

FONKSİYONLAR

1)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$  fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

Bu fonksiyonun tanımlı olabilmesi için,

$$|x|-x > 0 \Rightarrow |x| > x \Rightarrow x < 0 \text{ olmalı.}$$

T.K.  $(-\infty, 0)$  veya  $-\infty < x < 0$

2)  $f(x) = \frac{\sqrt{|2x-3|-x}}{x^3-1}$  fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

$$|2x-3|-x \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-3 \geq x \text{ veya} \\ 2x-3 \leq -x \end{cases} \text{ olmalıdır.}$$

$$2x-3 \geq x \Rightarrow x \geq 3 \text{ ve}$$

$$2x-3 \leq -x \Rightarrow x \leq 1$$

$$x^3-1 \neq 0 \text{ olmalı. } x^3-1 = (x-1)(x^2+x+1) \quad x \neq 1 \text{ olmalı.}$$

$$D(f) = (-\infty, 1) \cup [3, \infty)$$

3)  $f(x) = \arcsin(1-x) + \ln(\ln x)$  tanım kümesi?

$$\arcsin x = y$$

$$\sin y = x$$

$$-1 \leq \sin y = x \leq 1$$

$$D(f) = (1, 2]$$

$$-1 \leq 1-x \leq 1$$

$$0 \leq x \leq 2$$

$$\ln x > 0$$

$$x > 1$$

4)  $f(x) = \ln(\ln(\ln x)) + \sqrt{9-x^2}$  tanım kümesi?

$$\ln(\ln x) > 0, \quad \ln x > 0, \quad x > 0, \quad 9-x^2 \geq 0$$

$$\ln x > 1$$

$$\downarrow$$

$$x > e$$

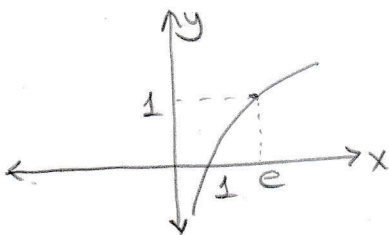
$$\downarrow$$

$$x > 1$$

$$\downarrow$$

$$-3 \leq x \leq 3$$

$$D(f) = (e, 3]$$



5)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$  tanım kümesi ?

$x^2 - 3x + 2 \geq 0$  ve  $3 + 2x - x^2 > 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$3 + 2x - x^2 = 0$

$x = 1, x = 2$

$x = -1$   
 $x = 3$

x	-1	1	2	3
$x^2 - 3x + 2$	+	+	0	+
$3 + 2x - x^2$	-	+	+	-
f(x)	x	✓	x	✓

$D(f) = (-1, 1] \cup [2, 3)$

6)  $f(x) = \sqrt{\ln \frac{5x - x^2}{4}}$  tanım kümesi ?

$\ln \frac{5x - x^2}{4} \geq 0 \Rightarrow \frac{5x - x^2}{4} \geq 1 \Rightarrow 5x - x^2 \geq 4 \Rightarrow 5x - x^2 - 4 \geq 0$

$x = 4$   
 $x = 1$

x	1	4
f(x)	-	-

$D(f) = [1, 4]$

7) Aşağıdaki fonksiyonların tek veya çift olup olmadıklarını araştırın.

i)  $f(x) = \sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}$

$f(-x) = \sqrt{1-x+x^2} - \sqrt{1+x+x^2} = -(\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}) = -f(x)$   
Tek fonk.

ii)  $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$

$f(-x) = \ln \frac{1+x}{1-x} = \ln \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{-1} = -\ln \left(\frac{1-x}{1+x}\right) = -f(x) \rightarrow$  Tek fonk.

iii)  $f(x) = x \sin^3 x - x^3$

$f(-x) = -x(-\sin^3 x) - (-x^3) = x \sin^3 x + x^3 \rightarrow$  netek, nede çift fonk.

iv)  $f(x) = x \frac{a^x + 1}{a^x - 1}$

$f(-x) = -x \frac{a^{-x} + 1}{a^{-x} - 1} = -x \frac{\frac{1}{a^x} + 1}{\frac{1}{a^x} - 1} = -x \frac{1 + a^x}{a^x} \cdot \frac{a^x}{1 - a^x} = -x \frac{1 + a^x}{1 - a^x}$   
 $= x \frac{a^x + 1}{a^x - 1} = f(x) \rightarrow$  çift fonk.

v)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

$f(-x) = \ln(-x + \sqrt{1+x^2}) = \ln(-x + \sqrt{1+x^2}) + \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \ln(x + \sqrt{1+x^2})$   
 $= \ln \frac{(-x + \sqrt{1+x^2})(x + \sqrt{1+x^2})}{x + \sqrt{1+x^2}} = \ln \frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} = \ln(x + \sqrt{1+x^2})^{-1} = -\ln(x + \sqrt{1+x^2})$   
 $= -f(x) \rightarrow$  Tek fonk.