T.C.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÖRT ROTORLU BİR İNSANSIZ HAVA ARACININ OPTİMAL YÖRÜNGE KONTROLÜ

Murat İBRAHİMAĞAOĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Makine Teorisi ve Kontrol Programı

Danışman

Doç. Dr. Hakan YAZICI

Temmuz, 2019

T.C.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÖRT ROTORLU BİR İNSANSIZ HAVA ARACININ OPTİMAL YÖRÜNGE KONTROLÜ

Murat İBRAHİMAĞAOĞLU tarafından hazırlanan tez çalışması 19.07.2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Makine Teorisi ve Kontrol Programı YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Hakan YAZICI

Yıldız Teknik Üniversitesi

Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Hakan YAZICI, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Dr. Öğr. Üyesi Meral BAYRAKTAR, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Doç. Dr. Nezih TOPALOĞLU, Üye
Yeditepe Üniversitesi _____

Danışmanım Doç. Dr. Hakan YAZICI sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Dört Rotorlu Bir İnsansız Hava Aracının Optimal Yörünge Kontrolü başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim

Murat İBRAHİMAĞAOĞLU

İmza

Aileme

Ve

Biricik eşime

TEŞEKKÜR

Öncelikle tüm Lisans ve Yüksek Lisans öğrenimim boyunca beni destekleyen, kendime örnek aldığım, çalışma disiplininden ve bilgi birikiminden çok etkilendiğim, değerli bilgilerinden yararlandığım, beni kontrol teorisi ile tanıştıran değerli hocam Sayın Doç. Dr. Hakan Yazıcı'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bütün hayatım boyunca bana destek olan, hayatımdaki en iyi eğitimcilere, değerli Anne ve Babama, sonsuz sevgi ve saygılarımı sunarım. Yüksek Lisans tezim süresince hep yanımda olan, anlayışı ve sabrıyla tüm zorlukları kolaylaştıran değerli Eşim Elif İpek ŞİRİN İBRAHİMAĞAOĞLU'na sonsuz teşekkürler.

Tez çalışmalarımız süresince çoğu zaman yanımda olan, beni teşvik ve motive eden, yardımlarını esirgemeyen çalışma arkadaşlarım Mehmet Şanlıtürk ve Burak Turan'a teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek Lisans sürecimin ders ve tez süreçleri boyunca ufkumu açan, yol gösteren ve tüm maddi ve manevi destekleri ile yanımda olan AVL Araştırma ve Mühendislik Türkiye'ye, iş arkadaşlarıma ve kıymetli yöneticilerime de teşekkürlerimi sunarım.

Murat İBRAHİMAĞAOĞLU

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ **VII**

KISALTMA LİSTESİ **IX**

ŞEKİL LİSTESİ **X**

ÖZET **XI**

ABSTRACT **XIII**

1 Giriş **1**

1.1 Literatür Özeti ... 1

1.2 Tezin Amacı ... 3

1.3 Hipotez ... 3

1.4 İnsansız Hava Araçları ... 4

1.4.1 Sabit Kanatlı İHA ... 4

1.4.2 Döner Kanatlı İHA ... 4

1.4.3 Çok Rotorlu ... 5

2 Matematiksel Modelleme **6**

2.1 Sistemin Altı Serbestlik Dereceli Doğrusal Olmayan Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi ... 6

2.2 Sistemin Hareket Denklemlerinin Doğrusal Hale Getirilmesi ... 9

2.3 Sistemin Hareket Denklemlerinin Durum-Uzayı Formunda Düzenlenmesi ... 10

2.4 Sistemdeki Rotorların Matematik Modellenmesi ... 11

3 Kontrolör Tasarımı **13**

3.1 DME Yaklaşımı İle $H\infty$ Optimizasyonu ... 13

3.2 Dışbükey Optimizasyon ... 13

3.2.1 Parametre Optimizasyonu ... 14

3.2.2 Fonksiyon Optimizasyonu ... 14

3.2.3 Dışbükey Problemler ... 15

3.2.4 Dışbükey Optimizasyon Problemi 17
3.3 Doğrusal Zaman İle Değişmeyen Sistemlerde DME Analizi 17
3.3.1 $H\infty$ Normu 18
3.3.2 $H\infty$ Norm Hesabı 19
3.3.3 Optimal Kontrol Problemi 21
3.4 Durum Geri-Beslemeli Optimal Kontrolör Tasarımı 21
4 Simülasyon 26
4.1 Tasarlanan Kontrolör Algoritması Kullanılarak Kontrolör Kazancının Hesaplanması 26
4.2 Hareket Denklemlerinden İlgili Simülasyon Modelinin Kurulması 27
4.3 Bazı Manevraların Simülasyon Sonuçları 34
5 Sonuç ve Öneriler 41
Kaynakça 42
Ek-A 44
Tezden Üretilmiş Yayınlar 47

SİMGE LİSTESİ

F_1, F_2, F_3, F_4	Sırası ile dört rotorun ürettiği itki kuvvetleri (N)
U_1	Yörünge takibi için gerekli kontrol kuvveti
U_2, U_3, U_4	Yörünge takibi için gerekli kontrol momentleri
T_1, T_2, T_3, T_4	Sırası ile dört rotorun ürettiği dönme momentleri (N)
F_B	Gövde sabit koordinat düzlemi
F_E	Yer sabit koordinat düzlemi
$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$	Sırası ile dört rotorun açısal hızları
Ω	Rotorların açısal hızlarının toplamı
ϕ, θ, ψ	Sırası ile İHA'nın kafa vurma, yuvarlanma ve yalpa açıları
x, y, z	Sırası ile İHA'nın x, y ve z eksenlerindeki yer değiştirmeleri
b_d	İHA Rotorlarının, ağırlık merkezine uzaklıkları
$L(\phi), L(\theta), L(\psi)$	Kafa vurma, yuvarlanma ve yalpa transformasyon matrisleri
L_{BE}	Gövde sabitten yer sabit koordinatlara transformasyon matrisi
F_x, F_y, F_z	x, y ve z ekseninde etki eden dış bozucu kuvvetler
A_x, A_y, A_z	x, y ve z ekseninde oluşan sönüm katsayıları
T_x, T_y, T_z	x, y ve z ekseninde etki eden dış bozucu momentler
m	İHA kütlesi
g	Yerçekimi ivmesi
J_p	Rotor atalet momentleri
A_f, A_q, A_g	x, y ve z ekseninde dönme hareketi ile oluşan sönüm katsayıları
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	İHA x, y ve z eksenleri etrafında oluşan atalet momentleri
k_g	Motor gecikme kazancı

Ω_{i-des}	Rotorlardan talep edilen devir değerleri
Ω_i	Rotorların gerçek devir değerleri
k_n	Kanat itki sabiti
k_m	Kanat sürtünme sabiti
F_i	i numaralı rotor elemanının oluşturduğu itki kuvveti
T_i	i numaralı rotor elemanının oluşturduğu dönme momenti
x	Modellenen sistemin durum vektörü
z	Performans çıkışı vektörü
u	Kontrol kuvvet ve moment vektörü
H_∞	H sonsuz normu
γ	Skaler sayı
I	Birim matris
A, B, C, D	Sistemin durum-uzayı matrisleri
$A_a, B_1, B_2, C_1, D_1, D_2$	Referans takip eden açık çevrim durum-uzayı matrisleri
A_1, A_2	A_a matrisini oluşturan matrisler
r	Referans vektörü
R	Tüm referans vektörü
x_r	Hata vektörleri oluşturulacak durumlar
x_a	Hata vektörleri eklenen durum vektörü
e	Hata vektörü
K	Kontrol kazancı

KISALTMA LİSTESİ

DME	Doğrusal Matris Eşitsizliği
İHA	İnsansız Hava Aracı

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Dört Rotorlu İHA Çeşitleri 4
Şekil 2.1 İHA Fiziksel Modeli 6
Şekil 3.1 Kontrol Sisteminin Blok Diyagramı 23
Şekil 4.1 Simülasyon Modeli 28
Şekil 4.2 Altı Serbestlik Dereceli İHA Modeli 29
Şekil 4.3 İHA Kontrol Vektörü Girişi 30
Şekil 4.4 Altı Serbestlik Dereceli Doğrusal Olmayan İHA Modeli 30
Şekil 4.5 İHA Modeli Bozucu Vektör Girişi 31
Şekil 4.6 İHA Modeli Hata Vektör Girişi 31
Şekil 4.7 İHA Modeli Durum Vektörü Hesabı 32
Şekil 4.8 İHA Kontrol Girişleri - Rotor Açısal Hız Dönüştürücü 33
Şekil 4.9 İHA Rotor Modelleri 34
Şekil 4.10 Koordinat Düzleminin Üç Ekseninde İHA'ya Verilen Referans Yörüngeler ve İHA Simülasyon Sonuçları 35
Şekil 4.11 Kontrol Kuvvet ve Momentleri 36
Şekil 4.12 Kontrol Kuvvet ve Momentleri Kesiti 37
Şekil 4.13 İHA'nın Simülasyon Boyunca Eksenler Etrafındaki Dönme Hareketleri 38
Şekil 4.14 İHA'nın Sonsuz Döngü Yörünge Takip Performansı 39
Şekil 4.15 İHA'nın Sonsuz Döngü Yörünge Takibinde Kontrol Kuvvet ve Momentleri 40

ÖZET

Dört Rotorlu Bir İnsansız Hava Aracının Optimal Yörünge Kontrolü

Murat İBRAHİMAĞAOĞLU

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Hakan YAZICI

Bu çalışmada dört rotorlu bir insansız hava aracının (İHA), yörünge kontrolü için durum geri beslemeli bir optimal kontrolör tasarımı önerilmiştir. Kontrolör tasarımında dış bükey optimizasyon temelinde doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımı kullanılmıştır. Dört rotorlu İHA'nın, Euler ve Newton hareket denklemleri ile doğrusal olmayan, altı serbestlik dereceli hareket denklemleri elde edilmiştir. Elde edilen hareket denklemleri ile aracın simülasyon modeli kurulmuştur. Altı serbestlik dereceli model dinamikleri, üç eksendeki doğrusal hareket ve bu eksenlerdeki dönme hareketlerini içermektedir. Bazı kabul ve kısıtlamalar ile doğrusal olmayan hareket denklemleri doğrusal denklemlere dönüştürülerek, doğrusal, altı serbestlik dereceli İHA hareket denklemleri elde edilmiş ve simülasyon modeli kurulmuştur. Elde edilen doğrusal denklemler ile sistem Durum-Uzay formuna getirilmiştir. Durum-Uzay denklemleri üzerinden durum geri beslemeli optimal bir kontrolör tasarlanmıştır. Tasarlanan kontrolör doğrusal olmayan model üzerinde test edilmiş ve sonuçlar incelenmiştir. Yapılan nümerik simülasyon çalışmaları sonucunda tasarlanan kontrolörün agresif manevralar

durumunda yüksek bir yörünge izleme performansına sahip olduğu gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Optimal kontrol, insansız hava aracı, yörünge takibi

ABSTRACT

Optimal Trajectory Control of A Four-Rotor Unmanned Aerial Vehicle

Murat İBRAHİMAĞAOĞLU

Department of Mechanical Engineering

Master's Thesis

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Hakan YAZICI

In this study, an optimal controller design with state feedback for trajectory control of a four-rotor unmanned aerial vehicle has been proposed. The most important part of the controller design is the Linear Matrix Inequalities (LMI) approach which is based on convex optimization technique. Non-linear, six degree of freedom equations of a Four-Rotor Unmanned Aerial Vehicle (UAV) has been obtained by Euler and Newton equations of motion. Six degrees of freedom model dynamics include linear motion in three axes and rotational movements in these axes. Nonlinear equations of motions have been transformed into linear equations with some assumptions and constraints. Linear, six degree of freedom Unmanned Aerial Vehicle equations have been obtained and a simulation model has been established. System has been defined in the State-Space form with using the linear equations. A state feedback optimal controller has been designed based on LMI. The designed controller has firstly applied in the linear model and the results of the reference trajectory tracking have been obtained. Next, the non-linear model has been used to test the designed controller in a more realistic model, and the rotor models of the

four rotors have been added to this model. The controller has been applied to the non-linear UAV model. The reference trajectories have been given to the unmanned aerial vehicle model and the trajectories followed by the vehicle has been plotted as a result. It has been observed that the controller designed as a result of numerical simulation studies have high trajectory tracking performance in the case of aggressive maneuvers.

Keywords: Optimal control, unmanned aerial vehicle, trajectory tracking

1
Giriş

1.1 Literatür Özeti

Son yirmi yılda İnsansız Hava Araçları (İHA), havacılıkta büyük gelişmeler kazanmış ve havacılığa büyük gelişmeler kazandırmıştır. İHA'ların insan hayatını kolaylaştıracak kullanım alanları olduğu gibi, insan hayatını tehlikeye atabilecek askeri, arama kurtarma, yangına müdahale ve sağlık gibi uygulamalarda da kullanılabildiği görülmektedir. Bu tip durumlara müdahalede doğrudan insan temasını sıfıra indirebilmeleri oldukça kritiktir.

İHA'lar ilk olarak 1916 yılında Lawrance ve Sperry (ABD) tarafından üretilmiştir. Ürettikleri İHA'ya Havacılık Torpidosu adını vermişlerdir. 30 mil boyunca kullanmışlardır ve geliştiriciler, İHA'yı dengeleyebilmek için bir jiroskop kullanmışlardır [1].

Bununla birlikte ilk sivil İHA girişimi 1969 yılında NASA tarafından yapılmıştır. PA-30 isimli program ile geliştirilen İHA denemeleri başarılı olmuş fakat NASA, olası bir ters duruma karşı İHA'da bir pilot bulundurmuştur [1].

Bugüne kadar yapılan çalışmalarda çeşitli kontrol yöntemleri ile İHA'ların kontrol edildiği görülmüştür. Suicmez'in çalışmasında dört rotorlu bir insansız hava aracının geri-adımlama yöntemi ile yol takibi kontrolünü çalışmıştır. Bu çalışmada kullanılan fiziksel modelde Suicmez'in çalışmasından faydalanılmıştır. Matematiksel model kurulurken de Suiçmez'in çalışmasından faydalanılmıştır [2,3].

Suiçmez'in çalışmasında, Luukkonen'in çalışmasında ve Araar ve Aouf'un çalışmalarında İHA'ların matematik modellemeleri elde edilmiştir. Bu üç çalışmada yapılan ve sisteme dahil edilen kısımlar çalışmamızda toplanmış ve hepsinin avantajlarına sahip daha kapsamlı bir model elde edilmiştir. Parametreler bu çalışmalardan alınmıştır [3-5].

Araar ve Aouf yaptıkları çalışmada referans yörünge takip edebilen bir optimal kontrolör tasarlamışlardır. Fakat buradaki kontrolör tasarlanırken kullanılan hata fonksiyonuna karşın çalışmamızda farklı bir yaklaşım önerilmiştir, ayrıca kontrolörün test edildiği doğrusal olmayan modele, rotor matematik modelleri de eklenerek, daha gerçekçi bir model oluşturulmuş ve sonuçlar elde edilmiştir [5].

Suiçmez, yaptığı çalışmasında geri adımlama kontrolör ile İHA kontrolü gerçekleştirmiştir. Çalışmamızda kullanılan rotor modelleri ve parametreleri bu çalışmadan alınarak modele dahil edilmiştir [3].

Sonnevend yaptığı çalışmasında İHA hareket kabiliyetlerini açıklamıştır, Sabatino çalışmasında İHA matematik modelleme ve bu modeli doğrusallaştırma konularına değinmiştir. ElKholy çalışmasında ise hem matematik modelleme hem kontrol konularını işlemiş, bunlarla beraber İHA tarihçesinden de detaylı bahsetmiştir [6-8].

Son yıllarda DME yaklaşımı ile optimal kontrol problemi üzerine önemli çalışmalar yapılmıştır [9-12].

Aktas ve Yazici, çalışmalarında bir vinç modeli üzerinden, hataların integral fonksiyonunu sisteme dahil ederek optimal kontrolör tasarlamışlardır. Aynı zamanda Yazici çalışmasında optimal kontrolör için Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME) ile tasarım yapmıştır. İki çalışmada da elde edilen DME'ler referans olarak alınmış, hata fonksiyonları biraz daha genişletilerek çalışmamızda tekrar tasarlanmıştır [9,13].

Sever ve diğerlerinin yaptıkları çalışmada referans takip eden bir kontrolör tasarlamışlardır. Bu çalışmada tasarlanan kontrolcünün, referans takip eden bir kontrolör olarak tasarlanması noktasında bu çalışmadan faydalanılmıştır [14].

Önerilen kontrolörün bir benzeri Aktas ve diğerlerinin çalışmasında bir vinç modeli üzerinde tasarlanmıştır. Fakat çalışmada hata fonksiyonlarının sadece integralleri durum matrisine ilave edilmiştir. Çalışmamızda ise hataların kendileri de integralleri ile birlikte hesaba katılarak kontrolör tasarlanmıştır [15].

Kontrolör tasarımından sonra, gerekli kontrolör kazancının hesaplanabilmesi için kullanılan iterasyonların çözdürüldüğü araç kutuları kullanımında Löfberg ve Strum'un çalışmalarında kullanılan yöntemlerden faydalanılmıştır [16,17].

İlgili kontrolör tasarımı için, doğrusal zaman ile değişmeyen sistemlerde DME analizi, H_∞ normu ve H_∞ normu hesabı üzerine çalışmalar yapılmıştır [18,19].

İHA'ların genel tanımı ve sınıflandırılması gibi bilgiler verilen internet kaynağından faydalanılarak elde edilmiştir [20].

1.2 Tezin Amacı

Bu çalışmanın amacı ve motivasyonu, dört rotorlu bir İHA'nın yörünge takibinin optimal kontrolüdür.

Yörünge takibi için, kontrol yöntemi olarak statik durum geri beslemeli optimal kontrol yöntemi kullanılmıştır. Tasarımda kullanılan optimal kontrol yöntemi dış bükey optimizasyon temelinde doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımına dayanmaktadır.

Çalışmada kullanılan optimal kontrol yöntemi doğrusal bir kontrol yöntemidir. Çalışmada, doğrusal denklemler üzerinden tasarlanmış optimal kontrolör, daha gerçekçi davranan, doğrusal olmayan hareket denklemleri ile oluşturulmuş araç modeli üzerinde test edilmiş ve sonuçlar gösterilmiştir.

1.3 Hipotez

Çalışmada, dört rotorlu bir İHA için optimal kontrolör önerilmiştir. Elde edilen doğrusal model üzerinden tasarlanan doğrusal kontrolör, daha gerçeğe yakın sonuçlar veren, doğrusal olmayan hareket modelinde test edilmiş ve sonuçlar incelenmiştir. Kontrolör olarak durum geri beslemeli optimal kontrolör tasarlanmıştır. Kontrolör tasarlanırken, durum matrisinde referans girişler kullanılarak hata fonksiyonları eklenmiştir.

Geri besleme vektöründe; tüm durumlar ile birlikte hata vektörünün integrali ve literatürdeki referans takip eden optimal kontrol çalışmalarından faklı olarak hata vektörünün kendisi de kullanılmıştır. Böylece agresif manevra taleplerine daha hızlı cevap verebilen, referans takip edebilen bir kontrolör önerilmiştir.

Önerilen kontrolör, literatürdeki bazı çalışmalarda da olduğu gibi doğrusal olmayan ve daha gerçekçi bir İHA modelinde test edilmiştir. Bu bölümde daha önceki çalışmalardan farklı olarak, rotor modelleri kullanılmıştır. Rotor modelleri, kendisinden talep edilen devir sayısı ile kendisinin ulaştığı devir arasındaki

gecikmeyi bize matematiksel olarak modellemektedir. Bu sayede alınan sonuçlar daha gerçeğe yakın olmuştur.

1.4 İnsansız Hava Araçları

İHA'lar genellikle üç sınıfta incelenmektedir. Sınıflandırma İHA'ların kanat yapılarına bağlı olarak yapılmıştır. İHA'lar sabit kanat, döner kanat ve çok rotorlu İHA şeklinde üç ana başlık altında sınıflandırılmışlardır. Kullanım alanlarına ve kullanım amaçlarına göre, hepsinin avantajları ve dezavantajları göz önünde bulundurularak, amaca uygun İHA tipi rahatlıkla seçilebilmektedir. Şekil 1.1'de bahsi geçen İHA sınıflarına ait temsili şekiller sırası ile yer almaktadır [20].



Şekil 1.1 Dört Rotorlu İHA Çeşitleri

1.4.1 Sabit Kanatlı İHA

Sabit kanatlı İHA'lar, öteleme hareketi yaparak, kaldırma kuvvetini sabit kanatları üzerinden akan hava yolu ile elde etmektedirler. Süzülme kabiliyetine sahiptirler ve bu sayede teknik ya da pilotaj hatalarına maruz kaldığında, süzülerek iniş yapabilme olanağına sahiptirler. Düşük güç ile uzun süre havada kalabilirler. Menzilleri diğer türlere göre daha uzundur. Dış görünüş olarak küçük boyutlardaki uçaklara benzemektedirler [20].

1.4.2 Döner Kanatlı İHA

Kaldırma kuvvetlerini dönen ana kanattan almaktadırlar. Helikopter ile aynı yapıya sahiptirler. Dış görünüş olarak küçük boyutlu bir helikoptere benzemektedirler. En belirgin özellikleri dikey kalkış ya da iniş yapabilmeleridir. Bununla birlikte havada asılı kalabilirler. Küçük alanlarda hassas ve güçlü manevra kabiliyetine sahiptirler [20].

1.4.3 Çok Rotorlu İHA

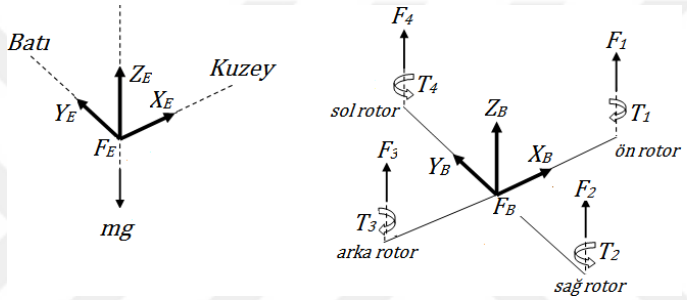
Çok rotorlu İHA'lar üç veya daha fazla rotor barındırırlar. Döner kanatlı İHA'ların özelliklerine sahiptirler. Bunlara ek olarak daha stabil ve daha kontrol edilebilirlerdir. Daha agresif manevra kabiliyetlerine sahiptirler [20].

Çalışmada kullanılan İHA, çok rotorlu bir İHA olup, dört adet rotora sahiptir.

2
Matematiksel Modelleme

2.1 Sistemin Altı Serbestlik Dereceli Doğrusal Olmayan Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

Matematiksel hareket denklemlerinin elde edilmesi için öncelikle sistemin fiziksel modeli çizilmiş ve bu fiziksel model baz alınarak hareket denklemleri elde edilmiştir [2].



Şekil 2.1 İHA Fiziksel Modeli

Çalışmada kullanılan İHA fiziksel modeli Şekil 2.1'de gösterilmektedir. Hareket denklemleri elde edilirken iki adet koordinat düzlemi kullanılmıştır. Bunlardan ilki Şekil 2.1' de F_E ile gösterilen Yer-Sabit koordinat düzlemi, ikincisi ise F_B ile gösterilen Gövde-Sabit koordinat düzlemidir [4]. İHA'lar prensip olarak yer çekimine karşı iş yaparak hareketlerini sağlamaktadırlar. Yer çekimi ivmesi vektörü ise Yer-Sabit koordinat düzleminde yer almaktadır. Dolayısı ile Gövde-Sabit koordinat düzlemi ile Yer-Sabit koordinat düzlemi arasında geçiş yapmamız gerektiği açıktır. Eşitlik (2.7)'de verilen transformasyon işlemi ile bu koordinat düzlemleri arasında bir bağıntı kurulmuştur. Böylece tüm hareketler F_B'den F_E'ye taşınmış ve İHA'nın doğrusal hareketleri sadece x, y ve z olarak F_E düzleminde ifade edilmiştir. Rotorların oluşturduğu itki kuvvetleri F_1, F_2, F_3 ve F_4 ile, rotorların oluşturduğu momentler T_1, T_2, T_3 ve T_4 ile, Şekil 2.1'de görüldüğü gibi ifade edilmiştir. Rotorların ağırlık merkezine uzaklıkları eşit olarak alınmış ve b_d ile ifade edilmiştir.

Eşitlik (2.1), (2.2), (2.3) ve (2.4)'te, Şekil 2.1'de ifade edilen kuvvet ve momentlerin dört farklı kombinasyonu ifade edilmiştir. Elde edilen U_1, U_2, U_3 ve U_4 kuvvet ve momentlerinin optimal kontrolü ile İHA'nın F_E de verilen herhangi bir yörüngeyi takibi mümkündür.

$$U_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \tag{2.1}$$

$$U_2 = b_d(F_4 - F_2) \tag{2.2}$$

$$U_3 = b_d(F_3 - F_1) \tag{2.3}$$

$$U_4 = T_2 - T_1 + T_4 - T_3 \tag{2.4}$$

U_1 kuvveti, pervanelerin ürettiği toplam kuvveti ifade eder ve bu kuvvetin düşeydeki bileşeni, sistemin z eksenindeki yani düşeydeki yörünge kontrolünü sağlar. U_1 kuvvetinin, U_2 ve U_3 momentleri etkisi ile oluşacak olan x ve y eksenindeki bileşenleri, İHA'nın bu eksenlerdeki hareketinin kontrolünü sağlar. Dolayısı ile U_1, U_2 ve U_3 kontrolü ile İHA F_E'de tüm yörünge hareketlerini yapabilir. U_4 ile ifade edilen, pervanelerin dönme momentlerinin farklılığından oluşan toplam moment ise, İHA'nın z eksenindeki dönme, yani yalpa hareketini oluşturur, bu da İHA'nın seyir halinde iken kafa açısının kontrol edilmesini sağlar. Kafa açısının kontrolü isteğe ve gereksinimlere bağlı olarak yapılabilir veya sabit tutulabilir. Sebebi ise, İHA'nın kafa açısını değiştirilmese bile istenilen yörüngeyi takip edebilecek olmasıdır. Ancak İHA üzerinde sabitlenmiş bir görüntü alan cihaz var ise kullanıcı tarafından buna bağlı olarak kafa açısı değiştirilmesi gerekebilir. Bu tip durumlarda kafa açısı kontrol edilebilir. Çalışmada önerilen kontrolör, kafa açısı kontrolünü yapabilmektedir ancak tüm çalışmada kafa açısı referansı sıfır derece olarak belirlenmiştir.

Görüldüğü gibi, (2.1), (2.2), (2.3) ve (2.4)'te verilen kontrol kuvvet ve momentleri, İHA'nın x, y ve z eksenindeki yörüngelerini ve yalpa hareketi ile kafa açısını kontrol edilebilmektedir [3].

U_2 moment etkisi ile İHA'nın x ekseni etrafında yapacağı yuvarlanma açısı θ ile, U_3 moment etkisi ile İHA'nın y ekseni etrafında yapacağı kafa vurma açısı ϕ ile, U_4 moment etkisi ile İHA'nın z ekseni etrafında yapacağı yalpa açısı ψ ile ifade edilmiştir. Dört rotorun açısal dönme hızları sırası ile Ω_1, Ω_2, Ω_3, Ω_4 ile ifade

edilmiştir. Yatay momentumu koruyup yalpa hareketini stabil tutmak için rotorlar ikişerli olarak aynı yönlere, bu ikişerli guruplar ise birbirleri ile zıt yönlere dönmektedirler [6]. Kanatların toplam dönme hızı ise Eşitlik (2.5)'ta verilmiştir. Şekil 2.1 ve Eşitlik (2.5)'te negatif dönme yönleri saat yönünün tersi, pozitif dönme yönleri de saat yönünde dönme olarak ifade edilmiştir.

$$\Omega = \Omega_2 - \Omega_1 + \Omega_4 - \Omega_3 \tag{2.5}$$

Uzayda bir vektörü, Gövde-Sabit koordinat düzlemine göre üç eksende döndürdüğümüzde, Yer-Sabit koordinat düzlemine göre vektörün yeni bileşenlerini hesaplamamızı Euler transformasyon matrisleri sağlar [4]. Eşitlik (2.6)'da L_{BE} olarak ifade edilen denklem; İHA y ekseninde ϕ kadar döndürüldüğünde gereken transformasyon matrisi $L(\phi)$, İHA x ekseninde θ kadar döndürüldüğünde gereken transformasyon matrisi $L(\theta)$, İHA z ekseninde ψ kadar döndürüldüğünde gereken transformasyon matrisi $L(\psi)$'dan oluşmaktadır [4].

$$L_{BE} = L(\phi)L(\theta)L(\psi) \tag{2.6}$$

Eşitlik (2.6)'da görüldüğü gibi Eşitlik (2.7)'de verilen matrisler çarpılarak, üç eksende birlikte kullanılabilecek transformasyon matrisi elde edilmiştir [4].

$$L(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\phi) & sin(\phi) \\ 0 & -sin(\phi) & cos(\phi) \end{bmatrix}$$

$$L(\theta) = \begin{bmatrix} cos(\theta) & 0 & -sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\theta) & 0 & cos(\theta) \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

$$L(\psi) = \begin{bmatrix} cos(\psi) & sin(\psi) & 0 \\ -sin(\psi) & cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Eşitlik (2.8)'de ifade edilen m kütleli İHA'nın hareket denklemi sırası ile; z ekseninde etki eden yerçekimi ivmesi g, U_1 kuvvetinin üç eksendeki bileşenleri, sisteme dışardan etkiyebilecek üç eksendeki bozucu kuvvetler F_x, F_y, F_z ve sistemin üç eksendeki hızlarına bağlı oluşabilecek sönüm kuvvetlerinden oluşmaktadır. Sönüm katsayıları ise A_x, A_y, A_z ile ifade edilmiştir [4].

$$\begin{bmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{bmatrix} = -g\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} + \frac{U_1}{m}\begin{bmatrix}cos(\phi)\,sin(\theta)\,cos(\psi) + sin(\phi)\,sin(\psi)\\ cos(\phi)\,sin(\theta)\,sin(\psi) - sin(\phi)\,cos(\psi)\\ cos(\phi)\,cos(\theta)\end{bmatrix} + \frac{1}{m}\begin{bmatrix}F_x\\F_y\\F_z\end{bmatrix} - \frac{1}{m}\begin{bmatrix}A_x & 0 & 0\\ 0 & A_y & 0\\ 0 & 0 & A_z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{x}\\\dot{y}\\\dot{z}\end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Eşitlik (2.9)'da elde edilen denklemlerde sırası ile eksenlere göre atalet momentleri, pervanelerin jiroskop etkisi, bozucu kuvvetlerin oluşturduğu bozucu momentler ve dönme hızına bağlı havanın sürtünmesinden kaynaklanan sönümler ifade edilmiştir [4]. Pervanelerin atalet momentleri J_p ile, sönüm faktörleri A_f, A_q, A_g ile gösterilmiştir. İHA'nın x, y ve z eksenleri etrafındaki atalet momentleri ise I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} ile ifade edilmiştir. İHA'ya dışarıdan etkiyen bozucu kuvvetlerin oluşturduğu bozucu momentler ise T_x, T_y, T_z ile ifade edilmiştir [3-5].

$$\begin{bmatrix}\ddot{\phi}\\ \ddot{\theta}\\ \ddot{\psi}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{I_{yy}-I_{zz}}{I_{xx}}\dot{\theta}\dot{\psi}\\ \frac{I_{zz}-I_{xx}}{I_{yy}}\dot{\phi}\dot{\psi}\\ \frac{I_{xx}-I_{yy}}{I_{zz}}\dot{\phi}\dot{\theta}\end{bmatrix} - J_p\begin{bmatrix}\theta\\\phi\\0\end{bmatrix}\Omega + \begin{bmatrix}\frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_2\\U_3\\U_4\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_x\\T_y\\T_z\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\frac{A_f}{I_{xx}} & 0 & 0\\ 0 & \frac{A_q}{I_{yy}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{A_g}{I_{zz}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\phi}\\\dot{\theta}\\\dot{\psi}\end{bmatrix} \quad (2.9)$$

2.2 Sistemin hareket Denklemlerinin Doğrusal Hale Getirilmesi

Bu bölümde doğrusal olmayan hareket denklemlerinin, doğrusal hale getirilmesinde kullanılan yöntem anlatılmış ve denklemler doğrusal hale getirilmiştir.

$$\begin{gathered}U_1 \approx mg\\ \dot{\phi} \approx \dot{\theta} \approx \dot{\psi} \approx 0\\ sin(\phi) = \phi\\ sin(\theta) = \theta\\ sin(\psi) = 0\end{gathered} \quad (2.10)$$

Eşitlik (2.10)'da belirtilen kabul ve kısıtlamalar çerçevesinde, denklemler doğrusal hale getirilmiştir [3]. İHA, x ve y eksenindeki hareketlerini gerçekleştirmek için, küçük yuvarlanma ve kafa vurma hareketleri yapar. Bu sebeple ϕ ve θ açıları trigonometrik olarak doğrusal hale getirilmiştir. Aynı zamanda bu açıların değişim hızı ihmal edilmiştir. İHA, yapısı gereği, yalpa hareketini kullanmadan, x, y ve z ekseninde verilen her yörüngeyi takip edebilmektedir. Yalpa hareketi sabit olarak verilebileceği gibi, dışarıdan referans olarak da verilebilir. Yalpa hareketi, trigonometrik ifadelerde (2.10)'de görüldüğü gibi sıfır kabul edilir [3].

Eşitlik (2.10)'de belirtilen kabuller ile (2.8) ve (2.9)'da ifade edilen denklemler doğrusal hale getirilip, birlikte Durum-Uzay formunda yazılarak (2.11) elde edilir.

2.3 Sistemin Hareket Denklemlerinin Durum-Uzayı Formunda Düzenlenmesi

Eşitlik (2.11)'de durum-uzayı formunun genel yapısı görülmektedir [13].

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{2.11}$$

Eşitlik (2.11)'de kullanılan matrisler Eşitlik (2.12)'de aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$x = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta \quad \psi \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad \dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & -A_x/m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & -A_y/m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A_z/m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A_f/I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A_q/I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A_g/I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/I_z \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

2.4 Sistemdeki Rotorların Matematik Modellenmesi

Dört rotorlu İHA modeli, 4 adet elektrik motoru tarafından sürülmektedir. Dört rotorlu İHA'nın kontrolünde itki kuvvetleri, her pervanenin açısal hızları değiştirilerek elde edilmektedir. Simülasyonlarda daha gerçekçi sonuç elde etmek için rotorların etkisi ve dinamikleri simülasyonlara dahil edilmelidir.

Bu çalışmada kullanılan dört rotorlu İHA'nın rotorlarının basit dinamik modeli birinci dereceden diferansiyel denklem olarak bu şekilde bulunmuştur [7,15]:

$$\frac{d\Omega_i}{dt} = k_g(\Omega_{i-des} - \Omega_i) \tag{2.13}$$

Simülasyon modelinde bir motor model olarak (2.13)'te ifade edilen ilişki kullanılmıştır. Eşitlik (2.13)'te k_g motorların zaman gecikmesini temsil eder ve motor kazancı olarak tanımlanır. Bu tezde kullanılan motor kazancı değeri için k_g'nin sayısal değeri 20 s^{-1} seçilmiştir [7]. $\Omega_{\mathrm{i-des}}$ pervanelerin, kontrolör tarafından talep edilen açısal hızını temsil etmektedir ve kontrol sistemi tarafından belirlenmektedir. Ω_{i} ise motorlar tarafından sağlanan, pervanelerin gerçek açısal hızını temsil etmektedir. Motor modeli bu denklem ile talep edilen hız ile gerçek hız arasında bir gecikme oluşturmaktadır. Böylece modellenen sistem daha gerçekçi hale getirilmiştir.

$$F_i = k_n {\Omega_i}^2 \tag{2.14}$$

$$T_i = k_m F_i \tag{2.15}$$

Rotor modelini tamamlamak için rotor açısal hızları ile kontrol girişleri olan U_1, U_2, U_3, U_4 aralarındaki ilişki elde edilmiştir. Eşitlik (2.14) ve (2.15)' te ifade edilen F_i, T_i değerleri daha önce (2.1), (2.2), (2.3) ve (2.4)'te ifade edilmiştir. Bu denklemlerdeki kuvvet ve momentler ile rotor açısal hızları arasındaki bağlantı Eşitlik (2.14) ve (2.15) ile kurulmuştur. Bu bağlantı kurulurken karşımıza k_n ile ifade edilen itki sabiti ve k_m ile ifade edilen sürtünme sabiti çıkmaktadır. Bu sabitler, rotor miline bağlı pervane kanatlarına ait sabitlerdir. Bıçağın kesit profili, eni, boyu ve atak açısına bağlı olarak değişir. Bıçağa özel sabitler olduğu için, deneysel olarak elde edilirler. NASA'nın daha önce binlerce bıçak profili üzerinde yaptığı deneyler sonucu elde ettiği sabitlerden oluşan bir altyapısı mevcuttur. Kullanılan bıçak profili buradan seçilip, gerekli tüm sabitler elde edilebilir. Sabitler elde edildikten sonra Eşitlik (2.14) ve (2.15)'te kullanılan yöntem Kanat Elemanı Teorisidir (Blade Element Theory) [13,14]. Çalışmada kullanılan sabitler Sabatino'nun çalışmasından alınmıştır [7].

3
Kontrolör Tasarımı

3.1 DME Yaklaşımı İle H_∞ Optimizasyonu

Bu kısımda ilk olarak dışbükey optimizasyon problemi ile alakalı temel tanımlar verilerek, tezdeki kontrolör tasarımlarında en önemli tasarım aracı olarak kullanılan dışbükey optimizasyon temelindeki doğrusal matris eşitsizlikleri (DME) anlatılmıştır. Daha sonra DME yaklaşımıyla durum geri-beslemeli H_∞denetleyici tasarımı gerçekleştirilerek çok serbestlik dereceli dört rotorlu bir İHA'nın yörünge takibi için kontrol çalışmaları yapılmıştır [9].

3.2 Dışbükey Optimizasyon

Optimizasyon, problemlerin çözüm kümeleri veya ihtimalleri arasından bizim için en iyisinin seçilmesi olarak tanımlanmaktadır. Mühendislik, biyoloji ve ekonomi gibi pek çok bilim dalında optimizasyon problemlerinin örneklerine rastlanılabilir. Neye göre en iyi sorusunun yanıtına optimizasyon ölçütü adı verilmektedir. Her optimizasyon problemi net olarak tanımlanmış bir optimizasyon ölçütü ile birlikte var olabilir. Optimizasyon ölçütünün verilmesi, aranan "en iyi" olanı tanımlı hale getirir. Ek olarak, "en iyi" olanın ayırt edilebilmesi için tüm ihtimallerin performanslarının birbiriyle karşılaştırılabilmesi ve bu karşılaştırmanın bilimsel çerçevede yapılabilmesi adına bu performansların ölçülebilmesi gerekmektedir. Bu, her ihtimale, optimizasyon ölçütüne göre ne kadar "iyi" olduğunu gösteren bir değer nicelik eşleştirmesini gerektirmektedir. Bu değere başarım ölçüsü adı verilmektedir. Bu çerçevede en iyi çözüm denildiğinde başarım göstergesini ekstremum (amaca göre minimum veya maksimum) yapan çözüm anlaşılmaktadır. Bilimsel çerçevede optimizasyon, bir problemin olası çözümleri arasından başarım ölçüsünü ekstremum yapanın belirlenmesi eylemidir. Bir optimizasyon probleminin matematiksel olarak formüle edilebilmesi için, başarım göstergesinin birtakım argümanlar cinsinden ifade edilmesi gerekir. Bu argümanlar birtakım skaler parametreler olabilecekleri gibi bağımsız bir değişkenin birtakım fonksiyonları da olabilirler [9,11].

3.2.1 Parametre Optimizasyonu

Matematikte birtakım skalerlere bir skaler eşleştiren yasalara fonksiyon adı verildiğinden parametre optimizasyonunda başarım göstergesi

$$P = f_0(x); x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \quad (3.1)$$

şeklinde (3.1)'de ki gibi bir fonksiyon olmaktadır. Bu fonksiyon amaç veya hedef fonksiyonu, bu fonksiyonun argümanları ise optimizasyon parametreleri şeklinde tanımlanmaktadır. Parametre optimizasyonunda hedef, optimizasyon parametrelerinin amaç veya hedef fonksiyonunu ekstremum yapan değerlerinin belirlenmesidir. İstenen ekstremum değerin maksimum olması durumunda amaç veya hedef fonksiyonuna özel olarak değer fonksiyonu adı verilir. Tersi bir durum olarak, istenenin en küçük olması halinde ise bedel fonksiyonu terimi kullanılmaktadır.

Bazı parametre optimizasyon problemlerinde, optimizasyon parametreleri herhangi bir sınırlama olmaksızın her değeri alabilir. Bu durumda kısıtsız optimizasyondan söz edilir. Kimi zaman da bu parametreler bazı kısıtlamalara tabi olurlar. Bu kez de kısıtlı optimizasyon söz konusudur. Kısıtlar, optimizasyon parametrelerinin sağlamaları gereken kısıt denklemleri şeklinde ifade edilmektedir. Bunlar,

$$f_j(x) = 0; \;\; j = 1,2, \dots, m \quad (3.2)$$

şeklinde (3.2)'de ki eşitlik kısıtları olabilecekleri gibi

$$f_j(x) \leq 0; \;\; j = 1,2, \dots, k \quad (3.3)$$

şeklinde (3.3)'de olduğu gibi eşitsizlik kısıtları da olabilirler [9,11].

3.2.2 Fonksiyon Optimizasyonu

Fonksiyon optimizasyonunda başarı göstergesi, bağımlı olmayan bir değişkenin birtakım fonksiyonlarına bağlı bir skalerdir. Matematikte birtakım fonksiyonlara bir skaler eşleştiren yasalara fonksiyonel adı verildiğinden fonksiyon optimizasyonunda başarı göstergesi fonksiyonel olmaktadır.

$$P = J[x(t)] = \int_{t_a}^{t_b} f_0[x(t), \dot{x}(t), t]dt \,; \quad x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}^T \quad (3.4)$$

Eşitlik (3.4)'te t, bağımlı olmayan değişkeni; $x_i(t)$ fonksiyonları ise optimizasyon fonksiyonlarını göstermektedir. Fonksiyon optimizasyonunda hedef J fonksiyonunu ekstremum yapacak fonksiyonlarının hiçbir kısıtlamaya tabi olmadığı kısıtsız ve bazı kısıtlamalara uymak zorunda olduğu kısıtlı optimizasyon problemleri söz konusu olabilmektedir [9].

3.2.3 Dışbükey Problemler

Bir optimizasyon probleminde hedef fonksiyonu ve hali hazırdaki kısıtların serbest bıraktığı muhtemel çözümler kümesi dışbükeylik adı verilen bir özelliğe sahip olduğunda problemin dışbükey bir problem olduğu söylenmektedir. Minimizasyon amaçlı dışbükey problemler, gerek koşul-yeter koşul ve yerel en küçük-genel en küçük ikilemlerinde çözümü kolaylaştıran bazı önemli özelliklere sahiptirler. Bu kısımda kısaca bu konudaki temel kavramların tanımları verilecektir.

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun, $H(x_1, x_2, \dots, x_n)$ Hesiyanı, n boyutlu x_i'ler uzayının her noktasında pozitif belirli ise bu fonksiyon tam dışbükey fonksiyon olarak adlandırılmaktadır. Bazı (ya da bütün) noktalarda pozitif yarı-belirlilik söz konusu olduğunda ise, bu fonksiyon sıradan dışbükey fonksiyondan olarak adlandırılır.

Eğer n boyutlu x_i'ler uzayında tanımlı bir C noktalar kümesine ait herhangi iki noktayı birleştiren doğrunun üzerindeki bütün P noktaları yine bu kümeye ait ise, C'nin bir dışbükey küme olduğu söylenir.

Bir noktalar kümesi, $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ şeklinde bir fonksiyon eşitliğini sağlayan noktaların kümesi şeklinde tanımlanmış olabilir. Bu şekilde tanımlanan bir kümenin dışbükey olup olmaması ile $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun doğrusal olup olmaması arasında doğrudan bir ilişki vardır. Bazen de noktalar kümesi, $g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b$ şeklinde bir fonksiyon eşitsizliğini sağlayan noktaların kümesi şeklinde tanımlanmış olabilir. Bu durumda, $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun (sıradan ya da tam) bir dışbükey fonksiyon olması, tanımlanan kümenin dışbükey olmasını garanti eder. Ancak bunun tersi doğru değildir; yani $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$'nin dışbükey olmaması, kümenin dışbükey olmadığını göstermez. Bununla birlikte, hepsi dışbükey olan kümelerin bir ara kesit kümesi varsa bu küme de dışbükeydir.

Normlu doğrusal uzay olan H_r kümesi içerisinde kompakt bir küme olarak Z_k kümesinin ($Z_k \in H_r$) dışbükey kabuğu $conv(Z_k)$ ile gösterilir ve $Z_k \in H_r$ alt kümesini kapsayan tüm kümelerin kesişimidir. Eğer Z_k kümesini kapsayan sonlu

sayıda dışbükey küme varsa, bu kümelerin kesişim noktalarına $conv(Z_k)$ kümesinin köşe noktaları denir. Sonlu sayıda eleman içeren bir kümenin dışbükey kabuğu bir politoptur. Bu önermenin tersi de aynen geçerlidir. Eğer her $x \in Z_k$ ve $\sigma > 0$ için $\sigma x \in Z_k$ sağlanıyorsa bu küme bir koniktir. Rastgele seçilen dışbükey konik kümelerin kesişimi de yine bir dışbükey küme oluşturur.

Her $x_1 \in Z_k,\ x_2 \in Z_k$ ve $\sigma \in \mathbb{R}$ için $x \coloneqq \sigma x_1 + (1-\sigma)x_2$ ile tanımlanan nokta, doğrusal vektör uzayında tanımlı alt küme olan Z_k içerisinde ise bu kümeye ılgın küme denir. Ilgın kümelerde, ilgili küme içerisinden seçilen iki nokta arasındaki doğru parçası her zaman ilgili küme içerisinde kalır. Her ılgın küme dışbükeydir.

Her $x_1 \in Z_k, x_2 \in Z_k$ ve $\sigma \in \mathbb{R}$ için

$$f(\sigma x_1 + (1-\sigma)x_2) = \sigma f(x_1) + (1-\sigma)f(x_2) \qquad (3.5)$$

eşitlik (3.5)'te ise f fonksiyonu ılgın fonksiyondur.

Dışbükey fonksiyonlarla çalışmanın en önemli avantajı, yerel en küçüğün her zaman için küresel en küçüğe eşit olmasıdır. Burada, yerel ve küresel en iyilik kavramlarının açıklanmasında fayda vardır.

Normlu H_rr uzayının bir alt kümesi olarak Z_k kümesini ele alalım. Eğer $\varepsilon > 0$, $\|x - x_0\| < \varepsilon$ koşulu altındaki her $x \in Z_k$ için $f(x_0) \leq f(x)$ eşitsizliği sağlanıyorsa, $x_0 \in Z_k,\ f: Z_k \in \mathbb{R}$ fonksiyonunun yerel en iyi çözümüdür. Bu eşitsizlik bir koşul gerektirmeksizin her $x \in Z_k$ için sağlanıyorsa çözüm artık küresel en iyi olur.

$f: Z_k \to \mathbb{R}$ fonksiyonunu dışbükey kabul ettiğimizde, f fonksiyonunun her yerel en iyi çözümü aynı zamanda küresel en iyi çözümü olacaktır. Eğer f fonksiyonu kesin dışbükey ise küresel en iyi çözüm tektir. f fonksiyonu dışbükey ise ve $x_0 \in Z_k$ noktası bu fonksiyonun yerel en iyi çözümü ise her $x \in Z_k$ ve $\sigma \in (0.1)$ için;

$$f(x_0) \leq f\big(x_0 + \sigma(x - x_0)\big) = f\big((1-\sigma)x_0 + \sigma x\big) \leq (1-\sigma)f(x_0) + \sigma f(x) \quad (3.6)$$

eşitsizliği ve bu eşitsizlikten

$$0 \leq \sigma(f(x) - f(x_0)) \qquad (3.7)$$

(3.7) eşitsizliği elde edilir. Bir başka gösterimle $f(x_0) \leq f(x)$ sonucuna ulaşılır. Bundan dolayı x_0

fonksiyonu küresel en iyi çözümdür. Eğer fonksiyon kesin dışbükey ise bu durumda (3.6) eşitsizliğindeki ikinci kısım kesin olacak, bunun doğal bir sonucu olarak (3.7)

eşitsizliği de kesin olacak ve x_0 tek olacaktır.

Bu ispat bize çözümün varlığı hakkında bilgi sunmaz. Burada asıl amaç, dışbükey fonksiyonlarda eğer bir yerel en iyi çözüm varsa bunun aynı zamanda küresel en iyi olduğunu göstermektir. Bu nedenle dışbükey fonksiyonlarda sadece yerel en iyi çözümü bulmak, küresel en iyi çözümü bulmak anlamına gelmektedir [9].

3.2.4 Dışbükey Optimizasyon Problemi

Standart formda;

$$P = f_0(x); \quad x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \rightarrow min \tag{3.8}$$

$$f_j(x) = 0; \quad j = 1,2, \dots, J; \quad J < N \tag{3.9}$$

$$g_k(x) = b_k; \quad k = 1,2, \dots, K \tag{3.10}$$

Halindeki bir optimizasyon probleminde, Eşitlik (3.8), (3.9) ve (3.10) eşitsizlik kısıtlamaları, bir S aday çözümler kümesi dışbükey küme, hedef fonksiyonu da (en azından S kümesi sınırları dahilinde) dışbükey bir fonksiyon olan optimizasyon problemlerine dışbükey optimizasyon problemi denir [9].

3.3 Doğrusal Zaman İle Değişmeyen Sistemlerde DME Analizi

Bozucuların sistem üzerindeki etkilerinin minimizasyonunda, İngiliz matematikçi G.H. Hardy'nin H uzayları teorisinden faydalanılmıştır. Uzun süre uygulama olanağı bulamayan bu Teori, 1970'lerden sonra, Kontrol Mühendisliği problemlerinde uygulama alanı bulmuştur. Bu gelişmelere ek olarak, 1981'den sonra H_∞ optimizasyon problemlerinin çözümüne dair önemli çalışmalar yapılmaya başlanmıştır.

DME ilk defa 1890) Alexandır Mikhailovich Lyapunov'un kararlılık analizinde ortaya çıkmıştır. Bu metot, günümüzde KYP yardımcı teoremi olarak kontrol alanında yerini almıştır.

Bu tezde, doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için referans yörüngelerin en iyi şekilde takip edilmesi probleminde performans ölçütü olarak, denetlenen çıkışlar ile referans girişler arasındaki hata fonksiyonları matrisinin H_∞ normu kullanılacaktır. Bu konu ile ilgili temel tanımlar ve kavramlar aşağıda verilmiştir [9,11].

3.3.1 H_∞ Normu

Matris ve vektörler gibi çok bileşenli matematiksel ifadelerin büyüklüğünün ölçülendirilmesinde gerçek değerli bir fonksiyon olan norm kavramından yararlanılmaktadır.

H_∞ doğrusal vektör uzayı, sağ yarı açık s düzleminde analitik, (3.11) ile verilen norma göre limitli olan fonksiyonlardan oluşan L_∞ Banach uzayının kapalı bir alt uzayıdır. Bu uzayda tanımlı olan norma H_∞ normu denir. G(s) ∈ H_∞ ise H_∞ normu;

$$\|G(s)\|_\infty \coloneqq sup\ \sigma_{max}\big(G(s)\big) = sup\ \sigma_{max}(G(jw)) \tag{3.11}$$

şeklinde ifade edilmektedir. H_∞ vektör uzayı kararlı, düzgün transfer fonksiyonları içerir. Eşitlik (3.11)'deki ikinci eşitlik Maksimum Genlik Teoremi'nin genelleştirilmiş formudur [9]. Burada, $G(s)$ tek girişli tek çıkışlı bir sistemin transfer fonksiyonu ve H_∞ normu,

$$\|G(s)\|_\infty = sup|G(jw)| \tag{3.12}$$

şeklinde (3.12) gibi yazılmaktadır. Bu ifade bir girişli bir çıkışlı sistemin transfer fonksiyonuna ilişkin Bode diyagramındaki maksimum noktayı veya Nyquist eğrisinin orijinden olan maksimum uzaklığını vermektedir [9].

H_∞ normu zaman alanında da tanımlanabilmektedir. Doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için $w(t)$ sistemin girişi, $z(t)$ sistemin çıkışı olmak üzere, bu fonksiyonların enerjileri;

$$\|w\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} w^T(t)w(t)dt \tag{3.13}$$

$$\|z\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} z^T(t)z(t)dt \tag{3.14}$$

olarak tanımlanabilmektedir. (3.13) ve (3.14)'ten, $G(s)$'in H_∞ normu,

$$\|G\|_\infty = sup\frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \tag{3.15}$$

(3.15) şeklinde elde edilebilir. Bu ifadeden de görüldüğü üzere H_∞ normu uzayı üzerinden işaretlerin ne kadar kuvvetlendirileceğini gösterir. H_∞ normu bir sistemin en kötü hal performansını belirler [9].

3.3.2 H_∞ Norm Hesabı

Doğrusal zamanla değişmeyen çok girişli çok çıkışlı sistemlerin H_∞ normunun Bode diyagramları üzerinden hesaplanması oldukça zordur. Bunun için değişik yaklaşımlar bulunmaktadır. Bunlardan en sık kullanılanlar Ortay (Bisection) Algoritması, Cebirsel Riccati Eşitliği (CRE) ve DME yaklaşımlarıdır.

Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem ele alalım;

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3.16}$$

$$z = Cx + Du \tag{3.17}$$

Burada açık çevrim sistemin durum matrisi A Hurwitz'dir. A'nın tüm özdeğerleri sol yarı s düzleminde yer almaktadır. x sistemin durum değişkenlerini, u sisteme etkiyen kontrol girişleri ve z ise performans çıkışlarını göstermektedir. A, B, C ve D bilinen durum-uzay matrisleridir.

H_∞ normunun ortay algoritması ile hesaplanması amacıyla,

$$H_e \coloneqq \begin{bmatrix} A + BR^{-1}D^TC & BR^{-1}B^T \\ C^T(I + DR^{-1}D^T)C & -(A + BR^{-1}D^TC)^T \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

matrisi tanımlanabilir. Burada, $R \coloneqq \gamma^2 I - D^T D$ dir.

Ancak ve ancak H_e'nin imajiner eksen üzerinde özdeğerleri olmaması durumunda $\|G(s)\|_\infty < 1$ dir [9].

Bu teorem $\|G(s)\|_\infty$ normunun istenilen hassasiyette hesaplanmasını mümkün kılmaktadır.

Öncelikle γ gibi pozitif bir sayı seçilir, daha sonra $\|G(s)\|_\infty < \gamma (\|\gamma^{-1}G(s)\|_\infty < 1)$ şartı için uygun matrisin öz değerleri için γ arttırılıp azaltılarak test edilir. Bu yöntem ortay teoremi olarak bilinir ve algoritma aşağıdaki gibidir.

1. $\|G(s)\|_\infty$ normu için γ_1 gibi bir alt sınırı tahmini olarak belirle.
2. $\|G(s)\|_\infty$ normu için γ_2 gibi bir üst sınırı tahmin et ve bunun bir üst sınır olduğunun H_e'nin özdeğerlerinin hiçbirinin sanal eksen üzerinde olmaması gereğinden yola çıkarak ispatla.
3. Eğer $\gamma_2 - \gamma_1$ önceden tanımlı olan hassasiyetten küçük ise algoritmayı durdur. Değil ise, Adım 4'ten devam et.

4. $\gamma = \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ şeklinde tanımla ve H_e'ye ilişkin özdeğerleri hesapla. Eğer sanal eksen üzerinde öz değerler bulunursa $\gamma_1 \coloneqq \gamma$, aksi durumda $\gamma_2 \coloneqq \gamma$ atamasını yap.

5. Adım 3'e git.

H_∞ normunun hesaplanmasında kullanılan diğer bir metod ise Cebirsel Riccati Eşitliği (CRE)' nin çözümünden elde edilir. Aşağıdaki Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi (SGYT) kullanılarak CRE ile bir sistemin H_∞ normu hesaplanabilir.

Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi)'ne göre; Verilen sürekli zamanlı bir sistemin gerçeklemesi $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ için aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir.

i) A matrisi Hurwitz'dir (A'nın tüm özdeğerleri sol yarı açık s düzlemindedir) ve $\|C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty < \gamma$ dır.

ii) İlgili Hamiltonyanın özdeğerlerinin hiçbirinin sanal eksen üzerinde olmaması gerekir.

iii) Aşağıdaki Cebirsel Riccati Eşitliğini çözen simetrik bir P matrisi vardır [18].

$$A^T P + PA + (B^T P + D^T C)^T(\gamma^2 I - D^T D)^{-1}(B^T P + D^T C) + C^T C = 0 \quad (3.19)$$

CRE formülünün başlıca dezavantajı, çözümün en kötü senaryo açısından ele alınması ve bunun, tutuculuğu arttırmasıdır. Bu sebeple, CRE'leri DME ile tekrar formüle edilerek problemin çözümüne esneklik katılmıştır. Bu değişiklik ile problem eşitlik yerine eşitsizliklerin çözümünden elde edilir. Bu şekilde doğrusal matris eşitsizlikleri yaklaşımıyla elde edilen eşitsizlikler geçersiz oluncaya kadar, probleme getirilen kısıtların sınırları zorlanabilir. Bu sebeple, problemin çözümünde DME yaklaşımının kullanılmasıyla daha az tutucu sonuçlar elde edilebilir.

H_∞ normu ile DME arasındaki bağlantı, yukarıda verilen Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi'nin düzenlenmesiyle sağlanır ve DME'lerinin sayısal çözümü için önerilen yöntem $G(s)$'in H_∞ normunun hesabında kullanılır.

Verilen sürekli zamanlı bir sistemin gerçeklemesi $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ için aşağıdaki ifadeler eşdeğerdir.

i) A matrisi Hurwitz'dir (A'nın tüm öz değerleri sol yarı açık s düzlemindedir) ve $\|C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty < \gamma$.

ii) Aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliğini çözen bir $P > 0$ matrisi vardır.

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \tag{3.20}$$

Burada γ, ekstra bir değişken gibi davranır ve γ 'nın minimizasyonu ile sistemin H_∞ normu hesaplanır [9,11,19].

3.4 Optimal Kontrol Problemi

3.4.1 Durum Geri-Beslemeli Optimal Kontrolör Tasarımı

Eşitlik (2.12)'de durum vektörleri x, $\dot{x}$, kontrol giriş vektörü u, A ve B durum-uzayı matrisleri verilmiştir. Referans vektörü r, Eşitlik (3.22)'de gösterildiği gibi seçilmiştir. Eşitlik (3.22)'de anlaşılacağı üzere sisteme üç eksendeki konum ve bir yalpa açısı referans olarak verilmiştir. İHA'nın verilen referans yörüngeleri takip edebilmesi için hata fonksiyonları oluşturulmuştur. Hata fonksiyonlarının elde edilebilmesi için, verilen referanslardan, ilgili durum değişkenleri çıkarılmıştır. İlgili durum değişkenlerinden oluşan vektör x_r olarak Eşitlik (3.21)'de verilmiştir. Bu işlemler sonucunda Eşitlik (3.22)' te görüldüğü gibi $(r - x_r)$ şeklinde hata fonksiyonu ve $(\dot{r} - \dot{x_r})$ şeklinde hatanın türev fonksiyonu tanımlanmıştır.

Tüm çalışmada standart bir gösterim kullanılmıştır. "T" üst simgesi matris devriği anlamına gelir. $\mathbb{R}^n$, n boyutlu vektör uzayını belirtir, $\mathbb{R}^{m\times n}$, m satırlı ve n sütunlu gerçek matris kümelerini ifade eder. I birim matrisi ve 0 ise sıfırlardan oluşan matrisi ifade eder.

$$x_r = [x \quad y \quad z \quad \psi]^T, x_r \in \mathbb{R}^n \tag{3.21}$$

$$r = [r_x \quad r_y \quad r_z \quad r_\psi]^T, r \in \mathbb{R}^n \tag{3.22}$$

$$\overbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ (r - x_r) \\ (\dot{r} - \dot{x_r}) \end{bmatrix}}^{\dot{x_a}} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ A_1 & 0 \\ A_2 & 0 \end{bmatrix}}^{A_a} \overbrace{\begin{bmatrix} x \\ \int (r - x_r) \\ (r - x_r) \end{bmatrix}}^{x_a} + \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}}^{B_1} \begin{bmatrix} \int r \\ r \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}^{B_2} u \tag{3.23}$$

Hata fonksiyonları belirtildiği gibi elde edildikten sonra, hata fonksiyonu e, hatanın türev fonksiyonu $\dot{e}$, hatanın integral fonksiyonu ise $\int e$ ile ifade edilmiş ve tekrar düzenlenmiştir [14,15].

$$e = (r - x_r) \tag{3.24}$$

$$\dot{e} = (\dot{r} - \dot{x_r}) \tag{3.25}$$

$$x_a = \begin{bmatrix} x \\ \int e \\ e \end{bmatrix}_{(3\times1)} \tag{3.26}$$

$$\dot{x}_a = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ e \\ \dot{e} \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

$$R = \begin{bmatrix} \int r \\ r \end{bmatrix}_{(2\times1)} \tag{3.28}$$

$$\overbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ e \\ \dot{e} \end{bmatrix}}^{\dot{x}_a} = \overbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ A_1 & 0 \\ A_2 & 0 \end{bmatrix}}^{A_a} \overbrace{\begin{bmatrix} x \\ \int e \\ e \end{bmatrix}}^{x_a} + \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}}^{B_1} R + \overbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}^{B_2} u \tag{3.29}$$

Eşitlik (3.28)'da görüldüğü gibi durum vektörleri, hata fonksiyonları ile uzatılmış, A ve B matrisleri buna göre revize edilmiştir. Sistem matrisi olan A ve B matrisleri Eşitlik (2.12)'de olduğu gibi kullanılmış, diğer matrisler şu şekilde hesaplanmıştır.

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_1 \in \mathbb{R}^{(4\times6)} \tag{3.30}$$

$$A_2 = [0_{(4\times6)} \quad A_1], \quad A_2 \in \mathbb{R}^{(4\times12)} \tag{3.31}$$

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ A_1 & 0 \\ A_2 & 0 \end{bmatrix}, A_1 \in \mathbb{R}^{(m\times m)} \tag{3.32}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, B_1 \in \mathbb{R}^{(m\times p)} \tag{3.33}$$

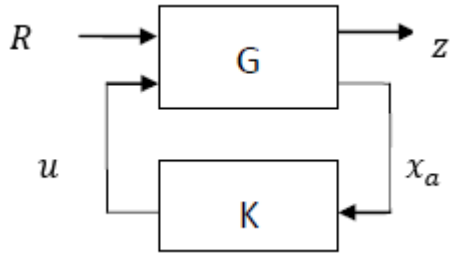
$$B_2 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 \in \mathbb{R}^{(m\times n)} \tag{3.34}$$

Eşitlik (3.29), (3.30), (3.31), (3.32), (3.33)' lerde matrisler tanımlanmış ve yeni değişken isimlendirmeleri ile durum uzayı Eşitlik (3.34) ve (3.35)' daki halini almıştır.

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_1 R + B_2 u \tag{3.35}$$

$$z = C_1 x_a + D_1 R + D_2 u \tag{3.36}$$

Eşitlik (3.34) ve (3.35)' da sistemin açık çevrim durum uzayı belirtilmekte, Eşitlik (3.34) durum vektörlerini, Eşitlik (3.35) ise çıkış vektörlerini ifade etmektedir.



Şekil 3.1 Kontrol Sisteminin Blok Diyagramı

Şekil 3.1' de belirtilen sistemin kapalı çevrim durum ve çıkış vektörleri, Eşitlik (3.37) kullanılarak, Eşitlik (3.38) ve (3.39) şeklinde elde edilmiştir. Şekil 3.1'de verilen G, Eşitlik (3.35) ve (3.36)'te ifade edilen sistemi temsil etmektedir.

$$u = K x_a \tag{3.37}$$

$$\dot{x}_a = (A_a + B_2 K) x_a + B_1 R \tag{3.38}$$

$$z = (C_1 + D_2 K) x_a + D_1 R \tag{3.39}$$

Elde edilen kapalı çevrim sistemin H_∞ performans problemi, sistemi kararlı kılan ve sistemin girişlerinden çıkışlarına olan transfer fonksiyonunun sonsuz normunu γ gibi elde edilebilecek en küçük skaler pozitif bir değerden küçük kılacak bir kontrolör hesaplanarak çözülmüştür.

$$V_{x_a} = {x_a}^T P x_a \tag{3.40}$$

$P = P^T > 0$ şartı ile Eşitlik (3.39) bir karesel Lyapunov fonksiyonudur. $\gamma > 0$ olacak şekide sistemin performansı ve kararlılığı için tanımlanan Eşitlik (3.40)' de verilen eşitsizlik, bütün x_a ve z'ler için negatif tanımlı olmalıdır.

Lyapunov kararlılık teorem gereğince, kapalı çevrim sistemin asimptotik kararlı olabilmesi için sisteme ait her $t > 0$ için negatif değer olmayan bir enerji fonksiyonunun bulunabilmesi ve bu fonksiyonun, sistemin yörüngesi boyunca zamana göre birinci türevinin negatif olması esastır. Zamana göre birinci türevi

negatif işaretli bir enerji türevine sahip sistemler kayıplı sistemler olarak adlandırılır. Bu koşul sistemin yörüngelerinin referans yörüngelerine yakınsamasını garanti altına alır.

$$\dot{V}_{x_a} + z^T z - \gamma^2 R^T R < 0 \tag{3.41}$$

$$Q_1 = A_a + B_2 K \tag{3.42}$$

$$Q_2 = C_1 + D_2 K \tag{3.43}$$

Denklemlerde yazımı kolaylaştırmak için eşitlik (3.42) ve (3.43)'te gösterilen dönüşümler kullanılmıştır.

Eşitlik (3.40) ve (3.41)'ın birleştirilmesi ile,

$$\begin{aligned}&[Q_1 x_a + B_1 R]^T P x_a + {x_a}^T P[Q_1 x_a + B_1 R] + \\ &[Q_2 x_a + D_1 R]^T [Q_2 x_a + D_1 R] - \gamma^2 R^T R < 0\end{aligned} \tag{3.44}$$

Eşitsizliği elde edilmiştir. (3.44)'in düzenlenmesi ile,

$$\begin{bmatrix} {Q_1}^T P + P Q_1 + {Q_2}^T Q_2 & P B_1 + {Q_2}^T D_1 \\ {B_1}^T P + {D_1}^T Q_2 & -\gamma^2 I + {D_1}^T D_1 \end{bmatrix} < 0 \tag{3.45}$$

şeklinde bir matris eşitsizliği elde edilmiştir. Schur tümleyeni ve (3.45) eşitsizliği sağından ve solundan P^{-1} ile çarpılarak,

$$\begin{aligned}&P^{-1}{Q_1}^T Q_1 P^{-1} + P^{-1}{Q_2}^T Q_2 P^{-1} - (B_1 + P^{-1}{Q_2}^T D_1)\big(-\gamma^2 I + \\ &{D_1}^T D_1\big)^{-1}({B_1}^T {D_1}^T Q_2 P^{-1}) < 0\end{aligned} \tag{3.46}$$

Eşitsizliği elde edilmiştir. $X = P^{-1}$ değişken dönüşümü uygulanarak,

$$\begin{bmatrix} Q_1 X + X{Q_1}^T X{Q_2}^T Q_2 X & B_1 + X{Q_2}^T D_1 \\ {B_1}^T + {D_1}^T Q_2 X & -\gamma^2 I + {D_1}^T D_1 \end{bmatrix} < 0 \tag{3.47}$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 X + X{Q_1}^T & B_1 \\ {B_1}^T & -\gamma I \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma}\begin{bmatrix} X{Q_2}^T \\ {D_1}^T \end{bmatrix}[Q_2 X \quad D_1] < 0 \tag{3.48}$$

DME'leri (3.46) ve (3.47)'de görüldüğü gibi elde edilmiştir. Tekrar Schur tümleyeni kullanılarak $X > 0$ için, (3.37) ve (3.38)'da tanımlı kapalı çevrim sistemin H_∞ performans kısıtları aşağıdaki DME şeklinde elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} Q_1X + X{Q_1}^T & B_1 & X{Q_2}^T \\ {B_1}^T & -\gamma I & {D_1}^T \\ Q_2X & D_1 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.49)$$

Elde edilen DME'lerde KX terimleri, dışbükey değildir. Bu ifadeleri dışbükey hale getirebilmek için $W = KX$ değişken dönüşümü uygulanır ve (3.50)'da verilen şart altında (3.50)'de verilen DME elde edilir.

$$X = X^T > 0 \quad (3.50)$$

$$\begin{bmatrix} A_aX + X{A_a}^T + B_2W + W^T{B_2}^T & B_1 & X{C_1}^T + W^T{D_2}^T \\ {B_1}^T & -\gamma I & {D_1}^T \\ C_1X + D_2W & D_1 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.51)$$

Eşitsizlik (3.51)'de elde edilen DME, (3.50) kullanılarak ve γ minimize edilerek çözülmüştür. (3.52)'deki eşitlikten kontrolör kazancı elde edilmiştir.

$$K = WX^{-1} \quad (3.52)$$

4
Simülasyon

4.1 Tasarlanan Kontrolör Algoritması Kullanılarak Kontrolör Kazancının Hesaplanması

Elde edilen DME'lerin çözümü; Matlab programı kullanılarak, YALMIP arayüzünde yazılmış SEDUMİ çözücüsü ile yapılmıştır. Simülasyonlar için kullanılan bilgisayar modeli Asus'un K555LN-XO079H, 8GB belleğe sahip modeli, program ise Matlab R2017a programıdır. Sistem parametrelerin verildiği, sistem matrislerinin ifade edildiği, LMI çözüm işleminin gerçekleştirilerek K'nın elde edildiği kod EK-A'da verilmiştir.

C_1 matrisi, kontrolör tasarlanırken, durum vektörlerinin ağırlıklandırıldığı matristir. Bu matris oluşturulurken, daha iyi sonuç elde etmek adına, hata vektörünün ağırlığı artırılmıştır. C_1 matrisi Eşitlik (4.1)'te görüldüğü gibi tasarlanmıştır.

Eşitlik (4.1)'de verilen C_1 matrisi ve EK'de verilen kod kullanılarak kontrolör kazancı Eşitlik (4.2)'de görüldüğü gibi elde edilmiştir.

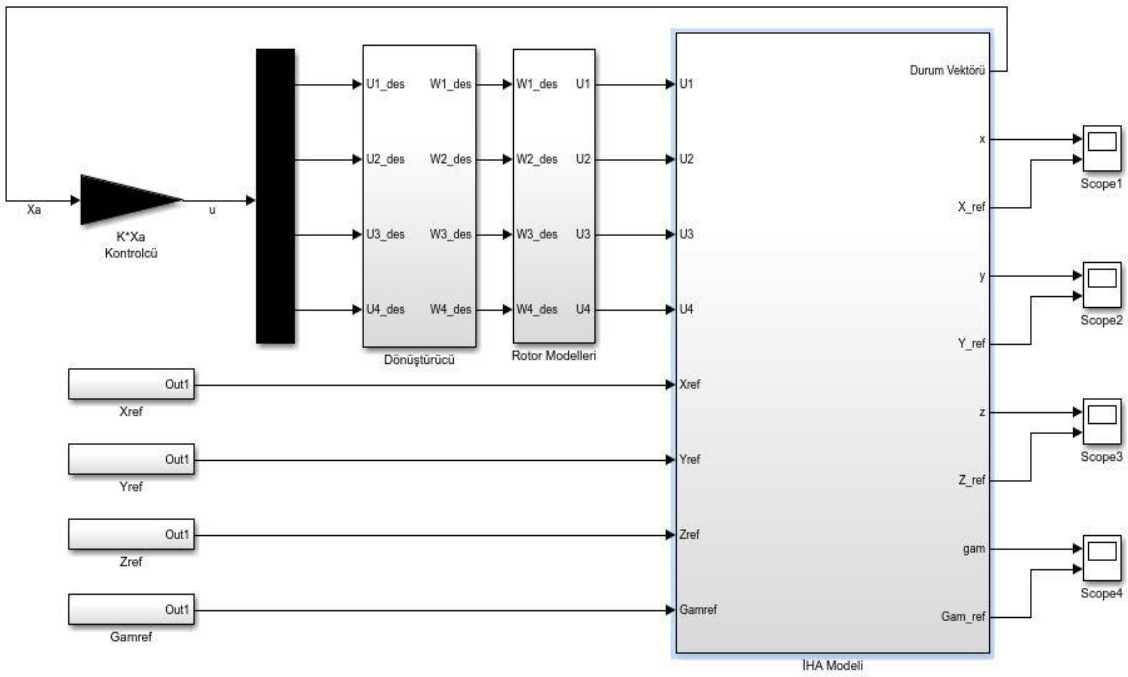
$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1.149 & 0 \\ 0 & 1.149 & 0 & 0 \\ -110.288 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.014 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.014 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.939 \\ 0 & 0 & -0.424 & 0 \\ 0 & 0.424 & 0 & 0 \\ -9.914 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.103 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.103 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.144 \\ 0 & 0 & 1.285 & 0 \\ 0 & -1.285 & 0 & 0 \\ 433.872 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.744 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.039 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

K kazancı elde edilirken kullanılan algoritma, γ'yı minimize eden iterasyonlar yapmış ve Eşitlik (4.2)'de görülen K kazancını $\gamma = 0.04708$ değerinde hesaplamıştır. Eşitlik (4.2)'de kontrolör kazancı yazılırken ondalık kısımda sadece üç basamak ilerleyerek, sadece bu kısmı gösterilmiştir. Kontrolör kazancını daha detaylı elde edebilmek için, belirtilen programda doğrudan EK-A dosyasının çözdürülmesi yeterlidir.

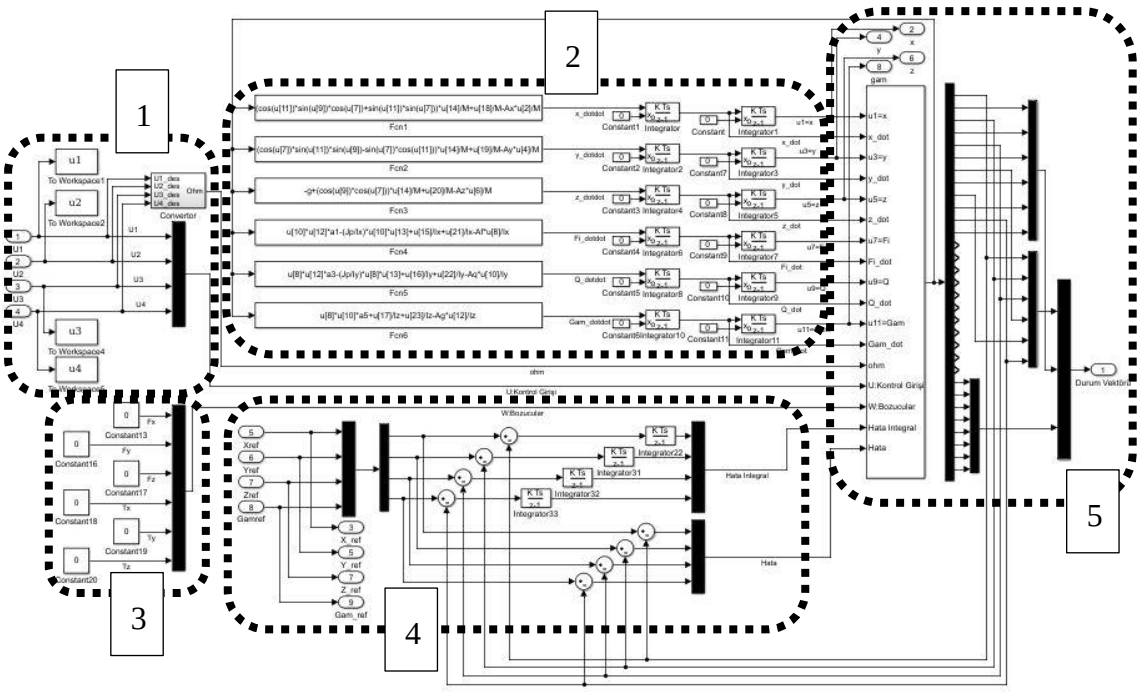
4.2 Hareket Denklemlerinden İlgili Simülasyon Modelinin Kurulması

İHA'nın doğrusal olmayan hareket denklemleri ve elde edilen rotor model denklemleri ile, Matlab/Simulink program aracılığı ile simüle edilmek üzere simülasyon modeli kurulmuştur.



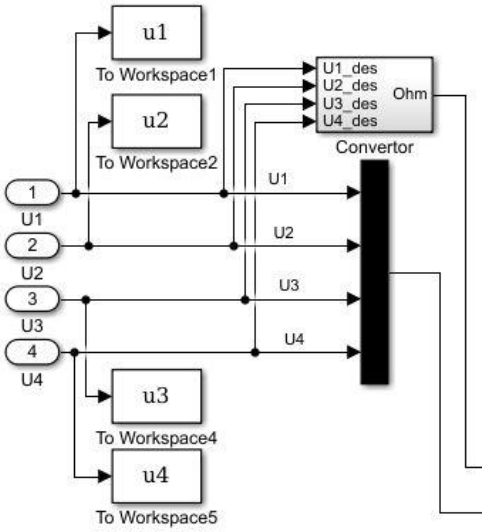
Şekil 4.1 Simülasyon Modeli

Şekil 4.1' de simülasyon modelinin genel yapısı görülmektedir. Buradaki yapı Şekil 3.1'de verilen blok diyagramındaki yapı ile bire bir örtüşmektedir. Her bir bölümün detaylı açıklaması yapılmıştır. Şekil 4.1'de belirtilen Xref, Yref, Zref ve Gamref isimli bloklarda, İHA nın izlemesini istediğimiz x, y ve z rotaları referans girişler olarak belirlenmektedir. Gamref ise kafa açısı referans girişi olarak kullanılmaktadır. Tüm simülasyon boyunca kafa açısı referansı sıfır derece olarak ayarlanmıştır. Kontrolör bloğunda ise, İHA Modeli bloğunun çıkışı olan durum vektörü, daha önce elde edilen K kontrolör kazancı ile çarpılmış, kontrol kuvvet ve momentleri elde edilmiştir. Bu girişler Rotor Modelleri'ne ve ardından İHA Modeli'ne giriş yapmıştır. Böylece kapalı çevrim kontrol sistemi tasarlanmıştır. İHA Modeli bloğundan ise referans sinyallerinin çıktıları, referanslarla ilgili durum vektörleri ile birlikte çizdirilmek üzere çıkış olarak alınmıştır. Simülasyon ayrık zaman dilimlerinde zaman adımı aralığı saniyenin binde biri olacak şekilde ayarlanmış ve bu şekilde çözdürülmüştür.



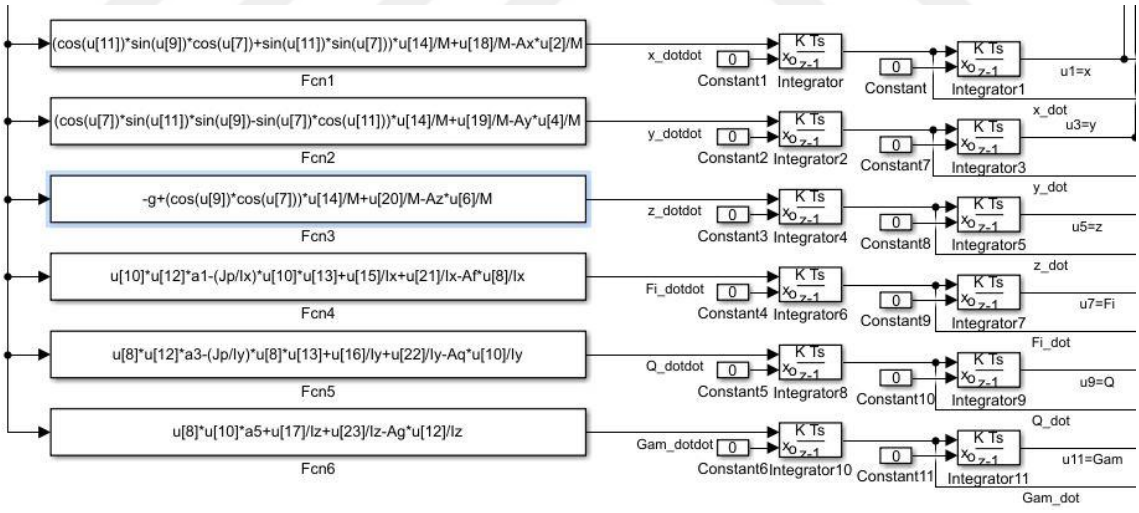
Şekil 4.2 Altı Serbestlik Dereceli İHA Modeli

Şekil 4.2'de İHA Modeli bloğunun içerisindeki detaylar görülmektedir. Oldukça kapsamlı olan bu bloğun detayları çalışmada verilmiştir. 1 ile ifade edilen kısım kontrol kuvvet ve momentlerinin modele giriş yaptığı kısmı ifade etmektedir. Burada ayrıca pervanelerin toplam dönüş hızı da hesaplanarak sisteme giriş olarak verilmektedir. 2 numaralı kısım ise altı serbestlik dereceli İHA'nın hareket denklemlerini içermektedir. Daha önce elde edilen doğrusal olmayan hareket denklemlerinden oluşan fonksiyonları içermektedir. 3 numaralı kısım ise bozucu kuvvet ve moment girişlerini ifade etmektedir. 4 numaralı kısım hata fonksiyonlarını ifade etmektedir. 5 numaralı kısım ise durum vektörünün hesaplandığı kısımdır.



Şekil 4.3 İHA Kontrol Vektörü Girişi

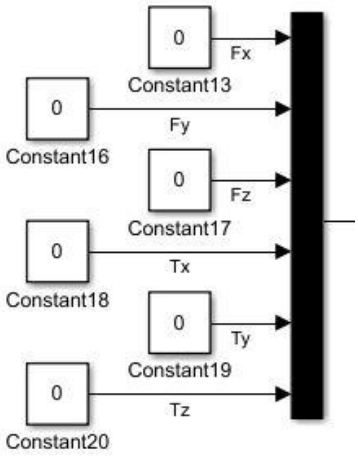
Şekil 4.3'de rotor modelleri sonrası hesaplanan gerçek kontrol girişlerinin birleştirilmesi ve bu kontrol girişlerinden, rotorların toplam dönüş hızları hesaplanmaktadır. Bu hesaplamalar, İHA'nın altı serbestlik dereceli doğrusal olmayan modelindeki hareket denklemlerinde kullanılmaktadır.



Şekil 4.4 Altı Serbestlik Dereceli Doğrusal Olmayan İHA Modeli

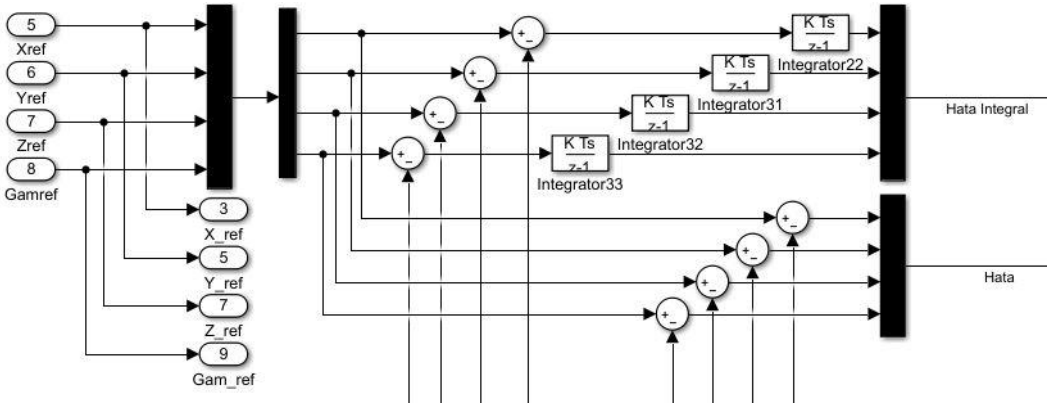
Şekil 4.4'te altı serbestlik dereceli İHA modeli için hesaplanan altı diferansiyel denklemin, çözdürülmek üzere simülasyon modeline dahil edildiği görülmektedir. Başlangıç koşulları tüm durumlar için sıfır olarak kabul edilmiş ve modelde

kullanıcının başlangıç koşullarını rahatlıkla değiştirebileceği bir halde tasarım yapılmıştır.



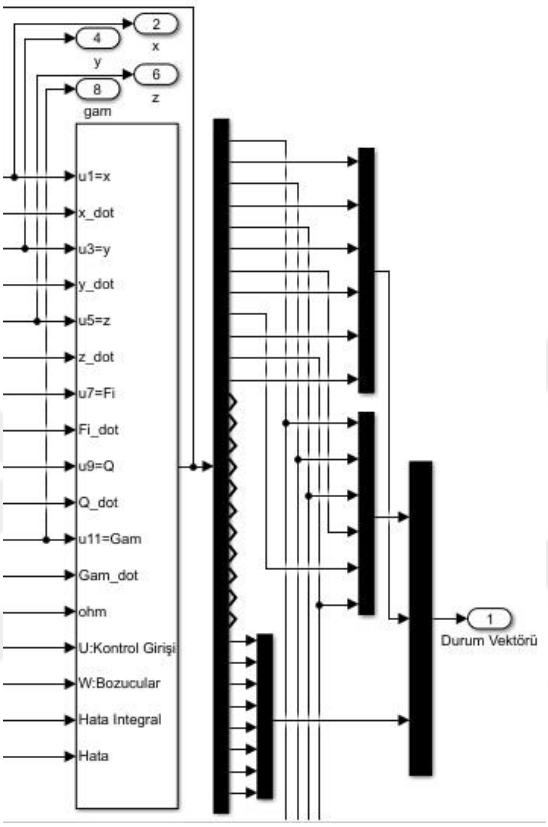
Şekil 4.5 İHA Modeli Bozucu Vektör Girişi

Şekil 4.5'te, bozucu kuvvet ve moment girişlerinin sisteme giriş yaptığı bölüm gösterilmektedir. Çalışmada bozucu kuvvet ve moment kullanılmamıştır. Bozucu kuvvet ve moment olarak gerçek hayatta rüzgar modellenebilir. Rüzgarın öteleme ve döndürme etkisi, modellenen sisteme bozucu kuvvet ve moment olarak giriş yapmaktadır. İleriki çalışmalarda buna olanak sağlamak için model kapsamlı tutulmuştur. İstenilen durumlarda sisteme dışarıdan bozucular bu bölümden dahil edilebilmektedir. Bozucular sabit olarak verilebileceği gibi, zamanla değişen sinyaller olarak da verilebilirler.



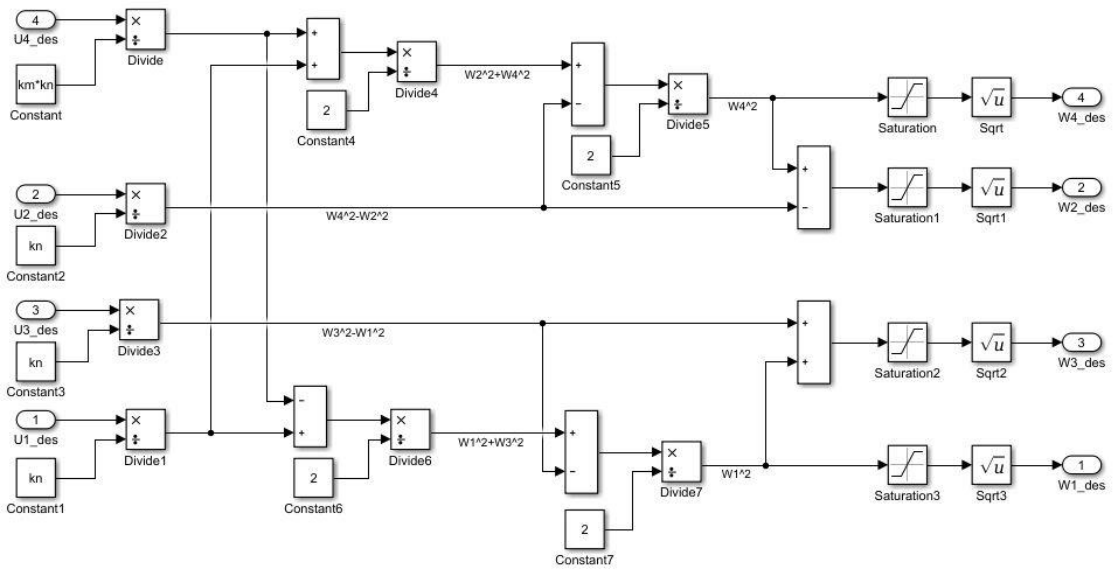
Şekil 4.6 İHA Modeli Hata Vektör Girişi

Şekil 4.6 hata fonksiyonlarının hesaplandığı bölümdür. Diferansiyel denklemler ile hesaplanan ilgili durumlar, kendi referanslarından çıkarılarak hata sinyalleri elde edilmiş ve bu vektörler sisteme dahil edilmiştir. Hata sinyalleri ve hata sinyallerinin integralleri bu bölümde hesaplanmaktadır. Burada da başlangıç koşulları sıfır olarak kabul edilmiştir.



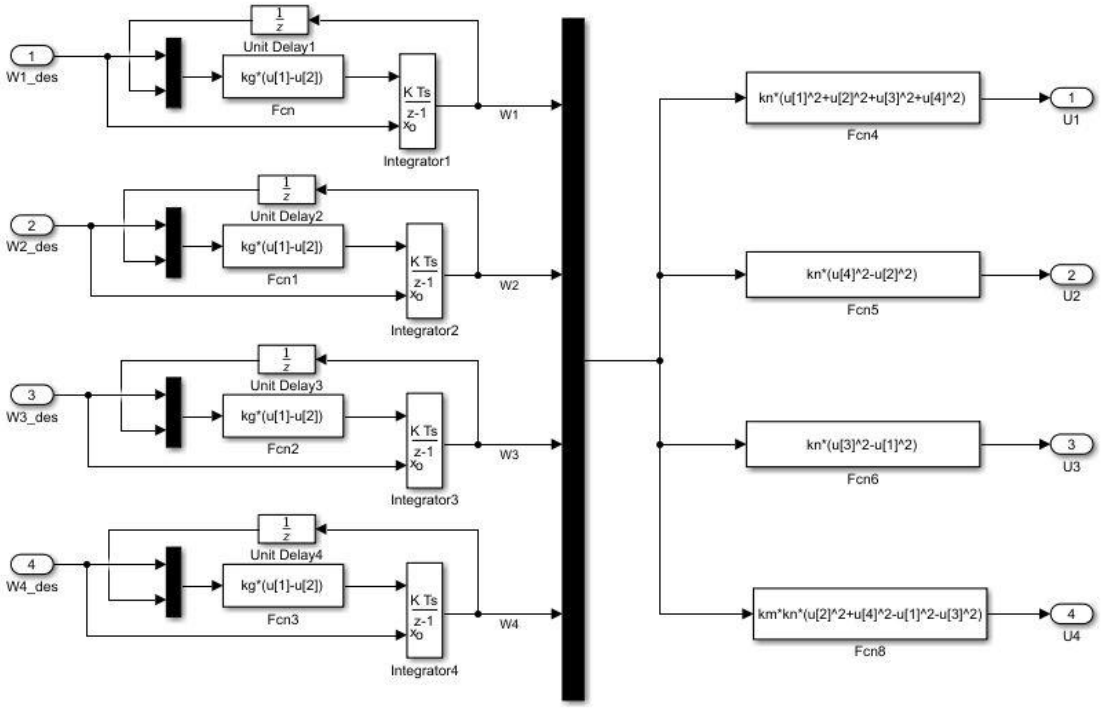
Şekil 4.7 İHA Modeli Durum Vektörü Hesabı

Şekil 4.7'de, kontrolör tasarımında kullanılan durum vektörü sıralamasına göre vektör sıraları düzenlenmiş ve tekrar toparlanarak durum vektörü elde edilmiştir. Durum vektörü, kontrolör kazancı ile çarpılmak için blok dışına çıkmaktadır.



Şekil 4.8 İHA Kontrol Girişleri- Rotor Açısal Hız Dönüştürücü

Şekil 4.8'de, Eşitlik (2.1), (2.2), (2.3) ve (2.4) kullanılarak taraf tarafa toplama işlemleri ile, (2.14) ve (2.15)'te BET ile elde edilen formüller de hesaba katılarak, her bir rotorun açısal hızı hesaplanmıştır. Kontrolörün talep ettiği kontrol çıkışlarından, kontrolörün talep ettiği rotor devirleri elde edilmiştir.

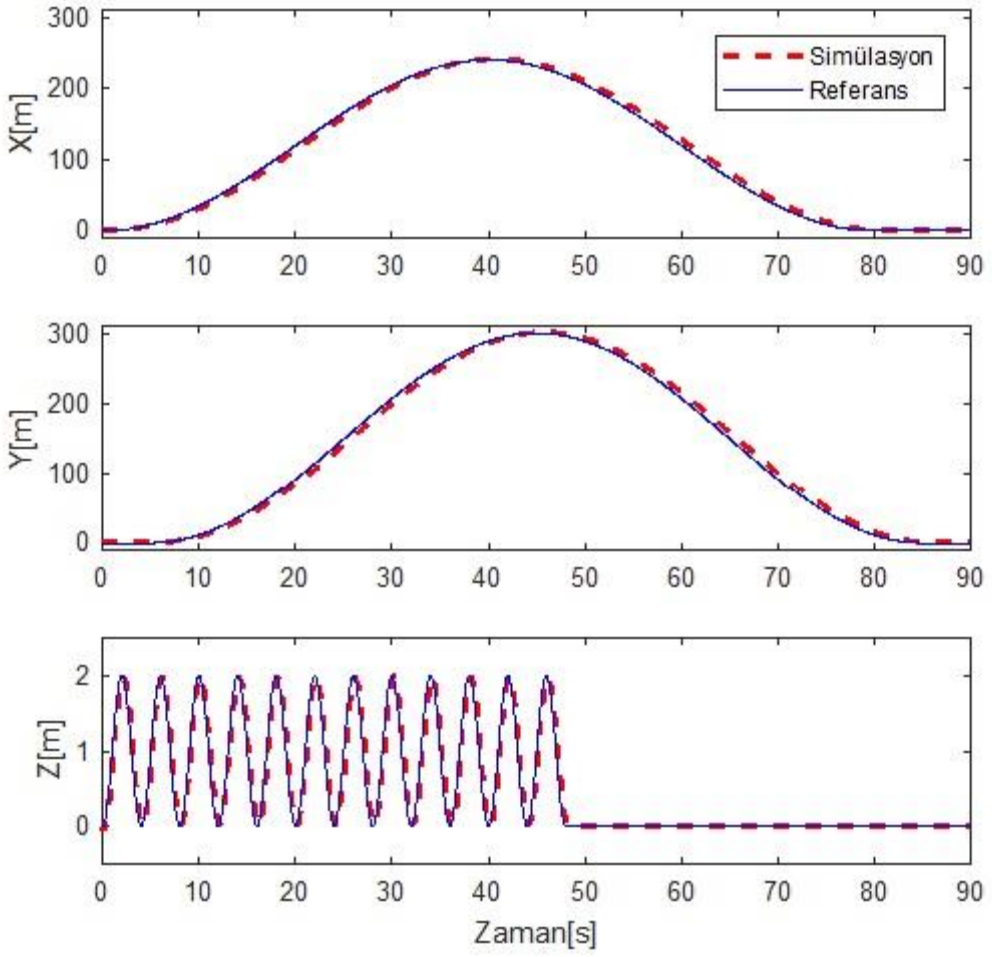


Şekil 4.9 İHA Rotor Modelleri

Şekil 4.9'da daha önce elde edilen rotor matematik modelleri görülmektedir, kontrolör tarafından talep edilen rotor hızlarının elde edilmesinin ardından, buradaki rotor modelleri ile aradaki gecikme zamanı modellenerek, gerçek devirler elde edilmiştir. Gerçek devirlerin elde edilmesinden sonra tekrar Eşitlik (2.1), (2.2), (2.3) ve (2.4) kullanılmış gerçek rotor hızlarından gerçek kontrol girişleri elde edilmiştir.

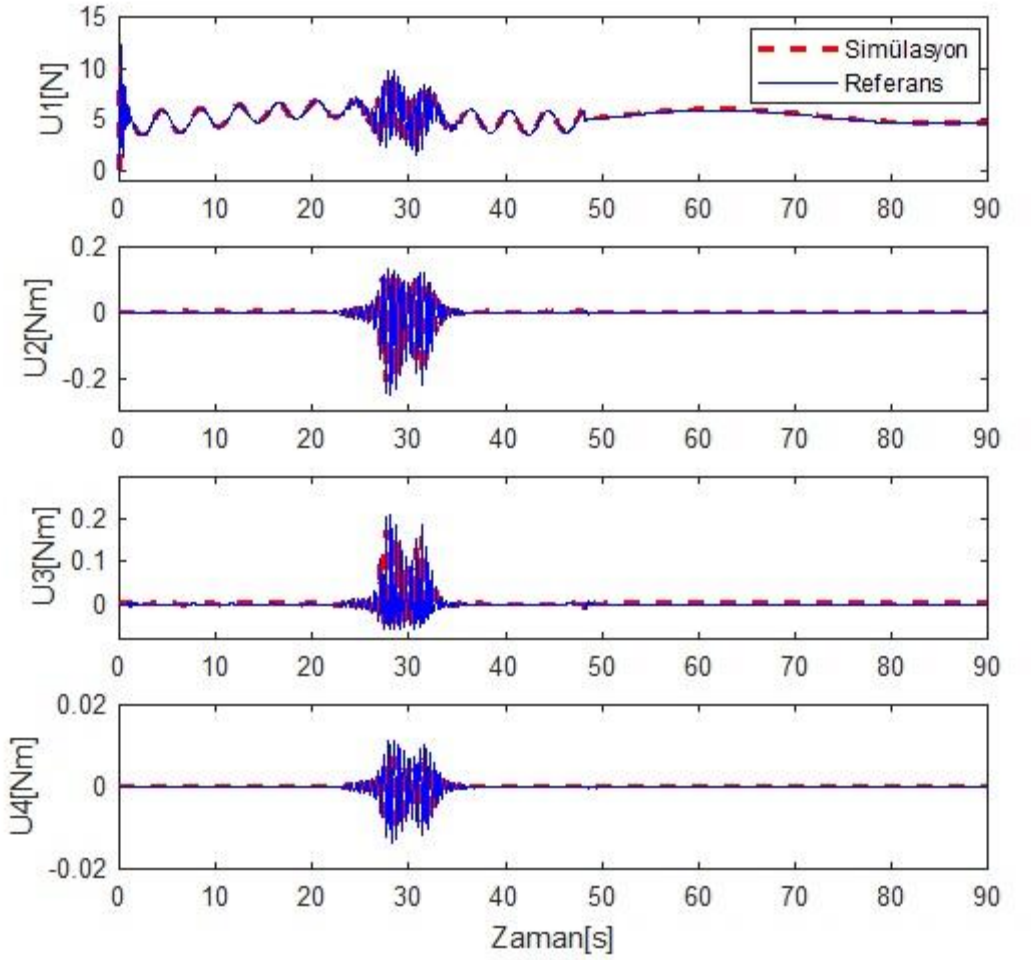
4.3 Bazı Manevraların Simülasyon Sonuçları

Şekil 4.10'da İHA'nın, verilen referans yörüngelere karşı takip ettiği yollar üst üste çizdirilmiştir.



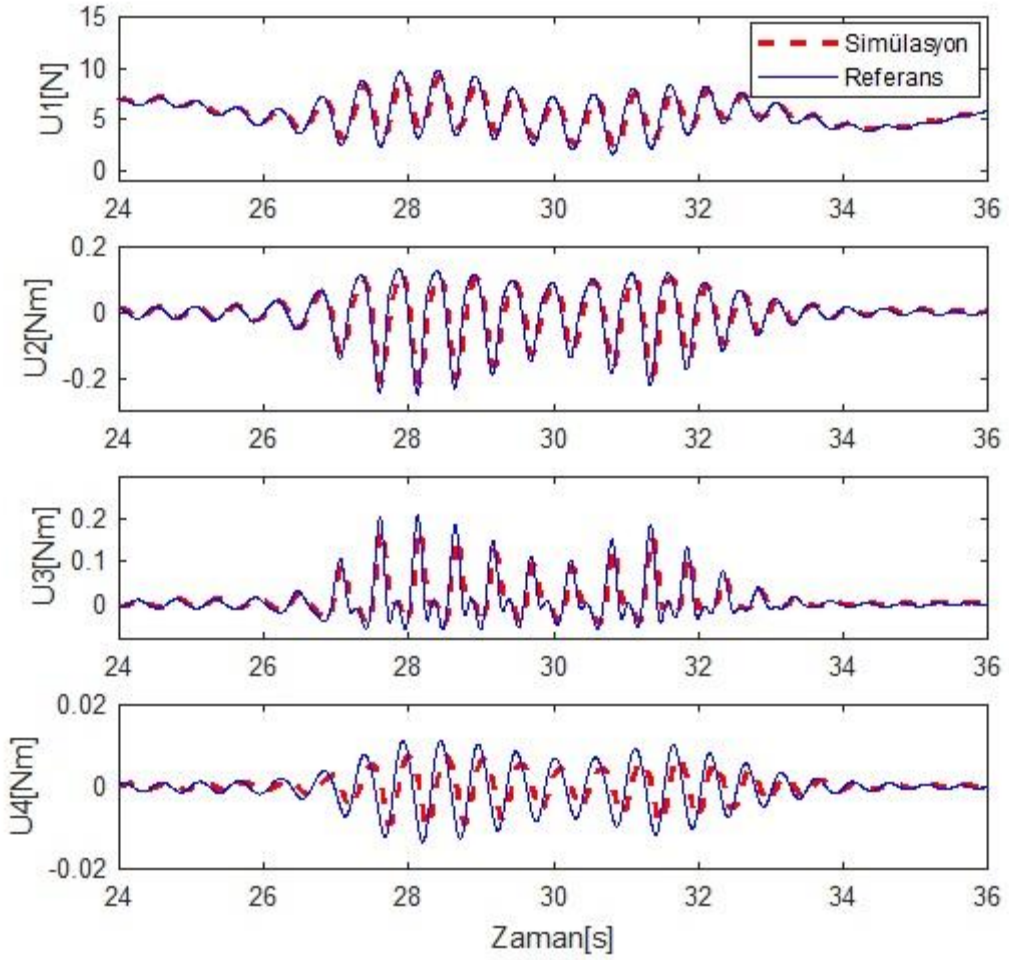
Şekil 4.10 Koordinat Düzleminin Üç Ekseninde İHA'ya Verilen Referans Yörüngeler ve İHA Simülasyon Sonuçları

Doksan saniye boyunca İHA Şekil 4.10'da x ekseninde 240 metre, y ekseninde ise 300 metre uzaklığa gidip geri dönmüştür. Bu ilerlemeyi yaparken de ilk 48 saniye boyunca 12 defa 2 metrelik seri dalış ve çıkışlar gerçekleştirmiştir. Verilen grafikten de görüldüğü üzere, İHA üç eksende de verilen manevraların tamamını başarılı bir şekilde takip edebilmiştir.



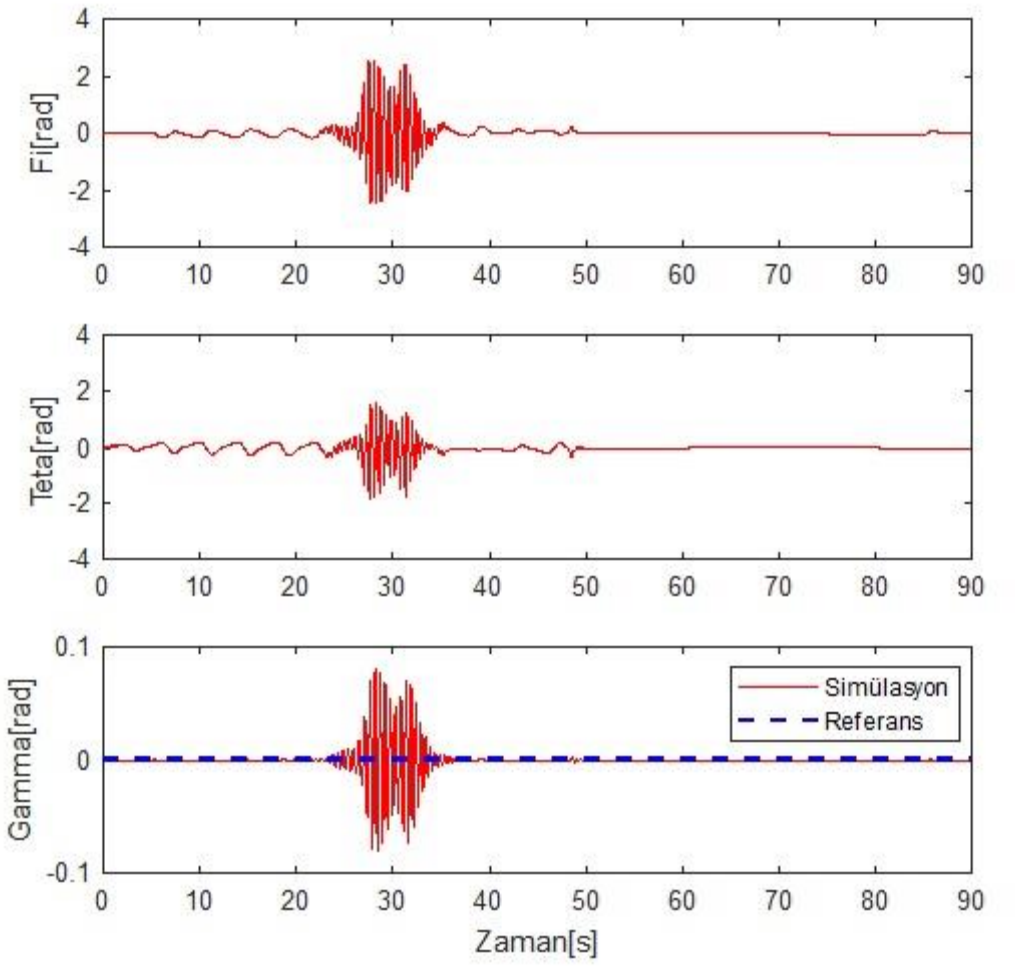
Şekil 4.11 Kontrol Kuvvet ve Momentleri

Şekil 4.11'de, İHA'nın verilen referans yörüngeleri takip edebilmesi için, tasarlanan kontrolörün hesapladığı kontrol kuvvet ve momentleri referans olarak çizdirilmiştir. Referans kuvvet ve momentler, rotorlardan talep edilmiştir ve rotor modellerinin, talep edilen referans kuvvet ve momentlere karşılık hesapladığı gerçek kuvvet ve momentler simülasyon olarak, referanslar ile üst üste çizdirilmişlerdir. Fakat kuvvet ve momentlerdeki değişimler çok seri olduğundan, Şekil 4.11'de belirtilen zaman aralığının bir kısmı daha detaylı bir şekilde Şekil 4.12'de incelenmiştir.



Şekil 4.12 Kontrol Kuvvet ve Momentleri Kesiti

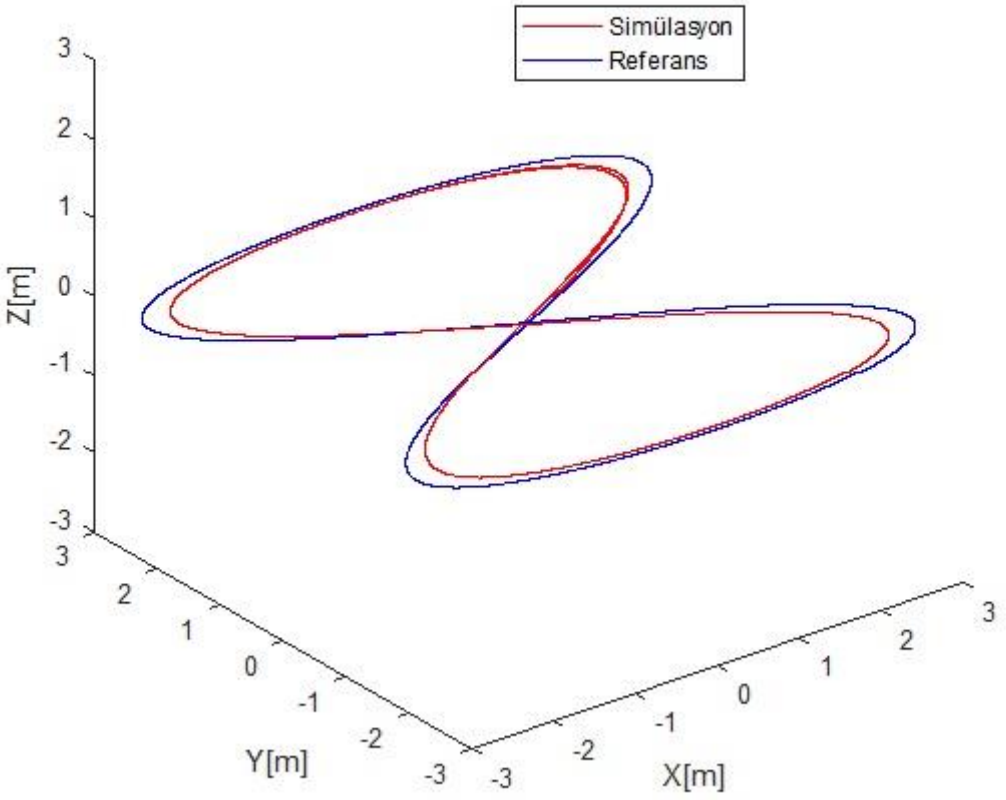
Şekil 4.12'de, Şekil 4.11'in 24. ve 36. Saniyeleri arası daha detaylı verilmiştir. Daha önce de belirtildiği üzere, referans sinyalleri rotorlardan talep edilen kuvvet ve momentler olarak çizdirilmiştir. Buna karşılık, rotorlardaki gecikmenin modellenmesi ile, simülasyon olarak ifade edilen sinyaller, rotorların gerçekte ürettiği kuvvet ve momentler olarak çizdirilmiştir. Sinyallerin genliklerindeki azalma ve sinyallerdeki gecikme, Şekil 4.12'de görülebilmektedir. Bu gecikme, simülasyon modeline eklenen motor modelleri sayesinde sağlanmakta ve simüle edilebilmektedir. Kontrol sinyallerindeki genlik azalması ve gecikmeye rağmen, İHA'nın yörünge izleme kabiliyeti yeterince yüksek performanslı olarak gözlemlenmiştir.



Şekil 4.13 İHA'nın Simülasyon Boyunca Eksenler Etrafındaki Dönme Hareketleri

Şekil 4.13'de İHA'nın verilen yörüngeleri takip etmesi için yaptığı dönme hareketleri görülmektedir. Fi ile ifade edilen açı ϕ, Teta ile ifade edilen açı θ ve Gamma ile ifade edilen açı ise ψ dır. ψ açısının İHA nın kafa açısını temsil ettiğini ve bu açının kontrolü olmasa bile İHA'nın istenilen tüm yörüngeleri takip edebileceğini daha önce belirtmiştik. Şekil 4.13'de de görüldüğü gibi bu açıya referans sıfır olarak verilmiş ve İHA küçük sapmalar dışında bu alanda kalmaya çalışmıştır. Diğer iki açı için referans verilmemiştir, çünkü İHA kontrolünde amaç, İHA'nın istenen yörüngeleri takip etmesidir. İHA verilen yörüngeleri takip etmek için çeşitli kafa vurma ve yuvarlanma hareketleri yapmıştır. Kafa vurma ve yuvarlanma hareketlerini nasıl yaptığı, yörüngeler için önemli değildir. Bu durumda açılar sadece güvenlik amaçlı kontrol edilmektedir.

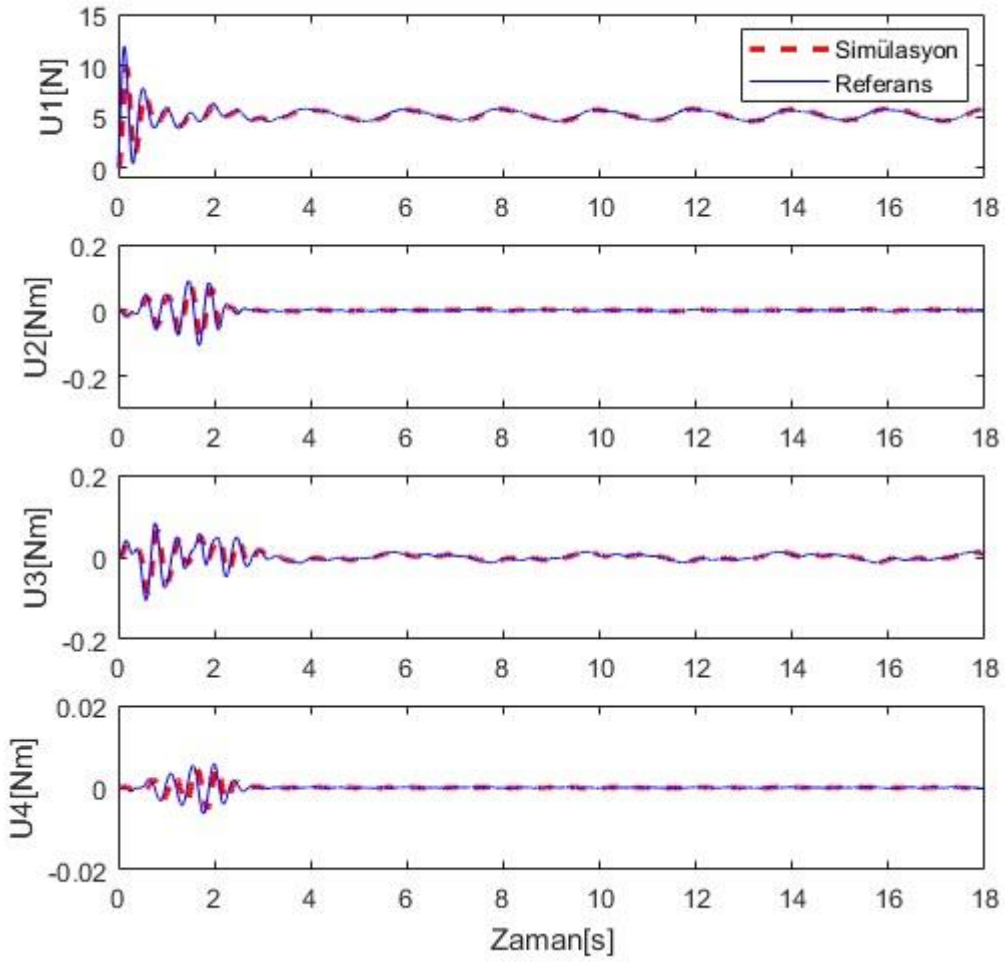
İHA'larda bir başka yörünge çeşidi olarak çokça kullanılan sonsuz döngü çevrimi adında bir çevrim de mevcuttur. Bu çevrim boyunca İHA'nın düşeyde yörüngesi sabit ve sadece yatay düzlemdeki yörüngeleri zamana bağlı olarak değişmekte ve İHA yatay düzlemde sekiz çizmektedir.



Şekil 4.14 İHA'nın Sonsuz Döngü Yörünge Takip Performansı

Şekil 4.14' de, yukarıda bahsi geçen sonsuz döngü çevriminin simülasyon modeli üzerinde uygulanmış sonuçları verilmektedir. Simülasyon 18 saniye boyunca koşturulmuş, İHA bu süre boyunca çevrimi 2 tam tur olarak tamamlamıştır. Şekilde verilen yörüngelerin birimleri metre cinsinden olup, İHA yörünge üzerinden iki defa geçmiştir. Şekil 4.14'den de anlaşılacağı üzere, bir önceki manevradan çok daha agresif olan bu manevra takibi biraz daha zor olmuş, yörünge takibinde meydana gelen küçük gecikmeler gözlemlenmiştir.

Bu gecikmelerin sebebi, rotorlara iletilen talep devirler ile motorun cevap verdiği gerçek devirler arasındaki zaman gecikmesidir.



Şekil 4.15 İHA'nın Sonsuz Döngü Yörünge Takibinde Kontrol Kuvvet ve Momentleri

Şekil 4.15'de bahsi geçen, rotorlara iletilen talep devirler ile motorun cevap verdiği gerçek devirler ile elde edilen kontrol kuvvet ve momentleri verilmiştir. Rotorların zaman gecikmelerine rağmen, İHA'nın son derece agresif bir yörünge olan sonsuz döngü çevrimindeki performansının yeterince yüksek olduğu gözlemlenmektedir.

5
Sonuç ve Öneriler

Çalışmada dört rotorlu bir İHA'nın optimal yörünge kontrolü üzerine çalışılmıştır. İHA'nın, gerçekçi bir hareket modeli kurulmuştur. Aynı zamanda kontrolör tasarımı için daha basit, doğrusal bir hareket modeli de kurulmuştur. Yapılan çalışmalar sonucunda, belirli kabul ve kısıtlamalar ile elde edilen doğrusal hareket denklemleri üzerinden, doğrusal bir optimal kontrolör tasarlanmıştır. Tasarlanan kontrolör, doğrusal olmayan ve çok daha gerçekçi sonuçlar veren, rotor modelleri ve rotorlardaki gecikmelerin de modele dahil edildiği bir modelde, agresif manevralar karşısında test edilmiştir. Tasarlanan, referans takip eden optimal kontrolör, çok daha gerçekçi bir modelde, agresif manevralar karşısında başarılı bir performans göstermiştir.

Çalışmada önerilen ve test edilen yöntem, gelecek çalışmalarda daha da güçlendirilerek geliştirilmeye açıktır. Önerilen yöntem, rotorların zaman gecikmesine rağmen iyi performans sergilemekte fakat gelecekte bu zaman gecikmesine bağlı bir kontrolör tasarlanarak, manevra kabiliyeti artırılabilir. Bununla birlikte, sadece yörünge takip eden değil hem yörünge takip eden hem de rüzgar gibi dış etkilerin oluşturabileceği bozucuları da bastırabilecek bir kontrolör tasarlanabilir. Bununla beraber, durum geri beslemeli sistemlerde, sistemin tüm durumlarını sensör ile ölçerek sisteme beslemek gerçek hayatta zor ve maliyetli olacaktır. Çıkış geri beslemeli kontrol sistemleri üzerinde çalışılarak, tasarlanan sistemin tüm durumlarını geri beslemek yerine, sadece kontrolör tasarlarken belirlenecek durumlar bir çıkış vektörü altında birleştirerek çıkış vektörü elde edebilir. Elde edilen çıkış vektörü ile çıkış geri beslemeli kontrolör tasarlanabilir.

Kaynakça

[1] M. N. ElKholy, "Dynamic Modeling and Control of a Quadrotor Using Linear and Nonlinear Approaches", Master's Thesis, School of Sciences and Engineering Institute of Robotics, Control and Smart Systems, Kahire, 2014.

[2] E. C. Suicmez, A. T. Kutay, "Dört Rotorlu Bir İnsansız Hava Aracının Geri-Adımlama Yöntemi İle Yol Takibi Kontrolü", Havacılık Ve Uzay Teknolojileri Dergisi, vol. 7, no 2, pp. 1-13 , 2014.

[3] E. C. Suicmez, "Trajectory Tracking Of A Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle (Uav) Vıa Attitude And Position Contro", Graduate Thesis, Middle East Technical University Institute of Graduate School Of Natural And Applied Sciences, 2014

[4] T. Luukkonen, "Modelling and control of quadcopter", Independent research project in applied mathematics", Aalto University, 2011.

[5] O. Araar, N. Aouf, "Full Linear Control of a Quadrotor UAV, LQ vs H_∞", UKACC International Conference on Control, pp. 133-138, 2014.

[6] I. Sonnevend, "Analysis and model based control of a quadrotor helicopter", Master's Thesis, Pazmany Peter Catholic University Faculty of Information Technology Computer Engineering, Budapeşte, 2010.

[7] F. Sabatıno, "Quadrotor control: Modeling, Nonlinear Control Design, and Simulation", Master's Project, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, 2015.

[8] Pang T., "Design, Prototyping and Autonomous Control of Gasoline-Engine Variable-Pitch Quadcopter", Master's Thesis , National University of Singapore Institute of Electrical and Computer Engineering, Singapore, 2016.

[9] H. Yazıcı, "Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu Ve Dayanıklı H_∞ Denetleyiciyle Deprem Etkisi Altındaki Yapısal Sistemlerin Titreşimlerinin Kontrolü", Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2011.

[10] Ö. Turhan, "Optimizasyon Yöntemleri", Yüksek Lisans Ders Notları, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2010.

[11] S. Boyd, L. El Gahoui, E. Feron. And V. Balakrishnan, "Linear matrix inequalities in system and control theory ", SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, 1999.

[12] A. Delibaşı, "Doyumlu Eyleyicilere Sahip DPD Sistemler İçin Dayanıklı Denetleyici Tasarımı", Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2008.

[13] Aktas A., Yazici H., "Position Tracking Of Overhead Crane With Robust H_∞ Control Having Regional Pole Location Constraints", Istanbul International Conference On Progress In Applied Science – ICPAS, İstanbul, 2017.

[14] Sever M., Goktas G., Yazici H., Kucukdemiral I.B., "Linear Matrix Inequalities Based State Feedback and Reference Feedforward Actuator Saturated H-infinity Control of Small-Scale Unmanned Helicopter", Yildiz Technical University, Istanbul, 2018.

[15] Aktas A., Yazici H., Sever M., "LMI-based design of an I-PD+PD type LPV state feedback controller for a gantry crane", Transactions of the Institute of Measurement and Control 2019, vol. 41, no 6, pp. 1640–1655, 2019.

[16] J. Löfberg, "Yalmip: a toolbox for modelling and optimization in Matlab", IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design, Taipei, pp. 284-289, 2004.

[17] J. F. Strum, "Using SeDuMi 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones", Optimization Methods Software, vol. 11, no. 1-4, pp. 625-653, 1999.

[18] C. Onat, " Taşıt titreşimlerinin LPD temeline dayalı robust H∞ kontrolü", Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2006.

[19] I. Polat, " İki uzuvlu robot kolunun değişkenlere bağlı doğrusal kontrolü", Yüksek lisans tezi, Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2006.

[20] BAA Training, URL: http://www.baatraining.com/uav-types-how-to-choose-yours (Erişim Zamanı Şubat, 10, 2019).

```
Ix=4.856*10^-3;   %[kg.m^2]
Iy=4.856*10^-3;   %[kg.m^2]
Iz=8.801*10^-3;   %[kg.m^2]
Ax=0.25;          %[kg/s]
Ay=0.25;          %[kg/s]
Az=0.25;          %[kg/s]
Af=0;             %[kg.m^2/s]
Aq=0;             %[kg.m^2/s]
Ag=0;             %[kg.m^2/s]
g=9.81;           %[m/s^2]
M=0.468;          %[kg]
kn=5.7*10^-8;     %N/rpm^2
km=0.016;         %m
a1=(Iy-Iz)/Ix;    %[-]
a3=(Iz-Ix)/Iy;    %[-]
a5=(Ix-Iy)/Iz;    %[-]
Jp=3.357*10^-5;   %[kg.m^2]
kg=20;            %[s^-1]

Ctmp=[1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 ;
      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 ];


C=[ Ctmp
    zeros(8 ,12) [10 0 0 0 0 0 0 0 ;
```

```
                0 10 0 0 0 0 0 0 ;
                0 0 50 0 0 0 0 0 ;
                0 0 0 10 0 0 0 0 ;
                0 0 0 0 1 0 0 0;
                0 0 0 0 0 1 0 0 ;
                0 0 0 0 0 0 1 0 ;
                0 0 0 0 0 0 0 2 ]];

A=[  0  0  0  0  0  0  1   0   0   0    0    0;
     0  0  0  0  0  0  0   1   0   0    0    0;
     0  0  0  0  0  0  0   0   1   0    0    0;
     0  0  0  0  0  0  0   0   0   1    0    0;
     0  0  0  0  0  0  0   0   0   0    1    0;
     0  0  0  0  0  0  0   0   0   0    0    1;
     0  0  0  0  g  0  -Ax/M 0   0   0    0    0;
     0  0  0 -g  0  0  0   -Ay/M 0   0    0    0;
     0  0  0  0  0  0  0   0   -Az/M 0    0    0;
     0  0  0  0  0  0  0   0   0   -Af/Ix 0    0;
     0  0  0  0  0  0  0   0   0   0    -Aq/Iy 0;
     0  0  0  0  0  0  0   0   0   0    0    -Ag/Iz];

Atmp1=[-1  0  0 0 0  0;
        0 -1  0 0 0  0;
        0  0 -1 0 0  0;
        0  0  0 0 0 -1];

Aa=[      A            zeros(12,8)      ;
        Atmp1          zeros(4,14)      ;
      zeros(4,6)   Atmp1  zeros(4,8) ];

B=[   0  0   0   0 ;
      0  0   0   0 ;
      0  0   0   0 ;
      0  0   0   0 ;
      0  0   0   0 ;
      0  0   0   0 ;
      0  0   0   0 ;
      0  0   0   0 ;
      1/M 0   0   0 ;
      0  1/Ix  0   0 ;
      0  0   1/Iy  0 ;
      0  0   0   1/Iz ];

B2=[         B          ;
       zeros(8,4)   ];
```

```
B1=[   zeros(12,8) ;
            eye(8)     ];

D2=zeros(20,4);

D1=zeros(20,8);

[m,m]=size(A);
[m,n]=size(B2);
W=sdpvar(n,m);
X=sdpvar(m);
gama=sdpvar(1);

F1=[X*Aa'+Aa*X+W'*B2'+B2*W          B1          X*C'+W'*D2'     ;
                  B1'                -gama*eye(8)          D1'          ;
              C*X+D2*W                  D1          -gama*eye(m)]<0;
F2=X>0;
Fset=[F1,F2];
solution=optimize(Fset,gama);
X=value(X);
W=value(W);
K=W*inv(X);
K
```

Tezden Üretilmiş Yayınlar

İletişim Bilgisi: mibrahimagaoglu@gmail.com

Konferans Bildirileri

1. M. İbrahimağaoğlu, H. Yazıcı, “Dört Rotorlu Bir İnsansız Hava Aracının Optimal Yörünge Kontrolü”, Uluslararası bildiri, 4. Uluslararası Mühendislik Mimarlık ve Tasarım Kongresi, Istanbul, 2019.