T.C.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GELİŞTİRİLMİŞ SONLU ELEMANLAR ALGORİTMASI İLE DÜZLEM ELASTO-PLASTİK BETONARME ÇERÇEVE SİSTEMİNİN MODELLENMESİ

Semiha HAYRİOĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yapı Programı

Danışman

Doç. Dr. Serkan BEKİROĞLU

Ekim, 2022

T.C.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GELİŞTİRİLMİŞ SONLU ELEMANLAR ALGORİTMASI İLE DÜZLEM ELASTO-PLASTİK BETONARME ÇERÇEVE SİSTEMİNİN MODELLENMESİ

Semiha HAYRİOĞLU tarafından hazırlanan tez çalışması 21.10.2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Yapı Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Serkan BEKİROĞLU
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Serkan BEKİROĞLU, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Prof. Dr. Tayfun DEDE, Üye
Karadeniz Teknik Üniversitesi _____

Doç. Dr. Yıldırım Serhat ERDOĞAN, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Danışmanım Doç. Dr. Serkan BEKİROĞLU sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Geliştirilmiş Sonlu Elemanlar Algoritması İle Düzlem Elasto-Plastik Betonarme Çerçeve Sisteminin Modellenmesi başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Semiha HAYRİOĞLU

Aileme

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının hazırlanmasında, bilgi ve deneyimlerini esirgemeyen değerli hocam ve tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Serkan BEKİROĞLU'na aynı zamanda gösterdiği hoşgörü ve destek için şükranlarımı sunarım.

Çalışmalar sırasında bilgi ve fikirleriyle yaptığı katkılardan dolayı Sayın Doç. Dr. Yıldırım Serhat ERDOĞAN'a teşekkürlerimi borç bilirim.

Çalışma sonundaki değerli katkılarından dolayı Sayın Prof. Dr. Tayfun DEDE'ye teşekkürlerimi sunarım.

Maddi ve manevi destekleriyle her zaman yanımda olan aileme ve dostlarıma minnettarım.

Semiha HAYRİOĞLU

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ vii

KISALTMA LİSTESİ ix

ŞEKİL LİSTESİ x

TABLO LİSTESİ xiii

ÖZET xiv

ABSTRACT xvi

1 GİRİŞ 1

1.1 Literatür Özeti ... 1

1.2 Tezin Amacı ... 3

1.3 Hipotez ... 4

2 SONLU ELEMANLAR METODU 5

2.1 İki Boyutlu Formülasyonlar ... 5

2.1.1 Dörtgen Sonlu Elemanlar ... 5

2.1.2 Gauss İntegrasyonu ... 6

2.1.3 Newton Raphson Algoritması ... 10

3 YAPILAN ÇALIŞMADA KULLANILAN PLASTİSİTE MODELLERİ 12

3.1 Elasto-Plastik Malzeme ... 12

3.2 Plastisite Modeli ... 13

3.2.1 Von Mises Modeli ... 13

3.2.2 Sınırlandırılmış (Capped) Drucker-Prager Modeli ... 15

3.2.3 Elastik Tahmin-Plastik Dönüş Algoritması(Return Mapping Algorithm) ... 18

3.2.4 Genleşme Oranı ... 19

3.2.5 Beton Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkisi ... 20

4 MANDER MODELİNİN GELİŞTİRİLEN PROGRAM İÇERİSİNDE TANIMLANMASI 24

4.1 Gerilme-Şekil Değiştirme Eğrisini Takip Eden Değerlerin Türetilmesi ... 24

4.1.1 Tanjant Elastisite Modülü ... 24

4.1.2 Poisson Oranı ... 25

4.1.3 Sekant Elastisite Modülü ... 26

4.1.4 Elastisite Modülü ... 26

4.1.5 Hasar Parametresi ... 27

4.1.6 Genleşme Oranı 28
4.1.7 Genleşme Açısı 29
4.1.8 Kayma Modülü 29
4.1.9 İçsel Sürtünme Açısı 29
4.1.10 Kohezyon 30
4.1.11 Plastik Şekil Değiştirme Miktarı 30
5 GELİŞTİRİLEN PROGRAMDAKİ DÖNÜŞ ALGORİTMALARI 34
5.1 Konik Akma Yüzeyine Dönüş Algoritması 37
5.2 Konik Akma Yüzeyinin Uç Noktasına Dönüş Algoritması 39
5.3 Sınırlandırılmış Bölgeye Ait Akma Yüzeyine Dönüş Algoritması 41
5.4 Sınırlandırılmış Yüzey ve Konik Akma Yüzeyinin Kesişim Noktasına Dönüş Algoritması 44
5.5 Sınırlandırılmış Akma Yüzeyinin Uç Noktasına Dönüş Algoritması 46
6 ÖRNEK PROBLEMLER 47
6.1 Mander Modeli ve Türetilen Malzeme Parametreleri 47
6.2 Betonarme Konsol Kiriş 51
6.3 Tek Donatılı Betonarme Kesit 65
6.4 Betonarme Çerçeve Sistem 70
7 SONUÇ VE ÖNERİLER 81
KAYNAKÇA 83
A PROGRAM İÇERİSİNDEKİ ALGORİTMALAR 85
B TARAFSIZ EKSEN GRAFİKLERİ 103
TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR 105

SİMGE LİSTESİ

α_i	Ağırlık Katsayıları
Φ	Akma Fonksiyonu
σ_y	Akma Gerilmesi
$\Delta\gamma^a$, $\Delta\gamma^b$	Artımlı Plastik Çarpan
I_c	Atalet Momenti
α	Basınç Duyarlılığı Katsayısı
E_c	Başlangıç Elastisite Modülü
μ_0	Başlangıç Genleşme Oranı
f_c	Beton Basınç Dayanımı
ε_c	Beton Basınç Birim Şekil Değiştirmesi
E_c	Betonun Elastisite Modülü
D	Beton Silindir Çapı
A_s	Boyuna Donatı Alanı
ε_{cudr}	Çökme Şekil Değiştirmesi Değeri
J	Deformasyon Haritasının Jacobian Matrisi
s_{n+1}	Deviatorik Gerilme
J_2	Deviatorik Gerilme Tensörünün İkinci İnvaryantı
I_d	Deviatorik İzdüşüm Tensörü
$\xi, \eta, \bar{\eta}$	Drucker-Prager Parametreleri
ε_c	Eksenel Şekil Değiştirme
E	Elastisite Modülü
w_n	Eleman Kalınlığı
f_{yw}	Enine Donatının Akma Dayanımı
s	Enine Donatı Aralığı
t_j	Enine Donatı Kalınlığı
σ_{eff}	Efektif Gerilme Değeri
f_e	Efektif Sargılama Basıncı
μ	Genleşme Oranı
μ_{max}	Genleşme Oranının Maksimum Değeri
h_o, b_o	Göbek Betonunu Sargılayan Etriyelerin Eksenleri Arasında Kalan Kesit Boyutu
K	Hacimsel Modül
ε_v	Hacimsel Şekil Değiştirme
p	Hidrostatik Basınç
p_{n+1}	Hidrostatik Gerilme
F_1	İç Kuvvet Vektörü
h_i	i. İnterpolasyon Noktasına Ait İnterpolasyon Fonksiyonu
r_i, s_i	i. İntegrasyon Noktasının Yerel Koordinat Sisteminde Yatay ve Düşey Eksen Değerleri
u_i	i. İntegrasyon Noktasındaki Yatay Yer Değiştirme
v_i	i. İntegrasyon Noktasındaki Düşey Yer Değiştirme
σ_{i+1}	(i+1). İterasyon için Gerilme Değeri
E_{e_i}	i. Plastik Şekil Değiştirme Adımına Denk Gelen Elastisite Modülü
μ_i	i. Plastik Şekil Değiştirme Adımına Denk Gelen Genleşme Oranı

d_i	i. Plastik Şekil Değiştirme Adımına Denk Gelen Hasar Parametresi
ϕ_i	i. Plastik Şekil Değiştirme Adımına Denk Gelen İçsel Sürtünme Açısı
G_i	i. Plastik Şekil Değiştirme Adımına Denk Gelen Kayma Modülü
c_i	i. Plastik Şekil Değiştirme Adımına Denk Gelen Kohezyon
ε_{p_i}	i. Plastik Şekil Değiştirme Adımına Denk Plastik Şekil Değiştirme Miktarı
ν_i	i. Plastik Şekil Değiştirme Adımına Denk Gelen Poisson Oranı
E_{s_i}	i. Plastik Şekil Değiştirme Adımına Denk Gelen Sekant Elastisite Modülü
E_{t_i}	i. Plastik Şekil Değiştirme Adımına Denk Gelen Tanjant Elastisite Modülü
τ_{xy}	Kayma Gerilmesi
a_i	Kesit Çevresindeki Düşey Donatıların Eksenleri Arasındaki Uzaklık
c	Kohezyon
$\bar{\varepsilon}^p_{n+1}$	Kümülatif Plastik Şekil Değiştirme
ε_{cu}	Maksimum Basınç Birim Şekil Değiştirmesi
C	Malzeme Matrisi
μ_u	Nihai Genleşme Oranı
H	Pekleşme Parametresi
κ	Plastik Değişken
ν	Poisson Oranı
K	Rijitlik Matrisi
f_{cc}	Sargılı Beton Dayanımı
f_{co}	Sargısız Betonun Basınç Dayanımı
k_e	Sargılama Etkinlik Katsayısı Oranı
E_{sec}	Sekant Ekastisite Modülü
Φ^a	Sınırlandırılmış Drucker-Prager Modeli Konik Akma Yüzeyine Ait Akma Fonksiyonu
Φ^b	Sınırlandırılmış Drucker-Prager Modeli Sınır Bölgesinin Akma Yüzeyine Ait Akma Fonksiyonu
B	Sonlu Eleman Gradyan Operatörü (Şekil Değiştirme- Yer Değiştirme Matrisi)
F	Teğet Rijitlik Matrisi
v	Toplam Düşey Yer Değiştirme
ρ	Toplam Enine Donatının Hacimsel Oranı
u	Toplam Yatay Yer Değiştirme
D^p_{n+1}	Tutarlı Teğet Modülü
$\Delta\varepsilon^p_v$	Volumetrik Plastik Şekil Değiştirme Artışı
k	Yanal Rijitlik
ε_r	Yanal Şekil Değiştirme
Û	Yer Değiştirme Matrisi

KISALTMA LİSTESİ

BBHP	Basitleştirilmiş Beton Hasar Plastisitesi
BHP	Beton Hasar Plastisitesi
TBDY	Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Dörtgen eleman: (a) yerel koordinat sisteminde (b) global koordinat sisteminde 5
Şekil 2.2 Dörtgen elemana ait yerel koordinat sistemi ve integrasyon noktaları.. 6
Şekil 2.3 Tek doğrultulu Newton Raphson yöntemi 10
Şekil 2.4 Modifiye edilmiş Newton Raphson yöntemi 11
Şekil 3.1 Malzemenin doğrusal olmama durumları: (a) doğrusal olmayan elastik (Krabbenhoft, 2002) (b) elasto-plastik (Hafezolghorani vd., 2017) 12
Şekil 3.2 Gerilme uzayında von Mises akma yüzeyi 14
Şekil 3.3 Gerilme uzayında Drucker-Prager akma yüzeyi (Owen vd., 2008) 15
Şekil 3.4 p-q düzleminde sınırlandırılmış Drucker-Prager akma yüzeyi 16
Şekil 3.5 Genelleştirilmiş dönüş şeması. Geometrik yorumlama: (a) pekleşme plastisitesi; (b) mükemmel plastisite (Owen vd., 2008) 18
Şekil 3.6 Genleşme oranı ve şekil değiştirme ilişkisi 20
Şekil 3.7 Sargılı ve sargısız betonun tek yönlü (monotonik) yüklemesi için önerilen gerilme-şekil değiştirme modeli 21
Şekil 3.8 Sargılı dikdörtgen kesite ait boyutlar 22
Şekil 4.1 Hacimsel modülün sabit olması üzerine betonun gerilme-şekil değiştirme grafiği 25
Şekil 4.2 Tek eksenli basınç yüklemesi altında beton davranışı (Hafezolghorani vd. 2017) 28
Şekil 4.3 Mohr dairesi ve kırılma zarfı 30
Şekil 5.1 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait dönüş algoritmalarının akış diyagramı 36
Şekil 5.2 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait 1. dönüş algoritmasının akış diyagramı 39
Şekil 5.3 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait 2. dönüş algoritmasının akış diyagramı 41
Şekil 5.4 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait 3. dönüş algoritmasının akış diyagramı 43
Şekil 5.5 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait 4. dönüş algoritmasının akış diyagramı 45
Şekil 5.6 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait 5. dönüş algoritmasının akış diyagramı 46
Şekil 6.1 Mander modeline göre tanımlanan beton gerilme-şekil değiştirme ilişkisi 47
Şekil 6.2 Poisson oranının şekil değiştirme ile değişimi 48
Şekil 6.3 Genleşme oranının şekil değiştirme ile değişimi 48
Şekil 6.4 Kohezyonun şekil değiştirme ile değişimi 49
Şekil 6.5 İçsel sürtünme açısının şekil değiştirme ile değişimi 49
Şekil 6.6 Sekant elastisite modülünün şekil değiştirme ile değişimi 50
Şekil 6.7 Kayma modülünün şekil değiştirme ile değişimi 50
Şekil 6.8 Konsol kirişin sonlu elemanlar modellemesi 52

Şekil 6.9 Konsol kiriş için sınırlandırılmış Drucker-Prager akma yüzeyi 53
Şekil 6.10 Konsol kirişe ait x ekseni doğrultusundaki gerilme dağılımı 54
Şekil 6.11 Konsol kirişe ait y ekseni doğrultusundaki gerilme dağılımı 54
Şekil 6.12 Konsol kirişe ait kesme gerilmesi dağılımı 55
Şekil 6.13 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarının konumları 56
Şekil 6.14 Konsol kirişin 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarına ait gerilme geçmişi 56
Şekil 6.15 Konsol kirişin 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarına ait plastik şekil değiştirme geçmişi 57
Şekil 6.16 Konsol kirişin 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarına ait toplam şekil değiştirme geçmişi 58
Şekil 6.17 Konsol kirişin 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarına ait von Mises gerilmesi geçmişi 58
Şekil 6.18 Konsol kirişe ait kümülatif plastik şekil değiştirme ve efektif gerilme ilişkisi 59
Şekil 6.19 Tek eksenli basınç altında betonun tipik hacimsel davranışı (Carrazedo vd. 2013) 60
Şekil 6.20 Konsol kirişin yükleme noktasına ait yük (N)- yer değiştirme (mm) ilişkisi 61
Şekil 6.21 Konsol kirişin yükleme noktasındaki yer değiştirme miktarı 61
Şekil 6.22 Konsol kirişin yükleme noktasına ait moment (Nm) ve dönme (rad) ilişkisi 62
Şekil 6.23 Konsol kirişte iterasyonlar sonunda x ekseni doğrultusunda oluşan toplam şekil değiştirme grafiği ve tarafsız eksen gösterimi 62
Şekil 6.24 Konsol kirişte iterasyonlar sonunda x ekseni doğrultusunda oluşan toplam gerilme grafiği 63
Şekil 6.25 Konsol kirişe ait beton malzemesindeki hasar dağılımı 63
Şekil 6.26 Konsol kirişe ait x ekseni doğrultusundaki plastik şekil değiştirme dağılımı 64
Şekil 6.27 Konsol kirişe ait y ekseni doğrultusundaki plastik şekil değiştirme dağılımı 64
Şekil 6.28 Konsol kirişe ait plastik kayma şekil değiştirmesi dağılımı 65
Şekil 6.29 Beton gerilme-şekil değiştirme diyagramı 67
Şekil 6.30 Gerilme değişimi 68
Şekil 6.31 Şekil değiştirme değişimi 68
Şekil 6.32 Eğrilik değişimi 69
Şekil 6.33 Tarafsız eksen derinliğinin değişimi 69
Şekil 6.34 Çerçeve sistemin sonlu elemanlar modellemesi 70
Şekil 6.35 Çerçeve sistemin sonlu elemanlar modellemesinden bir kesit 71
Şekil 6.36 Çerçeve sistem için sınırlandırılmış Drucker-Prager akma yüzeyi 72
Şekil 6.37 Çerçeve sisteme ait x ekseni doğrultusundaki gerilme dağılımı 72
Şekil 6.38 Çerçeve sisteme ait y ekseni doğrultusundaki gerilme dağılımı 73
Şekil 6.39 Çerçeve sisteme ait kesme gerilmesi dağılımı 73
Şekil 6.40 Çerçeve sistemde gözlenen noktalar 74
Şekil 6.41 Çerçeve sistemin 598, 625 ve 157 numaralı noktalarına ait gerilme geçmişi 75

Şekil 6.42 Çerçeve sistemin 598, 625 ve 157 numaralı noktalarına ait plastik şekil değiştirme geçmişi 75
Şekil 6.43 Çerçeve sistemin 598, 625 ve 157 numaralı noktalarına ait toplam şekil değiştirme geçmişi 76
Şekil 6.44 Çerçeve sistemin 598, 625 ve 157 numaralı noktalarına ait von Mises gerilmesi geçmişi 76
Şekil 6.45 Çerçeve sisteme ait kümülatif plastik şekil değiştirme ve efektif gerilme ilişkisi 77
Şekil 6.46 Çerçeve sistemin yükleme noktalarına ait yük (N)-yer değiştirme (mm) ilişkisi 78
Şekil 6.47 Çerçeve sistemin yükleme noktalarındaki yer değiştirme miktarları 78
Şekil 6.48 Çerçeve sisteme ait beton malzemesindeki hasar dağılımı 79
Şekil 6.49 Çerçeve sisteme ait x ekseni doğrultusundaki plastik şekil değiştirme dağılımı 79
Şekil 6.50 Çerçeve sisteme ait y ekseni doğrultusundaki plastik şekil değiştirme dağılımı 80
Şekil 6.51 Çerçeve sisteme ait plastik kayma şekil değiştirmesi dağılımı 80
Şekil A.1 Global sistem matrislerinin Newton-Raphson algoritması 85
Şekil A.2 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeli algoritması 88
Şekil A.3 Gerilme- şekil değiştirme değerlerinin türetilmesi 94
Şekil A.4 Sadece elastik şekil değiştirmelerin olması durumu 95
Şekil A.5 Akma yüzeyi kontrolü 96
Şekil A.6 Konik akma yüzeyinin uç noktasına dönüş algoritması 97
Şekil A.7 Konik akma yüzeyine dönüş algoritması 98
Şekil A.8 Sınırlandırılmış akma yüzeyine dönüş algoritması 99
Şekil A.9 Sınırlandırılmış yüzey ve konik akma yüzeyinin kesişim noktasına dönüş algoritması 101
Şekil A.10 Sınırlandırılmış akma yüzeyinin uç noktasına dönüş algoritması 102
Şekil B.1 Konsol kirişte ilk iterasyon sonucu x ekseni doğrultusunda oluşan toplam gerilme grafiği 103
Şekil B.2 Konsol kirişte ilk iterasyon sonucu x ekseni doğrultusunda oluşan toplam şekil değiştirme grafiği ve tarafsız eksen gösterimi 103
Şekil B.3 Konsol kirişte iterasyonların yarısı tamamlandığında x ekseni doğrultusunda oluşan toplam gerilme grafiği 104
Şekil B.4 Konsol kirişte iterasyonların yarısı tamamlandığında x ekseni doğrultusunda oluşan toplam şekil değiştirme grafiği ve tarafsız eksen gösterimi 104

TABLO LİSTESİ

Tablo 4.1 Çözülen örneklerdeki beton malzeme modelinden bir gösterim..... 33
Tablo 6.1 Örneklerde kullanılan malzeme özellikleri 51

ÖZET

Geliştirilmiş Sonlu Elemanlar Algoritması ile Düzlem Elasto-Plastik Betonarme Çerçeve Sisteminin Modellenmesi

Semiha HAYRİOĞLU

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Serkan BEKİROĞLU

Doğrusal olmayan malzeme ile modelleme artık yönetmeliklerin talep ettiği analiz yöntemleri içerisinde yer almaya başlamıştır. Birçok itme analizinde çubuk mekaniği için çoğunlukla kesit bazında toplanmış veya yayılı tanımlanmış doğrusal olmayan mekanizmalar kullanılmaktadır. Bu çalışmada iki boyutlu betonarme levha problemlerin sayısal modellerinin kurulması amacıyla beton ve donatı için doğrusal olmayan malzeme modelleri oluşturulmuştur. Beton malzeme için Drucker-Prager modeli baz alınarak pekleşme bölgesi çok parçalı doğrusal bir eğri olarak tanımlanmıştır. Ayrıca konik akma yüzeyinin açık kalan bölgesi p-q düzleminde dairesel bir eğri ile kapatılmıştır. Beton gerilme-şekil değiştirme eğrisi olarak TBDY-2018'de ifade edilen Mander beton modeli eğrisi seçilmiştir. Plastik şekil değiştirmenin mevcut olduğu durumlarda beton malzeme için Poisson oranı, genleşme oranı, kohezyon, kayma modülü, tanjant elastisite modülü, elastisite modülü ve sekant elastisite modülü Mander eğrisini takip edecek şekilde birbirleri ile tutarlı değerler olarak tanımlamada kullanılan her şekil değiştirme değeri için güncellenmektedir. Donatı ise von Mises kriterine göre doğrusal elastik, mükemmel plastik (pekleşme yok) malzeme modeli olarak

dikkate alınmıştır. Elastik tahmin ve plastik dönüş algoritmaları takip edilerek mevcut akma kriterleri için uygun yöntemler geliştirilmiştir. Malzemelerin tanımlanması ve sistemin çözümünü sağlamak amacıyla MATLAB programlama dili kullanılarak bir sonlu elemanlar ile modelleme programı geliştirilmiştir. Bir betonarme konsol kiriş ve portal çerçevenin düzlem elasto-plastik problem çözümü yapılmıştır. Örnekler üzerinde doğrusal olmayan beton ve donatı ile oluşturulan betonarme kesitler için çözümlemelerde elde edilen sonuçların kalitesi tartışılmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda geliştirilen sonlu elemanlar ile modelleme programı; betonda pekleşme sonuna kadar sadece kuvvet-yer değiştirme düzeyinde değil, ayrıca gerilme-şekil değiştirme, tarafsız eksen derinliği ve hasar düzeyi seviyelerinde de beton malzemesinin tanımında kullanılan parametrelerin değerleri üzerinde ayrıca herhangi bir analiz ile araştırma yapılmasına ihtiyaç duymadan makul seviyede tutarlı sonuçlar sunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Sınırlandırılmış (Capped) Drucker-Prager modeli, betonda pekleşme, Mander beton modeli, genleşme oranı, hasar parametresi

ABSTRACT

Modeling of Plane Elasto-Plastic Reinforced Concrete Frame System with Developed Finite Element Algorithm

Semiha HAYRİOĞLU

Department of Civil Engineering

Master of Science Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Serkan BEKİROĞLU

Modeling with non-linear materials is now included in the analysis methods demanded by the regulations such as TBDY-2018. Many pushovers analyzes use nonlinear models for bar mechanics, often lumped and distributed-described on a cross-sectional basis. In this study, a nonlinear material model for concrete and reinforcement was created to establish numerical models of two-dimensional reinforced concrete membrane problems. Based on the Druker-Prager model for the concrete material, the hardening zone is defined as a multi-part linear curve. In addition, the open region of the conical yield surface is covered with a circular cap in the p-q plane. The Mander concrete model curve, expressed in TBDY-2018, was chosen as the concrete stress-strain curve. When the plastic strain begins to occur, the Poisson's ratio, dilation rate, cohesion, shear modulus, tangent modulus, elasticity modulus, and secant elasticity modulus are updated to follow the Mander curve. The reinforcement is considered a linear elastic, perfect plastic (no hardening) material model according to the von Mises criterion. Appropriate methods have been developed for the current yield criteria by following the stages of elastic predictor and plastic corrector algorithms. A

finite element modeling program was developed using MATLAB programming language to define the materials and provide the solution for the system. A reinforced concrete cantilever beam and portal frame are solved as a plane elastoplastic problem. The quality of the results obtained in the analyzes for the reinforced concrete sections formed with non-linear concrete and reinforcement on the examples are discussed. The finite element modeling program developed in line with the obtained data; until the end of hardening, provides reasonably consistent results, not only at the force-displacement level but also at the stress-strain, neutral axis depth, and damage level levels, without the need for any further analysis and research on the value of the parameters for validation used in the definition of the concrete material.

Keywords: A capped Drucker-Prager model, hardening in concrete, Mander concrete model, dilation rate, damage parameter

1 GİRİŞ

TBDY-2018'de beton malzeme için kullanılan Mander malzeme modeli ve betonarme elemanları modellemek için kullanılmak üzere seçilen donatı için von Mises, beton için Drucker-Prager plastisite modelleri hakkında yapılan çalışmaların bazıları aşağıda özetlenmektedir.

1.1 Literatür Özeti

Drucker ve Prager (1952) zemin mekaniği problemlerinin genellikle plastisite problemleri olarak ele alındıklarını belirtmiş ve daha eksiksiz hesaplamaların yapılabilmesi için genişletilmiş bir Coulomb kuralı kullanmışlardır. Yaptıkları çalışmada zemin davranışının mükemmel plastik olduğu varsayımının sonuçlarını tartışmayı ve temel varsayımlarla tutarlı bir teori oluşturmayı amaçlamışlardır.

Mander vd. (1988) monotonik veya döngüsel olarak uygulanan statik veya dinamik yükleme altında, dairesel veya dikdörtgen kesitli sargılı beton elemanlar için birleşik bir gerilme-şekil değiştirme modeli geliştirmişlerdir. Beton kesit, enine eksenlerin her biri boyunca eşit ya da eşit olmayan sınırlayıcı gerilmelere sahip, spiral, dairesel, tamamlayıcı çapraz bağları olan ya da olmayan dikdörtgen halkalar şeklinde herhangi bir çeşit sargı tipi içerebilmektedir.

Doran vd. (1998) yaptıkları çalışmada kararlı çatlakların büyümesinde çatlaklı yüzey ve malzeme kohezyonu arasındaki sürtünme kuvvetlerinin etkili olduğu beton gibi taneli çekirdek malzemelerin sonlu eleman analizi ile ilgilenmişlerdir. Bu amaçla, Drucker-Prager verim kriteri kullanılmış ve bu kriterin parametrelerinin değerlendirilmesinde ihtiyaç duyulan kohezyon için bir ilişki önerilmiştir.

Auricchio ve Taylor (1999) birleştirici (associative), izotropik ve elasto-plastik malzemeler için bir izotropik akma fonksiyonu ve bir birleştirici akış kuralı ile tanımlanan malzemeler için esnek bir çözüm algoritmasını ele almışlardır. Konu

büyük bir deformasyon rejimi ile ilgilidir, ancak hiçbir pekleşme mekanizması dahil edilmemiştir. Algoritma, operatör bölme yöntemi ve bir dönüş haritası şemasının bir kombinasyonuna dayanmaktadır. Hem algoritma doğrusallaştırması hem de verim kriteri dışbükeyliği gereksinimleri ayrıntılı olarak tartışılmıştır.

Krabbenhoft (2002) malzemenin doğrusal olmama durumunu hem gerçek yapılarda ortaya çıkan en yaygın doğrusal olmama türlerinden biri olarak hem de gelişmiş problemler için fiili bir ön koşul olarak görmüştür. Bu doğrultuda sonlu elemanlar metodu, plastisite ve akma kriterleri üzrinde durmuş ve bu çalışmayı bir kiriş örneği ile tamamlamıştır.

Taqieddin (2008) yaptığı çalışmada doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizi ve betonarme üyelerinin davranışlarının modellenmesini hedeflemiştir. Beton malzeme ve donatı çeliği farklı malzeme modelleri ile temsil edilmiş ve sonrasında kompozit betonarme malzemenin davranışını simüle etmek için beton ve donatı arasındaki etkileşimin küresel etkisini tanımlayan bir model kullanarak birleştirmiştir. Beton için, beton plastikliği ve kırılma enerjisine dayalı sürekli ortam hasar mekaniğini içeren termodinamik olarak tutarlı bir yapısal model sunulmuştur. Çelik donatının izotropik mükemmel plastik ve plastik şekil değiştirme pekleşmesini (doğrusal, çift doğrusal ve doğrusal olmayan) hesaba katan elastik-plastik modeller de sağlanmıştır. Sayısal uygulama bu çalışmanın önemli kısımlarını oluşturmaktadır. Statik-kısa süreli monotonik yüklemeye maruz kalan beton ve betonarme kirişler, varsayılan bir izotermal ortamda analiz edilmiştir. Simüle edilen sonuçlar, diğer araştırmacılar tarafından yürütülen deneysel çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

Dede (2009) betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını incelemek üzere literatürde önerilen ancak iki adedi hiç kullanılmayan farklı akma kriterleri, farklı çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve farklı basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerini bir araya toplamayı ve bunların etkinliğini araştırmayı amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda MATLAB programlama dilinde bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Geliştirilen bu bilgisayar programı beton için doğrusal olmayan analizde sıkça kullanılan akma

kriterlerini ve yeni olarak farklı iki akma kriteri olan Bresler-Pister ile Hsieh-Ting- Chen kriterlerini içermektedir.

Hafezolghorani vd. (2017) tarafından yapılan çalışmada sargısız betonun davranışını analiz etmek için malzeme modelleri tanıtılmış ve beton hasar plastisitesi (BHP) modeli tanıtılmıştır. BHP teorisinin karmaşıklığı nedeniyle, prosedür basitleştirilmiş ve bu yazıda basitleştirilmiş bir beton hasar plastisitesi (BBHP) modeli geliştirilmiştir. Bir hasar parametresi, pekleşme/yumuşama kuralları ve diğer bazı unsurlar dahil olmak üzere beton hasar plastisite modelinin parametreleri, B20, B30, B40 ve B50 beton kaliteleri için bahsedilen çalışmada tablolar aracılığıyla sunulmuştur. Analizde bir sonlu eleman yönteminin etkin uygulamasıyla ilgili tüm hususlar tartışılmıştır. Son olarak, basit mesnetli bir öngerilmeli kiriş, sonlu elemanlar programı aracılığıyla dört farklı beton kalitesine göre analiz edilmiştir. Sonuçlar, önerilen modelin önceki teknikler ve ampirik formülasyonlarla iyi bir korelasyona sahip olduğunu göstermiştir.

Yukarıda sunulan çalışmalar incelendiğinde genel olarak sayısal modellemelerde; beton malzeme için Drucker- Prager modelinin farklı beton eğrilikleriyle beraber kullanıldığı, pekleşme durumunun dikkate alındığı, çoğunlukla beton eğrilerinin iki doğrulu olarak tanımlandığı ve donatının genellikle pekleşmesiz tanımlandığı anlaşılmaktadır. Kullanılan betonla ilgili modellerde bazı malzeme parametreleri için sonuçların matematiksel açıdan çok duyarlı olduğu, dolayısıyla o parametrelerin deneysel çalışmadan elde edilen sonuçları yakalamak için mutlaka sayısal olarak çalışılması gerektiği yapılan literatür araştırmasının genelinden anlaşılmaktadır. Yapılan çalışmalarda deneysel sonuçlarla genellikle yük-yer değiştirme üzerinden kıyaslamalar yapılmakta, gerilme-şekil değiştirme üzerinden yapılan karşılaştırmalar oldukça azınlıkta kalmaktadır.

1.2 Tezin Amacı

Betonarme elemanlarda sonlu elemanlar metodu kullanılarak doğrusal olmayan malzeme modellerinin oluşturulması ve malzeme eğrileriyle tutarlı malzeme parametrelerinin tüm malzeme eğrisini takip edecek şekilde elde edildiği bir

tanımlamayla uygun akma kriterlerini kullanan sistemin elasto-plastik analizinin yapılmasını sağlayacak bir program geliştirilmesi amaçlanmıştır.

1.3 Hipotez

Bu tez kapsamında uygulanan beton ve donatıya ait malzeme modelleriyle betonarme kesit için doğrusal olmayan gerilme ve şekil değiştirme dağılımlarının mümkün olduğunca tanımlanan malzeme eğrileriyle uygun olarak elde edilmesi hedeflenmektedir. Bu hedef doğrultusunda TBDY-2018 tariflenen betonarme kesit özelliklerini içermesi durumu üzerinden bir elemanın performans değerlendirmesinde kullanılabilecek şekilde örneklemek üzere düzlemde konsol kiriş ve bir portal çerçeve problemleri çözümlenmektedir. Çözümden elde edilen gerilme ve şekil değiştirme sonuçlarının tanımlanan malzeme eğrileriyle karşılaştırılmaktadır. Ayrıca konsol kirişte belirlenen kesitin moment taşıma kapasitesinin eşdeğer dönme değişiminin bulunan moment taşıma kapasitesiyle karşılaştırılarak elde edilen sonuçların kullanılabilir düzeyde kabul edilebilir olduğunu göstermek bu tezin hipotezi içindedir.

2
SONLU ELEMANLAR METODU

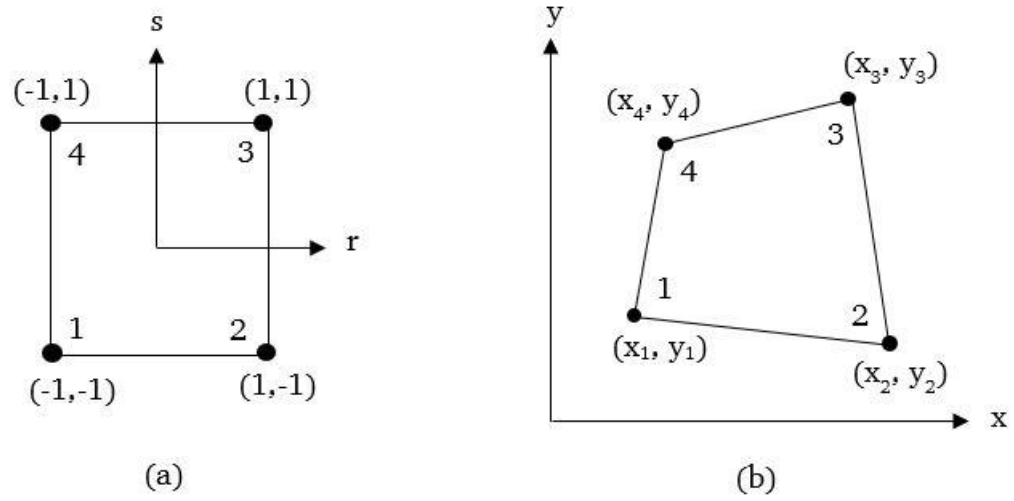
Sonlu elemanlar metodu, temelinde geniş bir sistemin daha küçük birimlere bölünmesi ve bu birimler için oluşturulan formülasyonlar kullanılarak tüm problem tanım alanında asıl çözümün interpolasyonunun yapılması mantığına dayanmaktadır.

2.1 İki Boyutlu Formülasyonlar

İki boyutlu bir bölge, birkaç küçük üçgen veya dörtgen elemana ayrıklaştırılabilir. Elemanın şekline bağlı olarak bu iki boyutlu elemanlar üçgen elemanlar ve dörtgen elemanlar olarak iki ana başlık altında incelenmektedir (Desai ve Kundu, 2001). Bu çalışmada sonlu elemanlar modellemesi için dörtgen elemanlar kullanılmıştır.

2.1.1 Dörtgen Sonlu Elemanlar

Sonlu eleman formülasyonlarında yerel koordinat sistemi kavramını kullanmak avantajlıdır. Hazırlanan çalışmada 4 noktalı dörtgen elemanlar kullanılmıştır. Dörtgen elemanın tam bir kareyle eşleşeceği şekilde Şekil 2.1(a)'da gösterildiği gibi yerel bir r-s koordinat sistemi tanımlanmıştır.



Şekil 2.1 Dörtgen eleman: (a) yerel koordinat sisteminde, (b) global koordinat sisteminde

Yerel koordinatlar açısından hesaplanan interpolasyon fonksiyonları (2.1) eşitliklerinde verilmiştir.

$$h_1 = \frac{1}{4}(1-r)(1-s)$$

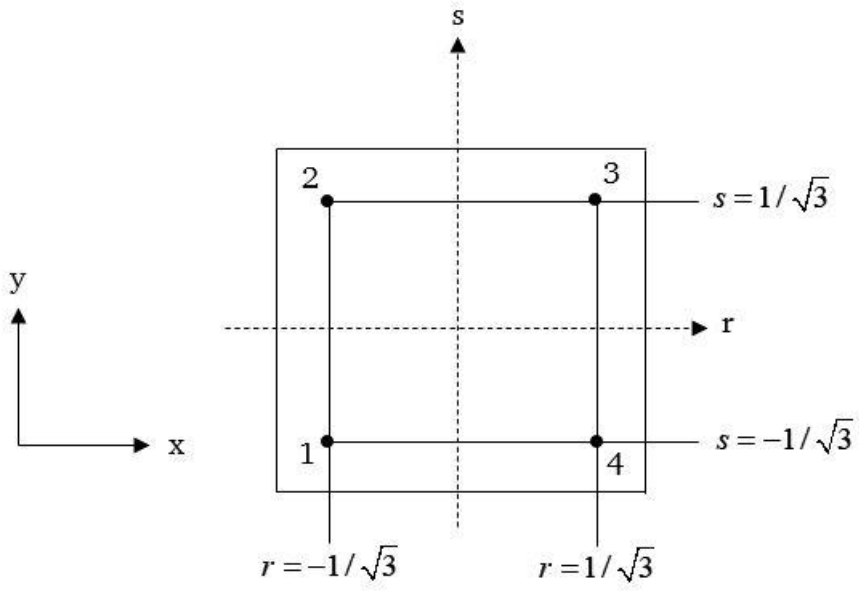
$$h_2 = \frac{1}{4}(1+r)(1-s)$$

$$h_3 = \frac{1}{4}(1+r)(1+s) \qquad (2.1)$$

$$h_4 = \frac{1}{4}(1-r)(1+s)$$

2.1.2 Gauss İntegrasyonu

Burada amaç Gauss integrasyon tekniğini kullanarak elemanların rijitlik matrislerini elde etmektir. Gerilme ve şekil değiştirmeler Gauss noktalarında hesaplanır ve sonra düğüm noktalarına yansıtılır. Şekil 2.2'de dörtgen elemana ait yerel koordinat sistemi ve integrasyon noktaları görülmektedir. Yerel koordinat noktalarının değerleri ve ağırlık katsayıları sırasıyla (2.2) ve (2.3) eşitliklerinde verilmiştir.



Şekil 2.2 Dörtgen elemana ait yerel koordinat sistemi ve integrasyon noktaları

$$r_1 = -1/\sqrt{3} \quad s_1 = -1/\sqrt{3}$$
$$r_2 = -1/\sqrt{3} \quad s_2 = +1/\sqrt{3}$$
$$r_3 = +1/\sqrt{3} \quad s_3 = +1/\sqrt{3}$$
$$r_4 = +1/\sqrt{3} \quad s_4 = -1/\sqrt{3} \tag{2.2}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1.00 \tag{2.3}$$

Koordinat ve yer değiştirme interpolasyonlarının formülizasyonları sırasıyla (2.4) ve (2.5) eşitliklerinde verilmiştir.

$$\boldsymbol{x} = \sum h_i x_i = \frac{1}{4}[(1-r)(1-s)x_1 + (1+r)(1-s)x_2 + (1+r)(1+s)x_3 + (1-r)(1+s)x_4]$$
$$y = \sum h_i y_i = \frac{1}{4}[(1-r)(1-s)y_1 + (1+r)(1-s)y_2 + (1+r)(1+s)y_3 + (1-r)(1+s)y_4]$$

(2.4)

$$u = \sum h_i u_i = \frac{1}{4}[(1-r)(1-s)u_1 + (1+r)(1-s)u_2 + (1+r)(1+s)u_3 + (1-r)(1+s)u_4]$$
$$v = \sum h_i v_i = \frac{1}{4}[(1-r)(1-s)v_1 + (1+r)(1-s)v_2 + (1+r)(1+s)v_3 + (1-r)(1+s)v_4]$$

(2.5)

Jacobian matrisinin oluşturulması (2.6) ve (2.7) eşitliklerinde gösterilmiştir. (2.8) ve (2.10) eşitliklerinde yer değiştirmelerin türevlerinin hesaplanışı verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x}{dr} &= \frac{1}{4}[-(1-s)x_1 + (1-s)x_2 + (1+s)x_3 - (1+s)x_4] \\
\frac{\partial x}{ds} &= \frac{1}{4}[-(1-r)x_1 - (1+r)x_2 + (1+r)x_3 + (1-r)x_4] \\
\frac{\partial y}{dr} &= \frac{1}{4}[-(1-s)y_1 + (1-s)y_2 + (1+s)y_3 - (1+s)y_4] \\
\frac{\partial y}{ds} &= \frac{1}{4}[-(1-r)y_1 - (1+r)y_2 + (1+r)y_3 + (1-r)y_4]
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Jacobian matrisinin $r=r_i$ ve $s=s_i$ noktalarındaki değerine J_{ij} denirse, (2.9)'daki eşitlik elde edilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}_{\substack{r=r_i \\ s=s_i}} = J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial s} \end{bmatrix}_{\substack{r=r_i \\ s=s_i}} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{dr} &= \frac{1}{4}[-(1-s)u_1 + (1-s)u_2 + (1+s)u_3 - (1+s)u_4] \\
\frac{\partial u}{ds} &= \frac{1}{4}[-(1-r)u_1 - (1+r)u_2 + (1+r)u_3 + (1-r)u_4] \\
\frac{\partial v}{dr} &= \frac{1}{4}[-(1-s)v_1 + (1-s)v_2 + (1+s)v_3 - (1+s)v_4] \\
\frac{\partial v}{ds} &= \frac{1}{4}[-(1-r)v_1 - (1+r)v_2 + (1+r)v_3 + (1-r)v_4]
\end{aligned} \tag{2.10}$$

(2.9) eşitliği genişletilerek (2.11) ve (2.12) eşitlikleri elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix}_{\substack{r=r_i \\ s=s_i}} = \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} -(1-s_j) & 0 & 1-s_j & 0 & 1+s_j & 0 & -(1+s_j) & 0 \\ -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) & 0 & 1+r_i & 0 & 1-r_i & 0 \end{bmatrix}_{\substack{r=r_i \\ s=s_i}} \widehat{U} \tag{2.11}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix}_{\substack{r=r_i \\ s=s_i}} = \frac{1}{4} J_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -(1-s_j) & 0 & 1-s_j & 0 & 1+s_j & 0 & -(1+s_j) \\ 0 & -(1-r_i) & 0 & -(1+r_i) & 0 & 1+r_i & 0 & 1-r_i \end{bmatrix}_{\substack{r=r_i \\ s=s_i}} \widehat{U} \tag{2.12}$$

Yer değiştirme matrisi (2.13) eşitliğinde gösterilmiştir.

$$\left(\widehat{U}\right)^T = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad u_4 \quad v_4] \tag{2.13}$$

Gerilme-şekil değiştirme matrisinin tanımından (2.14) eşitliği elde edilir.

$$\varepsilon_{ij} = B_{ij}\widehat{U} \tag{2.14}$$

Burada B_{ij}, (r_i, s_i) noktasındaki birim uzamalar ile deplasmanlar arasındaki ilişkiyi verir. (2.15) eşitliğinde formülizasyonu verilmiştir.

$$B = \begin{bmatrix} \partial u/\partial x \\ \partial v/\partial y \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

C malzeme matrisi olmak üzere F iç kuvvet vektörü ve K rijitlik matrisi sırasıyla (2.16) ve (2.17) eşitliklerinde belirtilmiştir.

$$F_{ij} = B_{ij}^T C B_{ij}\, det\, J_{ij} \tag{2.16}$$

$$K = \sum_{i,j} w_{ij}\alpha_{ij}F_{ij} \tag{2.17}$$

(2.18) eşitliğinde F_1 iç kuvvet vektörünün hesabı gösterilmiştir. Burada w_n eleman kalınlığıdır.

$$F_1 = \sum_{n=1}^{gauss.p.} B_n^T \sigma_{i+1} w_n\, det\, J_n \tag{2.18}$$

Teğet rijitlik matrisi, F, (2.19) eşitliğinde gösterildiği şekilde Gauss noktaları için hesaplanır.

$$F = \sum_{n=1}^{gauss.p.} B_n^T D_n B_n w_n\, det\, J_n \tag{2.19}$$

Düzlem şekil değiştirme durumu için elastoplastik davranıştaki bünye bağıntısı, D, (2.20) eşitliğinde verilmiştir.

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

Burada verilen (2.15) ve (2.20) eşitlikleri doğrusal durum için geçerli olup, doğrusal olmayan durumda daha farklı ifade edilebilmektedirler (Şekil A.2).

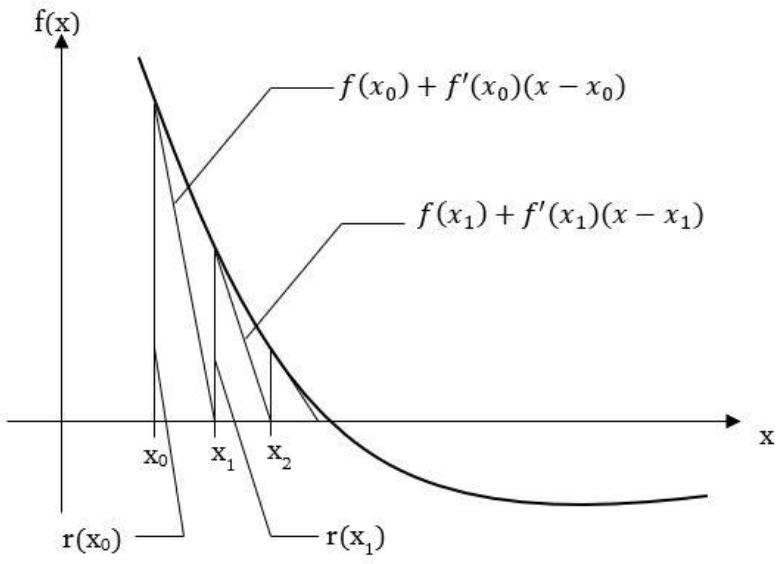
2.1.3 Newton Raphson Algoritması

Adını Isaac Newton ve Joseph Raphson'dan alan Newton Raphson yöntemi doğrusal olmayan denklemlerin çözümü için en temel yöntemdir. Newton-Raphson algoritması, doğrusal olmayan artımlı denklemin çözümü için özellikle tercih edilir. İkinci dereceden asimptotik yakınsama oranları nedeniyle, bu yöntem nispeten sağlam ve verimli artan doğrusal olmayan sonlu eleman şemaları üretme eğilimindedir (Akram ve Ann, 2015). Yöntem doğrusallaştırılmış sisteme yaklaşık bir çözüm hesaplandıktan sonra, geçerli nokta etrafındaki denklemlerin doğrusallaştırılmasını dikkate alarak başlar. Bu durumda amaç ilk aşamada sonuca ulaşmak değildir. Şekil 2.3'te r ile gösterilen adımlar arası artık değer, sonuca ulaşıldığında sıfırlanacak şekilde yeni nokta etrafında doğrusallaştırma yapılmaya devam edilir. Newton-Raphson yöntemine ait formülasyonlar (2.21), (2.22) ve (2.23) eşitliklerinde verilmiştir.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{2.21}$$

$$f(x) \simeq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 0 \tag{2.22}$$

$$f(x) \simeq r(x_0) + f'(x_0)\Delta x_0 = 0 \tag{2.23}$$



Şekil 2.3 Tek doğrultulu Newton Raphson yöntemi

Newton-Raphson yöntemi sonlu elemanlara uyarlandığında amaç dengeyi sağlayacak çözümler bulmak olmaktadır. Bu da iç gerilmeler sonucu oluşan kuvvetin dışarıdan uygulanan yüklerle dengelenmesiyle sağlanmaktadır. R dış yük vektörü ve F iç kuvvet vektörü olmak üzere (2.24) eşitliğinde verilen ifadenin çözümü için yeterli kesinlik elde edilinceye kadar iterasyon yapılmaktadır. t anındaki çözüm bilinmekte ve t+Δt anındaki çözüm araştırılmaktadır.

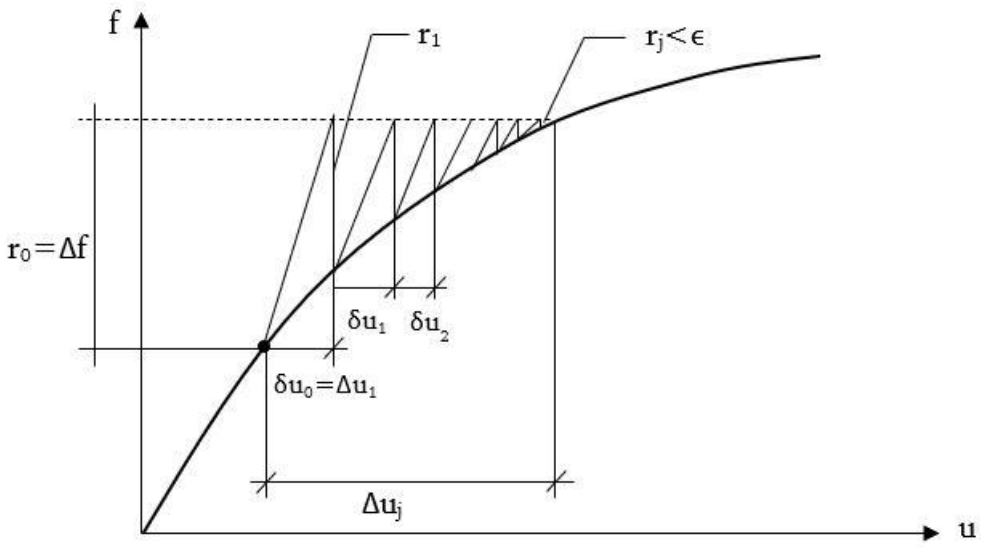
$$R^{t+\Delta t} - F^{t+\Delta t} = 0 \tag{2.24}$$

Bu durumda Newton-Raphson iterasyonu için denklemler (2.25) ve (2.26) eşitliklerindeki hali alır.

$$K_{(i)}^{t+\Delta t} \Delta U_{(i)} = R^{t+\Delta t} - F_{(i-1)}^{t+\Delta t} \tag{2.25}$$

$$U_{(i)}^{t+\Delta t} = U_{(i-1)}^{t+\Delta t} + \Delta U_{(i)} \tag{2.26}$$

Modifiye edilmiş Newton-Raphson yönteminin şematik gösterimi Şekil 2.4'te verilmiştir.



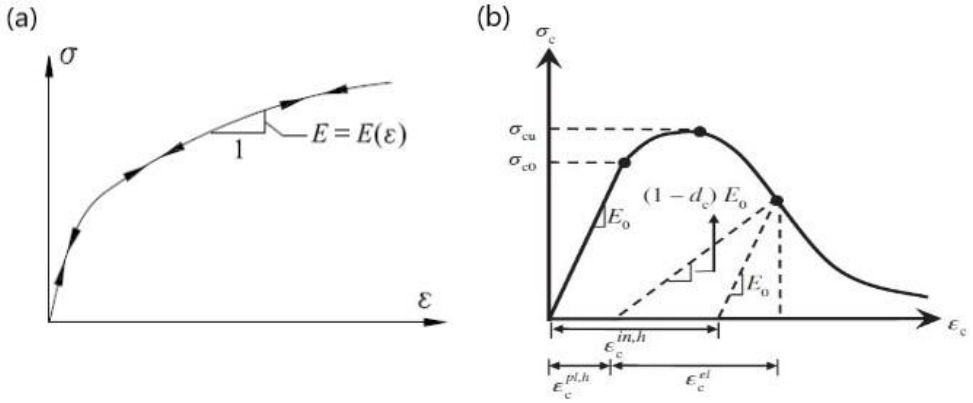
Şekil 2.4 Modifiye edilmiş Newton Raphson yöntemi

Artım adımları yarılama metodu (bisection method) kullanılarak belirlenmektedir. Bu durumda ilgili alt adımda yakınsama olmadığında, yakınsama sağlanıncaya dek artım miktarı düşürülür ve yakınsama sağlanır. Newton-Raphson algoritmasının hazırlanan programa uyarlanışı Şekil A.1'de gösterilmiştir.

3
YAPILAN ÇALIŞMADA KULLANILAN PLASTİSİTE MODELLERİ

3.1 Elasto- Plastik Malzeme

Yapı sistemlerinin analizinde ideal olarak kabul görülen cisimler Hook Kanunu'na uygun olarak hareket ederler. Hook Kanunu'na göre gerilme ve şekil değiştirme arasında doğrusal bir ilişki vardır (Krabbenhoft, 2002). Bu ilişki, malzemenin tam elastik ya da tam plastik olması durumunda geçerli olup elasto-plastik davranışlarda geçerliliğini yitirmektedir. Cisimler genellikle maruz kaldıkları yüklerin kaldırılmasıyla şekil değiştirmelerinde bir miktar geri dönüşler olmasına rağmen bir kısmı ise plastik şekil değiştirmeye maruz kalırlar. Bu tür cisimler elasto-plastik olarak adlandırılır. Plastisite, malzemenin plastik şekil değiştirme kapasitesini ölçer. Şekil 3.1'de malzemenin doğrusal olmama durumları için gerilme-şekil değiştirme grafikleri verilmiştir.



Şekil 3.1 Malzemenin doğrusal olmama durumları: (a) doğrusal olmayan elastik (Krabbenhoft, 2002) (b) elasto-plastik (Hafezolghorani vd., 2017)

Bazı elasto-plastik malzeme tanımlarında plastik şekil değiştirme elastik olmayan şekil değiştirme olarak tanımlanmakta, plastik şekil değiştirme miktarı ise doğrusal olmayan elastik şekil değiştirmenin içinde elastisite modülünün hasar ile değişimine bağlı olarak elde edilmektedir (Hafezolghorani vd., 2017).

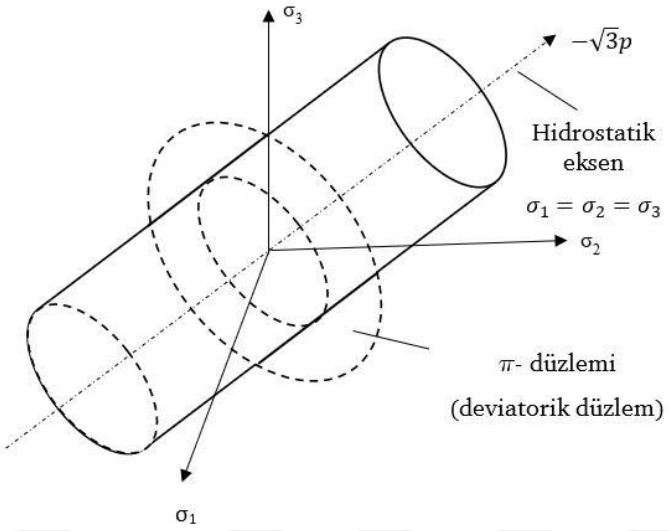
3.2 Plastisite Modeli

Betonarme kesiti tanımlamak için doğrusal olmayan beton ve donatı malzeme modelleri oluşturulmuştur. Beton model Drucker-Prager modeline dayanmakta olup ve konik akma yüzeyi p-q (hidrostatik gerilme (p)-ikinci değişmezin karekökü ($\sqrt{J_2}$)) düzleminde dairesel bir eğri ile kapatılır. Böylece malzemenin kesme gerilmelerinin düşük, ancak basınç etkisinin yüksek olması durumunda beton malzemenin akma yüzeyine ulaşması amaçlanmaktadır. Burada baz olan Drucker-Prager modelinde betonun doğrusal olmayan cevabının ya tek doğrulu pekleşmenin ya da pekleşmenin olmadığı hali dikkate alınmamıştır. Bunun yerine TBDY-2018 gibi depreme göre tasarım yönetmeliklerinde tarif edildiği üzere pekleşme, karakteristik beton gerilme-şekil değiştirme eğrisinin takip edilebildiği çok parçalı çizgiler olarak tanımlanmaktadır. Böylece beton malzemenin doğrusal olmayan dayanımında en büyük söz sahibi olan çevreleme etkisi dikkate alınabilmektedir. Ayrıca, her beton gerilme seviyesi için betonun hacim genişlemesi değişimine ve buna bağlı olarak poisson oranının değişmesine izin verilmektedir. Burada beton gerilme-şekil değiştirme eğrisi, TBDY-2018'de de atıfta bulunulan Mander beton model eğrisi olarak kabul edilir. Donatı modeli, von Mises kriteri kullanılarak tanımlanmıştır. Pekleşme, donatı malzemesinin doğrusal olmayan cevabında tanımlanmamıştır.

3.2.1 Von Mises Modeli

Metaller gibi sünek malzemelerde, elastik olmayan deformasyon plastik kayma ile gerçekleşir. Bu durumda akma başlangıcı, gerilme tensörünün hacimsel kısmına bağlı değildir. Bu tür malzemeler, birinci değişmezinden (invaryantından) bağımsız olan akma koşulları ile tanımlanır (Jirásek ve Bažant, 2002). Birinci değişmez (I1), gerilme tensörünün izinden oluşan uygun bir değişmezler kümesidir. Mühendislik pratiğinde, özellikle hesaplamalı analiz için en yaygın olarak kullanılanı, eşdeğer gerilme olarak adlandırılan bir efektif gerilme bilgisine dayanan von Mises kriteridir. (Dunne ve Petrinic, 2005). Bu kritere göre; birim hacim için, çok eksenli şekil değiştirme enerjisi deneysel olarak elde edilen tek eksenli şekil değiştirme enerjisine ulaştığında malzeme akmaya başlar. Von Mises kriteri basınca duyarsızdır, yani stres tensörünün hidrostatik basınç bileşeni akmayı etkilemez. Von Mises modelinin akma fonksiyonu ve akma yüzeyi sırasıyla (3.1) eşitliğinde ve Şekil 3.2'de verilmiştir.

$$\Phi = \sqrt{3J_2(s)} - \sigma_y(\bar{\varepsilon}_p) \tag{3.1}$$



Şekil 3.2 Gerilme uzayında von Mises akma yüzeyi

Von Mises modelinde eşdeğer plastik şekil değiştirme hesabı ve efektif gerilme hesabı sırasıyla (3.2) ve (3.3) eşitliklerinde gösterilmiştir.

$$d\varepsilon^p = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \tag{3.2}$$

$$\sigma_{eff} = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2} = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} \tag{3.3}$$

Günlük mühendislik problemlerinin büyük bir sınıfında, üç boyutlu bileşenlerin yapısal analizini basitleştirmek için sistemin iki boyutlu olması üzerine belirli yaklaşımlar yapılır. Bu yaklaşımlar; düzlem gerilme, düzlem şekil değiştirme ve dönel simetri(aksisimetri) olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Yapılan çalışmadaki problemler düzlem şekil değiştirme problemleri olarak çözümlenmektedir. Düzlem şekil değiştirme durumunda yapının bir yöndeki boyutu (örneğin z) diğer iki yöndeki boyutlara kıyasla çok büyüktür. Dolayısıyla (3.4) eşitliğinde de görüldüğü üzere bu yönde oluşan şekil değiştirmelerin sıfır olduğu varsayılır.

$$\begin{aligned} \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \\ \varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \end{aligned} \tag{3.4}$$

3.2.2 Sınırlandırılmış (Capped) Drucker Prager Modeli

Drucker–Prager akma kriteri, basınç duyarlılığını sağlamak için hidrostatik stres bileşeninin de dahil edildiği von Mises kriterinin basit bir modifikasyonudur. Basit kayma için gerekli olan kayma gerilmesinin genellikle kohezyona bağlı olduğu ve doğrusal olarak kayma yüzeyindeki normal basınca bağlı olduğu düşünülür (Drucker ve Prager, 1952). Drucker-Prager modelinin akma fonksiyonu (3.5) eşitliğinde verilmiştir.

$$\Phi^a = \sqrt{J_2} + \eta p - \xi c = 0 \tag{3.5}$$

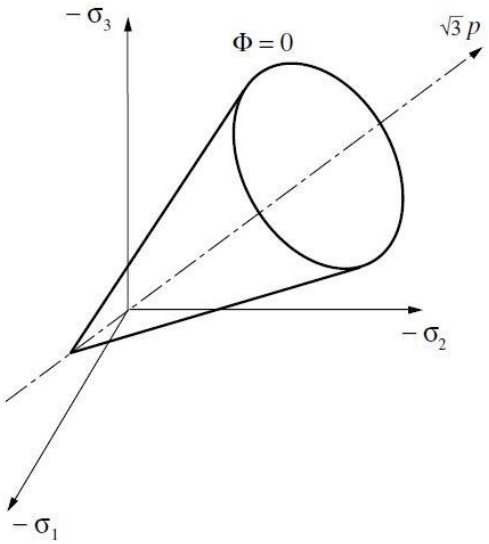
Burada ξ ve η malzeme parametleridir. Düzlem şekil değiştirme durumu için bağlantılı olmayan (non-associative) ve bağlantılı (associative) durumlardaki değerleri (3.6) eşitliğinde verilmiştir.

$$\xi = \frac{3}{\sqrt{9 + 12\,tan^2\,\phi}}$$

$$\eta = \frac{3\,tan\,\phi}{\sqrt{9 + 12\,tan^2\,\phi}} \tag{3.6}$$

$$\bar{\eta} = \frac{3\,tan\,\psi}{\sqrt{9 + 12\,tan^2\,\psi}}$$

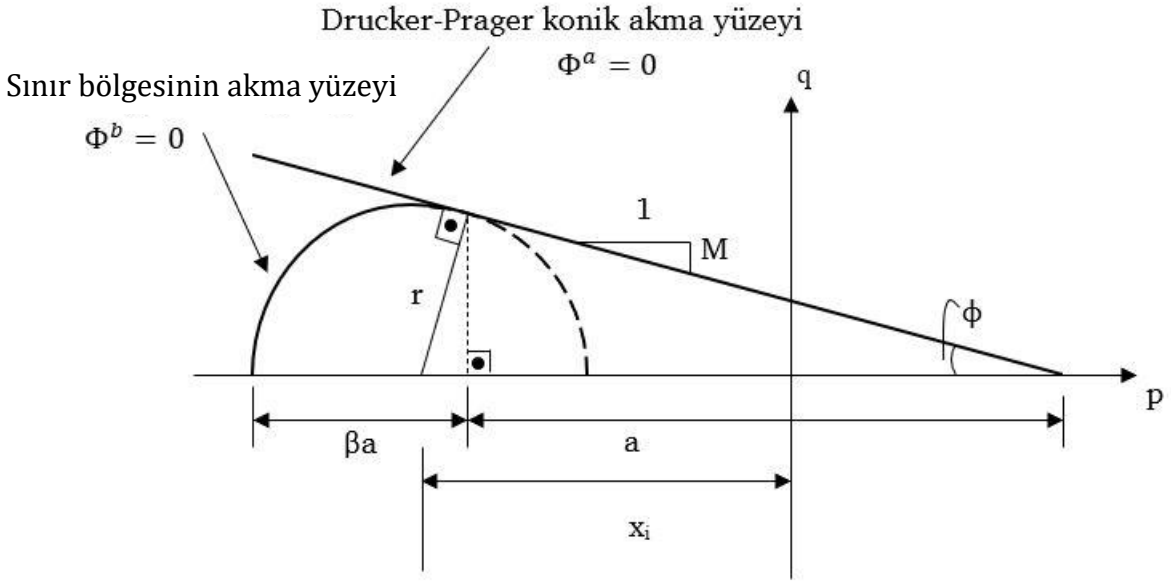
Şekil 3.3 Drucker-Prager modelinin konik akma yüzeyini göstermektedir.



Şekil 3.3 Gerilme uzayında Drucker-Prager akma yüzeyi (Owen vd., 2008)

Bu model için (aynı zamanda Mohr-Coulomb modeli için), keyfi bir sıkıştırıcı hidrostatik basıncın uygulanması tek başına plastik akışa neden olmaz. Hidrostatik basınç altındaki plastik akış, yalnızca kesme gerilmelerinin üst üste binmesiyle tetiklenebilir. Bununla birlikte, birçok jeomalzeme için, hidrostatik basınç gerilmeleri altında plastik akış, genel davranışın önemli bir özelliği olabilir. Plastik basıncın ilgili olduğu durumlarda, standart Drucker–Prager plastisite modelleri gerçek malzeme davranışını yakalayamaz. Böyle bir modellemenin yapılabilmesi, standart Drucker-Prager akma yüzeyinin hidrostatik eksenin basınç tarafında bir sınır bölgesi ile kapatılmasını içerir (Owen vd., 2008).

Drucker-Prager modeline sınırlandırılmış akma yüzeyinin eklenmesi iki ana amaca hizmet eder: hidrostatik sıkıştırmada akma yüzeyini sınırlar, böylece plastik sıkıştırmayı temsil etmek için esnek olmayan bir pekleşme mekanizması sağlar ve Drucker-Prager kayma kırılma yüzeyinde malzeme akarken oluşan elastik olmayan hacim artışının bir fonksiyonu olarak yumuşama sağlayarak, malzeme kaymada akarken hacim genleşmesini kontrol etmeye yardımcı olur. Drucker-Prager için verilen sınır bölgesi bu çalışmada tanıtılmıştır. Sınır bölgesinin akma yüzeyinin tanjantı, Drucker-Prager modelinin konik yüzeyinin eğimi ile çakışmaktadır. Şekil 3.4'te sınırlandırılmış Drucker-Prager modelinin akma yüzeyi gösterilmiştir.



Şekil 3.4 p-q düzleminde sınırlandırılmış Drucker-Prager akma yüzeyi

Şekil 3.4 üzerinde gösterilen değerler kullanılarak hesaplanan sınırlandırılmış Drucker-Prager modelinin akma fonksiyonu (3.7) eşitliğinde verilmiştir.

$$\Phi^b = \frac{1}{\beta^2}(p(\sigma) - x_i)^2 + \left(\frac{q(\sigma)}{\beta}\right)^2 - a^2 \tag{3.7}$$

Buradaki β parametresinin hesabı (3.8) eşitliğinde gösterildiği gibidir.

$$\beta = M\sqrt{M^2 + 1} \tag{3.8}$$

Eşdeğer plastik şekil değiştirmenin pozitif bir nicelik olduğu ve şekil değiştirme boyutuna sahip olduğu göz önüne alındığında, eşdeğer plastik şekil değiştirme (3.9) eşitliğindeki gibi tanımlanabilir. Plastik şekil değiştirme kurumunda içsel sürtünme açısı ve kohezyon sabit değildir. (κ) plastik değişkenine göre değişir. (Ding ve Zhang, 2017).

$$d\varepsilon^p = C\sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \tag{3.9}$$

Burada C katsayısının değeri (3.10) eşitliğinde verilmiştir.

$$C(\kappa) = \frac{\sqrt{1/3} + \alpha(\kappa)}{\sqrt{3\big(\alpha(\kappa)\big)^2 + 1/2}} \tag{3.10}$$

Burada α basınç duyarlılığı katsayısı ve κ plastik değişken olmak üzere $\alpha(\kappa)$ değeri (3.11) eşitliğinde verilen şekilde hesaplanmıştır.

$$\alpha(\kappa) = \frac{\eta}{3} \tag{3.11}$$

Chen W. F. (1982)'de verilen efektif gerilme bağıntıları kullanılarak geliştirlen efektif gerilme değeri (3.12) bağıntısında gösterilen şekilde hesaplanmaktadır.

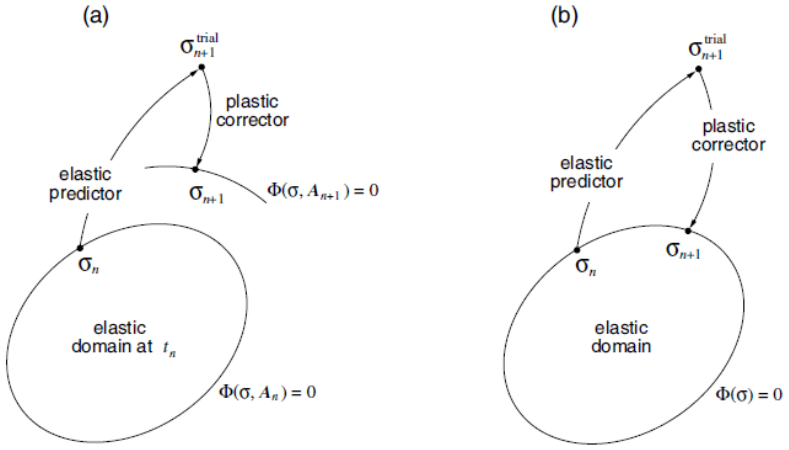
$$\sigma_{eff} = \frac{3\alpha(\kappa)p_{n+1} + \sqrt{J_2(s_{n+1})}}{\alpha(\kappa) + \sqrt{1/3}} \tag{3.12}$$

Hazırlanan programda oluşturulan sınırlandırılmış Drucker-Prager modeli algoritması ve gerilme-şekil değiştirme değerlerinin türetilmesi sırasıyla Şekil A.2 ve Şekil A.3'te ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

3.2.3 Elastik Tahmin- Plastik Dönüş Algoritması (Return Mapping Algorithm)

Plastikleşme durumunda gerçek akma gerilmesi değerine tek adımda ulaşmak mümkün değildir. Bunu başarmak için elastik tahmin ve plastik düzeltme adımları uygulanır. İlk olarak, t_n ve t_{n+1} adımlarında şekil değiştirmelerin tamamen elastik olduğu varsayılır. Deneme değerleri ile hesaplanan $\Phi_{trial} \leq 0$ ise, yani akma yüzeyinde veya elastik bölgede ise yapılan varsayım doğrudur. Deneme değerlerinin gerçek değerler olduğu anlaşılır ve algoritma sonlandırılır. Şekil değiştirmelerin tamamının elastik olması durumu Şekil A.4'te gösterilmiştir. Eğer $\Phi_{trial} > 0$ ise elastik tahmin geçerliliğini kaybeder ve dönüş algoritması yardımıyla bir çözüm üretilir. Akma yüzeyi kontrolü algoritması Şekil A.5'te verilmiştir.

Sınırlandırılmış Drucker-Prager modelinde dönüş algoritması; konik akma yüzeyinin uç noktasına, konik akma yüzeyine, dairesel sınırlandırılmış (cap) akma yüzeyine, sınırlandırılmış yüzey ve konik akma yüzeyinin kesişim noktasına ve sınırlandırılmış akma yüzeyinin uç noktasına olmak üzere beş farklı şekilde gerçekleştirilebilir. Sınırlandırılmış Drucker-Prager modelinin dönüş algoritmaları Şekil A.6, Şekil A.7, Şekil A.8, Şekil A.9 ve Şekil A.10'da verilmiştir. Von Mises modelinde ise dönüş sadece silindirik akma yüzeyine olmaktadır. Şekil 3.5'te dönüş algoritması şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.5 Genelleştirilmiş dönüş şeması. Geometrik yorumlama: (a) pekleşme plastisitesi; (b) mükemmel plastisite (Owen vd., 2008)

3.2.4 Genleşme Oranı

Poisson oranı veya eksenel şekil değiştirmelere göre radyal şekil değiştirmelerin değişim oranı, genleşme oranı olarak adlandırılır (Mirmiran ve Shahawy, 1997). (3.13) eşitliğinde genleşme oranının hasabı gösterilmiştir.

$$\mu = \frac{\mu_0 + ax + b^2}{1 + cx + dx^2} \tag{3.13}$$

Burada μ_0=başlangıç genleşme oranı, $x = \epsilon_c/\epsilon_{co}$, ϵ_{co}= sargılı betonun tepe şekil değiştirmesi ve a, b, c ve d katsayılardır. İlk olarak, başlangıç genleşme oranı (μ_0), sargısız betonun Poisson oranı (ν_0) ile aynıdır. Mikro çatlaklar geliştikçe, genleşme oranı artma eğilimindedir. Artış yaklaşık $0.7f_c'$ değerinde daha hızlı hale gelir. Genleşme oranı formülünde kullanılan a, b, c ve d terimleri (3.14) eşitliğinde verilmiştir.

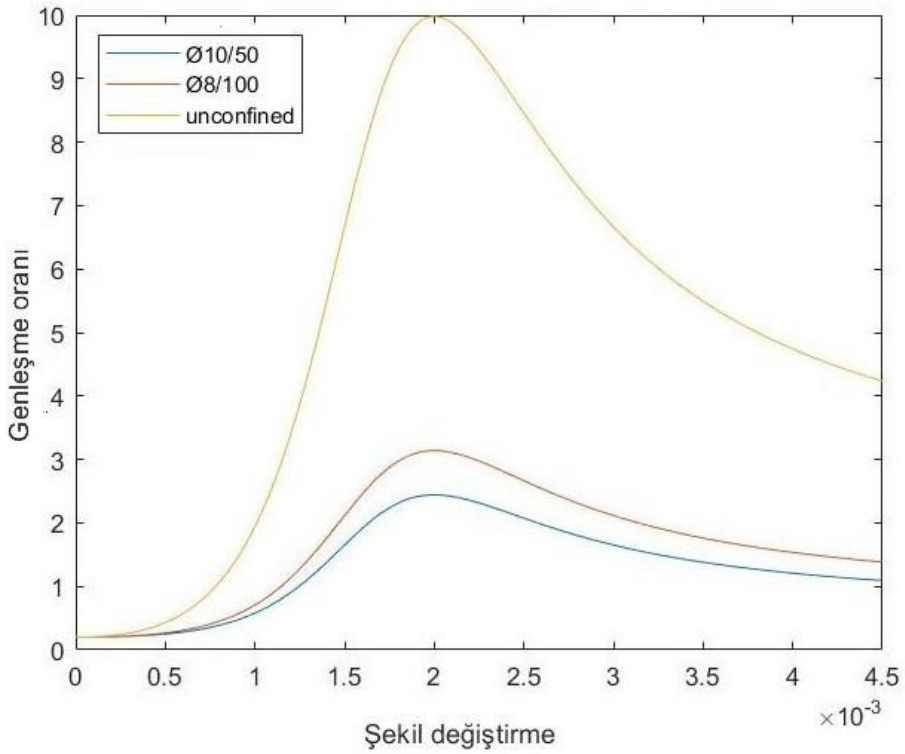
$$a = \mu_0 c \quad ; \quad b = \mu_u d \quad ; \quad c = -2 \quad ; \quad d = \frac{\mu_{0_{max}}}{\mu_{u_{max}}} \tag{3.14}$$

Betonun kendisini tamamen ceketin üzerine yerleştirdiği serbest betonun nihai şekil değiştirmesine yaklaşırken, genleşme hızı (3.15) eşitliğinde verilen μ_{max}'lık bir tepe değerine ulaşır. Ceket yanal genişlemenin tam kontrolünü üstlendiğinde, genişleme oranı kararlı hale gelir ve asimptotik μ_u değerine düşer (Mirmiran ve Shahawy, 1997). μ_u'nun formülasyonu (3.16) eşitliğinde verilmiştir.

$$\mu_{max} = -0.7611 Ln\left(\frac{2E_j t_j}{f_c' D}\right) + 4.0167 \tag{3.15}$$

$$\mu_u = -0.1375 Ln\left(\frac{2E_j t_j}{f_c' D}\right) + 0.8646 \tag{3.16}$$

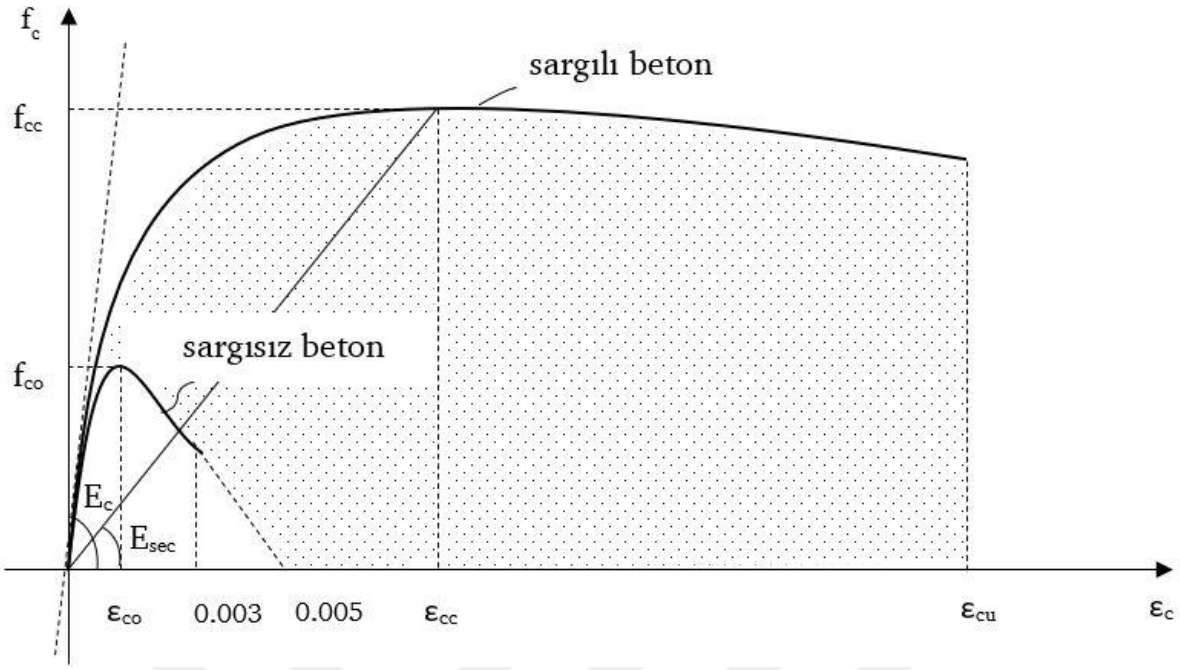
$(2E_jt_j/f'_{co}D)$, ceketin beton çekirdeğin rijitliğidir. Burada f'_{co}, sargısız betonun basınç dayanımıdır. Betonun modülü genellikle $\sqrt{f'_c}$ ile ilişkili olduğundan, rijitlik oranındaki payda betonun rijitliğinin yanı sıra beton dayanımının da göstergesidir. Şekil 3.6'da farklı donatı durumları için genleşme oranı ve şekil değiştirme arasındaki ilişki verilmiştir.



Şekil 3.6 Genleşme oranı ve şekil değiştirme ilişkisi

3.2.5 Beton Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkisi

Mander vd. (1984), hem dairesel hem de dikdörtgen şekilli enine donatıya uygulanabilen sınırlı beton için birleşik bir gerilme-şekil değiştirme yaklaşımı önermiştir. Gerilme-şekil değiştirme modeli Şekil 3.7'de gösterilmektedir ve Popovics (1973) tarafından önerilen bir denkleme dayanmaktadır (Mander vd. 1988). Sargılı betonda beton basınç gerilmesi f_c (3.17) eşitliğinde verilmiştir. Sargılı betonun basınç dayanımı f_{cc} ile sargısız betonun basınç dayanımı f_{co} arasındaki ilişki (3.18) eşitliğinde verilmiştir.



Şekil 3.7 Sargılı ve sargısız betonun tek yönlü (monotonik) yüklemesi için önerilen gerilme-şekil değiştirme modeli

Mander modeli için korelasyonlar Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği'nden alınmıştır (TBDY, 2018).

$$f_c = \frac{f_{cc} x r}{r - 1 + x^r} \tag{3.17}$$

$$f_{cc} = \lambda_c f_{co} \quad ; \quad \lambda_c = 2.254\sqrt{1 + \frac{7.94 f_e}{f_{co}} - 2\frac{f_e}{f_{co}}} - 1.254 \tag{3.18}$$

Normalize beton şekil değiştirmesi x ve r'nin bağıntıları (3.19) ve (3.20) eşitliklerinde verilmiştir. Efektif sargılama basıncı olan f_e, dikdörtgen kesitlerde iki dik yön için hesaplanır. Bu çalışmada, kirişin dikdörtgen kesiti düşünüldüğünden ve kirişler tek doğru etrafında eğilme etkisine maruz kaldığından, kiriş kesitinin kısa doğrultusundaki etriyeler bir kuşatma etkisi oluşturacağı için ρ hesabında sadece bir doğrultu dikkate alınmıştır. f_e'nin hesaplanması (3.21) eşitliğinde verilmiştir.

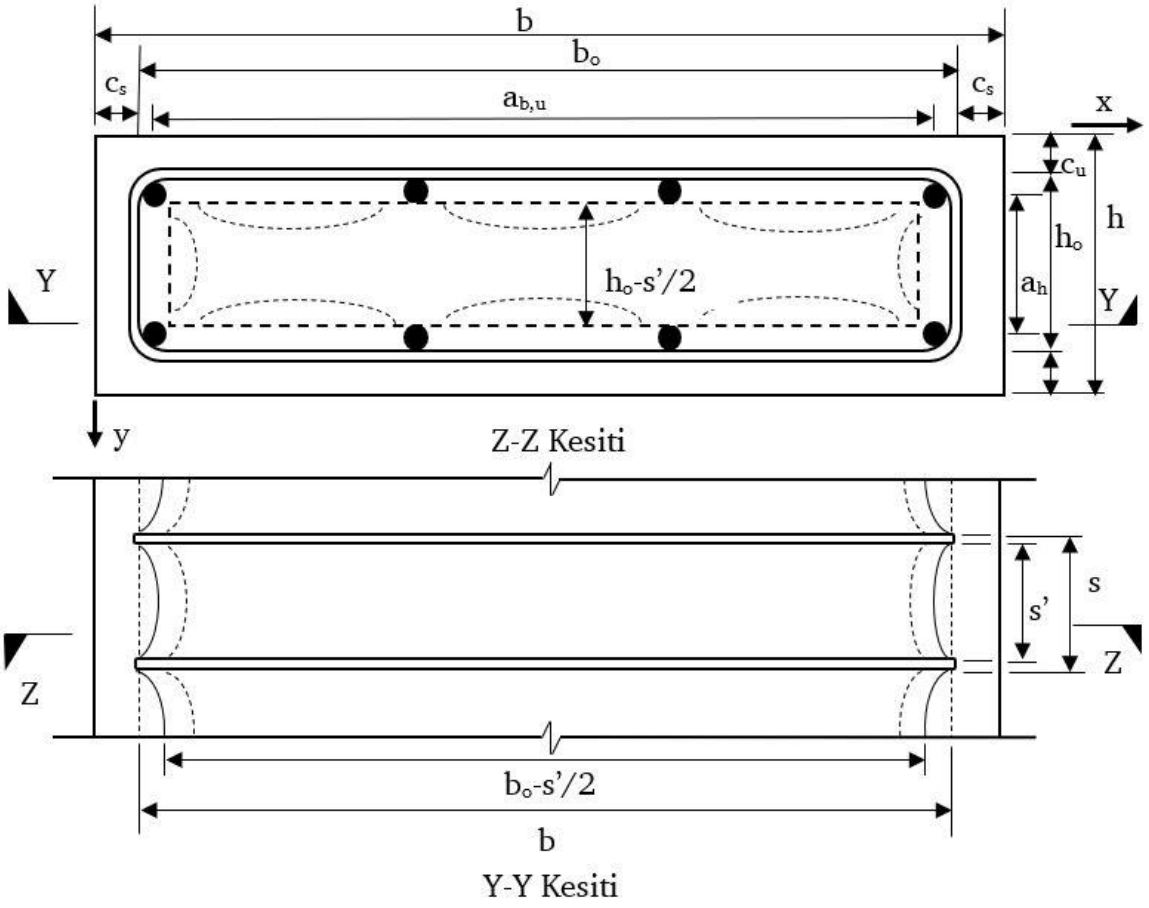
$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad ; \quad E_c = 5{,}000\sqrt{f_{co}} \quad ; \quad E = \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc_{sec}}} \tag{3.19}$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad ; \quad \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co}[1 + 5(\lambda_c - 1)] \quad ; \quad \varepsilon_{co} \cong 0.002 \tag{3.20}$$

Burada ε_c boyuna beton basınç şekil değiştirmesi, ε_{co} sargısız beton dayanımına karşılık gelen şekil değiştirmedir (genellikle $\varepsilon_{co} = 0{,}002$ kabul edilebilir). ε_{cc} sargılı beton dayanımına karşılık gelen şekil değiştirmedir ve E_c betonun elastisite modülüdür.

$$f_e = k_e \rho f_{yw} \tag{3.21}$$

Burada f_{yw} enine donatının akma dayanımıdır, (3.22)'de verilen ρ, toplam enine donatının hacimsel oranıdır ve (3.23)'te k_e, sargılama etkinlik katsayısı oranıdır. Betonarme kesitteki boyutlar Şekil 3.8'de gösterilmiştir.



Şekil 3.8 Sargılı dikdörtgen kesite ait boyutlar

$$\rho = \frac{2(h_o + b_o){d_t}^2 \frac{\pi}{4}}{h_o b_o s} = \frac{(h_o + b_o) d_t^2 \pi}{2 h_o b_o s} \tag{3.22}$$

$$k_e = \left(1 - \frac{\sum a_i^2}{6 b_o h_o}\right)\left(1 - \frac{s}{2 b_o}\right)\left(1 - \frac{s}{2 h_o}\right)\left(1 - \frac{A_s}{b_o h_o}\right)^{-1} \quad (3.23)$$

a_i, (3.24)'te verilen bitişik boyuna donatılar arasındaki mesafe olduğunda, b_o ve c_o x ve y yönlerinde çevre etriyenin merkez hatlarına göre çekirdek boyutlarıdır. s etriyelerin merkezleri arası uzaklıktır.

$$\sum a_i^2 = 2\left[\left(\frac{a_{b,u}}{b_{u,n} - 1}\right)^2 + \left(\frac{a_{b,d}}{b_{d,n} - 1}\right)^2 + {a_h}^2\right] \quad (3.24)$$

Burada $a_{b,u}$ (3.25)'te verilen üst boyuna donatıların merkezden merkezine olan mesafedir. $a_{b,d}$ (3.26)'da verilen alt boyuna donatıların merkezden merkeze olan uzaklığıdır ve (3.27)'de verilen a_h derinlik boyunca alt ve üst donatıların merkezden merkezine olan mesafedir.

$$a_{b,u} = b - 2c_s - b_u \quad (3.25)$$

$$a_{b,d} = b - 2c_s - b_d \quad (3.26)$$

$$a_h = h - (c_u + c_d) - \left(\frac{b_u + b_d}{2}\right) \quad (3.27)$$

k_e katsayısının hesaplanmasında kullanılan A_s, boyuna donatı çubuğunun alanıdır. Hesaplama (3.28) eşitliğinde gösterilmiştir.

$$A_s = \frac{b_u^2 \pi}{4} b_{u,n} + \frac{b_d^2 \pi}{4} b_{d,n} \quad (3.28)$$

burada b_u, dikdörtgen bir kirişin tepesindeki boyuna donatının çapı, b_d dikdörtgen bir kirişin altındaki boyuna donatının çapı ve $b_{u,n}$ ve $b_{d,n}$ bu donatıların sayısıdır.

4
MANDER MODELİNİN GELİŞTİRİLEN PROGRAM İÇERİSİNDE TANIMLANMASI

4.1 Gerilme-Şekil Değiştirme Eğrisini Takip Eden Değerlerin Türetilmesi

Program; çözülen problem tanım alanındaki her nokta için elde edilen gerilme-şekil değştirme tensörlerinin efektif değerlere dönüştürülmesi ile elde edilen noktasal gerilme-şekildeğiştirme değer çiftinin girdi bilgisi olarak kullanılan tek eksenli basınç gerilmesi-şekil değiştirme eğrisinin takip ettirilmesi ile çalışmaktadır. Burada, girdi bilgisi olan tek eksenli basınç gerilmesi-şekildeğiştirme eğrisi TBDY-2018'de kullanılan Mander beton malzeme eğrisi olarak dikkate alınmıştır. Mander beton malzeme modeline göre gerilme ve şekil değiştirme değerleri (3.2.5) numaralı başlığa göre hesaplanarak elde edilmiştir. Ayrıca programda ihtiyaç duyulan her şekil değiştirme nokta değeri için tanjant elastisite modülü, Poisson oranı, sekant elastisite modülü, elastisite modülü, genleşme oranı ve açısı, kayma modülü, içsel sürtünme açısı, kohezyon ve plastik şekil değiştirme miktarı türetilmiştir. Mander modeline göre oluşturulan eğride sargılı betondaki maksimum basınç birim şekil değiştirme değerinin ötesinde gerilmenin sıfırlandığı andaki şekil değiştirme değerine ulaşıncaya kadar oluşan tüm bölge alt bölgelere bölünmüştür. Eğri boyunca her şekil değiştirme noktasında hesaplanan değerler (yumuşama bölgesi dahil) bir matris içerisinde toplanmıştır.

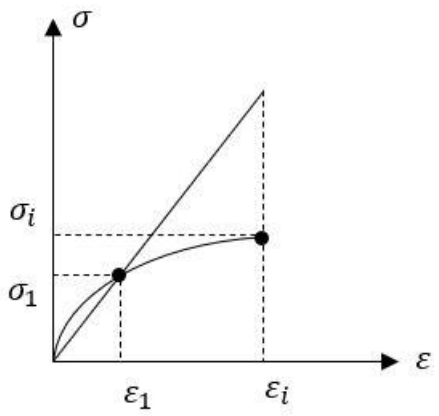
4.1.1 Tanjant Elastisite Modülü

Her şekil değiştirme anına denk gelen noktaya ait gerilme ve şekil değiştirme değerleriyle bir önceki şekil değiştirme anına denk gelen noktaya ait gerilme ve şekil değiştirme değerleri arasındaki fark kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu hesap (4.1) eşitliğinde gösterilmektedir.

$$E_{t_i} = \frac{f_{c_i} - f_{c_{i-1}}}{\varepsilon_{c_i} - \varepsilon_{c_{i-1}}} \tag{4.1}$$

4.1.2 Poisson Oranı

Yapılan çalışmada hacimsel şekil değiştirme oranının sabit olduğu varsayılmıştır. Bu durumda hacimsel modül, K, değerinin sabit olmasından dolayı değişen elastisite modülü değeri ile poisson oranının da değişmesi gerekmektedir. Şekil 4.1'deki gerilme-şekil değiştirme grafiğinde bu durum basit bir şekilde ifade edilmeye çalışılmıştır.



Şekil 4.1 Hacimsel modülün sabit olması üzerine betonun gerilme-şekil değiştirme grafiği

Hacimsel modülün sabit olduğu gözönünde bulundurulduğunda (4.2) eşitliğinde belirtilen eşitlik elde edilmektedir.

$$K = \frac{\sigma_1}{3\varepsilon_1(1-2\nu_1)} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i(1-2\nu_i)} \tag{4.2}$$

Buradan Poisson oranı çekildiğinde (4.3) eşitliğinde verilen formülizasyon elde edilmektedir.

$$\nu_i = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\sigma_i \varepsilon_1}{\sigma_1 \varepsilon_i}(1-2\nu_1)\right] \tag{4.3}$$

Hacimsel modülün hacimsel şekil değiştirme ile değişimi doğrusal olmayan bir eğri olup 6.2 başlığı altında bu durumdan bahsedilmektedir. Kurulan formülizasyonun ihtiyaç duyduğu bilinmeyen sayısını azaltmak adına burada olduğu gibi sabit kabul edilmesi bu çalışmanın bir varsayımıdır.

4.1.3 Sekant Elastisite Modülü

Mander eğirisini takip eden adımlarda her şekil değiştirme anına denk gelen noktaya sıfır noktasından çizilen doğrunun eğimi sekant elastisite modülünü vermektedir. Sekant elastisite modülü, oluşan hasarın tamamının plastik olduğu kabul edilerek kayma modülünün hesabında kullanılmıştır. (4.4) eşitliğinde verilen hacimsel modül formülünden elde edilen sekant elastisite modülü (4.5) eşitliğinde gösterildiği şekilde hesaplanmaktadır.

$$K = \frac{E_s}{3(1-2\nu)} \tag{4.4}$$

$$E_{s_i} = 3K(1-2\nu_i) \tag{4.5}$$

4.1.4 Elastisite Modülü

Burada (4.9)'da kullanılan ε_{cu}, maksimum basınç birim şekil değiştirme değeri, ε_{cudr}, çökme şekil değiştirmesi değeri ve (4.7)'de hesaplanan d, hasar parametresi olmak üzere elastisite modülü (4.6) ve dolayısıyla (4.8) eşitliklerinde gösterildiği şekilde hesaplanmaktadır.

$$E_e = E_c(1-d_i) \tag{4.6}$$

$$d_i = \frac{\varepsilon_{c_i}E_c - f_{c_i}}{\varepsilon_{cud}E_c} \tag{4.7}$$

$$E_e = E_c\left(1 - \frac{\varepsilon_{c_i}E_c - f_{c_i}}{\varepsilon_{cud}E_c}\right) \tag{4.8}$$

$$\varepsilon_{cud} = \varepsilon_{cu} + \varepsilon_{cudr} \tag{4.9}$$

Tanımlanan bu elastisite modülü yukarıdaki şekilde tariflenen hasar tanımına bağlı olarak elde edilmiştir. Beton malzemesinin doğası gereği, sürekli olarak betonun gerilmesinin başlangıç elastisite modülü ile şekil değiştirmenin oluşturduğu gerilmeden daha az çıkması aslında beton malzemesinin şekil değiştirmeye bağlı olarak sürekli hasar geliştirdiği anlamına gelmektedir. Literatürdeki genleşme oranının deneylerle şekil değiştirmeye bağlı değişiminin elde edilmiş olması da buna işaret etmektedir. Ayrıca Poisson oranı ile genleşme arasındaki ilişkiden de Poisson

oranının şekil değiştirme ile değişim gösterdiği literatürdeki deneysel çalışmalardan anlaşılmaktadır. Dolayısıyla beton malzemesi betona ait gerilme şekil değiştirme ilişkisinin tanımı hasar üzerine bina edilmektedir. Buradan hareketle bu çalışma içerisinde genleşme oranı ve Poisson oranı değişiminin nasıl elde edileceği verilmektedir. Ancak bu tanımların yapılması gerilme-şekil değiştirme ilişkisinin tam olarak tanımlanmasına yetmemektedir. Bilindiği üzere literatürde kurulan Drucker-Prager gibi modellerde tek eksenli deneylerden elde edilen grafiklerin doğrusal olmayan nümerik çözümlemede takip edilebilmesi için plastik şekil değiştirme miktarları kullanılmaktadır. Lakin tanımlanan gerilme-şekil değiştirme grafikleri toplam şekil değiştirme üzerinden sunulmaktadır. Dolayısıyla ilgili gerilme değerine denk gelecek olan plastik şekil değiştirme değeri belli değildir. Unutulmamalıdır ki beton malzemesinin tanımı için kullanılacak olan tüm parametrelerin birbiriyle tutarlı olması elde edilecek sonucun doğruluğu üzerinde çok büyük etkiye sahiptir.

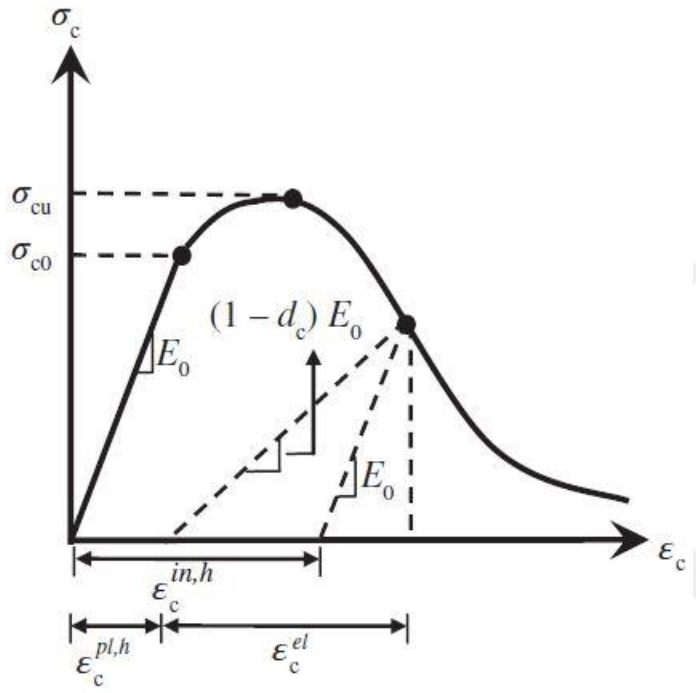
Literatürde çoğunlukla bir gerilme-şekil değiştirme diyagramına karşılık tek bir kohezyon, sürtünme açısı ve genleşme açısı değeri kullanılmaktadır. Bu durumun elde edilecek sonuçlardaki kalitenin devamlılığındaki en büyük engel olduğu bu parametrelerin aynı gerilme-şekil değiştirme değerleri kullanılmasına rağmen farklı problemlerde değiştirilmesi ihtiyacından anlaşılmaktadır.

Tek eksenli deneyle elde edilen gerilme şekil değiştirme grafiği için plastik şekil değiştirme değerinin toplam şekil değiştirme değerinden hesaplanmasında burada tanımlanan ((4.6) eşitliğinde verilen) elastisite modülü kullanılmaktadır. Dolayısıyla burada yapılan elastisite modülü tanımı sadece malzemenin gerilme-plastik şekil değiştirme ilişkisi için tanımlanmıştır. Doğrusal olmayan nümerik hesaplardaki doğrusal malzeme matrisinde sekant elastisite modülü ve sabit hacimsel modüle bağlı olarak ondan elde edilen Poisson oranı ve kayma modülü ile tanımlanmaktadır. Dolayısıyla hesaplardaki plastik şekil değiştirme miktarı sekant elastisite modülü kullanılarak elde edilmektedir.

4.1.5 Hasar Parametresi

Betonun tek eksenli basınç yüklemesi altındaki gerilme-şekil değiştirme grafiğine bakıldığında (Şekil 4.2), grafiğin üzerindeki bir noktaya karşılık gelen şekil değiştirme miktarının plastik şekil değiştirme bileşeni hasar parametresine bağlı olarak

hesaplanmaktadır. Hasar parametresine bağlı hesaplanan elastisite modülü 4.1.4 başlığında anlatılmıştır. Bu doğrultuda hesaplanan plastik şekil değiştirme miktarı, sınırlandırılmış Drucker- Prager modeli ile yapılan analiz sonucu elde edilen plastik şekil değiştirme miktarıyla karşılaştırılır ve mevcut aşamada türetilmiş olan hangi malzeme parametrelerinin kullanılacağına karar verilir.



Şekil 4.2 Tek eksenli basınç yüklemesi altında beton davranışı (Hafezolghorani vd. 2017)

4.1.6 Genleşme Oranı

Sırasıyla (4.10), (4.11) ve (4.12)'de verilen ε_v, hacimsel şekil değiştirme veya genleşme, ε_c, eksenel şekil değiştirme ve ε_r, yanal şekil değiştirme değerleridir. Hesaplama adımları (4.13), (4.14) ve (4.15) eşitliklerinde verilmektedir.

$$\varepsilon_v = \varepsilon_c + 2\varepsilon_r \tag{4.10}$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon \tag{4.11}$$

$$\varepsilon_r = -\nu\varepsilon \tag{4.12}$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon(1 - 2\nu) \tag{4.13}$$

$$\mu = \frac{d\varepsilon_r}{d\varepsilon_c} \tag{4.14}$$

Deneysel genleşme oranı ardışık adımlar arasında hesaplandığında genleşme oranı (4.16) eşitliğinde gösterilen şekilde hesaplanmaktadır.

$$\mu_i = \frac{\Delta\varepsilon_r}{\Delta\varepsilon_c} = \frac{\varepsilon_{r_i} - \varepsilon_{r_{i-1}}}{\varepsilon_{c_i} - \varepsilon_{c_{i-1}}} \tag{4.15}$$

$$\mu_i = \frac{(-\nu_i\varepsilon_i) - (-\nu_{i-1}\varepsilon_{i-1})}{\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}} = -(i-1)\nu_{i-1} - i\nu_i \tag{4.16}$$

4.1.7 Genleşme Açısı

Genleşme açısı düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme durumları için bağlantılı olmayan Drucker Prager malzeme modelinde kullanılan $\bar{\eta}$ ve $\bar{\xi}$ parametrelerinin hesabında kullanılmıştır. Genleşme açısı hesabı (4.17) eşitliğinde verilmiştir.

$$\tan^{-1}(\mu_i) = \tan^{-1}[-(i-1)\nu_{i-1} - i\nu_i] \tag{4.17}$$

4.1.8 Kayma Modülü

Kayma modülü malzemenin kayma gerilmesine karşı gösterdiği direnci ifade eder. Hazırlanan programda sekant elastisite modülü kullanılarak hesaplanmaktadır. Hesabı (4.18) eşitliğinde verilmiştir.

$$G_i = \frac{E_{s_i}}{2(1+\nu_i)} \tag{4.18}$$

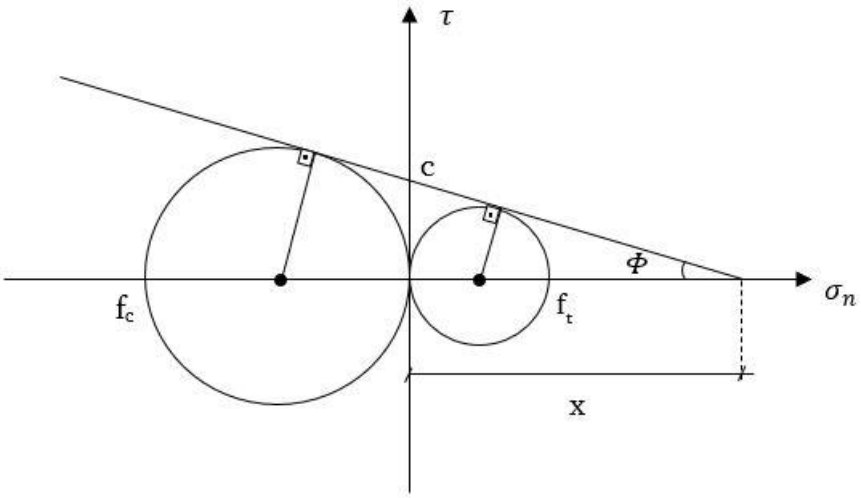
4.1.9 İçsel Sürtünme Açısı

İçsel sürtünme açısı düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme durumları için bağlantılı Drucker Prager malzeme modelinde kullanılan η ve ξ parametrelerinin ve kohezyon değerinin hesabında kullanılmıştır. (4.19) eşitliğinde hesabı gösterilmektedir.

$$\phi_i = \sin^{-1}\frac{f_{c_i} - f_t}{f_{c_i} + f_t} \tag{4.19}$$

4.1.10 Kohezyon

Asal düzlemde çizilen aşağıdaki şekilde Mohr çemberlerine çizilen teğet doğrusunun y eksenini kestiği nokta kohezyon değerini vermektedir. Akma eğrisinin x eksenini kestiği noktanın değeri x, (4.20)'de hesaplanmaktadır. Kohezyon değerinin hesabı (4.21) eşitliğinde verilen şekildedir.



Şekil 4.3 Mohr dairesi ve kırılma zarfı

$$x_i = \frac{f_{c_i} f_t}{f_{c_i} - f_t} \tag{4.20}$$

$$c_i = \frac{f_{c_i} f_t}{f_{c_i} - f_t} \tan \Phi_i \tag{4.21}$$

4.1.11 Plastik Şekil Değiştirme Miktarı

Plastik şekil değiştirme miktarı, elastisite modülü kullanılarak

$$\varepsilon_i^p = \varepsilon_{c_i} - \frac{f_c}{E_{e_i}} \tag{4.22}$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

Geliştirilen programdaki (Tablo 4.1'deki gibi örneklenen) veri setinin dikkate alınan beton malzeme modelinin her noktası için türetilmesi literatürde dikkate alınmayan bir durum olup bu çalışma için özgünlük arz etmektedir. Beton için dikkate alınan Drucker-Prager beton modeline göre kullanılan betona ait gerilme-şekil değiştirme

diyagramı Mander modelinin temsil edilmesi için ihtiyaç duyulan nokta sayısıyla dikkate alınmıştır. Bu tezde çözülen örneklerde pik gerilme değerine kadar yaklaşık 560 nokta öngörülmüştür. Gerilme-şekil değiştirme diyagramı için araştırma kodlarında veya ticari programlarda genellikle iki doğrulu (bilineer) veya çok doğrulu (multilineer) diyagramlar kullanılmak üzere en fazla 10 ile 20 nokta arası kullanılmaktadır. Ayrıca mevcut araştırma veya ticari programlarda Drucker-Prager modeli için kohezyon, içsel sürtünme açısı ve genleşme açısı tek değer olarak dikkate alınmaktadır. Geliştirilen programda beton gerilme-şekil değiştirme eğrisini tanımlayan her nokta için bu değerler türetildiği yukarıda da ifade edilmiştir. Pragramda türetilen bu değerlerin malzeme modelinin plastikleşme sürecini daha iyi modellediği düşünülmektedir.

Dikkate alınan beton malzeme modeli için genleşme oranının gerilme-şekil değiştirme eğrisini tanımlayan her nokta için hesaplanması p-q düzleminde $\sqrt{J_2}$ değerini Drucker-Prager modelinin sınırlandırılmış kısmına doğru gelişmesine ve hatta tamamen sıfıra indirgenmesine izin vermektedir. Böylelikle gelişen gerilme halinin tamamen hidrostatik gerilmeye dönüşmesi veya haritalanmasına olanak sağlanmaktadır. Genleşme oranının dolayısıyla genleşme açısının değişimine bağlı olarak Poisson oranının da tanımı gereği tanımlanan eğri üzerindeki her nokta için elde edilmesi hesap tutarlılığı için gerektiğinden dikkate alınmıştır. Poisson oranının hesabında hacimsel modülün (bulk modülünün) her şekil değiştirme anı için aynı olduğu öngörülmüştür. Beton malzeme modellerinde genleşme açısı bağlantılı olmayan (non-associative) ilişkiden dolayı sürtünde açısından farklı değerlere sahip olması gerekmektedir. Malzeme plastikleştiğinde akma yüzeyinin normaliyle plastik şekil değiştirme yüzeyinin normali farklı açılarda gelişmektedir. Burada akma yüzeyinin normali sürtünme açısıyla ilişkili olup plastik şekil değiştirme yüzeyinin normali genleşme açısıyla ilişkilidir. Beton malzemesinin doğası gereği doğrusal elastik bir bölgeyi tamamladıktan sonra hasara bağlı genleşme miktarına bağlı olarak plastikleşme gösterdiği düşünülebilir. Bu anlamda literatürde beton malzemesi hasar modelleriyle beraber dikkate alınarak tanımlanmaktadır. Bu modellerde farklı olarak hasar parametresi tanımı yapılmaktadır. Geliştirilen programda dikkate alınan parametrelerde böyle bir hasar tanımı için ayrıca bir parametre tanımı yapılmamış olmasına rağmen genleşme oranının malzemenin her dikkate alınan şekil değiştirme

anı için tanımlanmış olması genleşme oranının tanımı gereği hasar ilişkisini içermektedir. Bu anlamda ayrıca bir hasar tanımının yapılmamış olması ve bu hasar parametresinin değerinin belirlenmesine ihtiyaç duyulmaması önemlidir. Çünkü, her ihtiyaç duyulan parametre elde edilmesi ek bilgiye ihtiyaç duymaktadır.

Geliştirilen programda genleşme açısı gibi kohezyon ve sürtünme açısının da her şekil değiştirme anı için tanımlanmış olması; akma yüzeyinin p-q düzleminde değişiminin dikkate alındığı yani akma yüzeyinin normalinin ve düşey ekseni kesme noktası değerinin değiştiğinin hesaplara katıldığı anlamına gelmektedir. Bu durum iteratif çözümlemede gerilme halinin p-q düzlemi içerisinde daha doğru bir gelişim hattını takip etmesine olanak vermektedir. Literatürdeki yayınlardan ve yapılan tez çalışmalarından beton için Drucker-Prager modelinin kullanılmasında sonuçların kohezyona ve sürtünme açısına çok bağlı olduğu bilinmekte olup modelleme yapanların bu parametreleri belirlemede oldukça sorun yaşadıkları bilinen bir gerçektir. Bu anlamda geliştirilen programda bu parametreler için her şekil değiştirme anına karşı değerlerinin dikkate alınması kullanıcı açısından büyük bir kolaylıktır.

Geliştirilen programda doğrusal malzeme matrisinin kurulumunda sekant elastisite modülü ve bu modüle bağlı olarak hesaplanan kayma modülü dikkate alınmıştır. Her şekil değiştirme anı için hacimsel modülün sabit kaldığı öngörüsüyle sekant elastisite modülü Poisson oranına bağlı olarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla tanımlanan gerilme-şekil değiştirme diyagramındaki her şekil değiştirme anı için elastisite modülünün yumuşaması dikkate alındığından bir nevi hasara bağlı elastisite modülünün azalması dikkate alınmış olmaktadır.

Bahsedilen malzeme parametrelerini ve bu parametrelere bağlı oluşan diğer parametrelerin değerlerini sütunlarında içeren, satırlarında her nokta için tanımlı bir matris oluşturulmuştur. Maksimum gerilme değerine ulaşıldığı anda elde edilen değerler Tablo 4.1'de gösterilmektedir.

Tablo 4.1 Çözülen örneklerdeki beton malzeme modelinden örnek bir gösterim

Mander eğrisine göre veri seti içeriği (veri seti matrisinin sütunları)	ε_c	f_c	E_t	ν	E_e	μ	G	ϕ	c	ε^p
566 nolu satır	0,0020	25,0000	21,9329	0,3498	20014,9944	0,4997	20014,9944	62,4729	3,0619	0,0007
567 nolu satır	0,0020	25,0000	-3,1234	0,3501	19994,9994	0,5000	19994,9994	62,4729	3,0619	0,0008
568 nolu satır	0,0020	25,0000	-21,8173	0,3503	19979,9900	0,5003	19979,9900	62,4729	3,0619	0,0008

5
GELİŞTİRİLEN PROGRAMDAKİ DÖNÜŞ ALGORİTMALARI

Drucker Prager malzeme modelinin p-q düzleminde tanımlanması için bir akma yüzeyi ve bir sınır kullanılmaktadır. Bununla ilgili tanımlamalar Bölüm 3'te "Sınırlandırılmış (Capped) Drucker-Prager Modeli" isimli başlıkta verilmiştir. Sınırlandırılmış akma yüzeyinin gelişimi malzeme gerilme ve şekil değiştirme düzeyinin gelişmesiyle orantılı olarak gerçekleşmektedir. Bu gelişim, doğrusal olmayan malzeme değişkenlerinin (plastik şekil değiştirme çarpanları) değerlerinin iterasyon süreci içerisinde Newton Raphson yöntemi kullanılarak çözümlenen denklemlerden elde edilmesiyle sağlanmaktadır.

Sınırlandırılmış akma yüzeyinin gelişiminin kontrolü için elde edilen ilgili iterasyondaki şekil değiştirme miktarına bağlı olarak başlangıç gerilme değeri hesaplanarak ilgili adımdaki gerçek gerilme değeri bulunmaya çalışılır. Bu süreç dönüş algoritmaları ile gerçekleştirilir (Şekil 5.1). Tanımlanmış olan sınırlandırılmış akma yüzeyinin gelişiminin kontrol edilebilmesi için beş adet dönüş algoritmasına gerek duyulur. Bunlar sırasıyla:

1. Konik akma yüzeyine dönüş algoritması
2. Konik akma yüzeyinin uç noktasına dönüş algoritması
3. Sınırlandırılmış bölgeye ait akma yüzeyine dönüş algoritması
4. Sınırlandırılmış yüzey ve konik akma yüzeyinin kesişim noktasına dönüş algoritması
5. Sınırlandırılmış akma yüzeyinin uç noktasına dönüş algoritması

şeklinde geliştirilen programda kullanılmaktadır. Malzemedeki gerilme düzeyi sınırlandırılmış akma yüzeyine ulaşmadığı durumda malzemenin elastik özelliklerini koruduğu anlaşılmaktadır.

Şekil 5.1'de verilen akış diyagramından da anlaşılacağı üzere öncelikle başlangıç değerleriyle Drucker- Prager konik akma yüzeyine göre olan konum tayin edilir. Eğer bulunan değer akma yüzeyinde ya da üstünde ise karşılık gelen deviatorik gerilme değeri incelenir. Bu durumda deviatorik gerilme tensörünün ikinci değişmezi

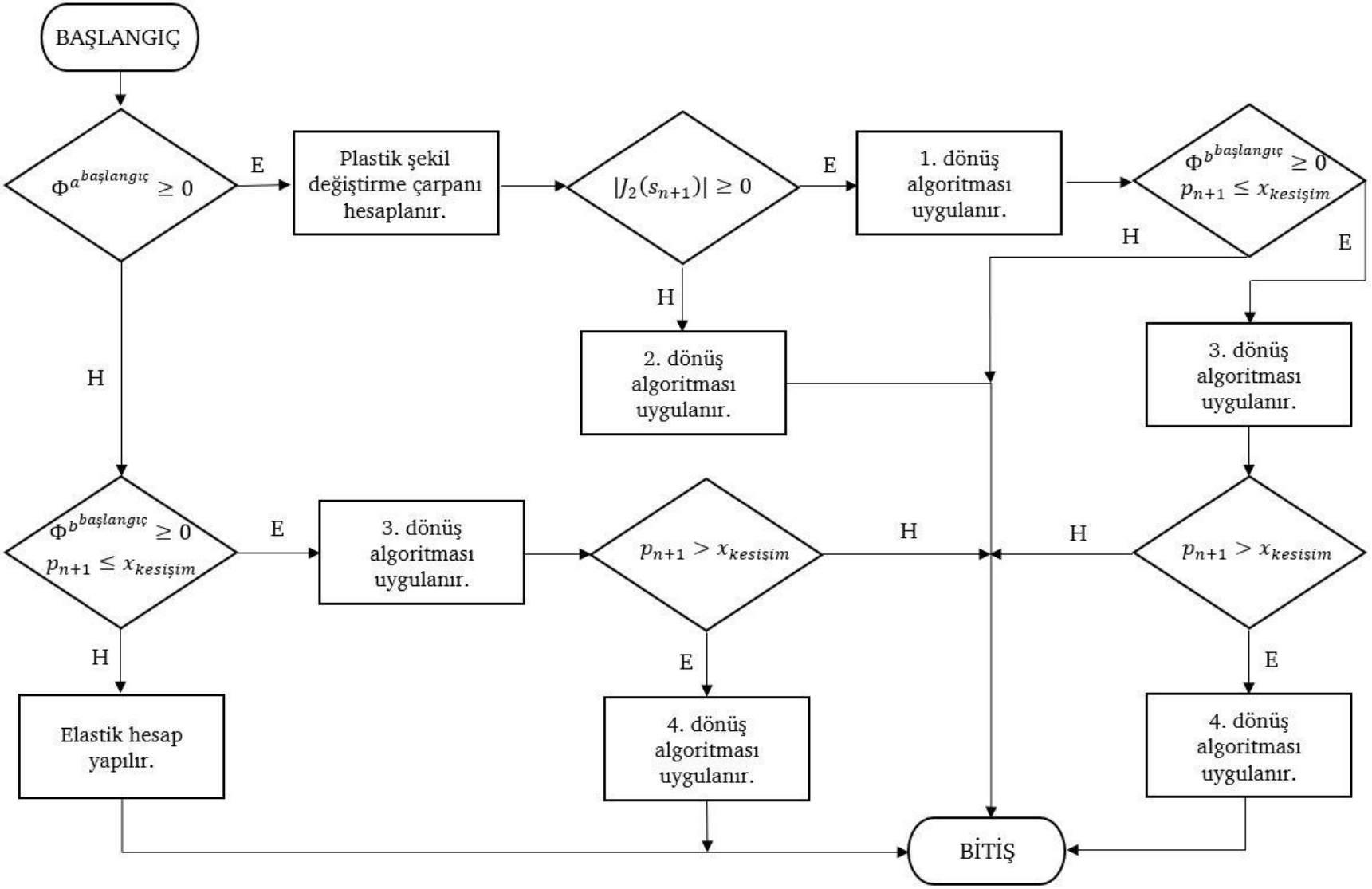
(invaryantı), J_2, sıfırdan küçük ise dönüşün konik akma yüzeyinin uç noktasına olacağı belirlenmiş olur. 2. dönüş algoritması uygulanır ve döngü sonlandırılır.

Şekil 5.1'de eğer $\sqrt{J_2}$ değeri sıfırdan büyük ya da sıfıra eşitse 1. dönüş algoritması yani konik yüzeye dönüş gerçekleştirilir. 1. dönüş algoritması uygulandıktan sonra sınırlandırılmış bölgeye ait akma yüzeyine göre olan konuma bakılır. Çünkü hala dönüşün konik yüzeye olacağı kesinleşmemiştir. Eğer bulunan değer bu akma yüzeyinin de üzerinde ise ve hidrostatik basınç değeri sınır eğrisi ile konik akma yüzeyinin kesişim noktasına denk gelen hidrostatik basınç değerinden büyük ise, 1. dönüş algoritmasının doğruluğu ispatlanmış olur ve döngü sonlandırılır.

Şekil 5.1'de bulunan değer sınırlandırılmış bölgeye ait akma yüzeyinin üzerinde ise fakat hidrostatik basınç değeri kesişim noktasına denk gelen hidrostatik basınç değerinden küçük ise dönüşün aslında sınır bölgesinin akma yüzeyine olması gerektiği anlaşılır ve 3. dönüş algoritması uygulanır. Bu durumda tekrar hidrostatik basınç değerinin sınır bölgesinin akma yüzeyi ile konik akma yüzeyinin kesişim noktasına göre olan konumuna bakılır. Hidrostatik basınç değeri kesişim noktasına denk gelen değerden büyük ise dönüşün akma yüzeylerinin kesişim noktasına olması gerektiği anlaşılır. 4. dönüş algoritması uygulanır ve döngü sonlandırılır.

Şekil 5.1'de bulunan değer eğer hidrostatik basınç değeri sınırlandırılmış akma yüzeyi üzerindeyken ve $\sqrt{J_2}$ değeri sıfırdan büyük ise; hidrostatik gerilme değeri kesişim noktasına denk gelen değerden küçük ise sınır bölgesinin akma yüzeyine olan dönüşün doğru olduğu anlaşılır ve döngü sonlandırılır.

Başa dönülecek olursa; konik akma yüzeyinin altında kalınması durumunda, öncelikle sınırlandırılmış akma yüzeyine göre olan konumun kontrolü yapılır. Eğer sınırlandırılmış bölgeye ait akma yüzeyinin üstünde olup akma yüzeylerinin kesişim noktasına denk gelen hisrostatik gerilme değerinden küçük bir gerilme değeri elde edilirse bu durumda plastikleşmenin olduğu anlaşılır. Eğer sınırlandırılmış bölgeye ait akma yüzeyinin altında olup akma yüzeylerinin kesişim noktasına denk gelen hisrostatik gerilme değerinden küçük bir gerilme değeri elde edilirse bu durumda plastikleşmenin olmadığı anlaşılır. Böylece plastikleşmenin olmadığı durumda elastik başlangıç (tahmin) değerleri gerçek değerler olarak ele anılıp elastik hesap yapılır ve döngü sonlandırılır.



Şekil 5.1 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait dönüş algoritmalarının akış diyagramı

5.1 Konik Akma Yüzeyine Dönüş Algoritması

Konik akma yüzeyine dönüş algoritması, 1. dönüş algoritması olarak adlandırılmıştır. İşleyiş şeması Şekil 5.2'de verilmektedir. (5.1) eşitliğinde konik akma yüzeyi fonksiyonu ve (5.2) eşitliğinde artımlı plastik çarpan hesabı gösterilmiştir.

$$\Phi_{n+1}^{a} = \sqrt{J_2(s_{n+1}^{trial})} + \eta p_{n+1}^{trial} - \xi c \tag{5.1}$$

$$\Delta\gamma^{a} = \Delta\gamma^{a} - \frac{\Phi_{n+1}^{a}}{d\Phi_{n+1}^{a}} \tag{5.2}$$

Algoritma (5.3) ve (5.4) eşitliklerinde verilen deviatorik ve hidrostatik gerilme değerlerinin hesaplanmasıyla başlar.

$$s_{n+1} = 1 - \frac{G\Delta\gamma^{a}}{\sqrt{J_2(s_{n+1}^{trial})}} s_{n+1}^{trial} \tag{5.3}$$

$$p_{n+1} = p_{n+1}^{trial} - K\bar{\eta}\Delta\gamma^{a} \tag{5.4}$$

Hesaplanan deviatorik ve hidrostatik gerilmeler kullanılarak (5.5) eşitliğinde verilen normal gerilme ve kayma gerilmesi değerleri hesaplanır.

$$\sigma_{n+1} = s_{n+1} + \frac{p_{n+1}}{3}$$
$$\tau_{xy_{n+1}} = s_{n+1}(3) \tag{5.5}$$

J_2 deviatorik gerilme tensörünün ikinci değişmezi (invaryantı) olmak üzere hesabı (5.6) eşitliğinde gösterildiği gibi güncellenmektedir.

$$\sqrt{J_2(s_{n+1})} = \sqrt{J_2(s_{n+1}^{trial})} - G\Delta\gamma^{a} \tag{5.6}$$

Elastik ve plastik şekil değiştirmeler (5.7) eşitliğinde verilen formüllerle hesaaplanmaktadır. Toplam şekil değiştirme değeri olan ε^{toplam}, (2.14) eşitliğinde verilmiş olan formül ile hesaplanmıştır.

$$\varepsilon_{n+1}^{e} = \frac{1}{2G} s_{n+1} + \frac{p_{n+1}}{3K}$$

$$\gamma_{n+1}^{e} = \frac{1}{G} s_{n+1} \tag{5.7}$$

$$\varepsilon_{n+1}^{p} = \varepsilon^{toplam} - \varepsilon_{n+1}^{e}$$

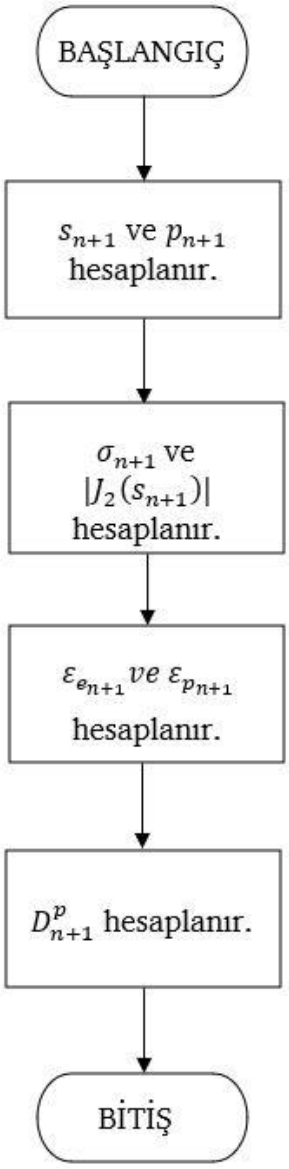
Pekleşme olması durumunda D tutarlı teğet modülünün hesabı (5.8) eşitliğinde verilmiştir.

$$D_{n+1}^{p} = 2G\left(1 - \frac{\Delta\gamma^{a}}{\sqrt{2}\left\|\varepsilon_{n+1}^{e^{trial}}\right\|}\right) I_d + 2G\left(\frac{\Delta\gamma^{a}}{\sqrt{2}\left\|\varepsilon_{n+1}^{e^{trial}}\right\|} - GA\right) D \otimes D$$
$$- \sqrt{2}GAK(\eta D \otimes I + \bar{\eta} I \otimes D) + K(1 - K\eta\bar{\eta}A) I \otimes I \tag{5.8}$$

Burada I_d deviatorik izdüşüm tensörü olmak üzere A, (5.9) eşitliğinde belirtilen şekilde hesaplanmıştır. H, pekleşme parametresi, (5.10) eşitliğinde verilen formülle hesaplanmaktadır.

$$A = \frac{1}{G + K\eta\bar{\eta} + \xi^2 H} \tag{5.9}$$

$$H = \frac{E E_t}{E - E_t} \tag{5.10}$$



Şekil 5.2 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait 1. dönüş algoritmasının akış diyagramı

5.2 Konik Akma Yüzeyinin Uç Noktasına Dönüş Algoritması

Konik akma yüzeyinin uç noktasına dönüş algoritması 2. dönüş algoritması olarak adlandırılmıştır. Algoritmaya ait akış diyagramı Şekil 5.3'te verilmektedir. Sıfır deviatorik gerilme değerine sahip akma yüzeyi denkleminde başlangıç gerilme değerini kullanarak plastik şekil değiştirme miktarı hesaplanıp, hidrostatik gerilme değeri elde edilir. Volumetrik plastik şekil değiştirme artışı (5.11) eşitliğinde gösterildiği şekilde hesaplanmaktadır.

$$\Delta\varepsilon_v^p = \Delta\varepsilon_v^p - \frac{r}{d} \tag{5.11}$$

Drucker- Prager akma fonksiyonu deviatorik gerilmenin sıfır olması durumu için uyarlandığında (5.12) eşitliğinde elde edilmektedir. (5.13) eşitliğinde verilen değer de bu akma fonksiyonun türevini ifade etmektedir.

$$r = \left(c + H\alpha_k \Delta\varepsilon_v^p\right)\beta_k - p_{n+1}^{trial} \tag{5.12}$$

$$d = \alpha_k \beta_k H + K \tag{5.13}$$

Burada α_k ve β_k parametreleri (5.14) eşitliklerinde verilen Drucker- Prager parametreleri kullanılarak hesaplanmıştır.

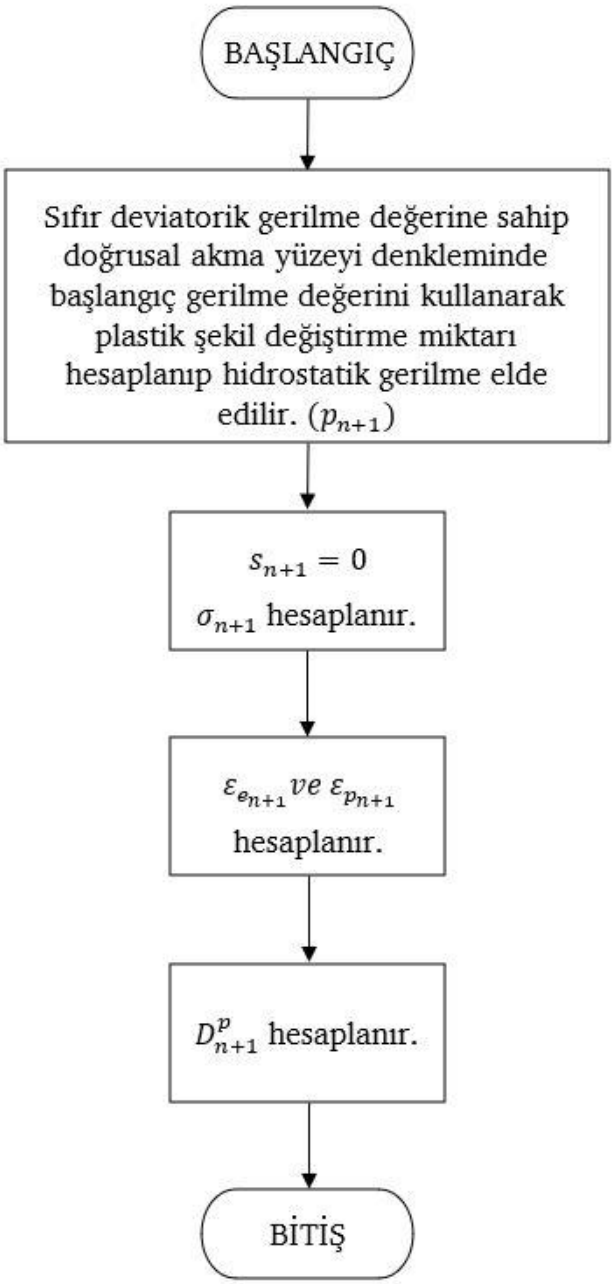
$$\alpha_k = \frac{\xi}{\bar{\eta}}$$
$$\beta_k = \frac{\xi}{\eta} \tag{5.14}$$

Deviatorik gerilme değerinin sıfır olduğu bilinmektedir ve hidrostatik gerilme (5.15) eşitliğinde belirtilen formül ile hesaplanmaktadır. Elastik ve plastik şekil değiştirmelerin hesabı 1. dönüş algoritmasında olduğu gibi (5.7) eşitliğinde belirtilen şekilde hesaplanmaktadır.

$$p_{n+1} = p_{n+1}^{trial} - K\,\Delta\varepsilon_v^p$$
$$s_{n+1} = 0 \tag{5.15}$$

Tutarlı teğet modülü, D_{n+1}^p, teğet rijitlik matrisinin hesabında kullanılmak üzere (5.16) eşitliğinde verilen şekilde hesaplanmıştır.

$$D_{n+1}^p = K\left(1 - \frac{K}{K + \alpha_k \beta_k H}\right) I \otimes I \tag{5.16}$$



Şekil 5.3 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait 2. dönüş algoritmasının akış diyagramı

5.3 Sınırlandırılmış Bölgeye Ait Akma Yüzeyine Dönüş Algoritması

Sınırlandırılmış bölgeye ait akma yüzeyine dönüş algoritması 3. dönüş algoritması olarak adlandırılır. Algoritmaya ait akış diyagramı Şekil 5.4'te verilmektedir. Sınırlandırılmış bölgenin akma yüzeyine dönüş olabilmesi için öncelikle sınırlandırılmış akma yüzeyinin üzerinde ya da üstünde bulunmak gerekmektedir. Altında kalındığı takdirde elastik hesap yapılmaktadır. Akma

yüzeyinin üstünde bulunulduğu durumda, başlangıç gerilme değerleri kullanılarak plastik şekil değiştirme miktarı hesaplanır. Ardından hidrostatik gerilme, deviatorik gerilme ve deviatorik gerilme tensörünün 2. invaryatı hesaplanır. Önceki hesaplamalardan farklı olarak, akma yüzeyinin değişiminden dolayı artımlı plastik çarpan değişecektir. Sınır bölgesine ait akma fonksiyonu (5.17) eşitliğinde verilmektedir.

$$\Phi_{n+1}^{b} = \frac{1}{\beta^2}[(p_{n+1} - p_t + a(\alpha_{n+1})]^2 + \left[\frac{q(s_{n+1})}{M}\right]^2 - [a(\alpha_{n+1})]^2 = 0 \quad (5.17)$$

Akma fonksiyonunda adı geçen M değeri Drucker- Prager konik akma yüzeyinin eğimidir. Sınır bölgesinin akma yüzeyi dairesel olup bu akma yüzeyine teğet olması dolayısıyla (5.18) eşitliğinde belirtildiği şekilde işleme alınmaktadır. Denklemde yer alan diğer değerler ve hesapları (5.19), (5.20) ve (5.21) eşitliklerinde verilmiştir.

$$M = |\eta| \quad (5.18)$$

$$p_t = c\beta_k \quad (5.19)$$

$$a = \left[\left(c + \frac{f_c}{2}\right)\tan\phi\right]\beta_k \quad (5.20)$$

$$\Delta\gamma^b = \Delta\gamma^b - \frac{\Phi_{n+1}^{b}}{d\Phi_{n+1}^{b}} \quad (5.21)$$

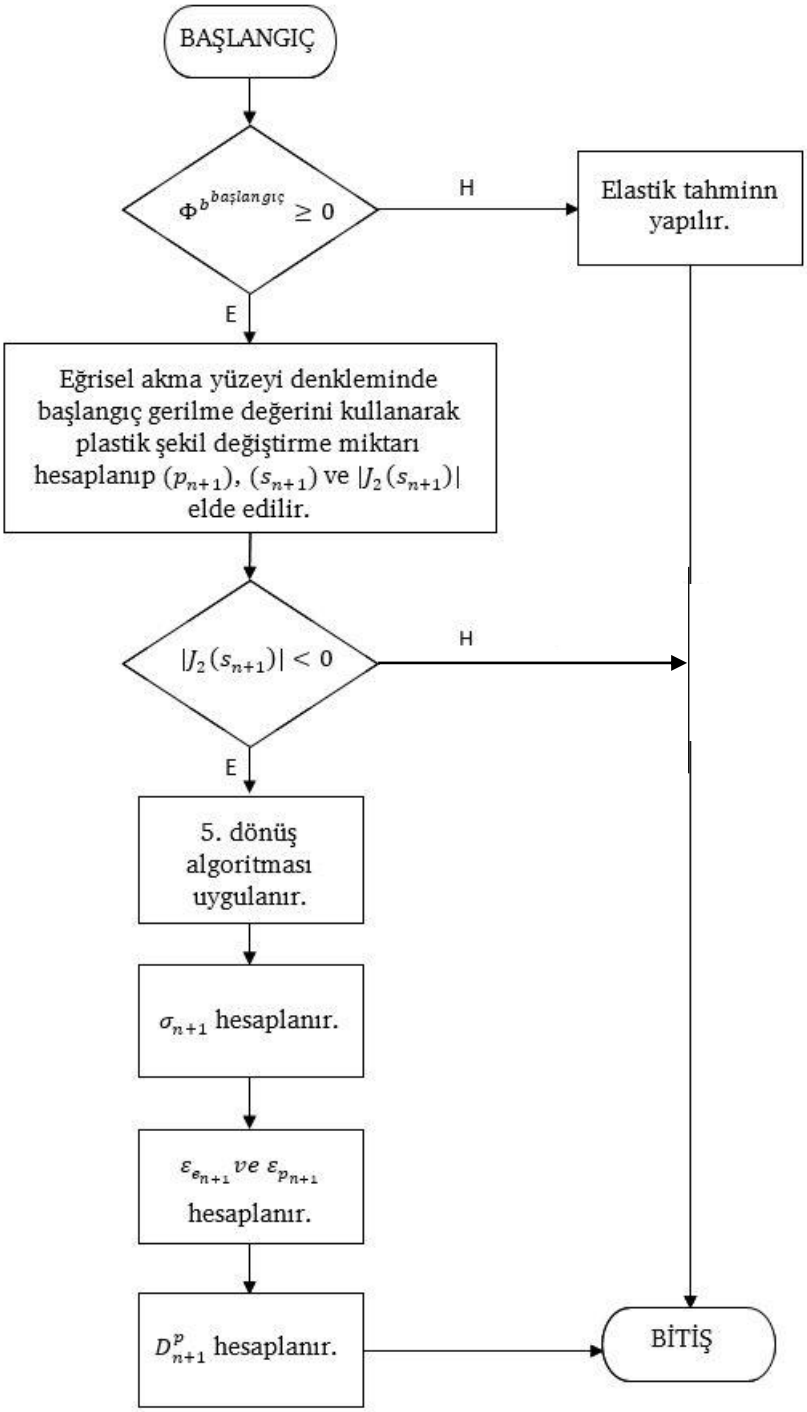
Deviatorik gerilme tensörünün ikinci değişmezi, hidrostatik gerilme ve deviatorik gerilme değerileri sırasıyla (5.22) ve (5.23) eşitliklerinde verilmiştir.

$$\sqrt{J_2(s_{n+1})} = \sqrt{J_2(s_{n+1}^{trial})} - G\Delta\gamma^b \quad (5.22)$$

$$p_{n+1} = p_{n+1}^{trial} - K\bar{\eta}\Delta\gamma^b$$

$$s_{n+1} = 1 - \frac{G\Delta\gamma^b}{\sqrt{J_2(s_{n+1}^{trial})}}s_{n+1}^{trial} \quad (5.23)$$

Eğer $J_2(s_{n+1})$ değeri sıfırdan büyükse sınırlandırılmış bölgeye ait akma yüzeyine dönüş tamamlanmaktadır. Şekil 5.4'te 4. dönüş algoritmasına ait akış diyagramı verilmektedir. $J_2(s_{n+1})$ değeri sıfırdan küçük çıktığında ise sınırlandırılmış akma yüzeyinin uç kısmına (hidrostatik basıncın sıfır olduğu noktaya) dönüş yapılmaktadır. 5. dönüş algoritmasından ilerleyen bölümlerde bahsedilecektir.



Şekil 5.4 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait 3. dönüş algoritmasının akış diyagramı

5.4 Sınırlandırılmış Yüzey ve Konik Akma Yüzeyinin Kesişim Noktasına Dönüş Algoritması

Sınırlandırılmış yüzey ve konik akma yüzeyinin kesişim noktasına dönüş algoritması 4. dönüş algoritması olarak adlandırılır. Algoritmaya ait akış diyagramı Şekil 5.5'te verilmektedir. Algoritmada kullanılan akma fonksiyonu ve artımlı plastik çarpan hesabı sırasıyla (5.24) ve (5.25) eşitliklerinde verilmektedir.

$$\Phi_{n+1}^{b} = \frac{1}{\beta^2}\left(\sqrt{J_2\left(s_{n+1}^{trial}\right)} - G\Delta\gamma^{b}\right)^2 - [a(\alpha_{n+1})]^2 = 0 \tag{5.24}$$

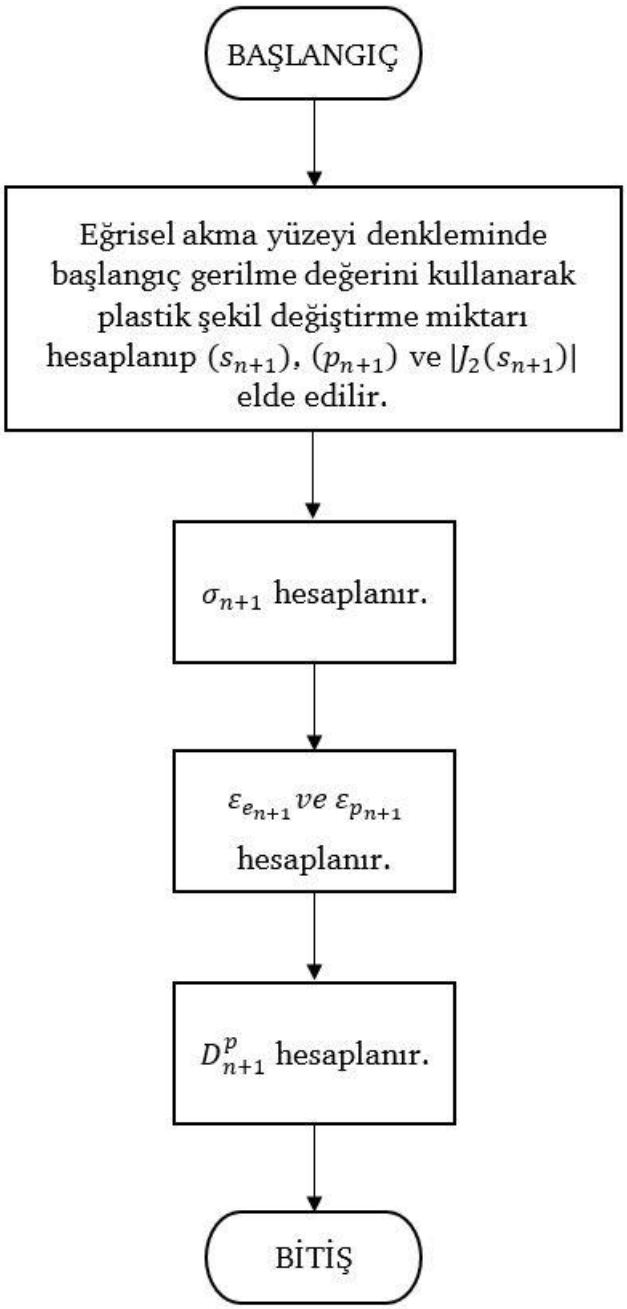
$$\Delta\gamma^{b} = \Delta\gamma^{b} - \frac{\Phi_{n+1}^{b}}{d\Phi_{n+1}^{b}} \tag{5.25}$$

Hidrostatik ve deviatorik gerilme değerlerinin hesabı (5.26) eşitliklerinde verildiği gibidir.

$$\begin{aligned} p_{n+1} &= -(a - p_t) \\ s_{n+1} &= 1 - \frac{G\Delta\gamma^{b}}{\sqrt{J_2(s_{n+1}^{trial})}} s_{n+1}^{trial} \end{aligned} \tag{5.26}$$

Pekleşme olması durumunda D tutarlı teğet modülünün hesabı (5.27) eşitliğinde verilmiştir.

$$\begin{aligned} D_{n+1}^{p} = {} & 2G\left(1 - \frac{\Delta\gamma^{b}}{\sqrt{2}\left\|\varepsilon_{n+1}^{e^{trial}}\right\|}\right) I_d + 2G\left(\frac{\Delta\gamma^{b}}{\sqrt{2}\left\|\varepsilon_{n+1}^{e^{trial}}\right\|} - GA\right) D \otimes D \\ & - \sqrt{2}GAK(\eta D \otimes I + \bar{\eta} I \otimes D) + K(1 - K\eta\bar{\eta}A) I \otimes I \end{aligned} \tag{5.27}$$

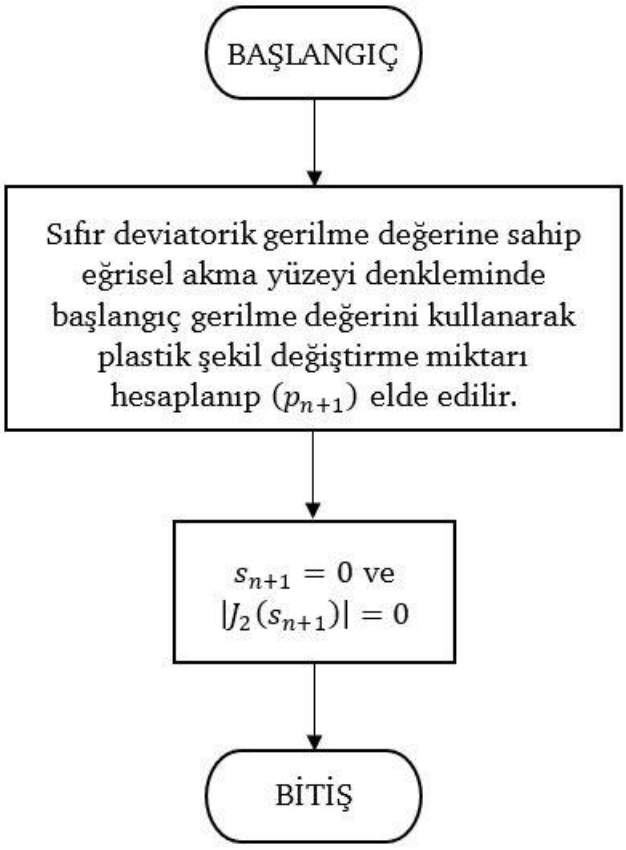


Şekil 5.5 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait 4. dönüş algoritmasının akış diyagramı

5.5 Sınırlandırılmış Akma Yüzeyinin Uç Noktasına Dönüş Algoritması

Sınırlandırılmış akma yüzeyinin uç noktasına dönüş algoritması 5. dönüş algoritması olarak adlandırılır. Algoritmaya ait akış diyagramı Şekil 5.6'da verilmektedir. (5.28) eşitliğinde verildiği üzere sıfır deviatorik gerilme değerine sahip sınırlandırılmış akma yüzeyi denkleminde başlangıç gerilme değerini kullanarak plastik şekil değiştirme miktarı hesaplanıp, hidrostatik gerilme elde edilir.

$$s_{n+1} = 0$$
$$p_{n+1} = p_{n+1}^{trial} - K\bar{\eta}\Delta\gamma^{b} \tag{5.28}$$
$$\sqrt{J_2(s_{n+1})} = 0$$

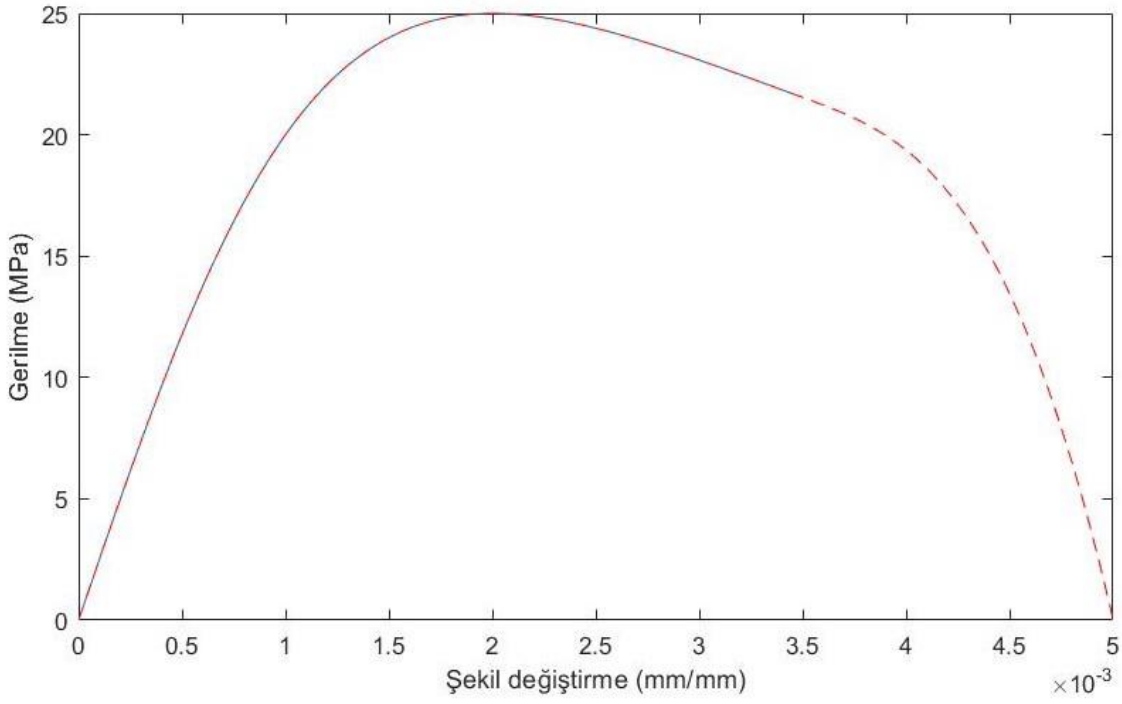


Şekil 5.6 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline ait 5. dönüş algoritmasının akış diyagramı

6
ÖRNEK PROBLEMLER

6.1 Mander Modeli ve Türetilen Malzeme Parametreleri

Mander modeline göre tanımlanan beton malzeme için gerilme-şekil değiştirme ilişkisi Şekil 6.1'de verilmiştir.

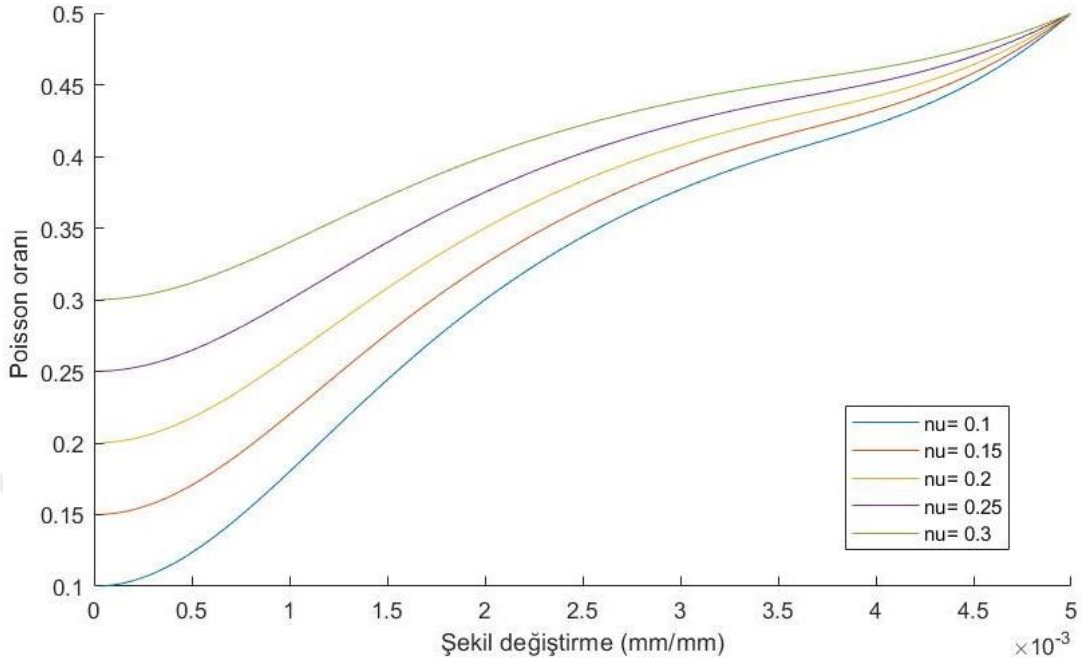


Şekil 6.1 Mander modeline göre tanımlanan beton gerilme-şekil değiştirme ilişkisi

Poisson oranı, genleşme oranı, kohezyon, içsel sürtünme açısı, elastisite modülü ve kayma modülü, şekil değiştirme miktarına göre türetilmektedir. Türetilmeler Bölüm 4'te bahsedilen formülasyonlarla sağlanmaktadır. Değişimin görülebilmesi ve gerçeğe uygunluğunun kontrolü için aşağıdaki grafikler oluşturulmuştur.

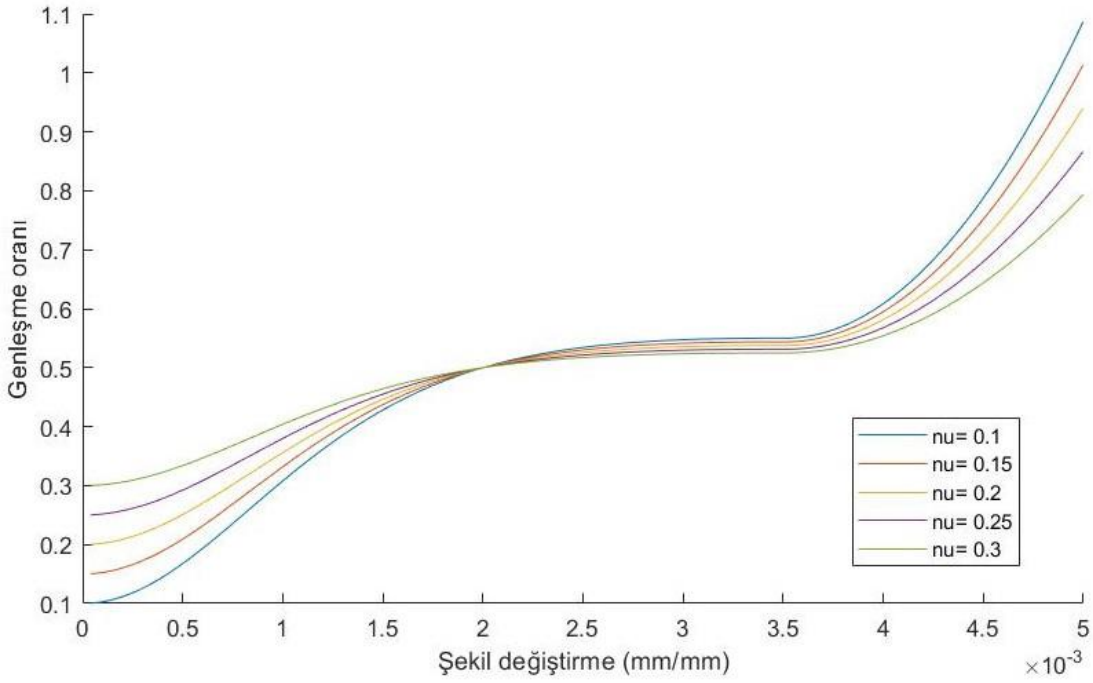
Poisson oranı tanımı gereği bir malzemenin belirli bir yükleme yönündeki şekil değiştirmesinin dik yönlerdeki şekil değiştirmelere olan etkisinin bir ölçüsüdür. Bu doğrultuda, elemanlarda oluşan şekil değiştirmenin artmasıyla birlikte

Poisson oranının da artması beklenmektedir. Şekil 6.2 bu beklentiyi karşılamaktadır.



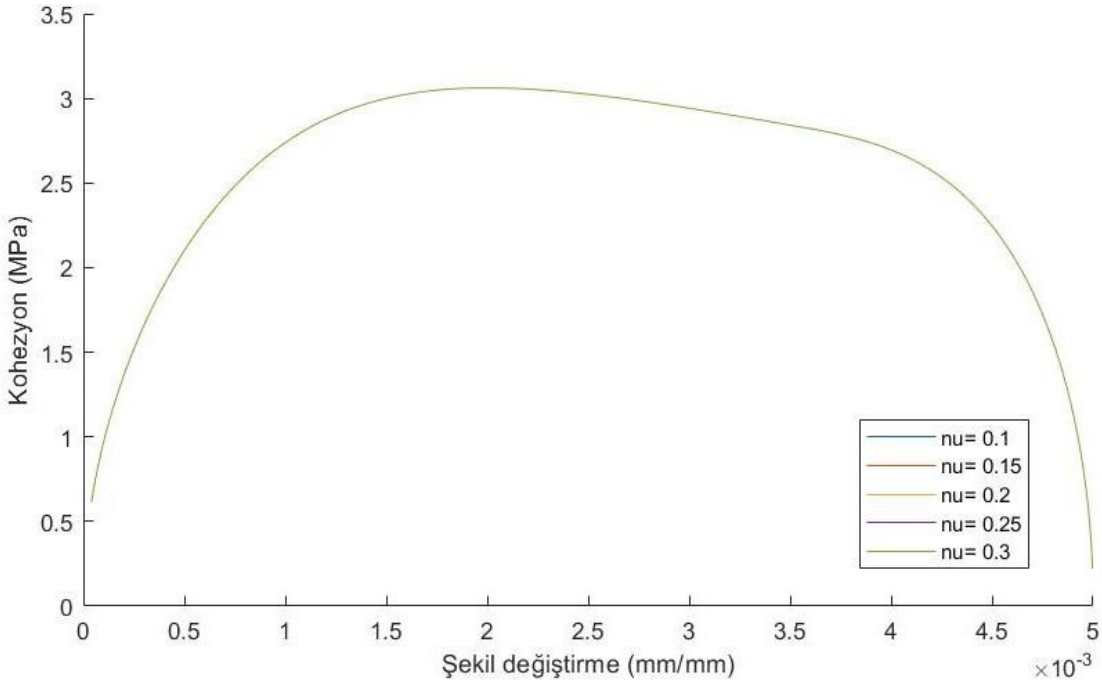
Şekil 6.2 Poisson oranının şekil değiştirme ile değişimi

Genleşme oranı, poisson oranı kullanılarak hesaplanmaktadır. Maksimum gerilme değerine karşılık gelen şekil değiştirme değerine (0,002) ulaşıldığında genleşme oranının 0,50 değerini aldığı Şekil 6.3'te görülmektedir.



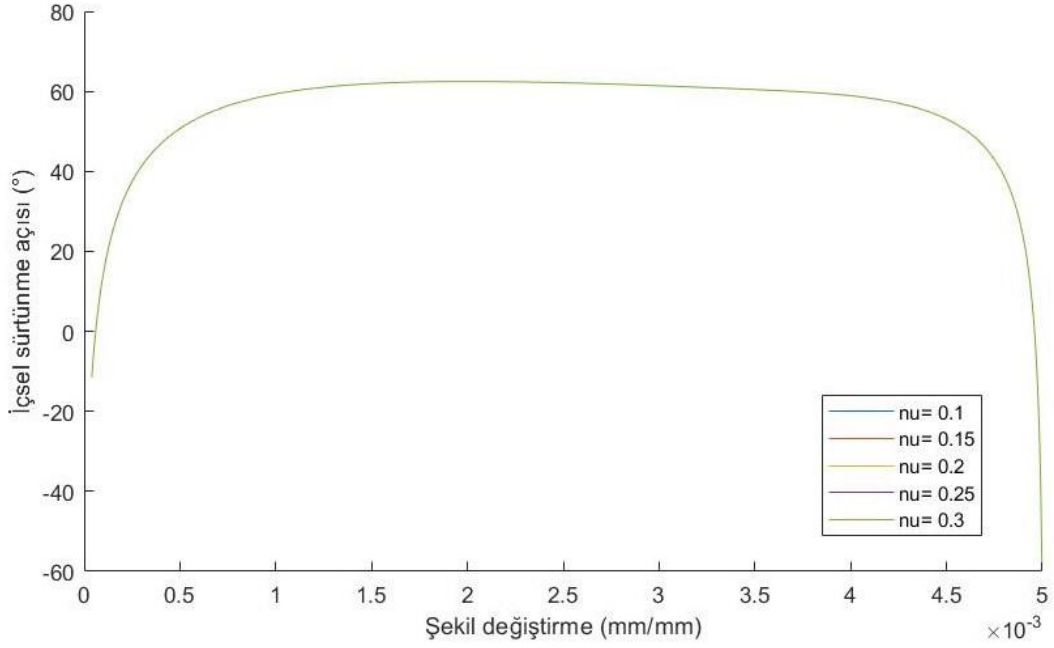
Şekil 6.3 Genleşme oranının şekil değiştirme ile değişimi

Şekil 6.4'e bakıldığında kohezyon değerinin maksimum gerilme değerine karşılık gelen şekil değiştirme değerine (0,002) ulaşılana kadar arttığı, sonrasında gerilmelerin azalmasıyla birlikte kohezyonun da azaldığı görülmektedir.



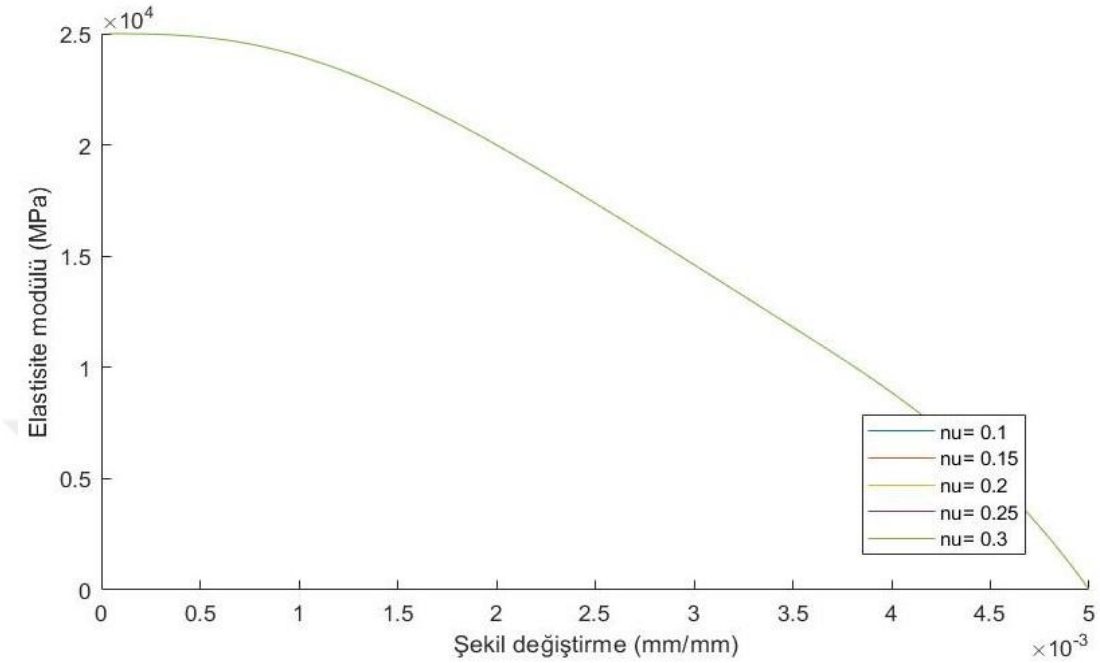
Şekil 6.4 Kohezyonun şekil değiştirme ile değişimi

İçsel sürtünme açısının şekil değiştirme ile değişimi Şekil 6.5'te verilmiştir.



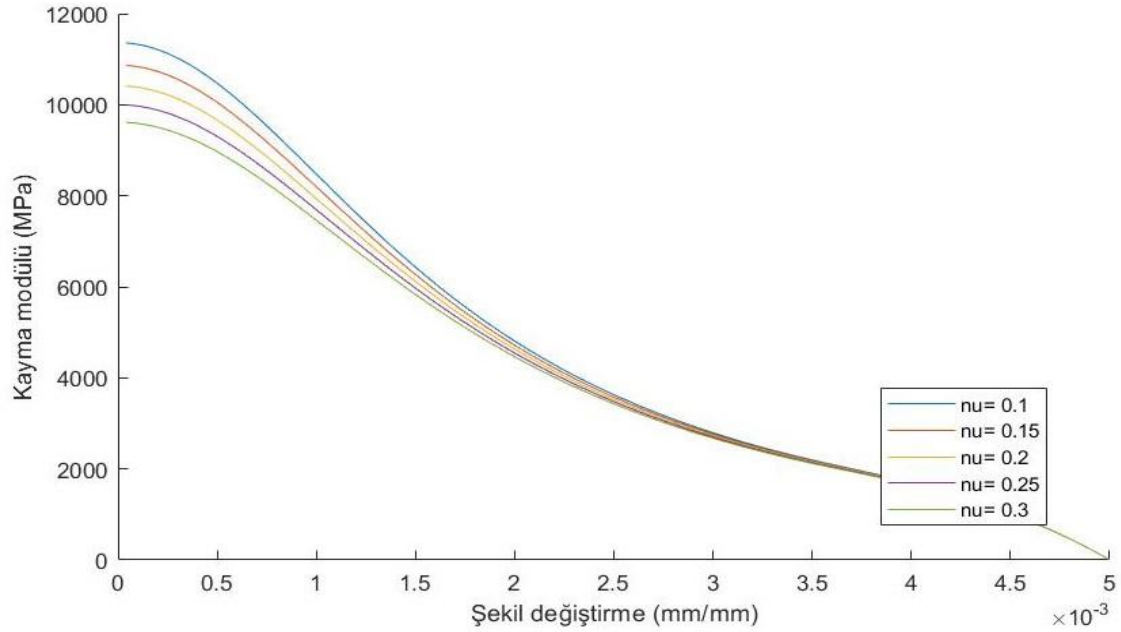
Şekil 6.5 İçsel sürtünme açısının şekil değiştirme ile değişimi

Şekil değiştirme miktarı arttıkça malzemenin elastik şekil değiştirme yapabilme kapasitesi azalır. Dolayısıyla sekant elastisite modülünün de azalması beklenir. Şekil 6.6'da bu durum rahatlıkla gözlemlenebilmektedir.



Şekil 6.6 Sekant elastisite modülünün şekil değiştirme ile değişimi

Kayma modülü malzemenin kayma gerilmesine karşı gösterdiği direnci temsil eder. Dolayısıyla Şekil 6.7'de de görüldüğü gibi şekil değiştirme değerinin artmasıyla birlikte kayma modülünün azalması beklenmektedir.



Şekil 6.7 Kayma modülünün şekil değiştirme ile değişimi

6.2 Betonarme Konsol Kiriş

Örnek olarak çözümlenmesi için 6000 mm uzunluğunda, 500 mm yüksekliğinde ve 250 mm genişliğinde bir dikdörtgen betonarme konsol kiriş seçilmiştir. Donatı çeliği ve beton malzeme özellikleri Tablo 6.1'de gösterilmiştir.

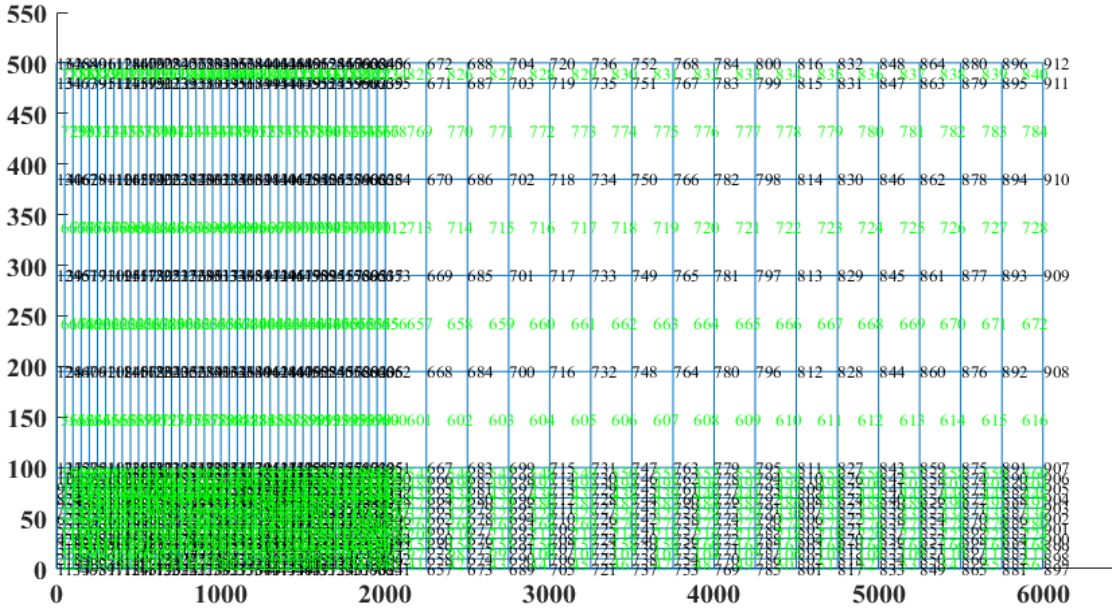
Tablo 6.1 Örneklerde kullanılan malzeme özellikleri

	Donatı çeliği (von Mises modeli)	Beton (Drucker-Prager modeli)
Elastisite modülü (E) (N/mm^2)	200000	25000
Poisson oranı (ν)	0,3	0,2
Elastoplastik tanjant modülü (ET) (N/mm^2)	0,0	25000
Akma dayanımı (σ_y) (N/mm^2)	220	f_{cc}
Çekme akma dayanımı (f_t) (N/mm^2)	0,0	f_{tt}

$$f_{cc} = 0{,}00004 \times 25000 = 1\ N/mm^2 \quad (6.1)$$

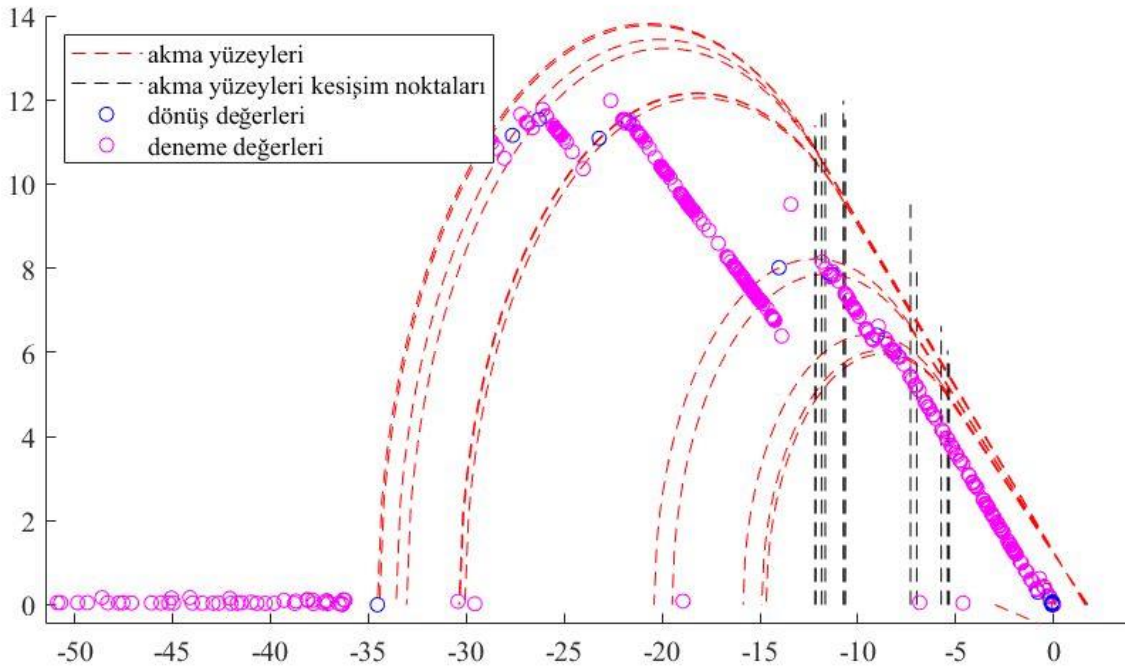
$$f_{tt} = 0{,}00006 \times 25000 = 1{,}5\ N/mm^2 \quad (6.2)$$

Betonarme kirişte çapı 20mm olmak üzere 4 adet donatı kullanılmış ve Şekil 6.1'de gösterilen bu kiriş sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak, 840 eleman ve 912 düğüm noktasından oluşan dikdörtgen sonlu elemanlarla modellenmiştir (Şekil 6.8). Kiriş serbest ucundan (912 numaralı düğüm noktasından) 35000N büyüklüğünde tekil yük ile yüklenmiştir.



Şekil 6.8 Konsol kirişin sonlu elemanlar modellemesi

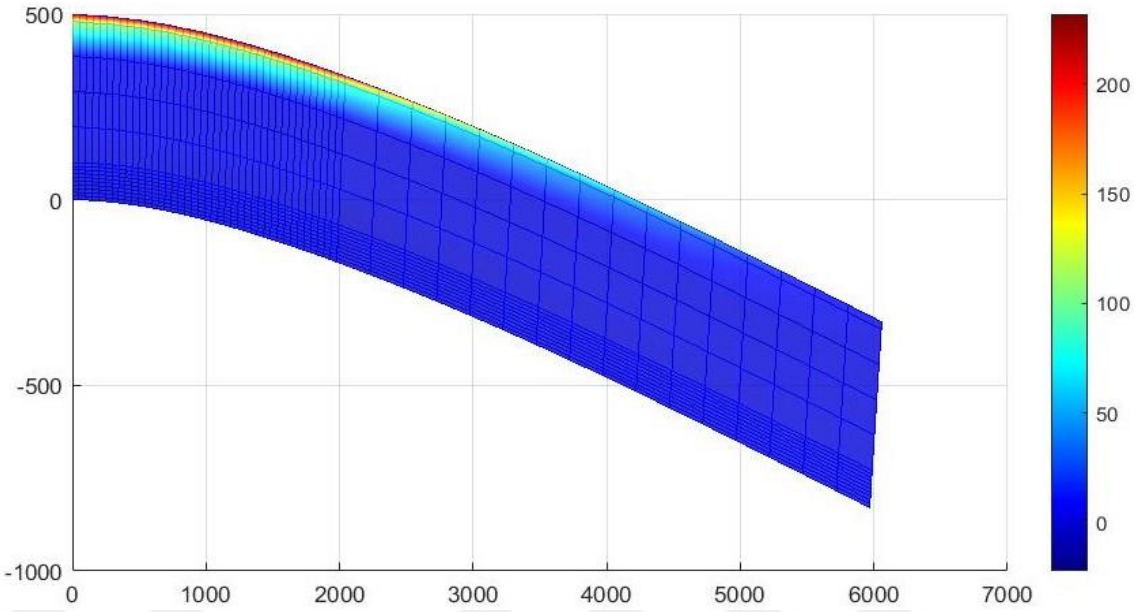
Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeli için p-q düzleminde (hidrostatik gerilme-$\sqrt{J_2}$) akma yüzeyi Şekil 3.4'te gösterilmişti. Hazırlanan program doğrultusunda konsol kiriş örneği için bu yüzey Şekil 6.9'da gösterilen şekilde oluşturulmaktadır. Şekilden de anlaşılacağı üzere malzeme doğrusu üzerinde ilerlerken akma yüzeyinin genişlediği görülmektedir. Aynı zamanda plastik düzeltme adımlarında sınır bölgesi akma yüzeyine gerçekleşen dönüşler görülmektedir. Bu da sınırlandırılmış Drucker- Prager modeli kullanılmasının doğru bir tercih olduğunu kanıtlar niteliktedir.



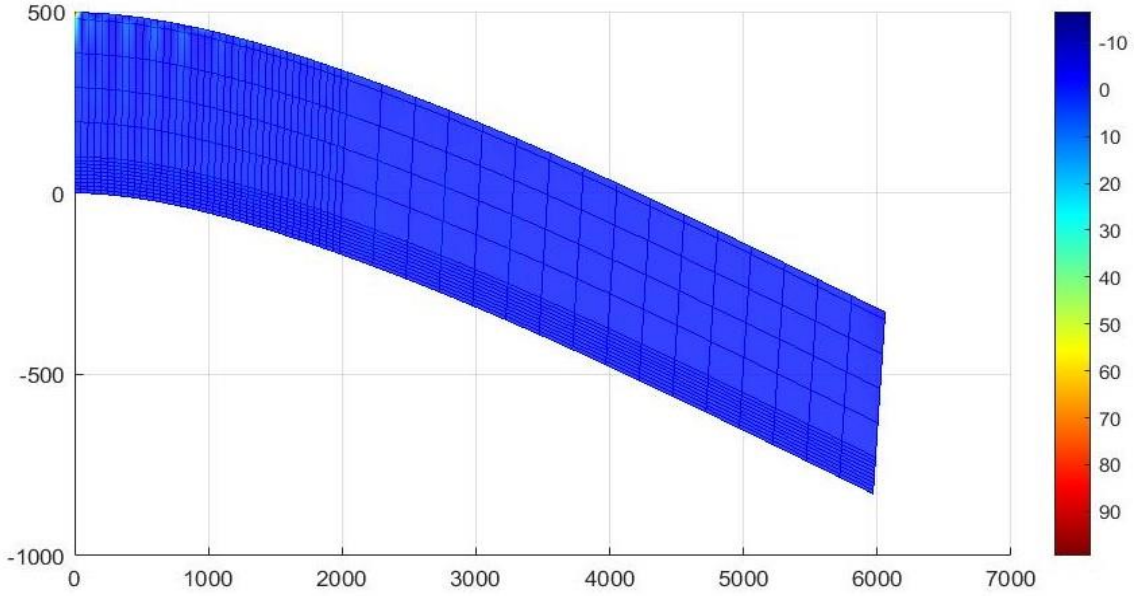
Şekil 6.9 Konsol kiriş için sınırlandırılmış Drucker-Prager akma yüzeyi

Şekilde görülen mor renkli daireler her bir adımdaki deneme (trial) olan hidrostatik gerilme (p) ve ikinci değişmezin karekökü ($\sqrt{J_2}$) çiftinin işaretlediği noktayı temsil etmektedir. Mavi daire ise her bir adımdaki yakınsamış durumdaki noktayı temsil etmektedir. Kırmızı renkli kesik çizgiler akma yüzeyi eğrisini ve sınır bölgesini temsil etmektedir.

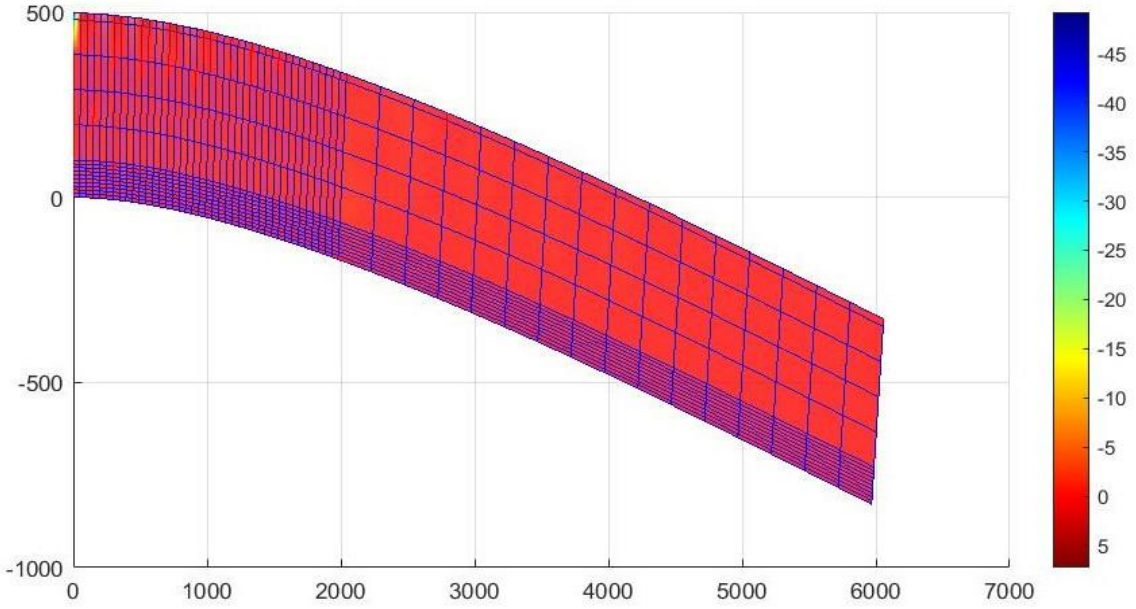
Belirtilen yükleme ile çözümlenen konsol kirişe ait gerilme dağılımları Şekil (6.10), Şekil (6.11) ve Şekil (6.12)'de gösterilmiştir. Şekil değiştirmiş şekillerde yer değiştirme miktarının kolay gözlemlenebilmesi açısından düşeyde meydana gelen şekil değiştirmeler çizdirilirken on katı büyüklüğünde kullanılmıştır.



Şekil 6.10 Konsol kirişe ait x ekseni doğrultusundaki gerilme dağılımı

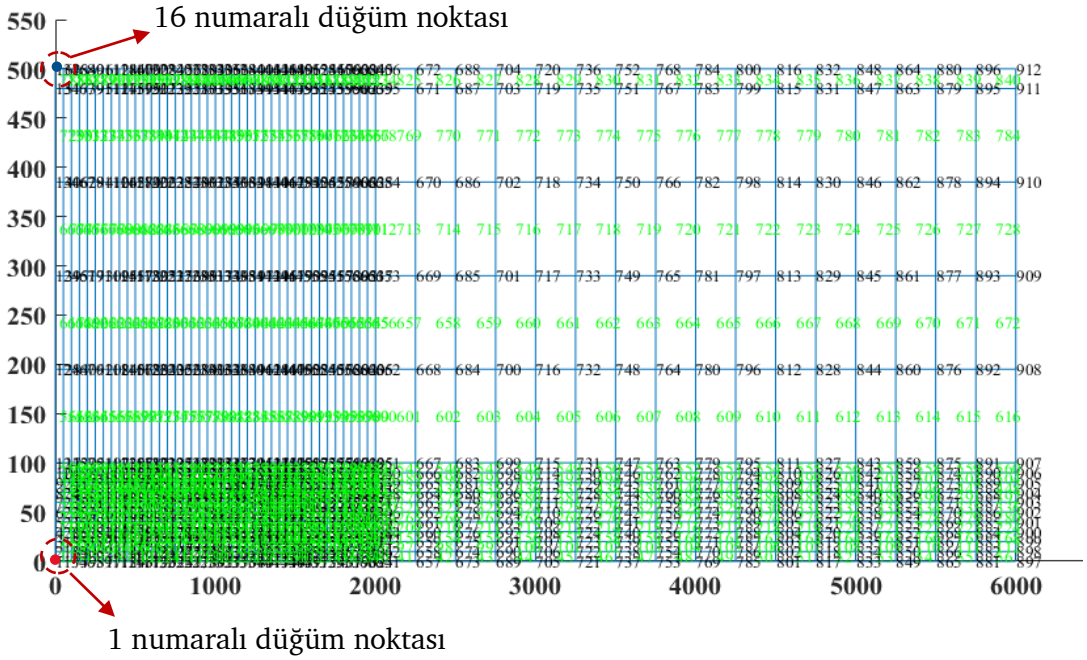


Şekil 6.11 Konsol kirişe ait y ekseni doğrultusundaki gerilme dağılımı

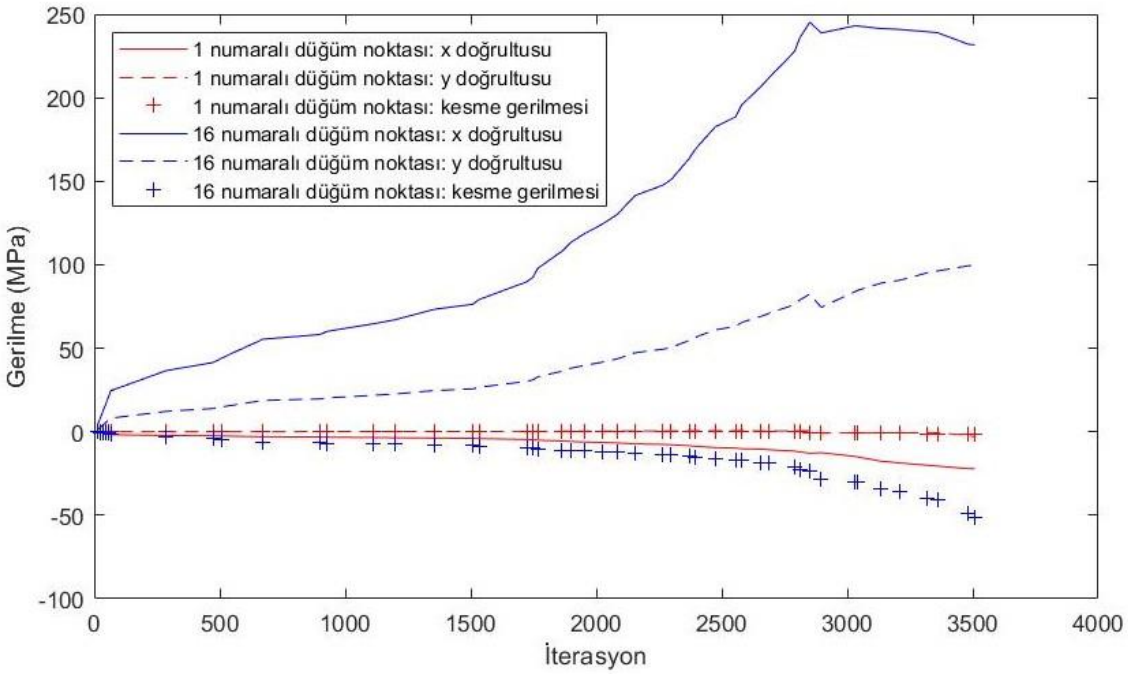


Şekil 6.12 Konsol kirişe ait kesme gerilmesi dağılımı

Sonuç olarak sistemin mesnetteki 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarındaki (Şekil 6.13), gerilme (Şekil 6.14), plastik şekil değiştirme (Şekil 6.15), toplam şekil değiştirme (Şekil 6.16) ve von Mises gerilmelerinin (Şekil 6.17) iterasyonlara bağlı değişimi aşağıdaki grafiklerde gösterilmiştir. Kırmızı renk beton elemanı (1 numaralı düğüm noktası) ve mavi renk donatı elemanını (16 numaralı düğüm noktası) temsil etmek üzere; kırmızı/mavi sürekli çizgiler x doğrultusundaki gerilme/şekil değiştirme değerlerini, kırmızı/mavi kesikli çizgiler y doğrultusundaki gerilme/şekil değiştirme değerlerini ve kırmızı/mavi artı sembol şekil değiştirme durumunda, γ_{xy}, gerilme durumunda, τ_{xy}'yi ifade etmektedir.



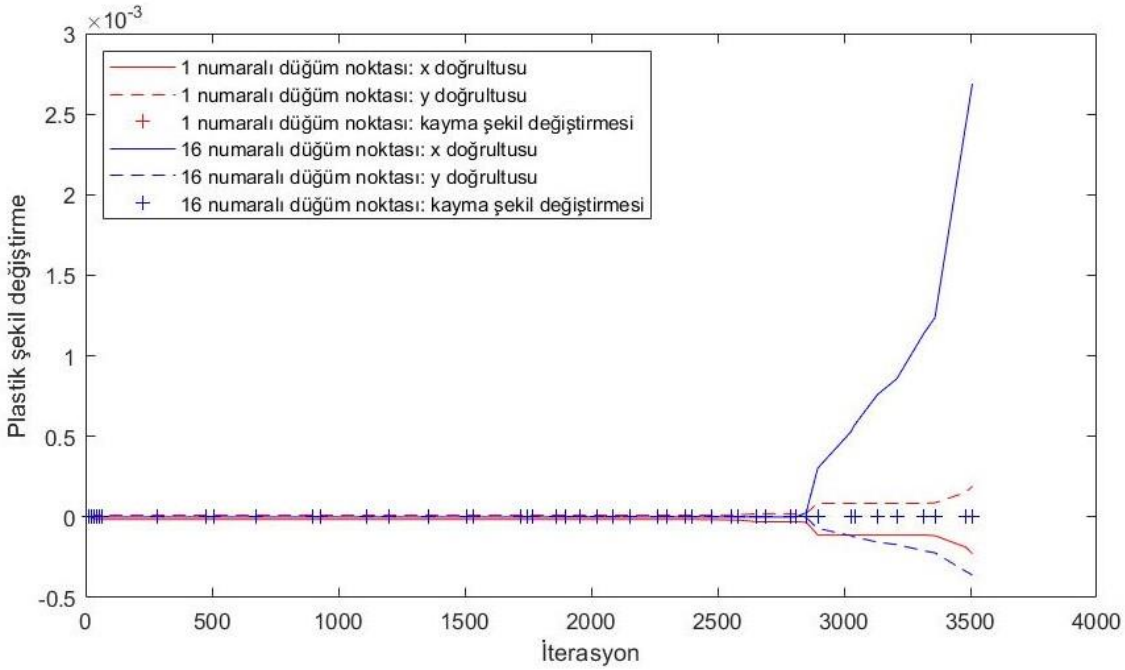
Şekil 6.13 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarının konumları



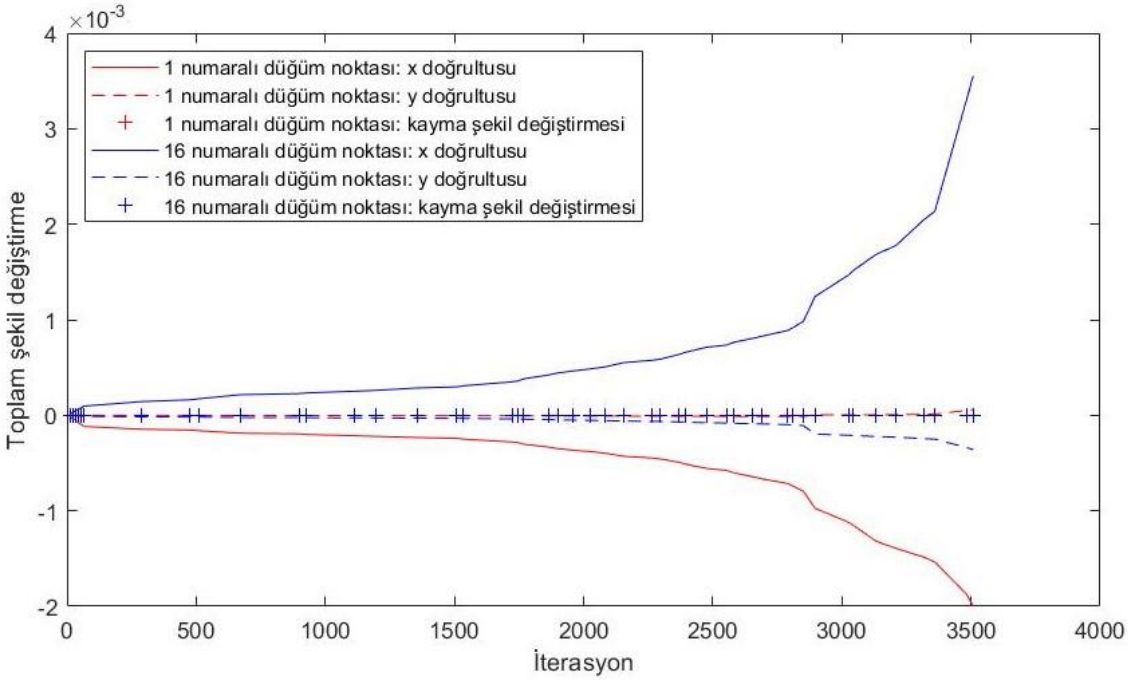
Şekil 6.14 Konsol kirişin 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarına ait gerilme geçmişi

Yukarıdaki σ_{xx} gerilmesinin iterasyonlarla değişimine bakıldığında (Şekil 6.14) betonda ve donatıdaki gerilme durumunun iterasyonla beraber değişiminin beklendiği gibi oluştuğu görülmektedir. Burada önce donatı en büyük kapasitesine erişmiş ve bu kapasitesini arttırmadan korumuş, bu esnada

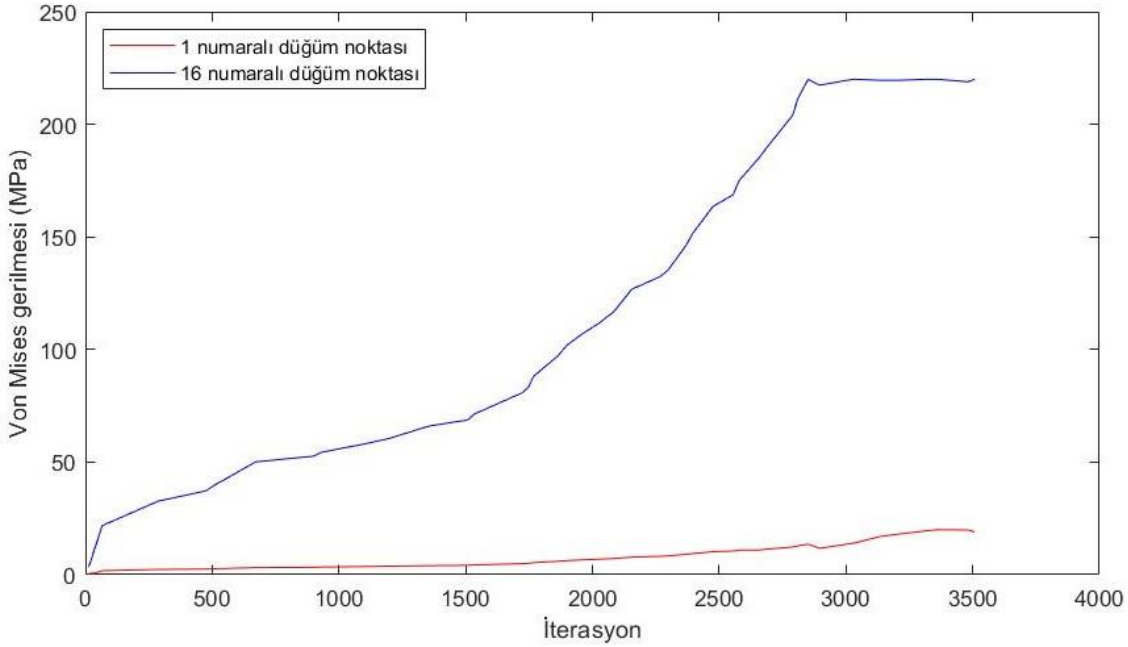
betondaki gerilme değeri gelişmeye devam etmiş ve en büyük değerine ulaşmıştır. Buradaki donatıdaki gerilme değeri tek eksenli deneylerle belirlenen en büyük gerilme değerinden daha büyük değer alabilmektedir. Bunun sebebi donatı malzeme modelinin eşdeğer gerilme değeri üzerinden takip edilmesinden kaynaklanmaktadır. Nitekim von Mises gerilme diyagramına bakıldığında (Şekil 6.17) donatıdaki en büyük gerilme değeri yaklaşık 2800'üncü iterasyondan itibaren donatı kapasite değerine eriştiği ve σ_{xx} diyagramındaki gerilme değerinden daha çok kapasite değerine yakın olduğu görülmektedir.



Şekil 6.15 Konsol kirişin 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarına ait plastik şekil değiştirme geçmişi



Şekil 6.16 Konsol kirişin 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarına ait toplam şekil değiştirme geçmişi



Şekil 6.17 Konsol kirişin 1 ve 16 numaralı düğüm noktalarına ait von Mises gerilmesi geçmişi

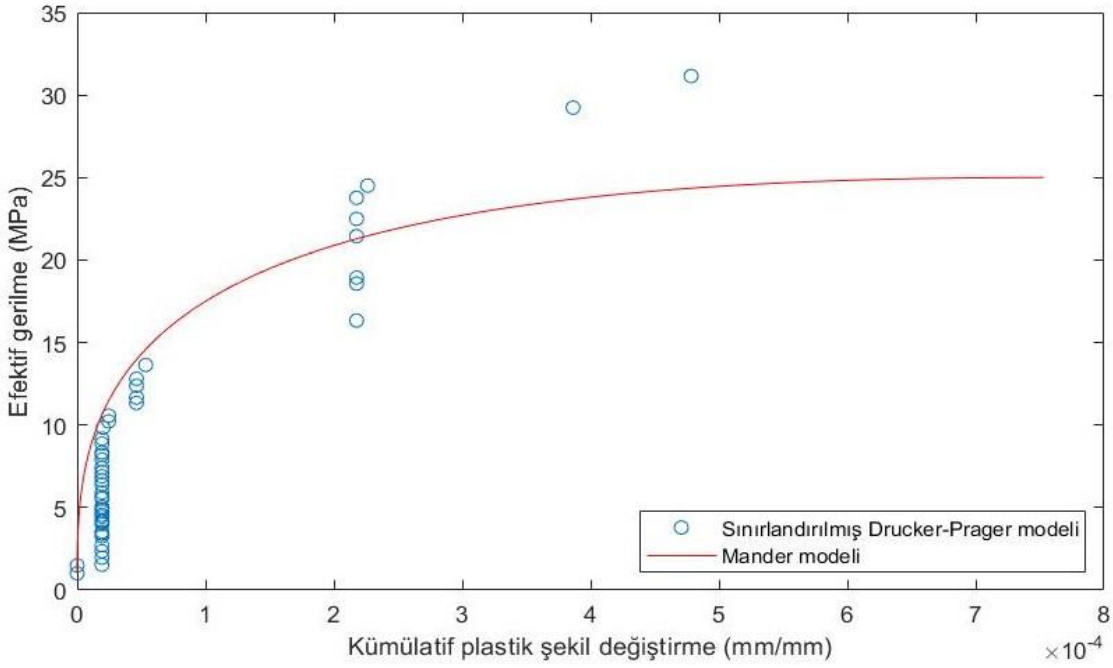
Yukarıdaki grafiklerden edinilen izlenim doğrultusunda programın gerilme ve şekil değiştirme bazında beklenen doğrultuda tutarlı sonuçlar verdiği ayrıca beton kısmında maksimum dayanım değerine erişilebildiği görülmüştür.

Programda şekil değiştirme değerleri ile gerilme değerleri arasında da dikkate alınan malzeme modellerinin eğrilerine bakıldığında tutarlı bir ilişki olduğu görülmektedir.

Konsol kirişe ait kümülatif plastik şekil değiştirme miktarları 1. elemanın 1 numaralı integrasyon noktası için hesaplanmış ve efektif gerilme değerlerine karşılık gelen değerleri Şekil 6.18'de gösterilmiştir. Şekildeki eğrisel gösterim Mander modeli için hesaplanmış olan plastik şekil değiştirme ve gerilme değerlerini, dairesel şekillerle işaretlenen değerler ise sınırlandırılmış Drucker-Prager modeline göre yapılan hesapla elde edilen plastik şekil değiştirme ve efektif gerilme değerlerini temsil etmektedir. Sınırlandırılmış Drucker- Prager modeli için kümülatif plastik şekil değiştirme ve efektif gerilme hesabı sırasıyla (6.3) ve (6.4) eşitliklerinde verilmiştir. $\Delta\bar{\varepsilon}^p$ eşdeğer plastik şekil değiştirme artışından Bölüm 3, (3.9) eşitliğinde bahsedilmektedir.

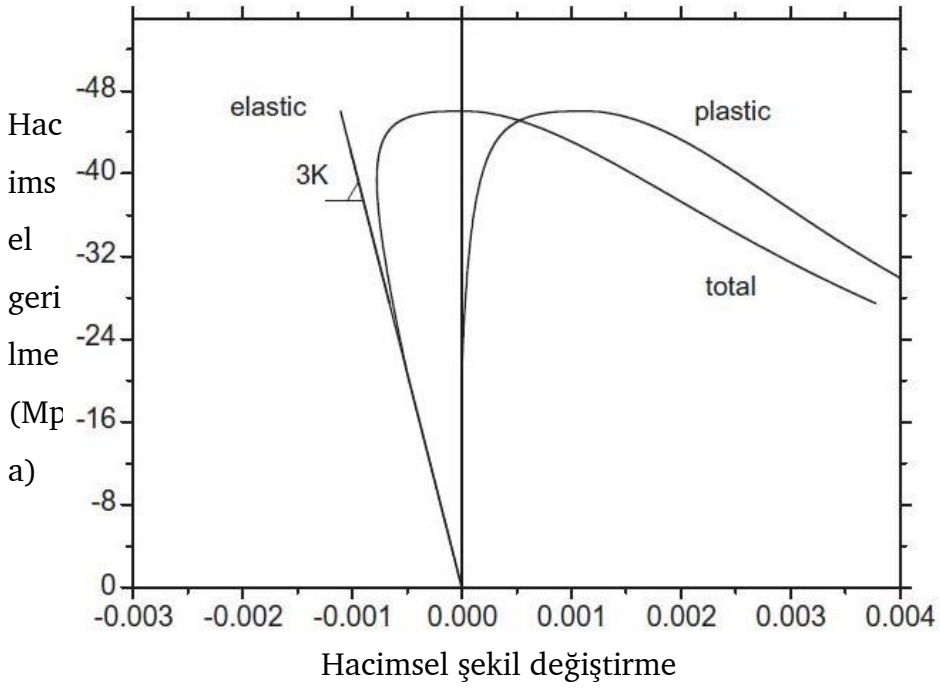
$$\bar{\varepsilon}^p_{n+1} = \bar{\varepsilon}^p_n + \Delta\bar{\varepsilon}^p \tag{6.3}$$

$$\sigma_{eff} = \frac{\alpha(\kappa)3p_{n+1} + \sqrt{J_2|s_{n+1}|}}{\alpha(\kappa) + \frac{1}{\sqrt{3}}} \tag{6.4}$$



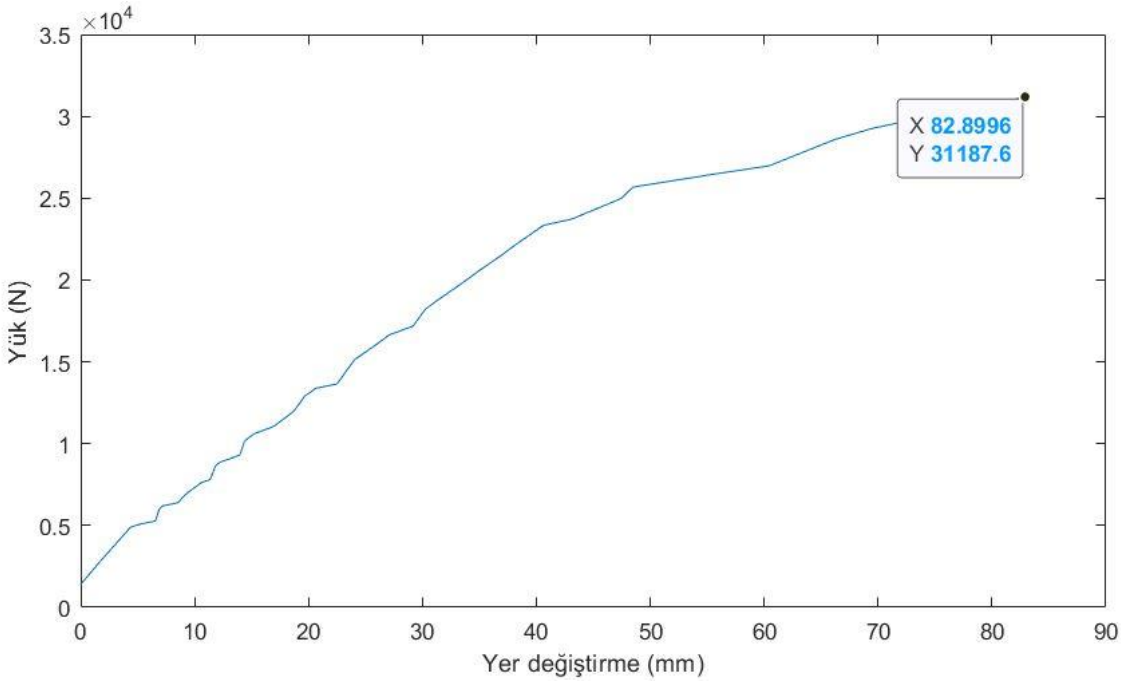
Şekil 6.18 Konsol kirişe ait kümülatif plastik şekil değiştirme ve efektif gerilme ilişkisi

Yapılan çalışmada Mander modeli için hacimsel modülün hacimsel şekil değiştirme ile değişimi elde edilememiştir. Bu sebeple hacimsel modül (K) sabit kabul edilmiştir. Şekil 6.19'da da görüldüğü üzere yapılan çalışmalarda hacimsel modülün değiştiği görülmektedir (Carrazedo vd. 2013). Efektif gerilme-kümülatif plastik şekil değiştirme grafiğindeki sapmaların bu durumdan kaynaklandığı düşünülebilir. Ayrıca kuvvet seviyesinde yakınsama için tolerans değeri 10^{-2} alınmıştır. Toleransın küçültülmesi bu sapmaların miktarının azalmasını sağlayabilir.

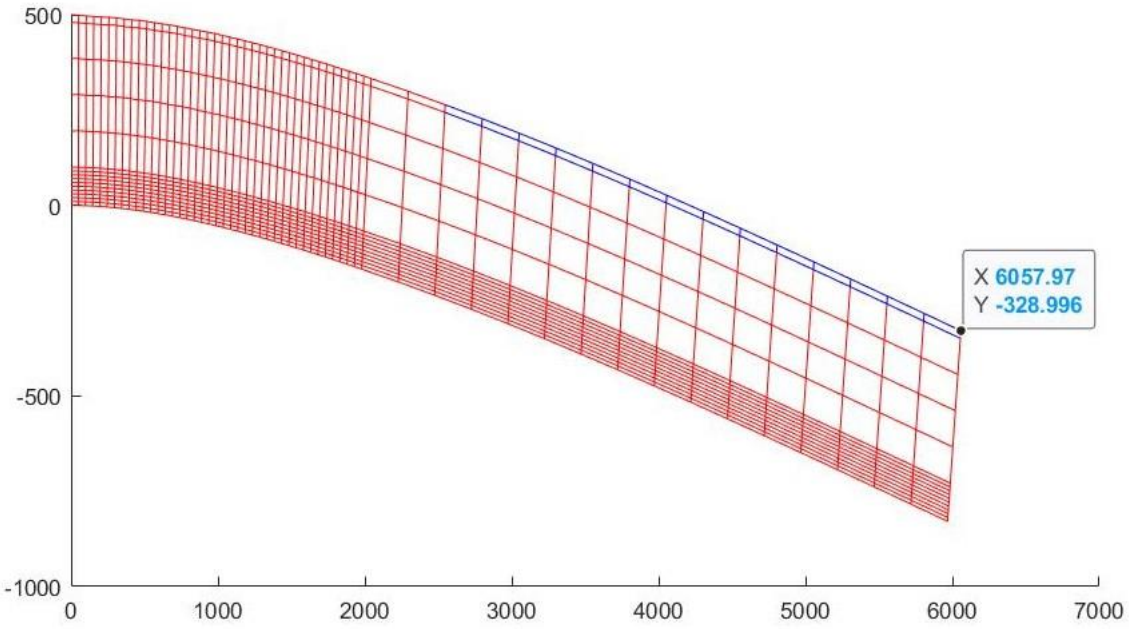


Şekil 6.19 Tek eksenli basınç altında betonun tipik hacimsel davranışı (Carrazedo vd. 2013)

Düşey yükleme sonucu yükleme noktasında oluşan yük-yer değiştirme ilişkisi Şekil 6.20'de gösterilmektedir. Şekil 6.21'deki şekil değiştirmiş sistem, yükleme noktasının ve oluşan yer değiştirmenin daha rahat gözlemlenebilmesi için verilmiştir.

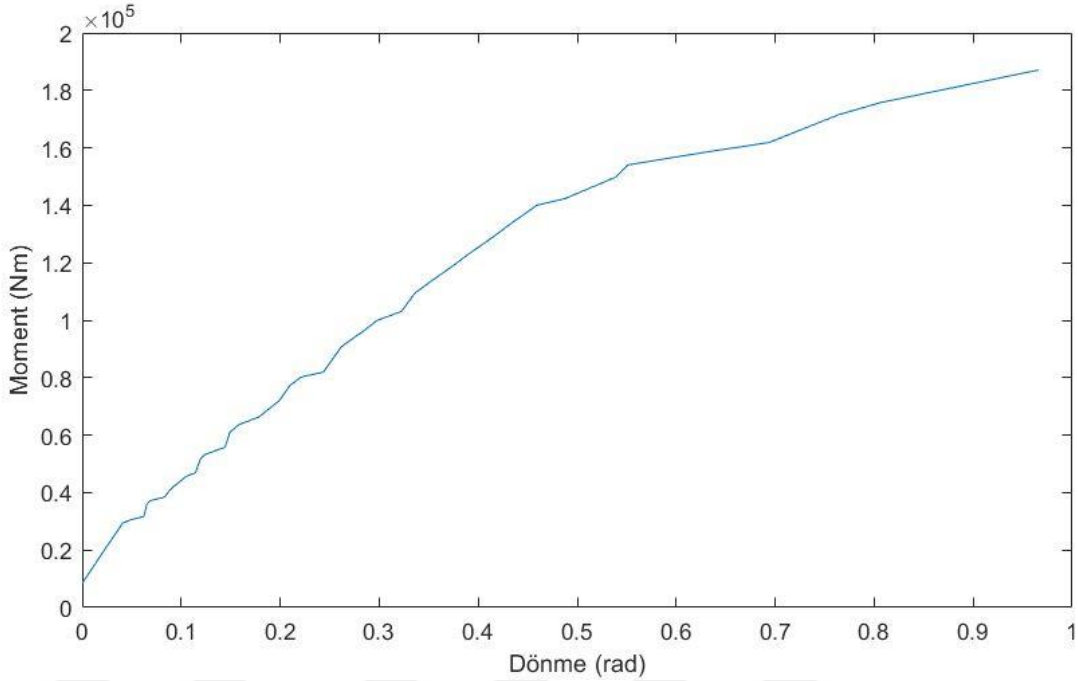


Şekil 6.20 Konsol kirişin yükleme noktasına ait yük (N)- yer değiştirme (mm) ilişkisi



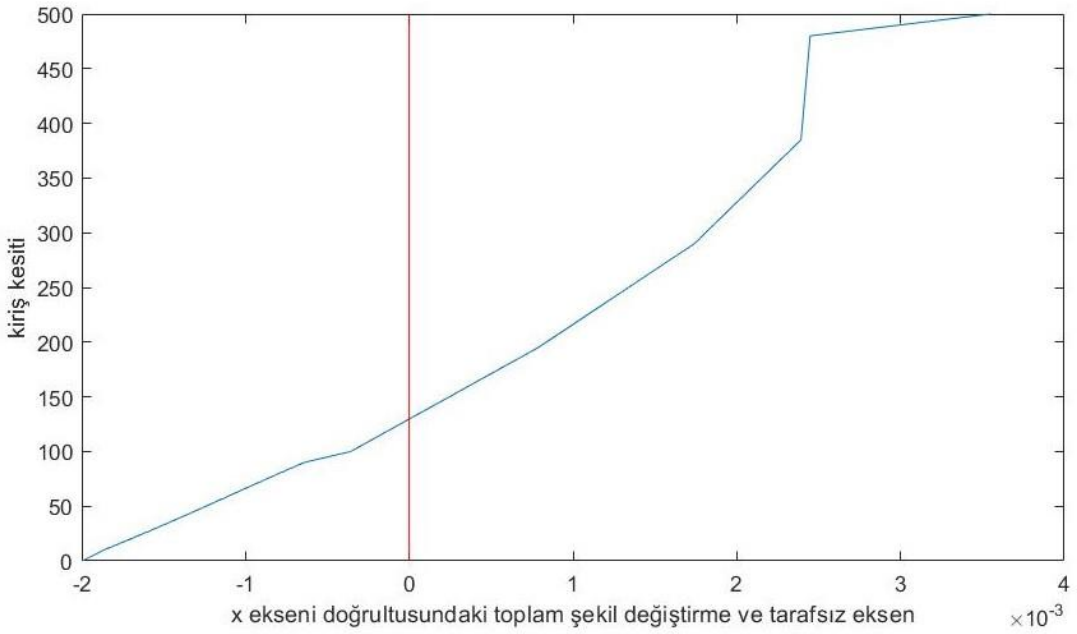
Şekil 6.21 Konsol kirişin yükleme noktasındaki yer değiştirme miktarı

Konsol kirişe ait yükleme noktasında meydana gelen moment-dönme ilişkisi Şekil 6.22'de gösterilmektedir.



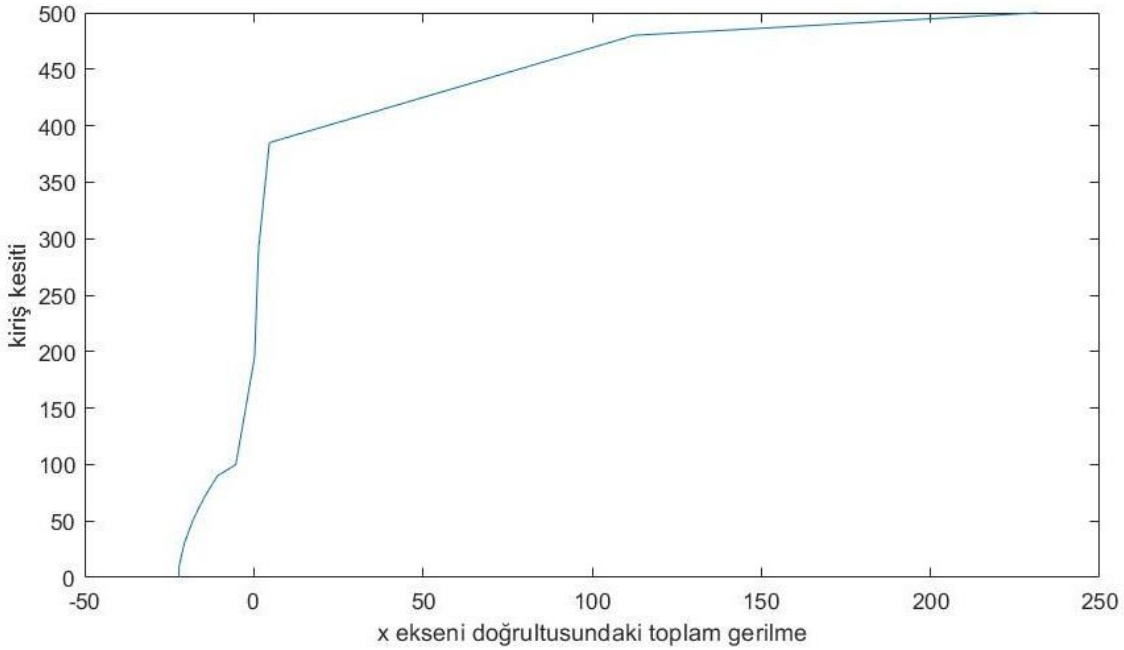
Şekil 6.22 Konsol kirişin yükleme noktasına ait moment (Nm) ve dönme (rad) ilişkisi

İterasyonlar sonucu oluşan gerilme ve şekil değiştirme grafikleri olan Şekil 6.23 ve Şekil 6.24'e bakıldığında tarafsız eksen derinliğinin tutarlı olduğu görülmektedir. İterasyon başlangıcı ve ortasına ait grafikler Bölüm B'de verilmektedir. Bu sayede tarafsız eksen değişimi gözlemlenmiş olmaktadır.



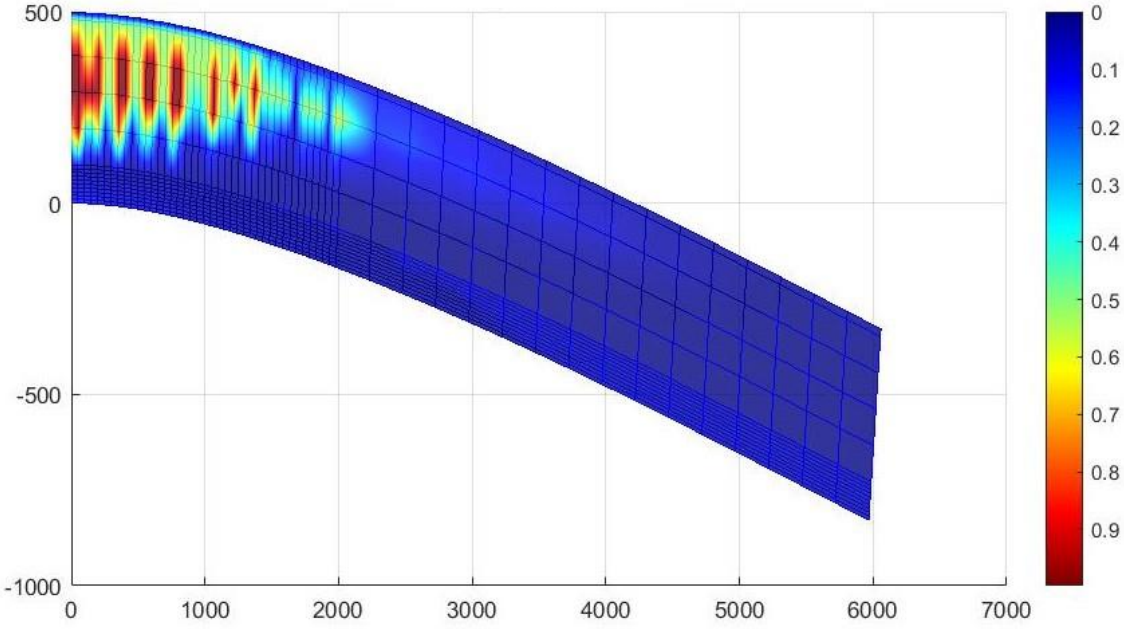
Şekil 6.23 Konsol kirişte iterasyonlar sonunda x ekseni doğrultusunda oluşan toplam şekil değiştirme grafiği ve tarafsız eksen gösterimi

Şekil 6.24'e bakıldığında kirişte maksimum gerilme değerine ulaşıldığı görülmektedir.



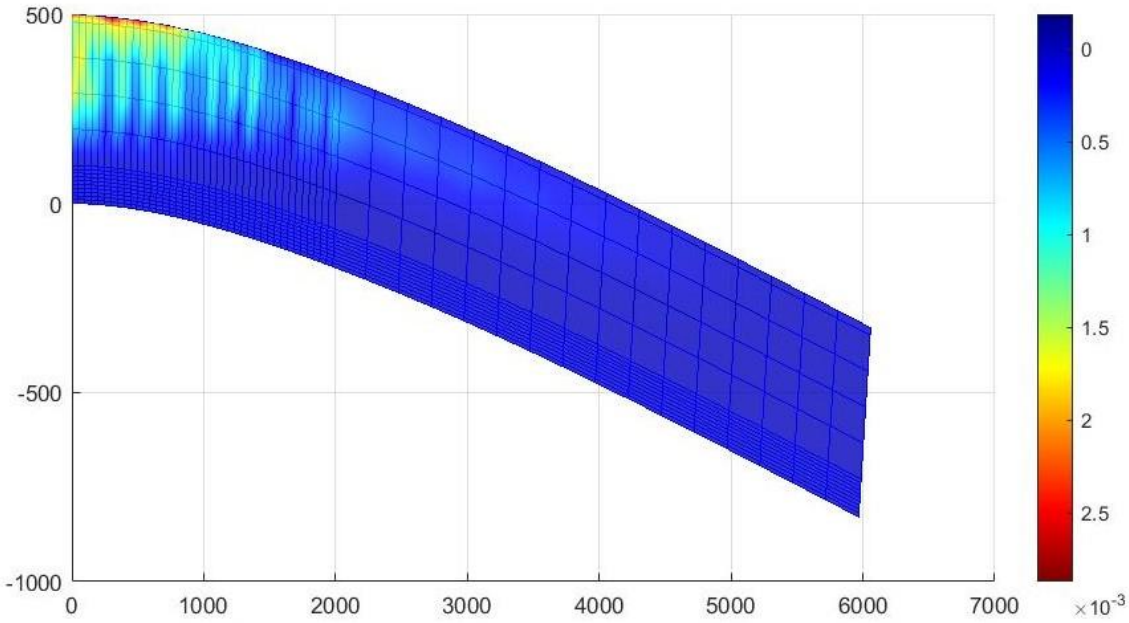
Şekil 6.24 Konsol kirişte iterasyonlar sonunda x ekseni doğrultusunda oluşan toplam gerilme grafiği

Şekil 6.25'te, (4.7) eşitliği kullanılarak her elemanın tüm integrasyon noktaları için hesaplanan hasar miktarının sistem üzerinde dağılımı gösterilmiştir.

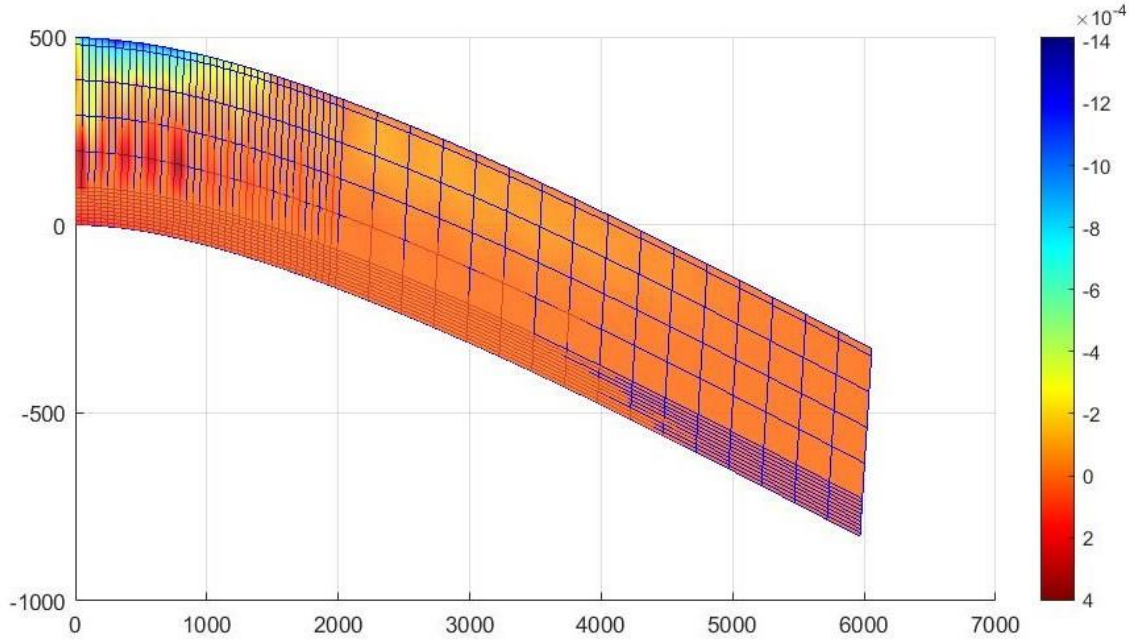


Şekil 6.25 Konsol kirişe ait beton malzemesindeki hasar dağılımı

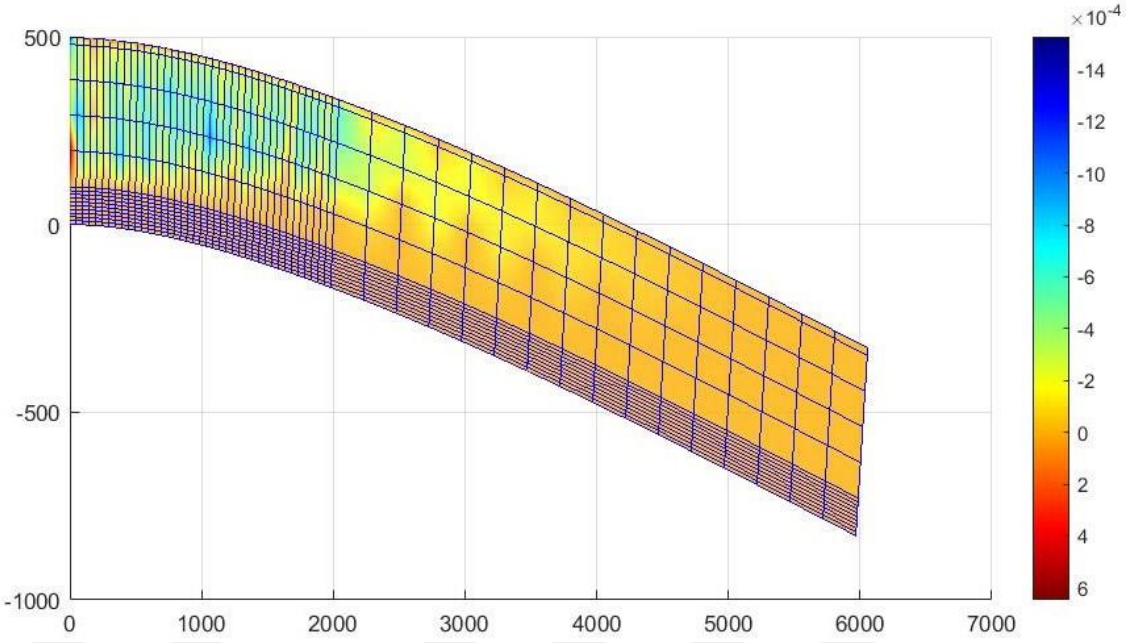
Konsol kirişe ait plastik şekil değiştirme dağılımları Şekil 6.26, Şekil 6.27 ve Şekil 6.28'de gösterilmiştir.



Şekil 6.26 Konsol kirişe ait x ekseni doğrultusundaki plastik şekil değiştirme dağılımı



Şekil 6.27 Konsol kirişe ait y ekseni doğrultusundaki plastik şekil değiştirme dağılımı



Şekil 6.28 Konsol kirişe ait plastik kayma şekil değiştirmesi dağılımı

6.3 Tek Donatılı Betonarme Kesit

Tek donatılı betonarme diktörtgen bir kesite ait gerilme-şekil değiştirme, moment-eğrilik, tarafsız eksen derinliği-moment diyagramları vb. elde etmek için bir algoritma oluşturulmuştur. Algoritma içerisindeki kabuller aşağıda sıralanmaktadır:

- Betonarme malzeme için TBDY-2018'de EK 5A'da verilen Mander beton şekildeğiştirme eğrisine uygun olarak sargılı ve sargısız beton eğrileri parametrik olarak üretilip kullanılmaktadır.
- Beton kesitin tamamı ya sargılı ya da sargısız olarak tanımlanabilmektedir.
- Betonun basınçta yukarda tanımlanan gerilme-şekil değiştirme eğrisini takip ettiği, çekme kapasitesinin ise ihmal edildiği düşünülmektedir.
- Kesitin tamamen çatlamış olduğu kabul edilmektedir.
- Betonun basınç kısmında bileşke kuvvet değeri ve etkime noktasının koordinatı Simpson integral yöntemi ile hesaplanmaktadır.

- Donatıya ait malzeme için ideal elasto-plastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisi kullanılmaktadır. Dolayısıyla donatıda pekleşme ihmal edilmektedir.
- Kesit içerisinde şekil değiştirmenin doğrusal değiştiği varsayılmaktadır.
- Girilen malzeme değerleri doğrudan kullanıldığı için ihtiyaca göre karakteristik veya tasarım değerlerinin kullanımı kullanıcıya bağlı olmakla beraber girilen gerilme-şekil değiştirme eğrilerindeki gerilme değerleri istenilene göre kullanıcı tarafından belirlenmelidir.

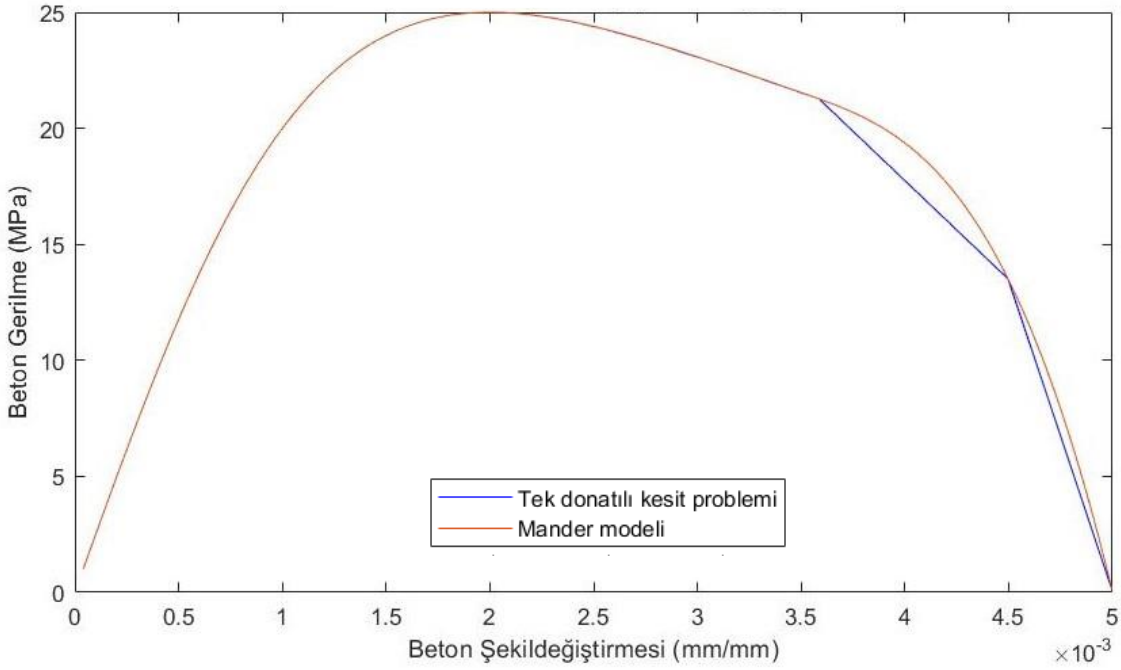
Yukarıdaki kabuller doğrultusunda ihtiyaç duyulan girdiler aşağıda sıralanmaktadır:

- Donatı için donatı akma gerilmesi (Mpa), donatı elastisite modülü (Mpa), donatı çapı, donatı adedi, bilgileri parametrik değişkenlerdir.
- Beton için maksimum gerilme (Mpa), maksimum gerilmeye denk gelen şekildeğiştirme (mm/mm), eğri üzerinde üretilecek nokta sayısı, doğrusal gerilme sınırı (Mpa), enine donatı akma gerilmesi (Mpa), kesitte üstteki montaj ve alttaki boyuna donatıların çapları, adetleri ve pas payları (mm), enine donatı çapı (mm), enine donatı kol sayısı, etriye aralığı (mm) parametrik değişkenlerdir.
- Kesit için, kesit genişliği ve derinliği (mm), paspayı (mm) parametrik değişkenlerdir.
- Geliştirilen algoritmanın koşturulması için kesitte varılması beklenen maksimum moment ve moment değişimi miktarı (kNm) parametrik değişkenlerdir.

Geliştirilen algoritma, hedef gösterilen her moment değeri için kesit içinde gerilme, şekil değiştirme, tarafsız eksen derinliği, eğrilik, hesaplanan kesite dik kuvvet ve moment gibi büyüklükleri elde edebilmek amacıyla tarafsız eksen derinliği için belli bir artım değeri kullanarak araştırma yapar. Her bir hedef moment değeri için bu araştırmalar sonucunda elde edilen kesit içi gerilme dağılımına göre basınç kısmında Simpson integral kuralı ile basınç kuvveti ve yeri ile çekme kısmında çekme kuvveti değeri hesaplanarak kesit içi kuvvet

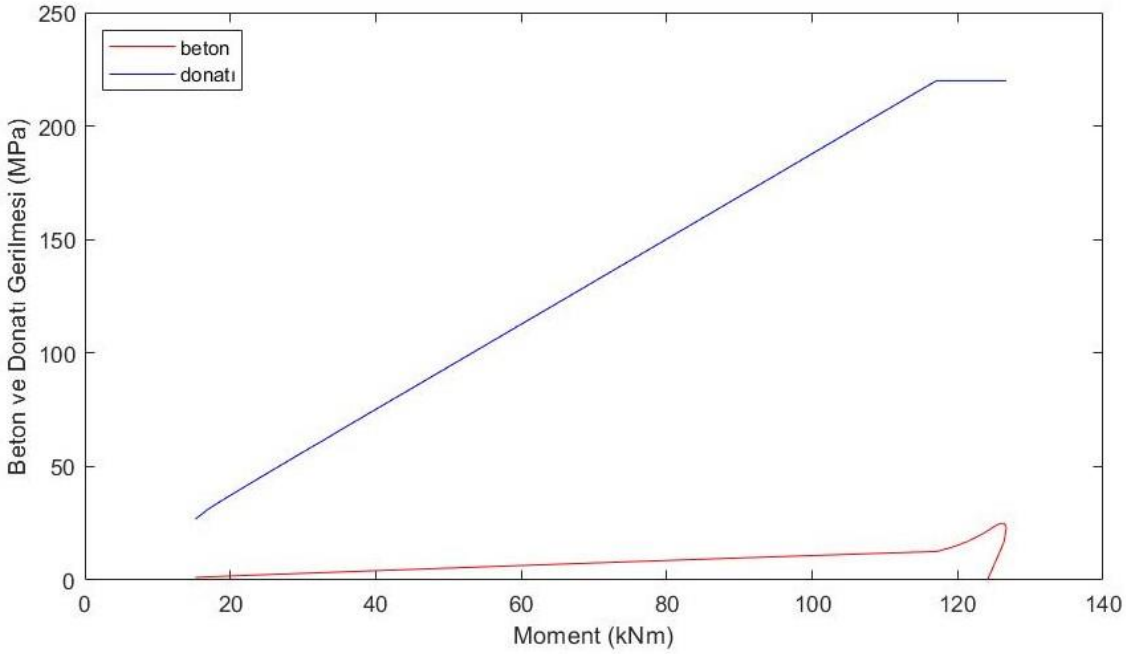
dengesi hesaplanır. Kesit dengesinden elde edilen artık kuvvet değerlerinden en küçüğüne denk gelen tarafsız eksen derinliği için kabul edilebilir olacak tüm büyüklükler bir dizide saklanır. Bu döngü nihai hedef moment değerine kadar tekrarlanır. Döngü sonunda elde edilen büyüklükler diyagramlarda sunulur.

Şekil 6.29'da verilen kırmızı eğri Mander modeli gerilme-şekil değiştirme eğrisini temsil etmektedir. Mavi doğrular ise bu problem özelinde meydana gelen gerilme ve şekil değiştirme değerlerini vermektedir.



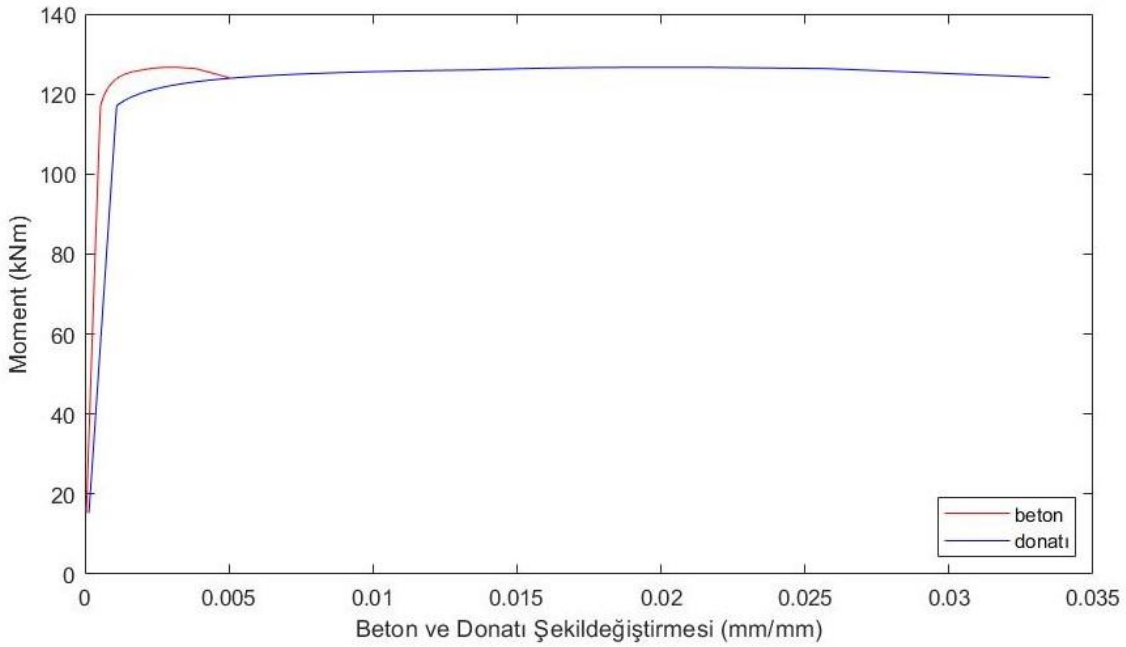
Şekil 6.29 Beton gerilme- şekil değiştirme diyagramı

Kırmızı eğri beton malzemeyi ve mavi eğri donatıyı temsil etmek üzere beton ve donatı gerilmelerinin moment ile değişimi Şekil 6.30'da gösterilmiştir.



Şekil 6.30 Gerilme değişimi

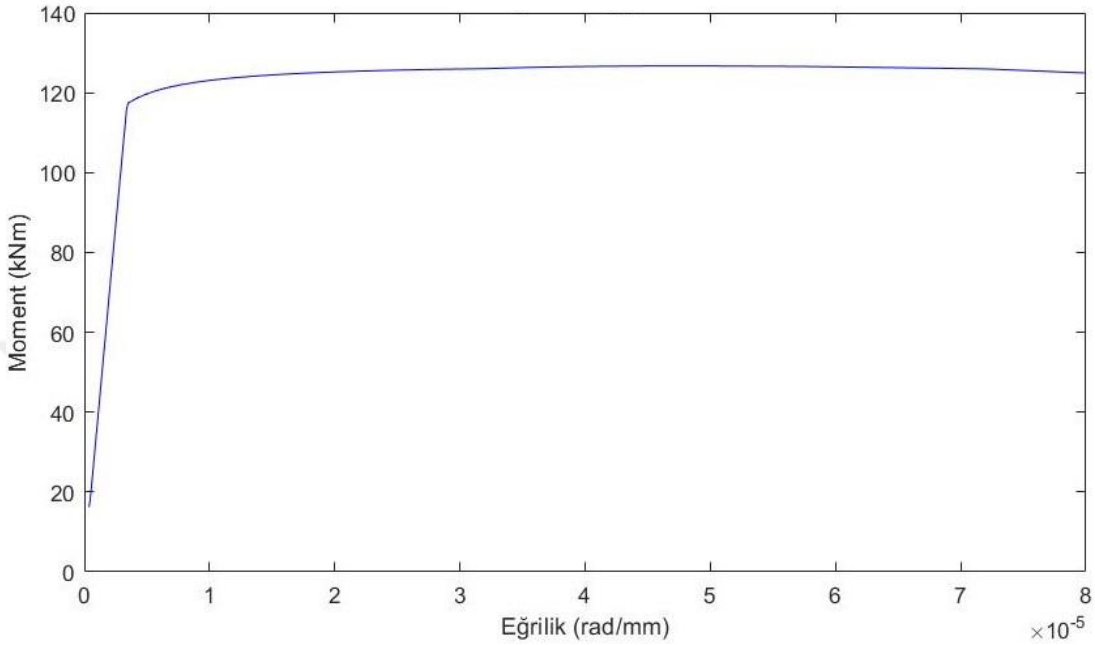
Kırmızı eğri beton malzemeyi ve mavi eğri donatıyı temsil etmek üzere beton ve donatı şekil değiştirmelerinin moment ile değişimi Şekil 6.31'de gösterilmiştir.



Şekil 6.31 Şekil değiştirme değişimi

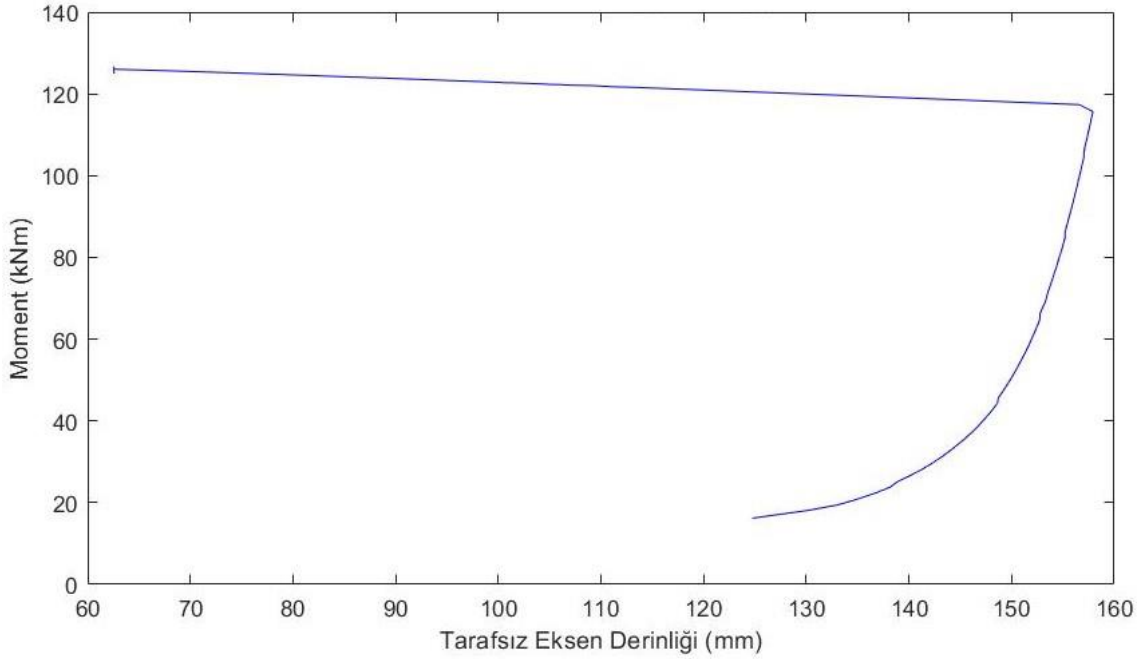
Şekil 6.32 moment-eğrilik ilişkisini göstermektedir. Konsol kiriş örneğinde moment dayanımı yaklaşık 185 kNm değerine denk gelirken bu örnekte moment dayanımı yaklaşık 125 kNm değerine denk gelmektedir. Bu farklılığın sebebi

konsol kiriş örneğinde aşırı yükleme yapılmış olma ihtimali ve moment değeri için bir sınırlamanın olmaması olabilir. Aynı zamanda Newton-Raphson yönteminin kuvvet kontrollü bir yöntem olmasından dolayı gerilme değerleri fazla çıkmış da olabilir.



Şekil 6.32 Eğrilik değişimi

Tarafsız eksen derinliğinin moment ile değişimi Şekil 6.33'te verilmektedir.

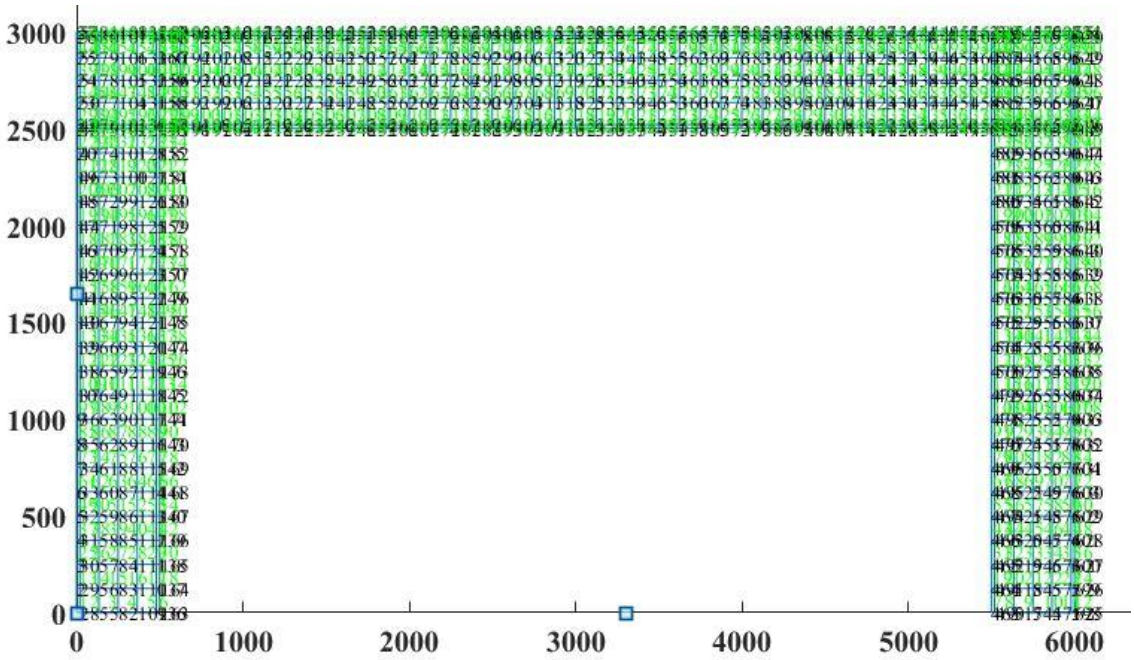


Şekil 6.33 Tarafsız eksen derinliğinin değişimi

6.4 Betonarme Çerçeve Sistem

Bu örnekte 6000 mm genişliğinde ve 3000 mm yüksekliğinde bir betonarme çerçeve sistem modellenmiştir. Kolon ve kiriş kesitleri 500x250 mm boyutlarında seçilmiştir. Beton ve donatı çeliği malzeme özellikleri Tablo 6.1'de betonarme konsol kiriş örneği için verilen değerlerle aynı alınmıştır. Aynı şekilde 20 mm çapındaki donatılar, kolonda altta ve üstte, kirişlerde ise içte ve dışta dörder adet olmak üzere konumlandırılmıştır.

Çerçeve sitem 552 eleman ve 651 düğüm noktasından oluşan dikdörtgen sonlu elemanlara bölünmüştür (Şekil 6.34).



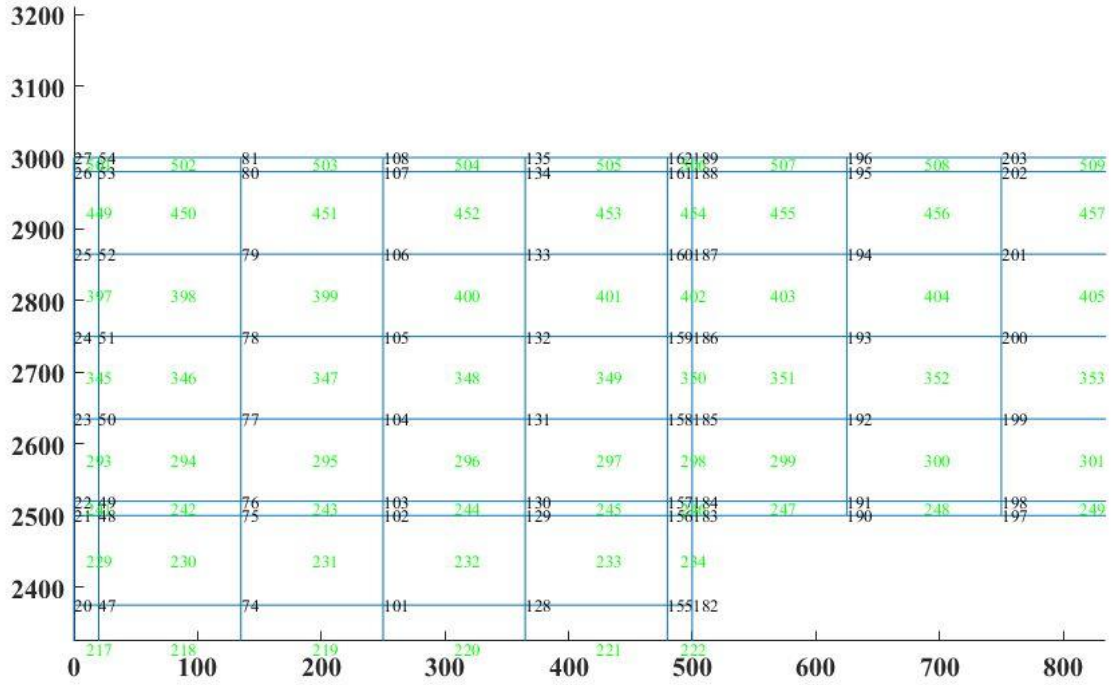
Şekil 6.34 Çerçeve sistemin sonlu elemanlar modellemesi

Şekil 6.35'te görülen görece ince elemanlar (20 mm) donatı elemanlarını temsil etmektedirler. Yatayda sistemin sol üst noktasından (27 numaralı düğüm noktası) 340 kN ve düşeyde kirişin orta noktasından (329 numaralı düğüm noktası) 1250 kN olmak üzere oluşturulan bir yük kombinasyonu sisteme etkitilmektedir. Kiriş uzunluğu L, kolon yüksekliği h olmak üzere L=2h ve kolon-kiriş eğilme dirençleri $EI_c=EI_b$ olan bir çerçevede yanal rijitlik için (6.5) eşitliğinde bağıntı kullanılmıştır (Chopra, 2013).

$$k = \frac{96}{7}\frac{EI_c}{h^3} \tag{6.5}$$

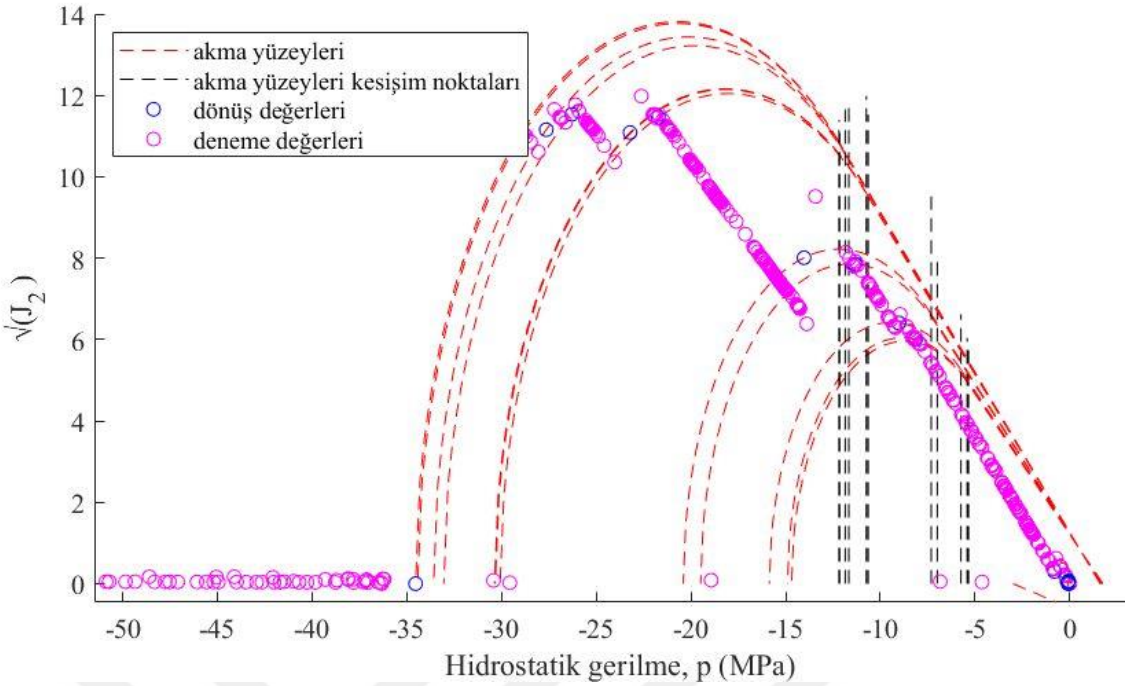
Bu doğrultuda %20 kapasiteyle çalışması varsayılan kolon yük taşıma kapasitesi (6.6) eşitliğinde hesaplanmış ve sisteme tekil yük olarak kiriş açıklığının ortasından etkitilmiştir.

$$\frac{500 * 250 * 25}{1000} 2 * 0{,}20 = 1250\ kN \tag{6.6}$$



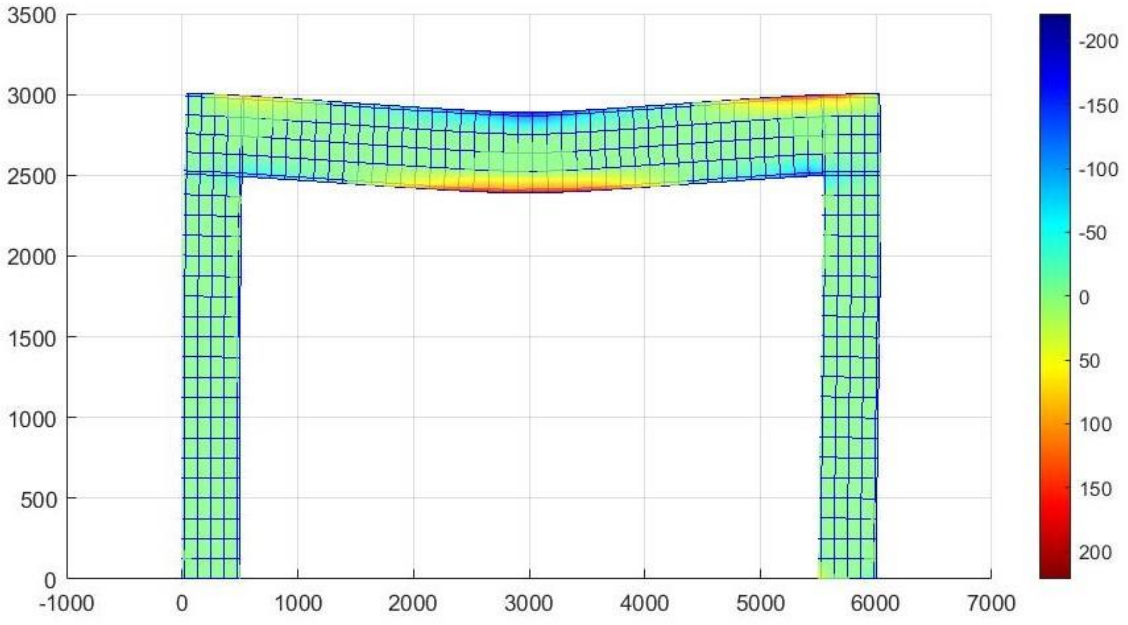
Şekil 6.35 Çerçeve sistemin sonlu elemanlar modellemesinden bir kesit

Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeli için p-q düzleminde (hidrostatik gerilme-$\sqrt{J_2}$) akma yüzeyi Şekil 3.4'te gösterilmişti. Hazırlanan program doğrultusunda konsol kiriş örneği için bu yüzey Şekil 6.36'da gösterilen şekilde oluşturulmaktadır.

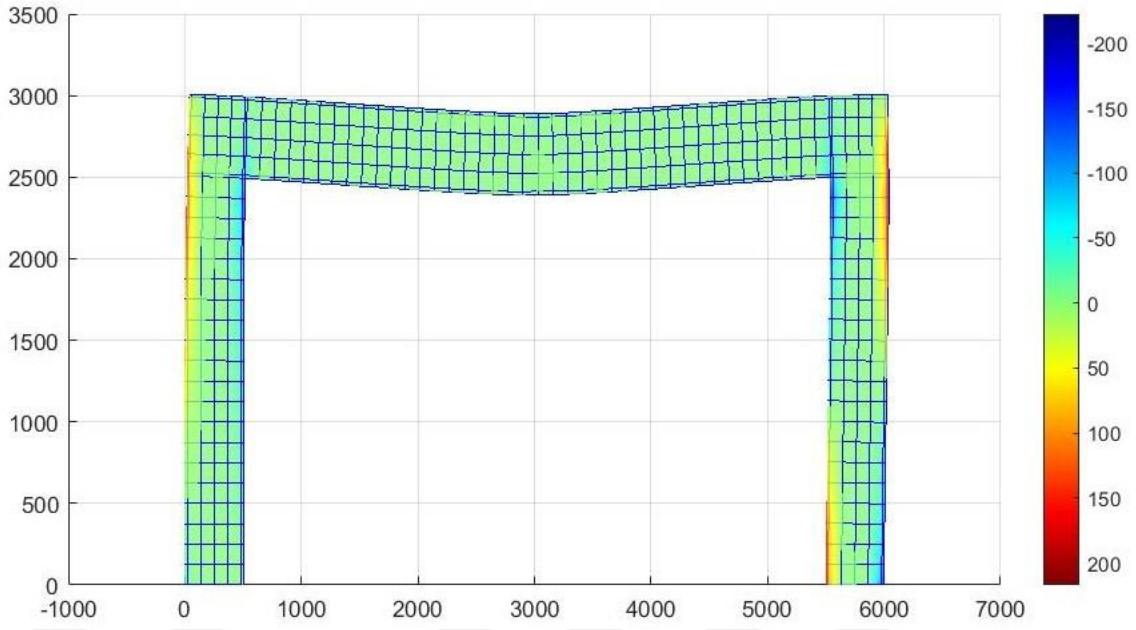


Şekil 6.36 Çerçeve sistem için sınırlandırılmış Drucker-Prager akma yüzeyi

Belirtilen yükleme ile çözümlenen konsol kirişe ait gerilme dağılımları Şekil (6.37), Şekil (6.38) ve Şekil (6.39)'da gösterilmiştir.

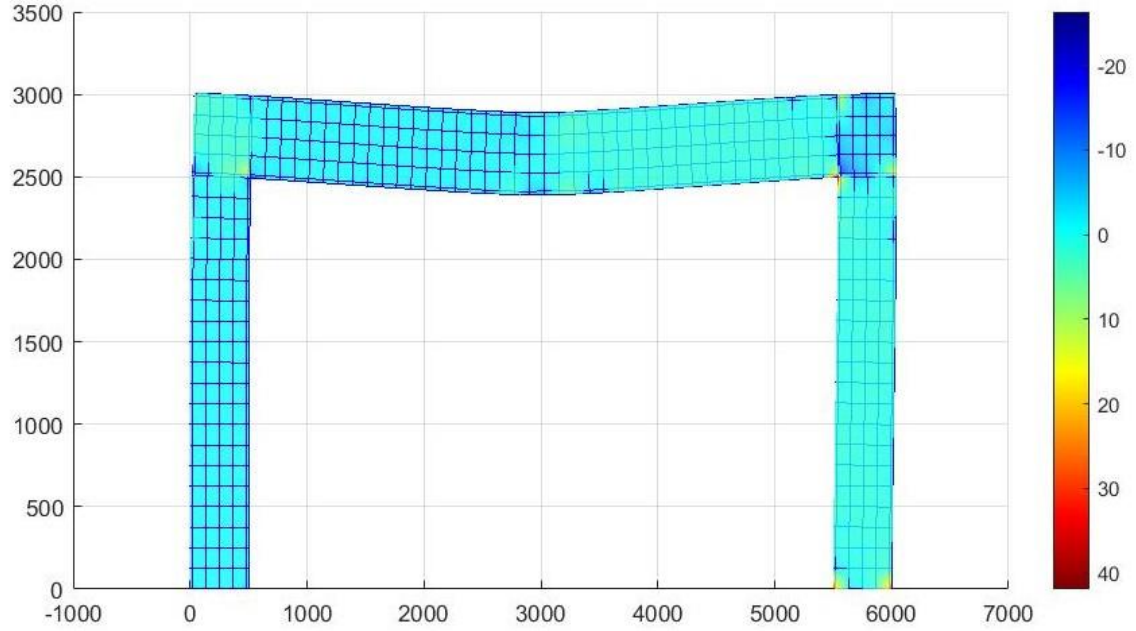


Şekil 6.37 Çerçeve sisteme ait x ekseni doğrultusundaki gerilme dağılımı



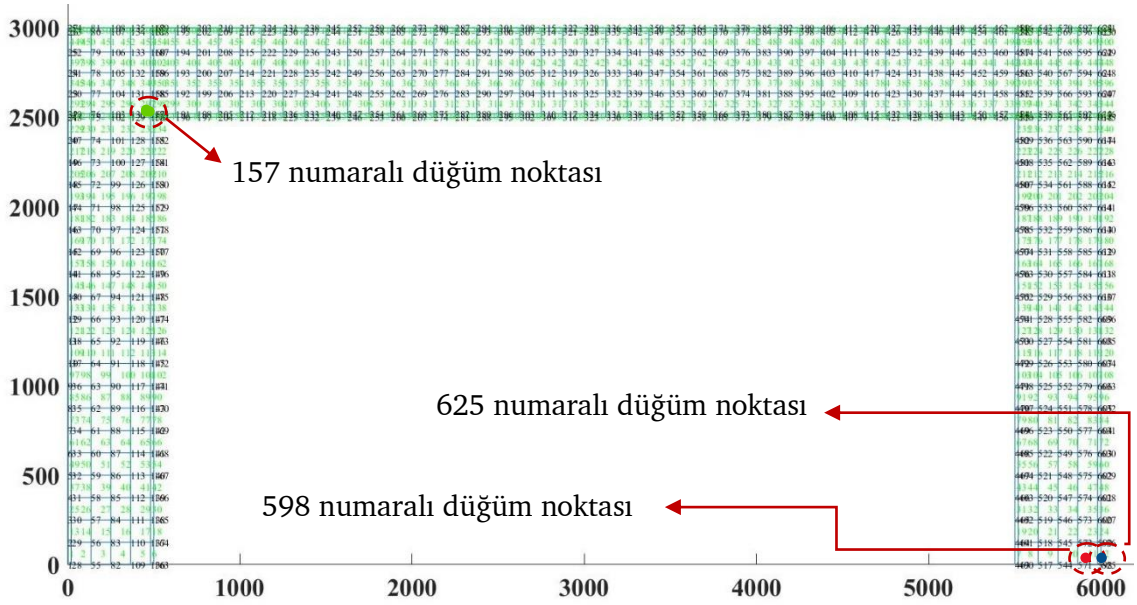
Şekil 6.38 Çerçeve sisteme ait y ekseni doğrultusundaki gerilme dağılımı

Şekil 6.39'da verilen kesme gerilmesi dağılımına bakılırsa antimetrik bir dağılım olduğu görülmektedir.



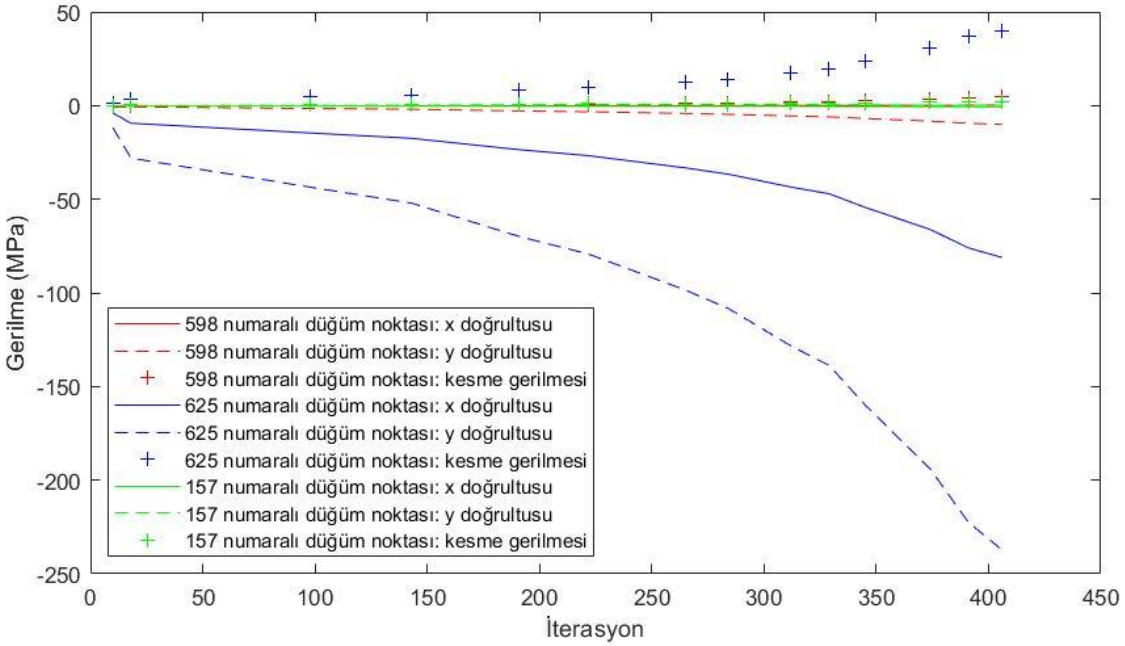
Şekil 6.39 Çerçeve sisteme ait kesme gerilmesi dağılımı

Çerçeve sistemde gerilme ve şekil değiştirmelerin çizdirildiği grafikler Şekil 6.40'ta gösterilen noktalar için hazırlanmaktadır.

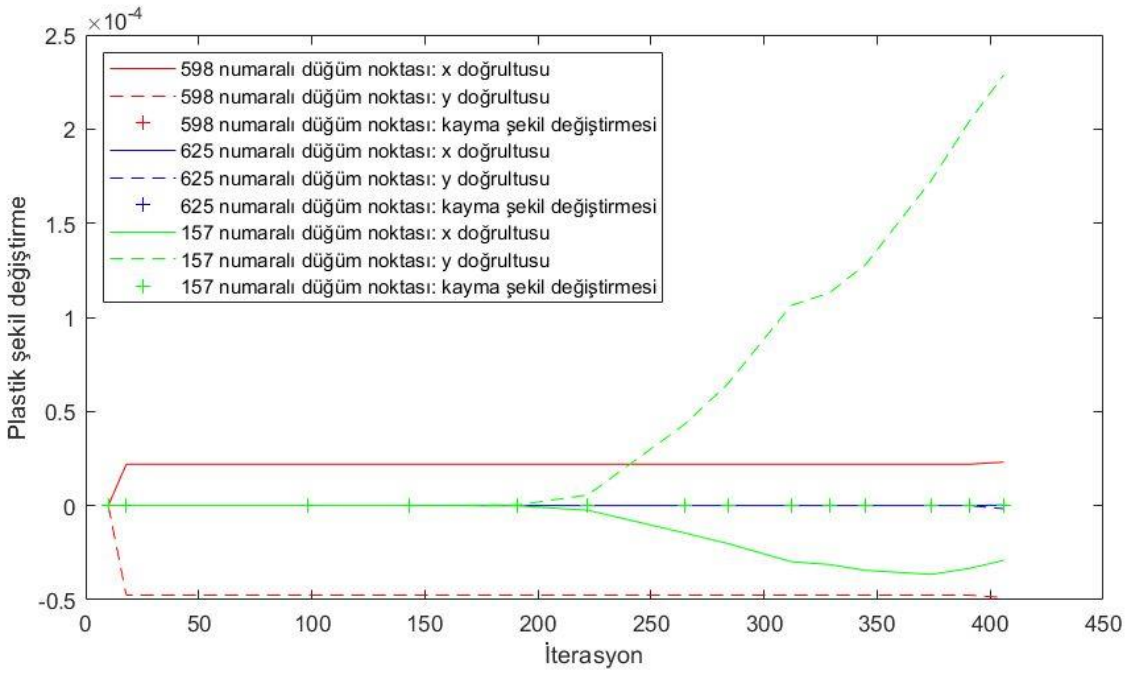


Şekil 6.40 Çerçeve sistemde gözlenen noktalar

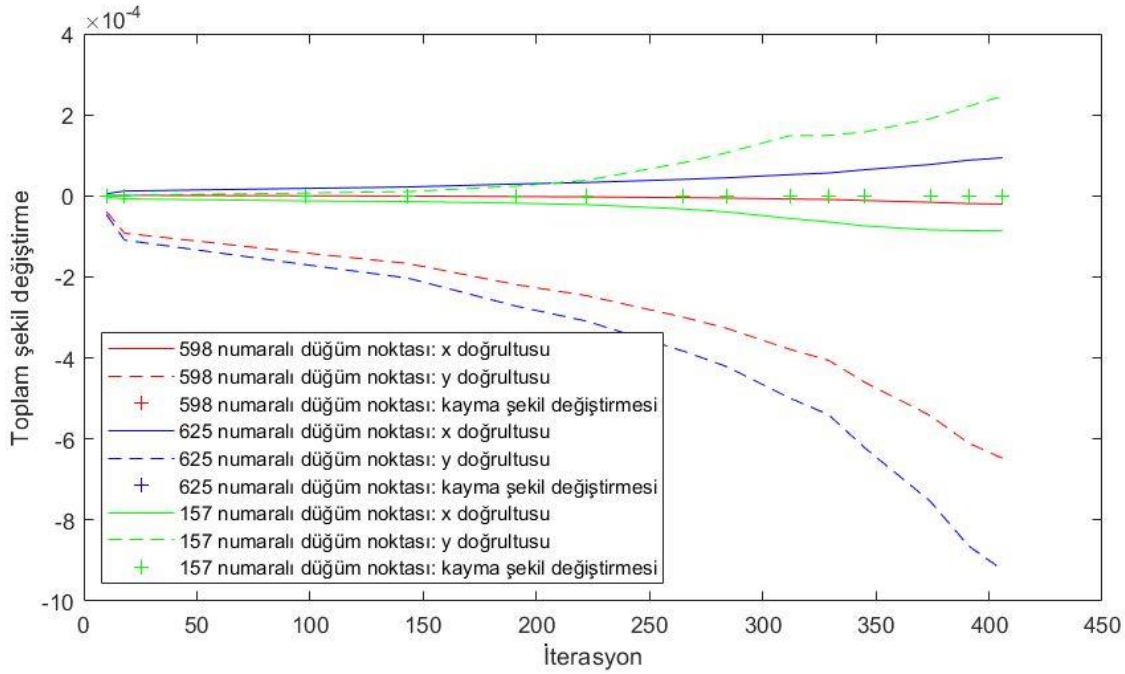
Sonuç olarak sistemin 598, 625 ve 157 numaralı düğüm noktalarına ait gerilme (Şekil 6.41), plastik şekil değiştirme (Şekil 6.42), toplam şekil değiştirme (Şekil 6.43) ve von Mises gerilmelerinin (Şekil 6.44) iterasyonlara bağlı değişimi aşağıdaki grafiklerde gösterilmiştir. 598 numaralı düğüm noktası sağ kolonun alt kısmında bulunan beton elemanı, 625 numaralı düğüm noktası sağ kolonun alt kısmında bulunan donatı elemanı ve 157 numaralı düğüm noktası sol kolon-kiriş bağlantı noktasında bulunan beton elemanı temsil etmektedir (Şekil 6.39). Mavi renk 625, kırmızı renk 598 ve yeşil renk 157 numaralı düğüm noktalarına ait olmak üzere; kırmızı/mavi/yeşil sürekli çizgiler x doğrultusundaki gerilme/şekil değiştirme değerlerini, kırmızı/mavi/yeşil kesikli çizgiler y doğrultusundaki gerilme/şekil değiştirme değerlerini ve kırmızı/mavi/yeşil artı sembol şekil değiştirme durumunda, γ_{xy}, gerilme durumunda, τ_{xy}'yi ifade etmektedir.



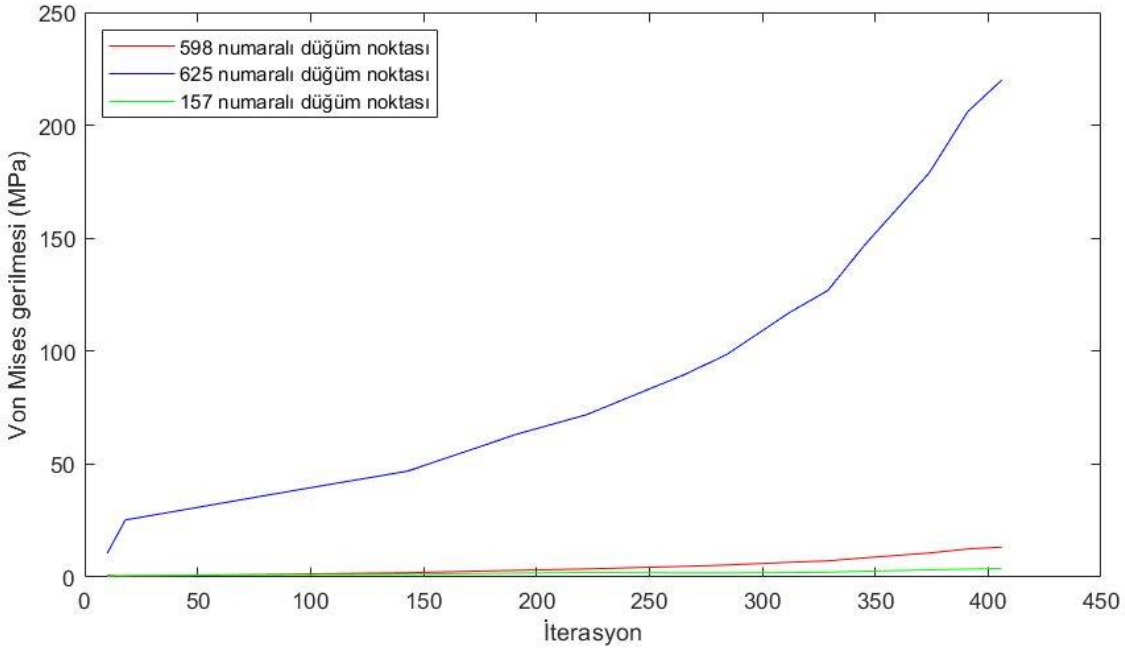
Şekil 6.41 Çerçeve sistemin 598, 625 ve 157 numaralı noktalarına ait gerilme geçmişi



Şekil 6.42 Çerçeve sistemin 598, 625 ve 157 numaralı noktalarına ait plastik şekil değiştirme geçmişi



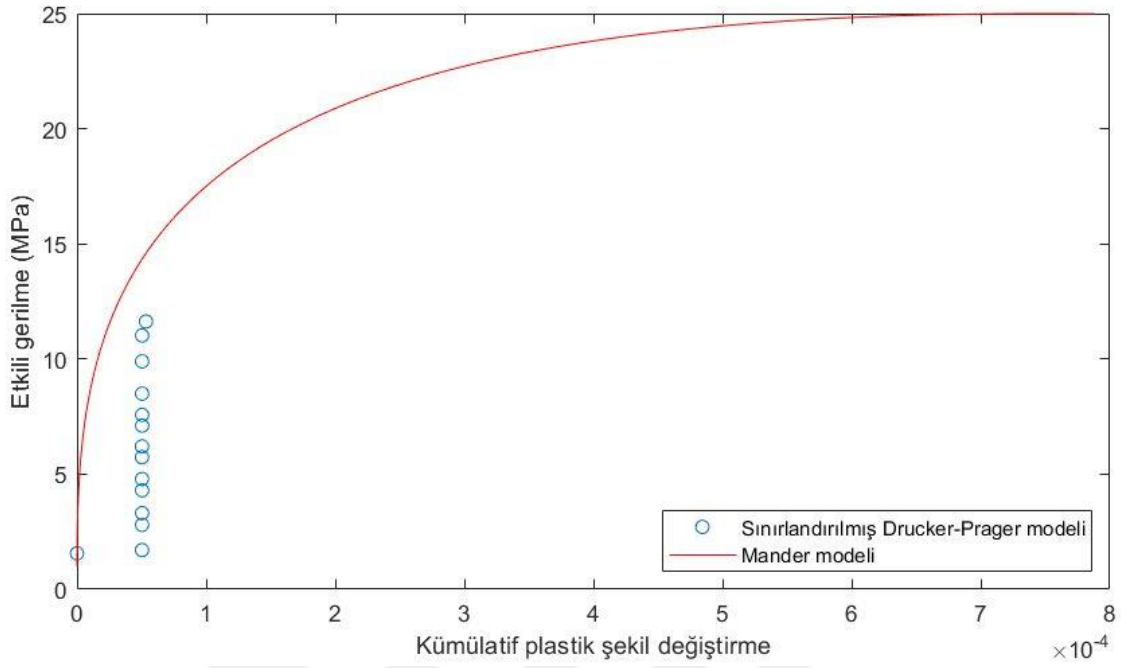
Şekil 6.43 Çerçeve sistemin 598, 625 ve 157 numaralı noktalarına ait toplam şekil değiştirme geçmişi



Şekil 6.44 Çerçeve sistemin 598, 625 ve 157 numaralı noktalarına ait von Mises gerilmesi geçmişi

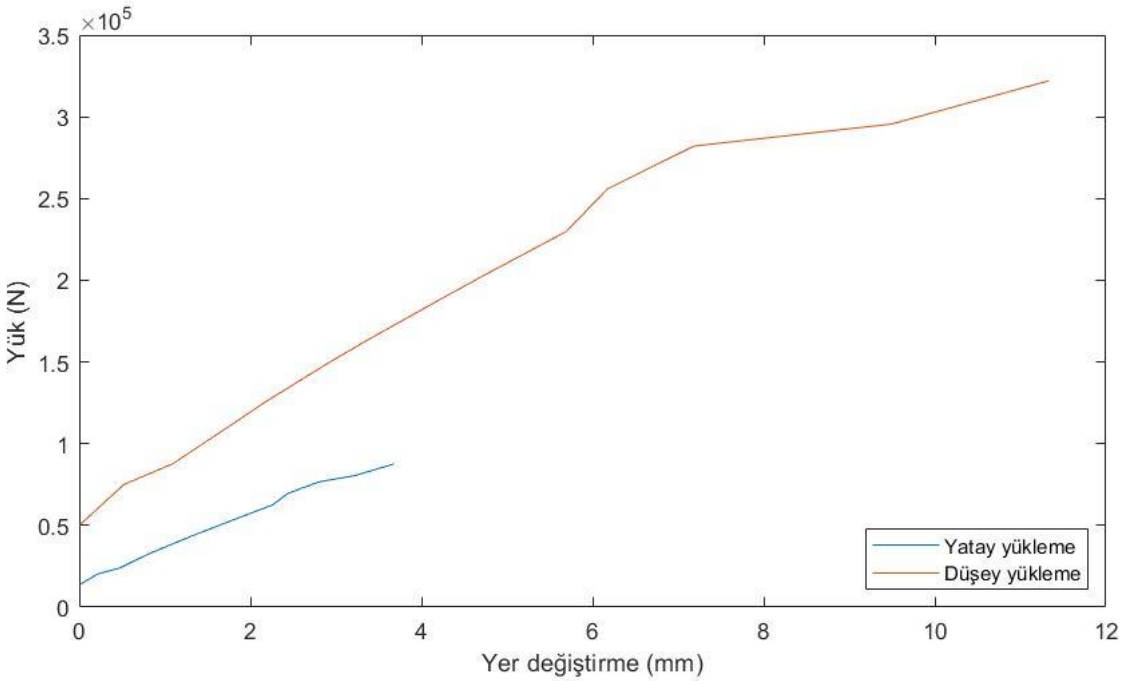
Çerçeve sisteme ait kümülatif plastik şekil değiştirme miktarları 11. elemanın 2 numaralı integrasyon noktası (sağ kolon sağ alt köşe beton eleman) için

hesaplanmış ve efektif gerilme değerlerine karşılık gelen değerleri Şekil 6.45'te gösterilmiştir.

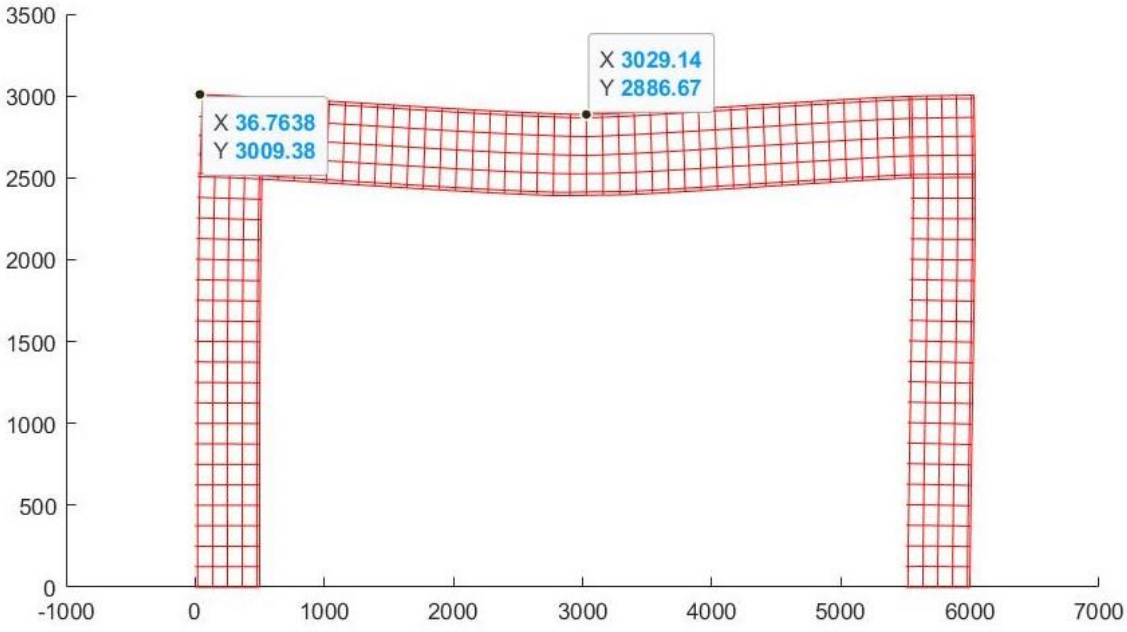


Şekil 6.45 Çerçeve sisteme ait kümülatif plastik şekil değiştirme ve efektif gerilme ilişkisi

Çerçeve siteme ait yük-yer değiştirme ilişkisini gösteren grafikte (Şekil 6.46) turuncu renkle gösterilen çizim düşey yükleme sonucu, mavi renkle gösterilen çizim ise yatay yükleme sonucu yükleme noktalarında oluşan yük- yer değiştirme ilişkisi gösterilmektedir. Şekil 6.47'deki şekil değiştirmiş sistem, yükleme noktalarının ve oluşan yer değiştirmelerin daha rahat gözlemlenebilmesi için verilmiştir.

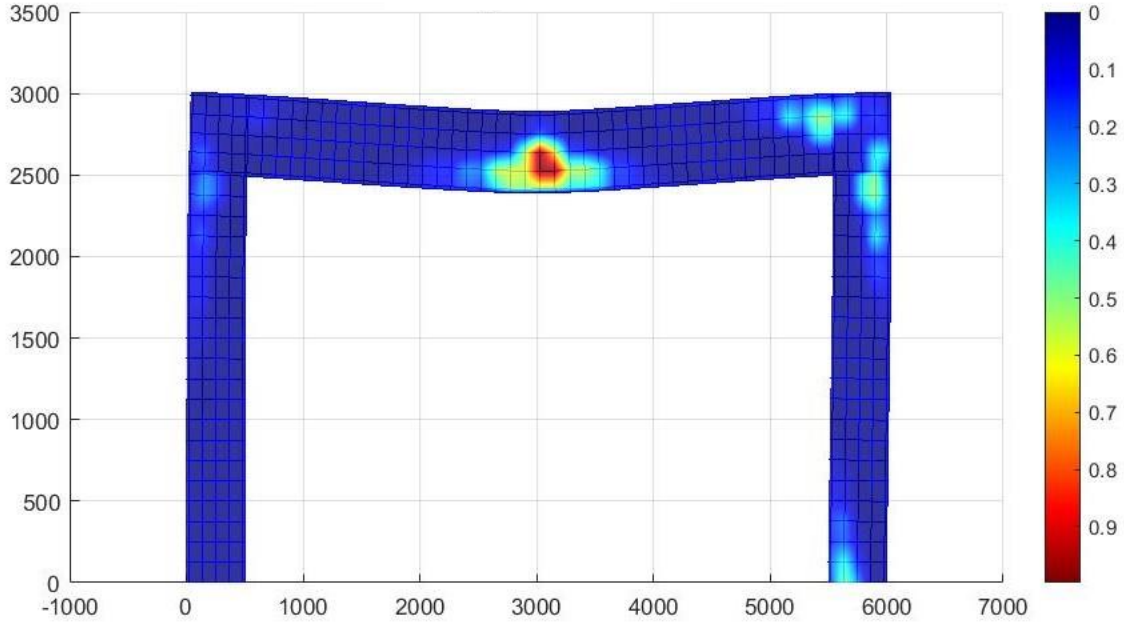


Şekil 6.46 Çerçeve sistemin yükleme noktalarına ait yük (N)- yer değiştirme (mm) ilişkisi



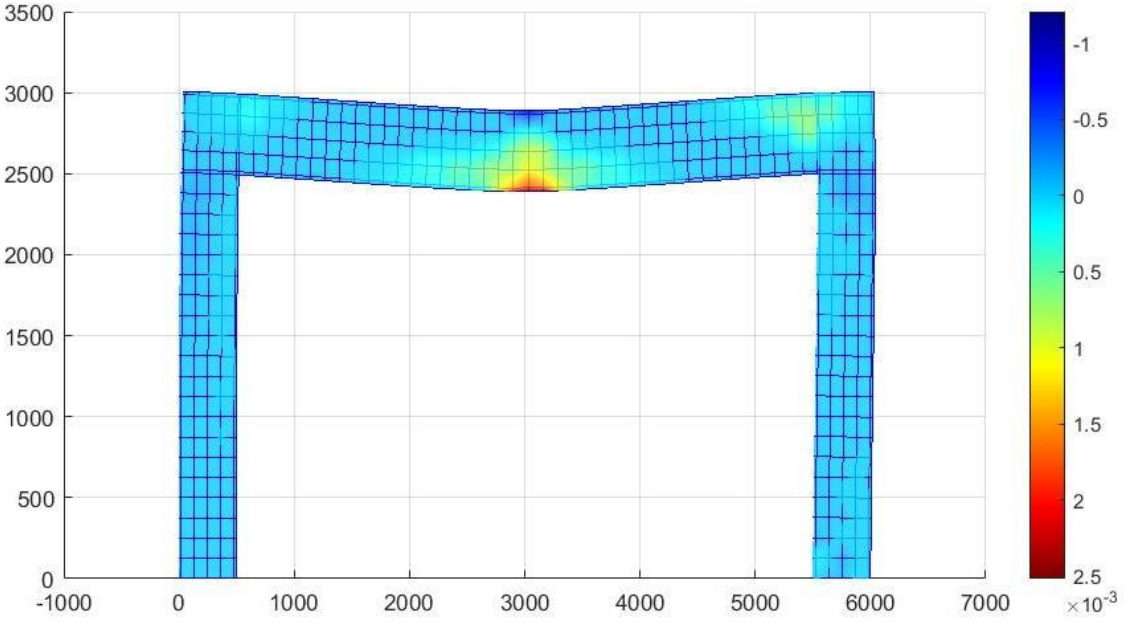
Şekil 6.47 Çerçeve sistemin yükleme noktalarındaki yer değiştirme miktarları

Şekil 6.48'de, (4.7) eşitliği kullanılarak her elemanın tüm integrasyon noktaları için hesaplanan hasar miktarının sistem üzerinde dağılımı gösterilmiştir.

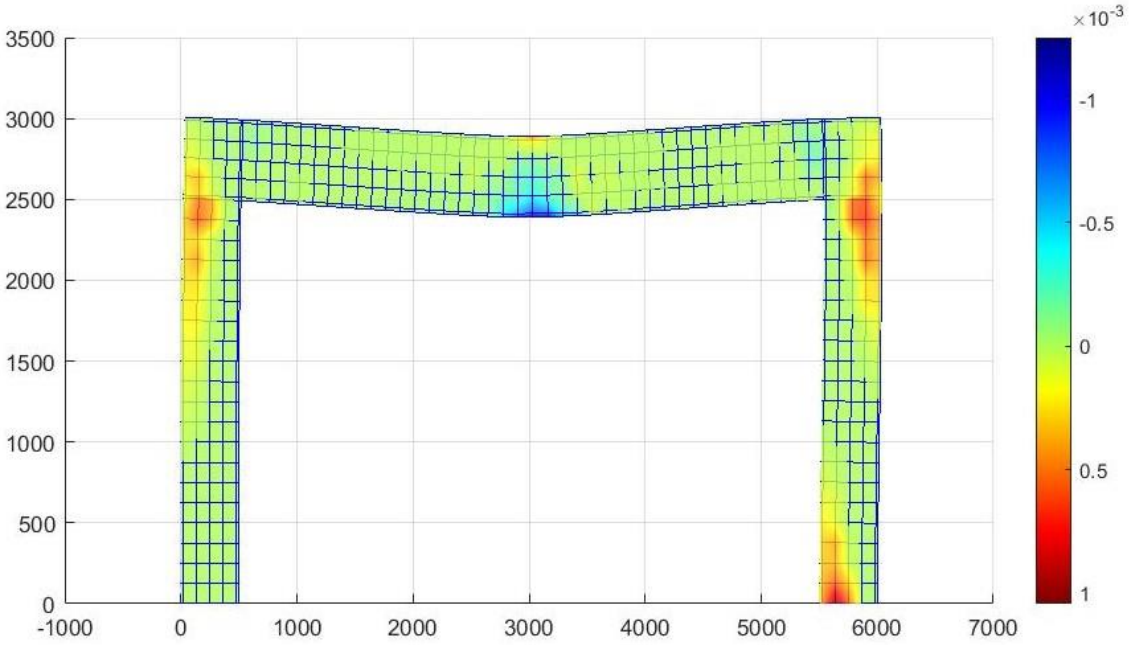


Şekil 6.48 Çerçeve sisteme ait beton malzemesindeki hasar dağılımı

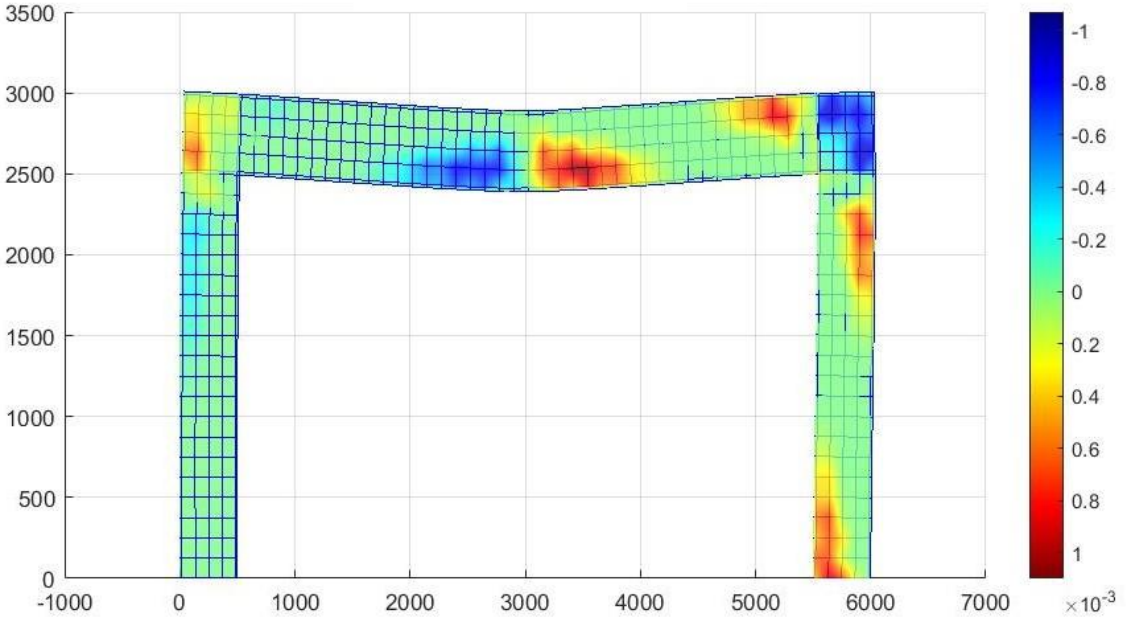
Çerçeve sisteme ait plastik şekil değiştirme dağılımları Şekil 6.49, Şekil 6.50 ve Şekil 6.51'de gösterilmiştir.



Şekil 6.49 Çerçeve sisteme ait x ekseni doğrultusundaki plastik şekil değiştirme dağılımı



Şekil 6.50 Çerçeve sisteme ait y ekseni doğrultusundaki plastik şekil değiştirme dağılımı



Şekil 6.51 Çerçeve sisteme ait plastik kayma şekil değiştirmesi dağılımı

7
SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada betonarme elemanlarda sonlu elemanlar metodu kullanılarak doğrusal olmayan malzeme modellerinin oluşturulmuş ve malzeme eğrileriyle tutarlı malzeme parametrelerinin tüm malzeme eğrisini takip edecek şekilde elde edildiği bir tanımlamayla uygun akma kriterlerini kullanan sistemin elasto-plastik analizinin yapılmasını sağlayacak bir program geliştirilmiştir.

Bu program ile betonarme bir düzlemsel konsol kiriş ve portal çerçeve sistem çözülmüştür. Örnek problemler üzerinde TBDY-2018 yönetmeliğinde betonarme kesitlerde kullanılacak Mander beton gerilme-şekil değiştirme ilişkisi dikkate alınmıştır. Beton modeli için ayrıca genleşme oranı, poisson oranı, kümülatif plastik şekil değiştirme katsayısı ve kohezyon gibi malzemeye bağlı değişkenler; izotropik ve pekleşmeli olarak sınırlandırılmış Drucker-Prager akış kuralı uygulanıp pekleşme parametresi olarak kümülatif plastik şekil değiştirmeye bağlı olarak güncelleme yapılmıştır. Donatı modeli için elastik-mükemmel plastik von Mises akış kuralı dikkate alınmıştır. Dikkate alınan bu beton ve donatı modeliyle TBDY-2018 yönetmeliğine göre betonarme bir kesit için düzlem sonlu eleman çözümlemesi yapılarak performans kriterlerinin kontrol edilmesi amacıyla talep edilen şekil değiştirme miktarları sünek elemanlar için elde edilmeye çalışılmıştır. Böylelikle düzlem problem olarak bir yapının taşıyıcı sisteminin performans analizinin yığışmış plastik mafsal veya sonlu şerit yöntemi hipotezleri dışında doğrudan kesit bazında sonlu eleman çözümlemesiyle birlikte yapılması için küçük bir uygulama örneklendirilmiştir. Çalışmanın sonucu olarak örnekler üzerinden yapılan tartışmalardan elde edilen genelleştirilebilecek bazı sonuçlar aşağıda verilmektedir:

- Çözülen örneklerdeki beton ve donatı elemanlarında maksimum gerilme değerlerine ulaşılmıştır.
- Donatı elemanlarında akma gözlemlenmiştir.

- Mander modeline ait gerilme- şekil değiştirme eğrisinin takibi makul ölçüde sağlanabilmiştir. Grafikte görece fazla olan sapmaların Newton Raphson adımındaki adım boyundan kaynaklandığı düşünülmektedir.
- Drucker- Prager modeline eklenen sınır bölgesi hidrostatik sıkıştırmada akma yüzeyini sınırlar ve hacim genleşmesini kontrol etmeye yardımcı olur. Yapılan analizlerde ve elde edilen akma yüzeyi grafiklerinde de görüldüğü üzere dönüş algoritmaları sınır bölgesi üzerine de çalışmaktadır. Bu da sınır bölgesinin gerekliliğini göstermektedir.
- Tarafsız eksenin kesit boyunca değişimi gözlemlenebilmektedir.
- Yapılan çalışmada Mander modeli için hacimsel modülün hacimsel şekil değiştirme ile değişimi elde edilememiştir. Bu sebeple hacimsel modül (K) sabit kabul edilmiştir. Efektif gerilme- kümülatif plastik şekil değiştirme grafiğindeki sapmalar bu durumdan kaynaklandığı düşünülebilir.

KAYNAKÇA

Akram S., ul Ann Q. (2015). "Newton Raphson Method", International Journal of Scientific & Engineering Research, Cilt 6, Sayı 7, s. 1748-1752.

Auricchio F., Taylor R. L. (1999). "A Return-Map Algorithm for General Associative İsotropic Elasto-Plastic Materials in Large Deformation Regimes". International Journal of Plasticity, Cilt 15, Sayı 12, s. 1359-1378.

Carrazedo R., Mirmiran A., de Hanai J. B. (2013). "Plasticity Based Stress–Strain Model for Concrete Confinement". Engineering Structures, Cilt 48, s. 645-657.

Chen W. F. (1982). Plasticity in Reinforced Concrete. McGraw-Hill, New York, s. 270-274.

Chopra A. K. (2013). Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Enginnering, 4th ed. USA: Pearson Education Limited.

Dede T. (2009). "Farklı Kriterler Kullanılarak Betonarme Kirişlerin Malzeme Bakımından Doğrusal Olmayan Davranışının Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi". Karadeniz Teknik Üniversitesi, Doktora Tezi.

Desai C. S., Kundu T. (2001). "Two- and Three Dimensional Formulations", In: Introductory Finite Element Method, CRC Press, p. 273-281.

Ding X., Zhang G. (2017). "Coefficient of Equivalent Plastic Strain Based on the Associated Flow of the Drucker-Prager Criterion", International Journal of Non-Linear Mechanics, Cilt. 93, s. 15-20.

Doran B., Köksal H. O., Polat Z., Karakoç C. (1998). "The Use of Drucker-Prager Criterion in the Analysis of Reinforced Concrete Members by Finite Elements". Digest, s 489-493.

Drucker D. C., Prager W. (1952). "Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design". Quarterly of Applied Mathematics, Cilt 10, Sayı 2, s. 157-165.

Dunne F., Petrinic N. (2005). "Effective Stress and Plastic Strain Rate," Introduction of Computational Plasticity, New York, USA: Oxford University Press.

Hafezolghorani M., Hejazi F., Vaghei R., Jaafar M. S., Karimzade K. (2017). "Simplified Damage Plasticity Model for Concrete". Structural Engineering International, Cilt 27, Sayı 1, s. 68-78.

Jirásek M., Bažant Z. P. (2002). "Von Mises Criterion," Inelastic Analysis of Structure, West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd.

Krabbenhoft K. (2002). "Basic Computational Plasticity", Department of Civil Engineering Technical University of Denmark, Lyngby.

Mander B., Priestley M. J. N., Park R. (1988). "Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete". Journal of Structural Engineering, Cilt 114, Sayı 8, s. 1804-1826.

Mirmiran A., Shahawy M. (1997). "Dilation Characteristics of Confined Concrete". Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, Cilt 2, Sayı 3, s. 237-249.

Owen D. R. J., de Souza Neto E. A., Peric D. (2008). Computational Methods for Plasticity Theory and Applications. West Sussex, UK: John Wiley & Sons Ltd.

Popovics S. (1973). “A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete”, Cilt 3, s. 583-599.
TBDY (2018). Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği.
Taqieddin Z. N. (2008). “Elasto-Plastic and Damage Modeling of Reinforced Concrete”. Louisiana State University and Agricultural and Mechanical College, Baton Rouge, Louisiana.

A
PROGRAM İÇERİSİNDEKİ ALGORİTMALAR

```
while (i_step<=n_step)
   i_step=i_step+1;
   if(i_step==(n_step-1))
      n_step=round(n_step/delta,0)+1;
   end
   if(delta_inc1<delta_inc)      % After Bisection Method is applied, update
                                   delta and reset mod_iter
      delta_inc=(1-delta)/(n_step-(i_step-1));
      delta_inc1=delta_inc;
      delta=delta+delta_inc1;
      mod_iter=sub_step_min;
   else                          % While Bisection Method is not applied
      delta=delta+delta_inc1;
   end

   PP=P1*delta;                              % Load of each load step
   if (i_step>1)
      U=zeros(numnode*2,1);
      U(dof_v)=UL;
   end
   [Kgl,Kglf,etxx,etyy,etxy,Sxx,Syy,Sxy,eexx,eeyy,eexy]=matrix(U,etxx,etyy,
   etxy,Sxx,Syy,Sxy,eexx,eeyy,eexy);  % Create global system matrices
   [etxxh,eexxh,epxxh,etyyh,eeyyh,epyyh,Sxxh,Syyh,Sxyh,S_vonh,Uh1,Uh2]=
   SectionCutAssign(num_sec,sec_cut,iter,etxxh,etxx,eexxh,eexx,epxxh,epxx,
   etyyh,etyy,eeyyh,eeyy,epyyh,epyy,Sxxh,Sxx,Syyh,Syy,Sxyh,Sxy,S_vonh,
   S_von,Uh1,Uh2,U,el);
```

Şekil A.1 Global sistem matrislerinin Newton-Raphson algoritması

```
    [Ui,Sxxi,Syyi,Sxyi,etxxi,etyyi,etxyi,eexxi,eeyyi,eexyi,epxxi,epyyi,epzzi,epxyi,
    S_voni,E_voni]=AssignArray(num_el,i_step,U,Sxx,Syy,Sxy,etxx,etyy,etxy,
    eexx,eeyy,eexy,epxx,epyy,epzz,epxy,S_von,E_von,Ui,Sxxi,Syyi,Sxyi,etxxi,
    etyyi,etxyi,eexxi,eeyyi,eexyi,epxxi,epyyi,epzzi,epxyi,S_voni,E_voni);
    [Kgl,Kglf,U,P,dof_v]=App_constraint(numnode,bound,Kgl,Kglf,PP,U); %
                                        Application of Constraints or Retraints
     Fg=Kglf;
     Du=Kgl\(P-Fg);
     Kgl0=Kgl;
     Du=Du(:);
     P=P(:);
     Fg=Fg(:);
% other sub-steps
    while (norm(Fg-P) > TolF)
       if iter==itermax
          break
       end
       iter=iter+1;
       UL=U+Du;
       U=zeros(numnode*2,1);
       U(dof_v)=UL;
       [Kgl,Kglf,etxx,etyy,etxy,Sxx,Syy,Sxy,eexx,eeyy,eexy]=matrix(U,etxx,etyy,
       etxy,Sxx,Syy,Sxy,eexx,eeyy,eexy);  % Create global system matrices
       [etxxh,eexxh,epxxh,etyyh,eeyyh,epyyh,Sxxh,Syyh,Sxyh,S_vonh,Uh1,
       Uh2]=SectionCutAssign(num_sec,sec_cut,iter,etxxh,etxx,eexxh,eexx,
       epxxh,epxx,etyyh,etyy,eeyyh,eeyy,epyyh,epyy,Sxxh,Sxx,Syyh,Syy,Sxyh,
       Sxy,S_vonh,S_von,Uh1,Uh2,U,el);
       [Kgl,Kglf,U]=App_constraint(numnode,bound,Kgl,Kglf,PP,U);    %
                                        Application of Constraints or Retraints
       Fg=Kglf;
       Du=Kgl\(P-Fg);
       Du=Du(:);
       P=P(:);
       Fg=Fg(:);
       norM=norm(Fg-P);
```

Şekil A.1 Global sistem matrislerinin Newton-Raphson algoritması (devamı)

```
        Condition(iter,1)=sum(sum(isnan(Kgl)));
        Condition(iter,2)=sum(isnan(Fg));
        Condition(iter,3)=norm(Fg);
        Condition(iter,4)=norm(P);
% Once subiteration reach limit but convergency doesn't occur
% Bisection Method is applied. If needed, The method can be four times
applied
        if (mod(iter,mod_iter)==0)
           if((delta_inc1==delta_inc)||(delta_inc1==delta_inc/2)||...
                 (delta_inc1==delta_inc/4)||(delta_inc1==delta_inc/8)||...
                 (delta_inc1==delta_inc/16)||(delta_inc1==delta_inc/32)||...
                 (delta_inc1==delta_inc/64)||(delta_inc1==delta_inc/128)||...
                (delta_inc1==delta_inc/256)||(delta_inc1==delta_inc/512)||...
                 (delta_inc1==delta_inc/1024)||(delta_inc1==delta_inc/2048))
              delta=delta-delta_inc1;
              delta_inc1=delta_inc1/2;
              delta=delta+delta_inc1;
              PP=P1*delta;
              mod_iter=sub_step_max;
           else
              break
           end
        end
     end
     if ((iter==itermax)||(norM>=TolFmax))
        break
     end
end
```

Şekil A.1 Global sistem matrislerinin Newton-Raphson algoritması (devamı)

```
function
[F,F1,etxx,etyy,etxy,etzz,Sxx,Syy,Sxy,Szz,eexx,eeyy,eexy,eezz]=cal_mat_pl_dr
ucker_prager_cab(Uel,E,m,ET,el_no,int_p,sigMt,B,J1,thick,fr_angle,etxx,etyy,e
txy,etzz,Sxx,Syy,Sxy,Szz,eexx,eeyy,eexy,eezz)
%% Global Variables
global epxx epyy epxy epzz Tol_phi_coh iter norM ccoh eqv_eptt
energy_sumStrain energy_sumPlasticStrain S_von E_von arg2 i_step
Poisson_Ratio ETrev delta Et_eff Et_et Convergence1 Convergence2
Convergence3 Convergence4 Convergence5 Convergence6 Convergence7
Convergence8 Convergence9 Convergence10 Convergence11 Convergence12
Convergence13 Convergence14 Convergence15 Convergence16
Convergence17 Convergence18 Convergence19 Convergence20
Convergence21 Curve3 Az etpp Seff
%% Assigment of Cohesion
et_eff10=etpp(el_no,int_p);
asd=find(Curve3(1:end,18)>=et_eff10);
if(et_eff10>Curve3(end,18))
   ccoh(el_no,int_p)=Curve3(end,8);
   Et_eff(el_no,int_p)=Curve3(end,1);
   Et_et(el_no,int_p)=Curve3(end,3);
   sigma1=Curve3(end,2);
   pois=Curve3(end,4);
   dilatancy=Curve3(end,5);
   G1=Curve3(end,6);
   Ccc=Curve3(end,12);
   eta=Curve3(end,9);
   kksi=Curve3(end,10);
   eeta=Curve3(end,11);
   alfa=Curve3(end,13);
   beta=Curve3(end,14);
   Ppt=Curve3(end,15);
   fr_angle=Curve3(end,7);
else
    if(isempty(asd))
      ccoh(el_no,int_p)=Curve3(1,8);
      Et_eff(el_no,int_p)=Curve3(1,1);
      Et_et(el_no,int_p)=Curve3(1,3);
      sigma1=Curve3(1,2);
```

Şekil A.2 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeli algoritması

```
        pois=Curve3(1,4);
        dilatancy=Curve3(1,5);
        G1=Curve3(1,6);
        Ccc=Curve3(1,12);
        eta=Curve3(1,9);
        kksi=Curve3(1,10);
        eeta=Curve3(1,11);
        alfa=Curve3(1,13);
        beta=Curve3(1,14);
        Ppt=Curve3(1,15);
        fr_angle=Curve3(1,7);
    else
        ccoh(el_no,int_p)=Curve3(asd(1),8);
        Et_eff(el_no,int_p)=Curve3(asd(1),1);
        Et_et(el_no,int_p)=Curve3(asd(1),3);
        sigma1=Curve3(asd(1),2);
        pois=Curve3(asd(1),4);
        dilatancy=Curve3(asd(1),5);
        G1=Curve3(asd(1),6);
        Ccc=Curve3(asd(1),12);
        eta=Curve3(asd(1),9);
        kksi=Curve3(asd(1),10);
        eeta=Curve3(asd(1),11);
        alfa=Curve3(asd(1),13);
        beta=Curve3(asd(1),14);
        Ppt=Curve3(asd(1),15);
        fr_angle=Curve3(asd(1),7);
    end
end
ET=Et_et(el_no,int_p);
ETrev(iter,el_no,int_p)=ET;
et_effU=Et_eff(el_no,int_p);
coh1=ccoh(el_no,int_p);
Poisson_Ratio(iter,el_no,int_p,1)=pois;
Poisson_Ratio(iter,el_no,int_p,2)=dilatancy;
```

Şekil A.2 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeli algoritması (devamı)

```
%% Getting Deviatoric Stress and Elastic Strain
I=[1.0;1.0;0.0;1.0];
Is=[1.0 0.0 0.0 0.0;
    0.0 1.0 0.0 0.0;
    0.0 0.0 0.5 0.0;
    0.0 0.0 0.0 1.0];
Iv=1/3*(I*I');
Id=Is-Iv;
if (arg2=='plane_stress')
   m1=pois;
   B(4,:)=(B(1,:)+B(2,:))*(-m1*E/(1-m1));
elseif (arg2=='plane_strain')
   B(4,:)=(B(1,:)+B(2,:))*0.0;
end
e=B*Uel;
eeMt=(e-[etxx(el_no,int_p) etyy(el_no,int_p) etxy(el_no,int_p)
etzz(el_no,int_p)]'+[eexx(el_no,int_p) eeyy(el_no,int_p) eexy(el_no,int_p)
eezz(el_no,int_p)]');

et_eff11=sqrt( (e(1))^2 + (e(2))^2 + (e(4))^2 + (1/2)*(e(3)/2)^2 );
E_von(el_no,int_p)=et_eff11;

G=E/(2*(1+m));                                  % Shear modulus
K=E/(3*(1-2*m));                                % Bulk modulus
HD=(E*ET)/(E-ET);

D=2*G1*Id+K*(I*I');

eeMvt=eeMt(1)+eeMt(2)+eeMt(4);        % Elastic trial volumetric strain
pt=K*eeMvt;                            % Elastic trial pressure stress
st(1)=2*G1*(eeMt(1)-eeMvt/3);          % Elastic trial deviatoric stress
st(2)=2*G1*(eeMt(2)-eeMvt/3);
st(3)=2*G1*(eeMt(3)/2);
st(4)=2*G1*(eeMt(4)-eeMvt/3);
st=st';                                % Trial deviatoric n+1. adımda.
Jtr=1/2*( st(1)^2 + st(2)^2 + st(4)^2 + 2*st(3)^2 );
```

Şekil A.2 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeli algoritması (devamı)

```
%% Check Plastic Admisibility
phi=sqrt(Jtr)+eta*(pt)-kksi*coh1;
Convergence19(iter,el_no,int_p)=phi;                    % Trial
Convergence20(iter,el_no,int_p)=sqrt(Jtr);
Convergence21(iter,el_no,int_p)=pt;
%% Cap icin Parametreler
Mm=abs(eta);          % M=Slope of yielding surface in p-sqrt(J) plane
Bb=Mm*( (Mm^2+1) ^ (0.5) );
Aa=(coh1+(sigma1/2)*tand(fr_angle))*beta;
Xi=-( (1+Mm^2)*Aa-Ppt );  % Apsis value in p-q plane belonging to center
                            point of circle For cap of yielding surface
Rr=Bb*Aa;
Convergence17(iter,el_no,int_p)=Aa;
Convergence16(iter,el_no,int_p)=Ppt;
Convergence15(iter,el_no,int_p)=Mm;
Convergence14(iter,el_no,int_p)=Bb;
Lambda_b=0;
phi_b=(1/Bb^2)*( (pt-K*eeta*Lambda_b)+( (1+Mm^2)*(-1)*(-Aa-
K*eeta*Lambda_b)-Ppt ) )^2+( (sqrt(Jtr)-G1*Lambda_b)/Bb )^2-( (-1)*(-
Aa-K*eeta*Lambda_b) )^2;
Convergence10(iter,el_no,int_p)=phi_b;
%%
ElasticStrainOption=1;     % Elastic and Plastic Strain Calculation change
if (phi>=Tol_phi_coh)                % Akma yüzeyi aşılmış ise
   %% Find Updated Yield Surface With An Amount Of Plastic Strain
  [Lambda]=YieldSurfaceCheck(iter,el_no,int_p,phi,Jtr,pt,G1,K,coh1,eta,eeta,
  kksi,HD,Tol_phi_coh);
   % Check Validity Of One Vector Return
   if sqrt(Jtr)-G1*Lambda >= 0
      Az(iter,el_no,int_p)=2;
      [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,depl]=YieldSurfaceCorrector(e,Jtr,st,pt,
      G1,G,K,I,Id,Lambda,eta,eeta,kksi,HD,ElasticStrainOption);
      if (phi_b>=Tol_phi_coh)&&(pM<=-1.0*(Aa-Ppt))  % Akma yüzeyi
                                                      aşılmış ise
```

Şekil A.2 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeli algoritması (devamı)

```
      [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,AaM,depl]=CapCheck(e,Jtr,st,pt,G1,G,
       K,I,Id,eta,eeta,kksi,HD,D,Aa,Ppt,Mm,Bb,Tol_phi_coh,iter,el_no,int_p,
       ElasticStrainOption);
          if(pM>-1.0*(AaM-Ppt))
             [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,depl]=CapIntersectionCheck(e,Jtr,
              st,G1,G,K,I,Id,eta,eeta,kksi,HD,Aa,Ppt,Bb,Tol_phi_coh,iter,
              el_no,int_p,ElasticStrainOption);
          end
       end
    else
       Az(iter,el_no,int_p)=3;
       [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,depl]=ReturnApex(e,iter,el_no,int_p,
        pt,G1,K,I,alfa,beta,eta,HD,coh1,Tol_phi_coh,ElasticStrainOption);
    end
else
    if (phi_b>=Tol_phi_coh)&&(pt<=-1.0*(Aa-Ppt) % Akma yüzeyi aşılmış ise
       [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,AaM,depl]=CapCheck(e,Jtr,st,pt,G1,G,K,
        I,Id,eta,eeta,kksi,HD,D,Aa,Ppt,Mm,Bb,Tol_phi_coh,iter,el_no,int_p,
        ElasticStrainOption);
       if(pM>-1.0*(AaM-Ppt))
          [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,depl]=CapIntersectionCheck(e,Jtr,st,
          G1,G,K,I,Id,eta,eeta,kksi,HD,Aa,Ppt,Bb,Tol_phi_coh,iter,el_no,int_p,
          ElasticStrainOption);
       end
    else
       Az(iter,el_no,int_p)=1;
       [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,depl]=NonYield(e,st,pt,K,I,G1,D);
    end
end
[eexx,eeyy,eexy,eezz,epxx,epyy,epxy,epzz,etxx,etyy,etxy,etzz,Sxx,Syy,Sxy,Szz]
=SetStressStrain(el_no,int_p,eexx,eeyy,eexy,eezz,epxx,epyy,epxy,epzz,etxx,et
yy,etxy,etzz,eeM,epM,e,Sxx,Syy,Sxy,Szz,sigM2,Ccc,ElasticStrainOption,pM,eta
,JJJ);
sig_eff=sqrt(1/2*( (sigM2(1)-sigM2(2)) ^ 2 + (sigM2(2)-sigM2(4)) ^ 2 +
(sigM2(4)-sigM2(1)) ^ 2 + 6*sigM2(3) ^ 2 ));
```

Şekil A.2 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeli algoritması (devamı)

```
S_von(el_no,int_p)=sig_eff;
eqv_eptt(el_no,int_p)=etpp(el_no,int_p);

disp('iter i_step delta norM el_no int_p phi pM q Det(Jacoby)');
[iter i_step delta norM el_no int_p phi pM JJJ det(J1) ]

Convergence11(iter,el_no,int_p)=Seff(el_no,int_p);
Convergence3(iter,el_no,int_p)=etpp(el_no,int_p);
Convergence18(iter,el_no,int_p)=et_effU;
Convergence13(iter,el_no,int_p)=et_eff11;
Convergence12(iter,el_no,int_p)=delta;
Convergence1(iter,el_no,int_p)=norM;
Convergence2(iter,el_no,int_p)=i_step;
Convergence4(iter,el_no,int_p)=pM;

energy_sumStrain(el_no,int_p)=1/2*( Sxx(el_no,int_p)*etxx(el_no,int_p) +
...
                        Syy(el_no,int_p)*etyy(el_no,int_p) + ...
                        Szz(el_no,int_p)*etzz(el_no,int_p) + ...
                        2*Sxy(el_no,int_p)*etxy(el_no,int_p) );
energy_sumPlasticStrain(el_no,int_p)=1/2*(
Sxx(el_no,int_p)*epxx(el_no,int_p) + ...
                        Syy(el_no,int_p)*epyy(el_no,int_p) + ...
                        Szz(el_no,int_p)*epzz(el_no,int_p) + ...
                        2*Sxy(el_no,int_p)*epxy(el_no,int_p) );
%% Calculation of Internal Force and Tangent Stiffness
F1=B'*sigM2*det(J1)*thick;                  % Internal force vector
F=(B'*CC*B)*det(J1)*thick;                   % Tangent stiffness

Convergence5(iter,el_no,int_p)=sum(sum(isnan(F)));
Convergence6(iter,el_no,int_p)=sum(isnan(F1));
Convergence9(iter,el_no,int_p)=JJJ;
```

Şekil A.2 Sınırlandırılmış Drucker-Prager modeli algoritması (devamı)

```
function
[eexx,eeyy,eexy,eezz,epxx,epyy,epxy,epzz,etxx,etyy,etxy,etzz,Sxx,Syy,Sxy,Szz]
=SetStressStrain(el_no,int_p,eexx,eeyy,eexy,eezz,epxx,epyy,epxy,epzz,etxx,et
yy,etxy,etzz,eeM,epM,e,Sxx,Syy,Sxy,Szz,sigM2,Ccc,ElasticStrainOption,pM,eta
,JJJ)
global etpp Seff

eexx(el_no,int_p)=eeM(1);
eeyy(el_no,int_p)=eeM(2);
eexy(el_no,int_p)=eeM(3);
eezz(el_no,int_p)=eeM(4);

if(ElasticStrainOption==1)
   depM(1)=epM(1)-epxx(el_no,int_p);
   depM(2)=epM(2)-epyy(el_no,int_p);
   depM(3)=epM(3)-epxy(el_no,int_p);
   depM(4)=epM(4)-epzz(el_no,int_p);

   epxx(el_no,int_p)=epM(1);
   epyy(el_no,int_p)=epM(2);
   epxy(el_no,int_p)=epM(3);
   epzz(el_no,int_p)=epM(4);

   etpp(el_no,int_p)=etpp(el_no,int_p)+Ccc*sqrt( (3/2)*( depM(1) ^ 2 +
   depM(2) ^ 2 + depM(4) ^ 2 ) + (3/4)*(depM(3)/2) ^ 2 );
else
   epxx(el_no,int_p)=epxx(el_no,int_p)+epM(1);
   epyy(el_no,int_p)=epyy(el_no,int_p)+epM(2);
   epxy(el_no,int_p)=epxy(el_no,int_p)+epM(3);
   epzz(el_no,int_p)=epzz(el_no,int_p)+epM(4);

   etpp(el_no,int_p)=etpp(el_no,int_p)+Ccc*sqrt( (3/2)*( epM(1) ^ 2 +
epM(2) ^ 2 + epM(4) ^ 2 ) + (3/4)*(epM(3)/2) ^ 2 );
end
```

Şekil A.3 Gerilme- şekil değiştirme değerlerinin türetilmesi

```
etxx(el_no,int_p)=e(1);
etyy(el_no,int_p)=e(2);
etxy(el_no,int_p)=e(3);
etzz(el_no,int_p)=e(4);

Sxx(el_no,int_p)=sigM2(1);          % Güncellenmiş nihai toplam gerilme
Syy(el_no,int_p)=sigM2(2);
Sxy(el_no,int_p)=sigM2(3);
Szz(el_no,int_p)=sigM2(4);

Seff(el_no,int_p)=( abs((eta/3)*(3*pM)) + sqrt(JJJ) ) / ( (eta/3) +
(1/sqrt(3)) );
```

Şekil A.3 Gerilme- şekil değiştirme değerlerinin türetilmesi (devamı)

```
function [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,depl]=NonYield(st,pt,eMt,I,D)
sM=st;
pM=pt;
depl=0.0;
sigM2(1)=sM(1)+pM/3;
sigM2(2)=sM(2)+pM/3;
sigM2(3)=sM(3);
sigM2(4)=sM(4)+pM/3;
Jtr=1/2*( st(1)^2 + st(2)^2 + st(4)^2 + 2*st(3)^2 );
JJJ=sqrt(Jtr);
eeM(1)=sM(1)/(2*G)+(pM/K)/3;
eeM(2)=sM(2)/(2*G)+(pM/K)/3;
eeM(3)=sM(3)/(2*G)*2;
eeM(4)=sM(4)/(2*G)+(pM/K)/3;

sigM2=sigM2';
eeM=eeM';
epM(1)=e(1)-eeM(1);
epM(2)=e(2)-eeM(2);
epM(3)=e(3)-eeM(3);
epM(4)=e(4)-eeM(4);
CC=D;
```

Şekil A.4 Sadece elastik şekil değiştirmelerin olması durumu

```
function [Lambda]=YieldSurfaceCheck(iter,el_no,int_p,phi,Jtr,pt,G,K,coh1,
eta,eeta,kksi,HD,Tol_phi_coh)
global Convergence8 Convergence7 Convergence3
Lambda=0.0;
while abs(phi) > Tol_phi_coh
   phid=-G-K*eeta*eta-(kksi^2)*HD;
   Lambda=Lambda-(phi/phid);
   dep=Lambda*kksi;                          % Plastic strain increment
   phi=sqrt(Jtr)-G*Lambda+eta*(pt-K*eeta*Lambda)-kksi*(coh1+HD*dep);
% Yield function depending on initial constant material cohesion with
hardening of cohesion
end
Convergence3(iter,el_no,int_p)=phi;
Convergence7(iter,el_no,int_p)=(coh1+HD*dep)*(kksi/eta);
Convergence8(iter,el_no,int_p)=(coh1+HD*dep)*kksi;
```

Şekil A.5 Akma yüzeyi kontrolü

```
function [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,depl]=ReturnApex(iter,el_no,int_p,
pt,G,K,I,alfa,beta,eta,HD,coh1,eMt,Tol_phi_coh)
global Convergence7 Convergence8
JJJ=0.0;
devp=0.0;
r=(coh1+HD*alfa*devp)*beta-pt;
while abs(r)  >  Tol_phi_coh
   d=alfa*beta*HD+K;
   devp=devp-r/d;
   pM=pt-K*devp;
   r=beta*(coh1+HD*alfa*devp)-pM;
end
Convergence7(iter,el_no,int_p)=(coh1+HD*alfa*devp)*beta*eta;
Convergence8(iter,el_no,int_p)=(coh1+HD*alfa*devp)*beta;

depl=alfa*devp;
sM=0.0*I;
sigM2=(pM*I);
epM=Lambda*( eeta/3*I );
eeM=eMt-epM;
%% Material Matrix
CC=K*(1-K/(K+alfa*beta*HD))*(I*I');
```

Şekil A.6 Konik akma yüzeyinin uç noktasına dönüş algoritması

```
function [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,depl]=YieldSurfaceCorrector(eMt,
Jtr,st,pt,G,G2,K,I,Id,Lambda,eta,eeta,kksi,alfa,beta,HD,D)
sM=(1-(G*Lambda)/sqrt(Jtr))*st;              % Deviatoric stress    s n+1
pM=pt-K*eeta*Lambda;                         % Hydrostatic stress   p n+1
depl=kksi*Lambda;

sM2=sM.*[1;1;2];
sigM2=sM2+pM*I;
JJJ=sqrt(Jtr)-G*Lambda;
epM=Lambda*( (1/2/JJJ)*sM + eeta/3*I );
eeM=eMt-epM;
%% Material Matrix
dgds= 1/(2*sqrt(JJJ))*sM+eeta/3*I;
dfds= 1/(2*sqrt(JJJ))*sM+eta/3*I;
A=1/(G+K*eta*eeta+(kksi^2)*HD);
ddd=st/(2*G);          % Deviatorik elastik şekil değiştirmenin trial'ıdır.
ddd_norm=(ddd'*ddd)^(0.5);
ddd=ddd/ddd_norm;
CC=2*G*(1-Lambda/(sqrt(2)*ddd_norm))*Id;
CC=CC+2*G*(Lambda/(sqrt(2)*ddd_norm)-G*A)*(ddd*ddd');
CC=CC-sqrt(2)*G*A*K*(eta*ddd*I'+eeta*I*ddd');
CC=CC+K*(1-K*eta*eeta*A)*(I*I');
```

Şekil A.7 Konik akma yüzeyine dönüş algoritması

```
function [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,AaM,depl]=CapCheck(e,eMt,Jtr,st,
pt,G,G2,K,I,Id,eta,eeta,kksi,alfa,beta,HD,D,Aa,Ppt,Mm,Bb,Xi,Rr,Tol_phi_coh,
iter,el_no,int_p)
global Az
Lambda_b=0;
phi_b=(1/Bb^2)*( (pt-K*eeta*Lambda_b)+( (1+Mm^2)*(-1)*(-Aa-K*eeta*
Lambda_b)-Ppt ) )^2+( (sqrt(Jtr)-G*Lambda_b)/Bb )^2-( (-1)*(-Aa-K*eeta*
Lambda_b) )^2;
if (phi_b>=Tol_phi_coh)
   Az(iter,el_no,int_p)=4;
   while abs(phi_b) > Tol_phi_coh
      phi_bd=(1/Bb^2)*2*( (pt-K*eeta*Lambda_b)+( (1+Mm^2)*(-1)*
      (-Aa-K*eeta*Lambda_b)-Ppt ) )*( (-K*eeta) -K*eeta*(-1)*(1+Mm^2) )
      +2*( (sqrt(Jtr)-G*Lambda_b)/Bb )*(-G/Bb)-2*(-1)*(-K*eeta)*( (-1)*
      (-Aa-K*eeta*Lambda_b) );
      Lambda_b=Lambda_b-(phi_b/phi_bd);
      phi_b=(1/Bb^2)*( (pt-K*eeta*Lambda_b)+( (1+Mm^2)*(-1)*
            (-Aa-K*eeta*Lambda_b)-Ppt ) )^2+( (sqrt(Jtr)-G*Lambda_b)/
             Bb )^2-( (-1)*(-Aa-K*eeta*Lambda_b) )^2;
      sM=(1-(G*Lambda_b)/sqrt(Jtr))*st;      % Deviatoric stress    s n+1
      pM=pt-K*eeta*Lambda_b;                 % Hydrostatic stress   p n+1
      JJJ=sqrt(Jtr)-G*Lambda_b;
      if(JJJ<0.0)
         break
      end
   end
   if(JJJ<0.0)
      while abs(phi_b) > Tol_phi_coh
         phi_bd=(1/Bb^2)*2*( (pt-K*eeta*Lambda_b)+( (1+Mm^2)*(-1)*
       (-Aa-K*eeta*Lambda_b)-Ppt ) )*( (-K*eeta) -K*eeta*(-1)*(1+Mm^2) )
          -2*(-1)*(-K*eeta)*( (-1)*(-Aa-K*eeta*Lambda_b) );
         Lambda_b=Lambda_b-(phi_b/phi_bd);
         phi_b=(1/Bb^2)*( (pt-K*eeta*Lambda_b)+( (1+Mm^2)*(-1)*
       (-Aa-K*eeta*Lambda_b)-Ppt ) )^2-( (-1)*(-Aa-K*eeta*Lambda_b) )^2;
```

Şekil A.8 Sınırlandırılmış akma yüzeyine dönüş algoritması

```
            sM=0.0*I;                                % Deviatoric stress    s n+1
            pM=pt-K*eeta*Lambda_b;                   % Hydrostatic stress   p n+1
            JJJ=0.0;
        end
    end
    AaM=abs(-Aa-K*eeta*Lambda_b);
    depl=kksi*Lambda_b;
    sM2=sM.*[1;1;2];
    sigM2=sM2+pM*I;
    epM=Lambda_b*( (1/2/JJJ)*sM + eeta/3*I );
    eeM=eMt-epM;
    A=1/(G+K*eta*eeta+(kksi^2)*HD);
    ddd=st/(2*G);          % Deviatorik elastik şekil değiştirmenin trial'ıdır.
    ddd_norm=(ddd'*ddd)^(0.5);
    ddd=ddd/ddd_norm;
    CC=2*G*(1-Lambda_b/(sqrt(2)*ddd_norm))*Id;
    CC=CC+2*G*(Lambda_b/(sqrt(2)*ddd_norm)-G*A)*(ddd*ddd');
    CC=CC-sqrt(2)*G*A*K*(eta*ddd*I'+eeta*I*ddd');
    CC=CC+K*(1-K*eta*eeta*A)*(I*I');
else                                                 % Elastic
    AaM=Aa;
    Az(iter,el_no,int_p)=1;
    [sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,depl]=NonYield(st,pt,eMt,I,D);
end
```

Şekil A.8 Sınırlandırılmış akma yüzeyine dönüş algoritması (devamı)

```
function
[sM,pM,sigM2,eeM,epM,JJJ,CC,depl]=CapIntersectionCheck(eMt,Jtr,st,G,G2,
K,I,Id,eta,eeta,kksi,HD,Aa,Ppt,Bb,Tol_phi_coh,iter,el_no,int_p)
global Az
% Cap Bölgesi
Lambda_b=0;
phi_b=( (sqrt(Jtr)-G*Lambda_b)/Bb ) ^ 2-( (-1)*(-Aa-K*eeta*Lambda_b) ) ^ 2;
Az(iter,el_no,int_p)=5;
while abs(phi_b) > Tol_phi_coh
   phi_bd=2*( (sqrt(Jtr)-G*Lambda_b)/Bb )*(-G/Bb) - 2*(-1)*(-K*eeta)*
   ( (-1)*(-Aa-K*eeta*Lambda_b) );
   Lambda_b=Lambda_b-(phi_b/phi_bd);
   phi_b=( (sqrt(Jtr)-G*Lambda_b)/Bb ) ^ 2 - ( (-1)*(-Aa-K*eeta*Lambda_b)
   ) ^ 2;
end
pM=-(Aa-Ppt);                          % Hydrostatic stress   p n+1
sM=(1-(G*Lambda_b)/sqrt(Jtr))*st;              % Deviatoric stress    s n+1
JJJ=sqrt(Jtr)-G*Lambda_b;
depl=kksi*Lambda_b;
sM2=sM.*[1;1;2];
sigM2=sM2+pM*I;
epM=Lambda*( (1/2/JJJ)*sM + eeta/3*I );
eeM=eMt-epM;
A=1/(G+K*eta*eeta+(kksi ^ 2)*HD);
ddd=st/(2*G);          % Deviatorik elastik şekil değiştirmenin trial'ıdır.
ddd_norm=(ddd'*ddd) ^ (0.5);
ddd=ddd/ddd_norm;
CC=2*G*(1-Lambda_b/(sqrt(2)*ddd_norm))*Id;
CC=CC+2*G*(Lambda_b/(sqrt(2)*ddd_norm)-G*A)*(ddd*ddd');
CC=CC-sqrt(2)*G*A*K*(eta*ddd*I'+eeta*I*ddd');
CC=CC+K*(1-K*eta*eeta*A)*(I*I');
```

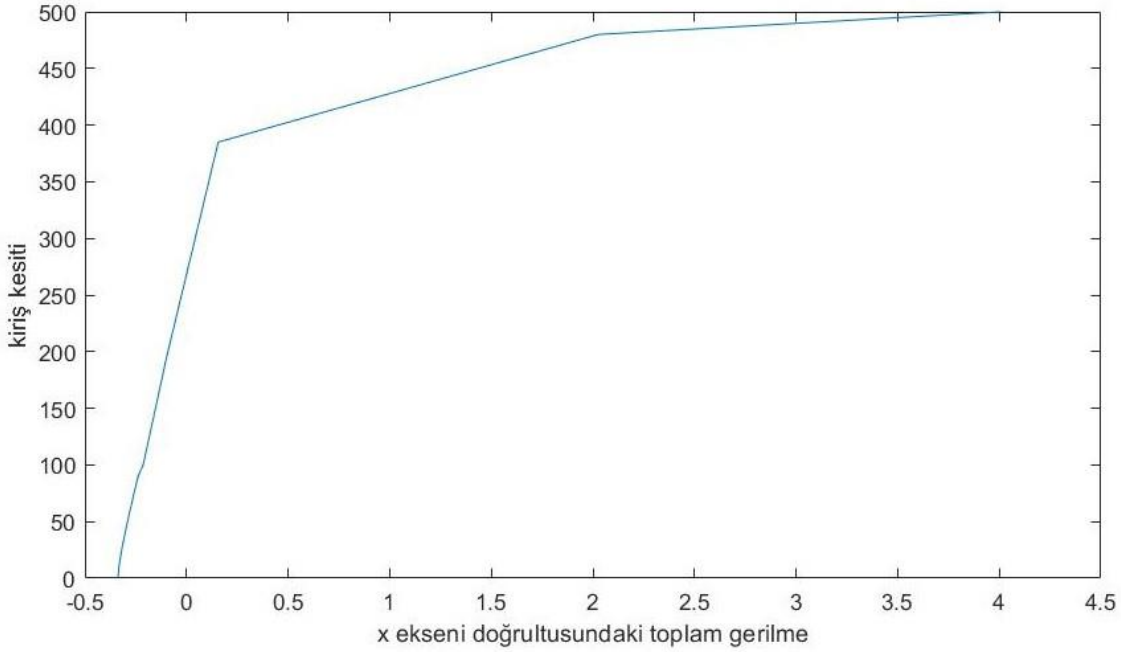
Şekil A.9 Sınırlandırılmış yüzey ve konik akma yüzeyinin kesişim noktasına dönüş algoritması

```
if(JJJ<0.0)
      Az(iter,el_no,int_p)=6;
      Lambda_b=0;
      phi_b=(1/Bb^2)*( (pt-K*eeta*Lambda_b)+( (1+Mm^2)*(-1)*(-Aa)-
Ppt ) )^2-( (-1)*(-Aa) )^2;
      while abs(phi_b) > Tol_phi_coh
          phi_bd=(1/Bb^2)*2*( (pt-K*eeta*Lambda_b)+( (1+Mm^2)*(-1)*(-
Aa)-Ppt ) )*( (-K*eeta) );

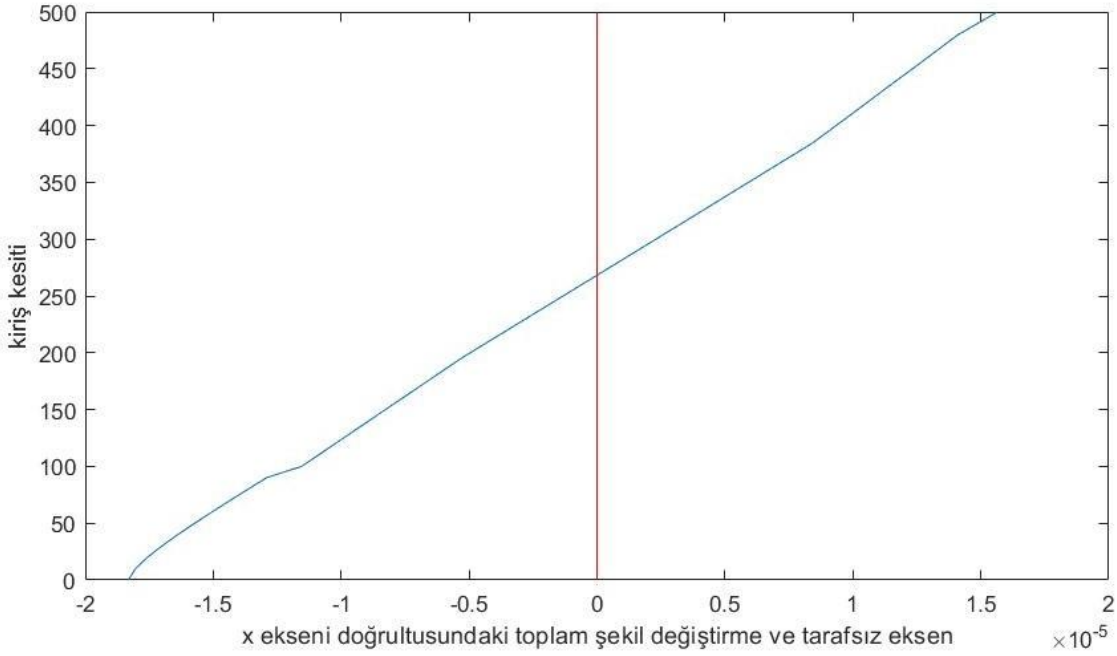
          Lambda_b=Lambda_b-(phi_b/phi_bd);
          phi_b=(1/Bb^2)*( (pt-K*eeta*Lambda_b)+( (1+Mm^2)*(-1)*(-Aa)-
Ppt ) )^2-( (-1)*(-Aa) )^2;
          sM=0.0*I;
          pM=pt-K*eeta*Lambda_b
          JJJ=0.0;
      end
   end
```

Şekil A.10 Sınırlandırılmış akma yüzeyinin uç noktasına dönüş algoritması

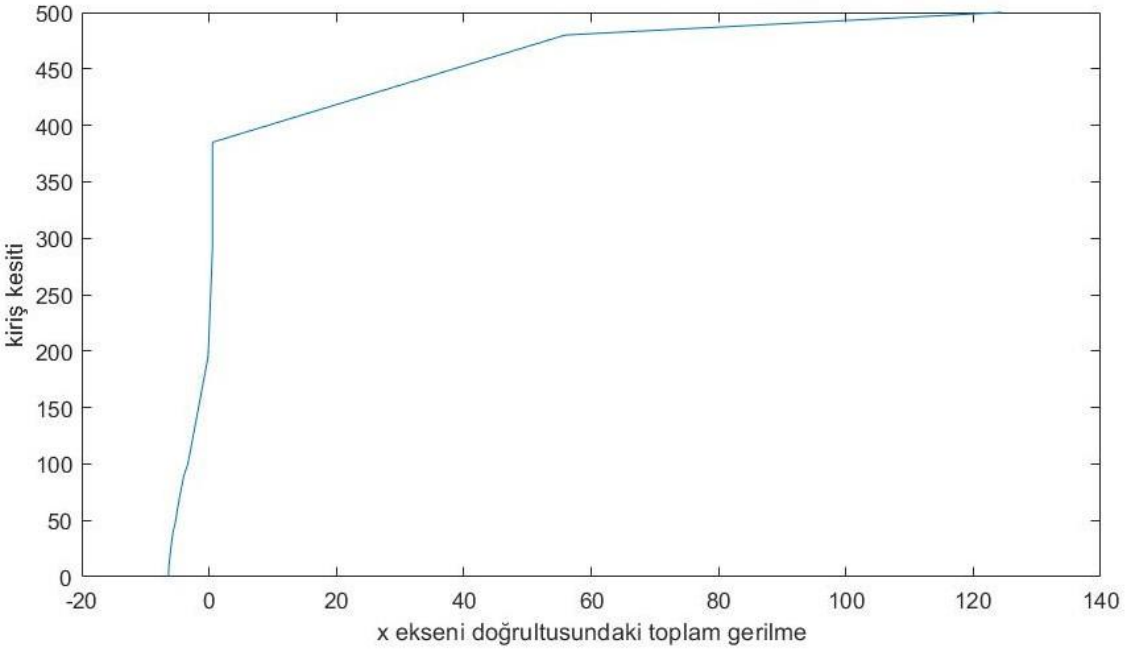
B
TARAFSIZ EKSEN GRAFİKLERİ



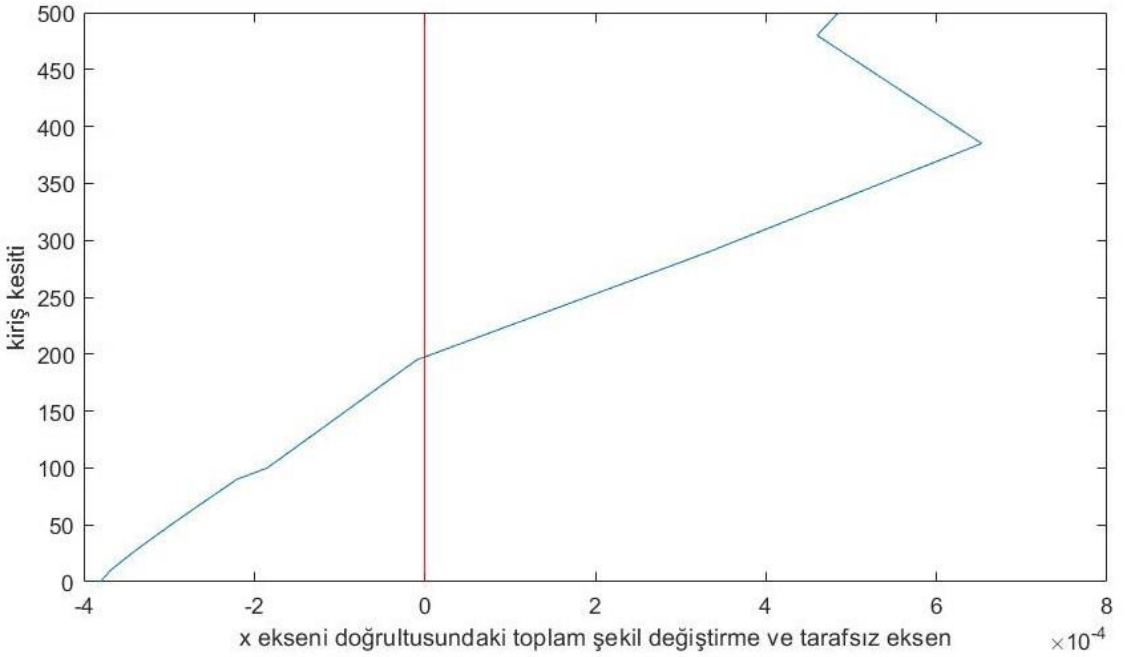
Şekil B.1 Konsol kirişte ilk iterasyon sonucu x ekseni doğrultusunda oluşan toplam gerilme grafiği



Şekil B.2 Konsol kirişte ilk iterasyon sonucu x ekseni doğrultusunda oluşan toplam şekil değiştirme grafiği ve tarafsız eksen gösterimi



Şekil B.3 Konsol kirişte iterasyonların yarısı tamamlandığında x ekseni doğrultusunda oluşan toplam gerilme grafiği



Şekil B.4 Konsol kirişte iterasyonların yarısı tamamlandığında x ekseni doğrultusunda oluşan toplam şekil değiştirme grafiği ve tarafsız eksen gösterimi

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

Konferans Bildirileri

1. S. Hayrioğlu, S. Bekiroğlu, “A Nonlinear Programming Technique for Reinforced Concrete Modeling”, International Joint Conference on Engineering, Science and Artificial Intelligence (IJCESAI), 2022.