282
n=2							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	16.6162233	13.1835101	11.9421774	11.7425498	11.3100182	11.2182249	11.1482676
1	11.2175037	8.5020954	6.9974646	6.7010189	5.9810081	5.8117523	5.6753663
10	12.3036917	9.2896999	7.1591577	6.8846376	6.0206307	5.8268375	5.6384332
100	15.4411203	14.4948158	11.4078457	10.2667824	6.8296519	6.2806410	5.5702245
500	16.3580304	16.3191321	16.1971428	16.0922591	12.7232963	10.0663194	7.0781307
1000	16.4859601	16.4765174	16.4532338	16.4282647	15.8385204	13.8976981	10.0058765
∞	16.6162720	16.6162720	16.6162720	16.6162720	16.6162720	16.6162720	16.6162720
n=3							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	17.1472741	13.6447276	12.3451770	12.1347588	11.6688797	11.5805828	11.5065029
1	11.5638122	8.8073037	7.2488777	6.9391678	6.1831133	6.0045406	5.8607306
10	12.6043521	9.5587972	7.4402261	7.2740781	6.2214578	6.0193212	5.8237463
100	15.8379632	14.7659254	11.5120118	10.3655351	6.9748833	6.4193955	5.7518484
500	16.8564950	16.8094121	16.6591915	16.5242355	12.7595601	10.0920059	7.0811899
1000	17.0000322	16.9891796	16.9611083	16.9402771	16.2910422	13.9413354	10.0072923
∞	17.1472778	17.1472778	17.1472778	17.1472778	17.1472778	17.1472778	17.1472778
n=10							
κ	β=0	β=0.25	β=0.75	β=1	β=3	β=5	β=10
0	18.0497104	14.4403553	13.0373079	12.9100361	12.3047556	12.1977350	12.1159703
1	12.1532088	9.3376283	7.6858501	7.3523130	6.5304833	6.3346904	6.1770293
10	13.1159150	10.1205238	7.9304311	7.6268959	6.5671320	6.2448683	6.1402240
100	16.4857437	15.1666063	11.7009603	10.5495735	7.3028555	6.7346839	6.0612035
500	17.6949740	17.6152650	17.4133092	17.2139022	12.8192099	10.1417398	7.0858053
1000	17.8698919	17.8549023	17.8140980	17.7885512	16.8897657	13.9959143	10.0100574
∞	18.0497437	18.0497437	18.0497437	18.0497437	18.0497437	18.0497437	18.0497437

3.3 Sönüm parametresinin(μ), Kuvvet Kanunu Üstelinin(*n*) ve Yay Rijitlik Parametresinin(*κ*)'nin Frekanslar Üzerindeki Etkisi

Çubuk elemanın sınır şatlarına sönüm de eklendiğinde, başka bir deyişle viskoelastik mesnetli sınır şartlarına sahip çubuk eleman için; μ, *n*, κ parametrelerin değişiminin doğal frekanslar üzerindeki etkisini daha net görebilmek adına β=0 alınmıştır. Sönüm parametresi μ, boyutsuz rijitlik parametresi κ ve malzeme dağılımını ifade eden kuvvet kanunu üsteli *n* değişimlerinin frekans parametresi üzerindeki etkisi ilk üç mod için incelenmiştir.

3.3.1 İlk Üç Frekans Parametresi İçin Yapılan Değerlendirmeler

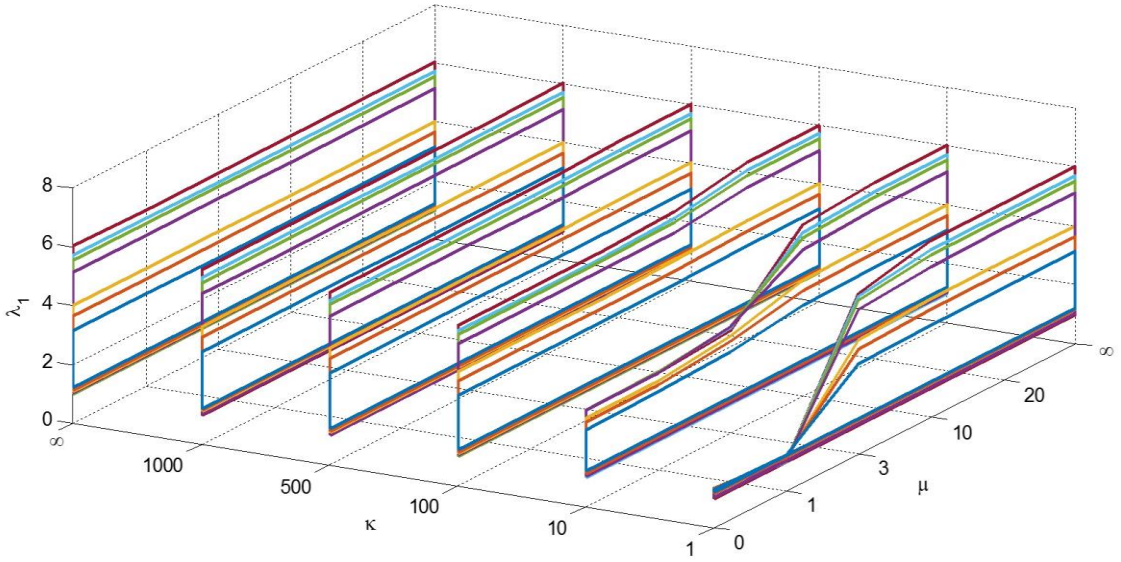
- κ=1 iken ve μ 0'dan 1'e artarken, tüm *n* değerlerindeki frekans parametrelerinin azaldığı gözlenmiştir fakat bu azalma daha yüksek κ değerleri için geçerli değildir. κ=1 iken; sistemde rijit gövde hareketi baskın olduğundan dolayı κ ve μ'nün frekans parametreleri üzerindeki etkisi baskındır. Bu sebepten dolayı μ'nün değişiminin frekans parametreleri üzerindeki etkisi, diğer κ değerlerine nazaran κ=1 olduğunda daha etkilidir (Çizelge 3.5 ve Şekil 3.7).

- Bu gözlemler ikinci ve üçüncü frekans parametreleri için de geçerlidir. Frekanslar κ ve μ parametrelerinin artmasıyla artmaktadır. μ ve κ'nın yüksek değerlerinde ise frekans parametresinin değişimi azalmakta ve bazı değerlerde neredeyse sıfır mertebesine düşmektedir (Çizelge 3.6, Çizelge 3.7 ve Şekil 3.8, Şekil 3.9).

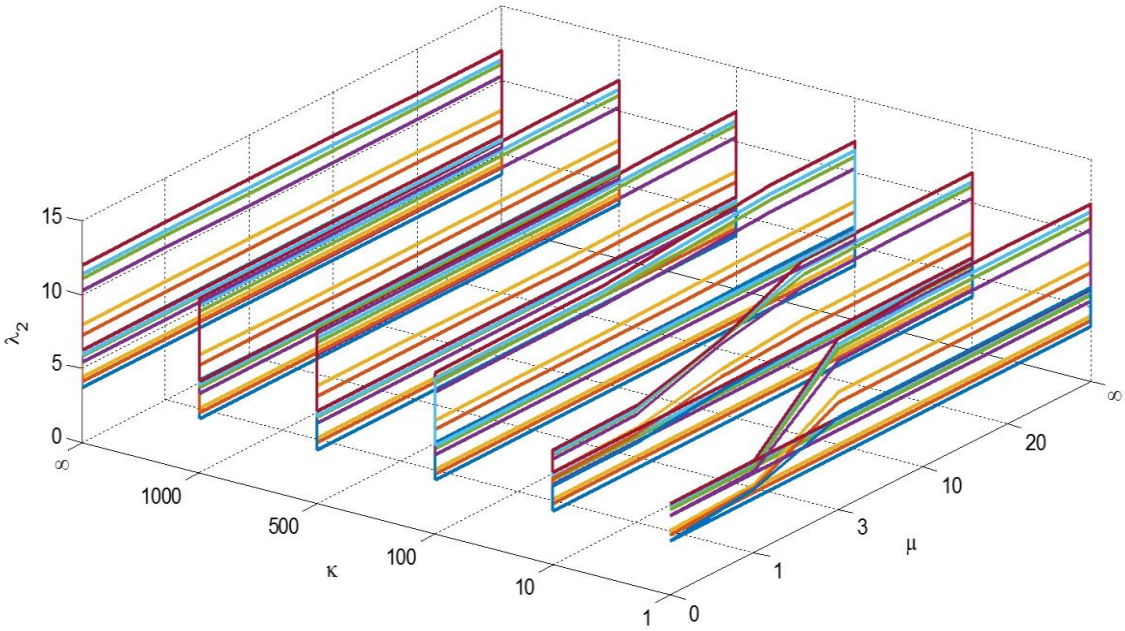
- Kuvvet kanunu üsteli *n*'nin değişiminin frekans parametreleri üzerindeki etkisi elastik gövde hareketinde daha etkindir. (Çizelge 3.5, Çizelge 3.6, Çizelge 3.7 ve Şekil 3.7, Şekil 3.8, Şekil 3.9). Bu sebepten dolayı *n* parametresinin artmasıyla yapının rijitliği artar ve frekanslar artar. Rijit gövde hareketi bölgesinde *n* parametresinin değişiminin yapının rijitliğine etkisi daha azdır ve bundan dolayı da frekanslar üzerindeki etkileri de daha azdır. *n* değişimi aynı zamanda çubuğun yoğunluğunu ve dolayısıyla kütlesini etkilemektedir.

- κ=1 iken rijit gövde hareketi etkindir. μ'nün 0'dan 1'e değişmesiyle, frekans parametreleri artan *n* değeriyle birlikte azalmaktadır. Bunun sebebi; yapı rijit gövde hareketi yaptığı için, *n* değerinin artması yapının yoğunluğunu rijitliğine nazaran daha çok arttırdığındandır.

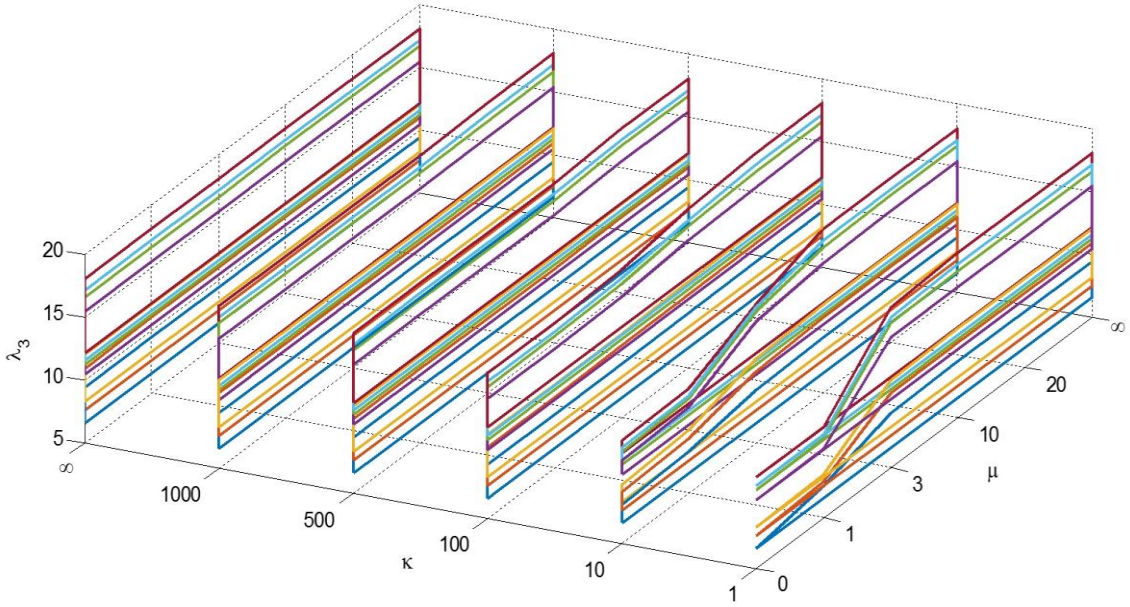
• κ≥100 iken elastik gövde hareketi etkindir. μ'nün 10'dan itibaren artmasıyla, frekans parametreleri artan *n* değeriyle birlikte artmaktadır. Bunun sebebi; yapı elastik gövde hareketi yaptığı için, *n* değerinin artması yapının rijitliğini yoğunluğuna nazaran daha çok arttırdığındandır.



Şekil 3.7 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 3.8 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 3.9 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

Çizelge 3.5 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	1.306542	1.214271	3.060872	3.1351461	3.141616	3.1415983
10	2.627679	2.645888	2.779244	3.080438	3.141462	3.1415983
100	3.080017	3.080077	3.080515	3.085057	3.140017	3.1415983
500	3.129082	3.129054	3.1291157	3.129163	3.136732	3.1415983
1000	3.135328	3.135333	3.135299	3.135369	3.137094	3.1415983
∞	3.141598	3.141598	3.141598	3.141598	3.141598	3.1415983
n=0.1						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	1.3113935	1.133749	3.551986	3.645778	3.653600	3.6535917
10	2.876814	2.902452	3.1119217	3.577365	3.653442	3.6535917
100	3.553958	3.554038	3.555064	3.564456	3.651683	3.6535917
500	3.633209	3.633276	3.633193	3.633334	3.647054	3.6535917
1000	3.643372	3.643357	3.643416	3.643409	3.646889	3.6535917
∞	3.653591	3.653591	3.653591	3.653591	3.653591	3.6535917
n=0.2						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	1.306248	1.098359	3.888693	3.999047	4.0079771	4.0079465
10	3.013833	3.043154	3.307320	3.920295	4.007732	4.0079465
100	3.873423	3.873641	3.874992	3.889594	4.005815	4.0079465
500	3.980275	3.980289	3.980199	3.980490	4.000097	4.0079465
1000	3.994062	3.994023	3.994068	3.994002	3.999483	4.0079465
∞	4.007946	4.007946	4.007946	4.007946	4.007946	4.0079465
n=1						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	1.256524	1.028394	4.917569	5.120856	5.133637	5.1337324
10	3.267015	3.293871	3.632403	5.000722	5.133425	5.1337324
100	4.824510	4.825428	4.829706	4.875731	5.130661	5.1337324
500	5.068574	5.068900	5.068463	5.069504	5.121021	5.1337324
1000	5.100940	5.101214	5.100982	5.101000	5.1176119	5.1337324
∞	5.133732	5.133732	5.133732	5.133732	5.133732	5.1337324
n=2						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	1.228281	1.008480	5.244514	5.523891	5.538444	5.5386510
10	3.295213	3.316578	3.604845	5.384402	5.538481	5.5386510
100	5.134554	5.135189	5.141729	5.206449	5.535296	5.5386510
500	5.452468	5.452185	5.452694	5.453624	5.523622	5.5386510
1000	5.495215	5.495156	5.495284	5.495030	5.518780	5.5386510
∞	5.538651	5.538651	5.538651	5.538651	5.538651	5.5386510
n=3						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	1.214337	0.999720	5.363599	5.700027	5.715592	5.7156644
10	3.297802	3.316352	3.569509	5.551046	5.715220	5.7156644
100	5.263126	5.263936	5.271590	5.3457116	5.7117963	5.7156644
500	5.618566	5.618827	5.618434	5.6198471	5.699669	5.7156644
1000	5.666705	5.666273	5.666366	5.666625	5.6939181	5.7156644
∞	5.715664	5.715664	5.715664	5.715664	5.715664	5.7156644
n=10						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	1.188413	0.984430	5.465021	5.999174	6.016604	6.0164724
10	3.289019	3.302653	3.485607	5.830975	6.015923	6.0164724
100	5.470339	5.471249	5.481005	5.574414	6.012554	6.0164724
500	5.897937	5.897970	5.897758	5.899604	5.998466	6.0164724
1000	5.956613	5.956883	5.956230	5.956358	5.991433	6.0164724
∞	6.016472	6.016472	6.016472	6.016472	6.016472	6.0164724

Çizelge 3.6 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	3.673204337	4.331729065	6.243273705	6.279993053	6.283306898	6.283190918
10	5.307354733	5.420839949	5.959298398	6.251508877	6.283124645	6.283190918
100	6.160184824	6.160618489	6.163962295	6.192899623	6.282442508	6.283190918
500	6.258203108	6.258181268	6.258265871	6.258619364	6.27975463	6.283190918
1000	6.270693588	6.270643506	6.270696803	6.270772304	6.278388397	6.283190918
∞	6.283190918	6.283190918	6.283190918	6.283190918	6.283190918	6.283190918
n=0.1						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	4.115970356	4.406616597	7.256333141	7.303440017	7.307358108	7.307189941
10	5.873647888	6.021746337	6.863580215	7.268448736	7.307163071	7.307189941
100	7.108303724	7.109113754	7.116362106	7.172618365	7.30626261	7.307189941
500	7.26646373	7.266634706	7.266469241	7.267371593	7.302963546	7.307189941
1000	7.286787228	7.286714885	7.286737998	7.286929678	7.300640948	7.307189941
∞	7.307189941	7.307189941	7.307189941	7.307189941	7.307189941	7.307189941
n=0.2						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	4.427171943	4.609834997	7.955311468	8.011535822	8.01577199	8.015930176
10	6.221844029	6.3827339	7.468103059	7.9718037	8.015808194	8.015930176
100	7.747608556	7.74899887	7.759829029	7.844161423	8.014923742	8.015930176
500	7.960603361	7.960644132	7.96066812	7.961845643	8.011034299	8.015930176
1000	7.98817293	7.988315461	7.988064433	7.988179445	8.00820833	8.015930176
∞	8.015930176	8.015930176	8.015930176	8.015930176	8.015930176	8.015930176
n=1						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	5.438373023	5.491253255	10.14944035	10.26135209	10.26765408	10.26751709
10	7.153150026	7.291199523	9.115191965	10.20188618	10.26749985	10.26751709
100	9.654184467	9.658797356	9.692883714	9.933452862	10.26574416	10.26751709
500	10.13724528	10.13754085	10.13743207	10.14244963	10.26053221	10.26751709
1000	10.20194823	10.20216957	10.2017582	10.20262162	10.25505409	10.26751709
∞	10.26751709	10.26751709	10.26751709	10.26751709	10.26751709	10.26751709
n=2						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	5.8088865	5.843860982	10.9060705	11.06980046	11.07715921	11.07733154
10	7.442493274	7.558770926	9.452875627	11.0020565	11.07718659	11.07733154
100	10.27878396	10.28487497	10.3316646	10.66319447	11.07562609	11.07733154
500	10.90510022	10.90467998	10.90594246	10.91248896	11.06913839	11.07733154
1000	10.99050908	10.99046414	10.99045997	10.99103119	11.06214823	11.07733154
∞	11.07733154	11.07733154	11.07733154	11.07733154	11.07733154	11.07733154
n=3						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	5.971771914	6.000610732	11.21849949	11.42338849	11.43106732	11.43145752
10	7.563799549	7.669919253	9.509071198	11.35109614	11.43152422	11.43145752
100	10.5388666	10.54620545	10.59958966	10.97667746	11.42962938	11.43145752
500	11.23733506	11.23809968	11.23802654	11.24636431	11.4220467	11.43145752
1000	11.33346796	11.33292099	11.33359931	11.33456042	11.414899	11.43145752
∞	11.43145752	11.43145752	11.43145752	11.43145752	11.43145752	11.43145752
n=10						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	6.24963095	6.270756821	11.66785839	12.02421696	12.03251145	12.03302002
10	7.764009786	7.853777485	9.449924965	11.94266096	12.03280078	12.03302002
100	10.96014416	10.9686625	11.0346196	11.5017187	12.03093117	12.03302002
500	11.7961667	11.79576953	11.7974906	11.80792712	12.02284048	12.03302002
1000	11.91329759	11.91351955	11.91394462	11.91507224	12.01484799	12.03302002
∞	12.03302002	12.03302002	12.03302002	12.03302002	12.03302002	12.03302002

Çizelge 3.7 Farklı μ, κ ve *n* parametrelerinin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

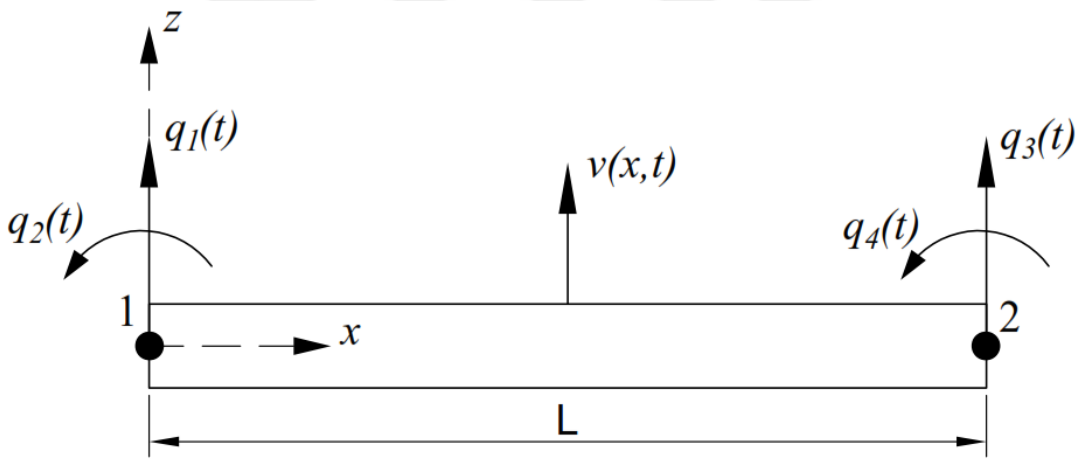
n=0						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	6.584679	7.563824	9.398467	9.422830	9.424940	9.424987
10	8.067240	8.336636	9.181956	9.403667	9.424869	9.424987
100	9.240646	9.242044	9.253032	9.323988	9.424420	9.424987
500	9.387399	9.387449	9.387522	9.388547	9.422502	9.424987
1000	9.406133	9.406120	9.406108	9.406280	9.420860	9.424987
∞	9.424987	9.424987	9.424987	9.424987	9.424987	9.424987
n=0.1						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	7.561268	7.888508	10.92681	10.95840	10.96092	10.96099
10	9.034421	9.349507	10.64008	10.93520	10.96099	10.96099
100	10.66344	10.66644	10.68893	10.81875	10.96031	10.96099
500	10.89980	10.89991	10.90029	10.90262	10.95793	10.96099
1000	10.93028	10.93036	10.93038	10.93067	10.95571	10.96099
∞	10.96099	10.96099	10.96099	10.96099	10.96099	10.96099
n=0.2						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	8.242554	8.428666	11.98357	12.02099	12.02408	12.02398
10	9.672368	9.987102	11.63515	11.99459	12.02389	12.02398
100	11.62329	11.62806	11.66181	11.84888	12.02335	12.02398
500	11.94103	11.94075	11.941148	11.94557	12.02071	12.02398
1000	11.98237	11.98251	11.98253	11.98293	12.01798	12.02398
∞	12.02398	12.02398	12.02398	12.02398	12.02398	12.02398
n=1						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	10.42674	10.47291	15.32115	15.39788	15.40143	15.40142
10	11.61590	11.82177	14.60237	15.35730	15.40144	15.40142
100	14.49374	14.50821	14.60901	15.09251	15.40018	15.40142
500	15.20614	15.20643	15.20763	15.22253	15.39683	15.40142
1000	15.30308	15.30351	15.30348	15.30516	15.39207	15.40142
∞	15.40142	15.40142	15.40142	15.40142	15.40142	15.40142
n=2						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	11.21750	11.247116	16.49939	16.61135	16.61636	16.61627
10	12.30369	12.46224	15.46071	16.56639	16.61623	16.61627
100	15.44112	15.46005	15.59644	16.24358	16.61511	16.61627
500	16.35803	16.35684	16.36013	16.38161	16.61091	16.61627
1000	16.48596	16.48569	16.48673	16.48830	16.60592	16.61627
∞	16.61627	16.61627	16.61627	16.61627	16.61627	16.61627
n=3						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	11.56381	11.58763	17.00115	17.14216	17.14667	17.14727
10	12.60435	12.74470	15.73724	17.09431	17.14713	17.14727
100	15.83796	15.85856	16.01330	16.74273	17.14644	17.14727
500	16.85649	16.85735	16.85820	16.88535	17.14041	17.14727
1000	17.00003	16.99900	17.00040	17.00430	17.13518	17.14727
∞	17.14727	17.14727	17.14727	17.14727	17.14727	17.14727
n=10						
κ	μ=0	μ=1	μ=3	μ=10	μ=200	μ=∞
1	12.15320	12.17092	17.79502	18.04454	18.04859	18.04974
10	13.11591	13.22775	15.93927	17.98937	18.05035	18.04974
100	16.48574	16.51059	16.69477	17.58612	18.04783	18.04974
500	17.69497	17.69500	17.69872	17.73180	18.04358	18.04974
1000	17.86989	17.87054	17.87077	17.87520	18.03613	18.04974
∞	18.04974	18.04974	18.04974	18.04974	18.04974	18.04974

BÖLÜM 4

EFD ÇUBUKLARLA MESNETLENMİŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ BİR KİRİŞİN TİTREŞİM ANALİZİ

4.1 Homojen Eğilme Elemanın Matematik Modellemesi

Bu kısımda homojen Euler-Bernoulli kirişinin sonlu elemanlar yöntemine göre rijitlik ve kütle matrisleri çıkarılacaktır.



Şekil 4.1 Eğilme elemanı modeli

Şekil 4.1'de homojen bir eğilme elemanının modeli görülmektedir. Bu eleman, sonsuz sayıda eğilme elemandan oluşan Euler-Bernoulli kirişinin elemanlarından sadece bir tanesi gibi düşünülebilir. Sonlu elemanlar metodu uygulanarak yani bu elemanlardan sonlu sayıda uç uca getirerek, Euler-Bernoulli kirişin hareket denklemleri elde edilebilir.

Şekil 4.1'teki $v(x,t)$ boyuna elemanın herhangi bir yerindeki çökme yer değiştirmedir. (4.1)'teki 1 ve 2 nolu düğüm noktalarının yer değiştirmesi ($q_1(t)$, $q_2(t)$ ve $q_3(t)$, $q_4(t)$)

bilinir ise, şekil fonksiyonları sayesinde eğilme elemanının herhangi bir yerindeki çökme bulunabilir:

$$v(x,t) = N_1.q_1(t) + N_2.q_2(t) + N_3.q_3(t) + N_4.q_4(t) \tag{4.1}$$

Denklem (4.1)'deki N_1, N_2, N_3, N_4 şekil fonksiyonları x'e bağımlıdır. Her bir düğüm noktasıyla ona ait şekil fonksiyonu çarpılmış ve birbirleriyle toplanmıştır. Bu sayede eğilme (kiriş) elemanın herhangi bir yerindeki yer değiştirmeye ulaşılmıştır. N_1, N_2, N_3, N_4 şekil fonksiyonları x'e bağımlıdır.

Eğilme elemanın hareket denklemi çıkarılırken enerji yönteminden faydalanılacak. Bu doğrultuda eğilme elemanın kinetik ve potansiyel enerjilerinin elde edilmesi gerekmektedir. Kinetik ve potansiyel enerjisini elde etmek için ise eğilme elemanın x yönümdeki birim yer değiştirmesinin bulunması gerekmektedir. Birim yer değiştirme:

$$\varepsilon_x = -z\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \tag{4.2}$$

Birim yer değiştirmeyi bulmadan önce, eğilme elemanın şekil fonksiyonlarını elde etmek gerekmektedir. Şekil fonksiyonları üçüncü dereceden polinom fonksiyonlar olarak kabul edilirse:

$$\begin{aligned} N_1 &= c_1x^3 + c_2x^2 + c_3x + c_4 \\ N_2 &= c_5x^3 + c_6x^2 + c_7x + c_8 \\ N_3 &= c_9x^3 + c_{10}x^2 + c_{11}x + c_{12} \\ N_4 &= c_{13}x^3 + c_{14}x^2 + c_{15}x + c_{16} \end{aligned} \tag{4.3}$$

Sınır şartları:

$$v(0,t) = q_1(t) \tag{4.4}$$

$$\frac{\partial v(0,t)}{\partial x} = q_2(t) \tag{4.5}$$

$$v(L,t) = q_3(t) \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial v(L,t)}{\partial x} = q_4(t) \tag{4.7}$$

Olarak belirlenir. Denklem (4.4), (4.5), (4.6) ve (4.7) açılırsa:

$$N_1(0)q_1(t)+N_2(0)q_2(t)+N_3(0)q_3(t)+N_4(0)q_4(t)=q_1(t)$$
$$\Rightarrow N_1(0)=1, N_2(0)=0, N_3(0)=0, N_4(0)=0 \tag{4.8}$$

$$N_1'(0)q_1(t)+N_2'(0)q_2(t)+N_3'(0)q_3(t)+N_4'(0)q_4(t)=q_2(t)$$
$$\Rightarrow N_1'(0)=0, N_2'(0)=1, N_3'(0)=0, N_4'(0)=0 \tag{4.9}$$

$$N_1(L)q_1(t)+N_2(L)q_2(t)+N_3(L)q_3(t)+N_4(L)q_4(t)=q_3(t)$$
$$\Rightarrow N_1(L)=0, N_2(L)=0, N_3(L)=1, N_4(L)=0 \tag{4.10}$$

$$N_1'(L)q_1(t)+N_2'(L)q_2(t)+N_3'(L)q_3(t)+N_4'(L)q_4(t)=q_4(t)$$
$$\Rightarrow N_1'(L)=0, N_2'(L)=0, N_3'(L)=0, N_4'(L)=1 \tag{4.11}$$

Bir örnek olarak N_1'i bulmak için bu sınır şartları uygulanırsa:

$$N_1(0)=1\Rightarrow c_4=1,$$
$$N_1'(0)=0\Rightarrow c_3=0, \tag{4.12}$$
$$\left.\begin{matrix}N_1(L)=0\\N_1'(L)=0\end{matrix}\right\}\Rightarrow c_1=\frac{2}{L^3}, c_2=-\frac{3}{L^2}$$

Şeklinde N_1 için katsayılar elde edilir ve nihai N_1 aşağıdaki gibi son şeklini alır:

$$N_1(x)=1-\frac{3}{L^2}x^2+\frac{2}{L^3}x^3 \tag{4.13}$$

Benzer şekilde N_2, N_3, N_4 şekil fonksiyonları da elde edilir:

$$N_2(x)=x-\frac{2x^2}{L}+\frac{x^3}{L^2} \tag{4.14}$$

$$N_3(x)=\frac{3x^2}{L^2}-\frac{2x^3}{L^3} \tag{4.15}$$

$$N_4(x)=-\frac{x^2}{L}+\frac{x^3}{L^2} \tag{4.16}$$

(4.13), (4.14), (4.15) ve (4.16) şekil fonksiyonları (4.1)de yerine yazılırsa, eğilme elemanının herhangi bir yerindeki çökme miktarı:

$$v(x,t)=\left(1-\frac{3}{L^2}x^2+\frac{2}{L^3}x^3\right)q_1(t)+\left(x-\frac{2x^2}{L}+\frac{x^3}{L^2}\right)q_2(t)+\left(\frac{3x^2}{L^2}-\frac{2x^3}{L^3}\right)q_3(t)+\left(-\frac{x^2}{L}+\frac{x^3}{L^2}\right)q_4(t) \qquad (4.17)$$

Şeklinde elde edilir. Denklem (4.17) matris notasyonunda yazılırsa:

$$v(x,t)=\left[1-\frac{3x^2}{L^2}+\frac{2x^3}{L^3} \quad x-\frac{2x^2}{L}+\frac{x^3}{L^2} \quad \frac{3x^2}{L^2}-\frac{2x^3}{L^3} \quad -\frac{x^2}{L}+\frac{x^3}{L^2}\right]\begin{Bmatrix}q_1\\q_2\\q_3\\q_4\end{Bmatrix}=[N]\{q\} \qquad (4.18)$$

Elde edilir ve birim yer değiştirme (4.2) matris notasyonunda yazılırsa:

$$\varepsilon_x=[B]\{q\}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_x=\left(-z\left[-\frac{6}{L^2}+\frac{12x}{L^3} \quad -\frac{4}{L}+\frac{6x}{L^2} \quad \frac{6}{L^2}-\frac{12x}{L^3} \quad -\frac{2}{L}+\frac{6x}{L^2}\right]\right)\begin{Bmatrix}q_1\\q_2\\q_3\\q_4\end{Bmatrix} \qquad (4.19)$$

Eğilme elemanının rijitlik matrisi boyuna elemanda olduğu gibi denklem (2.29)'daki gibi elde edilir:

$$[K]=E\int_0^L\int_A\begin{bmatrix}-\frac{6}{L^2}+\frac{12x}{L^3}\\-\frac{4}{L}+\frac{6x}{L^2}\\\frac{6}{L^2}-\frac{12x}{L^3}\\-\frac{2}{L}+\frac{6x}{L^2}\end{bmatrix}\left[-\frac{6}{L^2}+\frac{12x}{L^3} \quad -\frac{4}{L}+\frac{6x}{L^2} \quad \frac{6}{L^2}-\frac{12x}{L^3} \quad -\frac{2}{L}+\frac{6x}{L^2}\right]z^2dAdx \qquad (4.20)$$

Denklem (4.20)'deki:

$$I=\int_A z^2dA \qquad (4.21)$$

İfadesinin y eksenine göre alan atalet momenti olduğu göz önünde bulundurulursa ve (4.20)'deki integral alma işlemleri yapılırsa rijitlik matrisi aşağıdaki gibi nihai şeklini alır:

$$[K]=\frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

Eğilme elemanının kütle matrisi boyuna elemanda olduğu gibi denklem (2.36)'daki gibi elde edilir:

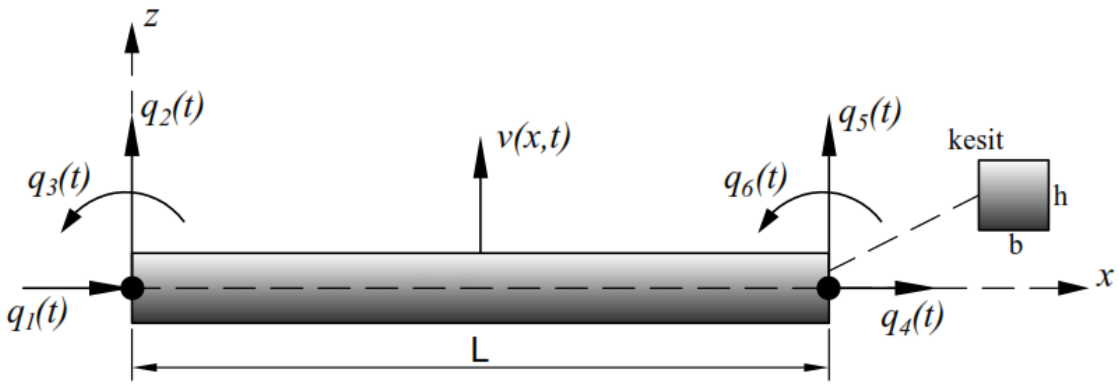
$$[M]=\rho\int_0^L\int_A \begin{bmatrix} 1-\frac{3x^2}{L^2}+\frac{2x^3}{L^3} \\ x-\frac{2x^2}{L}+\frac{x^3}{L^2} \\ \frac{3x^2}{L^2}-\frac{2x^3}{L^3} \\ -\frac{x^2}{L}+\frac{x^3}{L^2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1-\frac{3x^2}{L^2}+\frac{2x^3}{L^3} & x-\frac{2x^2}{L}+\frac{x^3}{L^2} & \frac{3x^2}{L^2}-\frac{2x^3}{L^3} & -\frac{x^2}{L}+\frac{x^3}{L^2} \end{bmatrix} dxdA \tag{4.23}$$

Eğilme elemanın prizmatik (kesit değişimi yok) olduğunu göz önünde bulundurarak, gerekli integraller alınırsa kütle matrisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$[M]=\frac{\rho AL}{420}\begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

4.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişin Matematik Modellemesi

Bir önceki kısımda homojen bir eğilme elemanının sonlu elemanlar metoduyla rijitlik ve kütle matrisleri çıkarılmıştı. Bu kısımda; kalınlık boyunca fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin matematik modellemesi yapılacaktır. Fakat daha öncesinde, FD kirişin rijitlik ve kütle matrisleri çıkarılması gerekmektedir.



Şekil 4.2 FD kiriş modeli

FD kirişin alt yüzeyinden üst yüzeyine kiriş kalınlığı(*h*) boyunca belirli bir kuvvet kanunu dağılımına göre düzgün bir geçiş vardır ki fonksiyonel derecelendirilmiş olarak adlandırılmaları da bu yüzdendir. Kesit kalınlığı boyunca değişkenlik gösteren malzeme özellikleri; elastiste modülü, *E(z)* ve yoğunluk, *ρ(z)*'tir. Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin kuvvet kanunu dağılımının en genel haliyle aşağıdaki gibi olduğu varsayılmıştır:

$$P(z) = (P_U - P_L)\left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^n + P_L \tag{4.25}$$

Denklem (4.25)'deki P_U ve P_L, FD kirişin sırasıyla üst ve alt yüzeylerindeki herhangi bir malzeme özelliğini temsil etmektedirler. *L* çubuğun boyudur, *n* ise kuvvet kanunu üstelidir. Çubuğun üst ve alt yüzeylerindeki malzeme özellikleri aşağıda verilmiştir

4.2.1 FD Eğilme Elemanının Rijitlik ve Kütle Matrislerinin Çıkarılması

Şekil 4.2'deki fonksiyonel derecelendirilmiş eğilme elemanının herhangi bir yerindeki x yönündeki yer değiştirmesi, homojen eğilme elemanından farklı olarak aşağıdaki gibi yazılabilmektedir:

$$u(x,z,t) = u_0(x,t) - z\frac{\partial v_0(x,t)}{\partial x} \tag{4.26}$$

Denklem (4.26)'da görüldüğü gibi eğilme elemanında eksenel yer değiştirmeler de mevcuttur. (4.26)'dan yola çıkarak eğilme elemanının x yönündeki birim yer değiştirmesi:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_0(x,t)}{\partial x} - z\frac{\partial^2 v_0(x,t)}{\partial x^2} \tag{4.27}$$

Olarak elde edilir. ε_x ifadesi şekil fonksiyonları cinsinden ifade edilirse:

$$\varepsilon_x = N_b' \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_4 \end{Bmatrix} - z.N_e'' \begin{Bmatrix} q_2 \\ q_3 \\ q_5 \\ q_6 \end{Bmatrix} \tag{4.28}$$

Buradaki N_b homojen boyuna elemandan gelen şekil fonksiyonu, N_e ise homojen eğilme elemanından gelen şekil fonksiyonudur.

$$\begin{aligned} N_b &= \begin{bmatrix} 1-\frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \\ N_b' &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned} N_e &= \begin{bmatrix} \frac{2x^3}{L^3} - \frac{3x^2}{L^2} + 1 & \frac{x^3}{L^2} - \frac{2x^2}{L} + x & -\frac{2x^3}{L^3} + \frac{3x^2}{L^2} & \frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L} \end{bmatrix} \\ N_e'' &= \begin{bmatrix} \frac{12x}{L^3} - \frac{6}{L^2} & \frac{6x}{L^2} - \frac{4}{L} & -\frac{12x}{L^3} + \frac{6}{L^2} & \frac{6x}{L^2} - \frac{2}{L} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.30}$$

(4.26) matris normunda yazılırsa:

$$u(x,t) = [N_1]\{q\}$$

$$\Rightarrow u(x,t) = \begin{bmatrix} 1-\frac{x}{L} & -z\left(-\frac{6x}{L^2}+\frac{6x^2}{L^3}\right) & -z\left(\frac{3x^2}{L^2}-\frac{4x}{L}+1\right) & \frac{x}{L} & -z\left(-\frac{6x^2}{L^3}+\frac{6x}{L^2}\right) & -z\left(\frac{3x^2}{L^2}-\frac{2x}{L}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{Bmatrix} \tag{4.31}$$

(4.31)'de FD eğilme elemanına ait x ekseninde yer değiştirme fonksiyonu için daha sonra kütle matrisini elde etmek için gerekli olacak $[N_1]$ satır vektörü açıkça görülebilmektedir ve şöyle ifade edilebilir:

$$[N_1]=\left[1-\frac{x}{L}\quad -z\left(-\frac{6x}{L^2}+\frac{6x^2}{L^3}\right)\quad -z\left(\frac{3x^2}{L^2}-\frac{4x}{L}+1\right)\quad \frac{x}{L}\quad -z\left(-\frac{6x^2}{L^3}+\frac{6x}{L^2}\right)\quad -z\left(\frac{3x^2}{L^2}-\frac{2x}{L}\right)\right] \tag{4.32}$$

FD eğilme elamanına ait çökme fonksiyonu ise şöyle ifade edilebilir:

$$v(x,t)=\left[\frac{2x^3}{L^3}-\frac{3x^2}{L^2}+1\quad \frac{x^3}{L^2}-\frac{2x^2}{L}+x\quad -\frac{2x^3}{L^3}+\frac{3x^2}{L^2}\quad \frac{x^3}{L^2}-\frac{x^2}{L}\right]\begin{Bmatrix}q_2\\q_3\\q_5\\q_6\end{Bmatrix} \tag{4.33}$$

(4.33)'de FD eğilme elemanına ait çökme fonksiyonu için $[N_2]$ şekil fonksiyonu matrisi açıkça görülebilmektedir ve şöyle ifade edilebilir:

$$[N_2]=\left[\frac{2x^3}{L^3}-\frac{3x^2}{L^2}+1\quad \frac{x^3}{L^2}-\frac{2x^2}{L}+x\quad -\frac{2x^3}{L^3}+\frac{3x^2}{L^2}\quad \frac{x^3}{L^2}-\frac{x^2}{L}\right] \tag{4.34}$$

$[N_1]$ ve $[N_2]$ sistemin kütle matrisini bulurken kullanılacaktır. Aynı mantıkla (4.27) de matris normunda yazılırsa:

$$\varepsilon_x=[B]\{q\}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_x=\left[-\frac{1}{L}\quad -z\left(\frac{12x}{L^3}-\frac{6}{L^2}\right)\quad -z\left(\frac{6x}{L^2}-\frac{4}{L}\right)\quad \frac{1}{L}\quad -z\left(-\frac{12x}{L^3}+\frac{6}{L^2}\right)\quad -z\left(\frac{6x}{L^2}-\frac{2}{L}\right)\right]\begin{Bmatrix}q_1\\q_2\\q_3\\q_4\\q_5\\q_6\end{Bmatrix} \tag{4.35}$$

(4.35)'de FD eğilme elemanına ait rijitlik matrisinin elde edilmesinde kullanılacak $[B]$ satır vektörü açıkça görülebilmektedir. Eğilme elemanının rijitlik matrisinin en genel hali:

$$[K]=\int_0^L b\int_{-h/2}^{h/2}[B]^T[B]E(z)dzdx \tag{4.36}$$

Şeklinde ifade edilebilir. Buradaki $[B]$ matrisi denklem (4.35)'de açıkça görülebilmektedir. $E(z)$ fonksiyonu ise kuvvet kanunu dağılımına göre:

$$E(z) = (E_U - E_L)\left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^n + E_L \tag{4.37}$$

Şeklinde gösterilebilir. Denklem (4.35)'deki [*B*] matrisi ve denklem (4.37)'deki elastiste modülü fonksiyonu, denklem (4.36)'de yerine konulup gerekli integraller alınırsa rijitlik matrisi aşağıdaki gibi nihai şeklini alır:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{A_{xx}}{L} & 0 & -\frac{B_{xx}}{L} & -\frac{A_{xx}}{L} & 0 & \frac{B_{xx}}{L} \\ 0 & \frac{12D_{xx}}{L^3} & \frac{6D_{xx}}{L^2} & 0 & -\frac{12D_{xx}}{L^3} & \frac{6D_{xx}}{L^2} \\ -\frac{B_{xx}}{L} & \frac{6D_{xx}}{L^2} & \frac{4D_{xx}}{L} & \frac{B_{xx}}{L} & -\frac{6D_{xx}}{L^2} & \frac{2D_{xx}}{L} \\ -\frac{A_{xx}}{L} & 0 & \frac{B_{xx}}{L} & \frac{A_{xx}}{L} & 0 & -\frac{B_{xx}}{L} \\ 0 & -\frac{12D_{xx}}{L^3} & -\frac{6D_{xx}}{L^2} & 0 & \frac{12D_{xx}}{L^3} & -\frac{6D_{xx}}{L^2} \\ \frac{B_{xx}}{L} & \frac{6D_{xx}}{L^2} & \frac{2D_{xx}}{L} & -\frac{B_{xx}}{L} & -\frac{6D_{xx}}{L^2} & \frac{4D_{xx}}{L} \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

(4.38)'deki A_{xx}, B_{xx}, D_{xx} ifadeleri aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} A_{xx} &= b\int_{-h/2}^{h/2} E(z)dz \\ B_{xx} &= b\int_{-h/2}^{h/2} E(z)zdz \\ D_{xx} &= b\int_{-h/2}^{h/2} E(z)z^2dz \end{aligned} \tag{4.39}$$

(4.39)'daki integraller alınırsa A_{xx}, B_{xx}, D_{xx} ifadeleri aşağıdaki gibi nihai şeklini alırlar:

$$A_{xx} = (E_U - E_L)\frac{bh}{n+1} + E_L bh$$
$$B_{xx} = (E_U - E_L)\frac{bh^2 n}{2(n+2)(n+1)} \tag{4.40}$$
$$D_{xx} = (E_U - E_L)\frac{bh^3(n^2+n+2)}{4(n+3)(n+2)(n+1)} + \frac{E_L bh^3}{12}$$

FD eğilme elemanının kütle matrisinin en genel hali:

$$[M] = \int_0^L b \int_{-h/2}^{h/2} [N_1]^T [N_1] \rho(z) dz dx + \int_0^L b \int_{-h/2}^{h/2} [N_2]^T [N_2] \rho(z) dz dx \tag{4.41}$$

Şeklinde ifade edilebilir. (4.41)'deki toplama işleminin ilk terimi eksenel yöndeki hızın ($\dot{u}$), ikinci terimi çökme yönündeki hızın ($\dot{v}$) oluşturduğu kinetik enerji ifadesinden gelmektedir. Buradaki [N_1] ve [N_2] satır vektörleri denklem (4.32) ve (4.34)'te verilmiştir. Denklem (4.41) deki toplama işlemini yaparken her iki tarafın serbestlik derecesi numarasına dikkat edilmelidir. Serbestlik derecesi numaraları (4.33) ve (4.35)'te açıkça görülebilmektedir. $\rho(z)$ fonksiyonu kuvvet kanunu dağılımına göre:

$$\rho(z) = (\rho_U - \rho_L)\left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^n + \rho_L \tag{4.42}$$

Şeklinde gösterilebilir. [N_1] ve [N_2] matrisi ve yoğunluk fonksiyonu, denklem (4.41)'de yerine konulup gerekli integraller alınırsa kütle matrisi aşağıdaki gibi nihai şeklini alır:

$$[M] = \begin{bmatrix}
\frac{I_A L}{3} & \frac{I_B}{2} & -\frac{I_B L}{12} & \frac{I_A L}{6} & -\frac{I_B}{2} & \frac{I_B L}{12} \\
\frac{I_B}{2} & \frac{13I_A L}{35} + \frac{6I_D}{5L} & \frac{11I_A L^2}{210} + \frac{I_D}{10} & \frac{I_B}{2} & \frac{9I_A L}{70} - \frac{6I_D}{5L} & -\frac{13I_A L^2}{420} + \frac{I_D}{10} \\
-\frac{I_B L}{12} & \frac{11I_A L^2}{210} + \frac{I_D}{10} & \frac{11I_A L^3}{105} + \frac{2I_D L}{15} & \frac{I_B L}{12} & \frac{13I_A L^2}{420} - \frac{I_D}{10} & -\frac{I_A L^3}{140} - \frac{I_D L}{30} \\
\frac{I_A L}{6} & \frac{I_B}{2} & \frac{I_B L}{12} & \frac{I_A L}{3} & -\frac{I_B}{2} & -\frac{I_B L}{12} \\
-\frac{I_B}{2} & \frac{9I_A L}{70} - \frac{6I_D}{5L} & \frac{13I_A L^2}{420} - \frac{I_D}{10} & -\frac{I_B}{2} & \frac{13I_A L}{35} + \frac{6I_D}{5L} & -\frac{11I_A L^2}{210} - \frac{I_D}{10} \\
\frac{I_B L}{12} & -\frac{13I_A L^2}{420} + \frac{I_D}{10} & -\frac{I_A L^3}{140} - \frac{I_D L}{30} & -\frac{I_B L}{12} & -\frac{11I_A L^2}{210} - \frac{I_D}{10} & \frac{I_A L^3}{105} + \frac{2I_D L}{15}
\end{bmatrix} \tag{4.43}$$

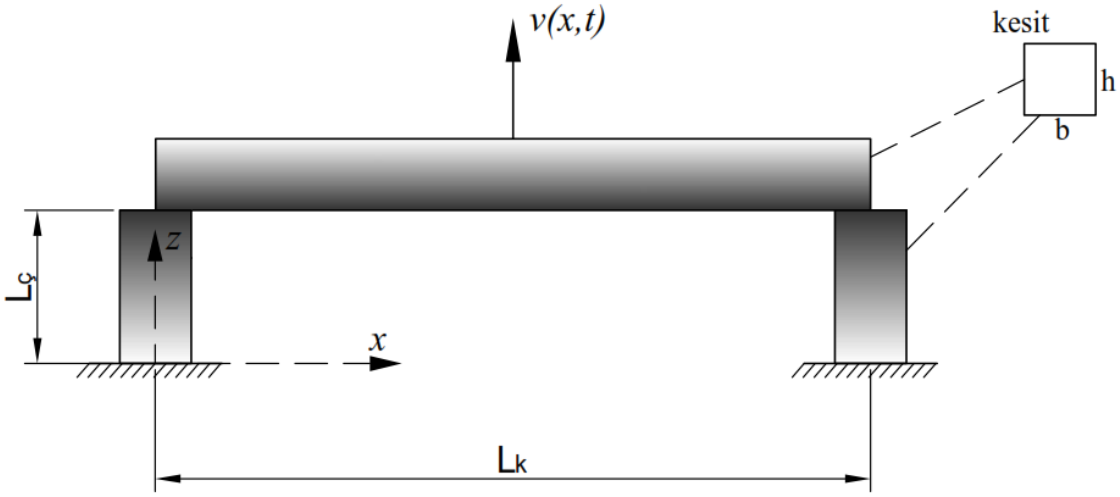
(4.43)'deki $I_A,\ I_B,\ I_D$ ifadeleri aşağıda verilmiştir:

$$I_A = b\int_{-h/2}^{h/2} \rho(z)dz$$
$$I_B = b\int_{-h/2}^{h/2} \rho(z)zdz \qquad (4.44)$$
$$I_D = b\int_{-h/2}^{h/2} \rho(z)z^2dz$$

(4.44)'deki integraller alınırsa $I_A,\ I_B,\ I_D$ ifadeleri aşağıdaki gibi nihai şeklini alırlar:

$$I_A = (\rho_U - \rho_L)\frac{bh}{n+1} + \rho_L bh$$
$$I_B = (\rho_U - \upsilon_L)\frac{bh^2 n}{2(n+2)(n+1)} \qquad (4.45)$$
$$I_D = (\rho_U - \rho_L)\frac{bh^3(n^2+n+2)}{4(n+3)(n+2)(n+1)} + \frac{\rho_L bh^3}{12}$$

4.3 EFD Çubuklarla Mesnetlenmiş Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişin Matematik Modeli



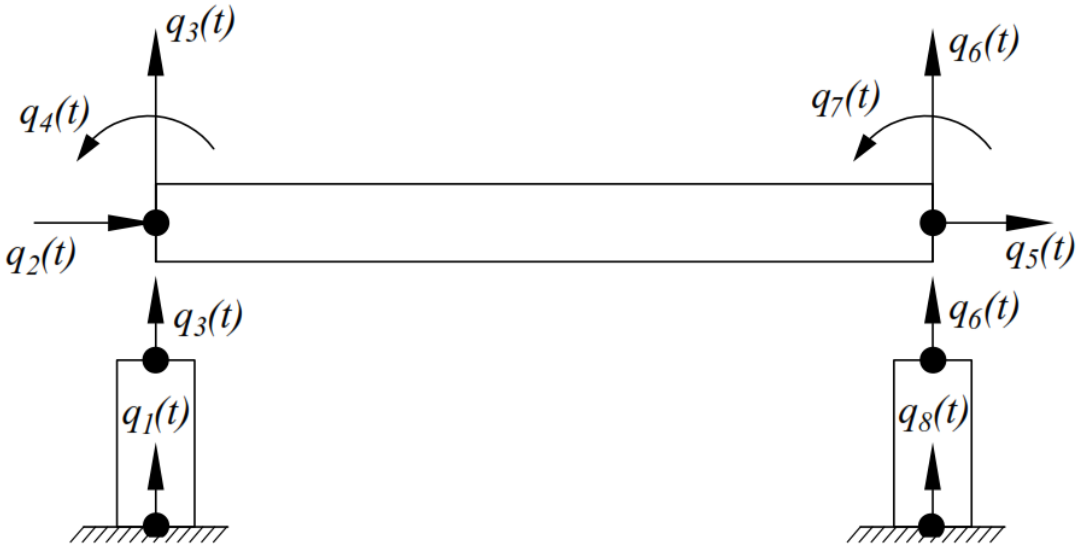
Şekil 4.3 EFD çubuklarla desteklenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş

Şekil 4.3'teki modelde EFD çubuklarla mesnetlenmiş FD kiriş görülmektedir. Bölüm 2'de EFD çubuğun sonlu elemanlar yöntemiyle rijitlik ve kütle matrisleri çıkarılmıştı. Bu bölümde de FD kirişin rijitlik ve kütle matrisleri çıkarılmıştır.

Eğilme elemanın malzeme dağılım fonksiyonu denklem (4.25) ile aynıdır. Çubuk elaman sistemde dikey olarak durmaktadır. Bu sebeple çubuk elemanın malzeme dağılımında, denklem (2.39), gösterim bakımından bir değişikliğe gidilmiştir. Şekil 4.3'deki çubuk eleman için malzeme dağılımı şu şekildedir:

$$P(z) = (P_{L_ç} - P_{U_ç})\left(1 - \frac{z}{L}\right)^{nb} + P_{U_ç} \tag{4.46}$$

Burada dikkat edilmesi gereken nokta; Şekil 4.3'e göre z eksenin, çubuk için çubuğun boyunu kiriş için kirişin kalınlığını temsil ettiğidir. Buradaki $P_{U_ç}$ ve $P_{L_ç}$ sırasıyla çubuk elemanların üst ve alt yüzeylerindeki malzeme özelliklerini temsil etmektedir, *nb* ise Şekil 4.3'deki sistemde EFD çubuk için malzeme dağılım katsayısıdır. Bu doğrultuda çubuk elemanın bölüm 2'de çıkarılan rijitlik ve kütle matrisinde E_{Left} yerine E_{Lower}, E_{Right} yerine E_{Upper}, ρ_{Left} yerine ρ_{Lower}, ρ_{Right} yerine ρ_{Upper} yazılmalıdır.



Şekil 4.4 EFD çubuklarla desteklenmiş FD kirişin lokal serbestlik dereceleri

Şekil 4.4'te, sistemin titreşim analizini sonlu elemanlar metoduyla çözebilmek için gerekli olan lokal serbestlik dereceleri gösterilmiştir. Şekil 4.4'teki serbestlik derecesi numaralandırmasına göre EFD çubuk elemanın rijitlik ve kütle matrisleriyle ((2.60),(2.61)) FD eğilme elemanının rijitlik ve kütle matrisleri ((4.38),(4.43)) doğru bir şekilde birleştirilirse EFD çubuklarla desteklenmiş FD kirişin global rijitlik ve global kütle matrisi bulunabilir. Sistemde herhangi bir sönüm mevcut değildir. Bu sebeple denklem (2.70)'ten farklı olarak, sistemin doğal frekansını bulmak için gerekli denklem aşağıda verilmiştir:

$$\left([K]_{global} - \omega^2 [M]_{global} \right) = 0 \tag{4.47}$$

Buradaki ω sistemin boyutlu doğal frekansıdır.

BÖLÜM 5

EFD ÇUBUKLARLA MESNETLENMİŞ FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ KİRİŞİN FREKANS ANALİZ SONUÇLARI

Bir önceki bölümde FD kiriş için rijitlik ve kütle matrisleri oluşturuldu. Daha sonra bu matrislerin bölüm 2'de EFD çubuk için oluşturulan rijitlik ve kütle matrisleriyle ((2.60),(2.61)) doğru bir şekilde birleştirilerek, EFD çubuklarla mesnetlenmiş FD kiriş için rijitlik ve kütle matrislerinin elde edilebileceği açıklanmıştı.

Bu bölümde, EFD çubuklarla mesnetlenmiş FD kirişin (Şekil 4.3) ilk üç mod için frekans parametreleri elde edilecektir. Fonksiyonel derecelendirme, çubuğun boyu ($L_ç$) doğrultusunda ve kirişin kalınlığı (h) doğrultusundadır.

Daha önce literatürde mevcut olan diğer çalışmalarla karşılaştırabilmek amacıyla, sistemin frekans parametreleri boyutsuz olarak elde edilmiştir. Denklem (4.47) nümerik analiz yöntemiyle çözüldüğü için, boyutsuz doğal frekanslarla çalışmak çözümü hızlandırmıştır. Bu çalışmada kullanılan boyutsuz doğal frekans aşağıda gösterilmiştir:

$$\lambda^2 = \frac{\rho_L \omega^2 A L^4}{E_L I} \tag{5.1}$$

Denklem (5.1)'de:

λ=Sistemin frekans parametresi

ρ_L= Kirişin alt yüzeyindeki malzemenin yoğunluğu,

ω= Sistemin boyutlu doğal frekansı (rad/sn),

A= Kirişin kesit alanı,

L= Kirişin boyu,

E_L=Kişin alt yüzeyindeki malzemenin elastiste modülü,

I= Kirişin dönme eksenine göre atalet momentidir.

Sistemde (Şekil 4.3) kirişin ve çubukların boyları eşit kabul edilmiştir ($L_ç=L_k=L=1m$). Aynı şekilde kirişin ve çubuğun kesit alanları da eşittir ($A=0.004m^2$). Gerekli boyutsuzlaştırma işlemleri yapıldığında sistemin temel hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\left(\left[K\right]-\lambda^2\left[M\right]\right)=0 \tag{5.2}$$

EFD çubuk mesnetli FD kirişin frekans parametresi (λ) aşağıdaki formdadır:

$$\lambda=\mp b \tag{5.3}$$

Kirişin alt yüzeyi (E_L, ρ_L) ve çubuğun üst yüzeyi ($E_{Uç}$, $\rho_{Uç}$) daha önceden belirlenmiş bir malzemeden oluşmuştur. Kirişin üst yüzeyi (E_U, ρ_L) ve çubuğun alt yüzeyi ($E_{Lç}$, $\rho_{Lç}$) için ise malzeme özellikleri, farklı elastiste modülü oranı (E_{ratio}) ve farklı yoğunluk oranı (ρ_{ratio}) değerlerine göre değişkenlik göstermektedir. Kiriş için E_{ratio} aşağıdaki gibidir:

$$E_r(kiriş)=\frac{E_U}{E_L} \tag{5.4}$$

Çubuk için E_{ratio} aşağıdaki gibidir:

$$E_r(çubuk)=\frac{E_{L_ç}}{E_{U_ç}} \tag{5.5}$$

Kiriş için ρ_{ratio} aşağıdaki gibidir:

$$\rho_r(kiriş)=\frac{\rho_U}{\rho_L} \tag{5.6}$$

Çubuk için ρ_{ratio} aşağıdaki gibidir:

$$\rho_r(çubuk)=\frac{\rho_{L_ç}}{\rho_{U_ç}} \tag{5.7}$$

İlk olarak mevcut çalışma, Demir ve Öz'ün [2]'deki çalışmalarıyla ve Ansys 13 klasik'te yapılan bir çalışmayla doğrulanmıştır.

İkinci olarak; young modülü oranlarının (E_r(kiriş), E_r(çubuk)) değişiminin frekans parametreleri üzerindeki etkisini analiz etmek amacıyla ρ_r(kiriş)=ρ_r(çubuk)=1 kabul edilerek EFD çubuk mesnetli bir FD kirişin frekans parametreleri incelenmiştir.

Üçüncü olarak; yoğunluk modülü oranlarının (ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk)) değişiminin frekans parametreleri üzerindeki etkisini analiz etmek amacıyla E_r(kiriş)=E_r(çubuk)=1 kabul edilerek EFD çubuk mesnetli bir FD kirişin frekans parametreleri incelenmiştir.

Dördüncü olarak; belirli malzeme çiftlerini elde etmek amacıyla belirli E_r(kiriş)>1 ve E_r(çubuk)>1 değerleri temel alınarak ve ilgili malzeme çiftlerine denk gelen ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) değerleri de dikkate alınarak EFD çubuk mesnetli bir FD kirişin frekans parametreleri incelenmiştir.

Beşinci olarak; belirli malzeme çiftlerini elde etmek amacıyla belirli ρ_r(kiriş)>1 ve ρ_r(çubuk)>1 değerleri temel alınarak ve ilgili malzeme çiftlerine denk gelen E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) değerleri de dikkate alınarak EFD çubuk mesnetli bir FD kirişin frekans parametreleri incelenmiştir.

Altıncı olarak; belirli malzeme çiftlerini elde etmek amacıyla belirli E_r(kiriş)<1 ve E_r(çubuk)<1 değerleri temel alınarak ve ilgili malzeme çiftlerine denk gelen ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) değerleri de dikkate alınarak EFD çubuk mesnetli bir FD kirişin frekans parametreleri incelenmiştir.

Son olarak; belirli malzeme çiftlerini elde etmek amacıyla belirli ρ_r(kiriş)<1 ve ρ_r(çubuk)<1 değerleri temel alınarak ve ilgili malzeme çiftlerine denk gelen E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) değerleri de dikkate alınarak EFD çubuk mesnetli bir FD kirişin frekans parametreleri incelenmiştir.

5.1 Doğrulama Çalışmaları

Bu kısımda mevcut çalışma literatürdeki Demir ve Öz'ün [2]'deki çalışmalarıyla doğrulanmıştır. [2]'deki basit mesnetli FD kirişin çeşitli E_{ratio} ve *n* değerlerine göre bulunan doğal frekansları referans alınmıştır. Bu çalışmada basit mesnetli kiriş şartının elde edilmesi için çubukların düşey eksende hareket etmemeleri açısından, çubukların elastiste modüllerine yeteri kadar yüksek bir değer atanmıştır. Bu değer 10^{81} GPa olarak belirlenmiştir. Daha sonra kirişi alt yüzeyine (E_L, ρ_L) çelik malzemesi atanarak, basit

mesnetli FD kirişin farklı E_r(kiriş) ve *n* değerlerine göre 1. boyutsuz frekans parametreleri [2]'deki verilerle karşılaştırılmıştır.

Çizelge 5.1 Basit mesnetli FD kirişin farklı malzeme dağılımları (*n*) ve farklı elastiste modülü oranlarına (E_r(kiriş)) göre 1. boyutsuz doğal frekansları (λ_1)

	Er(kiriş)	*n*=0	*n*=0.1	*n*=0.2	*n*=1	*n*=2	*n*=3	*n*=10
Mevcut Çalışma	0.25	2.221402	2.375919	2.462731	2.705557	2.807268	2.86416	3.010205
[2]		2.221394	2.375798	2.4626	2.705398	2.80712	2.864007	3.009997
Mevcut Çalışma	0.5	2.641754	2.712073	2.758977	2.896199	2.947725	2.976488	3.057914
[2]		2.641701	2.712073	2.758995	2.896066	2.947585	2.976364	3.057809
Mevcut Çalışma	1	3.141549	3.141549	3.141549	3.141549	3.141549	3.141549	3.141549
[2]		3.141527	3.141527	3.141527	3.141527	3.141527	3.141527	3.141527
Mevcut Çalışma	2	3.736003	3.679055	3.631721	3.444105	3.378451	3.351917	3.27443
[2]		3.735928	3.679075	3.631742	3.444022	3.378424	3.351907	3.274261
Mevcut Çalışma	3	4.134561	4.049171	3.975972	3.655578	3.533371	3.488294	3.375795
[2]		4.134484	4.049164	3.975725	3.655535	3.533219	3.488199	3.37579
Mevcut Çalışma	4	4.44282	4.33889	4.247664	3.826215	3.651524	3.588722	3.456626
[2]		4.442791	4.338756	4.247618	3.826011	3.651371	3.58868	3.456598

Çizelge 5.1'den de görülebileceği üzere, mevcut çalışmada bulunan değerler [2]'deki değerlerle örtüşmektedir.

İkinci bir doğrulama çalışması olarak Ansys 13 kalsik kullanılmıştır, çubuk elemana alüminyum, kirişe de çelik atanmıştır. Kiriş ve çubuklar 128 elemana bölünerek sistemin birinci doğal frekansları bulunmuştur. Mevcut çalışmada da kirişin kuvvet kanun üsteli *n*'ye ve çubuğun kuvvet kanunu üsteli *nb*'ye 0 değeri atanarak kiriş ve çubuklar homojen hale getirilmiştir. Daha sonra paket programdakiyle aynı malzemeler atanarak karşılaştırma yapılmıştır. Paket programın verdiği frekans birimi hertz (Hz)'tir. Bu yüzden paket programdan alınan değer boyutsuzlaştırma işlemine tabi tutulmuştur.

Çizelge 5.2 Çelik kiriş ve alüminyum çubuklardan oluşan sistemin 1. boyutsuz doğal frekansları

	λ_1
Mevcut Çalışma	3.14083
Paket program	3.14063

Çizelge 5.2'den de görülebileceği üzere mevcut çalışmayla bulunan değerle paket programdan elden edilen değer örtüşmektedir

5.2 Kiriş ve Çubuğun Yoğunluk Oranları Sabit İken; Elastiste Modülü Oranları, FD Kirişin Kuvvet Kanunu Üsteli (*n*) ve EFD Çubuğun Kuvvet Kanunu Üsteli (*nb*) Parametrelerindeki Değişimin Frekanslar Üzerindeki Etkisi

E_r(kiriş), E_r(çubuk), kiriş için kuvvet kanunu üstelini ifade eden *n* ve çubuk için kuvvet kanunu üstelini ifade eden *nb* parametrelerindeki değişimin, EFD çubuk mesnetli FD kirişin boyutsuz doğal frekansları üzerindeki etkisi ilk üç mod için incelenmiştir. Elastiste modülü oranlarındaki değişiminin sistem üzerindeki etkilerini daha net görebilmek adına kiriş ve çubuğun yoğunluk oranları ρ_r(kiriş)=ρ_r(çubuk)=1 kabul edilmiştir.

Bu kısımda kirişin alt yüzeyi (E_L, ρ_L) ve çubuğun üst yüzeyi ($E_{Uç}$, $\rho_{Uç}$) alüminyum malzeme olduğu kabul edilmiştir. Kirişin üst yüzeyi (E_U) ve çubuğun alt yüzeyi ($E_{Lç}$) için ise malzeme özellikleri, farklı elastiste modülü oranlarına (E_r(kiriş), E_r(çubuk)) göre değişkenlik göstermektedir. Alüminyumun malzeme özellikleri Çizelge 5.3'de gösterilmiştir.

Çizelge 5.3 Alüminyum malzeme özellikleri

	E (GPa)	**ρ (kg/m^3)**
Alüminyum	70	2700

Denklem (4.25)'e göre; *n*=0 iken kiriş homojendir ve E_r(kiriş) oranına göre üst yüzeyindeki malzeme özelliği (P_U) ne ise tüm kiriş o malzemeden oluşmaktadır. Kuvvet kanunu üsteli (*n*) sıfırdan daha yüksek değerlere doğru ilerledikçe, kiriş homojenliğini kaybeder ve alüminyum malzeme alt yüzeyden itibaren etkinliğini göstermeye başlar.

Denklem (4.46)'ya göre; *nb*=0 iken çubuk elemanlar homojendir ve E_r(çubuk) oranına göre alt yüzeyindeki malzeme özelliği ($P_{Lç}$) ne ise tüm çubuk o malzemeden oluşmaktadır. Kuvvet kanunu üsteli (*nb*) sıfırdan yüksek değerlere doğru ilerledikçe, çubuk homojenliğini kaybeder ve alüminyum malzeme üst yüzeyden itibaren etkinliğini göstermeye başlar.

5.2.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler

• Şekil 5.1-5.2-5.3'te çubuğun kuvvet kanunu üsteli (*nb*) sabit iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin, sistemin ilk üç boyutsuz doğal frekansı üzerindeki etkisi görülebilmektedir.

• İlk göze çarpan nokta; herhangi bir *n* değerinde ve herhangi bir E_r(çubuk) değerinde; E_r(kiriş) arttıkça kirişin rijitliği arttığından dolayı frekanslar sürekli olarak artış göstermektedir (Şekil 5.1-5.2-5.3).

• İkinci göze çarpan nokta ise E_r(kiriş)=1 iken frekansların davranışlarıdır. E_r(kiriş)=1 iken kiriş homojendir ve tüm kiriş Alüminyum malzemeden oluşmaktadır. Bu sebepten dolayı kirişin kuvvet kanunu üsteli, başka bir deyişle malzeme dağılım katsayısı, *n*'in değişiminin frekans parametreleri üzerindeki etkisi kaybolmaktadır (Şekil 5.1-5.2-5.3).

• E_r(kiriş) 0.25'ten 1'e doğru ilerledikçe, *n*'in değişiminin boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisi kaybolarak frekanslar belirli bir değere doğru yaklaşmaktadırlar (Şekil 5.1-5.2-5.3).

• E_r(kiriş) 1'ten 5'e doğru ilerledikçe *n*'in değişiminin boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisi tekrar kendini göstermekte ve farklı *n*'lere karşılık gelen frekanslar arasındaki farklar açılmaktadır (Şekil 5.1-5.2-5.3).

• E_r(kiriş)>1 iken; alüminyum (E_L) malzemesi yapının rijitliğini düşürücü etki yapmaktadır. Bu yüzden; *n*=0.1'den *n*=10'a doğru gidildikçe, yani kirişin rijitliğini düşüren alüminyum malzemesinin yapıdaki oranı arttıkça, sistemin boyutsuz doğal frekansları düşmektedir (Şekil 5.1-5.2-5.3). E_r(kiriş)>1 iken; *n*=10'un alt sınır, *n*=0.1'in üst sınır olması da bu sebeptendir.

• E_r(kiriş)<1 iken; alüminyum (E_L) malzemesi yapının rijitliğini arttırıcı etki yapmaktadır, *n*=0.1'den *n*=10'a doğru gidildikçe, yani kirişin rijitliğini arttıran alüminyum malzemesinin yapıdaki oranı arttıkça, sistemin boyutsuz doğal frekansları artmaktadır (Şekil 5.1-5.2-5.3). E_r(kiriş)<1 iken; *n*=10'un üst sınır, *n*=0.1'in alt sınır olması da bu sebeptendir.

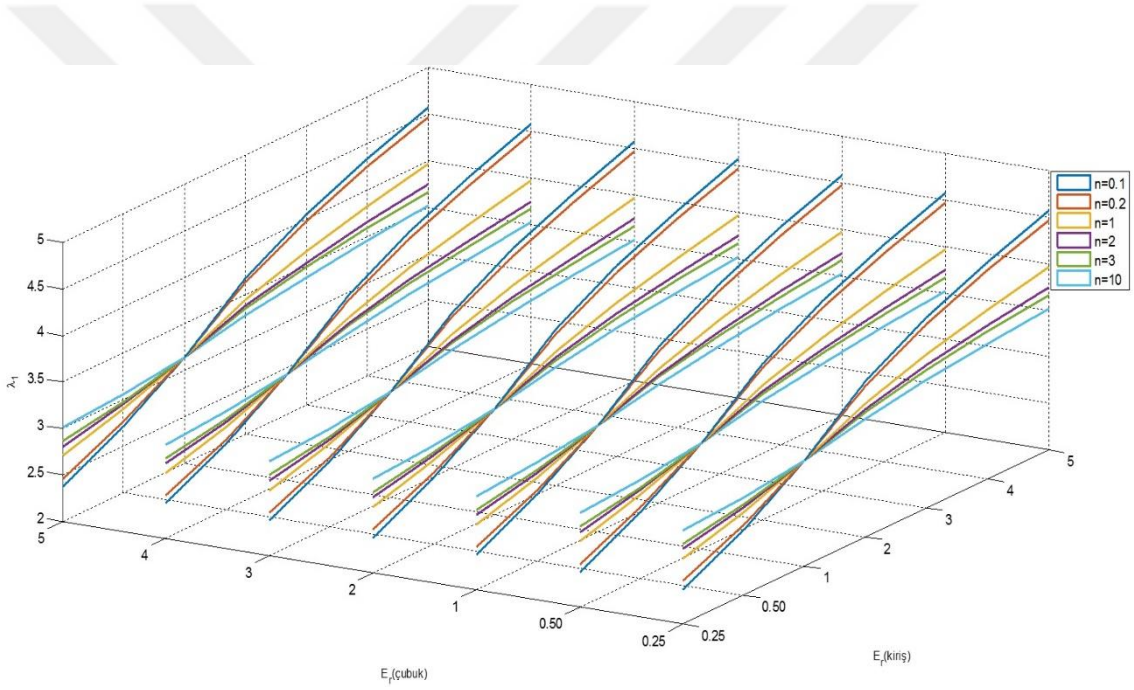
• Şekil 5.1-5.2-5.3'ten görülebileceği üzere, boyutsuz doğal frekanslar üzerinde E_r(çubuk) parametresindeki değişimin etkisi E_r(kiriş) parametresindeki değişimin

etkisine göre çok azdır. E_r(çubuk)'un değişimin ilk üç frekanslar üzerindeki etkisi, eklerde mevcut olan Çizelge 5.10-5.11-5.12-5.13-5.14-5.15'den görülebilmektedir.

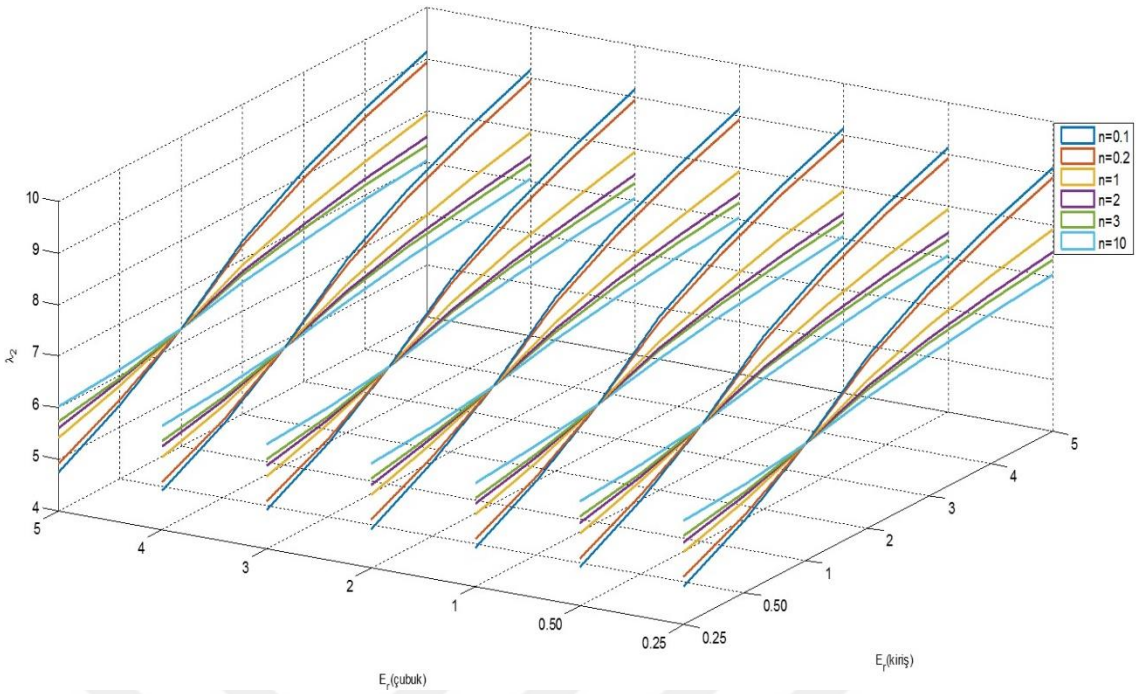
- E_r(çubuk)=1 iken, kiriş için bahsedilen durumun aynısı geçerlidir ve bu durumda *nb*'nin değişiminin frekanslara bir etkisi olmamaktadır (Çizelge 5.10-5.11-5.12-5.13-5.14-5.15).

- E_r(çubuk)>1 iken ve E_r(çubuk)<1 iken, *nb* ile aralarındaki ilişki, sebepleriyle birlikte kiriş için açıklananlarla aynıdır ve bu ilişki Çizelge 5.10-5.11-5.12-5.13-5.14-5.15'ten gözlenebilir.

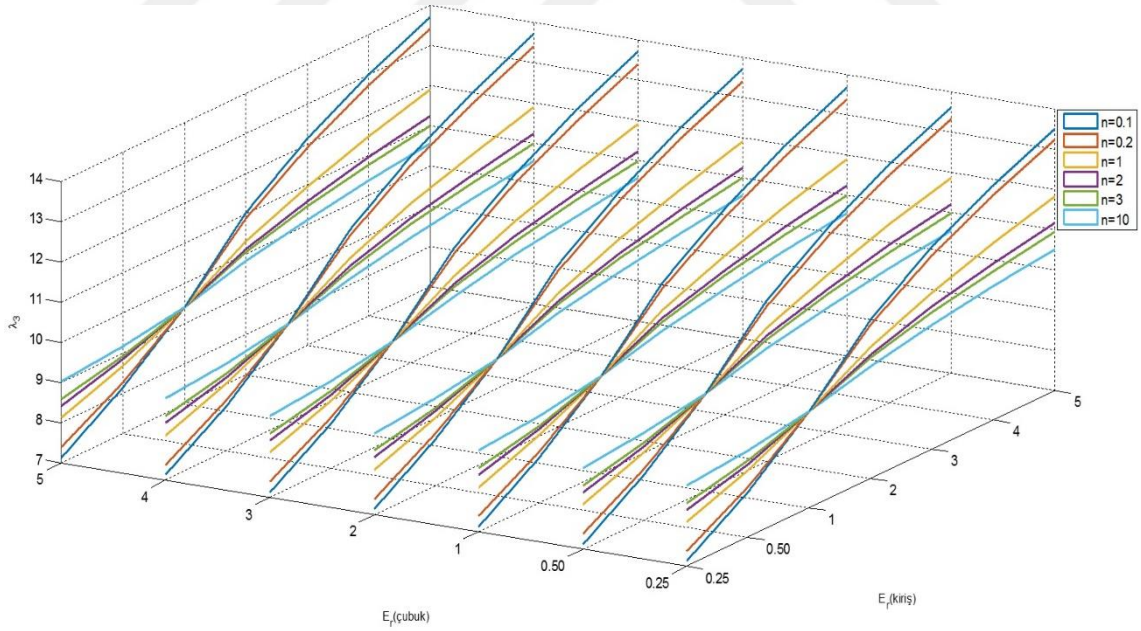
- Çizelge 5.10-5.11-5.12-5.13-5.14-5.15'ten de görülebileceği üzere frekanslar üzerinde *nb*'in değişiminin etkisi *n*'in değişiminin etkisine göre çok azdır.



Şekil 5.1 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.2 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.3 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

5.3 Kiriş ve Çubuğun Elastiste Modülü Oranları Sabit İken; Yoğunluk Oranları, FD Kirişin Kuvvet Kanunu Üsteli (*n*) ve EFD Çubuğun Kuvvet Kanunu Üsteli (*nb*) Parametrelerindeki Değişimin Frekanslar Üzerindeki Etkisi

ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), kiriş için kuvvet kanunu üstelini ifade eden *n* ve çubuk için kuvvet kanunu üstelini ifade eden *nb* parametrelerindeki değişimin, EFD çubuk mesnetli FD kirişin boyutsuz doğal frekansları üzerindeki etkisi ilk üç mod için incelenmiştir. Yoğunluk modülü oranındaki değişiminin sistem üzerindeki etkisini daha net görebilmek adına kiriş ve çubuğun elastiste modülü oranları E_r(kiriş)=E_r(çubuk)=1 kabul edilmiştir.

Bu kısımda da kirişin alt yüzeyi (E_L, ρ_L) ve çubuğun üst yüzeyi ($E_{Uç}$, $\rho_{Uç}$) alüminyum malzeme olduğu kabul edilmiştir. Kirişin üst yüzeyi (ρ_U) ve çubuğun alt yüzeyi ($\rho_{Lç}$) için ise malzeme özellikleri, farklı yoğunluk oranlarına (ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk)) göre değişkenlik göstermektedir.

5.3.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler

- Şekil 5.4-5.5-5.6'da çubuğun kuvvet kanunu üsteli (*nb*) sabit iken ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve n parametrelerindeki değişiminin, sistemin ilk üç boyutsuz doğal frekansı üzerindeki etkisi görülebilmektedir.

- İlk göze çarpan nokta; herhangi bir *n* değerinde ve herhangi bir ρ_r(çubuk) değerinde; ρ_r(kiriş) arttıkça kirişin yoğunluğu arttığından frekanslar sürekli olarak düşüş göstermektedir (Şekil 5.4-5.5-5.6).

- Bir önceki kısımda olduğu gibi burada da diğer bir göze çarpan nokta ρ_r(kiriş)=1 iken frekansların davranışlarıdır. ρ_r(kiriş)=1 iken kiriş homojendir ve tüm kiriş alüminyum malzemeden oluşmaktadır. Bu sebepten dolayı kirişin kuvvet kanunu üsteli, başka bir deyişle malzeme dağılım katsayısı, *n*'in değişiminin frekans parametreleri üzerindeki etkisi kaybolmaktadır (Şekil 5.4-5.5-5.6).

- ρ_r(kiriş) 0.25'ten 1'e doğru ilerledikçe *n*'in değişiminin boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisi kaybolarak frekanslar belirli bir değere doğru yaklaşmaktadırlar (Şekil 5.4-5.5-5.6).

• ρ_r(kiriş) 1'ten 5'e doğru ilerledikçe *n*'in değişiminin boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisi tekrar kendini göstermekte ve farklı *n*'lere karşılık gelen frekanslar arasındaki farklar açılmaktadır (Şekil 5.4-5.5-5.6).

• ρ_r(kiriş)>1 iken; alüminyum (ρ_L) malzemesi yapının yoğunluğunu düşürücü etki yapmaktadır. Bu yüzden; *n*=0.1'den *n*=10'a doğru gidildikçe, yani kirişin yoğunluğunu düşüren alüminyum malzemesinin yapıdaki oranı arttıkça, sistemin boyutsuz doğal frekansları artmaktadır (Şekil 5.4-5.5-5.6). ρ_r(kiriş)>1 iken; *n*=0.1'in alt sınır, *n*=10'un üst sınır olması da bu sebeptendir (Şekil 5.4-5.5-5.6).

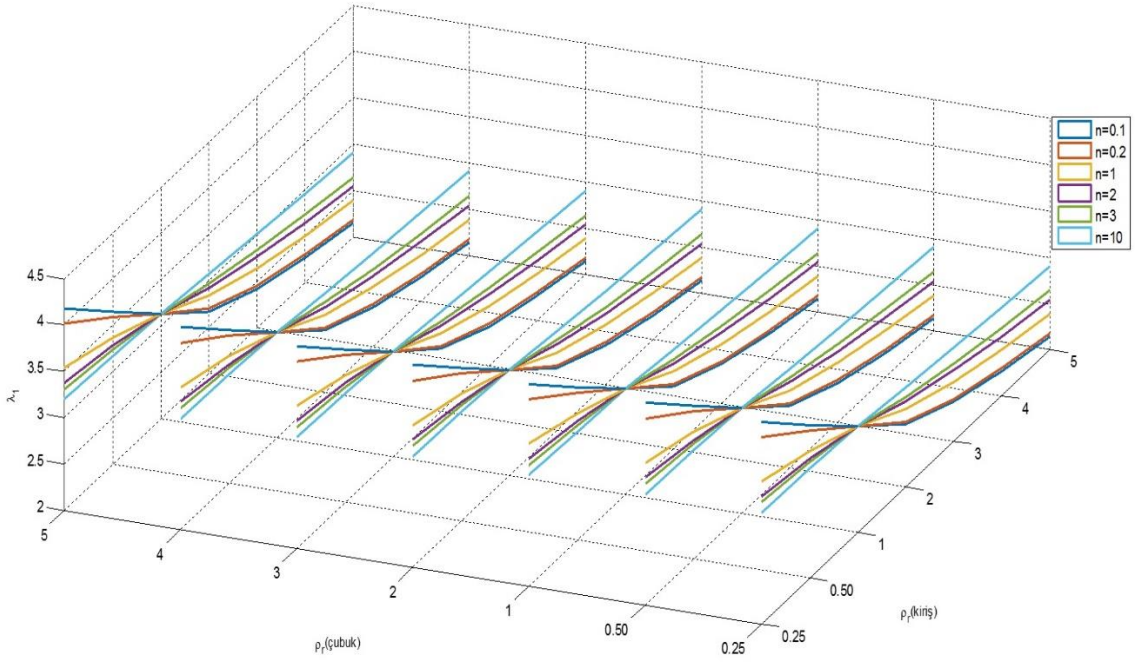
• ρ_r(kiriş)<1 iken; alüminyum (ρ_L) malzemesi yapının yoğunluğunu artırıcı etki yapmaktadır. Bu yüzden; *n*=0.1'den *n*=10'a doğru gidildikçe, yani kirişin yoğunluğunu arttıran alüminyum malzemesinin yapıdaki oranı arttıkça, sistemin frekansları düşmektedir (Şekil 5.4-5.5-5.6). ρ_r(kiriş)<1 iken; *n*=0.1'in üst sınır, *n*=10'un alt sınır olması da bu sebeptendir (Şekil 5.4-5.5-5.6).

• Şekil 5.4-5.5-5.6'dan görülebileceği üzere, boyutsuz doğal frekanslar üzerinde ρ_r(çubuk) parametresindeki değişimin etkisi ρ_r(kiriş) parametresindeki değişimin etkisine göre çok azdır. ρ_r(çubuk)'un değişiminin ilk üç frekans parametresi üzerindeki etkisi, eklerde mevcut olan Çizelge 5.16-5.17-5.18-5.19-5.20-5.21'den görülebilmektedir.

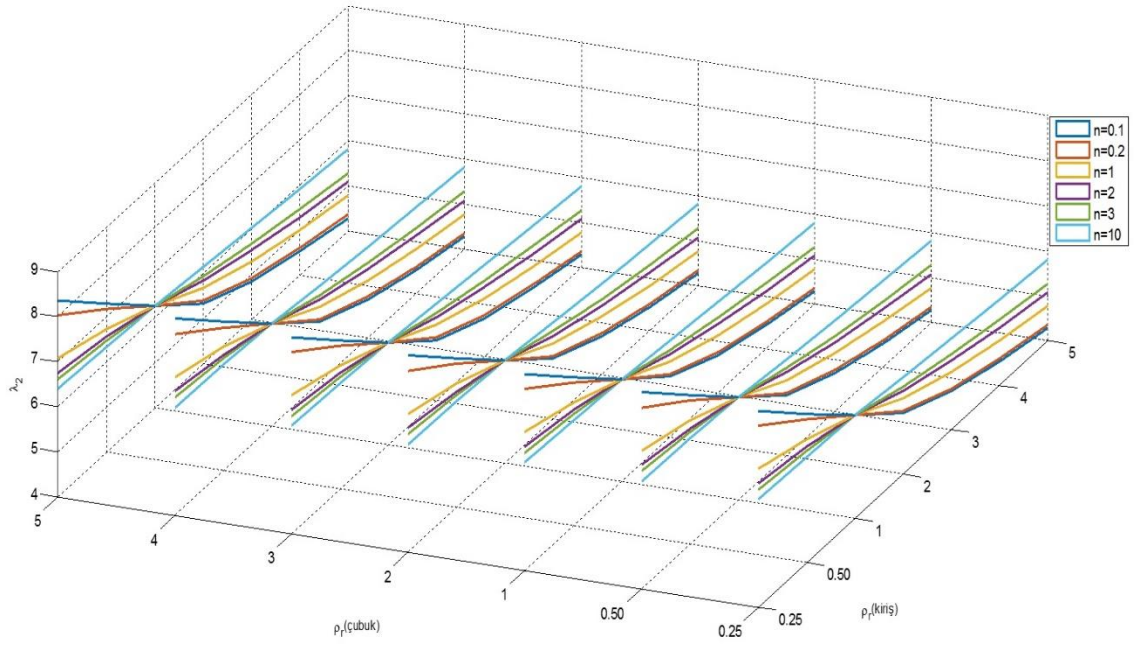
• ρ_r(çubuk)=1 iken, kiriş için bahsedilen durumun aynısı geçerlidir ve bu durumda *nb*'nin değişiminin frekanslara bir etkisi olmamaktadır (Çizelge 5.16-5.17-5.18-5.19-5.20-5.21).

• ρ_r(çubuk)>1 iken ve ρ_r(çubuk)<1 iken, *nb* ile aralarındaki ilişki, sebepleriyle birlikte kiriş için açıklananlarla aynıdır ve bu ilişki Çizelge 5.16-5.17-5.18-5.19-5.20-5.21'den gözlenebilir.

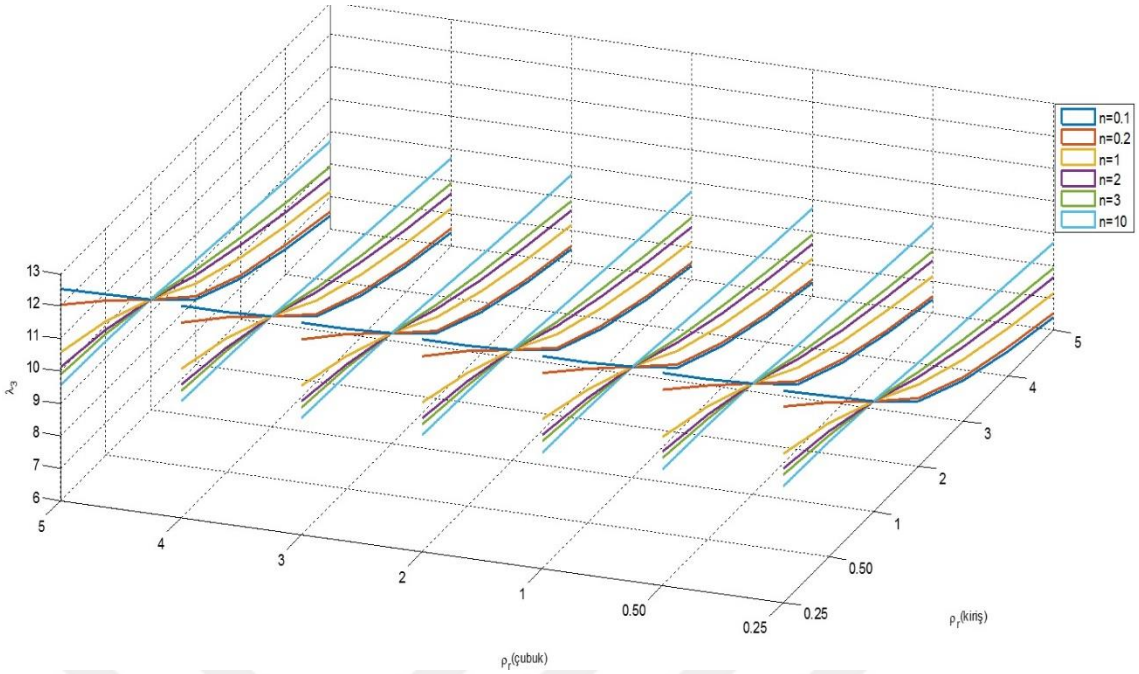
• Bir önceki kısımda olduğu gibi burada da *nb*'in değişiminin frekanslar üzerindeki etkisi *n*'in değişiminin frekanslar üzerindeki etkisine göre çok düşüktür (Çizelge 5.16-5.17-5.18-5.19-5.20-5.21).



Şekil 5.4 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.5 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.6 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

5.4 E_r(kiriş)≥1 ve E_r(çubuk)≥1 İken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), *n* ve *nb* Parametrelerindeki Değişimin Frekanslar Üzerindeki Etkisi

Bu kısımda; belirli malzeme çiftlerini elde etmek amacıyla E_r(kiriş)≥1 ve E_r(çubuk)≥1 değerleri temel alınmış ve ilgili malzeme çiftlerine denk gelen ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) değerleri de dikkate alınmıştır. E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), *n* ve *nb* parametrelerindeki değişimin boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkisi ilk üç mod için incelenmiştir.

Kirişin alt yüzeyinin (E_L, ρ_L) ve çubuğun üst yüzeyinin ($E_{Uç}$, $\rho_{Uç}$) alüminyum malzeme olduğu kabul edilmiştir. Kirişin üst yüzeyi (E_L, ρ_U) ve çubuğun alt yüzeyi ($E_{Lç}$, $\rho_{Lç}$) için ise malzeme özellikleri, farklı elastiste modülü oranlarına (E_r(kiriş), E_r(çubuk)) göre değişkenlik göstermektedir. 1 ve 1'den büyük E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) parametreleri sayesinde oluşturulan bu malzeme özelliklerinin endüstride kullanılan malzeme özellikleriyle örtüşmesine özen gösterilmiştir. Bu sayede çeşitli malzeme çiftleri oluşturulmuştur. ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) parametreleri de göz önünde bulundurularak, E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) parametreleri sayesinde oluşturulan bu malzeme çiftleri aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir

Çizelge 5.4 Malzeme çiftleri

	E_r(kiriş) \ E_r(çubuk)	ρ_r(kiriş) \ ρ_r(çubuk)
Al-Al	1	1
Al-TiAl	1.75	1.6
Al-Al_3Ni	2	1.5
Al-ZrO_2	2.9	1.5
Al-NiCoCrAlY	2.98	2.7
Al-Steel	3	2.8
Al-Al_2O_3	5.57	1.5
Al-SiC	6	1.2

Doğal frekanslar üzerindeki etkileri incelenen çeşitli E_{ratio} ve ρ_{ratio} parametrelerinin hangi değerlerinin hangi malzeme çiftlerini oluşturduğu Çizelge 5.4'de görülmektedir.

1 ve 1'den büyük E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) parametrelerinin değişimi temel alınarak yapılan titreşim analizinde ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) parametrelerindeki değişimin de göz ardı edilmediği Çizelge 5.4'de görülmektedir.

5.4.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler

• Şekil 5.7-5.8-5.9'da çubuğun kuvvet kanunu üsteli (*nb*) sabit iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve n parametrelerindeki değişimin ilk üç boyutsuz frekanslar üzerindeki etkileri görülebilmektedir.

• İlk göze çarpan nokta; bir önceki kısımlarda gözlenenin tersine, herhangi bir *n* değerinde ve herhangi bir E_r(çubuk) değerinde; E_r(kiriş) arttıkça frekanslarda dalgalanmalar gözlenmektedir (Şekil 5.7-5.8-5.9). Bunun sebebi; ρ_r(kiriş)'in de eş zamanlı olarak Çizelge 5.4'e göre değişkenlik göstermesidir.

• Herhangi bir E_r(çubuk) değerinde, E_r(kiriş)=1 iken kiriş homojendir ve bu yüzden de kirişe ait kuvvet kanun üsteli *n*'deki değişimin frekanslar üzerinde hiçbir etkisi yoktur (Şekil 5.7-5.8-5.9).

• Daha önce de bahsedildiği üzere; kiriş kuvvet kanunu üsteli *n*'in düşük değerlerinde kirişin üst yüzeyinde mevcut olan malzeme baskındır ki bu malzeme E_r(kiriş) parametresine göre değişkenlik göstermektedir. *n*'in yüksek değerlerinde ise kirişin alt kısmında mevcut olan malzeme baskındır ki bu malzeme alüminyumdur.

• Yukarıdaki yorumdan yola çıkarak E_r(kiriş)'teki artış veya azalışın ve ρ_r(kiriş)'teki artış veya azalışın, *n*'in düşük değerlerine denk gelen frekanslar üzerinde daha fazla etkisi olacağı aşikârdır (Şekil 5.7-5.8-5.9).

• Herhangi bir E_r(çubuk) değerinde; E_r(kiriş) 1'den 2.9'a artarken ρ_r(kiriş) de 1'den 1.5'e artmaktadır (Çizelge 5.4). E_r(kiriş)'teki artışın frekansları arttırıcı etkisi ρ_r(kiriş)'teki artışın frekansları azaltıcı etkisinden daha fazla olduğu için bu bölgede frekans parametreleri artmaktadır ve bu artışın etkisi *n*=0.1'den *n*=10'a giderken azalmaktadır. (Şekil 5.7-5.8-5.9).

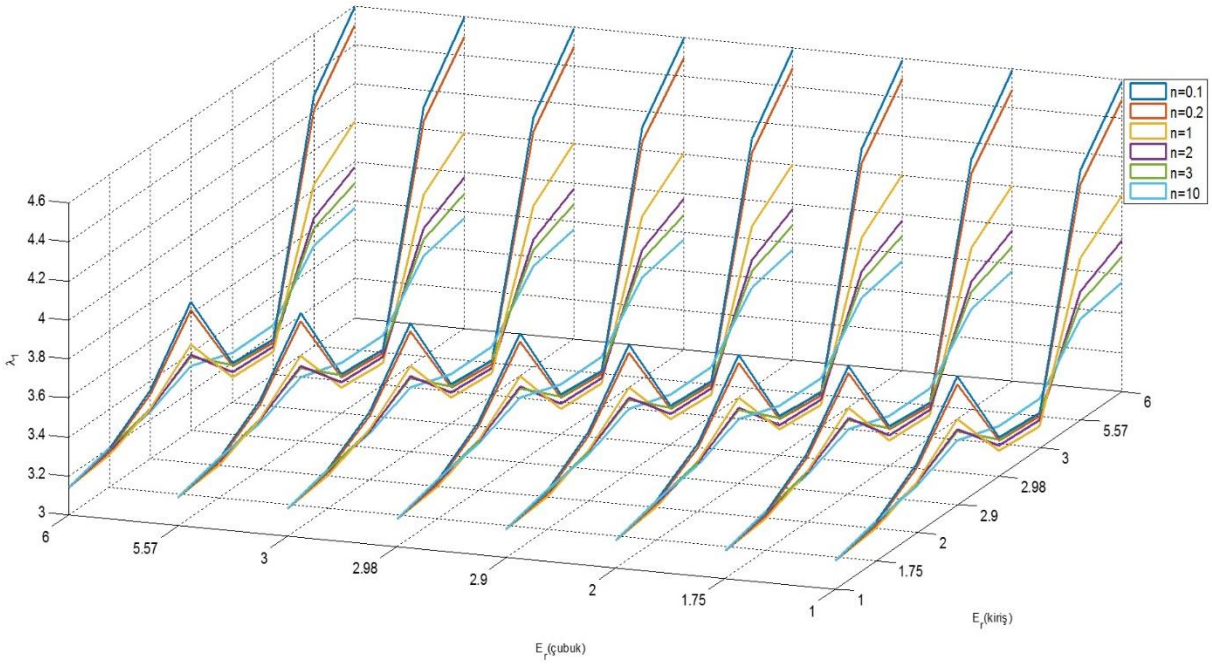
• E_r(kiriş) 2.9'dan 2.98'e artarken ρ_r(kiriş) de 1.5'den 2.7'ye artmaktadır (Çizelge 5.4). ρ_r(kiriş)'teki artışın frekansları azaltıcı etkisi E_r(kiriş)'teki artışın frekansları arttırıcı etkisinden daha fazla olduğu için bu bölgede frekans parametrelerinde ani bir düşüş gözlenmektedir. Bu düşüşün etkisi; en çok *n*=0.1'de ve en az da *n*=10'da olmak üzere, *n*=0.1'den *n*=10'a giderken azalmaktadır. (Şekil 5.7-5.8-5.9).

• E_r(kiriş) 2.98'den 3'e artarken ρ_r(kiriş) de 2.7'den 2.8'e artmaktadır (Çizelge 5.4). ρ_r(kiriş)'teki artışın frekansları azaltıcı etkisi E_r(kiriş)'teki artışın frekansları arttırıcı etkisinden daha fazla olduğu için bu bölgede frekans parametrelerinde az bir düşüş gözlenmektedir. Bu düşüşün etkisi; en çok *n*=0.1'de ve en az da *n*=10'da olmak üzere, *n*=0.1'den *n*=10'a giderken azalmaktadır. Bu durum Şekil 5.7-5.8-5.9'daki verilerin çizelgelere dökülmüş hali olan Çizelge 5.22-5.24-5.26'da daha iyi gözlenebilmektedir.

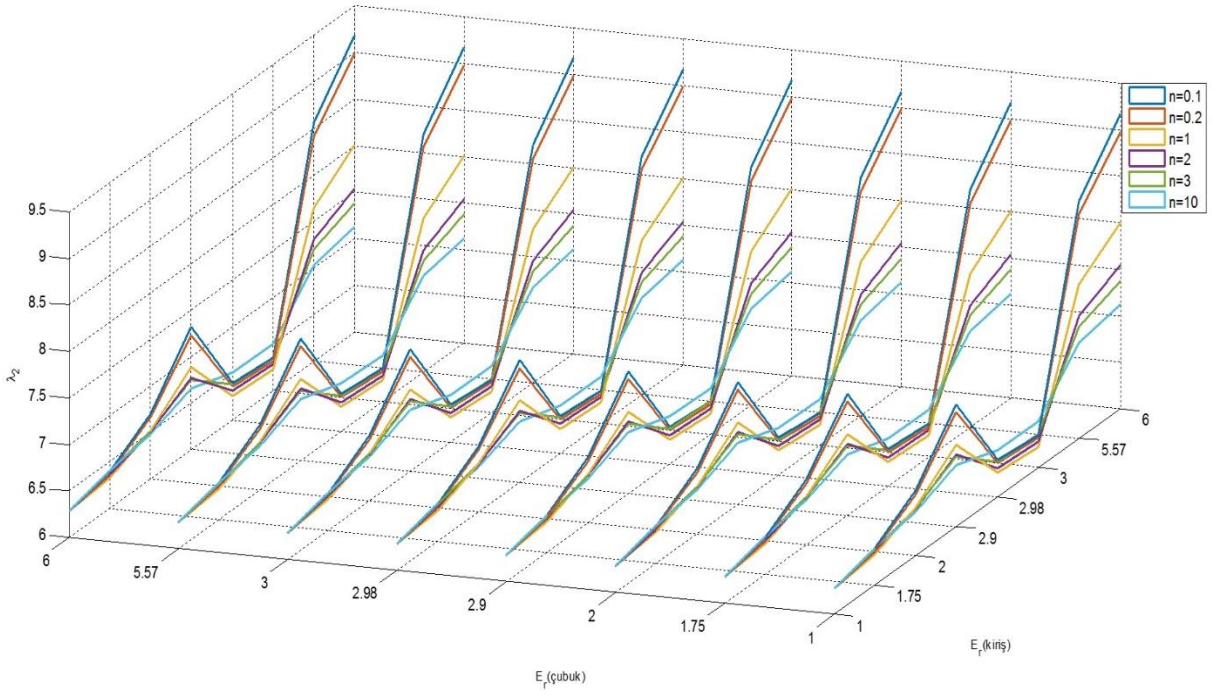
• E_r(kiriş) 3'ten 6'ya artarken ρ_r(kiriş) de 2.8'den 1.2'e düşmektedir (Çizelge 5.4). E_r(kirişin)'teki artışın frekansları arttırıcı etkisiyle ρ_r(kiriş)'teki azalışın frekansları arttırıcı etkisi birleştiğinde, frekans parametrelerinde ani bir sıçrama meydana gelmektedir. Bu sıçramanın etkisi; en çok *n*=0.1'de ve en az da *n*=10'da olmak üzere, *n*=0.1'den *n*=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.7-5.8-5.9).

• Herhangi bir E_r(kiriş) ve ρ_r(kiriş) değerinde; E_r(çubuk) ve ρ_r(çubuk) parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkisi çok azdır (Çizelge 5.22-5.24-5.26). E_r(çubuk) ve ρ_r(çubuk) parametrelerindeki değişimin frekanslara etkisi bazı bölgelerde kirişte yapılan yorumlardan farklılık göstermektedir. Bunun sebebi; ρ_r(çubuk)'taki değişimin sistemin frekansına etkisinin ρ_r(kiriş)'teki değişimin sistemin frekansına etkisine nazaran daha düşük olmasıdır. E_r(çubuk) 2.9'dan 3'e artarken, ρ_r(çubuk) 1.5'den 2.8'e artmaktadır. ρ_r(çubuk) değerindeki değişimin nispeten fazla olmasından dolayı bu bölgede frekansların azalması beklenirken, E_r(çubuk)

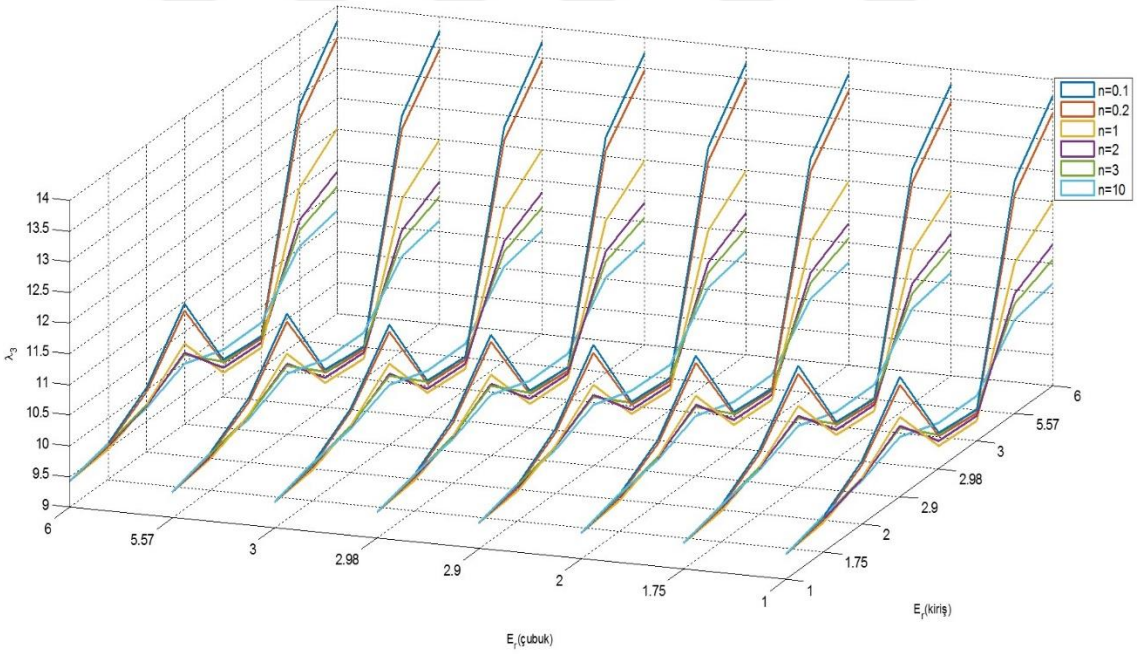
parametresindeki artışın frekansları artırıcı etkisi ağır basmaktadır ve frekans parametreleri az da olsa artış göstermektedir. Sonuç olarak E_r(kiriş), ρ_r(kiriş) ve *n* sabit iken E_r(çubuk) 1'den 6'ya artarken frekanslar sürekli olarak minimal seviyelerde artış göstermektedir (Çizelge 5.22-5.24-5.26). Bu artışın etkisi; *nb*=0.1'den *nb*=10'a giderken azalmaktadır (Çizelge 5.22-5.23-5.24-5.25-5.26-5.27).



Şekil 5.7 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.8 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.9 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

5.5 Er(kiriş)≤1 ve Er(çubuk)≤1 İken; Er(kiriş), Er(çubuk), ρr(kiriş), ρr(çubuk), *n* ve *nb* Parametrelerindeki Değişimin Frekanslar Üzerindeki Etkisi

Bu kısımda; belirli malzeme çiftlerini elde etmek amacıyla E_r(kiriş)≤1 ve E_r(çubuk)≤1 değerleri temel alınmış ve ilgili malzeme çiftlerine denk gelen ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) değerleri de dikkate alınmıştır. E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), *n* ve *nb* parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkisi ilk üç mod için incelenmiştir.

Kirişin alt yüzeyinin (E_L, ρ_L) ve çubuğun üst yüzeyinin ($E_{Uç}$, $\rho_{Uç}$) Silisyum Karbür (SiC) olduğu kabul edilmiştir. SiC malzeme özellikleri Çizelge 5.5'te gösterilmiştir.

Çizelge 5.5 SiC malzeme özellikleri

	E (GPa)	**ρ (kg/m^3)**
SiC	415	3160

Kirişin üst yüzeyi (E_L, ρ_U) ve çubuğun alt yüzeyi ($E_{Lç}$, $\rho_{Lç}$) için ise malzeme özellikleri, farklı elastiste modülü oranlarına (E_r(kiriş), E_r(çubuk)) göre değişkenlik göstermektedir. 1 ve 1'den küçük E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) parametreleri sayesinde oluşturulan bu malzeme özelliklerinin endüstride kullanılan malzeme özellikleriyle örtüşmesine özen gösterilmiştir. Bu sayede çeşitli malzeme çiftleri oluşturulmuştur. ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) parametreleri de göz önünde bulundurularak, E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) parametreleri sayesinde oluşturulan bu malzeme çiftleri aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir.

Çizelge 5.6 Malzeme çiftleri

	E_r(kiriş) \ E_r(çubuk)	ρ_r(kiriş) \ ρ_r(çubuk)
SiC-SiC	1	1
SiC- Al_2O_3	0.9	1.25
SiC- Steel	0.5	2.4
SiC- NiCoCrAlY	0.5	2.3
SiC-ZrO_2	0.5	1.9
Sic-Al_3Ni	0.34	1.26
SiC-TiAl	0.29	1.4
SiC-Al	0.17	0.85

5.5.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler

• Herhangi bir E_r(çubuk) değerinde, E_r(kiriş)=1 iken kiriş homojendir ve bu yüzden de kirişe ait kuvvet kanun üsteli *n*'deki değişimin frekans parametreleri üzerinde hiçbir etkisi yoktur (Şekil 5.10-5.11-5.12).

• Er(kiriş)'teki artış veya azalışın ve ρr(kiriş)'teki artış veya azalışın, *n*'in düşük değerlerine denk gelen frekanslar üzerinde daha fazla etkisi olacağı sebepleriyle birlikte daha önceki kısımlarda açıklanmıştı.

• Herhangi bir E_r(çubuk) ve ρ_r(çubuk) değerinde (E_r(çubuk) ve ρ_r(çubuk) sabit); E_r(kiriş) 1'den 0.5'e azalırken ρ_r(kiriş) 1'den 2.4'e artmaktadır (Çizelge 5.6). E_r(kiriş)'teki azalışın frekansları azaltıcı etkisiyle ρ_r(kiriş)'teki artışın frekansları azaltıcı etkisi birleştiğinde, frekans parametrelerinde ani bir azalma meydana gelmektedir. Bu azalmanın etkisi; en çok n=0.1'de ve en az da n=10'da olmak üzere, n=0.1'den n=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.10-5.11-5.12).

• E_r(kiriş) 0.5'te bir süre kalıp daha sonra 0.34 değerine düşüş göstermektedir. ρ_r(kiriş) değeri de 2.4'ten 1.26 değerine sürekli olarak azalmaktadır (Çizelge 5.6). Bu bölgede ρ_r(kiriş)'teki değişim E_r(kiriş)'teki değişime nazaran daha fazladır. Bu yüzden ρ_r(kiriş) parametresindeki azalışın frekansları artırıcı etkisi E_r(kiriş)'teki azalışın frekansları düşürücü etkisine göre daha fazladır ve bu yüzden bu bölgede frekans parametreleri artmaktadır. Bu artışın etkisi n=0.1'den n=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.10-5.11-5.12).

• E_r(kiriş) 0.34'ten 0.29 değerine düşüş gösterirken ρ_r(kiriş) ise 1.26'dan 1.4 değerine artış göstermektedir (Çizelge 5.6). Bu bölgede; ρ_r(kiriş)'teki artış E_r(kiriş)'teki düşüşe nazaran daha fazla olduğu için ρ_r(kiriş) parametresindeki artışın frekansları azaltıcı etkisi baskındır ve bu yüzden bu bölgede frekans parametrelerinde düşüş gözlenmektedir. Bu düşüşün etkisi n=0.1'den n=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.10-5.11-5.12).

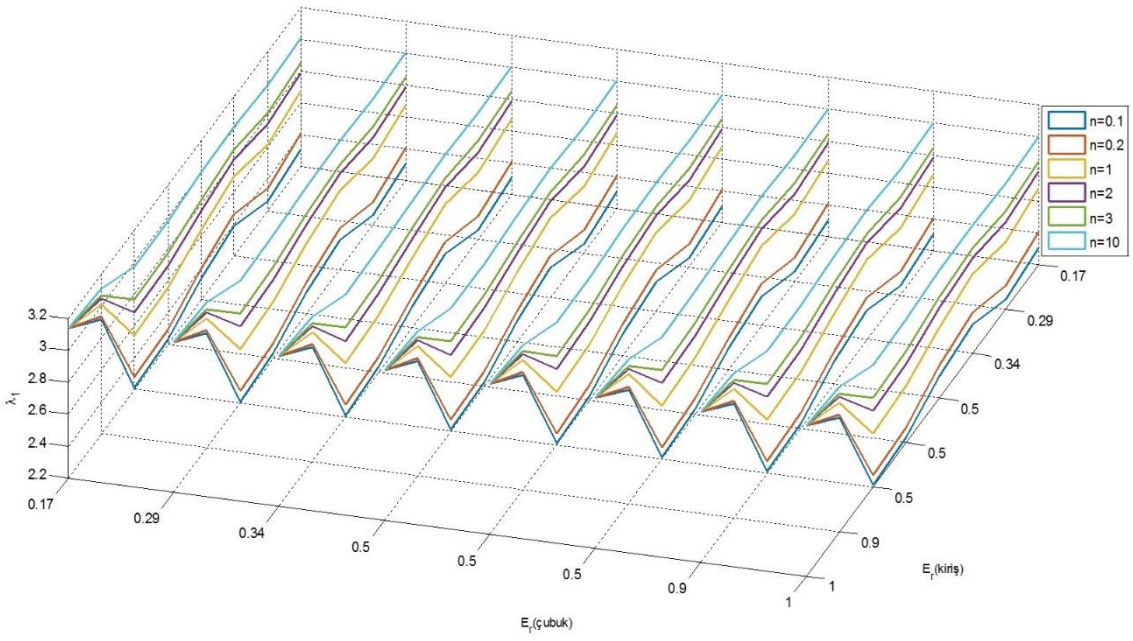
• E_r(kiriş) 0.29'dan 0.17 değerine düşüş gösterirken ρ_r(kiriş) ise 1.4'ten 0.85 değerine azalış göstermektedir (Çizelge 5.6). Bu bölgede; ρ_r(kiriş)'teki azalış E_r(kiriş)'teki azalışa nazaran daha fazla olduğu için ρ_r(kiriş) parametresindeki azalışın frekansları artırıcı etkisi baskındır ve bu yüzden bu bölgede frekans parametrelerinde artış

gözlenmektedir. Bu artışın etkisi n=0.1'den n=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.10-5.11-5.12).

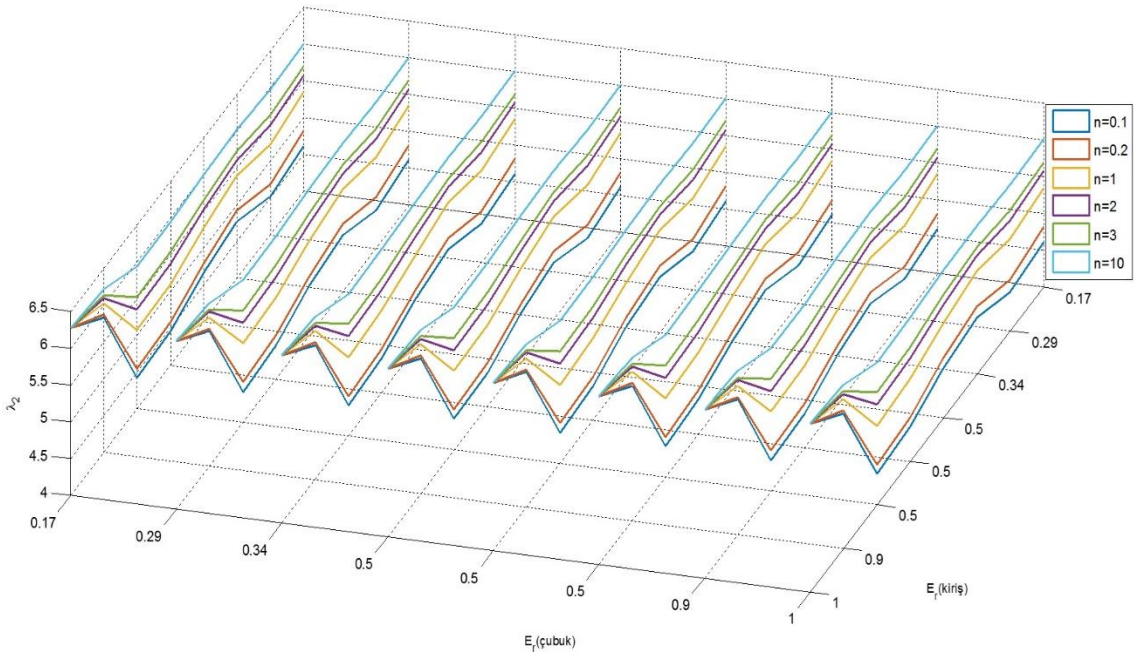
• Herhangi bir E_r(kiriş) ve ρ_r(kiriş) değerinde (E_r(kiriş) ve ρ_r(kiriş) sabit); E_r(çubuk) ve ρ_r(çubuk) parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkisi çok azdır (Çizelge 5.28-5.30-5.32).

• E_r(çubuk) 0.5'ten 0.34'e azalırken, ρ_r(çubuk) 1.9'dan 1.26'ya azalmaktadır. Daha önce de belirtildiği üzere ρ_r(çubuk) parametresindeki değişimin sistemin frekansları üzerindeki etkisi nispeten az olduğundan dolayı E_r(çubuk) parametresindeki düşüşün boyutsuz doğal frekansları azaltıcı etkisi ağır basmaktadır ve frekanslar az da olsa düşüş göstermektedir (Çizelge 5.28-5.30-5.32).

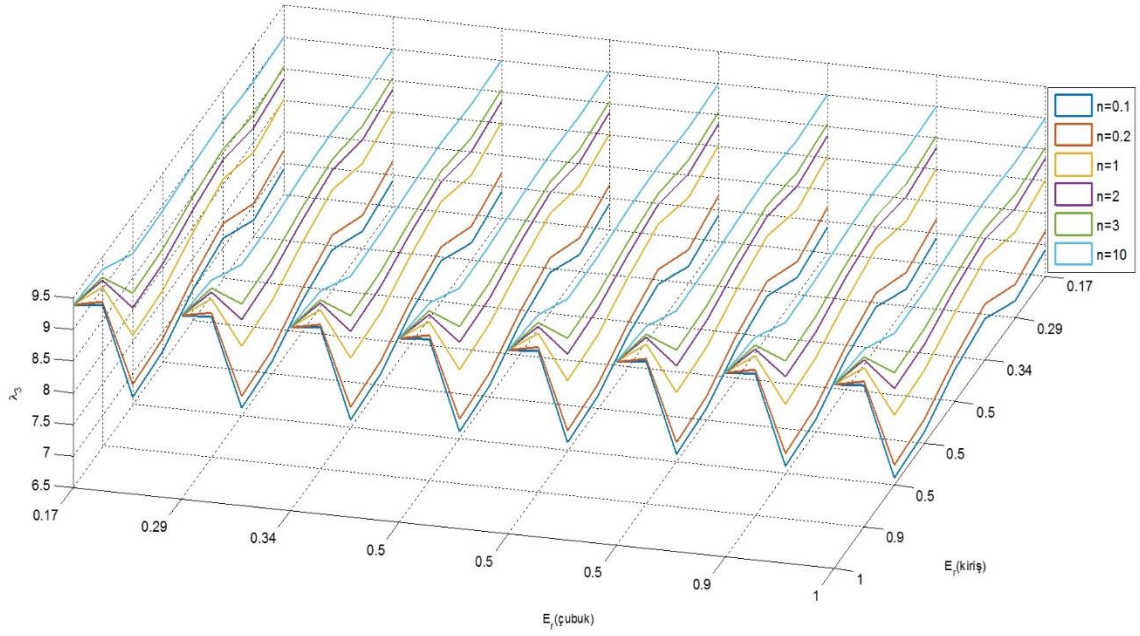
• Aynı şekilde E_r(çubuk) 0.29'dan 0.17'ye azalırken ρ_r(çubuk) 1.4'ten 0.85'e azalmaktadır. Bu bölgede de E_r(çubuk) parametresindeki düşüşün frekansları azaltıcı etkisi ağır basmaktadır ve frekans parametreleri az da olsa düşüş göstermektedir. Bu düşüşün etkisi; *nb*=0.1'den *nb*=10'a giderken azalmaktadır (Çizelge 5.28-5.29-5.30-5.31-5.32-5.33).



Şekil 5.10 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.11 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.12 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

5.6 ρr(kiriş)≥1 ve ρr(çubuk)≥1 İken; ρr(kiriş), ρr(çubuk), Er(kiriş), Er(çubuk), *n* ve *nb* Parametrelerindeki Değişimin Frekanslar Üzerindeki Etkisi

Bu kısımda; belirli malzeme çiftlerini elde etmek amacıyla ρ_r(kiriş)≥1 ve ρ_r(çubuk)≥1 değerleri temel alınmış ve ilgili malzeme çiftlerine denk gelen E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) değerleri de dikkate alınmıştır. E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), *n* ve *nb* parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkisi ilk üç mod için incelenmiştir.

Kirişin alt yüzeyi (E_L, ρ_L) ve çubuğun üst yüzeyi ($E_{Uç}$, $\rho_{Uç}$) alüminyum malzeme olduğu kabul edilmiştir. Kirişin üst yüzeyi (E_L, ρ_U) ve çubuğun alt yüzeyi ($E_{Lç}$, $\rho_{Lç}$) için ise malzeme özellikleri, farklı yoğunluk oranlarına (ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk)) göre değişkenlik göstermektedir. 1 ve 1'den büyük ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) parametreleri sayesinde oluşturulan bu malzeme özelliklerinin endüstride kullanılan malzeme özellikleriyle örtüşmesine özen gösterilmiştir. Bu sayede çeşitli malzeme çiftleri oluşturulmuştur. E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) parametreleri de göz önünde bulundurularak, ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) parametreleri sayesinde oluşturulan bu malzeme çiftleri aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir.

Çizelge 5.7 Malzeme çiftleri

	ρ_r(kiriş) \ ρ_r(çubuk)	E_r(kiriş) \ E_r(çubuk)
Al-Al	1	1
Al-SiC	1.2	6
Al- Al_2O_3	1.5	5.57
Al-ZrO_2	1.5	2.9
Al-Al_3Ni	1.5	2
Al-TiAl	1.6	1.75
Al- NiCoCrAlY	2.7	2.98
Al-Steel	2.8	3

5.6.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler

- Herhangi bir ρ_r(çubuk) değerinde, ρ_r(kiriş)=1 iken kiriş homojendir ve bu yüzden de kirişe ait kuvvet kanun üsteli *n* parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerinde hiçbir etkisi yoktur (Şekil 5.13-5.14-5.15).

- Herhangi bir ρ_r(çubuk) değerinde (ρ_r(çubuk), E_r(çubuk) sabit iken); ρ_r(kiriş) 1'den 1.2 değerine artarken E_r(kiriş) de 1'den 6 değerine artmaktadır (Çizelge 5.7). E_r(kiriş)'in

artış oranı ρ_r(kiriş)'in artış oranından çok daha fazladır. Bu yüzden E_r(kiriş) parametresindeki artışın frekansları arttırıcı etkisinden dolayı kirişin rijitliği artmakta ve frekanslarda ani bir artış gözlenmektedir. Bu artışın etkisi n=0.1'den n=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.13-5.14-5.15).

- ρ_r(kiriş) 1.2'den 1.5'e değerine artmakta ve bir süre sabit ilerlemektedir, daha sonra 1.6'değerine çıkmaktadır. Bu esnada E_r(kiriş) 6'dan 1.75 değerine sürekli bir azalış içerisindedir (Çizelge 5.7). Bu bölgede; ρ_r(kirişin)'teki artışın frekansları düşürücü etkisiyle E_r(kiriş)'teki azalışın frekansları düşürücü etkisi birleştiğinde, frekans parametrelerinde sürekli bir düşüş meydana gelmektedir ve bu düşüşün etkisi n=0.1'den n=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.13-5.14-5.15).

- ρ_r(kiriş) 1.6'dan 2.7 değerine artarken E_r(kiriş) 1.75'den 2.98 değerine artmaktadır (Çizelge 5.7). Bu bölgede n=0.1 ve n=10 değerlerine denk gelen frekanslar artmakta iken ara değerlerdeki (n=0.2, n=1, n=2, n=3) frekanslar azalmaktadır (Çizelge 5.34-5.36-5.38)

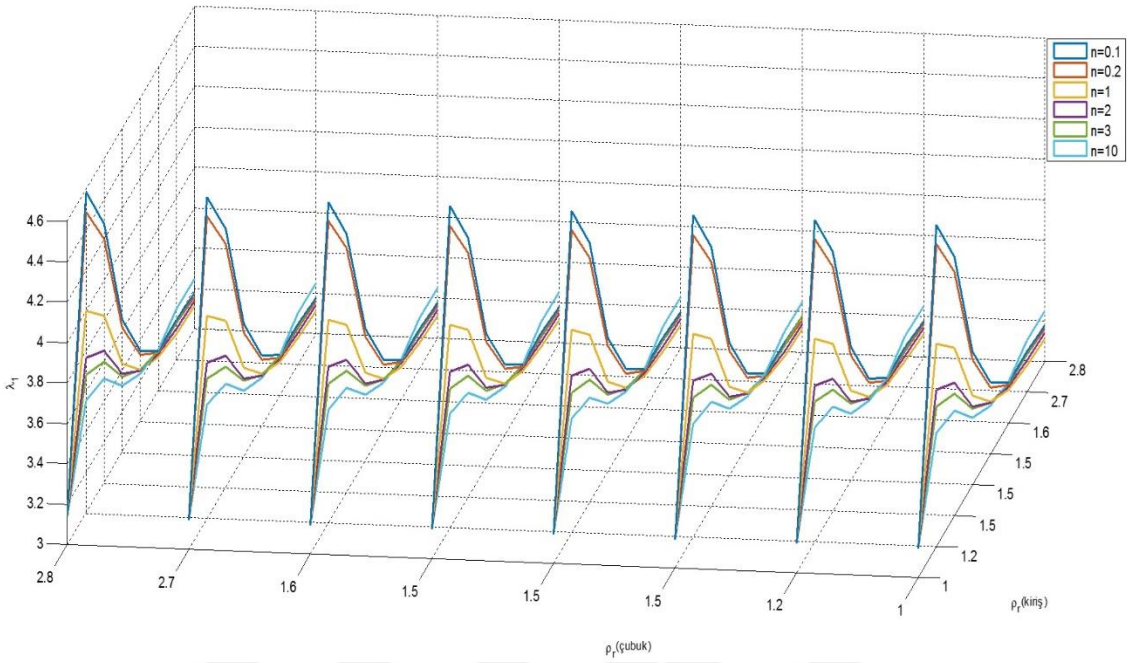
- ρ_r(kiriş) 2.7'den 2.8 değerine artarken E_r(kiriş) 2.98'den 3 değerine artmaktadır (Çizelge 5.7). Bu bölgede; ρ_r(kiriş)'in artış oranı E_r(kiriş)'in artış oranından yüksektir. Bu yüzden ρ_r(kirişin)'teki artışın frekansları düşürücü etkisi E_r(kiriş)'teki artışın frekansları artırıcı etkisinden fazladır ve sebepten dolayı bu bölgede frekanslar azalmaktadır. Bu azalışın etkisi n=0.1'den n=10'a giderken azalmaktadır (Çizelge 5.34-5.36-5.38).

- Herhangi bir ρ_r(kiriş) ve E_r(kiriş) değerinde (ρ_r(kiriş) ve E_r(kiriş) sabit); ρ_r(çubuk) ve E_r(çubuk) parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkisi çok azdır (Çizelge 5.34-5.36-5.38).

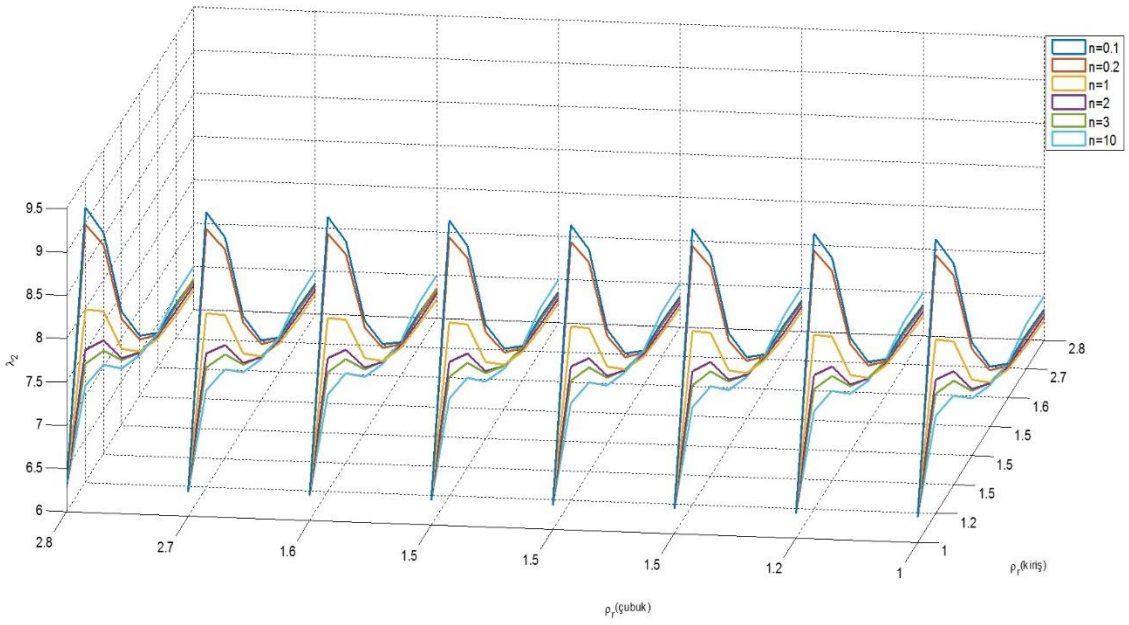
- E_r(çubuk) ve ρ_r(çubuk)'un frekanslara etkisi bazı bölgelerde kirişte yapılan yorumlardan farklılık göstermektedir. ρ_r(çubuk) 1.6'dan 2.7 değerine artarken E_r(çubuk) 1.75'den 2.98 değerine artmaktadır (Çizelge 5.7). Bu bölgede; E_r(çubuk) parametresindeki artışın frekansları arttırıcı etkisi baskındır ve frekanslar minimal seviyelerde artmaktadır. Bu artışın etkisi nb=0.1'den nb=10'a giderken azalmaktadır (Çizelge 5.34-5.35-5.36-5.37-5.38-5.39).

- ρ_r(çubuk) 2.7'den 2.8 değerine artarken E_r(çubuk) 2.98'den 3 değerine artmaktadır (Çizelge 5.7). E_r(çubuk)'taki artışın frekansları artırıcı etkisi burada da baskındır. Bu

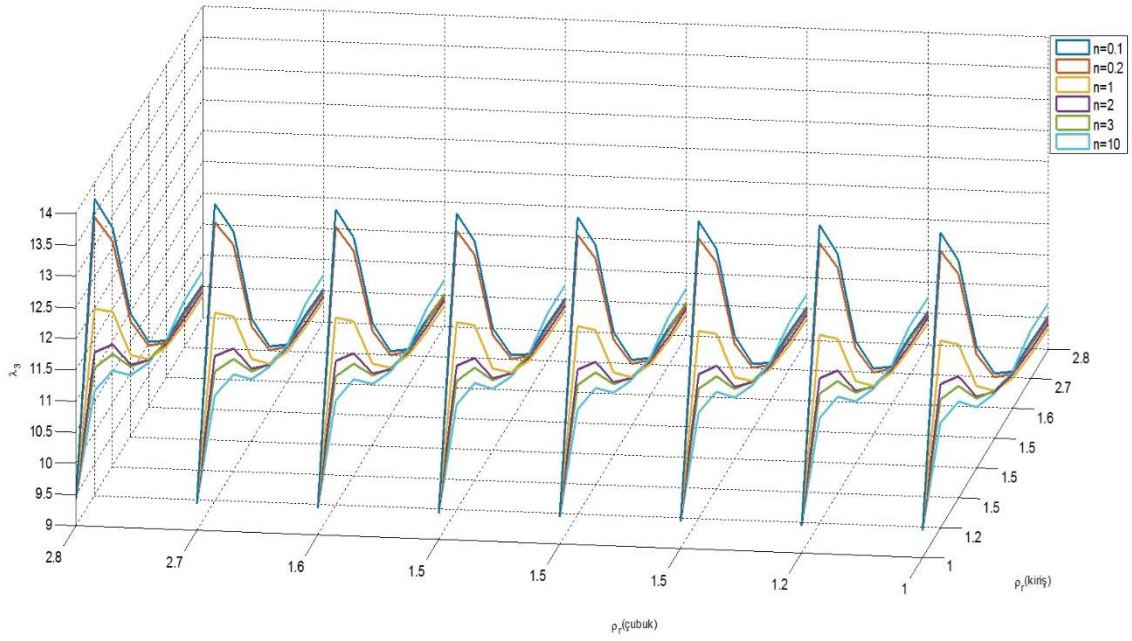
yüzden bu bölgede frekans parametreleri minimal düzeyde artmaktadır. Bu artışın etkisi *nb*=0.1'den *nb*=10'a giderken azalmaktadır (Çizelge 5.34-5.35-5.36-5.37-5.38-5.39).



Şekil 5.13 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.14 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.15 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

5.7 ρr(kiriş)≤1 ve ρr(çubuk)≤1 İken; ρr(kiriş), ρr(çubuk), Er(kiriş), Er(çubuk), *n* ve *nb* Parametrelerindeki Değişimin Doğal Frekanslar Üzerindeki Etkisi

Bu kısımda; belirli malzeme çiftlerini elde etmek amacıyla ρ_r(kiriş)≤1 ve ρ_r(çubuk)≤1 değerleri temel alınmış ve ilgili malzeme çiftlerine denk gelen E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) değerleri de dikkate alınmıştır. E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), *n* ve *nb* parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkisi ilk üç mod için incelenmiştir.

Kirişin alt yüzeyi (E_L, ρ_L) ve çubuğun üst yüzeyi ($E_{Uç}$, $\rho_{Uç}$) çelik malzeme olduğu kabul edilmiştir. Çeliğin malzeme özellikleri aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir.

Çizelge 5.8 Çelik malzeme özellikleri

	E (GPa)	**ρ (kg/m^3)**
Çelik	210	7800

Kirişin üst yüzeyi (E_L, ρ_U) ve çubuğun alt yüzeyi ($E_{Lç}$, $\rho_{Lç}$) için ise malzeme özellikleri, farklı yoğunluk oranlarına (ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk)) göre değişkenlik göstermektedir. 1 ve 1'den küçük ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) parametreleri sayesinde oluşturulan bu malzeme özelliklerinin endüstride kullanılan malzeme özellikleriyle örtüşmesine özen gösterilmiştir. Bu sayede çeşitli malzeme çiftleri oluşturulmuştur. E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) parametreleri de göz önünde bulundurularak, ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) parametreleri sayesinde oluşturulan bu malzeme çiftleri aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir.

Çizelge 5.9 Malzeme çiftleri

	ρ_r(kiriş) \ ρ_r(çubuk)	E_r(kiriş) \ E_r(çubuk)
Çelik- Çelik	1	1
Çelik - NiCoCrAlY	0.94	1
Çelik - ZrO_2	0.77	1
Çelik - TiAl	0.56	0.58
Çelik -Al_3Ni	0.5	0.66
Çelik - Al_2O_3	0.5	1.86
Çelik – SiC	0.4	2
Çelik -Al	0.34	0.33

5.7.1 İlk Üç Mod İçin Yapılan Değerlendirmeler

• Herhangi bir ρ_r(çubuk) değerinde, ρ_r(kiriş)=1 iken kiriş homojendir ve bu yüzden de kirişe ait kuvvet kanun üsteli *n* parametresindeki değişimin frekanslar üzerinde hiçbir etkisi yoktur (Şekil 5.16-5.17-5.18).

• Herhangi bir ρ_r(çubuk) değerinde (E_r(çubuk) ve ρ_r(çubuk) sabit); ρ_r(kiriş) 1'den 0.77'ye azalırken E_r(kiriş) 1'de sabit kalmaktadır (Çizelge 5.9). ρ_r(kiriş)'teki azalışın frekansları artırıcı etkisiyle bu bölgede frekanslarda artış meydana gelmektedir. Bu artışın etkisi; en çok *n*=0.1'de ve en az da *n*=10'da olmak üzere, *n*=0.1'den *n*=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.16-5.17-5.18).

• ρ_r(kiriş) 0.77'den 0.56'ya azalırken E_r(kiriş) 1'den 0.58'e azalmaktadır (Çizelge 5.9). E_r(kiriş)'teki azalış ρ_r(kiriş)'teki azalışa nazaran daha fazladır. Bu yüzden E_r(kiriş)'teki azalışın frekansları azaltıcı etkisi ρ_r(kiriş)'teki azalışın frekansları artırıcı etkisinden daha fazladır ve bu bölgede frekans parametrelerinde düşüş meydana

gelmektedir. Bu düşüşün etkisi; en çok *n*=0.1'de ve en az da *n*=10'da olmak üzere, *n*=0.1'den *n*=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.16-5.17-5.18).

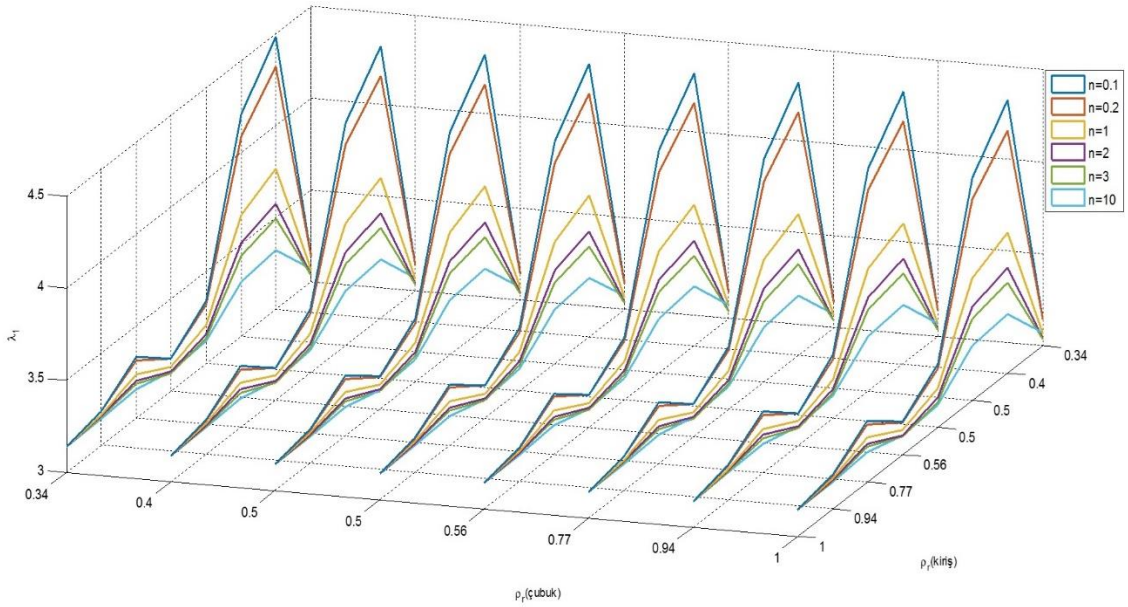
- ρ_r(kiriş) 0.56'dan 0.4'e azalırken E_r(kiriş) 0.58'den 2'ye artmaktadır (Çizelge 5.9). ρ_r(kiriş)'teki azalışın frekansları artırıcı etkisiyle E_r(kiriş)'teki artışın frekansları arttırıcı etkisi birleştiği için bu bölgede frekans parametrelerinde yüksek miktarlarda artış gözlenmektedir. Bu artışın etkisi; en çok *n*=0.1'de ve en az da *n*=10'da olmak üzere, *n*=0.1'den *n*=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.16-5.17-5.18).

- ρ_r(kiriş) 0.4'ten 0.34'e azalırken E_r(kiriş) 2'den 0.33'e azalmaktadır (Çizelge 5.9). E_r(kiriş)'teki azalışın oranı ρ_r(kiriş)'teki azalışın oranından çok daha fazla olduğu için, E_r(kiriş)'teki azalışın frekansları azaltıcı etkisi daha fazladır bu yüzden bu bölgede frekans parametrelerinde ani bir düşüş gözlenmektedir. Bu düşüşün etkisi; en çok *n*=0.1'de ve en az da *n*=10'da olmak üzere, *n*=0.1'den *n*=10'a giderken azalmaktadır (Şekil 5.16-5.17-5.18).

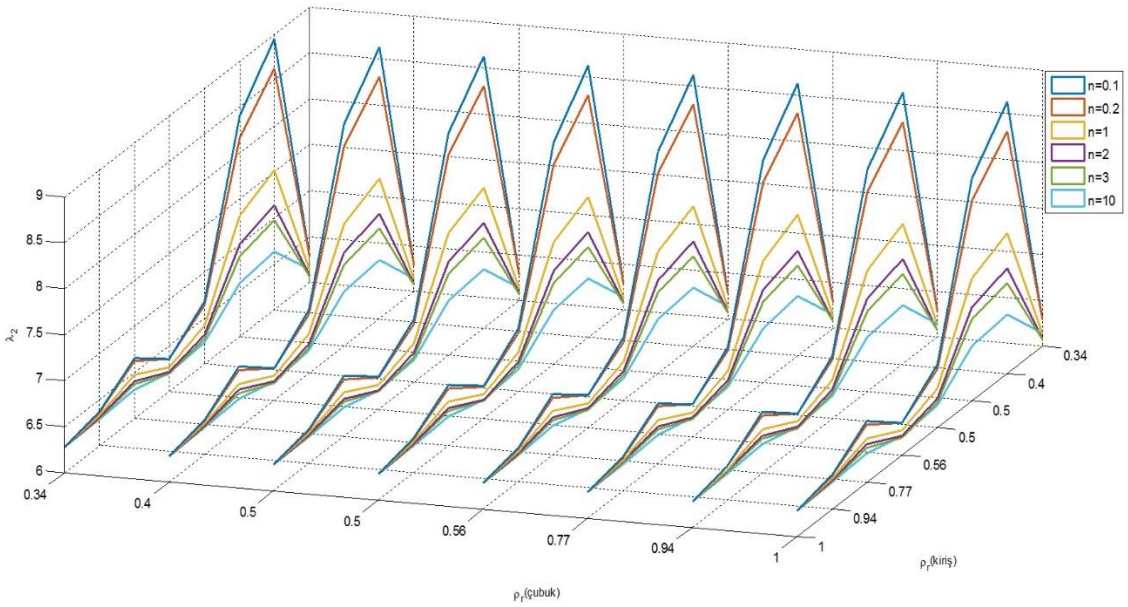
- Herhangi bir ρ_r(kiriş) ve E_r(kiriş) değerinde (ρ_r(kiriş) ve E_r(kiriş) sabit); ρ_r(çubuk) ve E_r(çubuk) parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkisi çok azdır (Çizelge 5.40-5.42-5.44).

- Bir önceki kısımlarda da gözlemlendiği üzere; herhangi bir ρ_r(kiriş) ve E_r(kiriş) değerinde, E_r(çubuk)'un etkisi ρ_r(çubuk)'a göre daha baskındır. Bu kısımda; kirişte meydana gelen ani azalışlar ve artışlar genellikle E_r(kiriş)'in değişiminden dolayı olduğu için, kirişte meydana gelen artış ve azalışların aynısı çubuk için de geçerlidir. Diğer bir deyişle, ρ_r(çubuk) ve E_r(çubuk)'taki değişimlerin frekanslara etkisi kirişte yapılan yorumlarla aynıdır (Çizelge 5.40-5.42-5.44).

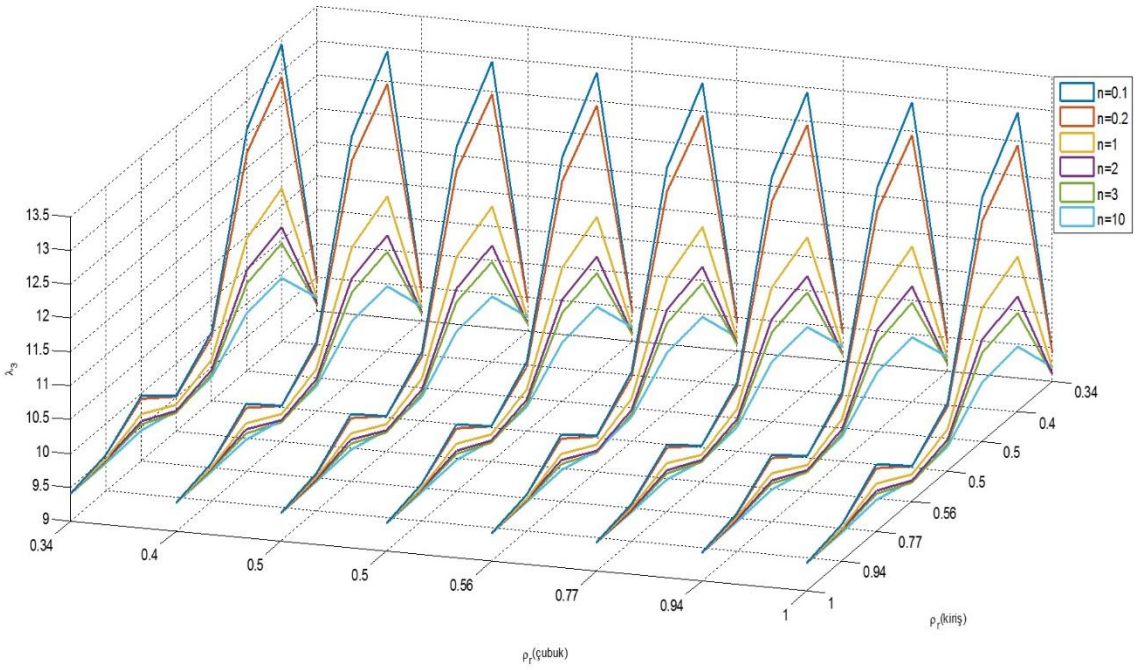
- Herhangi bir ρ_r(kiriş) ve E_r(kiriş) değerinde (ρ_r(kiriş) ve E_r(kiriş) sabit); ρ_r(çubuk) ve E_r(çubuk) parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkisi en çok *n*=0.1'de ve en az da *n*=10'da olmak üzere, *n*=0.1'den *n*=10'a giderken azalmaktadır (Çizelge 5.40-5.41-5.42-5.43-5.44-5.45).



Şekil 5.16 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi



Şekil 5.17 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

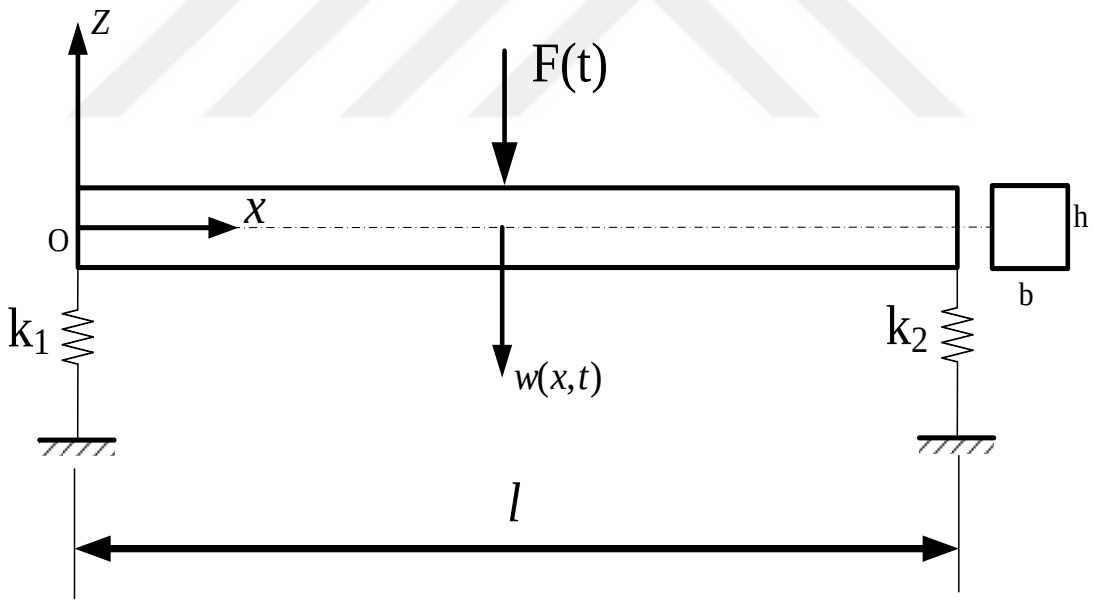


Şekil 5.18 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

BÖLÜM 6

YAY MESNETLİ FD KİRİŞİN HARMONİK ANALİZİ

Bölüm 5 ve Bölüm 6'da EFD çubuklarla mesnetlenmiş FD kirişin titreşim analizi yapılmıştı ve EFD çubuklar kirişe göre çok sert olduğu için çubukların malzeme dağılım katsayılarının, elastiste modülü oranlarının, yoğunluk oranlarının yapının frekans parametreleri üzerinde çok az etkili olduğu gözlenmişti. Bu bölümde FD kirişteki mesnetlerin rijitliğini azaltmak adına EFD çubuklar yerine yay mesnetler kullanılmıştır.(Şekil 7.1).



Şekil 6.1 Yay mesnetli FD kiriş

Bu çalışmada, yay mesnetli FD kirişin harmonik bir kuvvet altında frekans parametreleri ve kuvvet iletim oranı incelenmiştir. Şekil 6.1'deki FD kirişin kuvvet kanunu dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$P(z) = \left(P_U - P_L\right)\left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^n + P_L \tag{6.1}$$

P_U ve P_L sırasıyla kirişin üst ve alt yüzeylerine denk gelen malzeme özellikleridir, n ise kirişin kuvvet kanunu üstelidir. Malzeme dağılımı üst yüzeyden alt yüzeye kalınlık ve kuvvet kanunu üsteline göre değişkenli göstermektedir. Bu çalışmada kirişin alt yüzeyinin çelik malzemesinden oluştuğu farz edilmiştir. Üst yüzeyi ise farklı E_{ratio} değerlerine göre değişkenlik göstermektedir. Diğer bir deyişle, farklı E_{ratio} değerlerine göre kirişin üst yüzeyinde farklı malzemeler elde edilebilmektedir.

FD kirişin rijitlik [K] ve kütle matrisleri [M] de bölüm 4'te çıkarılmıştı ((4.38), (4.43)). Şekil 6.1'deki modelde de FD kiriş için aynı [K] ve [M] matrisleri geçerlidir. Sistemde yay mesnetlerinin rijitlik değerleri de hesaba katılması gerektiğinden hareket denklemine ilaveten [K_s] matrisi dahil olacaktır. Tüm sistemin hareket denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\left[K\right]\left\{q\right\} + \left[K_s\right]\left\{q\right\} + \left[M\right]\left\{\ddot{q}\right\} = \left\{F(t)\right\} \tag{6.2}$$

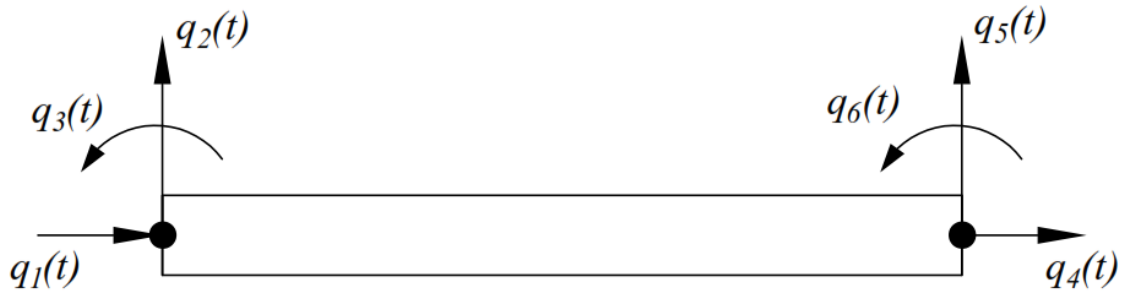
(6.1)'de görüldüğü gibi kiriş harmonik bir kuvvetin etkisi altında olduğundan denklemin sağ tarafı sıfır değildir. q. zamana bağlı noktasal yer değiştirmelerdir. [K], [K_s], [M] matrisleri sırasıyla kirişin rijitlik matrisi, yay rijitlik matrisi ve kirişin kütle matrisidir. [K_s] matrisinde sıfır olmayan terimler: $K_{s22}\neq 0$, $K_{s(p-1)(p-1)}\neq 0$. p: kirişin serbestlik derecesini temsil etmektedir

Noktasal harmonik kuvvetin şekil 6.1'deki gibi kirişin orta noktasından etkidiği varsayılırsa:

$$\left\{F(t)\right\} = \left\{Q\right\}.e^{i\omega t}, Q_{3(\frac{m}{2})+2} \neq 0 \tag{6.3}$$

(6.2)'deki m kirişin sonlu eleman sayısını temsil eder ki bu çalışmada kiriş 128 eleman bölünmüştür. Kirişin sonlu eleman sayısıyla serbestlik derecesi arasında aşağıdaki gibi bir bağıntı mevcuttur:

$$p = 3m + 3 \tag{6.4}$$



Şekil 6.2 FD kirişin lokal serbestlik dereceleri

Şekil 6.2'de bu çalışmada kullanılan eğilme elemanının modeli görülmektedir. Bu eleman, 128 elemandan oluşan Euler-Bernoulli FD kirişinin elemanlarından sadece bir tanesi gibi düşünülebilir.

Denklem (6.1)'deki zamana bağlı yer değiştirme ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\{q(t)\} = \{\bar{q}\} e^{i\,\omega\,t} \tag{6.5}$$

(6.4), (6.1)'de yerine koyulup düzenlenirse sistemin hareket denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\left([K]+[K_s]-\omega^2[M]\right)\{\bar{q}\} = \{Q\} \tag{6.6}$$

Mesnetlerdeki tepki kuvvetlerinin toplam maksimum büyüklüğü aşağıdaki gibi verilebilir:

$$P = (k_1)\bar{q}_1 + (k_2)\bar{q}_{p-1} \tag{6.7}$$

Böylece mesnetlerdeki kuvvet iletim oranı aşağıdaki gibi belirlenebilir:

$$T_R = \frac{P}{Q} \tag{6.8}$$

(6.7)'deki T_R, kuvvet iletim oranıdır.

6.1 Yay Mesnetli FD Kirişin Harmonik Analiz Sonuçları

Kuvvet iletim oranı, FD kirişin frekans parametreleri ve her iki ucundaki yay mesnetlerinin boyutsuz değerleri nümerik olarak hesaplanmıştır. Şekil 6.1'deki FD kirişin her iki ucundaki yay mesnetlerinin rijitlikleri eşit kabul edilmiştir (k_1=k_2=k_s).

$$\kappa = \frac{k_s L^3}{E I}, \lambda^2 = \frac{\rho \ \omega^2 L^4}{E I} \tag{6.9}$$

κ; boyutsuz yay değeri, λ; frekans parametresidir. Yay rijitliklerinin ve doğal frekansların boyutsuzlaştırma işlemi (6.9)'daki gibidir. Denklem (6.9), (6.6)'da yerine koyulursa hareket denklemi aşağıdaki gibi son halini alır:

$$\left\{[K]+\kappa[K_s]-\lambda^2[M]\right\}\left\{\bar{q}\right\}=\{Q\} \tag{6.10}$$

Frekans parametreleri (λ), denklemin sağ tarafındaki kuvveti göz ardı ederek oluşan lineer homojen eşitliğin determinantı alınarak elde edilebilir. Serbest-serbest sınır şartlarına sahip FD kirişin frekansları κ=0 alınarak elde edilebilir. Homojen kiriş koşullu ise elastiste modülü oranı 1'e eşitlenerek elde edilebilir (E_{ratio}=1). Elastiste modülü oranı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$E_{ratio} = \frac{E_U}{E_L} \tag{6.11}$$

ve kütle oranı da şu şekilde ifade edilir:

$$\rho_{ratio} = \frac{\rho_U}{\rho_L} = 1 \tag{6.12}$$

Kirişin yoğunluk oranı (6.12)'deki gibi 1'e eşit kabul edilmiştir. Serbest-serbest sınır koşulları altında (κ=0) homojen kirişin (E_{ratio}=1) frekans parametreleri [20] ile karşılaştırılmıştır:

Çizelge 6.1 Serbest-serbest sınır koşulları altındaki homojen kirişin ilk üç frekans parametresinin karşılaştırılması

	[20]	*Mevcut Çalışma*
λ_1	4.73004	4.7295
λ_2	7.8532	7.85142
λ_3	10.9956	10.99133

Basit mesnetli kiriş şartını (κ=∞) elde edebilmek için κ boyutsuz yay parametresine 1×10^{80} değeri atamak yeterli olacaktır. Basit mesnetli kirişin farklı E_{ratio}=1 ve farklı *n* parametrelerine karşılık gelen ilk 3 frekans parametresi [5] ile karşılaştırılmıştır:

Çizelge 6.2 Farklı E_{ratio} ve farklı n değerleri için, basit mesnetli bir FD kirişin birinci frekans parametreleri

	E_{ratio}	n=0	n=0.1	n=0.2	n=1	n=2	n=3	n=10
Mevcut Çalışma	**0.25**	2.2213	2.3757	2.4626	2.7053	2.8071	2.8640	3.0099
[5]		2.2213	2.3752	2.4621	2.7053	2.8071	2.8639	3.0100
Mevcut Çalışma	**0.50**	2.6417	2.7120	2.7589	2.8960	2.9475	2.9763	3.0578
[5]		2.6416	2.7117	2.7587	2.8960	2.9475	2.9763	3.0578
Mevcut Çalışma	**1.00**	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415
[5]		3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415	3.1415
Mevcut Çalışma	**2.00**	3.7359	3.6790	3.6317	3.4440	3.3784	3.3519	3.2742
[5]		3.7359	3.6793	3.6320	3.4440	3.3784	3.3519	3.2742
Mevcut Çalışma	**3.00**	4.1344	4.0491	3.9757	3.6555	3.5332	3.4881	3.3757
[5]		4.1344	4.0495	3.9761	3.6555	3.5331	3.4881	3.3757
Mevcut Çalışma	**4.00**	4.4427	4.3387	4.2476	3.8260	3.6513	3.5886	3.4565
[5]		4.4427	4.3392	4.2481	3.8259	3.6513	3.5886	3.4565

Çizelge 6.3 Farklı E_{ratio} ve farklı n değerleri için, basit mesnetli bir FD kirişin ikinci frekans parametreleri

	E_{ratio}	n=0	n=0.1	n=0.2	n=1	n=2	n=3	n=10
Mevcut Çalışma	**0.25**	4.4425	4.7512	4.9248	5.4104	5.6138	5.7276	6.0196
[5]		4.4425	4.7501	4.9239	5.4103	5.6137	5.7275	6.0196
Mevcut Çalışma	**0.50**	5.2830	5.4238	5.5176	5.7917	5.8948	5.9523	6.1152
[5]		5.2830	5.4232	5.5171	5.7917	5.8947	5.9523	6.1152
Mevcut Çalışma	**1.00**	6.2826	6.2826	6.2826	6.2826	6.2826	6.2826	6.2826
[5]		6.2826	6.2826	6.2826	6.2826	6.2826	6.2826	6.2826
Mevcut Çalışma	**2.00**	7.4713	7.3576	7.2630	6.8876	6.7564	6.7033	6.5481
[5]		7.4713	7.3582	7.2635	6.8875	6.7563	6.7033	6.5480
Mevcut Çalışma	**3.00**	8.2684	8.0978	7.9509	7.3106	7.0659	6.9759	6.7511
[5]		8.2684	8.0986	7.9518	7.3104	7.0657	6.9757	6.7510
Mevcut Çalışma	**4.00**	8.8850	8.6769	8.4947	7.6515	7.3022	7.1768	6.9127
[5]		8.8850	8.6779	8.4957	7.6513	7.3019	7.1765	6.9126

Çizelge 6.4 Farklı E_{ratio} ve farklı n değerleri için, basit mesnetli bir FD kirişin üçüncü frekans parametreleri

	E_{ratio}	n=0	n=0.1	n=0.2	n=1	n=2	n=3	n=10
Mevcut Çalışma	**0.25**	6.6630	7.1262	7.3865	8.1147	8.4199	8.5905	9.0285
[5]		6.6630	7.1243	7.3849	8.1143	8.4195	8.5903	9.0284
Mevcut Çalışma	**0.50**	7.9237	8.1348	8.2756	8.6867	8.8412	8.9276	9.1719
[5]		7.9237	8.1339	8.2747	8.6865	8.8411	8.9275	9.1718
Mevcut Çalışma	**1.00**	9.4230	9.4230	9.4230	9.4230	9.4230	9.4230	9.4230
[5]		9.4230	9.4230	9.4230	9.4230	9.4230	9.4230	9.4230
Mevcut Çalışma	**2.00**	11.2059	11.0354	10.8934	10.3303	10.1335	10.0540	9.8211
[5]		11.2059	11.0362	10.8942	10.3301	10.1333	10.0538	9.8210
Mevcut Çalışma	**3.00**	12.4014	12.1454	11.9252	10.9647	10.5978	10.4627	10.1256
[5]		12.4014	12.1466	11.9264	10.9642	10.5972	10.4621	10.1254
Mevcut Çalışma	**4.00**	13.3261	13.0141	12.7407	11.4760	10.9521	10.7641	10.3680
[5]		13.3261	13.0155	12.7423	11.4753	10.9511	10.7630	10.3675

6.1.1 Değerlendirmeler

Yapının simetrik olmasından ve yay mesnetli FD kirişin harmonik analizinde bir dış yük olmasından dolayı, kirişin orta noktasına göre sadece simetrik titreşimler meydana gelir. *S* sembolü kirişin orta noktasına göre simetrik titreşimi temsil etmektedir. Basit mesnetli kirişte oluşan *S*-1 modu serbest-serbest sınır şartı altındaki kirişte oluşmamasına rağmen, diğer yay rijitlik değerlerinde sıfırdan farklı değerler almaktadır. Bu yüzden yay rijitlik parametresi κ 1'den 10^{80}'e değişmektedir. Yay rijitlik parametresi κ artarken, frekans parametreleri basit mesnetli kirişe karşılık gelen frekans parametrelerine doğru yaklaşmaktadır. κ'nın küçük değerleri için, her iki mesnetin rijitlik değerlerinin aynı olmasından ötürü, kiriş elastik gövde hareketine ek olarak düşey yönde (z yönünde) rijit gövde hareketi yapmaktadır. Başka bir deyişle; κ'nın artmasıyla, yapının titreşim modu rijitten elastiğe doğru ilerlemektedir. κ'nın düşük değerlerinde (κ=1 ve κ=10) kiriş ağırlıklı olarak rijit gövde hareketi yapmaktadır. κ'nın yüksek değerlerinde ise (basit mesnetli kiriş durumu) kiriş çoğunlukla elastik gövde hareketi yapmaktadır. Bu durum E_{ratio} ve n'in frekans parametreleri üzerindeki etkisini değiştirmektedir.

Çizelge 6.2-6.3-6.4'e göre, basit mesnetli FD kirişin frekans parametrelerinin davranışları her mod için tutarlıdır. $E_{ratio} \leq 1$ iken, n'in 1'den 10'a artmasıyla frekans

parametreleri de artmaktadır. Fakat E_{ratio}>1 iken tam tersi bir durum gözlenmektedir, n'in artmasıyla frekans parametreleri azalmaktadır. Böylece her iki durum için de frekans parametreleri homojen kiriş durumuna yaklaşmaktadır. Çizelge 6.2-6.3-6.4'ten; basit mesnetli FD kiriş durumu için E_{ratio}'nun frekanslar üzerindeki etkisinin, *n*'in frekanslar üzerindeki etkisine nazaran daha baskın olduğu gözlenebilmektedir.

Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7'nin herhangi birinden; κ>1 iken, frekans parametrelerinin ve her bir *n*'e karşılık gelen frekans parametreleri arasındaki fark κ'nın artmasıyla artmaktadır. Rijit modlar 1< κ <10 iken baskın olduğu için, bu sınır şartları altında kuvvet kanunu üsteli *n*'in değişiminin doğal frekanslar üzerinde bariz bir etkisi yoktur (Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7).

Düşük *n* değerlerinde E_{ratio}'nun frekanslar üzerindeki etkisi yüksektir (Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7). E_{ratio}<1 iken, FD kirişin frekans parametreleri *n*'in artmasıyla artmaktadır. E_{ratio}>1 iken FD kirişin frekans parametreleri *n*'in artmasıyla azalmaktadır (Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7).

Yüksek *n* değerlerinde her bir E_{ratio} değerlerine karşılık gelen frekanslar arasındaki fark, düşük *n* değerlerindekine göre daha küçüktür (Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7). E_{ratio}'nun artmasıyla frekans parametreleri arasındaki fark artmaktadır (κ=1 ve κ=10 hariç). Frekans parametreleri E_{ratio}'nun artmasıyla artmaktadır ve E_{ratio}'nun artışının frekansları artırıcı etkisi κ'nın artmasıyla artmaktadır. Bu durum Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7'nin herhangi birinden gözlenebilmektedir.

Özellikle κ=1 ve κ=10 iken, kuvvet kanunu üsteli *n*'in frekansları artırıcı etkisi birinci frekanslarda (*S*-1) diğer frekanslardakine nazaran daha düşüktür (Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7).

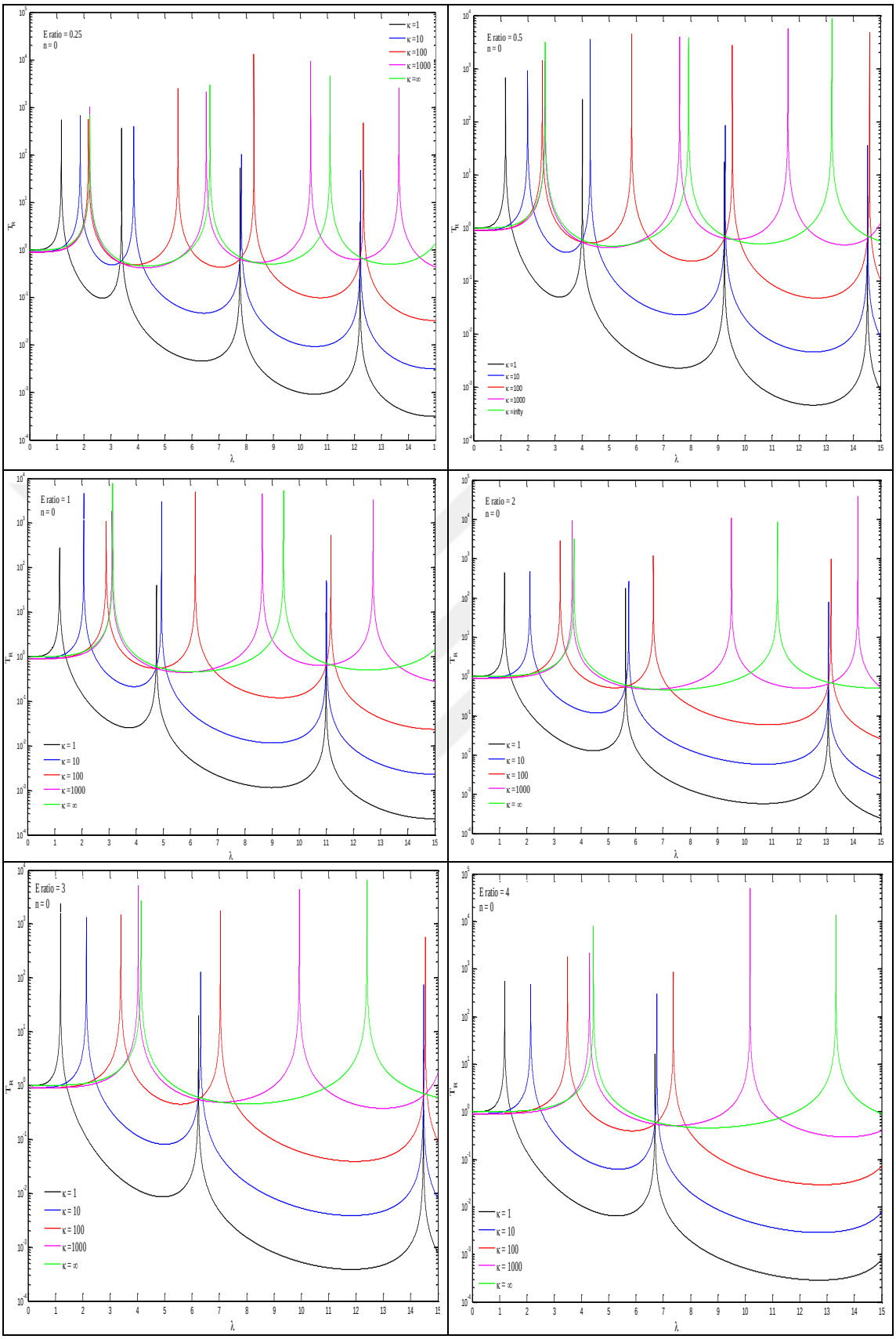
Yüksek modlara doğru ilerledikçe, κ=1, 10 ve 100 değerlerine karşılık gelen frekanslar arasındaki fark azalmaktadır. Bu durum Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7'nin herhangi birinden gözlenebilmektedir.

Yüksek modlara doğru ilerledikçe, , κ=1000 ve ∞ değerlerine karşılık gelen frekanslar arasındaki fark artmaktadır. Bu durum Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7'nin herhangi birinden gözlenebilmektedir.

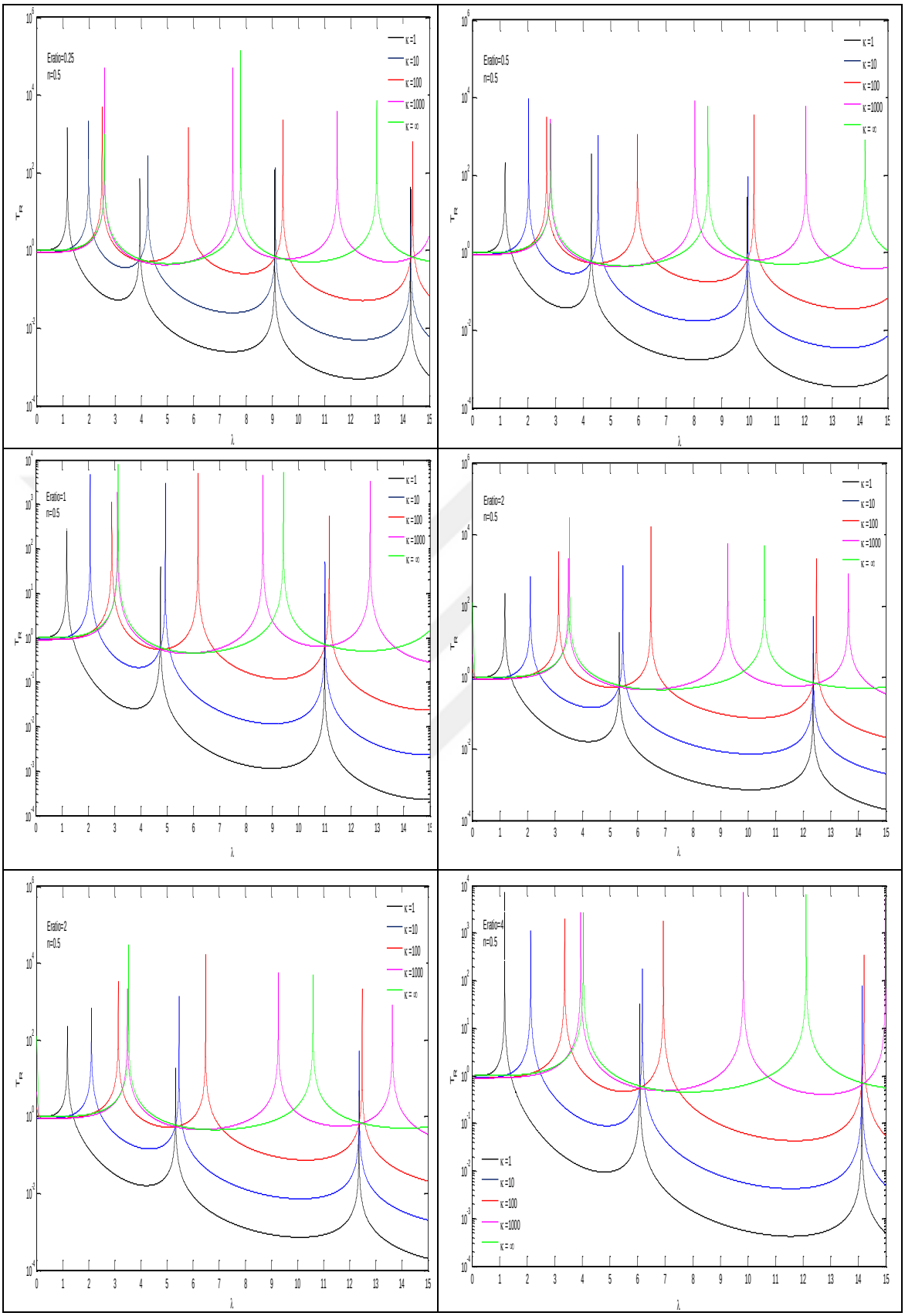
Rijit gövde hareketinin frekanslar üzerindeki etkisinden dolayı; kuvvet kanunu üsteli *n*'in değişiminin frekanslar üzerindeki etkisi sınırlıdır. Yay rijitlik değeri κ'nın

artmasıyla, *n*'in değişiminin frekanslar üzerindeki etkisi de artmaktadır. Bu yüzden *n*'in değişiminin frekanslar üzerindeki maksimum etkisi basit mesnetli kiriş durumunda ($\kappa=\infty$) görülmektedir. Bu durum Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7'nin herhangi birinden gözlenebilmektedir.

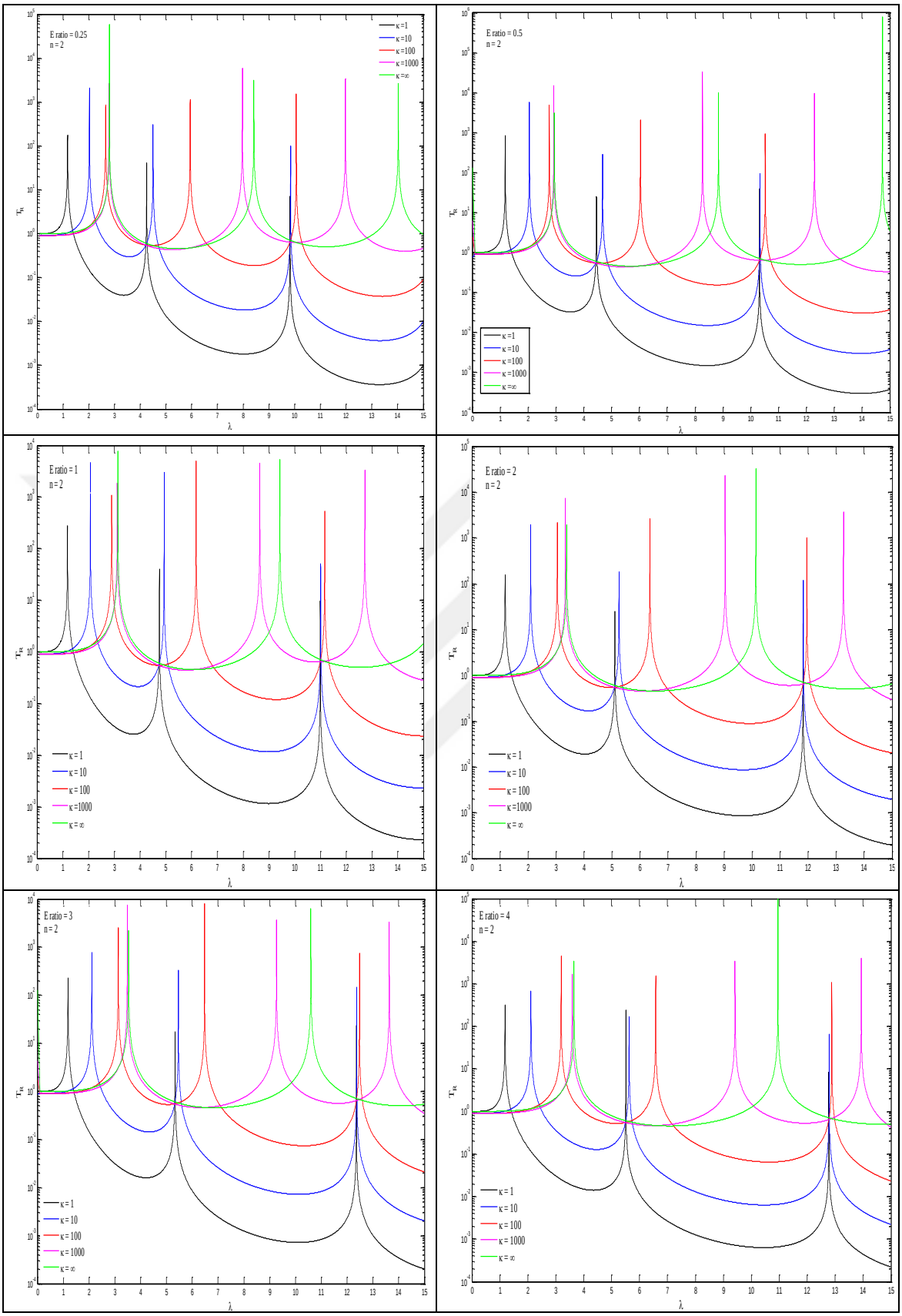
$\kappa=1$ değerindeyken sistemde optimum bir kuvvet iletim oranı değeri (T_R) mevcuttur yani $\kappa=1$'e karşılık gelen çizgi üzerinde; birinci moda denk gelen frekanslar hariç, diğer modlara denk gelen frekans eğrilerinin kesiştiği bir nokta mevcuttur. Bu kesişim noktası her *n* değerinde görülmektedir. Bu durum Şekil 6.3-6.4-6.5-6.6-6.7'nin herhangi birinden gözlenebilmektedir.



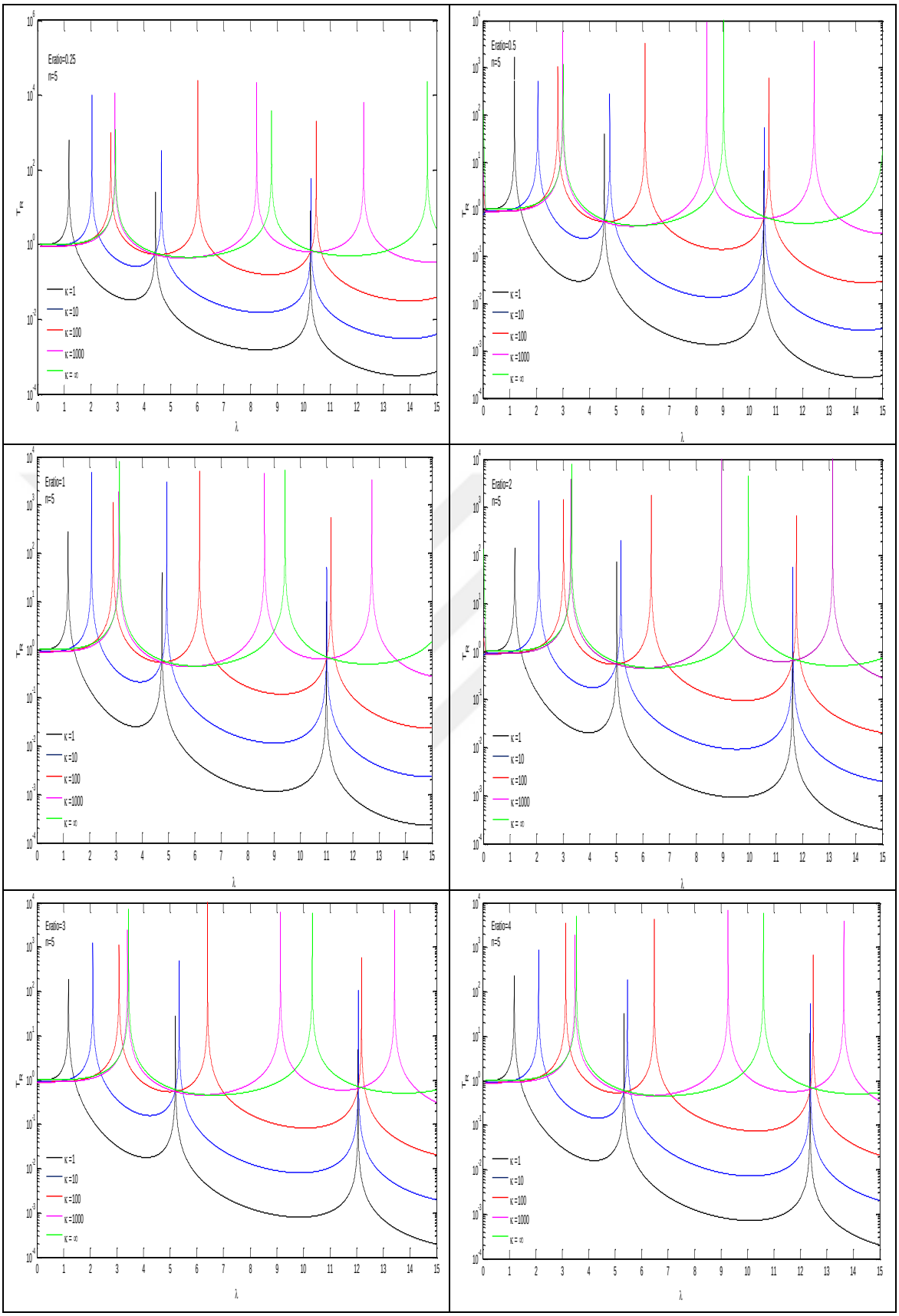
Şekil 6.3 Farklı κ, E_{ratio}=0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4 ve n=0 değerleri için frekans düzleminde FD kirişin kuvvet iletim oranı



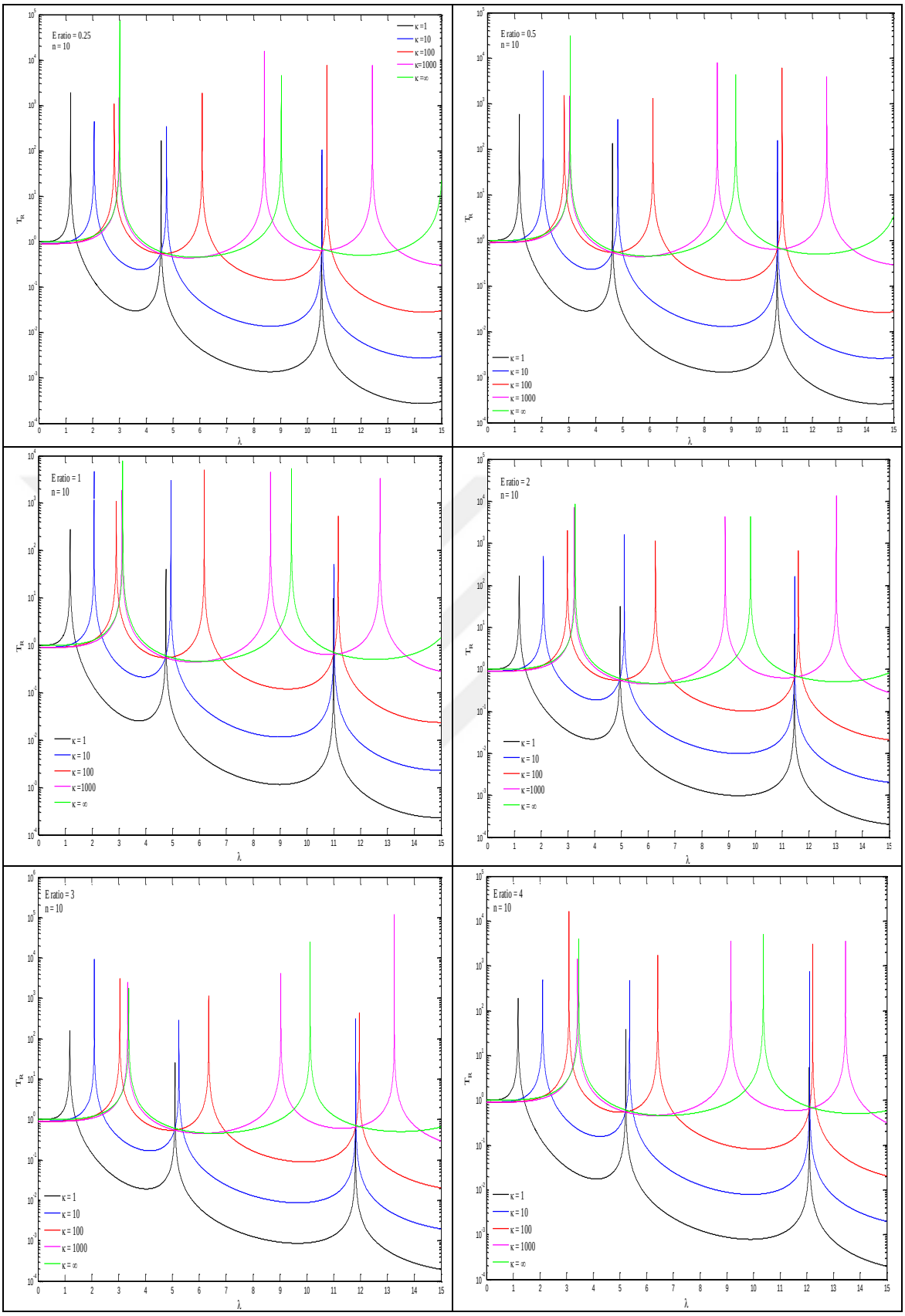
Şekil 6.4 Farklı κ, E_{ratio}=0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4 ve n=0.5 değerleri için frekans düzleminde FD kirişin kuvvet iletim oranı



Şekil 6.5 Farklı κ, E_{ratio}=0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4 ve n=2 değerleri için frekans düzleminde FD kirişin kuvvet iletim oranı



Şekil 6.6 Farklı κ, E_{ratio}=0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4 ve n=5 değerleri için frekans düzleminde FD kirişin kuvvet iletim oranı



Şekil 6.7 Farklı κ, E_{ratio}=0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4 ve n=10 değerleri için frekans düzleminde FD kirişin kuvvet iletim oranı

BÖLÜM 7

SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada; her iki ucu kütleli elastik mesnetli ve kütlesiz durum için viskoelastik mesnetli EFD çubuğun ve EFD çubuklarla mesnetlenmiş FD kirişin boyutsuz frekans ve yay mesnetli FD kirişin harmonik analizi sonlu elemanlar yöntemiyle MATLAB programı kullanılarak yapılmıştır.

Elastik mesnetli EFD çubuğun birinci doğal frekansları üzerinde yapılan incelemelerde; $\kappa=0$ da sistem için serbest-serbest sınır koşulları geçerli iken yapının titreşim biçimi elastik moddadır. $\kappa=1$ olmasıyla yay, sınır şartı olarak sisteme katılmakta olup çubuk elemanın yaptığı titreşim biçiminin rijit moda daha yakın veya etken olduğu gözlenmiştir. Rijit hareketin etken olduğu yay katsayısının düşük değerlerinde frekans değerlerinin küçüldüğü ve malzeme değişiminin frekans değerleri üzerindeki etkisinin yok denecek kadar az olduğu gözlenmiştir. Bunun sebebinin çubuğun yay üzerinde rijit olarak hareket etmesi olduğu kanaatine varılmıştır. Elastik mesnetli EFD çubuğun ikinci ve üçüncü frekans parametreleri üzerinde yapılan incelemelerde; $\kappa=1$ iken yapıdaki rijit mod hareketinin birinci frekanslarda gözlendiği kadar etkin olmadığı sonucuna varılmıştır. Bu sonuca, ikinci ve üçüncü frekanslarda $\kappa=1$ iken malzeme dağılım katsayısındaki değişimin frekans parametreleri üzerindeki etkisinden yola çıkılarak varılmıştır. Bu kısımda elastiste modülü oranının (E_{ratio}) artışının frekansları artırıcı etkisi net olarak gözlenmiştir. $E_{ratio}<1$ iken malzeme dağılım katsayısı (n)'in artışının frekansları azaltıcı etkisi ve $E_{ratio}>1$ iken malzeme dağılım katsayısı (n)'in artışının frekansları artırıcı etkisi net olarak gözlenmiştir.

Her iki ucunda noktasal kütleler barındıran elastik mesnetli EFD çubuğun frekans parametreleri üzerinde yapılan incelemelerde; artan β değerleriyle frekanslarda düşüş oluğu gözlenmiştir.

Viskoelastik mesnetli çubuk için yapılan incelemelerde; κ=1 iken ve μ 0'dan 1'e artarken, tüm *n* değerlerindeki frekans parametrelerinin azaldığı gözlenmiştir fakat bu azalmanın daha yüksek κ değerleri için geçerli olmadığı sonucuna varılmıştır. κ=1 iken; sistemde rijit gövde hareketi baskın olduğundan dolayı κ ve μ'nün frekans parametreleri üzerindeki etkisinin baskın olduğu gözlenmiştir. Bu sebepten dolayı μ'nün değişiminin frekans parametreleri üzerindeki etkisinin, diğer κ değerlerine nazaran κ=1 olduğunda daha etkili olduğu sonucuna varılmıştır. Malzeme dağılım katsayısı *n* artarken sistemin rijitliği artığından dolayı frekansların arttığı gözlenmiştir.

Çeşitli sınır şartlarındaki EFD çubuğun dinamik analizlerinin tamamlanmasını takiben; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), kiriş için kuvvet kanunu üstelini ifade eden *n* ve çubuk için kuvvet kanunu üstelini ifade eden *nb* parametrelerindeki değişimin, EFD çubuk mesnetli FD kirişin doğal frekansları üzerindeki etkisi ilk üç mod için incelenmiştir. İlk olarak E_r(kiriş) ve E_r(çubuk)'un frekanslar üzerindeki etkilerini daha net görebilmek adına ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) sabit kabul edilmiştir. ρ_r(kiriş) sabit iken, artan E_r(kiriş) parametresiyle sistemin frekans parametrelerinde artışlar gözlenmiştir. E_r(kiriş) parametresindeki değişimin E_r(çubuk) parametresindeki değişime nazaran sistemin frekansları üzerinde çok daha fazla etkili olduğu saptanmıştır. Buna ek olarak, E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkileri *n*'in küçük değerlerinde daha fazla olduğu gözlenmiştir. İkinci olarak ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk)'un frekanslar üzerindeki etkilerini daha net görebilmek adına E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) sabit kabul edilmiştir. E_r(kiriş) sabit iken, artan ρ_r(kiriş) parametresiyle sistemin frekanslarında düşüşler gözlenmiştir. ρ_r(kiriş) parametresindeki değişimin ρ_r(çubuk) parametresindeki değişime nazaran sistemin doğal frekansları üzerinde çok daha fazla etkili olduğu saptanmıştır. ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkileri *n*'in küçük değerlerinde daha baskın olduğu gözlenmiştir.

Bu çalışmalardan sonra; E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) parametrelerinin ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) parametreleriyle eş zamanlı olarak değişim gösterdiği analizler gerçekleştirilmiştir. Bu kısımlarda, bir önceki kısımlarda olduğu gibi, E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) artarken frekans parametrelerinde düzgün bir artışın olmadığı gözlenmiş ve bunun sebebinin ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) parametrelerinin de eş zamanlı olarak değişim göstermesi olduğu sonucu çıkarılmıştır. Aynı şekilde; ρ_r(kiriş) ve ρ_r(çubuk) artarken doğal frekanslarda düzgün bir düşüşün olmadığı gözlenmiş ve bunun sebebinin E_r(kiriş) ve E_r(çubuk) parametrelerinin

de eş zamanlı olarak değişim göstermesi olduğu sonucu çıkarılmıştır. E_r(kiriş) ve ρ_r(kiriş) parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkisi *n*'in küçük değerlerinde daha baskın olduğu gözlenmiştir. Aynı şekilde; E_r(çubuk) ve ρ_r(çubuk) parametrelerindeki değişimin frekanslar üzerindeki etkisi *nb*'in küçük değerlerinde daha baskın olduğu gözlenmiştir. EFD çubukların FD kirişe nazaran daha rijit olmalarından dolayı; EFD çubuğun kuvvet kanun üsteli *nb*'nin değişiminin frekanslar üzerindeki etkisi FD kirişin kuvvet kanunu üsteli *n*'in değişiminin frekanslar üzerindeki etkisine göre göre çok daha az olduğu gözlenmiştir.

Son olarak yay mesnetli FD kirişin harmonik analizi yapılmıştır. Farklı yay rijitlik parametrelerine (κ) göre, kirişin orta noktasından uygulanan harmonik noktasal bir kuvvet altında, kirişin doğal frekansları ve kuvvet iletim oranı incelenmiştir. Yay rijitlik parametresinin düşük değerlerinde rijit gövde hareketi baskın olduğundan dolayı kuvvet kanunu üsteli *n*'in değişiminin frekans parametreleri üzerindeki etkisi sınırlıdır. Yay rijitlik parametresinin artmasıyla *n*'in değişiminin frekans parametreleri üzerindeki etkisi de artar. κ=1 değerindeyken sistemde optimum bir kuvvet iletim oranı değeri (T_R) mevcuttur yani κ=1'e karşılık gelen çizgi üzerinde; birinci moda denk gelen frekanslar hariç, diğer modlara denk gelen frekans eğrilerinin kesiştiği bir nokta mevcuttur. Bu kesişim noktası her *n* değerinde görülmektedir.

İleriki çalışmalarda çeşitli elastik ve viskoelastik mesnetli EFD çubuğun sıcaklık altında doğal frekansları incelenebilir. Aynı şekilde; EFD çubuk mesnetli FD kirişin sıcaklık altında doğal frekansları incelenebilir.

KAYNAKLAR

[1] Akgöz, B. ve Civalek, Ö., (2013). "Free Vibration Analysis of Axially Functionally Graded Tapered Bernoulli-Euler Microbeams Based on the Modified Coupled Stress Theory", Composite Structure, 98: 314-322.

[2] Demir, C. ve Öz, F.E., (2014). "Free Vibration Analysis of a Functionally Graded Viscoelastic Supported Beam", Journal of Vibration and Control, 20(16): 2464-2486.

[3] Aydoğdu, M. ve Taşkın, V., (2007). "Free Vibration Analysis of Functionally Graded Beams with Simply Supported Edges", Material and Design, 28: 1651-1656.

[4] Sina, S.A., Navazi, H.M. ve Haddadpour, H., (2009). "An Analytical Method for Free Vibration Analysis of Functionally Graded Beams", Material and Design, 30: 741-747.

[5] Şimşek, M. ve Kocatürk, T., (2009). "Free and Forced Vibration of a Functionally Graded Beam Subjected to a Concentrated Moving Harmonic Load", Composite Structures, 90: 465-473.

[6] Zhong, Z. ve Yu, T., (2007). "Analytical Solution of Cantilever Functionally Graded Beam", Composites Science and Technology, 67: 481-488.

[7] Şimşek, M., (2010). "Vibration Analysis of a Functionally Graded Beam Under a Moving Mass by Using Different Beam Theories", Composite Structures, 92: 904-917

[8] Şimşek, M., (2010). "Fundamental Frequency Analysis of Functionally Graded Beams by Using Different Higher-order Beam Theories", Nuclear Engineering and Design, 240: 697-705

[9] Duy, H.T., Van, T.N. ve Noh, H.C., (2014). "Eigen analysis of functionally graded beams with variable cross-section resting on elastic supports and elastic foundation", Structural Engneering and Mechanics, 52(5): 1033-1049.

[10] Simsek, M., Kocaturk, T. ve Akbas, S.D., (2012). "Dynamic Behavior of an Axially Functionally Graded Beam Under Action of a Moving Harmonic Load", Composite Structures, 94(8): 2358-2364.

[11] Akgöz, B. ve Civalek, Ö., (2013). "Longitudinal Vibration Analysis of Strain Gradient Bars made of Functionally Graded Materials (FGM)", Composites Part B: Engineering, 55: 262-268.

[12] Çetin, D. ve Şimşek, M., (2011). "Free Vibration of Axially Functionally Graded Pile with Pinned Ends Embedded in Winkler-Pasternak Elastic Medium", Structural Engineering and Mechanics, 40(4): 583-594.

[13] Şimşek, M., Kocatürk, T. ve Akbaş, S.D., (2011). "Dynamics of An Axially Functionally Graded Beam Carrying a Moving Harmonic Load", 16th Internatioal Conference on Composite Strusture, 28-30 June 2011, Porto.

[14] Alshorbagy, A.E., Eltaher, M.A. ve Mahmoud, F.F., (2011). "Free Vibration Characteristics of a Functionally Graded Beam by Finite Element Method", Applied Mathematical Modelling, 35(1): 412-425.

[15] Huang, Y. ve Li, X.F., (2010). "A New Approach for Free Vibration of Axially Functionally Graded Beams with Non-Uniform Cross-Section", Journal of Sound and Vibration, 329(11): 2291-2303.

[16] Aydoğdu, M., (2008). "Semi-Inverse Method for Vibration and Buckling of Axially Functionally Graded Beams", Journal of Reinforced Plastics and Composites, 27(7): 683-691.

[17] Şimşek, M., (2015). "Bi-Directional Functionally Graded Materials (BDFGMs) For Free and Vorced Vibration of Timoshenko Beams with Various Boundary Conditions", Composite Structures, 133: 968-978.

[18] Ramesh, M.N.V. ve Rao, N.M., (2013). "Chordwise Bending Vibration Analysis of Functionally Graded Beams with Concentrated Mass", Procedia Engineering, 64: 1374-1383.

[19] Rao, S.S., (2010), Mechanical Vibrations, 5th Edition, Prentice Hall, Bergen.

[20] Akın, H., (2008). Theoretical and experimental frequency analysis of an elastic beam for various boundary conditions, Yüksek Lisans Tezi, YTU Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

KISIM 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 ve 5.6 İLE İLGİLİ SONUÇ TABLOLARI

Çizelge 5.10 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	2.3756544	2.3757381	2.3757913	2.3758218	2.3758326	2.3758381	2.3758415
0.5	2.7117503	2.7119126	2.7120159	2.7120749	2.7120958	2.7121066	2.7121131
1	3.1407931	3.1411317	3.1413471	3.1414702	3.1415139	3.1415362	3.1415498
2	3.6773759	3.6781222	3.6785969	3.6788681	3.6789644	3.6790136	3.6790435
3	4.0463721	4.0475782	4.048345	4.048783	4.0489384	4.0490179	4.0490664
4	4.3347758	4.3364805	4.337564	4.3381828	4.3384023	4.3385147	4.338583
5	4.5744808	4.5767158	4.5781361	4.578947	4.5792347	4.579382	4.5794715
n=0.2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	2.4624193	2.4625194	2.4625832	2.4626197	2.4626326	2.4626391	2.4626432
0.5	2.7586376	2.7588145	2.758927	2.7589913	2.7590141	2.7590258	2.7590329
1	3.1407931	3.1411317	3.1413471	3.1414702	3.1415139	3.1415362	3.1415498
2	3.6301547	3.6308542	3.6312991	3.6315533	3.6316434	3.6316896	3.6317177
3	3.973183	3.9742835	3.9749832	3.9753828	3.9755246	3.9755972	3.9756413
4	4.2440474	4.24558	4.2465543	4.2471108	4.2473081	4.2474093	4.2474707
5	4.4706044	4.4725953	4.4738606	4.4745831	4.4748394	4.4749706	4.4750504
n=1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	2.7050802	2.7052405	2.7053425	2.7054009	2.7054215	2.7054321	2.7054386
0.5	2.8955971	2.8958225	2.8959659	2.8960478	2.8960769	2.8960918	2.8961008
1	3.1407931	3.1411317	3.1413471	3.1414702	3.1415139	3.1415362	3.1415498
2	3.442821	3.4433574	3.4436986	3.4438935	3.4439626	3.443998	3.4440196
3	3.6538919	3.6546147	3.6550744	3.655337	3.6554301	3.6554779	3.6555069
4	3.8239272	3.8248353	3.8254127	3.8257425	3.8258596	3.8259195	3.8259559
5	3.9694941	3.9705893	3.9712859	3.9716836	3.9718247	3.971897	3.9719409
n=2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	2.806725	2.8069178	2.8070405	2.8071106	2.8071355	2.8071482	2.8071559
0.5	2.9470666	2.9473127	2.9474694	2.9475589	2.9475906	2.9476069	2.9476167
1	3.1407931	3.1411317	3.1413471	3.1414702	3.1415139	3.1415362	3.1415498
2	3.3773391	3.3778262	3.3781361	3.3783132	3.378376	3.3784081	3.3784277
3	3.5318431	3.5324527	3.5328404	3.5330619	3.5331405	3.5331808	3.5332052
4	3.6497367	3.6504553	3.6509124	3.6511736	3.6512662	3.6513136	3.6513425
5	3.7473154	3.7481358	3.7486575	3.7489555	3.7490612	3.7491153	3.7491482
n=3							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	2.8635657	2.8637789	2.8639146	2.8639921	2.8640196	2.8640336	2.8640422
0.5	2.9758179	2.9760764	2.9762408	2.9763348	2.9763681	2.9763852	2.9763956
1	3.1407931	3.1411317	3.1413471	3.1414702	3.1415139	3.1415362	3.1415498
2	3.3508666	3.3513349	3.3516328	3.351803	3.3518634	3.3518943	3.3519131
3	3.4869143	3.487486	3.4878496	3.4880573	3.488131	3.4881688	3.4881918
4	3.5871869	3.5878459	3.5882651	3.5885045	3.5885895	3.588633	3.5886594
5	3.667074	3.66781	3.6682781	3.6685454	3.6686403	3.6686888	3.6687184
n=10							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	3.009415	3.0096884	3.0098623	3.0099617	3.009997	3.010015	3.010026
0.5	3.0571739	3.0574697	3.0576579	3.0577654	3.0578036	3.0578231	3.057835
1	3.1407931	3.1411317	3.1413471	3.1414702	3.1415139	3.1415362	3.1415498
2	3.2733429	3.2737594	3.2740244	3.2741758	3.2742295	3.2742569	3.2742737
3	3.374709	3.3751943	3.3755029	3.3756793	3.3757418	3.3757739	3.3757934
4	3.455372	3.4559182	3.4562657	3.4564641	3.4565346	3.4565706	3.4565926
5	3.5214356	3.5220362	3.5224183	3.5226365	3.5227139	3.5227536	3.5227777

Çizelge 5.11 *nb*=10 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	2.3757867	2.3757883	2.3757913	2.3757967	2.3758012	2.375805	2.3758084
0.5	2.7120068	2.71201	2.7120159	2.7120262	2.712035	2.7120424	2.7120489
1	3.1413282	3.1413348	3.1413471	3.1413686	3.1413869	3.1414025	3.1414161
2	3.6785553	3.6785698	3.6785969	3.6786444	3.6786845	3.678719	3.6787488
3	4.0482777	4.0483012	4.048345	4.0484217	4.0484866	4.0485422	4.0485903
4	4.3374689	4.3375021	4.337564	4.3376723	4.337764	4.3378425	4.3379106
5	4.5780114	4.578055	4.5781361	4.578278	4.5783981	4.578501	4.5785903
n=0.2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	2.4625776	2.4625796	2.4625832	2.4625896	2.462595	2.4625996	2.4626036
0.5	2.7589172	2.7589206	2.758927	2.7589383	2.7589478	2.7589559	2.758963
1	3.1413282	3.1413348	3.1413471	3.1413686	3.1413869	3.1414025	3.1414161
2	3.63126	3.6312737	3.6312991	3.6313436	3.6313812	3.6314135	3.6314414
3	3.9749218	3.9749432	3.9749832	3.9750531	3.9751123	3.9751631	3.975207
4	4.2464688	4.2464987	4.2465543	4.2466518	4.2467341	4.2468048	4.2468659
5	4.4737496	4.4737883	4.4738606	4.4739871	4.4740941	4.4741858	4.4742653
n=1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	2.7053336	2.7053367	2.7053425	2.7053528	2.7053614	2.7053688	2.7053752
0.5	2.8959533	2.8959577	2.8959659	2.8959802	2.8959923	2.8960028	2.8960118
1	3.1413282	3.1413348	3.1413471	3.1413686	3.1413869	3.1414025	3.1414161
2	3.4436686	3.4436791	3.4436986	3.4437327	3.4437616	3.4437863	3.4438078
3	3.655034	3.6550481	3.6550744	3.6551203	3.6551592	3.6551926	3.6552215
4	3.825362	3.8253797	3.8254127	3.8254704	3.8255192	3.8255612	3.8255974
5	3.9712247	3.9712461	3.9712859	3.9713555	3.9714143	3.9714649	3.9715086
n=2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	2.8070297	2.8070335	2.8070405	2.8070527	2.8070631	2.807072	2.8070797
0.5	2.9474556	2.9474604	2.9474694	2.947485	2.9474983	2.9475096	2.9475195
1	3.1413282	3.1413348	3.1413471	3.1413686	3.1413869	3.1414025	3.1414161
2	3.3781089	3.3781184	3.3781361	3.3781671	3.3781933	3.3782158	3.3782353
3	3.5328064	3.5328183	3.5328404	3.5328792	3.532912	3.5329401	3.5329644
4	3.6508723	3.6508863	3.6509124	3.6509581	3.6509968	3.6510299	3.6510587
5	3.7486117	3.7486276	3.7486575	3.7487096	3.7487538	3.7487916	3.7488243
n=3							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	2.8639027	2.8639068	2.8639146	2.8639282	2.8639396	2.8639494	2.8639579
0.5	2.9762264	2.9762314	2.9762408	2.9762573	2.9762712	2.9762831	2.9762935
1	3.1413282	3.1413348	3.1413471	3.1413686	3.1413869	3.1414025	3.1414161
2	3.3516067	3.3516158	3.3516328	3.3516626	3.3516878	3.3517094	3.3517281
3	3.4878177	3.4878288	3.4878496	3.4878859	3.4879168	3.4879431	3.4879659
4	3.5882283	3.5882411	3.5882651	3.588307	3.5883424	3.5883729	3.5883991
5	3.6682369	3.6682513	3.6682781	3.6683248	3.6683645	3.6683984	3.6684278
n=10							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	3.0098471	3.0098524	3.0098623	3.0098797	3.0098944	3.009907	3.0099179
0.5	3.0576414	3.0576472	3.0576579	3.0576767	3.0576926	3.0577063	3.0577181
1	3.1413282	3.1413348	3.1413471	3.1413686	3.1413869	3.1414025	3.1414161
2	3.2740012	3.2740093	3.2740244	3.2740509	3.2740733	3.2740925	3.2741092
3	3.3754759	3.3754853	3.3755029	3.3755338	3.3755599	3.3755823	3.3756017
4	3.4562351	3.4562458	3.4562657	3.4563004	3.4563298	3.456355	3.4563768
5	3.5223847	3.5223964	3.5224183	3.5224564	3.5224888	3.5225165	3.5225405

Çizelge 5.12 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	4.7501507	4.7508251	4.751253	4.7514971	4.7515836	4.7516279	4.7516548
0.5	5.4212061	5.4225201	5.423352	5.4238258	5.4239937	5.4240796	5.4241318
1	6.2767005	6.2794677	6.281212	6.2822031	6.2825538	6.2827332	6.2828422
2	7.343731	7.3499459	7.353831	7.3560271	7.3568022	7.3571984	7.357439
3	8.0746081	8.084841	8.0911842	8.0947516	8.0960076	8.0966489	8.097038
4	8.643478	8.6582168	8.6672762	8.672345	8.6741252	8.6750332	8.6755839
5	9.1142071	9.1339009	9.1459033	9.1525843	9.1549248	9.1561174	9.1568404
n=0.2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	4.9234378	4.9242457	4.924758	4.9250502	4.9251537	4.9252067	4.9252389
0.5	5.5147676	5.5162005	5.5171073	5.5176237	5.5178066	5.5179002	5.5179571
1	6.2767005	6.2794677	6.281212	6.2822031	6.2825538	6.2827332	6.2828422
2	7.2500015	7.2558146	7.2594518	7.2615089	7.2622352	7.2626064	7.2628318
3	7.9298814	7.9391791	7.9449535	7.9482046	7.9493499	7.9499348	7.9502898
4	8.4647826	8.47795	8.4860668	8.4906161	8.4922151	8.493031	8.493526
5	8.9104775	8.9278703	8.9385114	8.9444485	8.9465307	8.9475923	8.9482359
n=1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	5.4078802	5.4091779	5.4099994	5.4104674	5.4106332	5.4107181	5.4107696
0.5	5.7879727	5.7898039	5.7909612	5.7916198	5.7918531	5.7919724	5.7920449
1	6.2767005	6.2794677	6.281212	6.2822031	6.2825538	6.2827332	6.2828422
2	6.8777975	6.8822222	6.8849998	6.8865739	6.8871301	6.8874145	6.8875873
3	7.297109	7.303121	7.306881	7.309007	7.3097575	7.3101411	7.310374
4	7.6343338	7.6419459	7.6466899	7.6493666	7.6503105	7.6507927	7.6510855
5	7.9225581	7.9318101	7.9375566	7.9407922	7.941932	7.9425142	7.9428675
n=2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	5.6107007	5.6122644	5.6132536	5.6138167	5.6140162	5.6141183	5.6141803
0.5	5.8906077	5.8926099	5.8938748	5.8945943	5.8948491	5.8949795	5.8950587
1	6.2767005	6.2794677	6.281212	6.2822031	6.2825538	6.2827332	6.2828422
2	6.7475704	6.7515801	6.7540996	6.7555283	6.7560334	6.7562917	6.7564485
3	7.0547214	7.0597666	7.062929	7.0647195	7.065352	7.0656753	7.0658717
4	7.288839	7.2948155	7.2985535	7.3006672	7.3014134	7.3017948	7.3020263
5	7.4824296	7.4892812	7.4935583	7.4959739	7.4968261	7.4972616	7.497526
n=3							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	5.7240876	5.7258184	5.7269127	5.7275355	5.727756	5.7278689	5.7279375
0.5	5.9479313	5.9500346	5.9513629	5.9521185	5.952386	5.9525228	5.952606
1	6.2767005	6.2794677	6.281212	6.2822031	6.2825538	6.2827332	6.2828422
2	6.694908	6.6987592	6.7011802	6.7025533	6.7030388	6.7032871	6.7034379
3	6.9654348	6.9701583	6.9731213	6.9747997	6.9753927	6.9756959	6.9758801
4	7.1646419	7.1701079	7.1735307	7.1754674	7.1761513	7.176501	7.1767133
5	7.3232285	7.329353	7.3331824	7.3353472	7.3361114	7.336502	7.3367391
n=10							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	6.0149068	6.0171334	6.0185392	6.0193386	6.0196216	6.0197664	6.0198544
0.5	6.1100946	6.1125067	6.1140288	6.114894	6.1152003	6.115357	6.1154522
1	6.2767005	6.2794677	6.281212	6.2822031	6.2825538	6.2827332	6.2828422
2	6.5406398	6.5440565	6.5462067	6.547427	6.5478586	6.5480794	6.5482135
3	6.7423371	6.7463307	6.7488403	6.7502634	6.7507665	6.7510238	6.7511801
4	6.9027364	6.9072445	6.9100738	6.911677	6.9122435	6.9125332	6.9127091
5	7.0340303	7.0389993	7.0421145	7.0438785	7.0445016	7.0448202	7.0450137

Çizelge 5.13 *nb*=10 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	4.7512155	4.7512286	4.751253	4.7512958	4.7513319	4.7513629	4.7513898
0.5	5.4232791	5.4233045	5.423352	5.423435	5.4235052	5.4235653	5.4236175
1	6.2810594	6.2811127	6.281212	6.2813858	6.2815327	6.2816585	6.2817675
2	7.353492	7.3536105	7.353831	7.3542166	7.3545424	7.3548214	7.355063
3	8.0906324	8.0908252	8.0911842	8.0918115	8.0923413	8.0927947	8.093187
4	8.6664905	8.6667651	8.6672762	8.6681689	8.6689223	8.6695668	8.6701243
5	9.1448654	9.1452282	9.1459033	9.1470817	9.1480757	9.1489255	9.1496603
n=0.2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	4.9247131	4.9247288	4.924758	4.9248092	4.9248525	4.9248895	4.9249217
0.5	5.5170278	5.5170556	5.5171073	5.5171978	5.5172743	5.5173398	5.5173966
1	6.2810594	6.2811127	6.281212	6.2813858	6.2815327	6.2816585	6.2817675
2	7.2591344	7.2592453	7.2594518	7.2598129	7.2601181	7.2603794	7.2606057
3	7.9444508	7.9446265	7.9449535	7.945525	7.9460077	7.9464208	7.9467784
4	8.4853621	8.4856083	8.4860668	8.4868675	8.4875435	8.4881219	8.4886222
5	8.9375899	8.937912	8.9385114	8.9395578	8.9404408	8.9411958	8.9418488
n=1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	5.4099274	5.4099526	5.4099994	5.4100814	5.4101507	5.4102101	5.4102616
0.5	5.7908599	5.7908953	5.7909612	5.7910766	5.7911742	5.7912579	5.7913303
1	6.2810594	6.2811127	6.281212	6.2813858	6.2815327	6.2816585	6.2817675
2	6.8847571	6.8848419	6.8849998	6.885276	6.8855094	6.8857093	6.8858825
3	7.3065529	7.3066675	7.306881	7.3072543	7.3075697	7.3078398	7.3080736
4	7.6462764	7.6464209	7.6466899	7.6471601	7.6475574	7.6478975	7.6481919
5	7.9370563	7.9372311	7.9375566	7.9381253	7.9386057	7.9390169	7.9393728
n=2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	5.6131669	5.6131972	5.6132536	5.6133522	5.6134357	5.6135072	5.6135691
0.5	5.893764	5.8938027	5.8938748	5.8940009	5.8941075	5.8941989	5.894278
1	6.2810594	6.2811127	6.281212	6.2813858	6.2815327	6.2816585	6.2817675
2	6.7538794	6.7539563	6.7540996	6.7543502	6.7545621	6.7547435	6.7549007
3	7.0626528	7.0627493	7.062929	7.0632432	7.0635088	7.0637362	7.0639331
4	7.2982273	7.2983413	7.2985535	7.2989246	7.2992382	7.2995067	7.2997392
5	7.4931853	7.4933156	7.4935583	7.4939825	7.4943409	7.4946478	7.4949135
n=3							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	5.7268168	5.7268503	5.7269127	5.7270218	5.7271141	5.7271931	5.7272616
0.5	5.9512466	5.9512872	5.9513629	5.9514953	5.9516073	5.9517032	5.9517864
1	6.2810594	6.2811127	6.281212	6.2813858	6.2815327	6.2816585	6.2817675
2	6.7009685	6.7010425	6.7011802	6.701421	6.7016246	6.701799	6.7019501
3	6.9728625	6.9729529	6.9731213	6.9734158	6.9736648	6.9738779	6.9740626
4	7.1732318	7.1733362	7.1735307	7.1738706	7.1741579	7.1744039	7.1746169
5	7.3328482	7.3329649	7.3331824	7.3335624	7.3338836	7.3341586	7.3343968
n=10							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	6.0184161	6.0184591	6.0185392	6.0186793	6.0187978	6.0188993	6.0189872
0.5	6.1138955	6.1139421	6.1140288	6.1141804	6.1143087	6.1144186	6.1145137
1	6.2810594	6.2811127	6.281212	6.2813858	6.2815327	6.2816585	6.2817675
2	6.5460186	6.5460843	6.5462067	6.5464207	6.5466016	6.5467566	6.5468908
3	6.748621	6.7486976	6.7488403	6.74909	6.749301	6.7494817	6.7496383
4	6.9098266	6.909913	6.9100738	6.9103551	6.9105928	6.9107965	6.9109728
5	7.0418424	7.0419375	7.0421145	7.0424241	7.0426857	7.0429097	7.0431038

Çizelge 5.14 *nb*=0.1 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	7.1222261	7.1245746	7.1260446	7.1268762	7.1271699	7.12732	7.1274111
0.5	8.1257222	8.1304001	8.1332936	8.1349189	8.1354908	8.1357828	8.1359599
1	9.4014649	9.4117627	9.4179813	9.4214253	9.422629	9.4232418	9.4236131
2	10.981848	11.00722	11.021785	11.029619	11.032319	11.033687	11.034513
3	12.050504	12.09661	12.121664	12.134735	12.139176	12.141413	12.142761
4	12.867207	12.940932	12.978708	12.997794	13.004186	13.007387	13.00931
5	13.525754	13.63568	13.688625	13.714495	13.723028	13.727278	13.729823
n=0.2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	7.38151	7.3843367	7.3861014	7.3870982	7.3874499	7.3876297	7.3877388
0.5	8.2654715	8.2705925	8.2737534	8.2755268	8.2761504	8.2764687	8.2766617
1	9.4014649	9.4117627	9.4179813	9.4214253	9.422629	9.4232418	9.4236131
2	10.84377	10.86726	10.880819	10.888137	10.890663	10.891943	10.892716
3	11.840256	11.881222	11.903762	11.915603	11.919639	11.921675	11.922901
4	12.612618	12.676162	12.709386	12.726358	12.732069	12.734935	12.736658
5	13.24322	13.33554	13.381286	13.403984	13.411523	13.415287	13.417544
n=1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	8.1057772	8.1103943	8.1132509	8.1148558	8.1154206	8.1157089	8.1158838
0.5	8.6732632	8.67989	8.6839528	8.6862229	8.6870196	8.687426	8.6876724
1	9.4014649	9.4117627	9.4179813	9.4214253	9.422629	9.4232418	9.4236131
2	10.293811	10.311051	10.321204	10.326746	10.328669	10.329646	10.330237
3	10.913158	10.937575	10.95163	10.959203	10.961815	10.963138	10.963938
4	11.408599	11.440783	11.458901	11.468542	11.471847	11.473518	11.474527
5	11.82954	11.870256	11.892672	11.904452	11.908469	11.910494	11.911715
n=2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	8.4086968	8.4143086	8.4177646	8.4197009	8.4203814	8.4207286	8.4209392
0.5	8.8263413	8.8336255	8.8380786	8.8405626	8.8414338	8.8418779	8.8421472
1	9.4014649	9.4117627	9.4179813	9.4214253	9.422629	9.4232418	9.4236131
2	10.100861	10.11631	10.125464	10.130479	10.132222	10.133108	10.133644
3	10.555487	10.575469	10.587132	10.593465	10.595658	10.59677	10.597443
4	10.900922	10.92517	10.939136	10.946663	10.949259	10.950575	10.951369
5	11.185697	11.214118	11.230288	11.238942	11.241918	11.243424	11.244333
n=3							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	8.5779423	8.5841864	8.588021	8.5901657	8.5909188	8.591303	8.591536
0.5	8.911807	8.9194826	8.9241671	8.9267778	8.9276929	8.9281593	8.9284421
1	9.4014649	9.4117627	9.4179813	9.4214253	9.422629	9.4232418	9.4236131
2	10.022771	10.037545	10.04632	10.051134	10.052808	10.053659	10.054174
3	10.42347	10.44202	10.452898	10.45882	10.460874	10.461916	10.462546
4	10.717773	10.73966	10.752358	10.759229	10.761604	10.762808	10.763536
5	10.951524	10.976466	10.990801	10.998518	11.001178	11.002526	11.00334
n=10							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	9.0116324	9.0197884	9.0247562	9.0275214	9.0284901	9.0289838	9.0292831
0.5	9.1534434	9.1623275	9.1677228	9.1707206	9.1717699	9.1723045	9.1726285
1	9.4014649	9.4117627	9.4179813	9.4214253	9.422629	9.4232418	9.4236131
2	9.7938197	9.8067709	9.814514	9.8187773	9.8202631	9.8210188	9.8214763
3	10.093099	10.108479	10.117595	10.122589	10.124325	10.125207	10.125741
4	10.330697	10.3483	10.358655	10.364303	10.366262	10.367257	10.367859
5	10.524879	10.54452	10.555996	10.562231	10.564391	10.565487	10.566149

Çizelge 5.15 *nb*=10 iken, E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	7.1259163	7.1259611	7.1260446	7.1261906	7.1263139	7.1264196	7.1265111
0.5	8.1330421	8.13313	8.1332936	8.1335795	8.1338209	8.1340275	8.1342063
1	9.4174452	9.4176326	9.4179813	9.4185896	9.4191025	9.4195407	9.4199195
2	11.02055	11.020982	11.021785	11.02318	11.024353	11.025352	11.026213
3	12.119579	12.12031	12.121664	12.124013	12.125979	12.12765	12.129087
4	12.975625	12.976706	12.978708	12.982168	12.985055	12.987501	12.989598
5	13.684392	13.685879	13.688625	13.693359	13.697294	13.700616	13.703458
n=0.2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	7.3859475	7.3860013	7.3861014	7.3862765	7.3864244	7.386551	7.3866607
0.5	8.2734789	8.2735748	8.2737534	8.2740655	8.2743289	8.2745544	8.2747494
1	9.4174452	9.4176326	9.4179813	9.4185896	9.4191025	9.4195407	9.4199195
2	10.879668	10.880071	10.880819	10.882122	10.883216	10.884149	10.884954
3	11.901878	11.902538	11.903762	11.905885	11.907665	11.909177	11.910479
4	12.706656	12.707613	12.709386	12.712453	12.715016	12.717189	12.719054
5	13.377594	13.37889	13.381286	13.385422	13.388866	13.391777	13.394272
n=1							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	8.1130026	8.1130893	8.1132509	8.1135332	8.1137716	8.1139756	8.1141521
0.5	8.6836007	8.6837237	8.6839528	8.6843527	8.6846902	8.6849788	8.6852285
1	9.4174452	9.4176326	9.4179813	9.4185896	9.4191025	9.4195407	9.4199195
2	10.320336	10.32064	10.321204	10.322187	10.323014	10.32372	10.32433
3	10.950438	10.950855	10.95163	10.952978	10.954112	10.955077	10.95591
4	11.457376	11.45791	11.458901	11.460624	11.46207	11.4633	11.46436
5	11.890799	11.891455	11.892672	11.894785	11.896555	11.89806	11.899355
n=2							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	8.4174646	8.4175694	8.4177646	8.4181054	8.4183932	8.4186393	8.4188523
0.5	8.837693	8.8378278	8.8380786	8.8385164	8.8388859	8.8392018	8.839475
1	9.4174452	9.4176326	9.4179813	9.4185896	9.4191025	9.4195407	9.4199195
2	10.12468	10.124954	10.125464	10.126353	10.127101	10.12774	10.128291
3	10.586138	10.586486	10.587132	10.588257	10.589204	10.590011	10.590707
4	10.937951	10.938366	10.939136	10.940476	10.941602	10.942562	10.94339
5	11.228922	11.2294	11.230288	11.231832	11.233128	11.234233	11.235184
n=3							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	8.5876884	8.5878046	8.588021	8.5883987	8.5887175	8.5889902	8.5892261
0.5	8.9237618	8.9239035	8.9241671	8.9246274	8.9250157	8.9253478	8.9256349
1	9.4174452	9.4176326	9.4179813	9.4185896	9.4191025	9.4195407	9.4199195
2	10.045568	10.045831	10.04632	10.047173	10.047891	10.048504	10.049033
3	10.45197	10.452294	10.452898	10.453949	10.454834	10.455588	10.45624
4	10.751278	10.751656	10.752358	10.753579	10.754607	10.755483	10.756238
5	10.989586	10.990011	10.990801	10.992175	10.99333	10.994314	10.995163
n=10							
Er(çubuk) / Er(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	9.0243266	9.0244768	9.0247562	9.0252439	9.0256553	9.026007	9.0263112
0.5	9.1672567	9.1674196	9.1677228	9.1682518	9.1686979	9.1690793	9.169409
1	9.4174452	9.4176326	9.4179813	9.4185896	9.4191025	9.4195407	9.4199195
2	9.8138487	9.8140813	9.814514	9.8152683	9.8159038	9.8164466	9.8169154
3	10.116814	10.117087	10.117595	10.11848	10.119225	10.119861	10.12041
4	10.35777	10.358079	10.358655	10.359657	10.3605	10.36122	10.361841
5	10.555017	10.55536	10.555996	10.557103	10.558035	10.55883	10.559515

Çizelge 5.16 *nb*=0.1 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	4.1826083	4.1826082	4.1826081	4.1826079	4.1826076	4.1826074	4.1826071
0.5	3.6553278	3.6553278	3.6553277	3.6553276	3.6553274	3.6553273	3.6553272
1	3.1413472	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.141347	3.1413469	3.1413469
2	2.672448	2.672448	2.672448	2.6724479	2.6724479	2.6724479	2.6724479
3	2.4245082	2.4245082	2.4245082	2.4245082	2.4245082	2.4245081	2.4245081
4	2.260831	2.260831	2.260831	2.260831	2.260831	2.260831	2.260831
5	2.1407775	2.1407775	2.1407775	2.1407775	2.1407775	2.1407775	2.1407774
n=0.2							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	4.0142854	4.0142854	4.0142853	4.0142851	4.0142849	4.0142846	4.0142844
0.5	3.594486	3.5944859	3.5944859	3.5944858	3.5944856	3.5944855	3.5944854
1	3.1413472	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.141347	3.1413469	3.1413469
2	2.6996381	2.6996381	2.6996381	2.699638	2.699638	2.699638	2.6996379
3	2.4582367	2.4582367	2.4582367	2.4582367	2.4582367	2.4582367	2.4582367
4	2.2966715	2.2966715	2.2966714	2.2966714	2.2966714	2.2966714	2.2966714
5	2.1772603	2.1772603	2.1772603	2.1772603	2.1772603	2.1772603	2.1772603
n=1							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	3.5330187	3.5330186	3.5330186	3.5330185	3.5330184	3.5330183	3.5330181
0.5	3.3755972	3.3755972	3.3755972	3.3755971	3.375597	3.3755969	3.3755968
1	3.1413472	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.141347	3.1413469	3.1413469
2	2.8385277	2.8385276	2.8385276	2.8385276	2.8385275	2.8385275	2.8385274
3	2.6415476	2.6415476	2.6415476	2.6415476	2.6415475	2.6415475	2.6415475
4	2.4982215	2.4982215	2.4982215	2.4982215	2.4982215	2.4982214	2.4982214
5	2.3869077	2.3869077	2.3869077	2.3869077	2.3869077	2.3869077	2.3869076
n=2							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	3.3755963	3.3755963	3.3755962	3.3755961	3.375596	3.3755959	3.3755959
0.5	3.2878438	3.2878437	3.2878437	3.2878436	3.2878436	3.2878435	3.2878434
1	3.1413472	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.141347	3.1413469	3.1413469
2	2.9233536	2.9233536	2.9233536	2.9233535	2.9233535	2.9233534	2.9233534
3	2.7647374	2.7647374	2.7647374	2.7647374	2.7647374	2.7647373	2.7647373
4	2.6415487	2.6415487	2.6415487	2.6415487	2.6415486	2.6415486	2.6415486
5	2.5416863	2.5416863	2.5416863	2.5416862	2.5416863	2.5416862	2.5416862
n=3							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	3.3087193	3.3087193	3.3087193	3.3087192	3.3087191	3.3087191	3.3087189
0.5	3.2479835	3.2479835	3.2479835	3.2479834	3.2479833	3.2479833	3.2479832
1	3.1413472	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.141347	3.1413469	3.1413469
2	2.9709037	2.9709037	2.9709037	2.9709036	2.9709036	2.9709035	2.9709035
3	2.8385292	2.8385292	2.8385291	2.8385291	2.8385291	2.8385291	2.838529
4	2.7312203	2.7312203	2.7312203	2.7312203	2.7312202	2.7312202	2.7312201
5	2.6415498	2.6415497	2.6415497	2.6415497	2.6415497	2.6415497	2.6415496
n=10							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	3.1972971	3.1972971	3.197297	3.1972969	3.1972969	3.1972968	3.1972967
0.5	3.1780936	3.1780936	3.1780936	3.1780935	3.1780934	3.1780934	3.1780933
1	3.1413472	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.141347	3.1413469	3.1413469
2	3.073753	3.073753	3.073753	3.0737529	3.0737528	3.0737528	3.0737528
3	3.0128575	3.0128575	3.0128574	3.0128574	3.0128573	3.0128573	3.0128573
4	2.957553	2.957553	2.957553	2.9575529	2.9575529	2.9575529	2.9575528
5	2.9069787	2.9069786	2.9069786	2.9069786	2.9069785	2.9069785	2.9069785

Çizelge 5.17 *nb*=10 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	4.1826082	4.1826082	4.1826081	4.1826081	4.1826081	4.182608	4.182608
0.5	3.6553277	3.6553277	3.6553277	3.6553277	3.6553277	3.6553277	3.6553277
1	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471
2	2.672448	2.672448	2.672448	2.672448	2.672448	2.672448	2.672448
3	2.4245082	2.4245082	2.4245082	2.4245082	2.4245082	2.4245082	2.4245082
4	2.2608311	2.260831	2.260831	2.2608311	2.2608311	2.260831	2.260831
5	2.1407775	2.1407775	2.1407775	2.1407775	2.1407775	2.1407775	2.1407775
n=0.2							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	4.0142853	4.0142853	4.0142853	4.0142852	4.0142852	4.0142852	4.0142852
0.5	3.5944859	3.5944859	3.5944859	3.5944859	3.5944859	3.5944859	3.5944859
1	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471
2	2.6996381	2.6996381	2.6996381	2.699638	2.6996381	2.6996381	2.6996381
3	2.4582367	2.4582367	2.4582367	2.4582367	2.4582367	2.4582367	2.4582367
4	2.2966714	2.2966715	2.2966714	2.2966714	2.2966714	2.2966714	2.2966714
5	2.1772603	2.1772603	2.1772603	2.1772603	2.1772603	2.1772603	2.1772603
n=1							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	3.5330186	3.5330187	3.5330186	3.5330186	3.5330186	3.5330186	3.5330186
0.5	3.3755972	3.3755972	3.3755972	3.3755972	3.3755972	3.3755972	3.3755972
1	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471
2	2.8385276	2.8385276	2.8385276	2.8385276	2.8385276	2.8385276	2.8385276
3	2.6415476	2.6415476	2.6415476	2.6415476	2.6415476	2.6415476	2.6415476
4	2.4982215	2.4982215	2.4982215	2.4982214	2.4982215	2.4982215	2.4982215
5	2.3869077	2.3869077	2.3869077	2.3869077	2.3869077	2.3869077	2.3869077
n=2							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	3.3755962	3.3755962	3.3755962	3.3755962	3.3755962	3.3755962	3.3755962
0.5	3.2878437	3.2878437	3.2878437	3.2878437	3.2878437	3.2878437	3.2878437
1	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471
2	2.9233536	2.9233536	2.9233536	2.9233536	2.9233536	2.9233535	2.9233535
3	2.7647374	2.7647374	2.7647374	2.7647374	2.7647374	2.7647374	2.7647374
4	2.6415487	2.6415487	2.6415487	2.6415487	2.6415487	2.6415487	2.6415487
5	2.5416863	2.5416863	2.5416863	2.5416863	2.5416863	2.5416863	2.5416863
n=3							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	3.3087193	3.3087193	3.3087193	3.3087193	3.3087193	3.3087193	3.3087193
0.5	3.2479835	3.2479835	3.2479835	3.2479835	3.2479835	3.2479835	3.2479835
1	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471
2	2.9709037	2.9709037	2.9709037	2.9709037	2.9709037	2.9709036	2.9709036
3	2.8385292	2.8385292	2.8385291	2.8385291	2.8385292	2.8385292	2.8385292
4	2.7312203	2.7312203	2.7312203	2.7312203	2.7312203	2.7312203	2.7312203
5	2.6415497	2.6415497	2.6415497	2.6415497	2.6415497	2.6415497	2.6415497
n=10							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	3.197297	3.197297	3.197297	3.197297	3.197297	3.197297	3.197297
0.5	3.1780936	3.1780935	3.1780936	3.1780936	3.1780935	3.1780935	3.1780935
1	3.1413472	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1413471
2	3.073753	3.073753	3.073753	3.073753	3.073753	3.073753	3.0737529
3	3.0128575	3.0128574	3.0128574	3.0128575	3.0128575	3.0128575	3.0128574
4	2.957553	2.957553	2.957553	2.957553	2.957553	2.957553	2.957553
5	2.9069786	2.9069786	2.9069786	2.9069786	2.9069786	2.9069786	2.9069786

Çizelge 5.18 *nb*=0.1 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	8.3632492	8.3632405	8.3632231	8.3631874	8.3631506	8.3631127	8.3630735
0.5	7.3089373	7.3089329	7.3089241	7.3089063	7.3088882	7.3088697	7.3088509
1	6.2812182	6.2812161	6.281212	6.2812038	6.2811955	6.281187	6.2811786
2	5.3436404	5.3436395	5.3436377	5.343634	5.3436304	5.3436267	5.343623
3	4.8478774	4.8478768	4.8478757	4.8478735	4.8478712	4.847869	4.8478667
4	4.5206001	4.5205997	4.5205989	4.5205973	4.5205957	4.5205941	4.5205925
5	4.2805493	4.280549	4.2805484	4.2805472	4.280546	4.2805448	4.2805436
n=0.2							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	8.0266859	8.0266789	8.0266648	8.0266359	8.0266063	8.0265759	8.0265447
0.5	7.1872834	7.1872794	7.1872713	7.1872549	7.1872383	7.1872214	7.1872042
1	6.2812182	6.2812161	6.281212	6.2812038	6.2811955	6.281187	6.2811786
2	5.3980072	5.3980063	5.3980044	5.3980005	5.3979967	5.3979928	5.3979889
3	4.915318	4.9153174	4.9153162	4.9153138	4.9153114	4.9153089	4.9153065
4	4.5922633	4.5922628	4.592262	4.5922603	4.5922586	4.5922569	4.5922551
5	4.3534971	4.3534967	4.3534961	4.3534948	4.3534935	4.3534922	4.3534909
n=1							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	7.0643752	7.0643715	7.0643641	7.0643491	7.0643339	7.0643184	7.0643027
0.5	6.7496072	6.7496042	6.7495983	6.7495865	6.7495744	6.7495622	6.7495499
1	6.2812182	6.2812161	6.281212	6.2812038	6.2811955	6.281187	6.2811786
2	5.6757222	5.675721	5.6757185	5.6757136	5.6757086	5.6757036	5.6756985
3	5.281855	5.2818542	5.2818525	5.281849	5.2818456	5.2818421	5.2818386
4	4.9952703	4.9952697	4.9952684	4.9952658	4.9952631	4.9952605	4.9952579
5	4.7726951	4.7726946	4.7726936	4.7726915	4.7726895	4.7726874	4.7726853
n=2							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	6.7495998	6.7495968	6.749591	6.7495791	6.749567	6.7495549	6.7495425
0.5	6.5741387	6.5741362	6.574131	6.5741206	6.5741101	6.5740995	6.5740887
1	6.2812182	6.2812161	6.281212	6.2812038	6.2811955	6.281187	6.2811786
2	5.8453376	5.8453362	5.8453333	5.8453276	5.8453218	5.845316	5.8453101
3	5.5281821	5.528181	5.5281788	5.5281745	5.5281701	5.5281658	5.5281614
4	5.2818637	5.2818628	5.2818611	5.2818577	5.2818542	5.2818507	5.2818472
5	5.0821866	5.0821859	5.0821845	5.0821816	5.0821788	5.0821759	5.082173
n=3							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	6.6158756	6.615873	6.6158677	6.6158569	6.6158461	6.6158351	6.615824
0.5	6.4944358	6.4944334	6.4944286	6.4944188	6.4944089	6.4943989	6.4943888
1	6.2812182	6.2812161	6.281212	6.2812038	6.2811955	6.281187	6.2811786
2	5.9404177	5.9404162	5.9404131	5.9404068	5.9404006	5.9403943	5.9403879
3	5.6757346	5.6757333	5.6757309	5.6757259	5.675721	5.6757159	5.6757109
4	5.4611697	5.4611686	5.4611666	5.4611625	5.4611584	5.4611543	5.4611502
5	5.2818723	5.2818715	5.2818697	5.2818663	5.2818628	5.2818594	5.2818559
n=10							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	6.3930848	6.3930826	6.3930781	6.3930691	6.39306	6.3930508	6.3930415
0.5	6.3546893	6.3546872	6.3546828	6.3546741	6.3546653	6.3546563	6.3546473
1	6.2812182	6.2812161	6.281212	6.2812038	6.2811955	6.281187	6.2811786
2	6.1460691	6.1460673	6.1460636	6.1460562	6.1460487	6.1460412	6.1460336
3	6.0243127	6.024311	6.0243077	6.024301	6.0242943	6.0242875	6.0242807
4	5.9137348	5.9137332	5.9137302	5.9137241	5.913718	5.9137118	5.9137056
5	5.8126139	5.8126125	5.8126097	5.8126042	5.8125985	5.8125929	5.8125872

Çizelge 5.19 *nb*=10 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	8.3632257	8.3632249	8.3632231	8.3632196	8.363216	8.3632125	8.363209
0.5	7.3089255	7.308925	7.3089241	7.3089224	7.3089206	7.3089188	7.308917
1	6.2812127	6.2812124	6.281212	6.2812112	6.2812104	6.2812096	6.2812087
2	5.343638	5.3436379	5.3436377	5.3436373	5.343637	5.3436366	5.3436362
3	4.8478759	4.8478758	4.8478757	4.8478755	4.8478753	4.847875	4.8478748
4	4.520599	4.520599	4.5205989	4.5205987	4.5205986	4.5205984	4.5205982
5	4.2805485	4.2805485	4.2805484	4.2805483	4.2805482	4.2805481	4.280548
n=0.2							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	8.0266669	8.0266662	8.0266648	8.0266619	8.0266591	8.0266562	8.0266533
0.5	7.1872725	7.1872721	7.1872713	7.1872697	7.1872681	7.1872664	7.1872648
1	6.2812127	6.2812124	6.281212	6.2812112	6.2812104	6.2812096	6.2812087
2	5.3980047	5.3980046	5.3980044	5.398004	5.3980036	5.3980032	5.3980028
3	4.9153163	4.9153163	4.9153162	4.9153159	4.9153157	4.9153155	4.9153152
4	4.5922621	4.5922621	4.592262	4.5922618	4.5922617	4.5922615	4.5922613
5	4.3534962	4.3534962	4.3534961	4.353496	4.3534958	4.3534957	4.3534956
n=1							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	7.0643652	7.0643648	7.0643641	7.0643626	7.0643611	7.0643596	7.0643581
0.5	6.7495992	6.7495989	6.7495983	6.7495972	6.749596	6.7495948	6.7495936
1	6.2812127	6.2812124	6.281212	6.2812112	6.2812104	6.2812096	6.2812087
2	5.6757189	5.6757187	5.6757185	5.675718	5.6757175	5.675717	5.6757165
3	5.2818527	5.2818526	5.2818525	5.2818521	5.2818518	5.2818514	5.2818511
4	4.9952686	4.9952685	4.9952684	4.9952681	4.9952678	4.9952676	4.9952673
5	4.7726938	4.7726937	4.7726936	4.7726934	4.7726932	4.772693	4.7726928
n=2							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	6.7495918	6.7495916	6.749591	6.7495898	6.7495886	6.7495874	6.7495862
0.5	6.5741318	6.5741315	6.574131	6.57413	6.574129	6.5741279	6.5741269
1	6.2812127	6.2812124	6.281212	6.2812112	6.2812104	6.2812096	6.2812087
2	5.8453338	5.8453336	5.8453333	5.8453328	5.8453322	5.8453316	5.845331
3	5.5281792	5.528179	5.5281788	5.5281784	5.528178	5.5281775	5.5281771
4	5.2818614	5.2818613	5.2818611	5.2818608	5.2818604	5.2818601	5.2818597
5	5.0821847	5.0821846	5.0821845	5.0821842	5.0821839	5.0821836	5.0821833
n=3							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	6.6158685	6.6158682	6.6158677	6.6158666	6.6158655	6.6158645	6.6158634
0.5	6.4944293	6.4944291	6.4944286	6.4944276	6.4944266	6.4944257	6.4944247
1	6.2812127	6.2812124	6.281212	6.2812112	6.2812104	6.2812096	6.2812087
2	5.9404135	5.9404134	5.9404131	5.9404124	5.9404118	5.9404112	5.9404106
3	5.6757312	5.6757311	5.6757309	5.6757304	5.6757299	5.6757294	5.6757289
4	5.4611669	5.4611668	5.4611666	5.4611662	5.4611658	5.4611654	5.461165
5	5.28187	5.2818699	5.2818697	5.2818694	5.2818691	5.2818687	5.2818684
n=10							
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	6.3930788	6.3930786	6.3930781	6.3930772	6.3930763	6.3930754	6.3930745
0.5	6.3546835	6.3546833	6.3546828	6.354682	6.3546811	6.3546802	6.3546794
1	6.2812127	6.2812124	6.281212	6.2812112	6.2812104	6.2812096	6.2812087
2	6.1460641	6.146064	6.1460636	6.1460629	6.1460621	6.1460614	6.1460606
3	6.0243082	6.024308	6.0243077	6.024307	6.0243064	6.0243057	6.024305
4	5.9137307	5.9137305	5.9137302	5.9137296	5.913729	5.9137284	5.9137278
5	5.8126101	5.81261	5.8126097	5.8126092	5.8126086	5.8126081	5.8126075

Çizelge 5.20 *nb*=0.1 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

			n=0.1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	12.53978	12.539624	12.539292	12.53854	12.53764	12.536545	12.535183
0.5	10.959017	10.95894	10.95878	10.958437	10.958059	10.957641	10.957176
1	9.4180893	9.4180537	9.4179813	9.4178311	9.4176731	9.4175067	9.4173313
2	8.0122967	8.012281	8.0122494	8.0121849	8.0121187	8.0120508	8.0119811
3	7.2689508	7.2689412	7.2689219	7.2688828	7.268843	7.2688025	7.2687613
4	6.7782307	6.778224	6.7782104	6.778183	6.7781552	6.7781271	6.7780986
5	6.4182978	6.4182926	6.4182823	6.4182616	6.4182406	6.4182194	6.4181979
			n=0.2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	12.035173	12.035047	12.034782	12.034194	12.033513	12.032715	12.031765
0.5	10.776618	10.776547	10.776401	10.776088	10.775747	10.775372	10.774958
1	9.4180893	9.4180537	9.4179813	9.4178311	9.4176731	9.4175067	9.4173313
2	8.0938127	8.0937962	8.0937628	8.0936949	8.0936251	8.0935534	8.0934797
3	7.3700695	7.3700592	7.3700385	7.3699965	7.3699538	7.3699102	7.3698659
4	6.8856809	6.8856736	6.8856589	6.8856292	6.8855991	6.8855686	6.8855377
5	6.5276741	6.5276685	6.5276573	6.5276347	6.5276118	6.5275886	6.5275652
			n=1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	10.592328	10.592263	10.592129	10.591846	10.591537	10.591201	10.590833
0.5	10.120378	10.120326	10.120221	10.12	10.119763	10.119509	10.119236
1	9.4180893	9.4180537	9.4179813	9.4178311	9.4176731	9.4175067	9.4173313
2	8.5102192	8.5101979	8.5101549	8.5100667	8.5099756	8.5098814	8.5097839
3	7.9196581	7.9196434	7.9196135	7.9195528	7.9194905	7.9194267	7.9193613
4	7.4899541	7.4899429	7.4899205	7.4898749	7.4898284	7.4897809	7.4897326
5	7.1562251	7.1562162	7.1561984	7.1561623	7.1561256	7.1560882	7.1560503
			n=2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	10.120353	10.120302	10.120196	10.119975	10.119739	10.119485	10.119211
0.5	9.8572783	9.8572334	9.8571417	9.85695	9.8567462	9.8565292	9.8562976
1	9.4180893	9.4180537	9.4179813	9.4178311	9.4176731	9.4175067	9.4173313
2	8.7645471	8.7645225	8.7644725	8.7643696	8.7642629	8.7641521	8.7640369
3	8.2890125	8.2889939	8.2889562	8.2888794	8.2888002	8.2887186	8.2886345
4	7.9196871	7.9196723	7.9196425	7.9195817	7.9195195	7.9194557	7.9193903
5	7.6202937	7.6202815	7.620257	7.6202072	7.6201563	7.6201044	7.6200513
			n=3				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	9.9198467	9.9198003	9.9197056	9.9195072	9.9192959	9.9190706	9.9188297
0.5	9.7377709	9.7377287	9.7376427	9.7374631	9.7372728	9.7370708	9.7368561
1	9.4180893	9.4180537	9.4179813	9.4178311	9.4176731	9.4175067	9.4173313
2	8.9071143	8.9070876	8.9070332	8.9069213	8.9068049	8.9066836	8.9065572
3	8.5102607	8.5102394	8.5101964	8.5101082	8.5100171	8.5099229	8.5098254
4	8.1885496	8.1885321	8.1884968	8.1884246	8.1883504	8.188274	8.1881954
5	7.919716	7.9197013	7.9196714	7.9196107	7.9195484	7.9194846	7.9194192
			n=10				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	9.5858029	9.585764	9.5856847	9.5855196	9.5853453	9.5851611	9.584966
0.5	9.5282395	9.5282018	9.5281249	9.527965	9.5277965	9.5276186	9.5274305
1	9.4180893	9.4180537	9.4179813	9.4178311	9.4176731	9.4175067	9.4173313
2	9.2154677	9.2154359	9.2153712	9.2152373	9.2150971	9.2149502	9.2147961
3	9.0329231	9.0328943	9.0328359	9.0327155	9.0325898	9.0324586	9.0323215
4	8.8671363	8.8671102	8.8670571	8.8669478	8.8668341	8.8667159	8.8665927
5	8.7155271	8.7155032	8.7154545	8.7153547	8.7152511	8.7151437	8.7150321

Çizelge 5.21 *nb*=10 iken, ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

			n=0.1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	12.539344	12.539326	12.539292	12.539222	12.539152	12.53908	12.539006
0.5	10.958805	10.958796	10.95878	10.958747	10.958714	10.958681	10.958647
1	9.4179923	9.4179886	9.4179813	9.4179666	9.4179519	9.417937	9.4179221
2	8.0122541	8.0122526	8.0122494	8.012243	8.0122366	8.0122302	8.0122238
3	7.2689248	7.2689238	7.2689219	7.268918	7.2689141	7.2689102	7.2689063
4	6.7782124	6.7782117	6.7782104	6.7782077	6.7782049	6.7782022	6.7781995
5	6.4182839	6.4182834	6.4182823	6.4182803	6.4182782	6.4182761	6.418274
			n=0.2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	12.034823	12.034809	12.034782	12.034727	12.034671	12.034614	12.034557
0.5	10.776423	10.776416	10.776401	10.776371	10.77634	10.77631	10.776279
1	9.4179923	9.4179886	9.4179813	9.4179666	9.4179519	9.417937	9.4179221
2	8.0937679	8.0937662	8.0937628	8.0937561	8.0937494	8.0937426	8.0937359
3	7.3700417	7.3700406	7.3700385	7.3700344	7.3700302	7.370026	7.3700218
4	6.8856611	6.8856604	6.8856589	6.885656	6.885653	6.8856501	6.8856471
5	6.527659	6.5276584	6.5276573	6.527655	6.5276528	6.5276505	6.5276483
			n=1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	10.59215	10.592143	10.592129	10.592102	10.592074	10.592047	10.592019
0.5	10.120237	10.120232	10.120221	10.1202	10.120178	10.120156	10.120135
1	9.4179923	9.4179886	9.4179813	9.4179666	9.4179519	9.417937	9.4179221
2	8.5101614	8.5101592	8.5101549	8.5101462	8.5101375	8.5101287	8.51012
3	7.919618	7.9196165	7.9196135	7.9196075	7.9196015	7.9195955	7.9195894
4	7.4899238	7.4899227	7.4899205	7.4899159	7.4899114	7.4899069	7.4899023
5	7.1562011	7.1562002	7.1561984	7.1561948	7.1561912	7.1561876	7.156184
			n=2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	10.120212	10.120207	10.120196	10.120175	10.120153	10.120132	10.12011
0.5	9.8571557	9.857151	9.8571417	9.8571231	9.8571043	9.8570854	9.8570664
1	9.4179923	9.4179886	9.4179813	9.4179666	9.4179519	9.417937	9.4179221
2	8.76448	8.7644775	8.7644725	8.7644623	8.7644522	8.764442	8.7644318
3	8.2889619	8.28896	8.2889562	8.2889486	8.288941	8.2889334	8.2889258
4	7.919647	7.9196455	7.9196425	7.9196365	7.9196304	7.9196244	7.9196183
5	7.6202607	7.6202595	7.620257	7.6202521	7.6202471	7.6202422	7.6202372
			n=3				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	9.91972	9.9197152	9.9197056	9.9196863	9.9196669	9.9196473	9.9196277
0.5	9.7376557	9.7376514	9.7376427	9.7376252	9.7376076	9.7375899	9.737572
1	9.4179923	9.4179886	9.4179813	9.4179666	9.4179519	9.417937	9.4179221
2	8.9070414	8.9070387	8.9070332	8.9070222	8.9070112	8.9070001	8.906989
3	8.5102029	8.5102007	8.5101964	8.5101877	8.510179	8.5101703	8.5101615
4	8.1885021	8.1885003	8.1884968	8.1884896	8.1884825	8.1884753	8.1884681
5	7.9196759	7.9196744	7.9196714	7.9196654	7.9196594	7.9196534	7.9196473
			n=10				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	0.25	0.5	1	2	3	4	5
0.25	9.5856967	9.5856927	9.5856847	9.5856686	9.5856524	9.5856361	9.5856197
0.5	9.5281365	9.5281327	9.5281249	9.5281093	9.5280936	9.5280778	9.5280619
1	9.4179923	9.4179886	9.4179813	9.4179666	9.4179519	9.417937	9.4179221
2	9.215381	9.2153777	9.2153712	9.2153581	9.2153449	9.2153317	9.2153184
3	9.0328448	9.0328418	9.0328359	9.0328241	9.0328122	9.0328003	9.0327883
4	8.8670651	8.8670624	8.8670571	8.8670463	8.8670356	8.8670247	8.8670139
5	8.7154619	8.7154594	8.7154545	8.7154447	8.7154349	8.715425	8.715415

Çizelge 5.22 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1414519	3.1414702	3.1415108	3.1415133	3.1415139	3.1415554	3.141559
1.75	3.198352	3.1985292	3.1985601	3.1986289	3.198633	3.198634	3.1987043	3.1987103
2	3.3496574	3.3498676	3.3499043	3.3499858	3.3499907	3.3499919	3.3500753	3.3500823
2.9	3.6566754	3.6570013	3.6570582	3.6571846	3.6571922	3.657194	3.6573234	3.6573344
2.98	3.1999518	3.2002444	3.2002955	3.2004089	3.2004158	3.2004175	3.2005336	3.2005435
3	3.1770662	3.1773585	3.1774096	3.177523	3.1775298	3.1775315	3.1776475	3.1776574
5.57	4.2795615	4.2802777	4.2804029	4.2806807	4.2806972	4.2807014	4.2809858	4.28101
6	4.5899452	4.5907714	4.5909159	4.5912364	4.5912554	4.5912601	4.5915884	4.5916163
				n=0.2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1414519	3.1414702	3.1415108	3.1415133	3.1415139	3.1415554	3.141559
1.75	3.1876042	3.1877733	3.1878028	3.1878684	3.1878723	3.1878733	3.1879404	3.1879461
2	3.3284738	3.3286721	3.3287067	3.3287836	3.3287882	3.3287893	3.3288681	3.3288747
2.9	3.6155809	3.6158809	3.6159333	3.6160496	3.6160565	3.6160583	3.6161773	3.6161875
2.98	3.183255	3.1835257	3.1835729	3.1836778	3.1836842	3.1836857	3.1837931	3.1838023
3	3.1611889	3.1614593	3.1615065	3.1616113	3.1616177	3.1616192	3.1617265	3.1617357
5.57	4.2065257	4.2071656	4.2072775	4.2075257	4.2075405	4.2075441	4.2077983	4.2078199
6	4.4942285	4.4949624	4.4950907	4.4953753	4.4953923	4.4953965	4.495688	4.4957128
				n=1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1414519	3.1414702	3.1415108	3.1415133	3.1415139	3.1415554	3.141559
1.75	3.1656875	3.165829	3.1658537	3.1659086	3.1659119	3.1659127	3.1659689	3.1659737
2	3.256852	3.2570089	3.2570363	3.2570971	3.2571008	3.2571017	3.257164	3.2571692
2.9	3.4389064	3.4391123	3.4391483	3.4392282	3.439233	3.4392342	3.4393159	3.4393229
2.98	3.1308308	3.1310215	3.1310548	3.1311287	3.1311331	3.1311342	3.1312099	3.1312163
3	3.1132159	3.1134063	3.1134395	3.1135133	3.1135177	3.1135188	3.1135944	3.1136008
5.57	3.8270494	3.8274011	3.8274625	3.8275989	3.8276071	3.8276091	3.8277487	3.8277607
6	4.0038436	4.0042316	4.0042994	4.0044498	4.0044589	4.0044611	4.0046151	4.0046282
				n=2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1414519	3.1414702	3.1415108	3.1415133	3.1415139	3.1415554	3.141559
1.75	3.1814088	3.1815428	3.1815662	3.1816181	3.1816212	3.181622	3.1816752	3.1816797
2	3.2504312	3.2505762	3.2506015	3.2506577	3.2506611	3.2506619	3.2507195	3.2507244
2.9	3.3863778	3.3865558	3.3865869	3.3866559	3.3866601	3.3866611	3.3867318	3.3867377
2.98	3.1554071	3.155575	3.1556043	3.1556694	3.1556733	3.1556743	3.1557409	3.1557466
3	3.1412043	3.1413719	3.1414012	3.1414661	3.1414701	3.141471	3.1415375	3.1415431
5.57	3.6547232	3.6549839	3.6550295	3.6551305	3.6551366	3.6551381	3.6552416	3.6552503
6	3.7721733	3.7724525	3.7725012	3.7726095	3.7726159	3.7726176	3.7727284	3.7727378
				n=3				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1414519	3.1414702	3.1415108	3.1415133	3.1415139	3.1415554	3.141559
1.75	3.1948932	3.1950244	3.1950473	3.1950981	3.1951012	3.1951019	3.1951539	3.1951584
2	3.2543841	3.2545248	3.2545494	3.2546039	3.2546072	3.254608	3.2546638	3.2546686
2.9	3.3753464	3.3755152	3.3755447	3.3756102	3.3756141	3.3756151	3.3756821	3.3756877
2.98	3.1902127	3.1903739	3.1904021	3.1904646	3.1904684	3.1904693	3.1905334	3.1905388
3	3.1784689	3.1786301	3.1786582	3.1787207	3.1787244	3.1787254	3.1787893	3.1787948
5.57	3.6002218	3.6004549	3.6004957	3.6005861	3.6005915	3.6005928	3.6006854	3.6006933
6	3.6901109	3.690357	3.6904001	3.6904955	3.6905012	3.6905026	3.6906003	3.6906087
				n=10				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1414519	3.1414702	3.1415108	3.1415133	3.1415139	3.1415554	3.141559
1.75	3.2015483	3.2016698	3.201691	3.2017382	3.201741	3.2017417	3.2017899	3.201794
2	3.2378434	3.2379708	3.2379931	3.2380425	3.2380455	3.2380462	3.2380968	3.2381011
2.9	3.3292147	3.3293612	3.3293867	3.3294435	3.329447	3.3294478	3.3295059	3.3295108
2.98	3.2546554	3.2547998	3.254825	3.254881	3.2548844	3.2548852	3.2549425	3.2549474
3	3.2500142	3.2501588	3.250184	3.25024	3.2502434	3.2502442	3.2503016	3.2503065
5.57	3.5158396	3.5160321	3.5160657	3.5161403	3.5161448	3.5161459	3.5162223	3.5162288
6	3.5617338	3.5619338	3.5619687	3.5620462	3.5620509	3.562052	3.5621314	3.5621381

Çizelge 5.23 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1413636	3.1413687	3.1413852	3.1413865	3.1413869	3.141423	3.1414279
1.75	3.198352	3.19838	3.1983885	3.1984164	3.1984187	3.1984193	3.1984803	3.1984886
2	3.3496574	3.3496905	3.3497006	3.3497338	3.3497365	3.3497372	3.3498096	3.3498195
2.9	3.6566754	3.6567267	3.6567424	3.6567938	3.656798	3.6567991	3.6569114	3.6569267
2.98	3.1999518	3.1999978	3.2000119	3.2000581	3.2000619	3.2000628	3.2001637	3.2001774
3	3.1770662	3.1771122	3.1771263	3.1771724	3.1771762	3.1771771	3.1772779	3.1772916
5.57	4.2795615	4.2796742	4.2797087	4.2798218	4.2798309	4.2798332	4.2800802	4.2801138
6	4.5899452	4.5900753	4.5901151	4.5902455	4.590256	4.5902587	4.5905437	4.5905824
n=0.2								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1413636	3.1413687	3.1413852	3.1413865	3.1413869	3.141423	3.1414279
1.75	3.1876042	3.1876308	3.187639	3.1876656	3.1876678	3.1876684	3.1877266	3.1877345
2	3.3284738	3.3285051	3.3285146	3.3285459	3.3285484	3.3285491	3.3286174	3.3286267
2.9	3.6155809	3.6156281	3.6156426	3.6156899	3.6156937	3.6156947	3.6157981	3.6158121
2.98	3.183255	3.1832976	3.1833107	3.1833534	3.1833568	3.1833577	3.183451	3.1834637
3	3.1611889	3.1612315	3.1612445	3.1612872	3.1612906	3.1612915	3.1613847	3.1613974
5.57	4.2065257	4.2066264	4.2066572	4.2067582	4.2067664	4.2067685	4.2069892	4.2070192
6	4.4942285	4.494344	4.4943794	4.4944953	4.4945046	4.4945069	4.4947601	4.4947945
n=1								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1413636	3.1413687	3.1413852	3.1413865	3.1413869	3.141423	3.1414279
1.75	3.1656875	3.1657098	3.1657166	3.1657389	3.1657407	3.1657412	3.16579	3.1657966
2	3.256852	3.2568767	3.2568843	3.256909	3.256911	3.2569116	3.2569656	3.256973
2.9	3.4389064	3.4389388	3.4389487	3.4389812	3.4389839	3.4389845	3.4390555	3.4390652
2.98	3.1308308	3.1308608	3.13087	3.1309001	3.1309026	3.1309032	3.1309689	3.1309778
3	3.1132159	3.1132459	3.113255	3.113285	3.1132875	3.1132881	3.1133537	3.1133626
5.57	3.8270494	3.8271048	3.8271216	3.8271772	3.8271817	3.8271829	3.8273041	3.8273206
6	4.0038436	4.0039047	4.0039234	4.0039846	4.0039896	4.0039908	4.0041246	4.0041428
n=2								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1413636	3.1413687	3.1413852	3.1413865	3.1413869	3.141423	3.1414279
1.75	3.1814088	3.1814299	3.1814364	3.1814575	3.1814593	3.1814596	3.1815058	3.1815121
2	3.2504312	3.250454	3.250461	3.2504839	3.2504858	3.2504862	3.2505362	3.2505429
2.9	3.3863778	3.3864059	3.3864144	3.3864425	3.3864448	3.3864454	3.3865067	3.3865151
2.98	3.1554071	3.1554336	3.1554416	3.1554681	3.1554703	3.1554708	3.1555287	3.1555365
3	3.1412043	3.1412306	3.1412387	3.1412652	3.1412673	3.1412679	3.1413256	3.1413335
5.57	3.6547232	3.6547643	3.6547769	3.654818	3.6548213	3.6548222	3.654912	3.6549242
6	3.7721733	3.7722173	3.7722307	3.7722748	3.7722784	3.7722792	3.7723755	3.7723885
n=3								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1413636	3.1413687	3.1413852	3.1413865	3.1413869	3.141423	3.1414279
1.75	3.1948932	3.1949139	3.1949202	3.1949409	3.1949426	3.194943	3.1949882	3.1949943
2	3.2543841	3.2544063	3.254413	3.2544352	3.254437	3.2544375	3.254486	3.2544926
2.9	3.3753464	3.375373	3.3753811	3.3754077	3.3754099	3.3754104	3.3754686	3.3754765
2.98	3.1902127	3.1902381	3.1902458	3.1902712	3.1902733	3.1902738	3.1903294	3.190337
3	3.1784689	3.1784943	3.1785021	3.1785275	3.1785296	3.1785301	3.1785856	3.1785932
5.57	3.6002218	3.6002585	3.6002697	3.6003065	3.6003095	3.6003103	3.6003907	3.6004016
6	3.6901109	3.6901497	3.6901615	3.6902003	3.6902035	3.6902043	3.6902891	3.6903007
n=10								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	3.1413471	3.1413636	3.1413687	3.1413852	3.1413865	3.1413869	3.141423	3.1414279
1.75	3.2015483	3.2015675	3.2015733	3.2015925	3.2015941	3.2015945	3.2016363	3.201642
2	3.2378434	3.2378635	3.2378696	3.2378897	3.2378914	3.2378917	3.2379357	3.2379417
2.9	3.3292147	3.3292377	3.3292448	3.3292679	3.3292698	3.3292703	3.3293208	3.3293276
2.98	3.2546554	3.2546781	3.254685	3.2547078	3.2547097	3.2547102	3.2547599	3.2547667
3	3.2500142	3.250037	3.2500439	3.2500667	3.2500686	3.2500691	3.2501189	3.2501257
5.57	3.5158396	3.51587	3.5158792	3.5159096	3.515912	3.5159127	3.515979	3.515988
6	3.5617338	3.5617653	3.5617749	3.5618065	3.561809	3.5618097	3.5618786	3.561888

Çizelge 5.24 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2 frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2820543	6.282202	6.2825287	6.2825472	6.2825519	6.2828869	6.2829154
1.75	6.3941436	6.3955687	6.3958186	6.3963715	6.3964027	6.3964106	6.3969775	6.3970256
2	6.6962634	6.6979554	6.6982524	6.6989089	6.6989453	6.6989547	6.6996282	6.6996853
2.9	7.3085652	7.3111963	7.3116592	7.3126805	7.312735	7.3127495	7.3137982	7.313887
2.98	6.3956226	6.397977	6.3983899	6.3993032	6.3993547	6.3993678	6.4003044	6.4003838
3	6.349855	6.3522072	6.3526197	6.3535321	6.3535837	6.3535968	6.3545324	6.3546118
5.57	8.5484114	8.5542404	8.5552728	8.557538	8.5576447	8.5576757	8.5600088	8.5602056
6	9.1674474	9.1742069	9.1754098	9.1780388	9.1781511	9.1781862	9.1808997	9.181128
n=0.2								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2820543	6.282202	6.2825287	6.2825472	6.2825519	6.2828869	6.2829154
1.75	6.3727693	6.3741293	6.3743678	6.3748953	6.3749251	6.3749327	6.3754737	6.3755196
2	6.6540742	6.6556703	6.6559505	6.6565698	6.6566043	6.6566131	6.6572484	6.6573023
2.9	7.2267668	7.2291875	7.2296132	7.2305527	7.2306032	7.2306165	7.2315812	7.2316628
2.98	6.3625604	6.3647375	6.3651193	6.3659638	6.3660115	6.3660237	6.3668897	6.3669631
3	6.3184319	6.3206068	6.3209882	6.3218318	6.3218796	6.3218917	6.3227568	6.3228301
5.57	8.403505	8.408707	8.4096276	8.4116488	8.4117458	8.4117736	8.4138546	8.4140302
6	8.9774382	8.9834315	8.9844964	8.9868267	8.9869296	8.986961	8.9893645	8.9895669
n=1								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2820543	6.282202	6.2825287	6.2825472	6.2825519	6.2828869	6.2829154
1.75	6.3293575	6.3304959	6.3306955	6.3311371	6.3311621	6.3311684	6.3316213	6.3316597
2	6.5114584	6.5127208	6.5129423	6.5134321	6.5134595	6.5134666	6.5139689	6.5140115
2.9	6.8748378	6.8764973	6.8767888	6.8774327	6.8774682	6.8774773	6.8781381	6.8781941
2.98	6.2589468	6.2604797	6.2607484	6.261343	6.2613768	6.2613853	6.261995	6.2620467
3	6.2237229	6.2252533	6.2255215	6.2261151	6.2261489	6.2261574	6.2267661	6.2268177
5.57	7.6489345	7.651779	7.6522802	7.6533846	7.653442	7.6534575	7.6545924	7.6546884
6	8.0019445	8.0050886	8.0056436	8.0068647	8.0069261	8.0069431	8.0081989	8.008305
n=2								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2820543	6.282202	6.2825287	6.2825472	6.2825519	6.2828869	6.2829154
1.75	6.3609185	6.3619958	6.3621847	6.3626026	6.3626262	6.3626322	6.3630608	6.3630971
2	6.4987979	6.4999645	6.5001692	6.5006217	6.5006471	6.5006536	6.5011178	6.5011572
2.9	6.7702008	6.7716342	6.7718859	6.772442	6.7724728	6.7724807	6.7730513	6.7730997
2.98	6.3084617	6.3098117	6.3100484	6.310572	6.3106017	6.3106092	6.3111462	6.3111917
3	6.2800627	6.2814106	6.2816469	6.2821697	6.2821994	6.2822069	6.282743	6.2827884
5.57	7.3056423	7.3077465	7.3081167	7.3089334	7.308977	7.3089886	7.3098272	7.3098983
6	7.5402242	7.5424803	7.5428776	7.5437535	7.5437994	7.5438117	7.5447116	7.5447877
n=3								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2820543	6.282202	6.2825287	6.2825472	6.2825519	6.2828869	6.2829154
1.75	6.3879295	6.388984	6.389169	6.389578	6.3896011	6.389607	6.3900265	6.3900621
2	6.5067678	6.5078995	6.5080981	6.5085372	6.5085618	6.5085681	6.5090184	6.5090566
2.9	6.7482719	6.7496316	6.7498703	6.7503979	6.7504271	6.7504346	6.7509759	6.7510217
2.98	6.3781732	6.3794706	6.3796981	6.3802014	6.3802298	6.380237	6.3807531	6.3807969
3	6.354692	6.3559879	6.3562152	6.3567179	6.3567463	6.3567535	6.357269	6.3573127
5.57	7.1970402	7.1989212	7.199252	7.199982	7.2000213	7.2000316	7.2007812	7.2008446
6	7.3765814	7.378569	7.3789188	7.3796903	7.3797313	7.3797422	7.3805346	7.3806017
n=10								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2820543	6.282202	6.2825287	6.2825472	6.2825519	6.2828869	6.2829154
1.75	6.4013748	6.4023519	6.4025233	6.4029024	6.4029237	6.4029292	6.4033179	6.4033509
2	6.4738757	6.4749008	6.4750806	6.4754783	6.4755007	6.4755064	6.4759142	6.4759488
2.9	6.656334	6.657513	6.6577199	6.6581773	6.6582028	6.6582093	6.6586786	6.6587184
2.98	6.507276	6.5084381	6.5086419	6.5090927	6.509118	6.5091245	6.5095869	6.5096261
3	6.4979947	6.4991575	6.4993615	6.4998126	6.4998379	6.4998444	6.5003071	6.5003463
5.57	7.0288775	7.0304286	7.0307012	7.0313032	7.031336	7.0313445	7.0319624	7.0320147
6	7.1205306	7.1221431	7.1224265	7.1230523	7.1230862	7.1230951	7.1237375	7.1237919

Çizelge 5.25 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2813447	6.2813854	6.2815187	6.281529	6.2815316	6.2818232	6.2818628
1.75	6.3941436	6.394368	6.394437	6.3946626	6.3946798	6.3946843	6.3951778	6.3952449
2	6.6962634	6.6965299	6.6966118	6.6968799	6.6969	6.6969054	6.6974919	6.6975716
2.9	7.3085652	7.3089796	7.3091075	7.309525	7.3095552	7.3095634	7.3104779	7.3106021
2.98	6.3956226	6.3959934	6.3961073	6.39648	6.3965085	6.3965159	6.3973313	6.3974421
3	6.349855	6.3502255	6.3503393	6.3507116	6.3507401	6.3507475	6.351562	6.3516726
5.57	8.5484114	8.5493301	8.5496157	8.5505454	8.5506047	8.5506223	8.552664	8.5529412
6	9.1674474	9.1685131	9.1688464	9.1699283	9.1699909	9.1700108	9.1723913	9.1727143
n=0.2								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2813447	6.2813854	6.2815187	6.281529	6.2815316	6.2818232	6.2818628
1.75	6.3727693	6.3729835	6.3730493	6.3732645	6.373281	6.3732853	6.3737562	6.3738202
2	6.6540742	6.6543256	6.6544029	6.6546557	6.6546748	6.6546798	6.655233	6.6553082
2.9	7.2267668	7.2271481	7.2272657	7.2276497	7.2276776	7.2276852	7.2285262	7.2286404
2.98	6.3625604	6.3629033	6.3630086	6.3633532	6.3633796	6.3633865	6.3641403	6.3642428
3	6.3184319	6.3187744	6.3188796	6.3192239	6.3192503	6.3192571	6.3200101	6.3201124
5.57	8.403505	8.4043248	8.4045794	8.4054085	8.4054624	8.4054782	8.4072983	8.4075454
6	8.9774382	8.978383	8.9786779	8.9796361	8.9796934	8.9797112	8.981818	8.9821039
n=1								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2813447	6.2813854	6.2815187	6.281529	6.2815316	6.2818232	6.2818628
1.75	6.3293575	6.3295368	6.3295918	6.329772	6.3297858	6.3297894	6.3301836	6.3302371
2	6.5114584	6.5116573	6.5117184	6.5119183	6.5119334	6.5119374	6.5123748	6.5124342
2.9	6.8748378	6.8750992	6.8751797	6.8754427	6.8754623	6.8754675	6.8760431	6.8761214
2.98	6.2589468	6.2591882	6.2592623	6.2595049	6.2595236	6.2595284	6.260059	6.2601311
3	6.2237229	6.2239639	6.2240379	6.2242801	6.2242987	6.2243036	6.2248333	6.2249052
5.57	7.6489345	7.6493827	7.6495211	7.649973	7.6500049	7.6500136	7.651004	7.6511386
6	8.0019445	8.0024399	8.0025933	8.0030935	8.0031275	8.0031372	8.0042342	8.0043832
n=2								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2813447	6.2813854	6.2815187	6.281529	6.2815316	6.2818232	6.2818628
1.75	6.3609185	6.3610882	6.3611403	6.3613108	6.3613239	6.3613273	6.3617003	6.361751
2	6.4987979	6.4989817	6.4990382	6.4992229	6.4992369	6.4992406	6.4996447	6.4996996
2.9	6.7702008	6.7704266	6.770496	6.7707231	6.7707402	6.7707447	6.7712417	6.7713092
2.98	6.3084617	6.3086743	6.3087396	6.3089533	6.3089697	6.3089739	6.3094413	6.3095048
3	6.2800627	6.280275	6.2803402	6.2805535	6.2805699	6.2805742	6.2810407	6.2811041
5.57	7.3056423	7.3059738	7.306076	7.3064099	7.3064341	7.3064406	7.307172	7.3072713
6	7.5402242	7.5405797	7.5406894	7.5410477	7.5410731	7.5410801	7.5418652	7.5419718
n=3								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2813447	6.2813854	6.2815187	6.281529	6.2815316	6.2818232	6.2818628
1.75	6.3879295	6.3880956	6.3881466	6.3883135	6.3883263	6.3883296	6.3886948	6.3887444
2	6.5067678	6.506946	6.5070008	6.50718	6.5071936	6.5071972	6.5075893	6.5076425
2.9	6.7482719	6.7484861	6.748552	6.7487674	6.7487836	6.7487878	6.7492592	6.7493233
2.98	6.3781732	6.3783775	6.3784403	6.3786457	6.3786614	6.3786655	6.3791147	6.3791758
3	6.354692	6.3548961	6.3549588	6.3551639	6.3551796	6.3551837	6.3556324	6.3556934
5.57	7.1970402	7.1973365	7.1974279	7.1977262	7.197748	7.1977539	7.1984073	7.198496
6	7.3765814	7.3768945	7.3769911	7.3773066	7.3773293	7.3773354	7.3780265	7.3781204
n=10								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	6.281212	6.2813447	6.2813854	6.2815187	6.281529	6.2815316	6.2818232	6.2818628
1.75	6.4013748	6.4015287	6.401576	6.4017307	6.4017425	6.4017456	6.402084	6.4021299
2	6.4738757	6.4740372	6.4740868	6.4742491	6.4742614	6.4742647	6.4746197	6.474668
2.9	6.656334	6.6565197	6.6565768	6.6567635	6.6567776	6.6567813	6.65719	6.6572455
2.98	6.507276	6.507459	6.5075153	6.5076993	6.5077133	6.5077169	6.5081195	6.5081742
3	6.4979947	6.4981778	6.4982341	6.4984182	6.4984322	6.4984359	6.4988387	6.4988934
5.57	7.0288775	7.0291219	7.0291971	7.029443	7.0294612	7.029466	7.0300045	7.0300776
6	7.1205306	7.1207846	7.1208629	7.1211186	7.1211373	7.1211424	7.1217023	7.1217784

Çizelge 5.26 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4208876	9.4214056	9.4225354	9.4225814	9.4225964	9.4237632	9.4238612
1.75	9.5845677	9.5894986	9.5903785	9.592295	9.5923701	9.5923952	9.5943752	9.5945413
2	10.036415	10.042298	10.043352	10.04564	10.04572	10.045749	10.048118	10.048316
2.9	10.950099	10.959364	10.961044	10.964652	10.964738	10.964781	10.968535	10.968847
2.98	9.5822998	9.5904622	9.591918	9.5950876	9.5952118	9.5952533	9.5985267	9.5988013
3	9.5136682	9.5218181	9.5232708	9.5264352	9.526561	9.5266026	9.5298696	9.5301438
5.57	12.792455	12.813788	12.81779	12.826132	12.826054	12.826133	12.834937	12.835652
6	13.714798	13.740183	13.745065	13.755026	13.754699	13.754774	13.7654	13.766249
n=0.2								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4208876	9.4214056	9.4225354	9.4225814	9.4225964	9.4237632	9.4238612
1.75	9.5528246	9.5575282	9.5583673	9.5601954	9.5602676	9.5602916	9.5621801	9.5623386
2	9.9736052	9.9791503	9.9801438	9.9823002	9.9823766	9.9824043	9.984636	9.9848228
2.9	10.828476	10.836982	10.838522	10.841834	10.841919	10.841959	10.845402	10.845688
2.98	9.5335781	9.5411199	9.5424646	9.5453934	9.5455095	9.5455479	9.5485723	9.5488261
3	9.467404	9.474934	9.4762758	9.4791997	9.4793172	9.4793557	9.4823741	9.4826275
5.57	12.578594	12.597523	12.601057	12.608455	12.608422	12.608494	12.616286	12.616921
6	13.434363	13.456665	13.460919	13.469662	13.469443	13.469514	13.478809	13.479556
n=1								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4208876	9.4214056	9.4225354	9.4225814	9.4225964	9.4237632	9.4238612
1.75	9.4888062	9.4927393	9.4934408	9.4949696	9.4950308	9.4950509	9.49663	9.4967626
2	9.7613424	9.7657159	9.7664979	9.7681984	9.7682624	9.7682844	9.7700429	9.7701903
2.9	10.30444	10.310226	10.311267	10.313519	10.31359	10.313619	10.315953	10.316148
2.98	9.3813843	9.3866806	9.3876239	9.3896814	9.3897657	9.3897929	9.3919168	9.3920952
3	9.3285687	9.333854	9.3347949	9.336848	9.336933	9.3369602	9.3390791	9.3392571
5.57	11.459477	11.469573	11.471418	11.475355	11.475419	11.475464	11.479573	11.479913
6	11.987216	11.998483	12.000561	12.004961	12.004993	12.00504	12.009651	12.01003
n=2								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4208876	9.4214056	9.4225354	9.4225814	9.4225964	9.4237632	9.4238612
1.75	9.536451	9.540174	9.5408383	9.5422856	9.542343	9.542362	9.5438573	9.5439828
2	9.7428249	9.7468648	9.7475871	9.749158	9.7492174	9.7492378	9.7508622	9.7509984
2.9	10.148608	10.153595	10.15449	10.15643	10.156496	10.15652	10.15853	10.158698
2.98	9.4565883	9.4612539	9.4620855	9.4638986	9.4639717	9.4639956	9.4658678	9.466025
3	9.4140109	9.4186674	9.4194971	9.4213065	9.4213802	9.4214041	9.4232722	9.4234291
5.57	10.948338	10.95574	10.957082	10.959966	10.960034	10.960069	10.963069	10.963318
6	11.299284	11.307262	11.308716	11.311827	11.311886	11.311922	11.315166	11.315434
n=3								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4208876	9.4214056	9.4225354	9.4225814	9.4225964	9.4237632	9.4238612
1.75	9.5770741	9.5807197	9.5813704	9.5827877	9.5828434	9.582862	9.5843265	9.5844494
2	9.7549452	9.7588648	9.7595656	9.7610899	9.7611473	9.761167	9.7627433	9.7628754
2.9	10.11607	10.120798	10.121647	10.123486	10.123549	10.123572	10.125478	10.125637
2.98	9.5614075	9.5658949	9.5666956	9.5684398	9.5685085	9.5685314	9.5703333	9.5704846
3	9.5262042	9.5306852	9.5314845	9.5332261	9.5332953	9.5333182	9.5351173	9.5352683
5.57	10.786537	10.793136	10.79433	10.796901	10.796968	10.796999	10.799671	10.799893
6	11.055172	11.062172	11.063443	11.066171	11.066232	11.066265	11.069105	11.069341
n=10								
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4208876	9.4214056	9.4225354	9.4225814	9.4225964	9.4237632	9.4238612
1.75	9.5975926	9.6009705	9.6015736	9.602887	9.6029383	9.6029555	9.6043129	9.6044268
2	9.7061046	9.7096523	9.7102863	9.711666	9.7117186	9.7117365	9.713163	9.7132826
2.9	9.9790293	9.9831217	9.9838551	9.9854472	9.9855036	9.985524	9.9871721	9.98731
2.98	9.7556157	9.7596406	9.7603602	9.7619254	9.7619843	9.7620046	9.7636231	9.7637588
3	9.7416968	9.7457239	9.7464438	9.7480098	9.748069	9.7480893	9.7497086	9.7498444
5.57	10.535929	10.54135	10.542328	10.544439	10.5445	10.544526	10.546718	10.5469
6	10.673035	10.67868	10.679701	10.6819	10.68196	10.681987	10.684271	10.684462

Çizelge 5.27 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4184398	9.4185835	9.4190496	9.4190752	9.4190837	9.4201097	9.4202488
1.75	9.5845677	9.5853458	9.5855902	9.586382	9.586424	9.5864382	9.5881821	9.5884185
2	10.036415	10.037344	10.037637	10.038585	10.03863	10.038646	10.040738	10.041022
2.9	10.950099	10.951564	10.952033	10.95354	10.953588	10.953613	10.956952	10.957403
2.98	9.5822998	9.5835885	9.5839931	9.5853041	9.5853736	9.5853972	9.5882837	9.588675
3	9.5136682	9.5149548	9.5153585	9.5166668	9.5167373	9.516761	9.5196409	9.5200313
5.57	12.792455	12.795838	12.796969	12.800537	12.800493	12.800538	12.80854	12.809616
6	13.714798	13.718832	13.720222	13.724552	13.724362	13.724406	13.734203	13.735515
				n=0.2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4184398	9.4185835	9.4190496	9.4190752	9.4190837	9.4201097	9.4202488
1.75	9.5528246	9.5535668	9.5537999	9.554555	9.5545953	9.5546089	9.5562718	9.5564972
2	9.9736052	9.9744806	9.9747568	9.97565	9.9756929	9.9757086	9.9776786	9.9779456
2.9	10.828476	10.82982	10.83025	10.831631	10.831679	10.831702	10.834761	10.835175
2.98	9.5335781	9.5347686	9.5351422	9.5363531	9.536418	9.5364399	9.5391056	9.5394669
3	9.467404	9.4685927	9.4689654	9.4701738	9.4702396	9.4702615	9.4729211	9.4732816
5.57	12.578594	12.581595	12.582591	12.585744	12.585725	12.585767	12.592827	12.593777
6	13.434363	13.437904	13.439112	13.442891	13.442765	13.442806	13.451333	13.452477
				n=1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4184398	9.4185835	9.4190496	9.4190752	9.4190837	9.4201097	9.4202488
1.75	9.4888062	9.4894267	9.4896214	9.4902525	9.4902867	9.4902982	9.4916877	9.4918761
2	9.7613424	9.7620327	9.7622499	9.7629531	9.7629888	9.7630013	9.7645512	9.7647613
2.9	10.30444	10.305354	10.305644	10.306578	10.306619	10.306635	10.308699	10.308979
2.98	9.3813843	9.38222	9.3824819	9.3833312	9.3833782	9.3833937	9.3852627	9.3855161
3	9.3285687	9.3294027	9.3296638	9.330511	9.3305585	9.330574	9.3324381	9.3326909
5.57	11.459477	11.461074	11.461591	11.463243	11.463279	11.463305	11.466976	11.467473
6	11.987216	11.988999	11.989583	11.991441	11.991459	11.991486	11.995628	11.996187
				n=2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4184398	9.4185835	9.4190496	9.4190752	9.4190837	9.4201097	9.4202488
1.75	9.536451	9.5370384	9.5372228	9.5378204	9.5378524	9.5378632	9.5391792	9.5393577
2	9.7428249	9.7434624	9.743663	9.7443125	9.7443456	9.7443572	9.7457886	9.7459826
2.9	10.148608	10.149395	10.149644	10.150449	10.150485	10.150499	10.152275	10.152516
2.98	9.4565883	9.4573245	9.4575553	9.4583038	9.4583447	9.4583583	9.460006	9.4602294
3	9.4140109	9.4147456	9.4149759	9.4157228	9.4157639	9.4157775	9.4174213	9.4176442
5.57	10.948338	10.949508	10.949883	10.951086	10.951125	10.951145	10.953812	10.954173
6	11.299284	11.300545	11.300952	11.302255	11.302288	11.302308	11.305201	11.305592
				n=3				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4184398	9.4185835	9.4190496	9.4190752	9.4190837	9.4201097	9.4202488
1.75	9.5770741	9.5776493	9.57783	9.5784153	9.5784464	9.5784569	9.5797461	9.5799209
2	9.7549452	9.7555638	9.7557584	9.7563886	9.7564207	9.7564319	9.7578208	9.7580091
2.9	10.11607	10.116817	10.117053	10.117815	10.11785	10.117863	10.119546	10.119774
2.98	9.5614075	9.5621156	9.5623379	9.5630584	9.5630968	9.5631098	9.5646964	9.5649115
3	9.5262042	9.5269113	9.5271332	9.5278525	9.5278911	9.5279041	9.5294878	9.5297026
5.57	10.786537	10.78758	10.787913	10.788984	10.789022	10.78904	10.791411	10.791732
6	11.055172	11.056278	11.056633	11.057773	11.057808	11.057826	11.060353	11.060695
				n=10				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	1.75	2	2.9	2.98	3	5.57	6
1	9.4179813	9.4184398	9.4185835	9.4190496	9.4190752	9.4190837	9.4201097	9.4202488
1.75	9.5975926	9.5981256	9.598293	9.5988354	9.5988641	9.5988739	9.6000687	9.6002307
2	9.7061046	9.7066644	9.7068404	9.7074106	9.70744	9.7074502	9.7087066	9.7088769
2.9	9.9790293	9.9796753	9.9798791	9.9805383	9.9805698	9.9805814	9.9820355	9.9822325
2.98	9.7556157	9.7562509	9.7564508	9.7570979	9.7571308	9.7571423	9.7585686	9.7587619
3	9.7416968	9.7423323	9.7425322	9.7431797	9.7432127	9.7432243	9.7446511	9.7448445
5.57	10.535929	10.536785	10.537057	10.537935	10.53797	10.537984	10.539925	10.540188
6	10.673035	10.673927	10.674211	10.675126	10.67516	10.675176	10.677201	10.677475

Çizelge 5.28 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413213	3.1411314	3.1411315	3.1411315	3.1409593	3.1408763	3.1405524
0.9	2.9162722	2.9162503	2.9160898	2.9160898	2.9160898	2.9159441	2.9158739	2.9155999
0.5	2.2087945	2.2087844	2.2087104	2.2087104	2.2087104	2.2086431	2.2086108	2.2084843
0.5	2.2314518	2.2314416	2.2313668	2.2313668	2.2313668	2.2312989	2.2312662	2.2311384
0.5	2.3355159	2.3355052	2.335427	2.335427	2.335427	2.3353558	2.3353216	2.3351879
0.34	2.3846245	2.3846165	2.3845574	2.3845574	2.3845574	2.3845038	2.384478	2.384377
0.29	2.2586971	2.2586904	2.2586407	2.2586407	2.2586407	2.2585956	2.2585739	2.258489
0.17	2.3055704	2.3055656	2.3055308	2.3055308	2.3055308	2.3054991	2.3054839	2.3054243
				n=0.2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413213	3.1411314	3.1411315	3.1411315	3.1409593	3.1408763	3.1405524
0.9	2.9346107	2.9345885	2.9344253	2.9344253	2.9344254	2.9342774	2.934206	2.9339276
0.5	2.2740079	2.2739968	2.2739152	2.2739152	2.2739152	2.273841	2.2738053	2.2736659
0.5	2.2964147	2.2964034	2.296321	2.296321	2.296321	2.2962461	2.2962101	2.2960692
0.5	2.3987254	2.3987136	2.3986275	2.3986275	2.3986275	2.3985493	2.3985117	2.3983646
0.34	2.4611467	2.4611374	2.4610693	2.4610693	2.4610693	2.4610074	2.4609777	2.4608614
0.29	2.3450086	2.3450006	2.344942	2.344942	2.344942	2.3448888	2.3448632	2.3447631
0.17	2.4065214	2.4065154	2.4064716	2.4064716	2.4064716	2.4064319	2.4064128	2.406338
				n=1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413213	3.1411314	3.1411315	3.1411315	3.1409593	3.1408763	3.1405524
0.9	3.0106494	3.0106259	3.0104532	3.0104532	3.0104533	3.0102966	3.0102212	3.0099266
0.5	2.5361819	2.5361668	2.5360562	2.5360562	2.5360563	2.5359558	2.5359075	2.5357187
0.5	2.555181	2.5551658	2.5550544	2.5550544	2.5550545	2.5549533	2.5549046	2.5547144
0.5	2.6390694	2.6390538	2.6389387	2.6389387	2.6389387	2.6388342	2.6387839	2.6385875
0.34	2.6991252	2.6991115	2.6990112	2.6990112	2.6990112	2.6989201	2.6988762	2.6987049
0.29	2.6191933	2.6191807	2.6190891	2.6190891	2.6190891	2.6190058	2.6189658	2.6188092
0.17	2.6757835	2.6757728	2.6756941	2.6756941	2.6756941	2.6756227	2.6755883	2.675454
				n=2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413213	3.1411314	3.1411315	3.1411315	3.1409593	3.1408763	3.1405524
0.9	3.0471731	3.047149	3.0469724	3.0469724	3.0469725	3.0468122	3.0467351	3.0464337
0.5	2.67834	2.6783229	2.6781976	2.6781976	2.6781976	2.6780838	2.678029	2.6778151
0.5	2.693778	2.6937608	2.6936347	2.6936348	2.6936348	2.6935203	2.6934652	2.69325
0.5	2.7603422	2.7603246	2.7601954	2.7601954	2.7601955	2.7600781	2.7600217	2.7598012
0.34	2.80369	2.8036741	2.8035573	2.8035574	2.8035574	2.8034514	2.8034004	2.8032011
0.29	2.7452566	2.7452417	2.7451321	2.7451321	2.7451322	2.7450326	2.7449847	2.7447976
0.17	2.7871537	2.7871402	2.7870411	2.7870411	2.7870411	2.7869512	2.7869078	2.7867387
				n=3				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413213	3.1411314	3.1411315	3.1411315	3.1409593	3.1408763	3.1405524
0.9	3.0661182	3.0660938	3.0659152	3.0659152	3.0659153	3.0657531	3.0656751	3.0653702
0.5	2.7611125	2.7610942	2.7609598	2.7609599	2.7609599	2.7608379	2.7607792	2.7605499
0.5	2.7740456	2.7740272	2.7738923	2.7738923	2.7738923	2.7737698	2.7737108	2.7734804
0.5	2.8290047	2.828986	2.8288483	2.8288483	2.8288484	2.8287234	2.8286632	2.8284282
0.34	2.8620697	2.8620524	2.8619255	2.8619255	2.8619256	2.8618104	2.861755	2.8615385
0.29	2.815867	2.8158505	2.8157298	2.8157298	2.8157298	2.8156202	2.8155674	2.8153612
0.17	2.8486826	2.8486674	2.8485554	2.8485554	2.8485554	2.8484538	2.8484048	2.8482137
				n=10				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413213	3.1411314	3.1411315	3.1411315	3.1409593	3.1408763	3.1405524
0.9	3.1082109	3.1081858	3.1080016	3.1080017	3.1080017	3.1078346	3.1077542	3.10744
0.5	2.9674382	2.9674163	2.9672554	2.9672554	2.9672555	2.9671094	2.967039	2.9667645
0.5	2.9734513	2.9734293	2.9732681	2.9732681	2.9732682	2.9731218	2.9730513	2.9727762
0.5	2.9981292	2.9981071	2.9979445	2.9979445	2.9979446	2.997797	2.9977259	2.9974485
0.34	3.0099599	3.0099385	3.0097816	3.0097817	3.0097817	3.0096393	3.0095707	3.009303
0.29	2.9909896	2.9909686	2.9908147	2.9908147	2.9908148	2.9906751	2.9906078	2.9903452
0.17	3.0038674	3.003847	3.0036973	3.0036973	3.0036974	3.0035615	3.0034961	3.0032407

Çizelge 5.29 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413448	3.1413348	3.1413348	3.1413348	3.1413307	3.1413293	3.1413261
0.9	2.9162722	2.9162702	2.9162618	2.9162618	2.9162618	2.9162583	2.9162571	2.9162544
0.5	2.2087945	2.2087936	2.2087897	2.2087897	2.2087897	2.2087881	2.2087876	2.2087863
0.5	2.2314518	2.2314509	2.231447	2.2314469	2.2314469	2.2314453	2.2314447	2.2314435
0.5	2.3355159	2.335515	2.3355108	2.3355108	2.3355108	2.3355091	2.3355086	2.3355072
0.34	2.3846245	2.3846238	2.3846207	2.3846207	2.3846207	2.3846194	2.384619	2.384618
0.29	2.2586971	2.2586965	2.2586939	2.2586939	2.2586939	2.2586928	2.2586925	2.2586916
0.17	2.3055704	2.30557	2.3055681	2.3055682	2.3055681	2.3055674	2.3055671	2.3055665
				n=0.2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413448	3.1413348	3.1413348	3.1413348	3.1413307	3.1413293	3.1413261
0.9	2.9346107	2.9346087	2.9346001	2.9346001	2.9346001	2.9345965	2.9345954	2.9345926
0.5	2.2740079	2.2740069	2.2740026	2.2740026	2.2740026	2.2740008	2.2740003	2.2739988
0.5	2.2964147	2.2964136	2.2964093	2.2964093	2.2964093	2.2964075	2.2964069	2.2964055
0.5	2.3987254	2.3987243	2.3987198	2.3987198	2.3987198	2.3987179	2.3987173	2.3987158
0.34	2.4611467	2.4611458	2.4611422	2.4611423	2.4611422	2.4611408	2.4611403	2.4611391
0.29	2.3450086	2.3450078	2.3450048	2.3450048	2.3450048	2.3450035	2.3450031	2.3450021
0.17	2.4065214	2.4065209	2.4065185	2.4065185	2.4065185	2.4065176	2.4065172	2.4065165
				n=1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413448	3.1413348	3.1413348	3.1413348	3.1413307	3.1413293	3.1413261
0.9	3.0106494	3.0106472	3.0106382	3.0106382	3.0106382	3.0106344	3.0106332	3.0106302
0.5	2.5361819	2.5361805	2.5361747	2.5361747	2.5361747	2.5361722	2.5361715	2.5361695
0.5	2.555181	2.5551796	2.5551738	2.5551738	2.5551738	2.5551713	2.5551706	2.5551686
0.5	2.6390694	2.639068	2.639062	2.639062	2.639062	2.6390594	2.6390586	2.6390567
0.34	2.6991252	2.699124	2.6991187	2.6991187	2.6991187	2.6991165	2.6991158	2.6991141
0.29	2.6191933	2.6191921	2.6191873	2.6191873	2.6191873	2.6191852	2.6191846	2.6191831
0.17	2.6757835	2.6757825	2.6757784	2.6757784	2.6757784	2.6757767	2.6757761	2.6757748
				n=2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413448	3.1413348	3.1413348	3.1413348	3.1413307	3.1413293	3.1413261
0.9	3.0471731	3.0471709	3.0471616	3.0471616	3.0471616	3.0471577	3.0471565	3.0471534
0.5	2.67834	2.6783384	2.6783319	2.6783319	2.6783319	2.6783291	2.6783282	2.6783261
0.5	2.693778	2.6937764	2.6937698	2.6937698	2.6937698	2.693767	2.6937661	2.693764
0.5	2.7603422	2.7603406	2.7603338	2.7603338	2.7603338	2.760331	2.7603301	2.7603278
0.34	2.80369	2.8036885	2.8036824	2.8036824	2.8036824	2.8036798	2.803679	2.803677
0.29	2.7452566	2.7452552	2.7452495	2.7452495	2.7452495	2.745247	2.7452463	2.7452444
0.17	2.7871537	2.7871524	2.7871473	2.7871472	2.7871472	2.7871451	2.7871444	2.7871427
				n=3				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413448	3.1413348	3.1413348	3.1413348	3.1413307	3.1413293	3.1413261
0.9	3.0661182	3.0661159	3.0661066	3.0661066	3.0661066	3.0661026	3.0661014	3.0660983
0.5	2.7611125	2.7611108	2.7611038	2.7611038	2.7611038	2.7611008	2.7610999	2.7610976
0.5	2.7740456	2.7740439	2.7740368	2.7740369	2.7740369	2.7740339	2.7740329	2.7740306
0.5	2.8290047	2.829003	2.8289958	2.8289958	2.8289958	2.8289928	2.8289918	2.8289894
0.34	2.8620697	2.8620681	2.8620614	2.8620615	2.8620614	2.8620587	2.8620578	2.8620556
0.29	2.815867	2.8158655	2.8158591	2.8158592	2.8158591	2.8158565	2.8158556	2.8158536
0.17	2.8486826	2.8486812	2.8486754	2.8486754	2.8486753	2.8486729	2.8486721	2.8486702
				n=10				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	3.1413471	3.1413448	3.1413348	3.1413348	3.1413348	3.1413307	3.1413293	3.1413261
0.9	3.1082109	3.1082085	3.1081989	3.1081989	3.1081989	3.1081948	3.1081935	3.1081904
0.5	2.9674382	2.9674362	2.9674277	2.9674278	2.9674278	2.9674242	2.9674231	2.9674203
0.5	2.9734513	2.9734493	2.9734408	2.9734409	2.9734408	2.9734373	2.9734361	2.9734334
0.5	2.9981292	2.9981272	2.9981187	2.9981187	2.9981187	2.9981151	2.998114	2.9981112
0.34	3.0099599	3.009958	3.0099497	3.0099497	3.0099498	3.0099463	3.0099452	3.0099425
0.29	2.9909896	2.9909876	2.9909796	2.9909796	2.9909796	2.9909762	2.9909751	2.9909725
0.17	3.0038674	3.0038655	3.0038577	3.0038576	3.0038577	3.0038544	3.0038533	3.0038507

Çizelge 5.30 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2810009	6.2794282	6.2794311	6.2794424	6.2780494	6.2773579	6.2747342
0.9	5.831298	5.8311203	5.829802	5.8298037	5.8298108	5.8286352	5.8280564	5.8258431
0.5	4.4170339	4.4169527	4.4163553	4.4163556	4.4163566	4.4158169	4.4155554	4.4145402
0.5	4.4623428	4.4622608	4.461657	4.4616573	4.4616584	4.4611131	4.4608488	4.459823
0.5	4.6704452	4.6703593	4.6697262	4.6697265	4.6697279	4.6691569	4.6688797	4.6678053
0.34	4.7688204	4.7687556	4.7682774	4.7682777	4.7682789	4.7678479	4.7676385	4.7668277
0.29	4.5170381	4.5169836	4.5165825	4.5165827	4.5165835	4.5162213	4.5160458	4.5153645
0.17	4.6109061	4.6108679	4.6105862	4.6105863	4.6105869	4.6103327	4.6102094	4.6097312
				n=0.2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2810009	6.2794282	6.2794311	6.2794424	6.2780494	6.2773579	6.2747342
0.9	5.8679539	5.8677733	5.866433	5.8664349	5.8664423	5.8652477	5.8646592	5.8624102
0.5	4.5473949	4.5473053	4.5466459	4.5466462	4.5466475	4.5460522	4.5457635	4.5446436
0.5	4.5922025	4.592112	4.5914458	4.5914461	4.5914475	4.5908463	4.5905546	4.5894235
0.5	4.7967969	4.7967023	4.796005	4.7960055	4.7960072	4.7953788	4.7950734	4.7938912
0.34	4.9217874	4.9217126	4.9211607	4.9211611	4.9211626	4.9206657	4.9204239	4.919489
0.29	4.6895827	4.6895184	4.6890445	4.6890448	4.6890459	4.6886185	4.6884111	4.6876072
0.17	4.812732	4.8126839	4.8123296	4.8123298	4.8123307	4.8120114	4.8118562	4.8112556
				n=1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2810009	6.2794282	6.2794311	6.2794424	6.2780494	6.2773579	6.2747342
0.9	6.019954	6.0197626	6.0183402	6.0183424	6.018351	6.0170859	6.0164612	6.0140791
0.5	5.0714868	5.0713652	5.0704674	5.0704681	5.0704708	5.0696635	5.0692702	5.0677511
0.5	5.1094797	5.1093571	5.1084522	5.1084529	5.1084558	5.1076423	5.1072458	5.1057151
0.5	5.2772333	5.2771066	5.2761699	5.2761707	5.2761741	5.2753334	5.2749228	5.2733407
0.34	5.3974709	5.3973602	5.396542	5.3965428	5.396546	5.3958125	5.3954537	5.3940733
0.29	5.2376669	5.2375659	5.2368199	5.2368206	5.2368232	5.2361534	5.2358264	5.2345661
0.17	5.3509791	5.3508924	5.3502515	5.3502521	5.3502545	5.3496798	5.3493988	5.3483172
				n=2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2810009	6.2794282	6.2794311	6.2794424	6.2780494	6.2773579	6.2747342
0.9	6.0929706	6.0927747	6.0913176	6.09132	6.0913293	6.0900348	6.0893946	6.086957
0.5	5.3556873	5.3555492	5.354528	5.3545289	5.3545328	5.353617	5.3531692	5.3514456
0.5	5.3865589	5.3864199	5.3853923	5.3853933	5.3853973	5.3844761	5.3840255	5.3822917
0.5	5.5196687	5.5195261	5.518471	5.5184721	5.5184767	5.5175321	5.5170693	5.5152914
0.34	5.6064736	5.6063447	5.6053899	5.605391	5.6053954	5.6045415	5.6041227	5.6025155
0.29	5.4896567	5.4895359	5.4886413	5.4886423	5.488646	5.487845	5.4874527	5.485945
0.17	5.5735602	5.5734508	5.5726409	5.5726418	5.5726455	5.5719209	5.5715656	5.5702018
				n=3				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2810009	6.2794282	6.2794311	6.2794424	6.2780494	6.2773579	6.2747342
0.9	6.1308452	6.1306468	6.1291717	6.1291741	6.1291837	6.1278738	6.1272256	6.1247589
0.5	5.5211683	5.52102	5.5199227	5.5199239	5.5199286	5.5189463	5.518465	5.5166162
0.5	5.5470306	5.5468816	5.5457787	5.54578	5.5457848	5.5447978	5.544314	5.5424562
0.5	5.6569324	5.6567803	5.6556535	5.6556548	5.6556602	5.6546531	5.6541587	5.6522629
0.34	5.7231566	5.7230164	5.721977	5.7219783	5.7219835	5.7210552	5.7205991	5.7188518
0.29	5.6307946	5.6306612	5.6296732	5.6296743	5.6296789	5.6287956	5.6283621	5.6266993
0.17	5.6965151	5.6963913	5.6954742	5.6954753	5.6954798	5.6946605	5.694258	5.6927158
				n=10				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2810009	6.2794282	6.2794311	6.2794424	6.2780494	6.2773579	6.2747342
0.9	6.2149875	6.2147829	6.2132598	6.2132625	6.213273	6.2119225	6.211253	6.2087096
0.5	5.9336293	5.9334511	5.9321276	5.9321295	5.9321371	5.9309585	5.9303773	5.9281582
0.5	5.9456528	5.9454742	5.9441477	5.9441496	5.9441573	5.9429762	5.9423936	5.9401699
0.5	5.9949979	5.9948176	5.9934788	5.9934808	5.9934888	5.9922976	5.9917096	5.9894666
0.34	6.0187045	6.0185305	6.0172379	6.0172399	6.0172477	6.016098	6.0155302	6.0133654
0.29	5.9807874	5.9806168	5.9793499	5.9793517	5.9793593	5.9782317	5.9776753	5.9755523
0.17	6.0065789	6.006413	6.0051804	6.0051822	6.0051897	6.0040931	6.0035516	6.0014869

Çizelge 5.31 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2811927	6.2811114	6.2811115	6.2811119	6.2810786	6.2810677	6.2810419
0.9	5.831298	5.8312817	5.8312133	5.8312134	5.8312136	5.8311854	5.8311762	5.8311543
0.5	4.4170339	4.4170264	4.4169952	4.4169952	4.4169953	4.4169822	4.416978	4.4169679
0.5	4.4623428	4.4623353	4.4623037	4.4623038	4.4623038	4.4622906	4.4622863	4.4622761
0.5	4.6704452	4.6704373	4.6704043	4.6704043	4.6704043	4.6703905	4.6703861	4.6703753
0.34	4.7688204	4.7688145	4.7687896	4.7687896	4.7687896	4.7687792	4.7687758	4.7687677
0.29	4.5170381	4.5170331	4.5170121	4.5170122	4.5170122	4.5170034	4.5170006	4.5169938
0.17	4.6109061	4.6109026	4.6108879	4.6108879	4.610888	4.6108818	4.6108798	4.6108751
				n=0.2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2811927	6.2811114	6.2811115	6.2811119	6.2810786	6.2810677	6.2810419
0.9	5.8679539	5.8679373	5.8678678	5.8678679	5.8678681	5.8678395	5.8678302	5.8678079
0.5	4.5473949	4.5473867	4.5473522	4.5473522	4.5473523	4.5473379	4.5473333	4.5473221
0.5	4.5922025	4.5921942	4.5921594	4.5921594	4.5921595	4.5921449	4.5921402	4.5921289
0.5	4.7967969	4.7967882	4.7967519	4.7967519	4.7967519	4.7967367	4.7967319	4.7967201
0.34	4.9217874	4.9217806	4.9217518	4.9217518	4.9217519	4.9217399	4.921736	4.9217267
0.29	4.6895827	4.6895768	4.689552	4.689552	4.6895521	4.6895417	4.6895384	4.6895304
0.17	4.812732	4.8127276	4.8127091	4.8127091	4.8127091	4.8127014	4.8126989	4.8126929
				n=1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2811927	6.2811114	6.2811115	6.2811119	6.2810786	6.2810677	6.2810419
0.9	6.019954	6.0199364	6.0198628	6.0198629	6.0198631	6.0198328	6.0198229	6.0197994
0.5	5.0714868	5.0714756	5.0714288	5.0714289	5.071429	5.0714095	5.0714032	5.0713881
0.5	5.1094797	5.1094685	5.1094213	5.1094213	5.1094214	5.1094018	5.1093955	5.1093802
0.5	5.2772333	5.2772217	5.277173	5.277173	5.2771731	5.2771529	5.2771463	5.2771306
0.34	5.3974709	5.3974607	5.3974182	5.3974182	5.3974183	5.3974007	5.3973949	5.3973812
0.29	5.2376669	5.2376576	5.2376188	5.2376188	5.2376189	5.2376027	5.2375975	5.237585
0.17	5.3509791	5.3509711	5.3509378	5.3509378	5.3509379	5.350924	5.3509196	5.3509088
				n=2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2811927	6.2811114	6.2811115	6.2811119	6.2810786	6.2810677	6.2810419
0.9	6.0929706	6.0929527	6.0928773	6.0928773	6.0928776	6.0928467	6.0928365	6.0928125
0.5	5.3556873	5.3556747	5.3556216	5.3556216	5.3556217	5.3555997	5.3555925	5.3555754
0.5	5.3865589	5.3865462	5.3864927	5.3864927	5.3864929	5.3864707	5.3864635	5.3864463
0.5	5.5196687	5.5196556	5.5196008	5.5196008	5.519601	5.5195783	5.5195709	5.5195532
0.34	5.6064736	5.6064618	5.6064122	5.6064122	5.6064123	5.6063918	5.6063852	5.6063692
0.29	5.4896567	5.4896457	5.4895992	5.4895992	5.4895993	5.48958	5.4895738	5.4895588
0.17	5.5735602	5.5735502	5.5735081	5.5735081	5.5735082	5.5734908	5.5734852	5.5734716
				n=3				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2811927	6.2811114	6.2811115	6.2811119	6.2810786	6.2810677	6.2810419
0.9	6.1308452	6.130827	6.1307507	6.1307508	6.1307511	6.1307197	6.1307095	6.1306852
0.5	5.5211683	5.5211547	5.5210977	5.5210977	5.5210978	5.5210742	5.5210665	5.5210482
0.5	5.5470306	5.547017	5.5469597	5.5469597	5.5469599	5.5469361	5.5469284	5.54691
0.5	5.6569324	5.6569185	5.6568599	5.65686	5.6568602	5.656836	5.6568281	5.6568093
0.34	5.7231566	5.7231438	5.7230898	5.7230899	5.72309	5.7230677	5.7230605	5.7230432
0.29	5.6307946	5.6307824	5.6307311	5.6307311	5.6307313	5.6307101	5.6307032	5.6306867
0.17	5.6965151	5.6965038	5.6964561	5.6964562	5.6964563	5.6964367	5.6964303	5.696415
				n=10				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	6.281212	6.2811927	6.2811114	6.2811115	6.2811119	6.2810786	6.2810677	6.2810419
0.9	6.2149875	6.2149687	6.21489	6.2148901	6.2148904	6.2148581	6.2148475	6.2148225
0.5	5.9336293	5.933613	5.9335444	5.9335445	5.9335447	5.9335165	5.9335073	5.9334853
0.5	5.9456528	5.9456364	5.9455677	5.9455678	5.945568	5.9455397	5.9455305	5.9455085
0.5	5.9949979	5.9949814	5.994912	5.9949121	5.9949123	5.9948838	5.9948745	5.9948523
0.34	6.0187045	6.0186885	6.0186216	6.0186217	6.0186219	6.0185944	6.0185854	6.018564
0.29	5.9807874	5.9807718	5.9807061	5.9807062	5.9807064	5.9806794	5.9806706	5.9806497
0.17	6.0065789	6.0065637	6.0064999	6.0065	6.0065002	6.0064739	6.0064654	6.006445

Çizelge 5.32 *nb*=0.1 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4172032	9.4109921	9.4110507	9.4112791	9.4063409	9.4035323	9.3941449
0.9	8.7437475	8.743107	8.7381099	8.7381445	8.7382806	8.7341627	8.7319226	8.7241127
0.5	6.6241492	6.6238691	6.6217737	6.6217784	6.6217971	6.6199508	6.6190268	6.6155425
0.5	6.6920979	6.6918146	6.6896936	6.6896986	6.6897183	6.6878521	6.6869165	6.6833943
0.5	7.0041835	7.0038854	7.0016443	7.0016506	7.0016756	6.999717	6.9987269	6.9950288
0.34	7.1521451	7.1519196	7.1502211	7.1502263	7.1502469	7.1487681	7.1480174	7.1452258
0.29	6.7746572	6.7744689	6.7730581	6.7730616	6.7730754	6.7718365	6.7712143	6.7688772
0.17	6.9157654	6.915633	6.9146391	6.9146417	6.9146523	6.9137823	6.9133438	6.9117029
				n=0.2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4172032	9.4109921	9.4110507	9.4112791	9.4063409	9.4035323	9.3941449
0.9	8.7986752	8.7980232	8.7929279	8.7929641	8.7931065	8.7889184	8.7866329	8.7786887
0.5	6.8195231	6.8192132	6.8168894	6.8168953	6.8169186	6.8148791	6.8138534	6.8100032
0.5	6.8867189	6.8864056	6.8840541	6.8840603	6.8840848	6.882024	6.8809857	6.8770949
0.5	7.1935395	7.1932103	7.1907288	7.1907366	7.1907674	7.1886085	7.187511	7.1834331
0.34	7.3813984	7.3811373	7.379163	7.3791699	7.3791971	7.3774883	7.3766144	7.3733872
0.29	7.0332747	7.0330516	7.0313739	7.0313787	7.0313977	7.0299328	7.0291918	7.026427
0.17	7.2183107	7.2181435	7.2168829	7.2168869	7.2169028	7.2158073	7.21525	7.2131825
				n=1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4172032	9.4109921	9.4110507	9.4112791	9.4063409	9.4035323	9.3941449
0.9	9.0264678	9.0257718	9.0202934	9.0203367	9.0205064	9.0160543	9.0135902	9.005139
0.5	7.6050041	7.6045777	7.6013402	7.6013529	7.6014032	7.5986178	7.5971816	7.5919151
0.5	7.6619789	7.6615487	7.6582789	7.6582921	7.6583445	7.6555362	7.6540852	7.6487749
0.5	7.9135456	7.9130984	7.9096823	7.909698	7.9097603	7.9068502	7.9053314	7.8998259
0.34	8.0942196	8.0938277	8.0908229	8.0908381	8.0908981	8.0883552	8.0870175	8.0822063
0.29	7.8546704	7.8543148	7.8516018	7.8516139	7.8516619	7.8493467	7.8481414	7.8437636
0.17	8.0249704	8.024664	8.0223181	8.0223296	8.0223748	8.0203851	8.0193418	8.015579
				n=2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4172032	9.4109921	9.4110507	9.4112791	9.4063409	9.4035323	9.3941449
0.9	9.1359088	9.1351938	9.1295444	9.1295913	9.1297751	9.1252107	9.1226661	9.1139985
0.5	8.0310027	8.030514	8.0267716	8.02679	8.0268623	8.0236871	8.0220214	8.016012
0.5	8.0772977	8.0768056	8.0730327	8.0730516	8.0731263	8.0699306	8.0682507	8.0622019
0.5	8.2769099	8.2764027	8.2724953	8.2725169	8.2726023	8.2693176	8.2675747	8.2613547
0.34	8.4073932	8.4069331	8.4033772	8.4033982	8.4034809	8.4005079	8.3989202	8.3932898
0.29	8.2322998	8.2318702	8.2285655	8.2285834	8.228654	8.2258716	8.2243985	8.2191318
0.17	8.3584303	8.3580405	8.3550319	8.3550493	8.3551176	8.3525976	8.3512552	8.3464846
				n=3				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4172032	9.4109921	9.4110507	9.4112791	9.4063409	9.4035323	9.3941449
0.9	9.1926775	9.1919524	9.1862122	9.1862611	9.1864526	9.1818293	9.1792418	9.1704605
0.5	8.2790544	8.2785268	8.2744625	8.274485	8.2745738	8.2711573	8.2693443	8.2628741
0.5	8.3178368	8.3173061	8.313214	8.3132371	8.3133282	8.3098936	8.3080675	8.3015624
0.5	8.4826429	8.4820988	8.4778855	8.4779113	8.4780128	8.4745005	8.4726173	8.4659625
0.34	8.5822177	8.5817148	8.5778102	8.5778352	8.5779339	8.5746933	8.5729466	8.5668061
0.29	8.4437898	8.4433132	8.4396268	8.4396489	8.4397362	8.4366585	8.4350118	8.4291825
0.17	8.5425952	8.542152	8.5387142	8.5387359	8.5388212	8.5359635	8.5344266	8.5290135
				n=10				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4172032	9.4109921	9.4110507	9.4112791	9.4063409	9.4035323	9.3941449
0.9	9.3187738	9.3180225	9.3120477	9.3121015	9.3123121	9.307534	9.304836	9.2957566
0.5	8.8972373	8.8965919	8.891533	8.8915706	8.8917185	8.8875805	8.8853087	8.8774578
0.5	8.915265	8.9146179	8.9095423	8.9095804	8.9097299	8.9055821	8.9033024	8.8954323
0.5	8.9892517	8.9885973	8.9834527	8.9834926	8.9836494	8.9794609	8.9771481	8.969199
0.34	9.0249269	9.0242946	9.0193177	9.019357	9.019511	9.0154668	9.0132286	9.0055532
0.29	8.9681144	8.9674955	8.9626337	8.9626711	8.9628178	8.9588556	8.9566707	8.9491524
0.17	9.0068928	9.0062901	9.0015496	9.0015867	9.0017323	8.9978769	8.9957456	8.9884296

Çizelge 5.33 *nb*=10 iken; E_r(kiriş), E_r(çubuk), ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4179105	9.41761	9.4176116	9.4176181	9.4175094	9.4174691	9.4173858
0.9	8.7437475	8.7436891	8.7434419	8.7434429	8.743447	8.7433539	8.7433207	8.7432491
0.5	6.6241492	6.6241236	6.6240157	6.6240159	6.6240165	6.6239727	6.6239582	6.6239242
0.5	6.6920979	6.6920719	6.6919629	6.691963	6.6919636	6.6919194	6.6919047	6.6918704
0.5	7.0041835	7.0041562	7.0040414	7.0040416	7.0040424	7.0039962	7.0039808	7.003945
0.34	7.1521451	7.1521245	7.1520376	7.1520378	7.1520384	7.1520036	7.151992	7.151965
0.29	6.7746572	6.7746399	6.7745675	6.7745676	6.774568	6.7745387	6.7745289	6.7745062
0.17	6.9157654	6.9157533	6.9157023	6.9157024	6.9157027	6.9156821	6.9156753	6.9156593
				n=0.2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4179105	9.41761	9.4176116	9.4176181	9.4175094	9.4174691	9.4173858
0.9	8.7986752	8.7986158	8.7983642	8.7983652	8.7983694	8.798275	8.7982412	8.7981686
0.5	6.8195231	6.8194947	6.8193754	6.8193756	6.8193763	6.8193281	6.8193121	6.8192747
0.5	6.8867189	6.8866902	6.8865696	6.8865698	6.8865706	6.8865219	6.8865057	6.8864679
0.5	7.1935395	7.1935094	7.1933826	7.1933828	7.1933838	7.193333	7.193316	7.1932767
0.34	7.3813984	7.3813745	7.3812739	7.3812741	7.381275	7.3812349	7.3812214	7.3811904
0.29	7.0332747	7.0332542	7.0331683	7.0331685	7.0331691	7.0331345	7.033123	7.0330962
0.17	7.2183107	7.2182954	7.218231	7.2182311	7.2182316	7.2182058	7.2181972	7.2181772
				n=1				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4179105	9.41761	9.4176116	9.4176181	9.4175094	9.4174691	9.4173858
0.9	9.0264678	9.0264043	9.0261357	9.0261369	9.0261418	9.0260423	9.0260062	9.0259297
0.5	7.6050041	7.6049651	7.6048009	7.6048012	7.6048028	7.6047379	7.6047158	7.6046655
0.5	7.6619789	7.6619395	7.6617738	7.6617742	7.6617758	7.6617104	7.6616881	7.6616375
0.5	7.9135456	7.9135047	7.9133324	7.9133328	7.9133347	7.9132674	7.9132442	7.9131922
0.34	8.0942196	8.0941838	8.0940327	8.0940332	8.094035	8.0939764	8.0939561	8.0939108
0.29	7.8546704	7.8546379	7.8545009	7.8545012	7.8545027	7.854449	7.8544306	7.8543891
0.17	8.0249704	8.0249424	8.0248243	8.0248246	8.024826	8.02478	8.0247641	8.0247286
				n=2				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4179105	9.41761	9.4176116	9.4176181	9.4175094	9.4174691	9.4173858
0.9	9.1359088	9.1358436	9.1355676	9.1355689	9.1355742	9.1354726	9.1354356	9.1353575
0.5	8.0310027	8.030958	8.0307697	8.0307702	8.0307724	8.0306991	8.0306738	8.0306173
0.5	8.0772977	8.0772527	8.077063	8.0770636	8.0770658	8.0769922	8.0769667	8.0769098
0.5	8.2769099	8.2768636	8.276668	8.2766687	8.2766712	8.2765959	8.2765696	8.2765115
0.34	8.4073932	8.4073512	8.4071738	8.4071744	8.4071768	8.4071089	8.4070851	8.4070327
0.29	8.2322998	8.2322605	8.2320949	8.2320955	8.2320976	8.2320337	8.2320115	8.2319622
0.17	8.3584303	8.3583947	8.3582444	8.3582449	8.3582469	8.3581893	8.3581691	8.3581246
				n=3				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4179105	9.41761	9.4176116	9.4176181	9.4175094	9.4174691	9.4173858
0.9	9.1926775	9.1926114	9.1923315	9.1923328	9.1923384	9.1922356	9.1921981	9.1921192
0.5	8.2790544	8.2790062	8.2788028	8.2788034	8.2788061	8.2787278	8.2787005	8.27864
0.5	8.3178368	8.3177884	8.3175837	8.3175844	8.3175872	8.3175085	8.317481	8.3174204
0.5	8.4826429	8.4825932	8.4823834	8.4823841	8.4823871	8.4823071	8.4822789	8.4822172
0.34	8.5822177	8.5821718	8.5819779	8.5819786	8.5819815	8.5819079	8.5818818	8.5818251
0.29	8.4437898	8.4437463	8.4435625	8.4435632	8.4435658	8.4434955	8.4434709	8.4434167
0.17	8.5425952	8.5425548	8.5423838	8.5423845	8.542387	8.542322	8.542299	8.5422489
				n=10				
Er(çubuk) / Er(kiriş)	1	0.9	0.5	0.5	0.5	0.34	0.29	0.17
1	9.4179813	9.4179105	9.41761	9.4176116	9.4176181	9.4175094	9.4174691	9.4173858
0.9	9.3187738	9.3187053	9.3184152	9.3184167	9.3184227	9.3183171	9.3182782	9.3181972
0.5	8.8972373	8.8971785	8.8969294	8.8969305	8.8969348	8.8968418	8.8968084	8.8967369
0.5	8.915265	8.915206	8.9149563	8.9149574	8.9149617	8.9148686	8.914835	8.9147634
0.5	8.9892517	8.9891921	8.9889395	8.9889406	8.9889452	8.9888514	8.9888175	8.9887454
0.34	9.0249269	9.0248693	9.0246252	9.0246263	9.0246308	9.0245403	9.0245076	9.0244381
0.29	8.9681144	8.968058	8.9678191	8.9678202	8.9678245	8.9677357	8.9677036	8.9676353
0.17	9.0068928	9.0068378	9.0066052	9.0066063	9.0066105	9.0065242	9.006493	9.0064266

Çizelge 5.34 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.141559	3.1415554	3.1415108	3.1414702	3.1414519	3.1415133	3.1415139
1.2	4.5899452	4.5916163	4.5915884	4.5912364	4.5909159	4.5907714	4.5912554	4.5912601
1.5	4.2795615	4.28101	4.2809858	4.2806807	4.2804029	4.2802777	4.2806972	4.2807014
1.5	3.6566754	3.6573344	3.6573234	3.6571846	3.6570582	3.6570013	3.6571922	3.657194
1.5	3.3496574	3.3500823	3.3500753	3.3499858	3.3499043	3.3498676	3.3499907	3.3499919
1.6	3.198352	3.1987103	3.1987043	3.1986289	3.1985601	3.1985292	3.198633	3.198634
2.7	3.1999518	3.2005435	3.2005336	3.2004089	3.2002955	3.2002444	3.2004158	3.2004175
2.8	3.1770662	3.1776574	3.1776475	3.177523	3.1774096	3.1773585	3.1775298	3.1775315
				n=0.2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.141559	3.1415554	3.1415108	3.1414702	3.1414519	3.1415133	3.1415139
1.2	4.4942285	4.4957128	4.495688	4.4953753	4.4950907	4.4949624	4.4953923	4.4953965
1.5	4.2065257	4.2078199	4.2077983	4.2075257	4.2072775	4.2071656	4.2075405	4.2075441
1.5	3.6155809	3.6161875	3.6161773	3.6160496	3.6159333	3.6158809	3.6160565	3.6160583
1.5	3.3284738	3.3288747	3.3288681	3.3287836	3.3287067	3.3286721	3.3287882	3.3287893
1.6	3.1876042	3.1879461	3.1879404	3.1878684	3.1878028	3.1877733	3.1878723	3.1878733
2.7	3.183255	3.1838023	3.1837931	3.1836778	3.1835729	3.1835257	3.1836842	3.1836857
2.8	3.1611889	3.1617357	3.1617265	3.1616113	3.1615065	3.1614593	3.1616177	3.1616192
				n=1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.141559	3.1415554	3.1415108	3.1414702	3.1414519	3.1415133	3.1415139
1.2	4.0038436	4.0046282	4.0046151	4.0044498	4.0042994	4.0042316	4.0044589	4.0044611
1.5	3.8270494	3.8277607	3.8277487	3.8275989	3.8274625	3.8274011	3.8276071	3.8276091
1.5	3.4389064	3.4393229	3.4393159	3.4392282	3.4391483	3.4391123	3.439233	3.4392342
1.5	3.256852	3.2571692	3.257164	3.2570971	3.2570363	3.2570089	3.2571008	3.2571017
1.6	3.1656875	3.1659737	3.1659689	3.1659086	3.1658537	3.165829	3.1659119	3.1659127
2.7	3.1308308	3.1312163	3.1312099	3.1311287	3.1310548	3.1310215	3.1311331	3.1311342
2.8	3.1132159	3.1136008	3.1135944	3.1135133	3.1134395	3.1134063	3.1135177	3.1135188
				n=2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.141559	3.1415554	3.1415108	3.1414702	3.1414519	3.1415133	3.1415139
1.2	3.7721733	3.7727378	3.7727284	3.7726095	3.7725012	3.7724525	3.7726159	3.7726176
1.5	3.6547232	3.6552503	3.6552416	3.6551305	3.6550295	3.6549839	3.6551366	3.6551381
1.5	3.3863778	3.3867377	3.3867318	3.3866559	3.3865869	3.3865558	3.3866601	3.3866611
1.5	3.2504312	3.2507244	3.2507195	3.2506577	3.2506015	3.2505762	3.2506611	3.2506619
1.6	3.1814088	3.1816797	3.1816752	3.1816181	3.1815662	3.1815428	3.1816212	3.181622
2.7	3.1554071	3.1557466	3.1557409	3.1556694	3.1556043	3.155575	3.1556733	3.1556743
2.8	3.1412043	3.1415431	3.1415375	3.1414661	3.1414012	3.1413719	3.1414701	3.141471
				n=3				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.141559	3.1415554	3.1415108	3.1414702	3.1414519	3.1415133	3.1415139
1.2	3.6901109	3.6906087	3.6906003	3.6904955	3.6904001	3.690357	3.6905012	3.6905026
1.5	3.6002218	3.6006933	3.6006854	3.6005861	3.6004957	3.6004549	3.6005915	3.6005928
1.5	3.3753464	3.3756877	3.3756821	3.3756102	3.3755447	3.3755152	3.3756141	3.3756151
1.5	3.2543841	3.2546686	3.2546638	3.2546039	3.2545494	3.2545248	3.2546072	3.254608
1.6	3.1948932	3.1951584	3.1951539	3.1950981	3.1950473	3.1950244	3.1951012	3.1951019
2.7	3.1902127	3.1905388	3.1905334	3.1904646	3.1904021	3.1903739	3.1904684	3.1904693
2.8	3.1784689	3.1787948	3.1787893	3.1787207	3.1786582	3.1786301	3.1787244	3.1787254
				n=10				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.141559	3.1415554	3.1415108	3.1414702	3.1414519	3.1415133	3.1415139
1.2	3.5617338	3.5621381	3.5621314	3.5620462	3.5619687	3.5619338	3.5620509	3.562052
1.5	3.5158396	3.5162288	3.5162223	3.5161403	3.5160657	3.5160321	3.5161448	3.5161459
1.5	3.3292147	3.3295108	3.3295059	3.3294435	3.3293867	3.3293612	3.329447	3.3294478
1.5	3.2378434	3.2381011	3.2380968	3.2380425	3.2379931	3.2379708	3.2380455	3.2380462
1.6	3.2015483	3.201794	3.2017899	3.2017382	3.201691	3.2016698	3.201741	3.2017417
2.7	3.2546554	3.2549474	3.2549425	3.254881	3.254825	3.2547998	3.2548844	3.2548852
2.8	3.2500142	3.2503065	3.2503016	3.25024	3.250184	3.2501588	3.2502434	3.2502442

Çizelge 5.35 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.1414279	3.141423	3.1413852	3.1413687	3.1413636	3.1413865	3.1413869
1.2	4.5899452	4.5905824	4.5905437	4.5902455	4.5901151	4.5900753	4.590256	4.5902587
1.5	4.2795615	4.2801138	4.2800802	4.2798218	4.2797087	4.2796742	4.2798309	4.2798332
1.5	3.6566754	3.6569267	3.6569114	3.6567938	3.6567424	3.6567267	3.656798	3.6567991
1.5	3.3496574	3.3498195	3.3498096	3.3497338	3.3497006	3.3496905	3.3497365	3.3497372
1.6	3.198352	3.1984886	3.1984803	3.1984164	3.1983885	3.19838	3.1984187	3.1984193
2.7	3.1999518	3.2001774	3.2001637	3.2000581	3.2000119	3.1999978	3.2000619	3.2000628
2.8	3.1770662	3.1772916	3.1772779	3.1771724	3.1771263	3.1771122	3.1771762	3.1771771
				n=0.2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.1414279	3.141423	3.1413852	3.1413687	3.1413636	3.1413865	3.1413869
1.2	4.4942285	4.4947945	4.4947601	4.4944953	4.4943794	4.494344	4.4945046	4.4945069
1.5	4.2065257	4.2070192	4.2069892	4.2067582	4.2066572	4.2066264	4.2067664	4.2067685
1.5	3.6155809	3.6158121	3.6157981	3.6156899	3.6156426	3.6156281	3.6156937	3.6156947
1.5	3.3284738	3.3286267	3.3286174	3.3285459	3.3285146	3.3285051	3.3285484	3.3285491
1.6	3.1876042	3.1877345	3.1877266	3.1876656	3.187639	3.1876308	3.1876678	3.1876684
2.7	3.183255	3.1834637	3.183451	3.1833534	3.1833107	3.1832976	3.1833568	3.1833577
2.8	3.1611889	3.1613974	3.1613847	3.1612872	3.1612445	3.1612315	3.1612906	3.1612915
				n=1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.1414279	3.141423	3.1413852	3.1413687	3.1413636	3.1413865	3.1413869
1.2	4.0038436	4.0041428	4.0041246	4.0039846	4.0039234	4.0039047	4.0039896	4.0039908
1.5	3.8270494	3.8273206	3.8273041	3.8271772	3.8271216	3.8271048	3.8271817	3.8271829
1.5	3.4389064	3.4390652	3.4390555	3.4389812	3.4389487	3.4389388	3.4389839	3.4389845
1.5	3.256852	3.256973	3.2569656	3.256909	3.2568843	3.2568767	3.256911	3.2569116
1.6	3.1656875	3.1657966	3.16579	3.1657389	3.1657166	3.1657098	3.1657407	3.1657412
2.7	3.1308308	3.1309778	3.1309689	3.1309001	3.13087	3.1308608	3.1309026	3.1309032
2.8	3.1132159	3.1133626	3.1133537	3.113285	3.113255	3.1132459	3.1132875	3.1132881
				n=2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.1414279	3.141423	3.1413852	3.1413687	3.1413636	3.1413865	3.1413869
1.2	3.7721733	3.7723885	3.7723755	3.7722748	3.7722307	3.7722173	3.7722784	3.7722792
1.5	3.6547232	3.6549242	3.654912	3.654818	3.6547769	3.6547643	3.6548213	3.6548222
1.5	3.3863778	3.3865151	3.3865067	3.3864425	3.3864144	3.3864059	3.3864448	3.3864454
1.5	3.2504312	3.2505429	3.2505362	3.2504839	3.250461	3.250454	3.2504858	3.2504862
1.6	3.1814088	3.1815121	3.1815058	3.1814575	3.1814364	3.1814299	3.1814593	3.1814596
2.7	3.1554071	3.1555365	3.1555287	3.1554681	3.1554416	3.1554336	3.1554703	3.1554708
2.8	3.1412043	3.1413335	3.1413256	3.1412652	3.1412387	3.1412306	3.1412673	3.1412679
				n=3				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.1414279	3.141423	3.1413852	3.1413687	3.1413636	3.1413865	3.1413869
1.2	3.6901109	3.6903007	3.6902891	3.6902003	3.6901615	3.6901497	3.6902035	3.6902043
1.5	3.6002218	3.6004016	3.6003907	3.6003065	3.6002697	3.6002585	3.6003095	3.6003103
1.5	3.3753464	3.3754765	3.3754686	3.3754077	3.3753811	3.375373	3.3754099	3.3754104
1.5	3.2543841	3.2544926	3.254486	3.2544352	3.254413	3.2544063	3.254437	3.2544375
1.6	3.1948932	3.1949943	3.1949882	3.1949409	3.1949202	3.1949139	3.1949426	3.194943
2.7	3.1902127	3.190337	3.1903294	3.1902712	3.1902458	3.1902381	3.1902733	3.1902738
2.8	3.1784689	3.1785932	3.1785856	3.1785275	3.1785021	3.1784943	3.1785296	3.1785301
				n=10				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	3.1413471	3.1414279	3.141423	3.1413852	3.1413687	3.1413636	3.1413865	3.1413869
1.2	3.5617338	3.561888	3.5618786	3.5618065	3.5617749	3.5617653	3.561809	3.5618097
1.5	3.5158396	3.515988	3.515979	3.5159096	3.5158792	3.51587	3.515912	3.5159127
1.5	3.3292147	3.3293276	3.3293208	3.3292679	3.3292448	3.3292377	3.3292698	3.3292703
1.5	3.2378434	3.2379417	3.2379357	3.2378897	3.2378696	3.2378635	3.2378914	3.2378917
1.6	3.2015483	3.201642	3.2016363	3.2015925	3.2015733	3.2015675	3.2015941	3.2015945
2.7	3.2546554	3.2547667	3.2547599	3.2547078	3.254685	3.2546781	3.2547097	3.2547102
2.8	3.2500142	3.2501257	3.2501189	3.2500667	3.2500439	3.250037	3.2500686	3.2500691

Çizelge 5.36 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2829154	6.2828869	6.2825287	6.282202	6.2820543	6.2825472	6.2825519
1.2	9.1674474	9.181128	9.1808997	9.1780388	9.1754098	9.1742069	9.1781511	9.1781862
1.5	8.5484114	8.5602056	8.5600088	8.557538	8.5552728	8.5542404	8.5576447	8.5576757
1.5	7.3085652	7.313887	7.3137982	7.3126805	7.3116592	7.3111963	7.312735	7.3127495
1.5	6.6962634	6.6996853	6.6996282	6.6989089	6.6982524	6.6979554	6.6989453	6.6989547
1.6	6.3941436	6.3970256	6.3969775	6.3963715	6.3958186	6.3955687	6.3964027	6.3964106
2.7	6.3956226	6.4003838	6.4003044	6.3993032	6.3983899	6.397977	6.3993547	6.3993678
2.8	6.349855	6.3546118	6.3545324	6.3535321	6.3526197	6.3522072	6.3535837	6.3535968
n=0.2								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2829154	6.2828869	6.2825287	6.282202	6.2820543	6.2825472	6.2825519
1.2	8.9774382	8.9895669	8.9893645	8.9868267	8.9844964	8.9834315	8.9869296	8.986961
1.5	8.403505	8.4140302	8.4138546	8.4116488	8.4096276	8.408707	8.4117458	8.4117736
1.5	7.2267668	7.2316628	7.2315812	7.2305527	7.2296132	7.2291875	7.2306032	7.2306165
1.5	6.6540742	6.6573023	6.6572484	6.6565698	6.6559505	6.6556703	6.6566043	6.6566131
1.6	6.3727693	6.3755196	6.3754737	6.3748953	6.3743678	6.3741293	6.3749251	6.3749327
2.7	6.3625604	6.3669631	6.3668897	6.3659638	6.3651193	6.3647375	6.3660115	6.3660237
2.8	6.3184319	6.3228301	6.3227568	6.3218318	6.3209882	6.3206068	6.3218796	6.3218917
n=1								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2829154	6.2828869	6.2825287	6.282202	6.2820543	6.2825472	6.2825519
1.2	8.0019445	8.008305	8.0081989	8.0068647	8.0056436	8.0050886	8.0069261	8.0069431
1.5	7.6489345	7.6546884	7.6545924	7.6533846	7.6522802	7.651779	7.653442	7.6534575
1.5	6.8748378	6.8781941	6.8781381	6.8774327	6.8767888	6.8764973	6.8774682	6.8774773
1.5	6.5114584	6.5140115	6.5139689	6.5134321	6.5129423	6.5127208	6.5134595	6.5134666
1.6	6.3293575	6.3316597	6.3316213	6.3311371	6.3306955	6.3304959	6.3311621	6.3311684
2.7	6.2589468	6.2620467	6.261995	6.261343	6.2607484	6.2604797	6.2613768	6.2613853
2.8	6.2237229	6.2268177	6.2267661	6.2261151	6.2255215	6.2252533	6.2261489	6.2261574
n=2								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2829154	6.2828869	6.2825287	6.282202	6.2820543	6.2825472	6.2825519
1.2	7.5402242	7.5447877	7.5447116	7.5437535	7.5428776	7.5424803	7.5437994	7.5438117
1.5	7.3056423	7.3098983	7.3098272	7.3089334	7.3081167	7.3077465	7.308977	7.3089886
1.5	6.7702008	6.7730997	6.7730513	6.772442	6.7718859	6.7716342	6.7724728	6.7724807
1.5	6.4987979	6.5011572	6.5011178	6.5006217	6.5001692	6.4999645	6.5006471	6.5006536
1.6	6.3609185	6.3630971	6.3630608	6.3626026	6.3621847	6.3619958	6.3626262	6.3626322
2.7	6.3084617	6.3111917	6.3111462	6.310572	6.3100484	6.3098117	6.3106017	6.3106092
2.8	6.2800627	6.2827884	6.282743	6.2821697	6.2816469	6.2814106	6.2821994	6.2822069
n=3								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2829154	6.2828869	6.2825287	6.282202	6.2820543	6.2825472	6.2825519
1.2	7.3765814	7.3806017	7.3805346	7.3796903	7.3789188	7.378569	7.3797313	7.3797422
1.5	7.1970402	7.2008446	7.2007812	7.199982	7.199252	7.1989212	7.2000213	7.2000316
1.5	6.7482719	6.7510217	6.7509759	6.7503979	6.7498703	6.7496316	6.7504271	6.7504346
1.5	6.5067678	6.5090566	6.5090184	6.5085372	6.5080981	6.5078995	6.5085618	6.5085681
1.6	6.3879295	6.3900621	6.3900265	6.389578	6.389169	6.388984	6.3896011	6.389607
2.7	6.3781732	6.3807969	6.3807531	6.3802014	6.3796981	6.3794706	6.3802298	6.380237
2.8	6.354692	6.3573127	6.357269	6.3567179	6.3562152	6.3559879	6.3567463	6.3567535
n=10								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2829154	6.2828869	6.2825287	6.282202	6.2820543	6.2825472	6.2825519
1.2	7.1205306	7.1237919	7.1237375	7.1230523	7.1224265	7.1221431	7.1230862	7.1230951
1.5	7.0288775	7.0320147	7.0319624	7.0313032	7.0307012	7.0304286	7.031336	7.0313445
1.5	6.656334	6.6587184	6.6586786	6.6581773	6.6577199	6.657513	6.6582028	6.6582093
1.5	6.4738757	6.4759488	6.4759142	6.4754783	6.4750806	6.4749008	6.4755007	6.4755064
1.6	6.4013748	6.4033509	6.4033179	6.4029024	6.4025233	6.4023519	6.4029237	6.4029292
2.7	6.507276	6.5096261	6.5095869	6.5090927	6.5086419	6.5084381	6.509118	6.5091245
2.8	6.4979947	6.5003463	6.5003071	6.4998126	6.4993615	6.4991575	6.4998379	6.4998444

Çizelge 5.37 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2818628	6.2818232	6.2815187	6.2813854	6.2813447	6.281529	6.2815316
1.2	9.1674474	9.1727143	9.1723913	9.1699283	9.1688464	9.1685131	9.1699909	9.1700108
1.5	8.5484114	8.5529412	8.552664	8.5505454	8.5496157	8.5493301	8.5506047	8.5506223
1.5	7.3085652	7.3106021	7.3104779	7.309525	7.3091075	7.3089796	7.3095552	7.3095634
1.5	6.6962634	6.6975716	6.6974919	6.6968799	6.6966118	6.6965299	6.6969	6.6969054
1.6	6.3941436	6.3952449	6.3951778	6.3946626	6.394437	6.394368	6.3946798	6.3946843
2.7	6.3956226	6.3974421	6.3973313	6.39648	6.3961073	6.3959934	6.3965085	6.3965159
2.8	6.349855	6.3516726	6.351562	6.3507116	6.3503393	6.3502255	6.3507401	6.3507475
				n=0.2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2818628	6.2818232	6.2815187	6.2813854	6.2813447	6.281529	6.2815316
1.2	8.9774382	8.9821039	8.981818	8.9796361	8.9786779	8.978383	8.9796934	8.9797112
1.5	8.403505	8.4075454	8.4072983	8.4054085	8.4045794	8.4043248	8.4054624	8.4054782
1.5	7.2267668	7.2286404	7.2285262	7.2276497	7.2272657	7.2271481	7.2276776	7.2276852
1.5	6.6540742	6.6553082	6.655233	6.6546557	6.6544029	6.6543256	6.6546748	6.6546798
1.6	6.3727693	6.3738202	6.3737562	6.3732645	6.3730493	6.3729835	6.373281	6.3732853
2.7	6.3625604	6.3642428	6.3641403	6.3633532	6.3630086	6.3629033	6.3633796	6.3633865
2.8	6.3184319	6.3201124	6.3200101	6.3192239	6.3188796	6.3187744	6.3192503	6.3192571
				n=1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2818628	6.2818232	6.2815187	6.2813854	6.2813447	6.281529	6.2815316
1.2	8.0019445	8.0043832	8.0042342	8.0030935	8.0025933	8.0024399	8.0031275	8.0031372
1.5	7.6489345	7.6511386	7.651004	7.649973	7.6495211	7.6493827	7.6500049	7.6500136
1.5	6.8748378	6.8761214	6.8760431	6.8754427	6.8751797	6.8750992	6.8754623	6.8754675
1.5	6.5114584	6.5124342	6.5123748	6.5119183	6.5117184	6.5116573	6.5119334	6.5119374
1.6	6.3293575	6.3302371	6.3301836	6.329772	6.3295918	6.3295368	6.3297858	6.3297894
2.7	6.2589468	6.2601311	6.260059	6.2595049	6.2592623	6.2591882	6.2595236	6.2595284
2.8	6.2237229	6.2249052	6.2248333	6.2242801	6.2240379	6.2239639	6.2242987	6.2243036
				n=2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2818628	6.2818232	6.2815187	6.2813854	6.2813447	6.281529	6.2815316
1.2	7.5402242	7.5419718	7.5418652	7.5410477	7.5406894	7.5405797	7.5410731	7.5410801
1.5	7.3056423	7.3072713	7.307172	7.3064099	7.306076	7.3059738	7.3064341	7.3064406
1.5	6.7702008	6.7713092	6.7712417	6.7707231	6.770496	6.7704266	6.7707402	6.7707447
1.5	6.4987979	6.4996996	6.4996447	6.4992229	6.4990382	6.4989817	6.4992369	6.4992406
1.6	6.3609185	6.361751	6.3617003	6.3613108	6.3611403	6.3610882	6.3613239	6.3613273
2.7	6.3084617	6.3095048	6.3094413	6.3089533	6.3087396	6.3086743	6.3089697	6.3089739
2.8	6.2800627	6.2811041	6.2810407	6.2805535	6.2803402	6.280275	6.2805699	6.2805742
				n=3				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2818628	6.2818232	6.2815187	6.2813854	6.2813447	6.281529	6.2815316
1.2	7.3765814	7.3781204	7.3780265	7.3773066	7.3769911	7.3768945	7.3773293	7.3773354
1.5	7.1970402	7.198496	7.1984073	7.1977262	7.1974279	7.1973365	7.197748	7.1977539
1.5	6.7482719	6.7493233	6.7492592	6.7487674	6.748552	6.7484861	6.7487836	6.7487878
1.5	6.5067678	6.5076425	6.5075893	6.50718	6.5070008	6.506946	6.5071936	6.5071972
1.6	6.3879295	6.3887444	6.3886948	6.3883135	6.3881466	6.3880956	6.3883263	6.3883296
2.7	6.3781732	6.3791758	6.3791147	6.3786457	6.3784403	6.3783775	6.3786614	6.3786655
2.8	6.354692	6.3556934	6.3556324	6.3551639	6.3549588	6.3548961	6.3551796	6.3551837
				n=10				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	6.281212	6.2818628	6.2818232	6.2815187	6.2813854	6.2813447	6.281529	6.2815316
1.2	7.1205306	7.1217784	7.1217023	7.1211186	7.1208629	7.1207846	7.1211373	7.1211424
1.5	7.0288775	7.0300776	7.0300045	7.029443	7.0291971	7.0291219	7.0294612	7.029466
1.5	6.656334	6.6572455	6.65719	6.6567635	6.6565768	6.6565197	6.6567776	6.6567813
1.5	6.4738757	6.474668	6.4746197	6.4742491	6.4740868	6.4740372	6.4742614	6.4742647
1.6	6.4013748	6.4021299	6.402084	6.4017307	6.401576	6.4015287	6.4017425	6.4017456
2.7	6.507276	6.5081742	6.5081195	6.5076993	6.5075153	6.507459	6.5077133	6.5077169
2.8	6.4979947	6.4988934	6.4988387	6.4984182	6.4982341	6.4981778	6.4984322	6.4984359

Çizelge 5.38 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4238612	9.4237632	9.4225354	9.4214056	9.4208876	9.4225814	9.4225964
1.2	13.714798	13.766249	13.7654	13.755026	13.745065	13.740183	13.754699	13.754774
1.5	12.792455	12.835652	12.834937	12.826132	12.81779	12.813788	12.826054	12.826133
1.5	10.950099	10.968847	10.968535	10.964652	10.961044	10.959364	10.964738	10.964781
1.5	10.036415	10.048316	10.048118	10.04564	10.043352	10.042298	10.04572	10.045749
1.6	9.5845677	9.5945413	9.5943752	9.592295	9.5903785	9.5894986	9.5923701	9.5923952
2.7	9.5822998	9.5988013	9.5985267	9.5950876	9.591918	9.5904622	9.5952118	9.5952533
2.8	9.5136682	9.5301438	9.5298696	9.5264352	9.5232708	9.5218181	9.526561	9.5266026
n=0.2								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4238612	9.4237632	9.4225354	9.4214056	9.4208876	9.4225814	9.4225964
1.2	13.434363	13.479556	13.478809	13.469662	13.460919	13.456665	13.469443	13.469514
1.5	12.578594	12.616921	12.616286	12.608455	12.601057	12.597523	12.608422	12.608494
1.5	10.828476	10.845688	10.845402	10.841834	10.838522	10.836982	10.841919	10.841959
1.5	9.9736052	9.9848228	9.984636	9.9823002	9.9801438	9.9791503	9.9823766	9.9824043
1.6	9.5528246	9.5623386	9.5621801	9.5601954	9.5583673	9.5575282	9.5602676	9.5602916
2.7	9.5335781	9.5488261	9.5485723	9.5453934	9.5424646	9.5411199	9.5455095	9.5455479
2.8	9.467404	9.4826275	9.4823741	9.4791997	9.4762758	9.474934	9.4793172	9.4793557
n=1								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4238612	9.4237632	9.4225354	9.4214056	9.4208876	9.4225814	9.4225964
1.2	11.987216	12.01003	12.009651	12.004961	12.000561	11.998483	12.004993	12.00504
1.5	11.459477	11.479913	11.479573	11.475355	11.471418	11.469573	11.475419	11.475464
1.5	10.30444	10.316148	10.315953	10.313519	10.311267	10.310226	10.31359	10.313619
1.5	9.7613424	9.7701903	9.7700429	9.7681984	9.7664979	9.7657159	9.7682624	9.7682844
1.6	9.4888062	9.4967626	9.49663	9.4949696	9.4934408	9.4927393	9.4950308	9.4950509
2.7	9.3813843	9.3920952	9.3919168	9.3896814	9.3876239	9.3866806	9.3897657	9.3897929
2.8	9.3285687	9.3392571	9.3390791	9.336848	9.3347949	9.333854	9.336933	9.3369602
n=2								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4238612	9.4237632	9.4225354	9.4214056	9.4208876	9.4225814	9.4225964
1.2	11.299284	11.315434	11.315166	11.311827	11.308716	11.307262	11.311886	11.311922
1.5	10.948338	10.963318	10.963069	10.959966	10.957082	10.95574	10.960034	10.960069
1.5	10.148608	10.158698	10.15853	10.15643	10.15449	10.153595	10.156496	10.15652
1.5	9.7428249	9.7509984	9.7508622	9.749158	9.7475871	9.7468648	9.7492174	9.7492378
1.6	9.536451	9.5439828	9.5438573	9.5422856	9.5408383	9.540174	9.542343	9.542362
2.7	9.4565883	9.466025	9.4658678	9.4638986	9.4620855	9.4612539	9.4639717	9.4639956
2.8	9.4140109	9.4234291	9.4232722	9.4213065	9.4194971	9.4186674	9.4213802	9.4214041
n=3								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4238612	9.4237632	9.4225354	9.4214056	9.4208876	9.4225814	9.4225964
1.2	11.055172	11.069341	11.069105	11.066171	11.063443	11.062172	11.066232	11.066265
1.5	10.786537	10.799893	10.799671	10.796901	10.79433	10.793136	10.796968	10.796999
1.5	10.11607	10.125637	10.125478	10.123486	10.121647	10.120798	10.123549	10.123572
1.5	9.7549452	9.7628754	9.7627433	9.7610899	9.7595656	9.7588648	9.7611473	9.761167
1.6	9.5770741	9.5844494	9.5843265	9.5827877	9.5813704	9.5807197	9.5828434	9.582862
2.7	9.5614075	9.5704846	9.5703333	9.5684398	9.5666956	9.5658949	9.5685085	9.5685314
2.8	9.5262042	9.5352683	9.5351173	9.5332261	9.5314845	9.5306852	9.5332953	9.5333182
n=10								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4238612	9.4237632	9.4225354	9.4214056	9.4208876	9.4225814	9.4225964
1.2	10.673035	10.684462	10.684271	10.6819	10.679701	10.67868	10.68196	10.681987
1.5	10.535929	10.5469	10.546718	10.544439	10.542328	10.54135	10.5445	10.544526
1.5	9.9790293	9.98731	9.9871721	9.9854472	9.9838551	9.9831217	9.9855036	9.985524
1.5	9.7061046	9.7132826	9.713163	9.711666	9.7102863	9.7096523	9.7117186	9.7117365
1.6	9.5975926	9.6044268	9.6043129	9.602887	9.6015736	9.6009705	9.6029383	9.6029555
2.7	9.7556157	9.7637588	9.7636231	9.7619254	9.7603602	9.7596406	9.7619843	9.7620046
2.8	9.7416968	9.7498444	9.7497086	9.7480098	9.7464438	9.7457239	9.748069	9.7480893

Çizelge 5.39 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4202488	9.4201097	9.4190496	9.4185835	9.4184398	9.4190752	9.4190837
1.2	13.714798	13.735515	13.734203	13.724552	13.720222	13.718832	13.724362	13.724406
1.5	12.792455	12.809616	12.80854	12.800537	12.796969	12.795838	12.800493	12.800538
1.5	10.950099	10.957403	10.956952	10.95354	10.952033	10.951564	10.953588	10.953613
1.5	10.036415	10.041022	10.040738	10.038585	10.037637	10.037344	10.03863	10.038646
1.6	9.5845677	9.5884185	9.5881821	9.586382	9.5855902	9.5853458	9.586424	9.5864382
2.7	9.5822998	9.588675	9.5882837	9.5853041	9.5839931	9.5835885	9.5853736	9.5853972
2.8	9.5136682	9.5200313	9.5196409	9.5166668	9.5153585	9.5149548	9.5167373	9.516761
				n=0.2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4202488	9.4201097	9.4190496	9.4185835	9.4184398	9.4190752	9.4190837
1.2	13.434363	13.452477	13.451333	13.442891	13.439112	13.437904	13.442765	13.442806
1.5	12.578594	12.593777	12.592827	12.585744	12.582591	12.581595	12.585725	12.585767
1.5	10.828476	10.835175	10.834761	10.831631	10.83025	10.82982	10.831679	10.831702
1.5	9.9736052	9.9779456	9.9776786	9.97565	9.9747568	9.9744806	9.9756929	9.9757086
1.6	9.5528246	9.5564972	9.5562718	9.554555	9.5537999	9.5535668	9.5545953	9.5546089
2.7	9.5335781	9.5394669	9.5391056	9.5363531	9.5351422	9.5347686	9.536418	9.5364399
2.8	9.467404	9.4732816	9.4729211	9.4701738	9.4689654	9.4685927	9.4702396	9.4702615
				n=1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4202488	9.4201097	9.4190496	9.4185835	9.4184398	9.4190752	9.4190837
1.2	11.987216	11.996187	11.995628	11.991441	11.989583	11.988999	11.991459	11.991486
1.5	11.459477	11.467473	11.466976	11.463243	11.461591	11.461074	11.463279	11.463305
1.5	10.30444	10.308979	10.308699	10.306578	10.305644	10.305354	10.306619	10.306635
1.5	9.7613424	9.7647613	9.7645512	9.7629531	9.7622499	9.7620327	9.7629888	9.7630013
1.6	9.4888062	9.4918761	9.4916877	9.4902525	9.4896214	9.4894267	9.4902867	9.4902982
2.7	9.3813843	9.3855161	9.3852627	9.3833312	9.3824819	9.38222	9.3833782	9.3833937
2.8	9.3285687	9.3326909	9.3324381	9.330511	9.3296638	9.3294027	9.3305585	9.330574
				n=2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4202488	9.4201097	9.4190496	9.4185835	9.4184398	9.4190752	9.4190837
1.2	11.299284	11.305592	11.305201	11.302255	11.300952	11.300545	11.302288	11.302308
1.5	10.948338	10.954173	10.953812	10.951086	10.949883	10.949508	10.951125	10.951145
1.5	10.148608	10.152516	10.152275	10.150449	10.149644	10.149395	10.150485	10.150499
1.5	9.7428249	9.7459826	9.7457886	9.7443125	9.743663	9.7434624	9.7443456	9.7443572
1.6	9.536451	9.5393577	9.5391792	9.5378204	9.5372228	9.5370384	9.5378524	9.5378632
2.7	9.4565883	9.4602294	9.460006	9.4583038	9.4575553	9.4573245	9.4583447	9.4583583
2.8	9.4140109	9.4176442	9.4174213	9.4157228	9.4149759	9.4147456	9.4157639	9.4157775
				n=3				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4202488	9.4201097	9.4190496	9.4185835	9.4184398	9.4190752	9.4190837
1.2	11.055172	11.060695	11.060353	11.057773	11.056633	11.056278	11.057808	11.057826
1.5	10.786537	10.791732	10.791411	10.788984	10.787913	10.78758	10.789022	10.78904
1.5	10.11607	10.119774	10.119546	10.117815	10.117053	10.116817	10.11785	10.117863
1.5	9.7549452	9.7580091	9.7578208	9.7563886	9.7557584	9.7555638	9.7564207	9.7564319
1.6	9.5770741	9.5799209	9.5797461	9.5784153	9.57783	9.5776493	9.5784464	9.5784569
2.7	9.5614075	9.5649115	9.5646964	9.5630584	9.5623379	9.5621156	9.5630968	9.5631098
2.8	9.5262042	9.5297026	9.5294878	9.5278525	9.5271332	9.5269113	9.5278911	9.5279041
				n=10				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	1.2	1.5	1.5	1.5	1.6	2.7	2.8
1	9.4179813	9.4202488	9.4201097	9.4190496	9.4185835	9.4184398	9.4190752	9.4190837
1.2	10.673035	10.677475	10.677201	10.675126	10.674211	10.673927	10.67516	10.675176
1.5	10.535929	10.540188	10.539925	10.537935	10.537057	10.536785	10.53797	10.537984
1.5	9.9790293	9.9822325	9.9820355	9.9805383	9.9798791	9.9796753	9.9805698	9.9805814
1.5	9.7061046	9.7088769	9.7087066	9.7074106	9.7068404	9.7066644	9.70744	9.7074502
1.6	9.5975926	9.6002307	9.6000687	9.5988354	9.598293	9.5981256	9.5988641	9.5988739
2.7	9.7556157	9.7587619	9.7585686	9.7570979	9.7564508	9.7562509	9.7571308	9.7571423
2.8	9.7416968	9.7448445	9.7446511	9.7431797	9.7425322	9.7423323	9.7432127	9.7432243

Çizelge 5.40 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1411875	3.1412316	3.1414605	3.1414702	3.1409446
0.94	3.1857066	3.1857066	3.1857066	3.1855447	3.1855893	3.1858216	3.1858314	3.1852983
0.77	3.3310741	3.3310741	3.3310742	3.3309049	3.3309516	3.3311944	3.3312047	3.3306473
0.56	3.1763747	3.1763747	3.1763747	3.1762734	3.1763013	3.1764466	3.1764527	3.1761193
0.5	3.3418044	3.3418044	3.3418045	3.3416858	3.3417185	3.3418887	3.3418959	3.3415052
0.5	4.2086781	4.2086781	4.2086782	4.2083021	4.2084059	4.2089455	4.2089683	4.2077298
0.4	4.4801012	4.4801013	4.4801014	4.4796729	4.4797912	4.4804059	4.4804319	4.4790207
0.34	3.144042	3.144042	3.144042	3.1439779	3.1439956	3.1440876	3.1440914	3.1438803
n=0.2								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1411875	3.1412316	3.1414605	3.1414702	3.1409446
0.94	3.1818891	3.181889	3.1818891	3.1817274	3.181772	3.1820039	3.1820138	3.1814813
0.77	3.3129763	3.3129763	3.3129763	3.312808	3.3128544	3.3130959	3.3131061	3.3125517
0.56	3.1754795	3.1754795	3.1754795	3.1753728	3.1754023	3.1755553	3.1755618	3.1752104
0.5	3.3189113	3.3189113	3.3189113	3.3187888	3.3188225	3.3189984	3.3190058	3.3186021
0.5	4.0900115	4.0900115	4.0900116	4.089663	4.0897592	4.0902593	4.0902804	4.0891325
0.4	4.3183652	4.3183653	4.3183653	4.3179732	4.3180814	4.318644	4.3186678	4.3173765
0.34	3.1407011	3.1407011	3.1407011	3.1406293	3.1406491	3.140752	3.1407564	3.1405201
n=1								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1411875	3.1412316	3.1414605	3.1414702	3.1409446
0.94	3.1653592	3.1653592	3.1653592	3.1651984	3.1652427	3.1654735	3.1654832	3.1649536
0.77	3.2387701	3.2387701	3.2387701	3.2386055	3.2386509	3.238887	3.238897	3.238355
0.56	3.1327061	3.1327061	3.1327061	3.1325833	3.1326172	3.1327934	3.1328008	3.1323964
0.5	3.2106873	3.2106873	3.2106874	3.2105539	3.2105906	3.2107822	3.2107903	3.2103506
0.5	3.663088	3.663088	3.663088	3.6628299	3.6629011	3.6632715	3.6632871	3.6624369
0.4	3.7648681	3.7648681	3.7648681	3.7645918	3.764668	3.7650645	3.7650812	3.7641711
0.34	3.0670551	3.0670551	3.0670551	3.0669602	3.0669864	3.0671225	3.0671283	3.0668158
n=2								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1411875	3.1412316	3.1414605	3.1414702	3.1409446
0.94	3.1572532	3.1572532	3.1572532	3.1570928	3.157137	3.1573672	3.1573769	3.1568486
0.77	3.204618	3.204618	3.204618	3.2044552	3.2045001	3.2047337	3.2047436	3.2042074
0.56	3.1054184	3.1054184	3.1054184	3.1052898	3.1053253	3.1055098	3.1055176	3.1050941
0.5	3.1598845	3.1598844	3.1598845	3.1597475	3.1597852	3.1599818	3.1599901	3.159539
0.5	3.5079981	3.5079981	3.5079981	3.5077671	3.5078308	3.5081623	3.5081763	3.5074155
0.4	3.5719364	3.5719364	3.5719365	3.5716937	3.5717606	3.5721089	3.5721236	3.5713242
0.34	3.03978	3.0397801	3.0397801	3.0396745	3.0397036	3.0398551	3.0398615	3.0395137
n=3								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1411875	3.1412316	3.1414605	3.1414702	3.1409446
0.94	3.1532388	3.1532388	3.1532388	3.1530786	3.1531228	3.1533527	3.1533624	3.1528348
0.77	3.1881999	3.1881999	3.1881999	3.188038	3.1880826	3.188315	3.1883249	3.1877914
0.56	3.0960276	3.0960277	3.0960277	3.0958956	3.095932	3.0961215	3.0961295	3.0956945
0.5	3.1391096	3.1391096	3.1391096	3.1389705	3.1390088	3.1392085	3.1392169	3.1387587
0.5	3.4410334	3.4410334	3.4410334	3.4408132	3.4408738	3.4411899	3.4412033	3.4404778
0.4	3.4906065	3.4906065	3.4906065	3.4903767	3.4904401	3.4907699	3.4907838	3.4900268
0.34	3.0366984	3.0366984	3.0366984	3.036586	3.036617	3.0367784	3.0367852	3.0364147
n=10								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413471	3.1413471	3.1411875	3.1412316	3.1414605	3.1414702	3.1409446
0.94	3.1456454	3.1456454	3.1456454	3.1454856	3.1455296	3.1457589	3.1457686	3.1452423
0.77	3.1579855	3.1579855	3.1579855	3.1578251	3.1578693	3.1580995	3.1581093	3.1575808
0.56	3.1035552	3.1035552	3.1035552	3.103411	3.1034507	3.1036576	3.1036664	3.1031914
0.5	3.1221234	3.1221234	3.1221234	3.1219756	3.1220164	3.1222283	3.1222373	3.1217507
0.5	3.2957549	3.2957549	3.2957549	3.2955613	3.2956147	3.2958926	3.2959043	3.2952665
0.4	3.3202551	3.3202551	3.3202551	3.320056	3.3201109	3.3203965	3.3204086	3.319753
0.34	3.0728182	3.0728182	3.0728182	3.0726838	3.0727209	3.0729137	3.0729218	3.0724793

Çizelge 5.41 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 1. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413472	3.1413471	3.1413369	3.1413389	3.1413659	3.1413687	3.1413304
0.94	3.1857066	3.1857066	3.1857066	3.1856961	3.1856982	3.1857256	3.1857284	3.1856896
0.77	3.3310741	3.3310741	3.3310741	3.3310633	3.3310654	3.331094	3.331097	3.3310564
0.56	3.1763747	3.1763747	3.1763747	3.1763682	3.1763694	3.1763866	3.1763883	3.176364
0.5	3.3418044	3.3418044	3.3418044	3.3417968	3.3417983	3.3418184	3.3418204	3.341792
0.5	4.2086781	4.2086781	4.2086781	4.2086539	4.2086587	4.2087223	4.2087289	4.2086386
0.4	4.4801012	4.4801012	4.4801012	4.4800737	4.4800791	4.4801516	4.4801591	4.4800563
0.34	3.144042	3.144042	3.144042	3.1440379	3.1440387	3.1440496	3.1440506	3.1440353
				n=0.2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413472	3.1413471	3.1413369	3.1413389	3.1413659	3.1413687	3.1413304
0.94	3.1818891	3.181889	3.1818891	3.1818787	3.1818807	3.1819081	3.1819109	3.1818721
0.77	3.3129763	3.3129763	3.3129763	3.3129655	3.3129676	3.312996	3.312999	3.3129586
0.56	3.1754795	3.1754795	3.1754795	3.1754726	3.175474	3.175492	3.1754939	3.1754683
0.5	3.3189113	3.3189113	3.3189113	3.3189034	3.318905	3.3189257	3.3189278	3.3188984
0.5	4.0900115	4.0900115	4.0900115	4.0899891	4.0899935	4.0900524	4.0900586	4.0899749
0.4	4.3183652	4.3183653	4.3183652	4.31834	4.318345	4.3184113	4.3184182	4.318324
0.34	3.1407011	3.140701	3.1407011	3.1406965	3.1406973	3.1407095	3.1407107	3.1406935
				n=1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413472	3.1413471	3.1413369	3.1413389	3.1413659	3.1413687	3.1413304
0.94	3.1653592	3.1653592	3.1653592	3.1653488	3.1653509	3.1653781	3.1653809	3.1653423
0.77	3.2387701	3.23877	3.2387701	3.2387595	3.2387616	3.2387894	3.2387923	3.2387528
0.56	3.1327061	3.1327061	3.1327061	3.1326982	3.1326998	3.1327205	3.1327227	3.1326932
0.5	3.2106873	3.2106873	3.2106873	3.2106788	3.2106805	3.210703	3.2107053	3.2106733
0.5	3.663088	3.663088	3.663088	3.6630714	3.6630746	3.6631183	3.6631229	3.6630609
0.4	3.7648681	3.7648681	3.7648681	3.7648504	3.7648538	3.7649005	3.7649054	3.764839
0.34	3.0670551	3.0670551	3.0670551	3.067049	3.0670502	3.0670662	3.0670679	3.0670452
				n=2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413472	3.1413471	3.1413369	3.1413389	3.1413659	3.1413687	3.1413304
0.94	3.1572532	3.1572532	3.1572532	3.1572429	3.1572449	3.157272	3.1572748	3.1572363
0.77	3.204618	3.204618	3.204618	3.2046076	3.2046096	3.2046371	3.20464	3.2046009
0.56	3.1054184	3.1054184	3.1054184	3.1054102	3.1054118	3.1054335	3.1054358	3.1054049
0.5	3.1598845	3.1598844	3.1598844	3.1598757	3.1598774	3.1599006	3.1599029	3.1598701
0.5	3.5079981	3.5079981	3.5079981	3.5079833	3.5079862	3.5080253	3.5080293	3.5079739
0.4	3.5719364	3.5719364	3.5719364	3.5719208	3.5719238	3.5719649	3.5719692	3.5719109
0.34	3.03978	3.03978	3.0397801	3.0397733	3.0397746	3.0397924	3.0397943	3.0397689
				n=3				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413472	3.1413471	3.1413369	3.1413389	3.1413659	3.1413687	3.1413304
0.94	3.1532388	3.1532388	3.1532388	3.1532285	3.1532306	3.1532576	3.1532605	3.153222
0.77	3.1881999	3.1881999	3.1881999	3.1881895	3.1881916	3.1882189	3.1882218	3.1881829
0.56	3.0960276	3.0960277	3.0960276	3.0960192	3.0960208	3.0960432	3.0960455	3.0960138
0.5	3.1391096	3.1391096	3.1391096	3.1391007	3.1391025	3.139126	3.1391284	3.139095
0.5	3.4410334	3.4410334	3.4410334	3.4410192	3.441022	3.4410592	3.4410631	3.4410103
0.4	3.4906065	3.4906065	3.4906065	3.4905918	3.4905946	3.4906335	3.4906376	3.4905824
0.34	3.0366984	3.0366984	3.0366985	3.0366912	3.0366926	3.0367116	3.0367136	3.0366866
				n=10				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	3.1413471	3.1413472	3.1413471	3.1413369	3.1413389	3.1413659	3.1413687	3.1413304
0.94	3.1456454	3.1456454	3.1456454	3.1456351	3.1456371	3.1456641	3.145667	3.1456286
0.77	3.1579855	3.1579855	3.1579855	3.1579752	3.1579773	3.1580044	3.1580072	3.1579687
0.56	3.1035552	3.1035552	3.1035552	3.1035459	3.1035477	3.1035721	3.1035746	3.10354
0.5	3.1221234	3.1221234	3.1221234	3.1221139	3.1221158	3.1221407	3.1221433	3.1221078
0.5	3.2957549	3.2957549	3.2957549	3.2957425	3.295745	3.2957777	3.2957811	3.2957346
0.4	3.3202551	3.3202551	3.3202551	3.3202423	3.3202448	3.3202784	3.3202819	3.3202342
0.34	3.0728182	3.0728182	3.0728182	3.0728096	3.0728112	3.072834	3.0728363	3.0728041

Çizelge 5.42 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812125	6.2812139	6.2799298	6.2802858	6.2821267	6.2822045	6.2779757
0.94	6.3699096	6.3699101	6.3699116	6.368609	6.3689701	6.3708375	6.3709164	6.3666267
0.77	6.6605746	6.6605753	6.6605772	6.6592136	6.6595921	6.6615466	6.6616292	6.6571388
0.56	6.3518416	6.351842	6.3518429	6.3510285	6.3512543	6.3524218	6.3524711	6.3497891
0.5	6.6825342	6.6825347	6.682536	6.6815804	6.6818457	6.6832154	6.6832733	6.6801264
0.5	8.4137386	8.4137425	8.4137532	8.4106914	8.4115504	8.4159327	8.4161181	8.4060385
0.4	8.9560512	8.9560569	8.9560728	8.9525673	8.9535556	8.9585694	8.9587816	8.9472435
0.34	6.287548	6.2875482	6.2875487	6.2870331	6.287176	6.2879153	6.2879466	6.2862483
n=0.2								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812125	6.2812139	6.2799298	6.2802858	6.2821267	6.2822045	6.2779757
0.94	6.3622765	6.362277	6.3622785	6.3609775	6.3613382	6.3632033	6.3632821	6.3589976
0.77	6.624388	6.6243886	6.6243905	6.6230345	6.6234108	6.6253545	6.6254366	6.6209712
0.56	6.3500014	6.3500018	6.3500027	6.3491443	6.3493823	6.350613	6.350665	6.3478379
0.5	6.6367129	6.6367133	6.6367147	6.6357274	6.6360014	6.6374166	6.6374764	6.6342252
0.5	8.176677	8.1766801	8.176689	8.1738565	8.1746496	8.1787048	8.1788764	8.1695511
0.4	8.6329419	8.6329464	8.6329589	8.6297607	8.6306596	8.6352359	8.6354295	8.6249017
0.34	6.280806	6.2808062	6.2808068	6.2802298	6.2803897	6.2812171	6.281252	6.2793515
n=1								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812125	6.2812139	6.2799298	6.2802858	6.2821267	6.2822045	6.2779757
0.94	6.3292245	6.329225	6.3292265	6.3279324	6.3282911	6.3301464	6.3302248	6.325963
0.77	6.4760107	6.4760112	6.4760129	6.474688	6.4750555	6.4769547	6.4770349	6.472672
0.56	6.2643054	6.2643058	6.2643069	6.2633191	6.2635929	6.265009	6.2650688	6.261816
0.5	6.4201644	6.4201648	6.4201661	6.4190915	6.4193895	6.42093	6.4209951	6.4174562
0.5	7.3236962	7.3236976	7.3237018	7.3216155	7.3221964	7.3251857	7.325312	7.3184421
0.4	7.5270616	7.5270634	7.5270684	7.5248325	7.5254558	7.5286588	7.5287942	7.5214321
0.34	6.1333093	6.1333096	6.1333104	6.1325475	6.1327589	6.1338526	6.1338988	6.1313866
n=2								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812125	6.2812139	6.2799298	6.2802858	6.2821267	6.2822045	6.2779757
0.94	6.3130161	6.3130166	6.313018	6.3117273	6.3120851	6.3139355	6.3140137	6.3097631
0.77	6.4077219	6.4077225	6.407724	6.4064135	6.4067769	6.4086556	6.408735	6.4044192
0.56	6.2096679	6.2096683	6.2096693	6.2086352	6.2089218	6.2104044	6.2104671	6.2070613
0.5	6.3185182	6.3185186	6.3185199	6.3174178	6.3177233	6.3193033	6.31937	6.3157406
0.5	7.0137791	7.0137802	7.0137834	7.0119192	7.0124375	7.0151089	7.0152218	7.0090832
0.4	7.1415255	7.1415268	7.1415303	7.1395703	7.1401156	7.1429241	7.1430428	7.1365888
0.34	6.0786369	6.0786371	6.078638	6.0777888	6.078024	6.0792415	6.0792929	6.0764965
n=3								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812125	6.2812139	6.2799298	6.2802858	6.2821267	6.2822045	6.2779757
0.94	6.3049892	6.3049897	6.3049911	6.303702	6.3040594	6.3059074	6.3059855	6.3017404
0.77	6.374893	6.3748936	6.3748951	6.3735914	6.3739529	6.3758218	6.3759008	6.3716076
0.56	6.1908475	6.1908479	6.1908489	6.1897866	6.190081	6.1916041	6.1916684	6.1881699
0.5	6.2769423	6.2769427	6.2769439	6.2758245	6.2761348	6.2777397	6.2778075	6.2741208
0.5	6.8799595	6.8799605	6.8799633	6.8781869	6.8786805	6.8812264	6.881334	6.8754842
0.4	6.9789994	6.9790005	6.9790036	6.9771491	6.9776646	6.9803222	6.9804345	6.9743279
0.34	6.072394	6.0723943	6.0723951	6.0714907	6.0717412	6.0730379	6.0730927	6.0701143
n=10								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812125	6.2812139	6.2799298	6.2802858	6.2821267	6.2822045	6.2779757
0.94	6.2898059	6.2898064	6.2898078	6.288522	6.2888784	6.2907219	6.2907998	6.2865651
0.77	6.3144788	6.3144793	6.3144808	6.3131897	6.3135476	6.3153985	6.3154767	6.3112251
0.56	6.2057764	6.2057769	6.2057781	6.2046181	6.2049395	6.2066026	6.2066728	6.2028528
0.5	6.2428781	6.2428785	6.2428798	6.2416913	6.2420207	6.2437246	6.2437966	6.2398827
0.5	6.589684	6.5896847	6.5896868	6.5881268	6.5885597	6.5907958	6.5908903	6.5857532
0.4	6.6386277	6.6386285	6.6386306	6.6370269	6.637472	6.6397708	6.6398679	6.6345867
0.34	6.1443997	6.1444001	6.1444012	6.1433208	6.1436201	6.1451691	6.1452346	6.1416765

Çizelge 5.43 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 2. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812121	6.2812122	6.2811296	6.2811459	6.2813636	6.2813862	6.2810773
0.94	6.3699096	6.3699096	6.3699098	6.369826	6.3698425	6.3700633	6.3700863	6.3697729
0.77	6.6605746	6.6605747	6.6605749	6.6604871	6.6605045	6.6607358	6.6607598	6.6604316
0.56	6.3518416	6.3518417	6.3518417	6.3517894	6.3517997	6.3519378	6.3519521	6.3517562
0.5	6.6825342	6.6825343	6.6825344	6.6824729	6.6824851	6.6826471	6.682664	6.682434
0.5	8.4137386	8.413739	8.4137401	8.4135427	8.4135822	8.4141042	8.4141588	8.4134182
0.4	8.9560512	8.9560518	8.9560534	8.9558272	8.9558727	8.9564718	8.9565346	8.9556848
0.34	6.287548	6.287548	6.2875481	6.2875149	6.2875214	6.2876088	6.2876179	6.2874939
				n=0.2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812121	6.2812122	6.2811296	6.2811459	6.2813636	6.2813862	6.2810773
0.94	6.3622765	6.3622765	6.3622767	6.362193	6.3622095	6.36243	6.362453	6.36214
0.77	6.624388	6.624388	6.6243882	6.624301	6.6243182	6.6245482	6.6245721	6.6242458
0.56	6.3500014	6.3500015	6.3500016	6.3499463	6.3499573	6.3501028	6.3501179	6.3499114
0.5	6.6367129	6.6367129	6.636713	6.6366495	6.6366621	6.6368295	6.6368469	6.6366093
0.5	8.176677	8.1766773	8.1766782	8.1764957	8.1765321	8.1770146	8.1770649	8.1763805
0.4	8.6329419	8.6329424	8.6329436	8.6327374	8.6327787	8.6333245	8.6333816	8.6326074
0.34	6.280806	6.280806	6.2808061	6.280769	6.2807763	6.2808741	6.2808843	6.2807455
				n=1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812121	6.2812122	6.2811296	6.2811459	6.2813636	6.2813862	6.2810773
0.94	6.3292245	6.3292246	6.3292247	6.3291415	6.3291579	6.3293773	6.3294001	6.3290888
0.77	6.4760107	6.4760107	6.4760109	6.4759257	6.4759425	6.4761671	6.4761905	6.4758717
0.56	6.2643054	6.2643055	6.2643056	6.264242	6.2642546	6.264422	6.2644394	6.2642018
0.5	6.4201644	6.4201644	6.4201645	6.4200954	6.4201091	6.4202912	6.4203102	6.4200516
0.5	7.3236962	7.3236963	7.3236967	7.3235624	7.3235891	7.3239435	7.3239804	7.3234775
0.4	7.5270616	7.5270618	7.5270623	7.5269183	7.5269469	7.5273269	7.5273665	7.5268273
0.34	6.1333093	6.1333094	6.1333094	6.1332604	6.1332701	6.1333993	6.1334127	6.1332293
				n=2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812121	6.2812122	6.2811296	6.2811459	6.2813636	6.2813862	6.2810773
0.94	6.3130161	6.3130161	6.3130162	6.3129332	6.3129496	6.3131684	6.3131911	6.3128807
0.77	6.4077219	6.407722	6.4077221	6.4076378	6.4076545	6.4078766	6.4078997	6.4075845
0.56	6.2096679	6.2096679	6.209668	6.2096015	6.2096146	6.2097899	6.2098081	6.2095594
0.5	6.3185182	6.3185182	6.3185184	6.3184475	6.3184615	6.3186483	6.3186677	6.3184026
0.5	7.0137791	7.0137792	7.0137795	7.0136595	7.0136833	7.0139997	7.0140326	7.0135837
0.4	7.1415255	7.1415256	7.141526	7.1413998	7.1414248	7.1417576	7.1417923	7.1413201
0.34	6.0786369	6.0786369	6.078637	6.0785824	6.0785931	6.078737	6.078752	6.0785478
				n=3				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812121	6.2812122	6.2811296	6.2811459	6.2813636	6.2813862	6.2810773
0.94	6.3049892	6.3049892	6.3049894	6.3049064	6.3049228	6.3051413	6.305164	6.3048539
0.77	6.374893	6.3748931	6.3748932	6.3748094	6.374826	6.3750469	6.3750699	6.3747563
0.56	6.1908475	6.1908475	6.1908476	6.1907793	6.1907928	6.1909728	6.1909915	6.190736
0.5	6.2769423	6.2769423	6.2769425	6.2768704	6.2768847	6.2770744	6.2770941	6.2768249
0.5	6.8799595	6.8799596	6.8799599	6.8798456	6.8798682	6.8801697	6.880201	6.8797733
0.4	6.9789994	6.9789995	6.9789998	6.9788805	6.9789041	6.9792189	6.9792516	6.978805
0.34	6.072394	6.072394	6.0723941	6.0723359	6.0723474	6.0725006	6.0725165	6.0722991
				n=10				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	6.281212	6.2812121	6.2812122	6.2811296	6.2811459	6.2813636	6.2813862	6.2810773
0.94	6.2898059	6.289806	6.2898061	6.2897234	6.2897398	6.2899577	6.2899803	6.2896711
0.77	6.3144788	6.3144789	6.314479	6.314396	6.3144124	6.3146312	6.3146539	6.3143434
0.56	6.2057764	6.2057765	6.2057766	6.205702	6.2057167	6.2059133	6.2059337	6.2056548
0.5	6.2428781	6.2428781	6.2428783	6.2428018	6.2428169	6.2430183	6.2430393	6.2427534
0.5	6.589684	6.5896841	6.5896843	6.5895839	6.5896038	6.5898683	6.5898958	6.5895204
0.4	6.6386277	6.6386278	6.638628	6.6385248	6.6385452	6.6388172	6.6388455	6.6384595
0.34	6.1443997	6.1443998	6.1443999	6.1443304	6.1443441	6.1445272	6.1445462	6.1442864

Çizelge 5.44 *nb*=0.1 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

n=0.1								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179901	9.4180148	9.4135676	9.4148284	9.4211799	9.4214487	9.4068056
0.94	9.5509651	9.5509745	9.5510011	9.5464837	9.5477664	9.5542168	9.5544897	9.5396163
0.77	9.9867532	9.9867652	9.9867988	9.9820472	9.983404	9.9901831	9.9904702	9.9748289
0.56	9.5254081	9.5254139	9.5254304	9.52261	9.5234104	9.5274389	9.5276094	9.518325
0.5	10.020992	10.021001	10.021025	10.017697	10.018647	10.023396	10.023597	10.012644
0.5	12.610534	12.610609	12.610817	12.599609	12.602989	12.618833	12.619506	12.582681
0.4	13.422153	13.422269	13.422588	13.409449	13.413514	13.431999	13.432786	13.38967
0.34	9.4299307	9.4299342	9.4299442	9.4281612	9.4286666	9.4312142	9.431322	9.4254531
n=0.2								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179901	9.4180148	9.4135676	9.4148284	9.4211799	9.4214487	9.4068056
0.94	9.539521	9.5395304	9.5395569	9.5350455	9.5363263	9.5427681	9.5430407	9.5281872
0.77	9.9325006	9.9325122	9.9325448	9.9278227	9.9291702	9.9359079	9.9361932	9.9206486
0.56	9.5225187	9.5225248	9.5225421	9.5195689	9.5204127	9.5246593	9.5248391	9.5150515
0.5	9.952172	9.9521805	9.9522044	9.9487684	9.949749	9.9546524	9.9548601	9.9435508
0.5	12.255806	12.255867	12.256037	12.245759	12.248828	12.263381	12.263999	12.230219
0.4	12.93874	12.938829	12.939074	12.927263	12.930859	12.947526	12.948235	12.909445
0.34	9.4196615	9.4196655	9.4196766	9.4176811	9.4182467	9.4210977	9.4212184	9.41465
n=1								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179901	9.4180148	9.4135676	9.4148284	9.4211799	9.4214487	9.4068056
0.94	9.4899661	9.4899752	9.490001	9.4855158	9.4867884	9.4931934	9.4934644	9.4786968
0.77	9.7100404	9.7100507	9.7100797	9.7054775	9.7067869	9.7133563	9.7136344	9.698483
0.56	9.3935927	9.3935993	9.3936182	9.3902004	9.3911689	9.3960512	9.3962578	9.3850056
0.5	9.6271025	9.6271106	9.6271333	9.6234056	9.6244649	9.6297876	9.6300129	9.6177412
0.5	10.978951	10.978979	10.979056	10.971677	10.973819	10.984317	10.984762	10.960484
0.4	11.283435	11.283468	11.283561	11.275612	11.277933	11.289232	11.289711	11.263562
0.34	9.1978921	9.1978968	9.1979102	9.1952766	9.1960212	9.1997849	9.1999441	9.1912739
n=2								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179901	9.4180148	9.4135676	9.4148284	9.4211799	9.4214487	9.4068056
0.94	9.4656641	9.4656731	9.4656985	9.4612262	9.4624947	9.4688817	9.4691519	9.4544265
0.77	9.6076531	9.6076628	9.6076903	9.6031427	9.6044349	9.6109275	9.6112023	9.5962302
0.56	9.3114794	9.3114862	9.3115052	9.3079291	9.3089416	9.3140505	9.3142667	9.3024927
0.5	9.4745363	9.474544	9.4745658	9.4707484	9.4718312	9.4772833	9.4775141	9.464946
0.5	10.514831	10.514851	10.514908	10.508363	10.510247	10.519572	10.519967	10.498425
0.4	10.706087	10.70611	10.706175	10.699274	10.701267	10.711094	10.71151	10.688799
0.34	9.1155719	9.115577	9.1155913	9.1126613	9.113489	9.1176766	9.1178538	9.108207
n=3								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179901	9.4180148	9.4135676	9.4148284	9.4211799	9.4214487	9.4068056
0.94	9.453629	9.453638	9.4536632	9.4491972	9.4504638	9.4568418	9.4571117	9.4424071
0.77	9.5584317	9.5584412	9.5584679	9.5539465	9.5552305	9.5616864	9.5619596	9.5470732
0.56	9.2831499	9.2831567	9.283176	9.2795032	9.2805427	9.28579	9.286012	9.2739194
0.5	9.4121077	9.4121153	9.4121368	9.4082613	9.4093598	9.4148954	9.4151297	9.4023699
0.5	10.314411	10.314429	10.314479	10.308259	10.310044	10.31891	10.319285	10.298812
0.4	10.462677	10.462697	10.462753	10.456247	10.458118	10.467389	10.467781	10.446367
0.34	9.1060038	9.1060091	9.1060243	9.1029036	9.1037851	9.1082452	9.1084339	9.0981588
n=10								
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179901	9.4180148	9.4135676	9.4148284	9.4211799	9.4214487	9.4068056
0.94	9.4308649	9.4308737	9.4308987	9.4264447	9.4277075	9.4340686	9.4343378	9.4196725
0.77	9.4678533	9.4678623	9.4678877	9.4634143	9.4646832	9.4710717	9.471342	9.4566129
0.56	9.3052174	9.3052249	9.3052462	9.3012342	9.30237	9.3081014	9.3083439	9.2951339
0.5	9.3607775	9.3607854	9.3608077	9.3566948	9.35786	9.3637349	9.3639835	9.3504414
0.5	9.8797686	9.8797817	9.8798184	9.8743869	9.8759358	9.8836856	9.8840137	9.8661321
0.4	9.9530313	9.9530452	9.9530841	9.9474952	9.9490906	9.9570638	9.9574013	9.9390019
0.34	9.2134073	9.213414	9.213433	9.2097	9.2107558	9.2160897	9.2163153	9.2040237

Çizelge 5.45 *nb*=10 iken; ρ_r(kiriş), ρ_r(çubuk), E_r(kiriş), E_r(çubuk) ve *n* parametrelerindeki değişimin 3. frekans parametreleri üzerindeki etkisi

				n=0.1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179822	9.4179847	9.4176977	9.4177557	9.4185171	9.418597	9.4175172
0.94	9.5509651	9.550966	9.5509687	9.550677	9.5507361	9.5515101	9.5515914	9.5504937
0.77	9.9867532	9.9867544	9.9867578	9.9864507	9.9865132	9.9873297	9.9874157	9.9862581
0.56	9.5254081	9.5254087	9.5254104	9.5252282	9.5252651	9.5257484	9.5257992	9.5251138
0.5	10.020992	10.020993	10.020996	10.020781	10.020824	10.021397	10.021457	10.020646
0.5	12.610534	12.610541	12.610563	12.609831	12.609988	12.611968	12.612182	12.609379
0.4	13.422153	13.422165	13.422198	13.421335	13.421526	13.423878	13.424135	13.420808
0.34	9.4299307	9.4299311	9.4299321	9.4298169	9.4298402	9.4301456	9.4301777	9.4297445
				n=0.2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179822	9.4179847	9.4176977	9.4177557	9.4185171	9.418597	9.4175172
0.94	9.539521	9.539522	9.5395246	9.5392334	9.5392923	9.5400653	9.5401465	9.5390503
0.77	9.9325006	9.9325018	9.932505	9.9321999	9.932262	9.9330731	9.9331585	9.9320084
0.56	9.5225187	9.5225193	9.522521	9.522329	9.5223679	9.5228774	9.5229309	9.5222084
0.5	9.952172	9.9521728	9.9521752	9.9519531	9.9519983	9.9525887	9.9526509	9.9518138
0.5	12.255806	12.255812	12.255829	12.25516	12.255302	12.257108	12.257303	12.254745
0.4	12.93874	12.938749	12.938774	12.938002	12.93817	12.940267	12.940494	12.937527
0.34	9.4196615	9.4196619	9.419663	9.4195342	9.4195602	9.419902	9.4199379	9.4194532
				n=1				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179822	9.4179847	9.4176977	9.4177557	9.4185171	9.418597	9.4175172
0.94	9.4899661	9.489967	9.4899696	9.4896801	9.4897386	9.4905069	9.4905875	9.4894981
0.77	9.7100404	9.7100414	9.7100444	9.7097471	9.7098074	9.7105968	9.7106798	9.7095604
0.56	9.3935927	9.3935933	9.3935952	9.3933746	9.3934192	9.3940043	9.3940658	9.3932359
0.5	9.6271025	9.6271033	9.6271056	9.6268649	9.6269136	9.6275528	9.6276199	9.6267136
0.5	10.978951	10.978954	10.978962	10.978484	10.978583	10.979861	10.979996	10.978185
0.4	11.283435	11.283438	11.283448	11.282932	11.283039	11.28442	11.284567	11.282611
0.34	9.1978921	9.1978926	9.1978939	9.197724	9.1977583	9.1982087	9.1982559	9.1976171
				n=2				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179822	9.4179847	9.4176977	9.4177557	9.4185171	9.418597	9.4175172
0.94	9.4656641	9.465665	9.4656676	9.4653789	9.4654372	9.4662032	9.4662836	9.4651974
0.77	9.6076531	9.607654	9.6076568	9.6073632	9.6074226	9.6082021	9.608284	9.6071787
0.56	9.3114794	9.3114801	9.311482	9.3112512	9.3112978	9.3119098	9.311974	9.3111061
0.5	9.4745363	9.4745371	9.4745393	9.4742928	9.4743427	9.4749965	9.4750652	9.4741379
0.5	10.514831	10.514833	10.514839	10.514415	10.514502	10.515631	10.51575	10.51415
0.4	10.706087	10.706089	10.706096	10.705649	10.705741	10.706933	10.707059	10.705369
0.34	9.1155719	9.1155724	9.1155739	9.1153849	9.1154229	9.1159238	9.1159763	9.1152659
				n=3				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179822	9.4179847	9.4176977	9.4177557	9.4185171	9.418597	9.4175172
0.94	9.453629	9.4536299	9.4536325	9.4533442	9.4534025	9.4541673	9.4542476	9.453163
0.77	9.5584317	9.5584327	9.5584353	9.5581434	9.5582025	9.5589773	9.5590587	9.55796
0.56	9.2831499	9.2831506	9.2831525	9.2829155	9.2829633	9.2835917	9.2836576	9.2827664
0.5	9.4121077	9.4121084	9.4121106	9.4118605	9.411911	9.4125746	9.4126442	9.4117031
0.5	10.314411	10.314413	10.314418	10.314016	10.314098	10.315169	10.315282	10.313763
0.4	10.462677	10.462679	10.462685	10.462264	10.46235	10.463472	10.463591	10.462001
0.34	9.1060038	9.1060043	9.1060058	9.1058045	9.105845	9.1063785	9.1064344	9.1056778
				n=10				
ρr(çubuk) / ρr(kiriş)	1	0.94	0.77	0.56	0.5	0.5	0.4	0.34
1	9.4179813	9.4179822	9.4179847	9.4176977	9.4177557	9.4185171	9.418597	9.4175172
0.94	9.4308649	9.4308658	9.4308683	9.4305808	9.4306389	9.4314015	9.4314816	9.4304001
0.77	9.4678533	9.4678542	9.4678567	9.467568	9.4676264	9.4683925	9.4684729	9.4673864
0.56	9.3052174	9.3052181	9.3052203	9.3049614	9.3050136	9.3057001	9.3057721	9.3047985
0.5	9.3607775	9.3607783	9.3607805	9.3605151	9.3605687	9.3612727	9.3613465	9.3603481
0.5	9.8797686	9.8797699	9.8797736	9.8794227	9.879494	9.8804266	9.8805247	9.8792025
0.4	9.9530313	9.9530327	9.9530367	9.9526755	9.952749	9.953709	9.9538101	9.9524489
0.34	9.2134073	9.213408	9.2134099	9.213169	9.2132176	9.2138561	9.213923	9.2130175

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Ramazan BAYRAK

Doğum Tarihi ve Yeri : 02.06.1990 DİNAR

Yabancı Dili :İngilizce

E-posta :rbayrak@yildiz.edu.tr

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Lisans	Makine Mühendisliği	Erciyes Üniversitesi	2013
Lise	Sayısal	Etimesgut Anadolu Lisesi	2008

İŞ TECRÜBESİ

Yıl	Firma/Kurum	Görevi
2014-	Yıldız Teknik Üniversitesi	Araştırma Görevlisi
2012-2013	Merkez Çelik A.Ş	Tasarım Mühendisi

YAYINLARI

Bildiri

1. Bayrak, R., Kenan, H., ve Demir, C. (2016). “HARMONIC ANALYSIS OF A SPRING SUPPORTED FUNCTIONALLY GRADED BAR”, OPROTEH 2016, 2-4 June 2016, Bacau.