T.C.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İKİ TEKERLEKLİ BİR TAŞITIN DİNAMİK ANALİZ VE DENGELEYİCİ JİROSKOP TASARIMI

Vedat KARAMAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Makine Teorisi ve Kontrol Programı

Danışman

Doç. Dr. Cihan Demir

Temmuz, 2019

T.C.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İKİ TEKERLEKLİ BİR TAŞITIN DİNAMİK ANALİZ VE DENGELEYİCİ JİROSKOP TASARIMI

Vedat KARAMAN tarafından hazırlanan tez çalışması 09.07.2019 tarihinde aşağıdaki jüriler tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Makine Teorisi ve Kontrol Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Cihan Demir

Yıldız Teknik Üniversitesi

Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Cihan DEMİR, Danışman

Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Doç. Dr. Semih SEZER

Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Dr. Öğr. Üyesi Yasin KARAGÖZ

İstanbul Medeniyet Üniversitesi _____

Danışmanım Doç. Dr. Cihan DEMİR sorumluluğunda tarafımca hazırlanan İki Tekerlekli Bir Taşıtın Dinamik Analiz ve Dengeleyici Jiroskop Tasarımı başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim

Vedat KARAMAN

İmza

Aileme

ve

biricik eşime

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamda kıymetli bilgi, birikim ve tecrübeleri ile bana destek olan ilgisini ve önerilerini göstermekten kaçınmayan değerli danışman hocam sayın Doç. Dr. Cihan Demir'e sonsuz teşekkür ve saygılarımı sunarım.

Çalışmam süresince tüm zorlukları benimle göğüsleyen, çalışmamın her evresinde desteğini ve bana olan güvenini benden esirgemeyen farklı bakış açısıyla hayattaki yol göstericim değerli eşim Pınar Geçkili Karaman'a, tüm hayatım boyunca her zaman yanımda olan babam Niyazi Karaman'a, annem Nazime Karaman'a, moral kaynağım sevgili kardeşlerime ve desteklerini esirgemeyen Geçkili ailesine, kuzenlerim Rıdvan Can, Muğdat Binzet'e, değerli öğrencim Karabey Tayfur'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Vedat KARAMAN

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ vii
KISALTMA LİSTESİ viii
ŞEKİLLER LİSTESİ iix
TABLO LİSTESİ xi
ÖZET xii
ABSTRACT xiv
1 Giriş 1
1.1 Literatür Özeti 1
1.2 Tezin Amacı 4
1.3 Hipotez 5
2 Jiroskop Teorisi 6
2.1 Jiroskop 6
2.2 Jiroskop Uygulamaları 9
2.3 Jiroskobik Denge 11
3 İki Tekerlekli Jiroskop Taşıt Modeli ve Matematiksel Model Çalışmaları 14
3.1 İki Tekerlekli Jiroskop-Taşıt Modeli 14
3.1.1 Jiroskop Taşıt Modelinin Doğrusal Olmayan Matematiksel Modeli ... 15
3.2 Doğrusallaştırma ve Durum Uzay Modeli 20
4 Durum Uzayında Kontrolcü Tasarımı 24
4.1 Sistem Kararlılığı 24
4.2 Jirsokop-Taşıt Modelinin Kontrol Edilebilirlik ve Gözlenebilirliği 24
4.3 Kutup Yerleştirme Yöntemi İle Tam Durum Geri Beslemeli Kontrolcü Tasarımı 26
4.4 Doğrusal Karesel Regülatör (Düzenleyici) Yöntemi İle Kontrolcü Tasarımı 32
4.4.1 Tavlama Benzetimi ile Q ve R Matrislerinin Seçimi 36
5 Deneysel Çalışmalar 38
5.1 Fiziksel Sitem Kurulumu 38
6 Bulgular ve Değerlendirme 41
6.1 Simülasyon Çalışmaları 41
6.1.1 Sistem Doğrulama Testleri 42
6.2 Kutup Yerleştirme Yöntemi İle Tasarlanan Kontrolcü Testleri. 45

6.3 LQR Yöntemi ile Tasarlanan Kontrolcü Testleri..... 47
6.4 Doğrusal ile Doğrusal Olmayan Modellerin ve Tasarlanan Kontrolcülerin Karşılaştırılması..... 51
6.5 Farklı Konfigürasyonların Sistem Cevapları..... 54
6.6 Deneysel Bulgular..... 56
7 Sonuçlar ve Öneriler..... 60
Kaynakça..... 62
A Matlab Simülasyon Kodları..... 65
B Matlab Bozucu Giriş Ölçeklendirme Kodları..... 68
C Sistem Birim Basamak Girişi Matlab Kodları..... 69
D Sistemin Doğrusal Olmayan Modelinin Matlab Kodları..... 73
E Sistemin Doğrusal Olmayan Modelinin Matlab Çözüm Kodları..... 75
F Tavlama Benzetimi Matlab Kodları..... 78
Tezden Üretilmiş Yayınlar..... 81

SİMGE LİSTESİ

i	x eksenindeki birim vektör
j	y eksenindeki birim vektör
k	z eksenindeki birim vektör
T	Taşıt
wn	Doğal frekans
θ	Taşıtın yan yatma (devrilme) açısı
α	Jiroskobun devinim açısı
d1	Taşıtın kütle merkezinin yüksekliği
d2	Jiroskobun kütle merkezinin yüksekliği
Ω	Disk (Volan) açısal hızı
ξ	Sönüm oranı

KISALTMA LİSTESİ

Ijx	Jiroskop diskinin x eksenindeki atalet momenti
Ijy	Jiroskop diskinin y eksenindeki atalet momenti
Ijz	Jiroskop diskinin z eksenindeki atalet momenti
Itx	Taşıtın x eksenindeki atalet momenti
Ity	Taşıtın y eksenindeki atalet momenti
Itz	Taşıtın z eksenindeki atalet momenti
LQR	Doğrusal Karesel Düzenleyici
mj	Jiroskop disk kütlesi
mt	Taşıt kütlesi
OS	Maksimum aşma
PID	Orantılı İntegral Türev Kontrolcü
Tj	Jiroskopun kinetik enerjisi
Tt	Taşıtın kinetik enerjisi
Uj	Jiroskopun potansiyel enerjisi
Ut	Taşıtın potansiyel enerjisi
Vj	Jiroskobun çizgisel hızı
Vt	Taşıtın çizgisel hızı
wj	Jiroskop diskinin açısal hızı
wt	Taşıtın açısal hızı

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1 Otomobilin tarihsel gelişimi. [2] 2

Şekil 1.2 Y.Yavin tarafından tasarlanan bisiklet modeli.[11] 3

Şekil 2.1 Foucault jiroskobu: a) disk; b) dönüş eksenleri; c) iç çerçeve; d) iç bağlantı; e) dış çerçeve; f) dış bağlantı; g) dayanak. [21]..... 6

Şekil 2.2 Jiroskopların sınıflandırılması. [24] 8

Şekil 2.3 Murata Boy – Kendini dengeleyebilen bisiklet robot.[27]..... 10

Şekil 2.4 LIT motor firmasının ürettiği C-1 modeli. [28]..... 10

Şekil 2.5 Jiroskop ters sarkaç modeli.[18] 11

Şekil 2.6 Jiroskobik etkiler.[29]..... 12

Şekil 3.1 İki tekerlekli jiroskop taşıt modeli. 14

Şekil 3.2 Taşıtın serbest çisim diyagramı. 15

Şekil 4.1 Açık çevrim birim basamak cevabı. 24

Şekil 4.2 Baskın kutuplar ve kutup seçme bölgesi. 30

Şekil 4.3 Kutup Yerleştirme kontrol yöntemi ile tasarlanan geri besleme kontrolörün blok diyagramı. 31

Şekil 4.4 Kutup yerleştirme kontrol yöntemi MATLAB paket programı. 31

Şekil 4.5 LQR kontrol yöntemi ile tasarlanan geri besleme kontrolörün blok diyagramı..... 35

Şekil 4.6 LQR kontrol yöntemi MATLAB paket programı. 35

Şekil 4.7 Tavlama Benzetimi algoritmasının Q ve R matrislerinin belirlenmesinde kullanımı. 37

Şekil 5.1 İki tekerlekli jiroskop taşıt modelinin fiziksel yapısı. 39

Şekil 6.1 Taşıtın 5 derecelik açı yapması durumunda sistemin doğrusal olmayan modelinin dinamik durumundaki değişim. 42

Şekil 6.2 Taşıtın 5 derecelik açı yapması durumunda sistemin doğrusal modelinin dinamik durumundaki değişim. 43

Şekil 6.3 Taşıtın -5 derecelik açı yapması durumunda sistemin doğrusal olmayan modelinin dinamik durumundaki değişim. 43

Şekil 6.4 Taşıtın -5 derecelik açı yapması durumunda sistemin doğrusal modelinin dinamik durumundaki değişim. 44

Şekil 6.5 Taşıta 1 birimlik bir bozucu giriş yapılması durumunda sistemin doğrusal olmayan modelinin dinamik durumundaki değişim. 44

Şekil 6.6 Taşıta 1 birimlik bir bozucu giriş yapılması durumunda sistemin doğrusal modelinin dinamik durumundaki değişim. 45

Şekil 6.7 Kutup yerleştirme yöntemi 1. seçim [-12 -8 -4+7.83j -4-7.83j] sistem cevabı. 46

Şekil 6.8 Kutup yerleştirme yöntemi 2. seçim [-40 -20 -4+7.83j -4-7.83j] sistem cevabı. 46

Şekil 6.9 Kutup yerleştirme yöntemi 2. seçim [-48 -40 -4+7.83j -4-7.83j] sistem cevabı. 47

Şekil 6.10 LQR 1. seçim sistem başlangıç durum cevabı. 48

Şekil 6.11 LQR 2. seçim sistem başlangıç durum cevabı. 48

Şekil 6.12 LQR 3. seçim sistem başlangıç durum cevabı. 49

Şekil 6.13 LQR tavlama benzetimi sistem başlangıç durum cevabı. 50

Şekil 6.14 Doğrusal ve doğrusal olmayan sistem cevabı..... 51

Şekil 6.15 Doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin kontrollü 5 derecelik devrilme açısına verdiği cevap. 51

Şekil 6.16 Ölçeklendirilmiş referans girişli sistem şeması. 52

Şekil 6.17 Farklı kutup seçimleri ve farklı ağırlık matrisi seçimlerine göre sistemin birim basamak cevabı. 53

Şekil 6.18 Tavlama benzetimi ile ağırlık matrisleri seçilen LQR kontrolcü frekans alanı analizi. 54

Şekil 6.19 Farklı disk dönme hızlarında sistemin cevabı. 55

Şekil 6.20 Farklı disk yüksekliklerinde sistemin cevabı. 55

Şekil 6.21 Farklı disk yüksekliklerinde sistemin cevabı. 56

Şekil 6.22 Deneysel sistem davranışı. 57

Şekil 6.23 Kontrolsüz sistemin deneysel açı ölçümü. 58

Şekil 6.24 Servo motor ile kontrol edilen deneysel sistem cevabı. 58

TABLO LİSTESİ

Tablo 6. 1 Taşıt Jiroskop Modelinin Fiziksel Özellikleri 41
Tablo 6. 2 Sistem doğrulama testleri 42
Tablo 6. 3 Tasarlanan tüm kontrolcülerin performans değerleri 53

ÖZET

İki Tekerlekli Bir Taşıtın Dinamik Analiz ve Dengeleyici Jiroskop Tasarımı

Vedat KARAMAN

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Makine Teorisi ve Kontrol Programı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Cihan DEMİR

İnsanoğlunun yapmış olduğu teknoloji ürünlerinin içinde taşıtlar büyük bir öneme sahiptir. İcat edildikleri günden itibaren sürekli bir değişim ve gelişim içinde olan taşıtlar, farklı ihtiyaçlar doğrultusunda bu gelişime devam etmektedir. Taşıt teknolojisi konfor, hız, güvenlik, sağlamlık gibi ihtiyaçlardan dolayı sürekli araştırma konusu olmuştur. Taşıtların insan hayatını kolaylaştırma etkisi olmasının yanında, kalabalıklaşan toplumlarla beraber çeşitli problemlere sebep olduğu da bilinmektedir. Bu problemlere örnek olarak hava kirliliği, trafik kazaları, kalabalık şehirlerdeki trafik sıkışıklığı gösterilebilir. İnsan hayatının vazgeçilmezi haline gelen taşıtlardan kaynaklı sorunlara çözüm ve taşıtları geliştirmeye yönelik bilimsel çalışmalar devam etmektedir. Geleneksel dört tekerlekli taşıt yapısından farklı olarak, iki tekerlekli ve üç tekerlekli taşıtlar da mevcuttur. İki tekerlekli taşıtların kullanımı; küçük boyutlu olması, trafik problemini azaltıcı ve park sorununu giderici etkileri sebebi ile günümüzde önem kazanmıştır. Bunun yanında sürücü hatalarını en aza indirmek adına otonom taşıtlara olan ilgide günden güne artmaktadır. Bu çalışmada kullanıcı için önemli bir yere sahip olan iki tekerlekli taşıt modelinin denge problemine çözüm olarak jiroskop tasarımı sunulmuştur. Jiroskop-taşıt için matematiksel model oluşturup belirlenen sistem gereklilikleri göz önüne alınarak, kontrolcü tasarımı yapılmıştır. İlk olarak kutup yerleştirme yöntemi ile üç farklı kutup konumlarında durum geri besleme kontrolcü , daha sonra Bryson yöntemi ile başlangıç noktası seçimi yapılarak üç farklı ağırlık matrisi için doğrusal karesel düzenleyici [linear quadratic regulator (LQR)] kontrolcüler ve son olarak tavlama benzetimi algoritması kullanılarak ağırlık matrisleri belirlenen LQR kontrolcüler

tasarlanmıştır. Tasarlanan kontrolcülerin birim basamak cevapları, sistemin doğrusal modeli kullanılarak kıyaslanmıştır. Ayrıca tasarlanan kontrolcüler sistemin doğrusal olmayan modeli üzerinden, farklı başlangıç şartları doğrultusunda, performans açısından birbiri ile karşılaştırılmıştır. Amaç, jiroskobun devinim açısına göre daha iyi performans sunan kontrol stratejisini belirlemektir. Matlab ortamında yapılan simülasyon çalışmaları, jiroskop devinim açısı ile oluşan devrilmeye ters yönde torkun iki tekerlekli taşıtı dengelediğini göstermiştir. Ayrıca bahsedilen Matlab çalışmaları, tasarlanan kontrolcülerin taşıt sistemini başarıyla kontrol edebildiğini göstermektedir. Birim basamak cevapları üzerinden yapılan kıyaslamada kutup yerleştirme yöntemi ile tasarlanan seçim 2 ve seçim 3'ün sitemi kontrol edebildiği fakat sistem gerekliliklerini sağlamadığı, kutup yerleştirme seçim 1, LQR seçim 1,2,3 ve tavlama benzetimi ile ağırlık matrisleri belirlenen kontrolcülerin performans kriterlerini sağladığı tespit edilmiştir. Ek olarak disk dönme hızının, disk ağırlığının, disk yüksekliğinin sistem üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Deneysel çalışmalar ile teorik olarak yapılan simülasyon çalışmalarının sonuçları doğrultusunda iki tekerlekli taşıt denge problemini giderici jiroskopun uygulanabilirliği ve LQR yöntemi ile tasarlanan kontrolcünün kullanılabilirliği gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: taşıt dinamiği, jiroskop taşıt, LQR kontrol, kutup yerleştirme.

ABSTRACT

Dynamic Analysis of Two Wheeled Vehicle and Stabilizer Gyroscope Design

Vedat KARAMAN

Mechanical Engineering

Machine Theory and Control Program

Master Thesis

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Cihan DEMİR

Vehicles have a great importance in the technological products made by human. Since the day they were invented, the vehicles that have been in a constant change and development which continues in line with different needs. Vehicle technology has always been the subject of research due to the needs such as comfort, speed, safety and durability. Besides the effects of vehicles to facilitate human life, it is known that it causes various problems together in crowded societies. These problems can be shown as examples, air pollution, traffic accidents, traffic congestion in crowded cities. Scientific studies are carried out to solve problems caused by vehicles and to develop vehicles that becoming indispensable to human life. Unlike the traditional four-wheeled vehicle structure, two-wheeled and three-wheeled vehicles are also available. Use of two-wheeled vehicles; due to its small size, reducing the traffic problem and reducing the parking problem, it has gained importance today. In addition, the interest in autonomous vehicles increases day by day to minimize driver errors. In addition, the interest in autonomous vehicles is increasing day by day to minimize driver errors. In this study, gyro design is presented as a solution to the balance problem of the two-wheeled vehicle model which has an important place for the user. For the gyroscope-vehicle, a mathematical model was created and a controller design was made considering the system requirements. Firstly, state feedback controller at three different pole positions with pole insertion method, is designed then linear quadratic regulator controllers is designed for three different weight matrices by selecting the starting point with the Bryson method and finally LQR is designed using the simulated

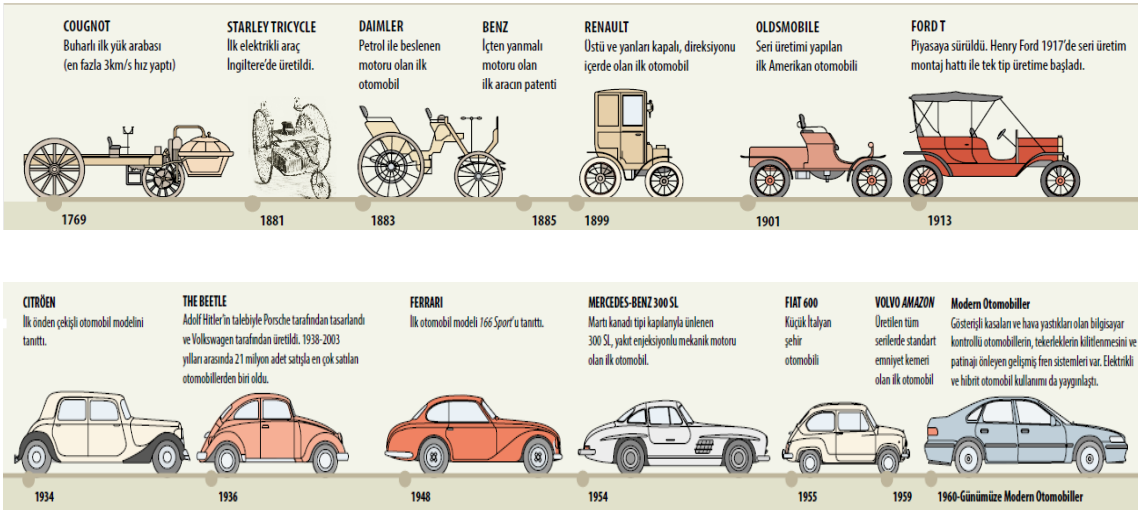
annealing algorithm to determine the weight matrices. The unit step responses of the designed controllers were compared using the linear model of the system. Also, the designed controllers were compared with each other in terms of performance according to different starting conditions via the nonlinear model of the system. Simulation studies in the Matlab environment has shown that gyroscope precession torque provides the balancing vehicle. In addition, Matlab studies has clarified that the designed controllers can successfully control the vehicle system. In the comparison made over the unit step answers, it was determined that the selection 2 and the selection 3 designed with the pole placement method could control the system but did not meet the system requirements, pole placement selection 1 LQR selection 1,2,3 and simulated annealing has been found to provide performance criteria. In addition, the effect of disc rotation speed, disc weight, disc height on the system was investigated. In line of the results of experimental studies and theoretical studies, applicability of gyroscope for two-wheeled vehicle balance problem and the availability of the controller designed with the LQR method have presented.

Key words: vehicle dynamic, gyrocar, LQR control, pole placement.

1
Giriş

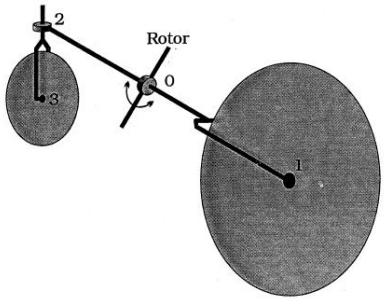
1.1 Literatür Özeti

İnsanlık tarihinin ilk dönemlerinden itibaren insan vücudunun taşıma ve yolculuk yapma konusundan limitli olduğu fark edilmiştir. Daha uzun mesafeler boyunca yolculuk yapma ve yük taşımak için uygun hayvanların evcilleştirilmesi yoluyla büyük bir ilerleme kaydedilmiştir. Tekerleğin icadı ile daha ağır yüklerin taşınabileceği taşıtlar yapılmaya başlanmıştır ve bu taşıtlara uygun yol gerekliliği ortaya çıkmıştır. Taşıtların yapımında malzeme ve üretim yöntemi geliştirilmiş ama tek hareket kaynağı hayvan olduğu için hız ve taşıma gücünde büyük bir ilerleme gerçekleştirilememiştir. 18. ve 19. yy boyunca buhar motorunun geliştirilmesi ve üretilmesi taşıtlara uygulanmasına ön ayak olmuş bunun sonucunda ilk denemeler çok başarılı olmasa da geleceğe dönük umut verici örnek taşıtlar üretilmiştir.[1] 19. yy'ın sonlarında fosil yakıtlı, güç tahrikli, içten yanmalı motorların geliştirilmesi ile günümüzde kullanılan araçların ilk örnekleri yapılmıştır.[1] Günümüzde içten yanmalı motorların uygulandığı birer ulaşım aracı olan uçak, gemi, kamyon, otobüs, otomobil, motosiklet gibi taşıtlarda devam eden bir gelişim süreci vardır. Farklı enerji kaynaklarının geliştirilmeye çalışılmasının yanı sıra taşıt tasarımı büyük bir yol almıştır. Taşıtların hareket halinde birçok dış etkene maruz kalması taşıtın dinamik davranışlarının incelenmesini zorunlu kılmıştır. Bu dış etkenler altında taşıtın rahat ve stabil bir hareket yapabilmesi için birçok çalışma yapılmış ve taşıta dışardan etki eden bozucu etkilerin etkisi azaltılmaya çalışılmıştır. Bunun sonucu olarak bir araştırma konusu olan taşıt dinamiği konusunda birçok çalışma yapılarak taşıt tasarımı geliştirilmiş ve geliştirilmeye devam etmektedir.



Şekil 1.1 Otomobilin tarihsel gelişimi. [2]

Taşıt dinamiği konusunda yapılan çalışmaların amacı taşıtın dinamik davranışlarını bozucu etkilerden kurtarmak ve taşıta uygun hareket yeteneğini kazandırmaktır. Bu bağlamda iki tekerlekli taşıt modelinin statik ve dinamik durumunu geliştirici birçok çalışma yapılmıştır. Ayrıca son yıllarda nüfusun çok kalabalıklaşması, büyük şehirlerde trafik ve park sorunu oluşturmaktadır. Bu soruna çözüm olarak daha küçük boyutlara sahip iki tekerlekli taşıtların önerilebilir olması bu konudaki çalışmaların önemini artırmıştır. Fakat iki tekerlekli taşıtların denge problemi önerilen çözüm önerisi için problem yaratmaktadır. İki tekerlekli bir taşıtın stabil durması önemli bir araştırma konusudur. Bu sorun ilk olarak 1905'te Louis Brennan tarafından ele alınmıştır[3]. Ardından 1924 te Shilovski'nin [4, 5] çalışmaları jiroskop ile bu sorununun çözülebileceğini göstermiştir. S. Timoshenko' nun[6] yapmış olduğu çalışmalar ışığında D.E Jones[7] tarafından yapılan çalışmada iki tekerlekli taşıt modeli olarak bisikletin sürücü tarafından nasıl kontrol edildiği deneysel olarak incelenmiştir. Daha sonra R. S. Sharp[8], R. E. Klein[9], K. J. Astrom,RE Klein ve A. Lennartsson[10] tarafından yapılan çalışmalarda iki tekerlekli bir taşıt olarak incelen bisiklet ve motosikletin stabil durması için ön tekerleğin dönebiliyor olması sonucu ortaya çıkan jiroskobik etkinin önemli olduğu tespit edilmiştir. Y. Yavin[11] tasarladığı bisiklet modelinde sürücüsüz bisikletin stabil duruşunu üst boru üzerine montelenmiş olan bir rotorun devrilme momentine karşı üretmiş olduğu tork ile sağlamıştır.



Şekil 1.2 Y.Yavin tarafından tasarlanan bisiklet modeli.[11]

Y. Tanaka ve T. Murakami[12] yaptıkları deneysel çalışmada basitleştirilmiş iki tekerlekli taşıt modeli olan bisikletin matematiksel modeli üzerinden jiro sensör kullanarak düz çizgi boyunca stabil durmasını sağlayacak kontrolcü geliştirmişlerdir. Benzer şekilde M. Defoort ve T. Murakami [13] yapmış oldukları çalışmada kontrolör olarak kayan kipli kontrolcü kullanmışlardır fakat hızın sıfır olması durumu için başarılı olamamıştır. İki tekerlekli taşıtların dinamik davranışlarını geliştirici çalışmalar jiroskop uygulamaları ile devam etmektedir. Jiroskop, sabit bir noktadan geçen anlık bir eksen etrafında yüksek açısal hızda dönebilen katı bir gövde olarak tanımlanmaktadır.[14] Statik olarak kararsız olan araçları stabilize etmek için kullanılabilen jiroskop; deniz, havacılık, askeri, sensör, kontrol alanlarında çok çeşitli uygulamalara sahiptir[15]. N.C. Townsend,A.J.Murphy ve R.A.Shenoi[16] tarafından yapılan çalışma deniz araçlarının sudan kaynaklı maruz kaldıkları hareketlerini bozucu etkiyi uygun jiroskop tasarımı ile elimine edebileceğini göstermiştir. İkinci bölümde ayrıntılı incelenecek olan jiroskop ile ilgili bir diğer çalışma; Stephen C.Spry ve Anouck R.Girard[17] tarafından yapılan tek raylı ve iki tekerlekli taşıtların dinamik stabilizasyonunun araç içinde bir jiroskopun ürettiği tork ile geçekleştirilebileceğidir. Harun Yetkin ve çalışma arkadaşları[18] yaptıkları çalışmada iki tekerlekli taşıt modeli olarak kullanılan bisikletin dinamik ve statik stabilizasyonu için yerçekimi ivmesinin oluşturduğu devrilme torkunu ve dinamik kuvvetlerin oluşturduğu kuvvetleri jiroskobun ters yönde oluşturduğu tork ile dengelemenin mümkün olduğunu göstermişlerdir. Aynı çalışmada deneysel düzenekler kurulmuş ve jiroskobun ürettiği torku kontrol etmek için kayan kipli kontrolcü ve PID (orantılı-integral-türev-kontrol) kontrolör performansları

karşılaştırılmıştır.[18] Tao Zhang[19] yapmış olduğu tez çalışmasından trafik sorunu, yakıt tüketimi, park sorunu gibi problemlere çözüm önerisi olarak geliştirdiği iki tekerlekli aracın yer çekimi ivmesinden kaynaklı dengesiz hareketlerini önlemek amacıyla devrilme torkuna ters yönde tork üreten jiroskop uygulamasını önermiştir. Bu uygulama ile taşıtı sıfır ve düşük hızlarda stabil durmasını sağlayan bir tasarım geliştirmiştir. Bu çalışmada iki tekerelekli taşıt modelinin denge problemi incelenmiştir.

Bu çalışmanın literatürde yapılmış çalışmalardan farkları:

I. Sistemin matematiksel modeli oluşturulurken literatürde yapılan çalışmalardan farklı olarak taşıt, jiroskop disk ve jiroskop çerçevesi kütlesi olarak belirlenen üç kütle yerine jiroskop disk kütlesi ve taşıt kütlesi belirlenip jiroskop disk çerçeve kütlesi taşıt kütlesi içine dahil edilerek sistemin matematiksel modeli oluşturulmuştur.
II. Tasarlanan LQR kontrolcü ağırlık matrisleri tavlama benzetimi algoritması ile de belirlenerek deneme yanılma yönteminin öznelliğinden kaçınılmıştır.
III. Jiroskop disk parametrelerinin (disk ağırlığı, disk açısal hızı, disk ağırlık merkezi yüksekliği) sistem üzerindeki etkileri araştırılmıştır.
IV. Deneysel düzenek oluşturulurken jiroskop disk çerçevesinin iç ve dış çerçeveden oluşması yerine taşıt gövdesi üzerine yataklanmış rulman kullanılarak disk tek çerçeve ile taşıt üzerine yerleştirilmiştir.

1.2 Tezin Amacı

Bu çalışmada iki tekerlekli taşıtın denge problemine çözüm önerisi olarak jiroskop uygulanabilirliği araştırılmıştır. Bu doğrultuda taşıtın hareket denklemleri Lagrange yöntemi kullanılarak oluşturulup MATLAB ortamında simülasyon yapılarak jiroskop devinim açısını kontrol etme amacıyla kutup yerleştirme ve doğrusal karesel regülatör yöntemleri ile tasarlanan tam durum geri besleme kontrolcüleri karşılaştırılmış ve bunun sonucunda, uygun kontrolör tasarım önerisinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bunun yanında deneysel çalışmaya öncülük etmesi hedefi ile jiroskop disk parametrelerinin sistem üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Teorik olarak elde edilen sonuçlar deneysel olarak gerçeklenmeye çalışılacaktır.

1.3 Hipotez

Tasarlanan taşıt jiroskop modelinde jiroskop disk parametrelerinin sistem üzerindeki etkileri aşağıda belirtilen şekilde beklenmektedir.

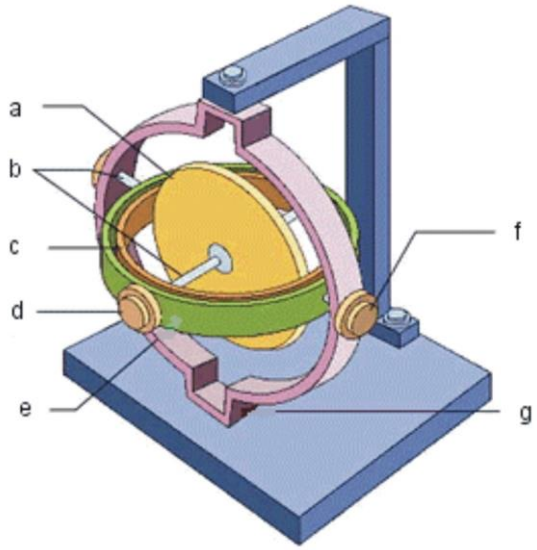
I. Jiroskop disk ağırlığının artmasının sistemi dengeleyecek jiroskobik etkiyi iyileştirmesi beklenmektedir.
II. Jiroskop disk hızının artmasının sistemi dengeleyecek jiroskobik etkiyi iyileştirmesi beklenmektedir.
III. Jiroskop disk ağırlık merkezinin yükseltilmesinin sistemi dengeleyecek jiroskobik etkiyi kötüleştirmesi beklenmektedir.

Kutup yerleştirme ve LQR yöntemleri ile tasarlanan tam durum geri besleme kazanç matrislerinin deneysel olarak yapılacak çalışmada kullanılabilir olduğu düşünülmektedir. Sonuç olarak; teorik olarak iki tekerlekli taşıtın matematiksel modeli yardımı ile yapılan MATLAB simülasyon modeline uygulanacak bozucu girişlerine karşı vereceği sistem cevaplarının birbiri ile tutarlı olması ve yapılacak olan deneysel çalışma sonuçlarının sistemin teorik olarak elde edilen cevaplarını doğrulayacağı öngörülmektedir.

2
Jiroskop Teorisi

2.1 Jiroskop

Eski zamanlardan itibaren simetri ekseni etrafında yüksek hızda dönen cismin pozisyonunu koruduğu bilinir. Uzun zaman dönen cismin bu özelliğinden pratikte yararlanılamamış ve sadece çocuk oyuncağı olarak bilinen topaç gibi basit bir işlevi olmuştur. Topaç sadece çocuk oyuncağı olarak kalmamıştır ve bilim adamlarının da dikkatini çekmiştir. İlk olarak (1642-1727) Newton bu cismin davranışını analiz etmiştir.[20] Newtonun yaptığı analiz ışığında 1852 de Leon Foucault dünyanın dönmesini kanıtlamak için tanıttığı aleti jiroskop olarak adlandırmıştır.[21]



Şekil 2.1 Foucault jiroskobu: a) disk; b) dönüş eksenleri; c) iç çerçeve; d) iç bağlantı; e) dış çerçeve; f) dış bağlantı; g) dayanak. [21]

Jiroskop; kütle merkezi sabit olan her yöne dönebilen bir cismin ve bu cismin yataklandığı eksenlerden oluşan bir düzenek olarak tanımlanır.[20] Genellikle disk olan bu dönen cisim; kütlesi ve boyutlarına göre jiroskop ataleti olarak bilinen ve mevcut hareket durumunu koruyan bir açısal momentum üretir. Bu moment kaynaklı oluşan direnç kuvveti bir çok mühendislik alanında sistem üzerine etki

eden bozucu momentleri elimine etmek için kullanılır.[22] Günümüzde bisiklet sistemlerinden uzay araçlarındaki gelişmiş navigasyon sistemlerine kadar geniş bir yelpazede kullanılan jiroskobun özelliklerine göre bir çok çeşidi vardır. Çoğunlukla, jiroskoplar aşağıdaki kriterlere göre sınıflandırılır[14, 23, 24]:

1. Çalışma Prensibine Göre:

A) Mekanik,

B) Lazer,

C) Nükleer.

2. Jiroskop Rotorunun Serbestlik Derecesinin Sayısına Göre:

A) Bir Serbestlik Dereceli

B) İki Serbestlik Dereceli

C) Üç Serbestlik Dereceli

3. Süspansiyon Tipine Göre

A) Kardan Süspansiyonlu

B) Kardan Süspansiyonsuz

4. Süspansiyon Ekseninin Kesişme Noktalarının Karşılıklı Konumu (Merkez Süspansiyon) ve Rotor Kütlesinin Merkezine Göre:

A) Astatik (Süspansiyon Merkezi, Kütle Merkezi ile Çakışmaktadır),

C) Statik Olmayan ("Ağır").

5. Askıya Göre Kardan İçermeyen (Çoğunlukla Küresel) Jiroskoplar Türleri:

A) Gazostatik,

B) Gazodinamik,

C) Yüzer,

D) Elektromanyetik,

E) Elektrodinamik,

F) Kriyojenik.

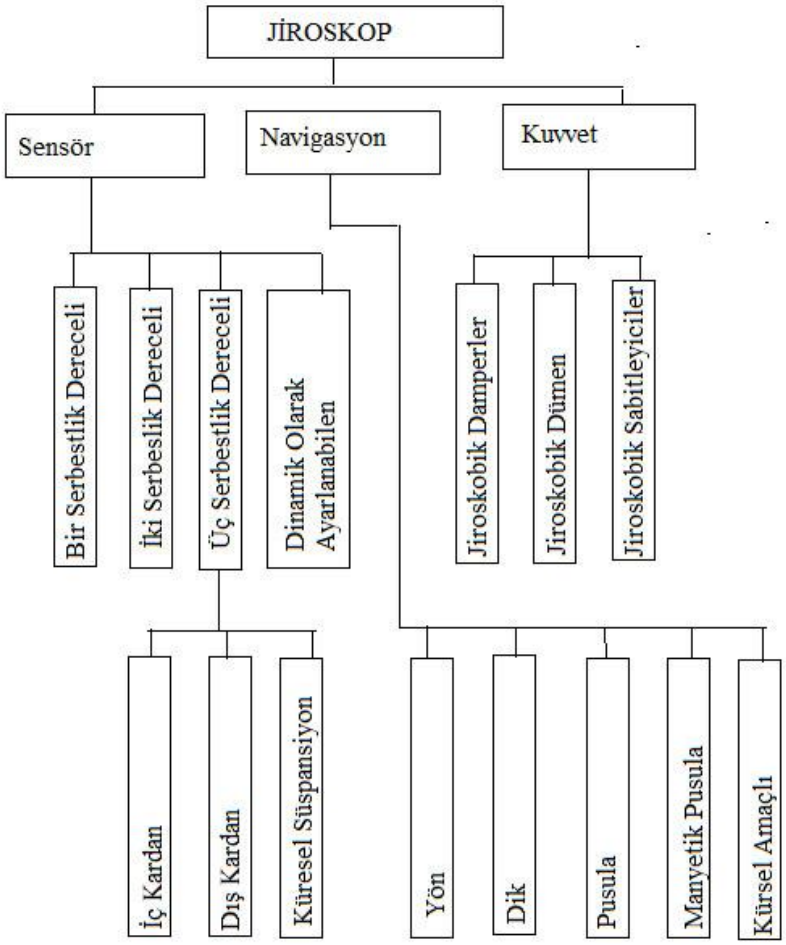
6. Rotor Tipine Göre:

A) Sert Bir Rotor İle

B) Elastik Bir Rotor İle

C) Sıvı Bir Rotor İle

Tüm bu sınıflandırmaları göz önüne alarak jiroskopları temel olarak üç sınıfa ayırabiliriz;



Şekil 2.2 Jiroskopların sınıflandırılması. [24]

Sensör jiroskoplar, açısal dengenin korunması ilkesiyle çalışır ve yön ölçümü veya ayarlamasında kullanılırlar. Navizgasyon uygulamalarında ise ufuk düzlemini ve meridyenleri bulmak için kullanılır. Kuvvet aleti olarak kullanılan jiroskoplar açısal stabilizasyon, titreşim sönümleme, kontrol torku oluşturma gibi alanlarda kullanılır. Bu çalışmada jiroskop iki tekerlekli taşıtın devrilmesini engelleyici

moment oluşturma amacıyla kullanılacaktır. Böylelikle kullanıcı hareketleri ile dengelenen iki tekerlekli taşıtın kendi kendine dengelenmesi sağlanacaktır. Kullanıcı etkisinin azaltılması güvenlik açısından önem arz etmektedir. Otonom taşıt teknolojisinin ilerlediği günümüzde iki tekerlekli taşıtların denge probleminin giderilmesi ile otonom taşıt tipine uyarlanması mümkün olmaktadır.

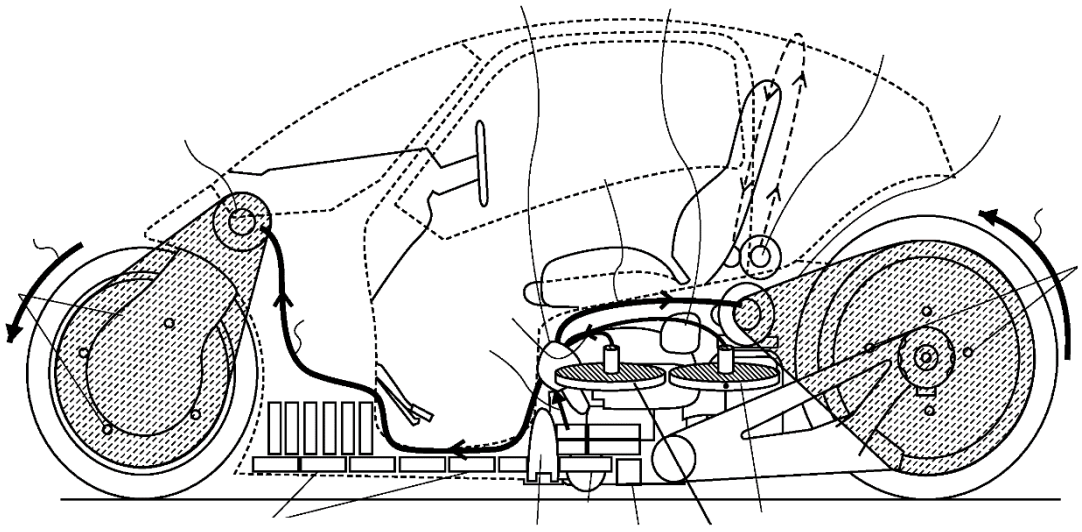
2.2 Jiroskop Uygulamaları

Jiroskopun en eski ve en çok kullanılan uygulamalarından biri 1908 de Alman mühendis tarafından patenti alınan jiroskoplu pusuladır. 1911 de Amerika'da gemilerin gövdelerine uygulanan salınımsal gerilmelerin azaltılmasında ve dalgaların sebep olduğu dönme açılarının sönümlenmesinde stabilizatör olarak kullanılması farklı bir uygulama şekline örnektir.[25] Bunun yanında uçaklarda açısal yer değiştirmeyi kontrol etmek ve ufuk çizgisinin tespitinde kullanılması mümkündür. Benzer olarak hedef tespiti silah yörüngesinin kontrolü açısından askeri silah teknolojisinde önemli bir yere sahiptir. Ayrıca askeri uygulamalarda atalet sensörü olarak kullanılarak ivme, açısal hız ölçümlerinde kullanılabilir. Mikro-elektro-makanik (MEMS) sensör olarak adlandırılan bu sensör boyutları ve ağırlıkları sebebi ile maliyet düşürücü özelliklere ve geniş bir uygulama alanına sahiptirler.[26] Jiroskop çeşitli araçlarda jiro-stabilizatör olarak kullanılmıştır. İlk olarak 1903'te tek raylı taşıt (Brennan monorail car) ve 1914'te iki tekerlekli taşıt (Schilovsky two-wheel car) geliştirilmiştir[25]. Günümüzde uzay araçlarından iki tekerlekli kara taşıtlarına kadar birçok ulaşım aracında kullanılmaktadır.



Şekil 2.3 Murata Boy – Kendini dengeleyebilen bisiklet robot.[27]

2005 yılında Murata tarafından içinde tork jeneratörü olarak bir denge tekerleği bulunduran ve böylelikle dengede durabilen bisiklet robot üretilmiştir.[27] LIT Motors tarafından üretilen C-1 model araç, jiroskop stabilite sistemi içeren bir aracın en gelişmiş ve işleyen örneklerinden biridir. Araçta şasi, tekerlek ve volanların yönelimlerini saptamak ve araç üzerindeki değişimleri jiroskop ile ilişkilendirmek için birçok sensör kullanılmıştır.[28]

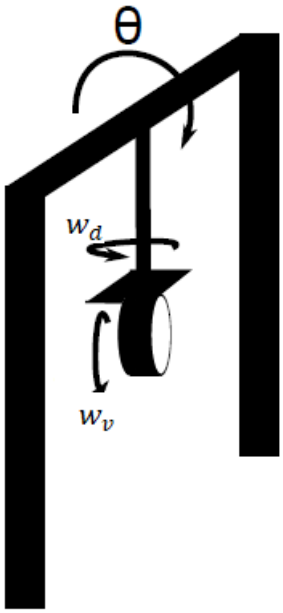


Şekil 2.4 LIT motor firmasının ürettiği C-1 modeli. [28]

C-1, aynı zamanda güvenilir işleten pazarlanabilir jiroskobik stabiliteye sahip ilk iki tekerlekli araçtır. Jiroskob ve uygulama alanlarının zaman içerisindeki bu değişimi ve gelişimi araçtırmacılar için bir ilham kaynağı olmuştur. Jiroskobik stabilite düşüncesi bir çok alanda kullanılabilecek bir buluş olduğunu gün geçtikçe uygulama alanları ile gösterecektir.

2.3 Jiroskobik Denge

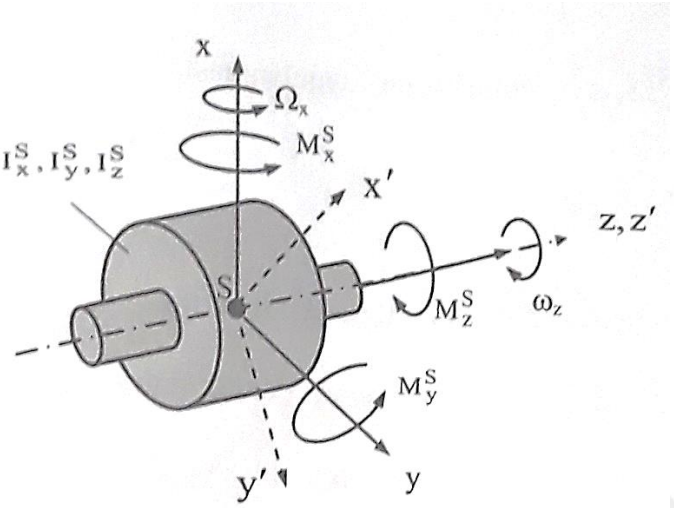
Ters sarkaç modeli üzerinden jiroskobik stabiliteyi anlatmak jiroskobu daha anlaşılır kılar. Şekil 2.6 da dengeleme çerçevesi üzerine asılmış volan ile oluşturulan sistemde w_d, w_v sırası ile devinim hareketinin ve volanın açısal hızını ifade etmektedir.



Şekil 2.5 Jiroskop ters sarkaç modeli.[18]

w_v sabit açısal hızı ile dönen volan dengeleme halkası üzerinde dönme hareketi yapabilmektedir. Yer çekimi kuvvetinin etkisi ile sistemin yatay düzlemle θ kadar açı yapması durumunda volan üzerinde bir tork oluşacaktır. Bu torku dengelemek ve yatay konuma geri getirmek için volan w_d açısal hızı ile dönerek ters yönde bir tork oluşturur. Oluşan bu torka devinim torku denir. Sonuç olarak dengeleme halkasının θ yönünde yaptığı hareket volan üzerinde w_d yönünde bir devinim torku oluşturmaktadır. [18]

Jiroskobik dengeyi detaylandırmak adına örnek olarak bir rotorun kendi dönme ekseni etrafında dönerken, bu eksene dik bir eksen etrafında döndürülmeye çalışılması bu iki eksene dik üçüncü eksen etrafında rotoru döndürmeye çalışan bir moment oluşturacağı konusu açıklanmıştır. Şekil 2.6'daki, kendi dönme ekseni z çevresinde sabit w_z açısal hızıyla dönen, fakat dönme ekseni de kendine dik ve uzayda sabit bir x ekseni çevresinde Ω_x açısal hızıyla döndürülen rotor göz önüne alınmıştır.[29]



Şekil 2.6 Jiroskobik etkiler.[29]

Şekil 2.6 göz önüne alındığında kütle merkezi S'yi başlangıç alan eksen takımı S x y z olarak seçilmiştir. Bu eksen takımının yalnızca z ekseninin, cisme bağlı bir S x' y' z' eksen takımınınki ile çakışık kalacağına dikkat edilerek rotorun dönme hareket denklemleri yazılmıştır. .[29]

$$M_x^P = I_{xx}^P w_x - I_{xy}^P w_y - I_{xz}^P w_z + I_{xx}^P a_x + I_{zz}^P \Omega_y w_z - I_{yy}^P \Omega_z w_y - I_{xy}^P(a_y - w_x\Omega_z) - I_{xz}^P(a_z + w_x\Omega_y) - I_{yz}^P(w_y\Omega_y - w_z\Omega_z) \quad (2.1)$$

$$M_y^P = I_{yy}^P w_y - I_{xy}^P w_y - I_{yz}^P w_z + I_{xx}^P w_x\Omega_z - I_{zz}^P w_z\Omega_x - I_{xy}^P(a_x + w_y\Omega_z) - I_{xz}^P(w_z\Omega_z - w_x\Omega_x) - I_{yz}^P(a_z - w_y\Omega_x) \quad (2.2)$$

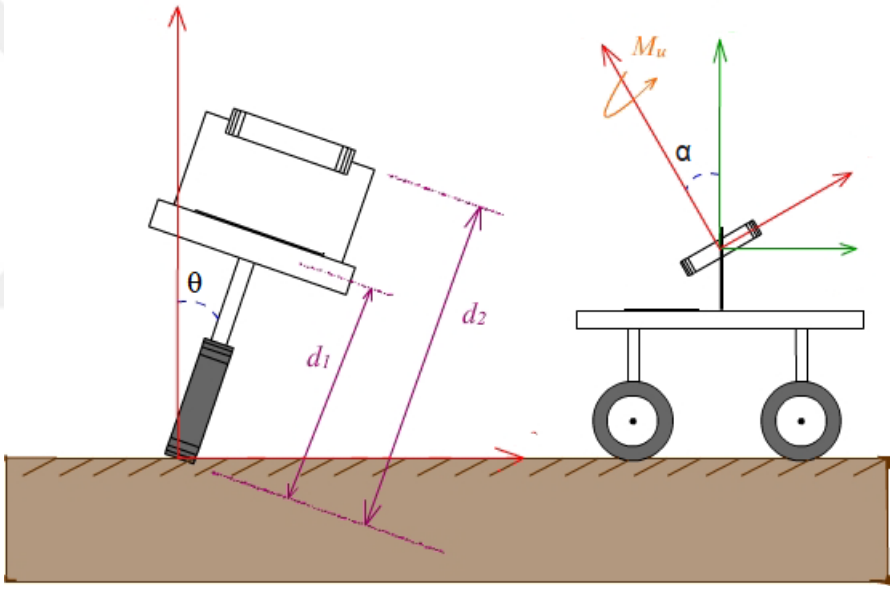
$$M_z^P = I_{zz}^P w_z - I_{xz}^P w_x - I_{yz}^P w_y + \left(I_{yy}^P w_y\Omega_x - I_{xx}^P w_x\Omega_y - I_{xy}^P(w_x\Omega_x - w_y\Omega_y) - I_{xz}^P(a_x - \Omega_y w_z) - I_{yz}^P(a_y + \Omega_x w_z)\right. \quad (2.3)$$

Bu teorik formüllere dayanarak jiroskobik etkinin taşıt devrilmesini engelleyici etkisinin kullanılması iki tekerlekli taşıtların daha güvenli ve kullanışlı olmasını sağlayacaktır.

3
İki Tekerlekli Jiroskop Taşıt Modeli ve Matematiksel Model Çalışmaları

3.1 İki Tekerlekli Jiroskop-Taşıt Modeli

Bir jiroskop ve taban plakasından oluşan bu taşıt modeli denge bozukluklarını algılayıp arabayı dengeleyen bir sistemden oluşur. Jiroskobun devrilmeyi önleme etkisi kullanılarak dış bozucu etkiler giderilir.



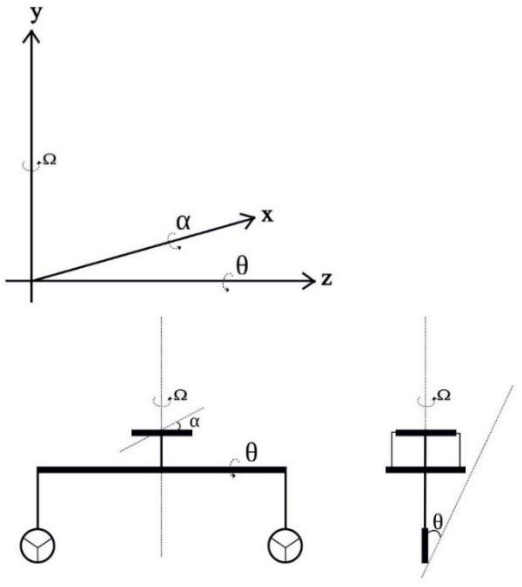
Şekil 3.1 İki tekerlekli jiroskop taşıt modeli.

Bu tasarımı seçmenin çeşitli avantajları vardır. İlk olarak tüm bileşenler jiroskobu mümkün olan en kompakt şekilde destekler, böylece jiroskobun aracı dengelemesini kolaylaştırır. Ayrıca, volanı barındıran koruyucu kafes bu konsepte uygulama açısından kolaylık sağlar ve taşıtı dengelemek için yüksek hızlarda dönen volan sistem arızası durumunda volan çerçevesinin konumu itibari ile güvenlidir. Öte yandan jiroskop daha büyük araç uygulamaları için çok faydalı olmaz. Jiroskopun ebadı ve ağırlığı, aracın ebadı ve ağırlığı ile doğrudan ilişkilidir. Daha büyük taşıt daha büyük jiroskop ve yüksek hız gerektirir. Bu nedenle, volanı

döndürmek için kayda değer miktarda güç gerektiren büyük bir motora ihtiyaç duyulacak ve önemli miktarda gürültü üretecektir. Bu faktörler sistemi oldukça pahalı hale getirir.

3.1.1 Jiroskop Taşıt Modelinin Doğrusal Olmayan Matematiksel Modeli

Sistemlerin dinamik analizinin yapılması ve kontrol edilebilmeleri için matematiksel olarak modellenmeleri gerekmektedir. Matematiksel model sistemin dinamik davranışlarını gerçek ya da gerçeğe yakın şekilde tanımlayan denklemlerden oluşur. Farklı disiplinlerde (mekanik, elektrik, termal, ekonomi, biyoloji) mevcut olan sistemler matematiksel diferansiyel denklemler şeklinde modellenebilir.[30] Diferansiyel denklemler oluşturulurken fiziksel kurallardan(Mekanik sistemler için Newton kanunları ,Elektriksel sistemler için Kirchoff kanunları) yararlanılmaktadır. Bu çalışmada da tasarlanan taşıt modelimizi analiz edebilmek için hareket denklemleri oluşturularak hem doğrusal hem de doğrusal olmayan matematiksel modeller oluşturulmuştur. Hareket denklemlerini çıkarma amacıyla serbest cisim diyagramları (Şekil 3.2 de görüldüğü gibi) oluşturulmuştur ve hareket denklemlerini basitleştirmek için referans çerçeveler belirlenmiştir. Serbest cisim diyagramlarından ve tanımlanmış parametrelerden, taşıt ve jiroskobun hareket denklemleri enerji korunumu yasasına dayanan Langrange yöntemi kullanarak oluşturulmuştur.



Şekil 3.2 Taşıtın serbest çisim diyagramı.

Hareket denklemlerinde kullanılacak parametreler;

T=Taşıt

Vt=Taşıtın çizgisel hızı

Vj=Jiroskobun çizgisel hızı

mt=Taşıt kütlesi

mj=Jiroskob kütlesi

wt=Taşıtın açısal hızı

wj=Jiroskobun açısal hızı

θ =Taşıtın yan yatma (devrilme) açısı

α =Jiroskobun devinim açısı (Devrilmeyi engelleyen tork oluşturma açısı)

d1=Taşıtın kütle merkezinin yükesekliği

d2=Jiroskubun kütle merkezinin yüksekliği

s=İki tekerleğin orta noktası (kütle merkezinin düştüğü nokta)

$\dot{s}$=Kütle Merkezinin çizgisel hızı

Ω=Volan açısal hızı

Itx,Ity,Itz=Taşıt atalet moment bileşenleri

Ijx,Ijy,Ijz=Jiroskop atalet momentleri

i,j,k=x,y,z eksenlerindeki birim vektörler

Taşıt ve jiroskop disk kütlesi olmak üzere iki ayrı kütle olarak kabul edilen sitemin doğrusal olmayan hareket denklemleri enerji korunumu yasasına dayanan Lagrange yöntemi ile elde edilmiştir;

$$L = T_e - U_e \tag{3.1}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_\iota}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \tag{3.2}$$

T_e=Kinetik enerji

U_e=Potansiyel enerji

Burada q_i bir sistemin i. genel koordinatını, Q_i ise bu koordinata etki eden kuvvetlerin toplamını (Genel Kuvvet) ifade eder.

Sistemde bulunan taşıt ve jiroskop disk kütleleri için kinetik ve potansiyel enerji hesabı aşağıda yapılmıştır.

Hesaplama aşağıda belirtilen kabuller ile yapılmıştır;

I. Tekerlekler sıfır genişlikte düşünülmüştür
II. Sürtünme kuvvetleri ihmal edilmiştir
III. Taşıt ve jiroskobun ağırlık merkezlerinin aynı noktaya düştüğü kabul edilmiştir.

Bütün kütlenin kinetik ve potansiyel enerjisi taşıt ve jiroskobun enerjilerinin toplamına eşittir.

$$T = Tt + Tj \tag{3.3}$$

$$U = Ut + Uj \tag{3.4}$$

Tt=Taşıt kinetik enerjisi

Tj=Jiroskop kinetik enerjisi

Ut=Taşıt potansiyel enerjisi

Uj=Jiroskop potansiyel enerjisi

$$Tt = \frac{1}{2} * mt * Vt^2 + \frac{1}{2} * It * wt^2 \tag{3.5}$$

$$wt = \frac{d\theta}{dt}\bar{k} = \dot{\theta}\bar{k} \tag{3.6}$$

$$Vt = \dot{\theta} * \mathrm{d1} * \bar{\imath} + \dot{s} * \bar{k} \tag{3.7}$$

Denklem (3.7) den anlaşıldığı gibi taşıtın statik taşıt hızı sadece devrilme açısına bağlıdır.

$$Tj = \frac{1}{2} * mj * Vj^2 + \frac{1}{2}((Ijx * wjx^2) + (Ijy * wjy^2) + (Ijz * wjz^2)) \quad (3.8)$$

$$Vj = \theta * \mathrm{d}2 * \bar{\imath} + s * \bar{k} \quad (3.9)$$

$$wjx = \alpha * \bar{\imath} \quad (3.10)$$

$$wjy = \left(\Omega - \dot{\theta} * sin(\alpha)\right) * \bar{\jmath} \quad (3.11)$$

$$wjz = \dot{\theta} * \cos(\alpha) * \bar{k} \quad (3.12)$$

Toplam kinetik enerji;

$$T = Tt + Tj \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} T = \frac{1}{2}\left(\left(Itk + (mt * d1^2)\right) * \dot{\theta}^2\right) + \frac{1}{2}((mt + mj)\dot{s}^2) \\ + (\frac{1}{2}(\left(mj * d2^2 * \dot{\theta}^2\right) \\ + \left(Ijx * \dot{\alpha}^2 + Ijy * (\Omega + \dot{\theta} * sin(\alpha))^2\right) \\ + \left(Ijz * \left(\dot{\theta} * \cos(\alpha)\right)^2\right)) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Toplam potansiyel enerji;

$$U = Ut + Uj \quad (3.15)$$

$$U = (mt * \mathrm{d}1 * g * \cos(\theta)) + (mj * \mathrm{d}2 * g * \cos(\theta)) \quad (3.16)$$

$$U = \left((mt * \mathrm{d}1) + (mj * \mathrm{d}2)\right) * g * \cos(\theta) \quad (3.17)$$

Kinetik ve potansiyel enerji denklemleri çıkartılan sisteme Langrange metodu uygulanarak hareket denklemleri çıkartılmıştır. Aracın çizgisel hızının sıfıra denk olduğu yada sabit olması durumunda denklemlere bir etkisi olmaması sebebi ile değişken olarak alınmamıştır.

$$s \equiv 0 \quad (3.18)$$

$$L = T - U \tag{3.19}$$

$$L = \left(\frac{1}{2} * \left(Itk + (mt * d1^2) + (mj * d2^2)\right) * \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}(Ijx * \dot{\alpha}^2) + \frac{1}{2} * \left(Ijy * (\Omega - \dot{\theta} * sin(\alpha))^2\right) + \frac{1}{2}\left(Ijz * \left(\dot{\theta} * \cos(\alpha)\right)^2\right)\right) - \left((mt * \mathrm{d1}) + (mj * \mathrm{d2})\right) * g * \cos(\theta) \tag{3.20}$$

Sisteme dışardan bozucu bir kuvvet uygulandığında Lagrange metodundan denklem (3.21) ve (3.22) de gösterildiği gibi hareket denklemi türetilir.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \theta}\right) = f(t) * \mathrm{d1} * \sin(\theta) \tag{3.21}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \alpha}\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \alpha}\right) = 0 \tag{3.22}$$

Denklem (3.28) de taşıt devrilme ivmesi denklem (3.26) de jiroskop devinim ivmesi statik durumdaki iki tekerlekli taşıt için hesaplanmıştır.

$$A1 = (mt * \mathrm{d1} + mj * \mathrm{d2}) \tag{3.23}$$

$$A2 = (mt * d1^2 + mj * d2^2) \tag{3.24}$$

A1 ve A2 değişkenleri tanımlanarak denklemlerin daha sade görünmesi ve Matlab ortamına aktarılmasının kolaylaştırılması amaçlanmıştır. Ayrıca kontrol girişi Mu olarak tanımlanmıştır.

$$(Ijx * \ddot{\alpha}) - (\dot{\theta}^2 * \cos(\alpha) * \sin(\alpha)(Ijy - Ijz)) + (\Omega * \cos(\alpha) * Ijy * \dot{\theta}) = Mu \tag{3.25}$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{(\dot{\theta}^2 * \cos(\alpha) * \sin(\alpha)(Ijy - Ijz)) - \left(\Omega * \cos(\alpha) * Ijy * \dot{\theta}\right) + Mu}{Ijx} \tag{3.26}$$

$$\left(\left(Itz + \mathrm{A2} + (Ijz * (\cos(\alpha))^2) + (Ijy * (\sin(\alpha))^2)\right) * \ddot{\theta}\right) + \left(2 * (\cos(\alpha) * \sin(\alpha)) * (\mathrm{Ijy} - \mathrm{Ijz}) * \dot{\theta} * \dot{\alpha}\right) - (\Omega * \cos(\alpha) * \mathrm{Ijy} * \dot{\alpha}) - A1 * g * \sin(\theta) = 0 \quad (3.27)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-\left(2 * (\cos(\alpha) * \sin(\alpha)) * (\mathrm{Ijy} - \mathrm{Ijz}) * \dot{\theta} * \dot{\alpha}\right) + (\Omega * \cos(\alpha) * \mathrm{Ijy} * \dot{\alpha}) + A1 * g * \sin(\theta)}{Itz + A2 + (Ijz * (\cos(\alpha))^2) + (Ijy * (\sin(\alpha))^2)} \quad (3.28)$$

3.2 Doğrusallaştırma ve Durum Uzay Modeli

Bir sistemin kontrol edilebilmesi için matematiksel modelin oluşturulması gerekliliği ve tüm sistemlerin diferansiyel denklemlerle modellenebileceğini bir önceki bölümde belirtilmiştir. Bu diferansiyel denklemlerin sistem analizi ve kontrolör tasarımı için daha kullanışlı bir forma dönüşmesi konusu bu bölümde incelenecektir. İki farklı yöntemle diferansiyel denklemler uygun forma dönüştürebilir:

a. Frekans alanı Yaklaşımı: Laplace dönüşümü ile sistemin hareket denklemleri frekans alanında ifade edilerek sistem analiz edilir.
b. Zaman alanı Yaklaşımı: Sistem zaman alanında matris cebrine dayanan durum uzay dönüşümü kullanılarak ifade edilir.

Bu çalışmada sistem durum uzay formunda modellenerek analiz edilmiştir. Bir sistemin durum uzay formu aşağıdaki gibidir:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} \quad (3.29)$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u} \quad (3.30)$$

(3.29) nolu denklem sistemin durum denklemi (3.30) nolu denklem ise çıkış denklemi olarak tanımlanır.

x : Durum vektörü (Elemanları durum değişkenleri olan vektör)

$\dot{x}$= Durum değişkenlerinin zamana göre türevi

y : Çıkış vektörü (Elemanları çıkış değişkenleri olan vektör)

u : Giriş vektörü

A : Sistem matrisi

B : Giriş matrisi

C : Çıkış matrisi

D: İleri besleme matrisi

Diferansiyel denklem modeli durum uzay formuna sokulurken durum değişkenleri seçilir daha sonra değişken değiştirme ile her biri durum değişkenlerinin birince dereceden diferansiyel denklemi olacak şekilde yeniden yazılması ile durum denklemi oluşturulur. Ardından çıkış denklemi oluşturulur. Durum vektörü mekanik sistemlerde genellikle pozisyon hız ve ivme değişkenleridir. Giriş vektörü genellikle kuvvet veya torktur. n durumlu, m girişli ve p çıkışlı zamanla değişmeyen sistemlerde durum vektörü x'in boyutu n×1, giriş vektörü u'nun boyutu m×1, çıkış vektörü y'nin boyutu p×1'dir. Durum matrisi A'nın boyutu n×n, giriş matrisi B'nin boyutu n×m, çıkış matrisi C'nin boyutu p×n ve ileri besleme matrisi D'nin boyutu p×m'dir.[31]

(3.26) ve (3.28) eşitliklerinden görüldüğü gibi sistemin diferansiyel denklemleri doğrusal olmayan aynı zamanda ikinci mertebeden türevlere sahip olan denklemlerden oluşmaktadır bu denklemler doğrusallaştırıldıktan sonra analiz, benzetme ve kontrolör tasarımının yapılabilmesi için cebirsel işlemler ile durum uzay formuna aktarılması gerekmektedir.

Sistemin doğrusallaştırılması için trigonometrik terimler ve derecesi yüksek türevli terimler aşağıdaki kabuller doğrultusunda yok edilmiştir. Doğrusal olmayan (3.26) ve (3.28) eşitliklerini doğrusallaştırmak için izlenecek adımlar şöyledir:

I. Doğrusal olmayan bileşenler belirlenir.
II. Doğrusal olmayan diferansiyel denklem kararlı hal çözümü civarında küçük işaret girişi sıfır olmak üzere doğrusallaştırılır.
III. Giriş ve çıkış aynı şekilde ifade edilir.

f(x) fonksiyonunun a noktası etrafında doğrusallaştırılması;

$$L(a) = f(a) + f(a)(\dot{x} - a) \tag{3.31}$$

Bu yöntemle 0 noktası etrafında jiroskop taşıt hareket denklemlerini doğrusallaştırılmıştır.:

$$sin\alpha \cong \alpha \tag{3.32}$$

$$cos\alpha \cong 1 \tag{3.33}$$

$$\dot{\alpha}^2 = 0 \tag{3.34}$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{\left(\Omega * Ijy * \dot{\theta}\right) + Mu}{Ijx} \tag{3.35}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(\Omega * \mathrm{Ijy} * \dot{\alpha}) - A1 * g * \theta}{Itz + A2 + Ijz} \tag{3.36}$$

$$p1 = \frac{-\Omega * \mathrm{Ijy}}{Ijx} \tag{3.37}$$

$$p2 = \frac{\Omega * \mathrm{Ijy}}{A2 + Itz + Ijz} \tag{3.38}$$

$$p3 = \frac{g * A1}{A2 + Itz + Ijz} \tag{3.39}$$

$$x(1) = \alpha \tag{3.40}$$

$$x(2) = \dot{\alpha} \tag{3.41}$$

$$x(3) = \theta \tag{3.42}$$

$$x(4) = \dot{\theta} \tag{3.43}$$

Eşitlik (3.29) ve (3.30) da durum uzay formu yazılan jiroskop taşıt sisteminin cebirsel hesaplamalar sonucunda meydana gelen formu eşitlik (3.44) ve (3.45) te gösterilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x(1)} \\ \dot{x(2)} \\ \dot{x(3)} \\ \dot{x(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & p2 & p3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(1) \\ x(2) \\ x(3) \\ x(4) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/Ijx \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \tag{3.44}$$

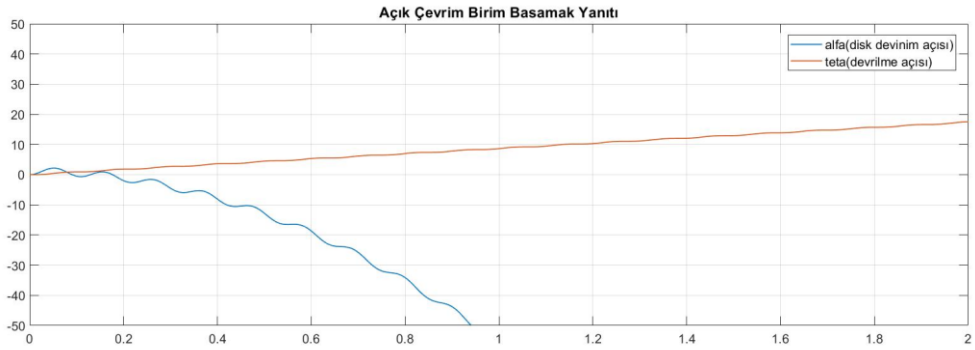
$$y = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(1) \\ x(2) \\ x(3) \\ x(4) \end{bmatrix} + 0 \tag{3.45}$$

Doğrusal olmayan (3.26) ve (3.28) eşitlikleri (3.31) eşitliği kullanılarak doğrusal olan (3.35) ve (3.36) eşitliklerine dönüştürülmüştür. Doğrusal eşitlikler kullanılarak sistemin durum uzay formu oluşturulmuştur. Modern kontrol teorisinde durum uzay formu kullanılarak zaman tanım alanında kontrolcü tasarımı gerçekleştirilir. Bu bölümde yapılan doğrusallaştırma işlemi bölüm 4'te kutup yerleştirme yöntemi ve LQR yöntemi ile yapılacak olan kontrolcü tasarımında kullanılacaktır. Doğrusal model ile tasarlanan bu kontrolcüler daha sonra doğrusal olmayan jiroskop taşıt modelinin farklı başlangıç şartları altında yapılacak analizlerinde yer alacaktır. Böylelikle doğrusal model kullanılarak tasarlanan kontrolcülerin doğrusal olamayan model üzerindeki etkisi araştırılacaktır.

4
Durum Uzayında Kontrolcü Tasarımı

4.1 Sistem Kararlılığı

Kararlılığı kontrol etmek, açık döngü sisteminin (kontrolsüz) kararlı olup olmadığını analiz etmek anlamına gelir. Şekil 4.1'den anlaşılacağı gibi sistemin doğrusal modelinin birim basamak girdisine verdiği cevaba göre geçici durum davranışını gösterdikten sonra tekrar denge konumuna geri dönmediği yani kararsız olduğu görülmektedir. Fakat sistemin kararlılığı transfer fonksiyonun kutupları ile eşdeğer olan A matrisinin öz değerleri aracılığı ile belirlenebilir. A'nın bütün öz değerleri sol yarı düzlemde ise sistem asimptotik olarak kararlıdır.[31]



Şekil 4.1 Açık çevrim birim basamak cevabı.

Sistemin kutuplar=[0.0000+0.0000i;0.0000+59.2161i;0.0000-59.2161i;0.0000 + 0.0000i]

Ek-1 de açık çevrim sistem kutupları ve birim basamak cevabının elde edilmesi açıklanmıştır. Sistemin birim basamak cevabı ve kutuplarından anlaşıldığı gibi jiroskop taşıt sistemi kararsız bir sistemdir.

4.2 Jiroskop-Taşıt Modelinin Kontrol Edilebilirlik ve Gözlenebilirliği

Kontrol edilebilirlik bir kontrolör tasarlanmadan önce sistem analizi ile açıklığa kavuşturulması gereken sistemin önemli bir özelliğidir. Kontrol edilebilirlik;

durum uzay formunda modellenmiş bir sistemin kontrol girişi ile durum değişkenlerini istenilen bir yörüngeye sürülüp sürülmeyeceğini gösteren bir kriterdir. Sistemin kararlı olmasını sağlayacak kontrol girişinin belirlenebilmesi için sistemin kontrol edilebilmesi zorunlu şarttır. Kontrol edilebilirlik, sistem matrisi A'ya ve kontrol matrisi B'ye bağlıdır.

Durum-uzay formunda verilmiş (nxn) boyutlu bir sistemin kontrol edilebilir olma şartı;[30]

$$\boldsymbol{P} = [\boldsymbol{B}\ \boldsymbol{AB}\ \boldsymbol{A^2B}\ \ \boldsymbol{A^3B} \dots \dots \dots \boldsymbol{A^{n-1}B}] \tag{4.1}$$

$$\boldsymbol{rank}[\boldsymbol{P}] = \boldsymbol{n} \tag{4.2}$$

Diğer bir ifade ile P matrisinin determinantı sıfırdan farklı olmalıdır. Jiroskop taşıt modeli 4 boyutlu bir sistemdir. Bu nedenle kontrol edilebilirlik matrisi ;

$$\boldsymbol{P} = [\boldsymbol{B}\ \boldsymbol{AB}\ \boldsymbol{A^2B}\ \ \boldsymbol{A^3B}\ \boldsymbol{A^4B}] \tag{4.3}$$

şeklinde olur.

Taşıt jirsokop sisteminin kontrol edilebilirliği MATLAB yardımı ile Ek A'a gösterilmiştir. Eşitlik (4.3) te tanımlanan P matrisinin rankı 4'tür. Bu nedenle sistemimiz kontrol edilebilir bir sistemdir. Kontrol edilebilirlik kriterine benzer bir şekilde sistemin gözlenebilirliği de incelenmelidir. Gözlenebilirdik, verilen herhangi bir kontrol sinyali (u) için sistem durumlarının (x) sistem çıkışının (y) değişimini inceleyerek belirlenip belirlenmeyeceğinin ölçüsüdür. Sistem matrisi A ve çıkış matrisi C' ye bağlı olan gözlenebilirlik matrisi eşitlik (4.4) te tanımlanmıştır.

$$\boldsymbol{O_B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{CA} \\ \vdots \\ \boldsymbol{CA^{n-1}} \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Eğer gözlenebilirlik matrisi için $rank(O_B) = n$ yani full rank olursa sistemin tüm durumları gözlenebilir. Taşıt jirsokop sisteminin gözlenebilirliği MATLAB yardımı ile Ek A'da gösterilmiştir.

4.3 Kutup Yerleştirme Yöntemi ile Tam Durum Geri Beslemeli Kontrolcü Tasarımı

Bölüm 3'te matematiksel modeli oluşturulup durum uzay formuna getirilen sistemin durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı bu bölümde yapılmıştır. Durum geri besleme sistem durumlarının kontrol eylemi için ölçülebilir olduğu anlamına gelir. Matematiksel modeli durum uzayında verilen sistem için durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı kapalı döngü kutuplarının istenilen yerlere yerleştirilmesi amacı ile yapılır. Sistemin kapalı çevrim kutuplarını istenen kutuplara getirebilmek için gerekli K kazancını bulmak için üç farklı yaklaşım vardır.

1. Sistem matrisi A'yı , kontrol matrisi B'yi ve çıkış matrisi C'nin kanonik forma transformasyonunu gerçekleştirerek kutup yerleştirme yöntemi.

2. Direkt değişim metodu.

3. Ackermann's formülü kullanılarak kutup yerleştirme yöntemi.

Jiroskop taşıt modelinin geri besleme kazanç vektörünü bulmak için Ackermann formülünden yararlanılmıştır. Bu amaçla durum uzay formu oluşturulan sistemin içine durum geri besleme girişi aşağıdaki gibi yerleştirilir;

$$\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{K}\boldsymbol{x} \tag{4.5}$$

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K})\boldsymbol{x} \tag{4.6}$$

Durum geri besleme ile oluşturulan yeni denklem (4.6) nın sistemin davranışına etki ettiği açıktır. Açık döngü kutupları **A** matrisinin özdeğerleri ile bulunurken kapalı döngü kutupları **(A-BK)** matrisinin özdeğerleri ile bulunur. Durum uzay formuna dayalı olan kutup yerleştirme yönteminin temel amacı kontrol edilebilen sistemin kutuplarını istenilen yere konumlandırmaktır.[32] Bu doğrultuda Wonham 1967 de doğrusal zamanla değişmeyen, kontrol edilebilen çok değişkenli sistemlerde kutup yerleştirme ile ilgili faydalı sonuçlar ortaya koymuştur. Bu tasarım metodunda, tüm durum geri değişkenlerinin ölçülebilen ve geri besleme için uygun olduğu varsayılmaktadır.[33]

Kutup yerleştirme yöntemi ile durum geri besleme kontrolcü tasarım adımları [34];

1. Sistemin durum uzay modeli oluşturulur.
2. Sistemin tüm değişkenleri bir kazanç çarpanı ile geri beslenir.
3. Sistemin karakteristik kapalı döngü denklemi oluşturulur.
4. Kapalı kutup yerlerine karar verilip bunu sağlayacak karakteristik denklem tanımlanır.
5. 3 ve 4'üncü adımdan faydalanılarak karakteristik denklem katsayılarını eşitleyecek kazanç katsayıları belirlenir.

Bu adımlar takip edilerek kontrolcü tasarımı;

Durum uzay modeli:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

$$\boldsymbol{C} = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_3] \tag{4.8}$$

Sistemin karakteristik denklemi:

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s^1 + a_0 = 0 \tag{4.10}$$

Tüm durum değişkenlerinin geri beslemeli kapalı döngü formu:

$$u = -\boldsymbol{K}\boldsymbol{x} \tag{4.11}$$

n durum değişkenli kapalı döngü kazanç matrisi:

$$\boldsymbol{K} = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n] \tag{4.12}$$

Denklem (4.5) ile denklem (4.6) dan faydalanılarak oluşturulan kapalı döngü sistem matrisi:

$$(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{BK}) \tag{4.13}$$
$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -(a_0 + k_1) & -(a_1 + k_2) & -(a_2 + k_3) & \dots & -(a_{n-1} + k_n) \end{bmatrix}$$

Kapalı döngü sistem matrisi oluşturulan sistemin karakteristik denklemi;

$$\det\big(s\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{BK})\big) \tag{4.14}$$
$$= s^n + (a_{n-1} + k_n)s^{n-1} + (a_{n-2} + k_{n-1})s^{n-2} + \cdots$$
$$+ (a_1 + k_2)s + (a_0 + k_1) = 0$$

Denklem (4.10) ve denklem (4.14) arasında kurulan ilişki ile kapalı döngü karakteristik denkleminin açık döngü karakteristik denkleminden her durum değişkeni için seçilen uygun k kazanç katsayısı kullanımı sonucu yazılabildiği gösterilmiştir.

İstenilen kutup konumları için yazılmış karakteristik denklem ile kazanç katsayıları arasındaki bağıntı;

İstenilen kutup konumları için karakteristik denklem:

$$s^n + d_{n-1}s^{n-1} + d_{n-2}s^{n-2} + \cdots + d_2s^2 + d_1s + d_0 = 0 \tag{4.15}$$

d katsayıları istenilen kutup konumları seçimine göre oluşmuştur.

Denklem (4.14) ve denklem (4.15) den faydalanılarak aşağıdaki eşitlik yazılır;

$$d_i = a_i + k_{i+1} \qquad i = 0,1,2, \dots . . n-1 \tag{4.16}$$

Son olarak istenilen kutup konumlarını sisteme sağlayacak geri besleme kazanç matrisi eşitlik (4.17) den bulunur.

$$k_i = d_i - a_i \tag{4.17}$$

Tasarlanan durum geri besleme kontrolcü ile iki tip probleme çözüm getirilir. Birincisi sistemin durumlarını sıfıra götüren regülasyon problemi iken ikincisi sistem durumlarının bir referans izlemesi problemidir.

Bu yöntem, sistem cevabının yükselme zamanı, yerleşme zamanı ve maksimum aşma gibi performans kriterlerine bağlıdır.

Jiroskop Taşıt sistemi için tasarım gereksinimleri:

- ✓ Yerleşme zamanı taşıt devrilme açısı ve disk devinim açısı için 1 saniyeden az olmalı.
- ✓ Taşıt Devrilme açısının maksimum aşımı (%OS) 20'den az olmalı (0.35 radyan).

Baskın kutupların belirlenmesi için ikinci mertebeden sistem karakteristik denklemini kullanılır. Durum uzay formunda verilmiş sistemin det(sI-(A-BK)) şeklinde olan karakteristik denklemi ikinci mertebeden denklemlerin karakteristik denklemi olan $s^2 + 2\xi w_n s + {w_n}^2 = 0$ denklemine eşitlenerek, sistemin kutuplarını yada performans kriterlerini istenen değerlere sürmek için K matrisinin elemanları tasarlanır. Aşağıda verilen sistem performans kriterlerinin formülleri ile baskın kutuplar bulunur.

$$\xi = \frac{-\ln(\%\frac{OS}{100})}{\sqrt{\pi^2 + ln^2(\%\frac{OS}{100})}} \tag{4.18}$$

$$t_s = \frac{4}{\xi w_n} \tag{4.19}$$

$$w_d = w_n\sqrt{1-\xi^2} \tag{4.20}$$

$$\sigma = -\xi w_n \tag{4.21}$$

$$\beta = cos^{-1}\xi \tag{4.22}$$

Baskın kutuplar bulunduktan sonra sistemin geriye kalan kutupları baskın kutuplara göre sanal ekseninin daha uzak bir yerine konumlandırılır. Kutupların sola kaydırılmasında sistemin kontrol çabasının önemi vardır. Daha sola kaydırmak daha fazla kontrol çabası gerektirir.

Sistem gereklilikleri göz önüne alınarak sistemin doğal frekansı ve sönüm oranı hesaplanır.

$$\xi = 0.455$$

$$w_n = 8.8\, rad/sn$$

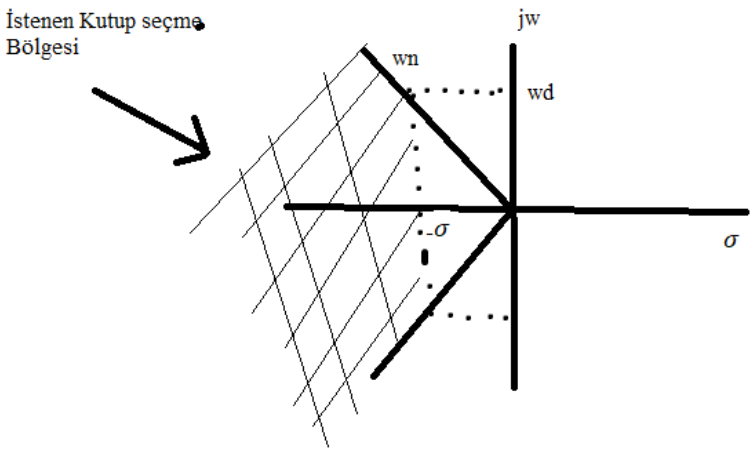
$$jw_d = 7.83$$

$$\sigma = -4$$

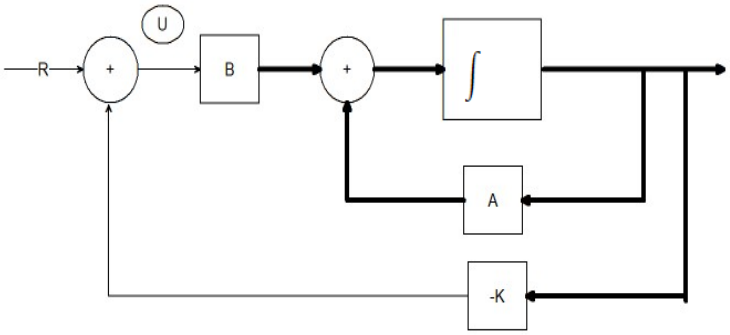
$$\beta = 62.93°$$

Baskın kutuplar;

$$-\xi w_n \pm jw_n\sqrt{1-\xi^2} = -4 + j7.83\ ve\ -4 - j7.83 \tag{4.23}$$



Şekil 4.2 Baskın kutuplar ve kutup seçme bölgesi.

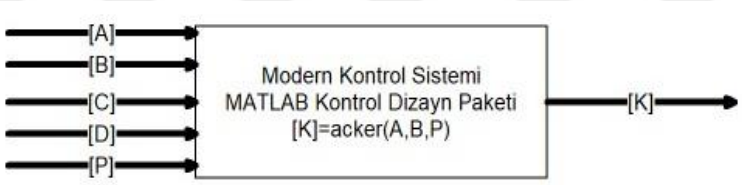


Şekil 4.3 Kutup Yerleştirme kontrol yöntemi ile tasarlanan geri besleme kontrolörün blok diyagramı.

Sistem gerekliliklerine göre kapalın döngü kutupları (p1, p2, p3, p4) olan sistemin K kazanç matrisini veren denklem;

$$\det(\boldsymbol{sI} - \boldsymbol{A} + \boldsymbol{BK}) = (s - p1)(s - p2)(s - p3)(s - p4) \quad (1.15) \qquad (4.24)$$

Şekil 6'da MATLAB ortamında, K matrisi değerlerinin nasıl belirleneceği gösterilmiştir.



Şekil 4.4 Kutup yerleştirme kontrol yöntemi MATLAB paket programı.

Kapalı döngü kutupları, kontrol tasarımında sistem karakteristiğini gösteren önemli bir referanstır.

Jiroskop taşıt sistemi için;

$$P = [\mathrm{p1}, \mathrm{p2}, \mathrm{p3}, \mathrm{p4}]$$

Kontrol edilebilen sistemimizde MATLAB ile yapılacak simülasyon çalışmaları için (P) kapalı döngü kutupları aşağıda belirlenen şekilde seçilir:

I. Baskın kutuplar sabit tutularak diğer iki kutup baskın kutupların gerçek kısmının iki ve üç katı olacak şekilde seçilir.
II. Baskın kutuplar sabit tutularak diğer iki kutup baskın kutupların gerçek kısmının 5 ve 10 katı olacak şekilde seçilir.

III. Baskın kutuplar sabit tutularak diğer iki kutup baskın kutupların gerçek kısmının 10 katı olacak şekilde seçilir.

Jiroskop taşıt sistemi için kutup yerleştirme yöntemi ile Matlab ortamında yapılan kontrolcü tasarımı Ek A'da detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

4.4 Doğrusal Karesel Regülatör (Düzenleyici) Yöntemi ile Kontrolcü Tasarımı

Doğrusal karesel düzenleyici (LQR) modern kontrol teorisinde optimal kontrol problemine bir çözüm yaklaşımıdır. Durum uzay formunda verilmiş lineer sistemin kontrol girişi ile durum değişkenleri arasında bir ilişki kurarak sistemi optimize eder. LQR durum geri besleme kazanç matrisini sistematik olarak bulmayı sağlayan ilk yöntemdir.[30]

LQR probleminde temel hedef performans (maliyet) indeksini minimize edecek geri besleme kontrol kazancını hesaplamaktır.

Durum uzay formunda verilen sistemin performans indeksi;

$$J = \int_0^\infty (\boldsymbol{x^T Q x} + \boldsymbol{u^T R u}) dt \tag{4.25}$$

x=nx1 boyutunda durum vektörü

u=mx1 boyutunda kontrol vektörü

Q=nxn boyutunda simetrik pozitif yarı kesin matris (Q≥0)

R= mxm boyutunda simetrik pozitif kesin matris (R>0)

Pozitif yarı kesin matris;

$$\forall \text{x } için \quad \boldsymbol{x^T Q x} \geq 0$$

Pozitif kesin matris;

$$\forall u \ için \quad \boldsymbol{u^T R u} > 0$$

Performans indeksi tanımlanan sistemde **Q** ve **R** matrisleri kullanıcı tarafından sistem kriterleri göz önüne alınarak seçilir. Bu kriterler; durumun sıfıra gitmesi

için geçen zamanın az olması yani regülasyonun hızlı olması ve kullanılan kontrolcü girişinin (harcanan enerjinin) az olmasıdır. Sistemin gerekliliğine göre bu kriterlerin önemi değişebilir. Bu kriterlere uygun sistem cevabı almak için **Q** ve **R** parametreleri ayarlanır. Daha sonra sistemin optimizasyon problemi çözülerek durum geri besleme kazanç matrisi bulunur.

J performans indeksini minimize eden optimizasyon probleminin çözümü;

$$u = -\boldsymbol{K}\boldsymbol{x} \tag{4.26}$$

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K})\boldsymbol{x} \tag{4.27}$$

Bu durumda performans indeksi;

$$J = \int_0^\infty (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{K}\boldsymbol{R}\boldsymbol{K}\boldsymbol{x})dt \tag{4.28}$$

$$J = \int_0^\infty \boldsymbol{x}^T(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{R}\boldsymbol{K})\mathbf{x}dt \tag{4.29}$$

Yeniden yazılan performans indeksini kullanarak;

$$\boldsymbol{x}^T(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{R}\boldsymbol{K})\mathbf{x} = -\frac{d}{dt}(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{S}) \tag{4.30}$$

ifadesi türetilir.

S denklem (4.31) de gösterildiği gibi cebirsel bir Ricatti denkleminin çözümü olup simetrik ve pozitif tanımlıdır. S detaylı çıkarımı ve sistem içiresinde tanımlaması Modern Kontrol Mühendisliği kitabında bölüm 10'da detaylı bir şekilde açıklanmıştır.[30]

$$\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{S} + \boldsymbol{S}\boldsymbol{A} - \boldsymbol{S}\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{S} + \boldsymbol{Q} = 0 \tag{4.31}$$

Denklem (4.31) **S**' i bulmak için çözülür ve durum geri beseleme kontrol girişi için **K** kazanç matrisi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\boldsymbol{K = R^{-1}B^{T}S} \tag{4.32}$$

Sonuç olarak LQR tasarım adımları;

1. Sistem durum uzay formuna getirilip A ve B matrisleri belirlenir.
2. Sistem gerekliklerine göre Q ve R parametreleri seçilir. (uygun cevap alınamazsa revize edilir)
3. Simetrik matris olarak tanımlanan nxn boyutundaki S matrisi cebirsel Ricatti denklemi çözülerek bulunur.
4. $\mathbf{K=R^{-1}\,B^{T}S}$ olarak tanımlanan denklem ile kontrol girişi bulunur.
5. Sistem analiz edilerek Q ve R parametreleri ile K matrisi uygun sistem cevabı için ayarlanır.

LQR kontrolcü ağırlık matrislerinin seçimi, sistemden belirlenen performans kriterlerine uygun cevap alınana kadar genellikle deneme yanılma yöntemi ile yapılmaktadır. Bunun yanında Q ve R matrislerinin belirlenmesinde verimliliği artırmak amacıyla sezgisel olarak memetik, genetik, parçacık sürü optimizasyonu, tavlama benzetimi ve yapay arı koloni algoritmalarının kullanımı da mevcuttur. Bu çalışmada ilk olarak Bryson kuralı ile Q ve R matrisleri için bir başlangıç seçimi yapılarak farklı Q ve R matrislerinin sistem cevabı üzerindeki etkisi araştırılacaktır. Bu kural bazı durumlarda iyi sonuç verse de genellikle yeterli değildir ancak bir başlangıç noktası bulma görevi görür. Bu kurala göre;

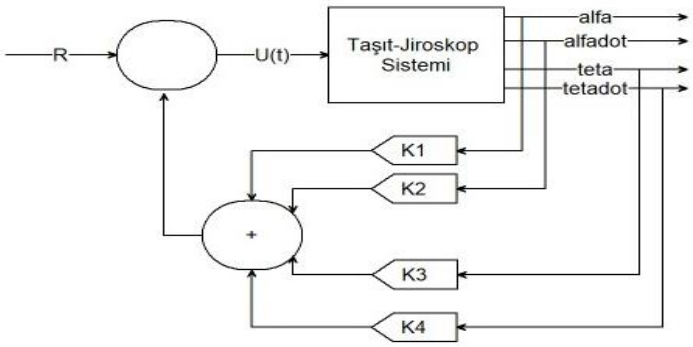
$$Q_{ii} = \frac{1}{{x_i}^{2\prime}ninmaximum\ kabul\ edilen\ değerleri} \tag{4.33}$$

$$R_{ii} = \frac{1}{{u_i}^{2\prime}ninmaximum\ kabul\ edilen\ değerleri} \tag{4.34}$$

İfadeleriyle Q ve R matrisleri belirlenebilir[35, 36]. Bu aşamada sistem durumunun ve kontrol işaretinin maksimum değişim aralığını belirlememiz gerekir.

Şekil 3'te, LQR ile tasarlanmış tam geri beslemeli Taşıt-Jiroskop sistemi gösterilmektedir. LQR kontrolcü tasarlanırken, taşıtın jiroskop sistemi ile dengede

tutulması amaçlanmıştır. Kontrol yöntemi, sistem değişkenlerinin hata değerlerinin geri beslenmesi yoluyla uygulanmaktadır.



Şekil 4.5 LQR kontrol yöntemi ile tasarlanan geri besleme kontrolörün blok diyagramı.

Durum uzay modeli oluşturulan sistem için kazanç matrisi (optimal kontrol matrisi) MATLAB ile bulunması;

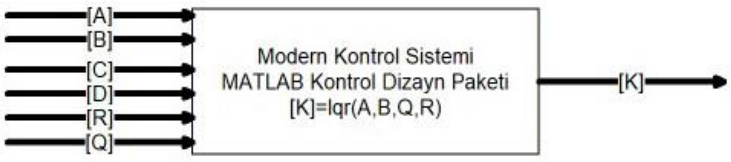
LQR yönteminde durum uzay denklemleri kullanılarak J performans indeksi tanımlanır.

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} qi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & qi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & qi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & qi \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{ri} \tag{3.36}$$

Kullanıcının belirleyeceği qi ve ri katsayılarına göre performans indeksini minimize edecek (u) girdisi belirlenir. Sistem girdisi u=-**K***x eşitliğinde bulunan $\mathbf{K}=\mathbf{R}^{-1}\ \mathbf{B}^{T}\mathbf{S}$ denkleminden meydana gelmektedir. Burada bulunan **S** ise Ricatti eşitliğinden bulunan simetrik bir matristir.[30]

Şekil 4 MATLAB ile K değerlerinin nasıl bulunduğunu göstermektedir.



Şekil 4.6 LQR kontrol yöntemi MATLAB paket programı.

Jiroskop taşıt Sistemi için Q ve R matrislerinin belirlenme sürecine bir önceki bölümde sistem kısıtlarına göre belirtilen başlangıç seçimi ile başlanmıştır. Sistemin doğrusallaştırma hatalarının kabul edilebilir olması için jiroskop disk açısının -30 ile +30 derece taşıt devrilme açısının -20 ile +20 derece arasında arasında olması öngörülmüştür.

$$\alpha_{max} = 30° = 0.52 \text{ rad}$$

$$\Theta_{max} = 20° = 0.35 \text{ rad}$$

$$u_{max} = 12\text{V}$$

Bu değerler kullanılarak Q ve R matrisleri

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 3.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R} = [0.007]$$

olarak belirlenebilir. Bu değerler belirlendikten sonra K kazanç vektörünün belirlenebilmesi için matris Riccati denklemi çözülmelidir. Matlab programı kullanılarak hesaplanan kazanç değeri aşağıda verilmiştir.

$$\boldsymbol{K} = [-22.9907\ 0.1110\ 71.9657\ 6.2152]$$

Q ve R matrislerinin seçiminin sistem üzerindeki etkisi farklı kombinasyonlarla Ek1 de gösterildiği gibi denenmiştir.

4.4.1 Tavlama Benzetimi ile Q ve R Matrislerinin Seçimi

LQR kontrolcü ağırlık matrislerinin seçimi başlangıç olarak Bryson kuralına göre yapıldıktan sonra farklı seçimler ile karşılaştırılmıştır. Fakat Bryson kuralı bir başlangıç seçimi yapmamızı sağlasa da daha sonra yapılan seçimler deneme yanılma ile yapıldığı için uzun süren ve çok fazla seçim olanağı sağlamayan bir yöntemdir. Bu sebeple bu bölümde tavlama benzetimi yöntemi algoritmasının Q ve R matrislerinin seçiminde nasıl kullanıldığı açıklanacaktır. Stokastik optimizasyon yöntemi olan tavlama benzetimi ilk olarak 1983 yılında Kirkpatrick tarafından tanımlanmıştır.[37] Katıların tavlanma sürecinde tabi tutulan işlemlere

benzerliğinden ileri gelmektedir. Katıların maksimum bir değere kadar ısıtılması ve daha sonra yavaş yavaş soğutulması esasına dayanır. Bu yavaş yavaş soğutma işlemine literatürde tavlama denir. Belirlenen bir uzayda ilk soğutma işlemleri esnasında malzeme numuneleri serbest olarak hareket eder. Ama tekrarlamalar ilerledikçe kabul edilecek numune sayısı azalır. Burada amaç belirlenen amaç fonksiyonuna göre en iyi noktayı bulmaktır. Tavlana benzetimi algoritması rasgele belirlenen bir başlangıç çözümü ile başlar. Hedeflenen amaç doğrultusunda bir amaç fonksiyonu belirlenir. Daha sonra komşu tanımlaması ile belirlenen uzayda komşu çözümler üretilir. Üretilen komşu çözüm daha iyi bir sonuç vermiş ise çözüm olarak kabul edilir. Daha kötü ise kabul edilebilirlik olasılığı hesaplanarak karar verilir. Yapılacak tekrarlama sayısının belirleyecek olan soğutma katsayısı tanımlanır. Maksimum tekrarlama sayısına ulaşan algoritma aranan uzaydaki en iyi noktayı belirlemeye çalışır.



Şekil 4.7 Tavlama Benzetimi algoritmasının Q ve R matrislerinin belirlenmesinde kullanımı.

Daha önce anlatıldığı gibi LQR kontrolcü tasarımı tamamen ağırlık matrislerinin seçimine bağlıdır. Genellikle tasarımcının deneme yanılma yoluyla belirlediği Q ve R matrisleri şekil 5.4'te gösterildiği gibi tavlama benzetimi yöntemi ile optimize edilmiştir. Böylelikle kontrol tasarım süresi kısaltılarak öznelikten kaçınılmıştır. Ek.F'de tavlama benzetimi algoritmasının detaylı Matlab kodu verilmiştir.

5
Deneysel Çalışmalar

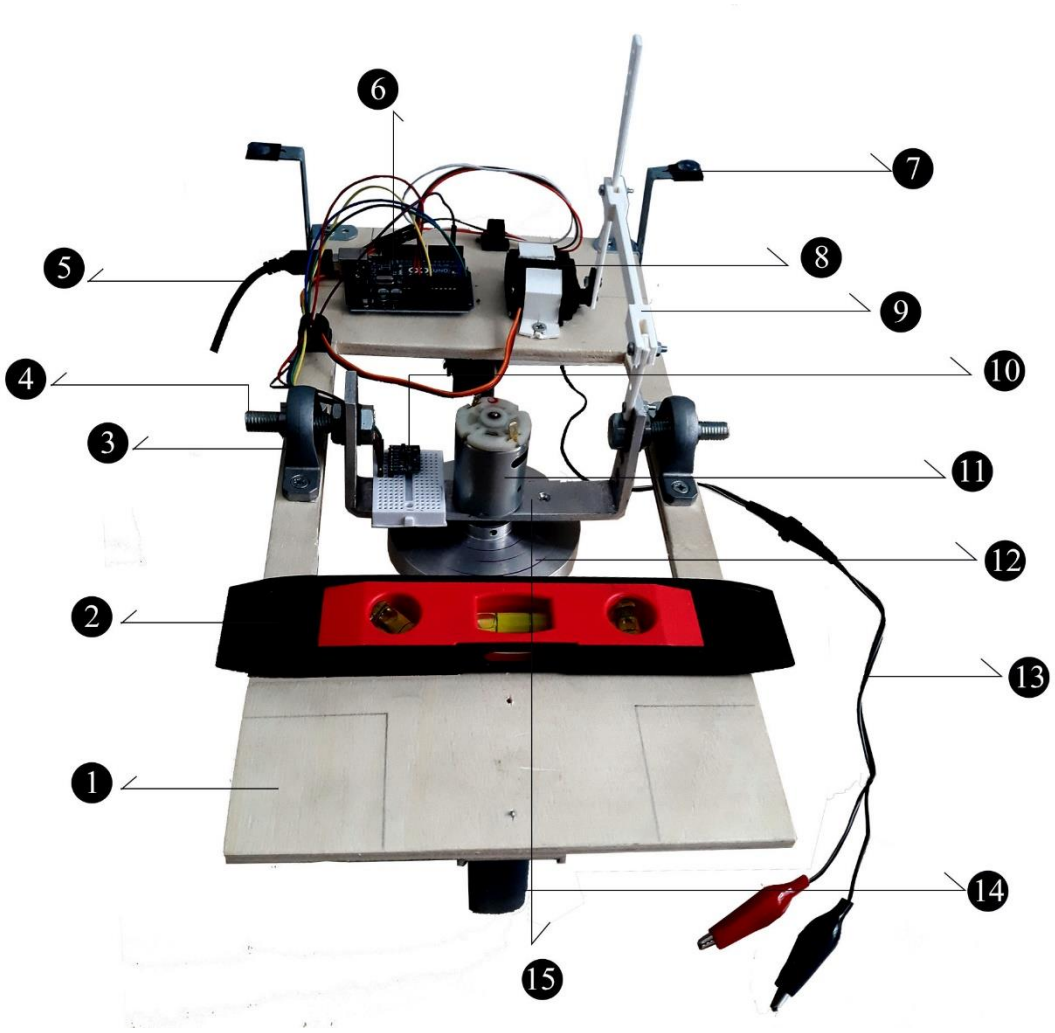
5.1 Fiziksel Sitem Kurulumu

Jiroskop taşıt modelinin simülasyon sonuçlarının gerçek şartlar altındaki sonuçlarla yakınsamasını göstermek amacıyla deneysel olarak sistem modellenmiştir. Deneysel çalışmaya jiroskop taşıt modelinin gövde seçimi ile başlanmıştır. Tüm ekipmanların gövde üzerine montaj gerekliliğinden kaynaklı kolay montaj olanağı sağlayan ahşap malzeme seçilmiştir. Oluşturulan iki tekerlekli basit taşıt gövdesinin ortasına dikdörtgen delik açılarak sağ ve sol tarafa karşılıklı olacak şekilde rulman yatakları yerleştirilmiştir. Jiroskop çerçevesinin oturtulacağı rulman yataklarının ahşap üzerine monte edilmesi ile çerçeve ve rulman yataklarının birleşimi yapısal olarak kolaylaştırılmıştır. Rulman yatakları u profil şeklinde olan alüminyum jiroskop disk çerçevesine 10mm çapından cıvata ile bağlanarak rahat bir dönme hareketi yapabilen jiroskobun birinci ekseni oluşturulmuştur. Alüminyum çerçeve üzerinde elektrik motoru ile diskin birleştirilmesi sonucunda bir ekseni iki tekerlekli taşıta oturtulmuş jiroskop taşıt modeli oluşturulmuştur. Taşıtın devrilmeye karşı göstermiş olduğu jiroskobik denge etkisini test etmek için oluşturduğumuz düzeneğin gereklilikleri aşağıdaki gibi belirlenmiştir;

- Taşıtın açısını ve jiroskop devinim açısını ölçmek için sensör.
- Taşıt devrilmesini engelleyecek jiroskop disk açısının kontrolü için servo motor.
- Taşıt açısı ile sensör haberleşmesini sağlayacak mikrokonrolör.

Belirlenen gerekliklere uygun olarak taşıt açısını ve disk devinim açısını ölçmek için jiro sensör kullanılmıştır. Jiro sensör disk çerçevesi üzerine konumlandırılarak taşıt devrilme açısı ve disk devinim açısı sensörün farklı eksen ölçümlerinden faydalanılarak bir sensörle ölçülmüştür.

Jiro sensörden alınan taşıt devrilme ve jiroskop devinim açı bilgisi kullanılan mikro denetleyici (arduino uno) ile servo motor kontrolü yapılarak jiroskop devinim açısı kontrol edilmiştir. Şekil 5.1'de deney düzeneğinin tüm ekipmanları tanıtılmıştır.



Şekil 5.1 İki tekerlekli jiroskop taşıt modelinin fiziksel yapısı.

1. Ahşap malzemeden yapılmış taşıt kasası
2. Deney başlatılmadan sistem denge pozisyonun manuel ayarlanmasını sağlayan terazi
3. Disk çerçevesinin dönmesini sağlayan rulman yatağı
4. Rulman yatağı disk çerçevesi bağlantı cıvatası
5. Mikrokontrolör bilgisayar bağlantısını sağlayan usb kablo
6. Servo motor sensör haberleşmesini sağlayan Arduino uno modeli
7. Taşıta belli açı verilmesini sağlayan ayaklık

8. Servo motor
9. Servo motor disk çerçevesi bağlantı kolu
10. Taşıt devrilme açısını ve disk devinim açısını ölçen MPU6050 gyro sensör modeli
11. Disk in sabit hızla dönmesini sağlayan DC motor
12. Disk (volan)
13. DC motor güç kablosu
14. Tekerlek
15. Disk Çerçevesi

6
Bulgular ve Değerlendirme

6.1 Simülasyon Çalışmaları

Simülasyon çalışmalarında kullanılacak sistemin fiziksel özelliklerini belirleyen parametreler sistemin deneysel çalışmalarında kullanılacak ekipmanlar göz önüne alınarak tablo 6.1' de belirtilen şekilde seçilmiştir.

Tablo 6.1 Taşıt jiroskop modelinin fiziksel özellikleri.

Sistem Parametreleri (Birimi)	Değerler
Taşıt Kütlesi(kg)	1
Taşıt Ağırlık Merkezi Yüksekliği (m)	0.1
Dikdörtgen Prizma Taşıt Geometrik Özellikleri (m) (axbxc)	0.1x0.25x0.0148
Alüminyum Jiroskop Disk Ağırlığı(kg)	0.314
Jiroskop Disk Yarıçapı(m)	0.05
Alüminyum Jiroskop Disk Ağırlık Merkezi Yüksekliği(m)	0.1
Yerçekimi İvmesi(m/s2)	9.81

Bu bölümde sistemin doğrulama testleri yapıldıktan sonra kutup yerleştirme metodu ile tasarlanan durum geri besleme kontrolcü ile LQR metodu ile tasarlanan durum geri besleme kontrolcü karşılaştırılacaktır. Bunun yanında en iyi kontrol performansı belirlendikten sonra jiroskop disk parametrelerinin sistem üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Ayrıca yapılan deney sonuçlarından elde edilen veriler teorik sonuçlarla karşılaştırılarak sunulacaktır.

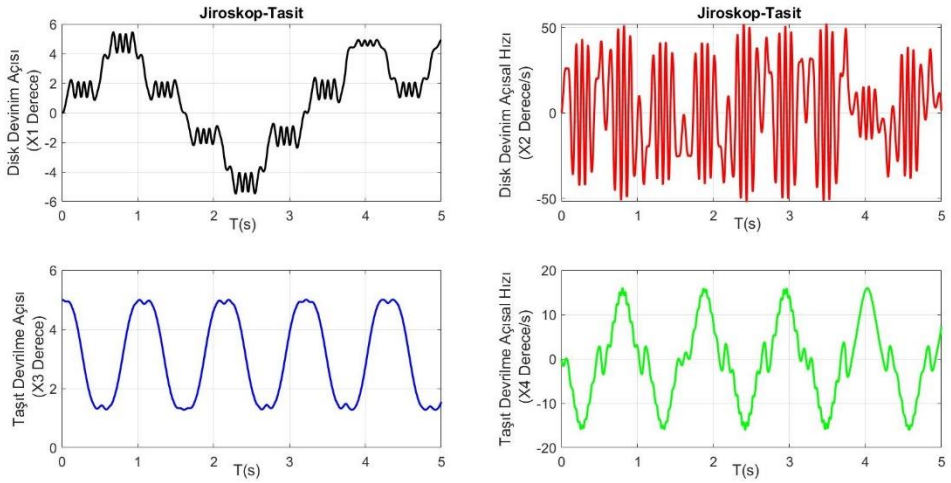
6.1.1 Sistem Doğrulama Testleri

Tüm simülasyon çalışmaları MATLAB yazılımı ile yapılmıştır. Deneysel çalışma yapılmadan önce Lagrange yöntemi ile denklem (3.26) ve denklem (3.28) oluşturulmuş ve sistemin matematiksel modeli fiziksel özelliklerine göre türetilmiştir. Sistemin doğrusal ve doğrusal olmayan modelinin Tablo 6.2'de belirlenen durumlara karşı analizi yapılmıştır. Bu analizlerde sistemin doğruluğunu test etmek amaçlanmıştır.

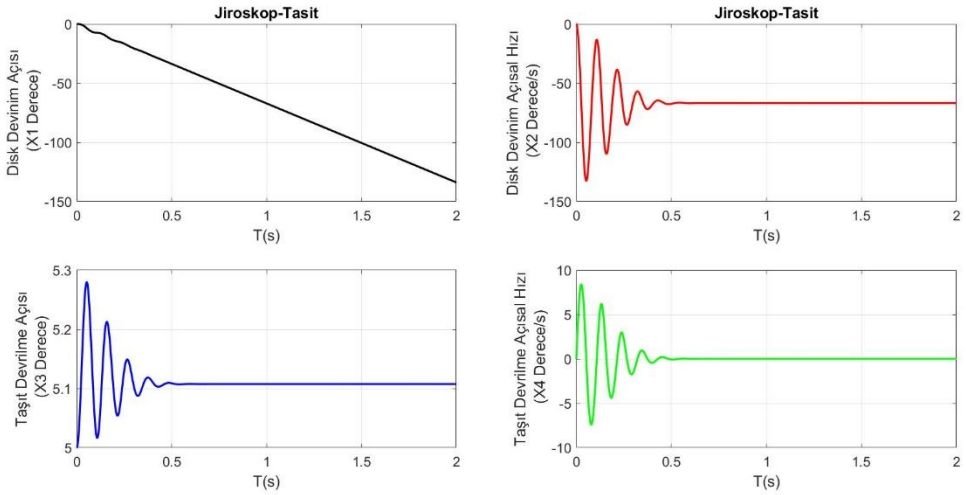
Tablo 6.2 Sistem doğrulama testleri.

Test Adı	Başlangıç Şartları x(0)	Giriş (u)
Test 1	(0 0 5 0)	0
Test 2	(0 0 -5 0)	0
Test 3	(0 0 0 0)	1

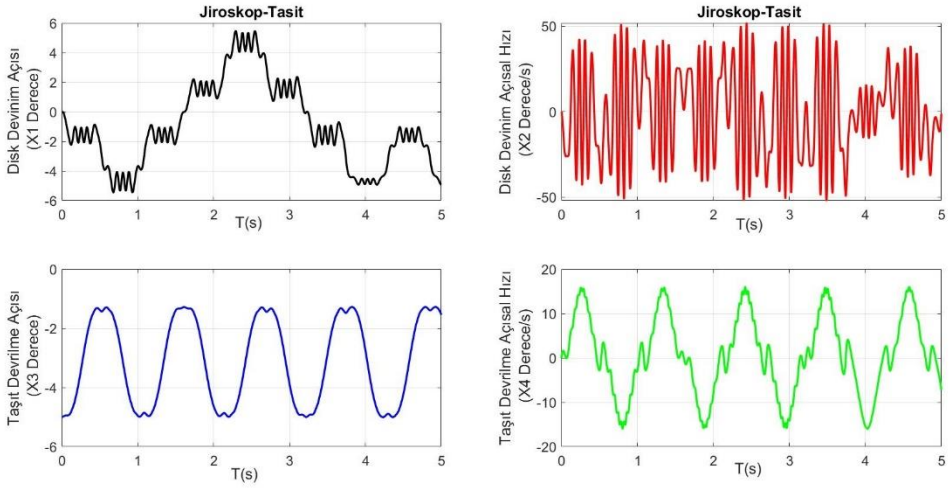
Belirlenen test şartları altında doğrusal ve doğrusal olmayan jiroskop taşıt modelinin test sonuçları:



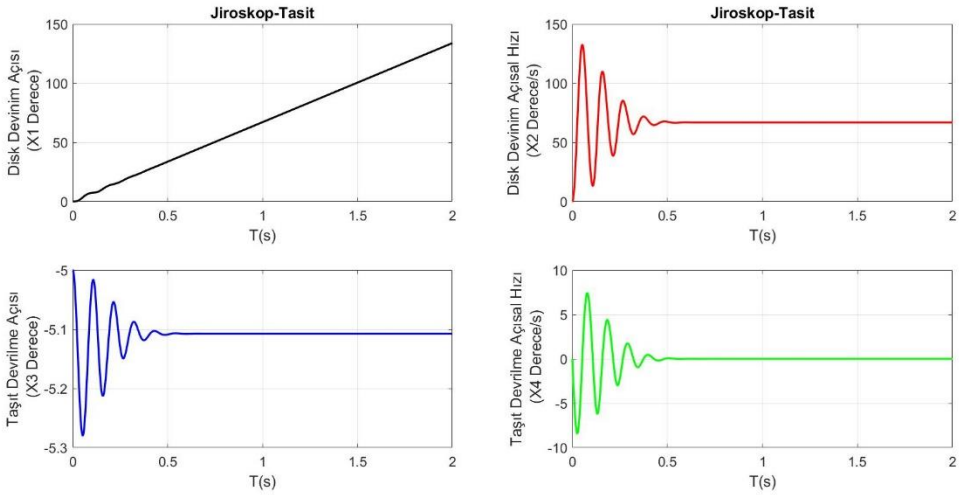
Şekil 6.1 Taşıtın 5 derecelik açı yapması durumunda sistemin doğrusal olmayan modelinin dinamik durumundaki değişim.



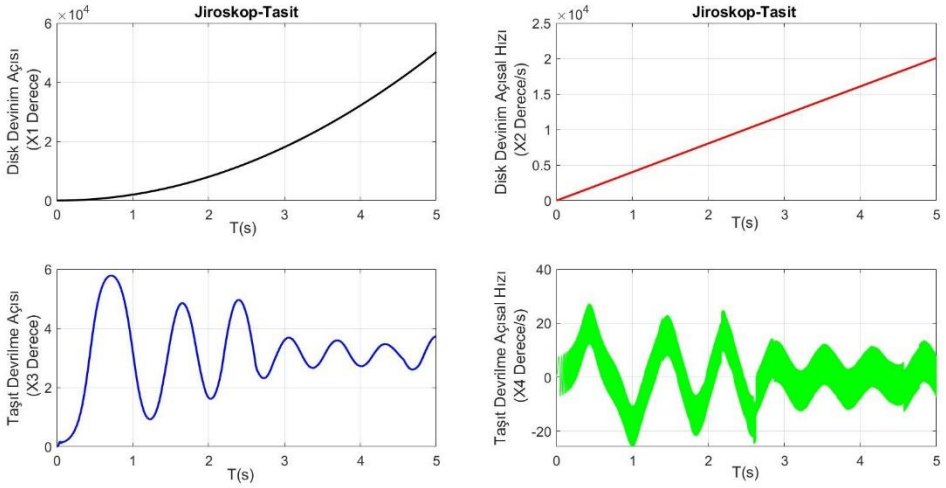
Şekil 6.2 Taşıtın 5 derecelik açı yapması durumunda sistemin doğrusal modelinin dinamik durumundaki değişim.



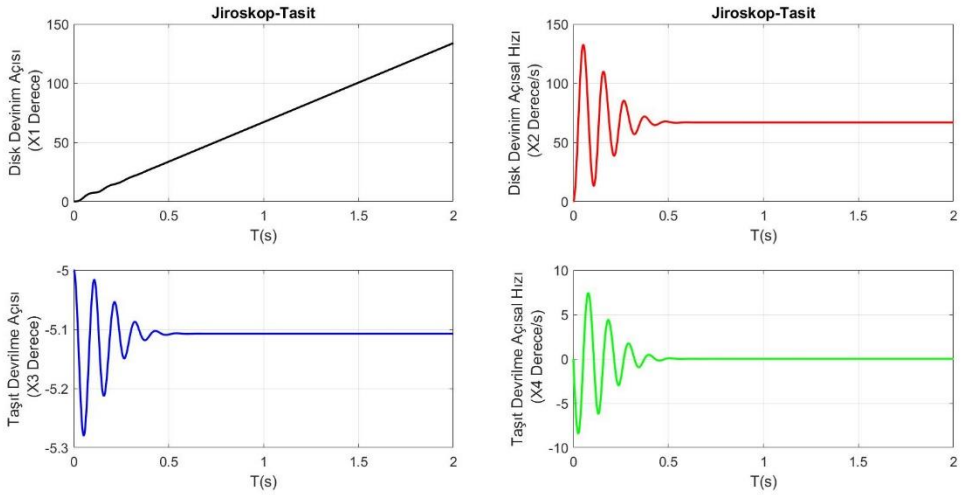
Şekil 6.3 Taşıtın -5 derecelik açı yapması durumunda sistemin doğrusal olmayan modelinin dinamik durumundaki değişim.



Şekil 6.4 Taşıtın -5 derecelik açı yapması durumunda sistemin doğrusal modelinin dinamik durumundaki değişim.



Şekil 6.5 Taşıta 1 birimlik bir bozucu giriş yapılması durumunda sistemin doğrusal olmayan modelinin dinamik durumundaki değişim.



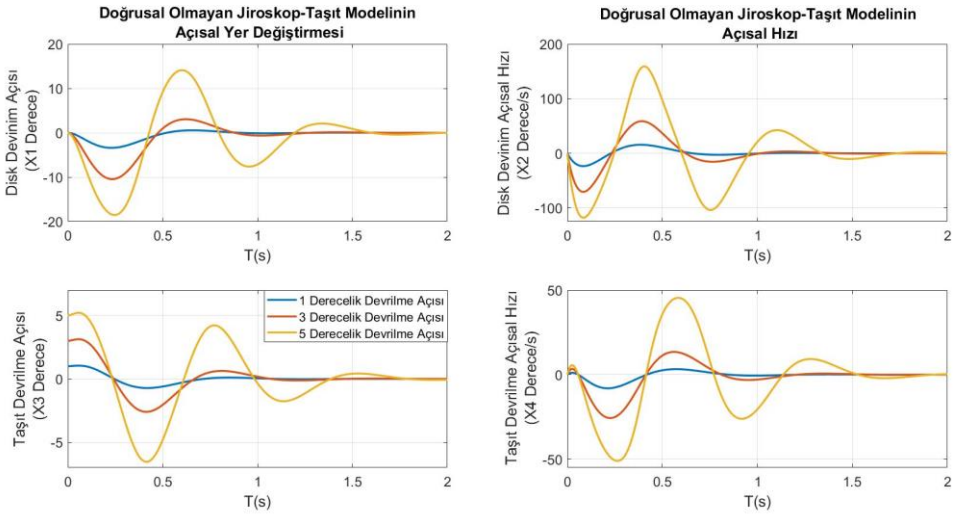
Şekil 6.6 Taşıta 1 birimlik bir bozucu giriş yapılması durumunda sistemin doğrusal modelinin dinamik durumundaki değişim.

Sistem doğrulama testlerinde taşıtın ve jiroskobun birbirine ters yönde hareket ettiği ve bu hareketin sürekli devam ettiği gözlenmiştir. Taşıt devrilmesini engelleme amacıyla jiroskop devinim açısının salınımı gözlenmiştir. Taşıtın devrilme yönüne göre jiroskop devinim açısının yön değiştirdiği sistemi doğrulayan başka bir parametredir. Sistemin doğrusal olmayan matematiksel modeline bozucu giriş durumunda jiroskobun sonsuza gittiği fakat taşıtın azalan bir salınım yaptığı gözlenmiştir. Sistemin matematiksel modelinin kararsız olması bu hareketi anlaşılır kılmıştır.

6.2 Kutup Yerleştirme Yöntemi ile Tasarlanan Kontrolcü Testleri

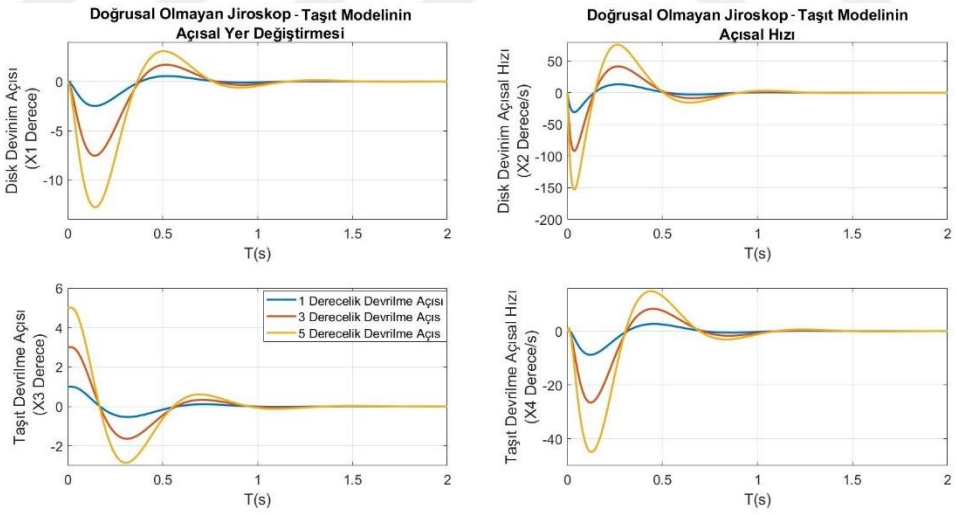
Doğrusallaştırılmış taşıt jiroskop modelinin kutup yerleştirme yöntemi ile belirlenen geri besleme kazanç matrisi, baskın kutuplar sistem gerekliliklerine göre belirlenip geriye kalan kutupların sanal eksenin sol tarafından seçilmesi ile tasarımı gerçekleştirilmiştir.

Daha sonra doğrusal sistem modeli ile tasarlanan kontrolcüler doğrusal olmayan sistem diferansiyel denklemleri içine dahil edilerek sistem analizi yapılmıştır.



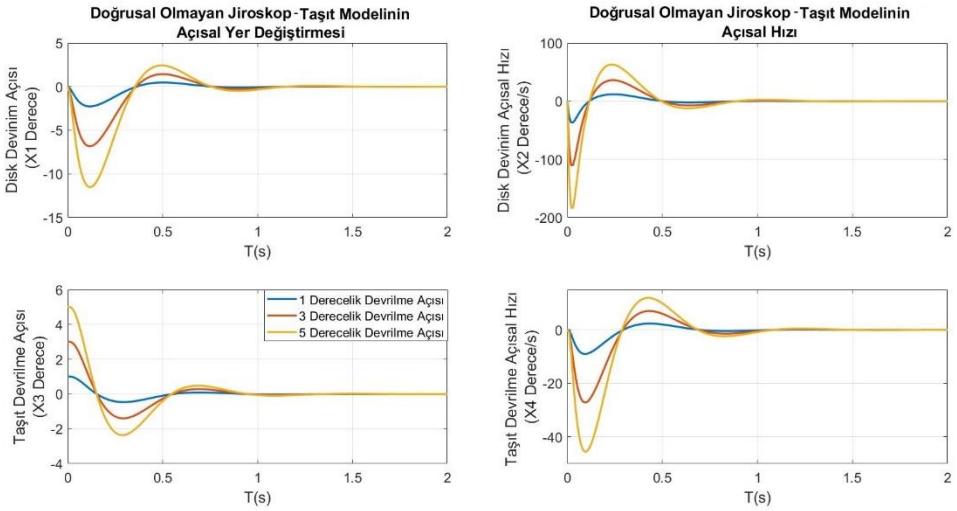
Şekil 6.7 Kutup yerleştirme yöntemi 1. seçim [-12 -8 -4+7.83j -4-7.83j] sistem cevabı.

İkinci mertebeden sistem karakteristik denklemi kullanılarak belirlenen performans kriterlerine göre baskın kutupları bulunan sistemin geriye kalan kutuplarının baskın kutupların gerçek kısmının 2 ve 3 katı seçilmesi ile tasarlanan durum geri besleme kontrolcünün şekil 6.5'te taşıtın 1 ,3 ve 5 derecelik (başlangıç şartı) derecelik taşıt devrilme açıları karşısında cevabı gösterilmektedir.



Şekil 6.8 Kutup yerleştirme yöntemi 2. seçim [-40 -20 -4+7.83j -4-7.83j] sistem cevabı.

Baskın kutupları bulunan sistemin geriye kalan kutuplarının baskın kutupların gerçek kısmının 5 ve 10 katı seçilmesi ile tasarlanan durum geri besleme kontrolcünün şekil 6.6'da taşıtın 1 ,3 ve 5 derecelik (başlangıç şartı) derecelik taşıt devrilme açıları karşısında cevabı gösterilmektedir.



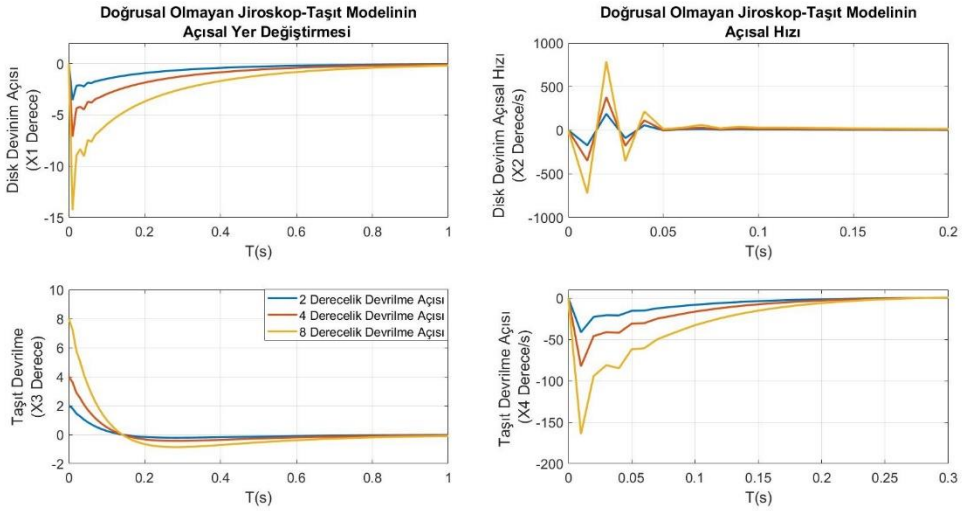
Şekil 6.9 Kutup yerleştirme yöntemi 2. seçim [-48 -40 -4+7.83j -4-7.83j] sistem cevabı.

Baskın kutupları bulunan sistemin geriye kalan kutuplarının baskın kutupların gerçek kısmının 10 ve 12 katı seçilmesi ile tasarlanan durum geri besleme kontrolcünün şekil 6.7'de taşıtın 1, 3 ve 5 derecelik (başlangıç şartı) derecelik taşıt devrilme açıları karşısında cevabı gösterilmektedir.

Şekil 6.5, şekil 6.6 şekil 6.7'den anlaşılacağı gibi kutupların sanal eksenin sol tarafında seçilme uzaklıkları sistemin cevap hızını belirlemektedir. Kutupların çok solda seçilmesi regülasyon işini hızlandırır fakat kullanılması gereken kontrol girişinin artırılmasını gerektirir yani kontrol işi için harcanan enerji miktarını artırır. Bunun aksine kutupların sanal eksene yakınlaşması regülasyon işini yavaşlatır ve sistem durumları daha uzun bir sürede sıfıra yakınsar.

6.3 LQR Yöntemi ile Tasarlanan Kontrolcü Testleri

Sezgisel olarak belirlenen Q ve R matrisleri ile optimum kontrol yapılmaya çalışılmıştır. 3 farklı ağırlık matris seçimi için sistem simülasyon sonuçları sunulmuştur.



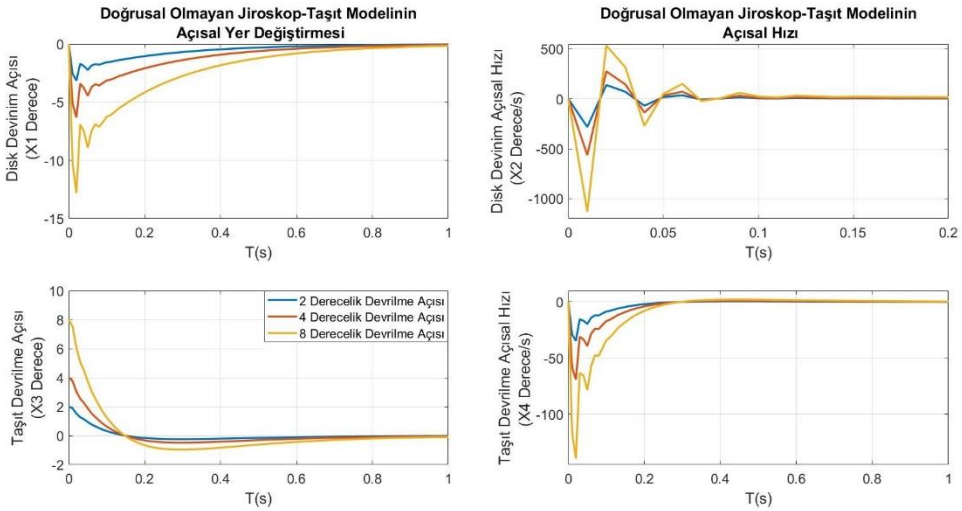
Şekil 6.10 LQR 1. seçim sistem başlangıç durum cevabı.

Şekil 6.8'de LQR yöntemi ile tasarlanan kontrolcünün Q ve R matrislerinin Bryson kuralına göre seçilmesi ile;

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 3.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R} = [0.007]$$

sistemin 3 farklı başlangıç şartına karşı cevabına bakılmıştır.



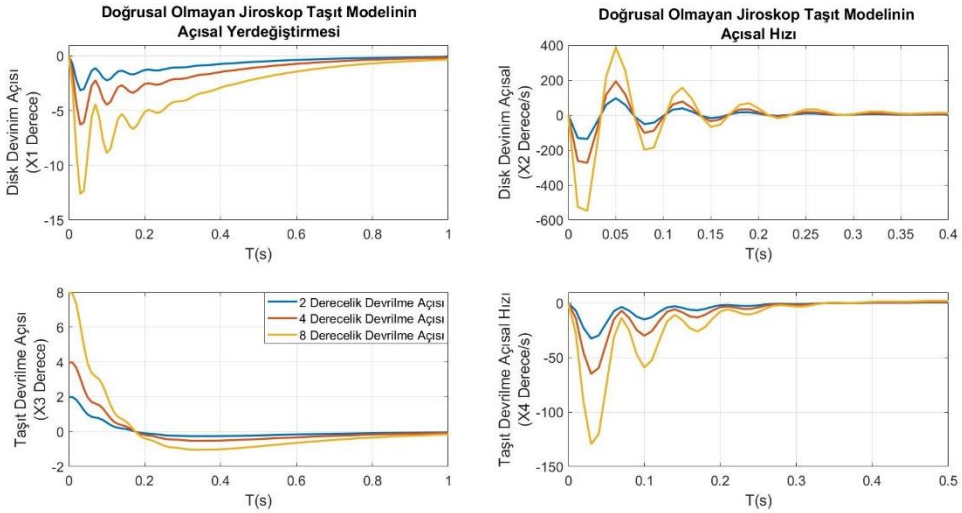
Şekil 6.11 LQR 2. seçim sistem başlangıç durum cevabı.

Şekil 6.9'da LQR yöntemi ile tasarlanan kontrolcünün Q ve R matrislerinin;

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R} = [0.007]$$

biçiminde seçilmesi ile sistemin 3 farklı başlangıç şartına karşı cevabına bakılmıştır.



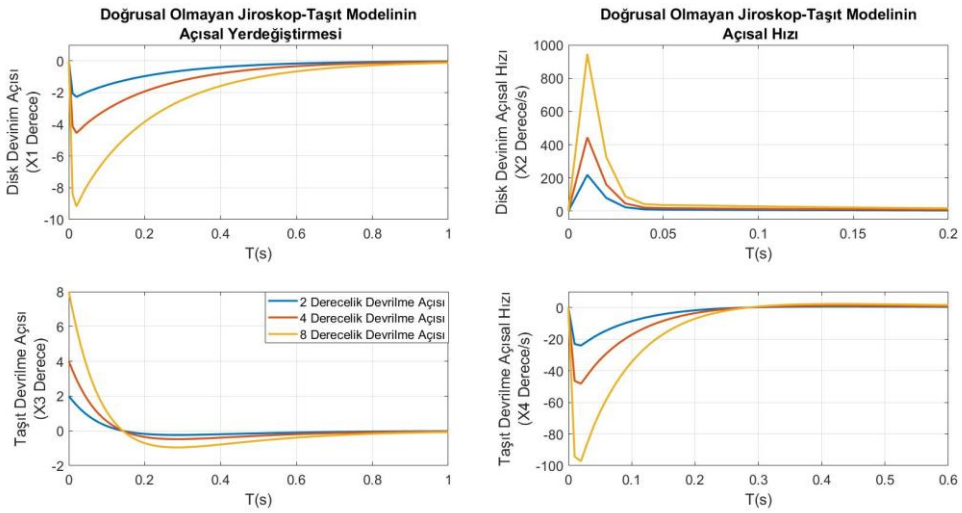
Şekil 6.12 LQR 3. seçim sistem başlangıç durum cevabı.

Şekil 6.10 da LQR yöntemi ile tasarlanan kontrolcünün Q ve R matrislerinin;

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 3.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8.16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R} = [1]$$

biçiminde seçilmesi ile sistemin 3 farklı başlangıç şartına karşı cevabına bakılmıştır.



Şekil 6.13 LQR tavlama benzetimi sistem başlangıç durum cevabı.

Tavlama benzetimi algoritması ile yükselme zamanı oturma zamanı ve yerleşme zamanı kriterleri ile ek F'de tanımlanan amaç fonksiyonun optimizasyonu için Q matrisinin 1 ile 100 R matrisinin 0 ile 2 aralığında farklı değerleri arasında en iyi cevabı veren matrislerin

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 88.1423 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 51.2824 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

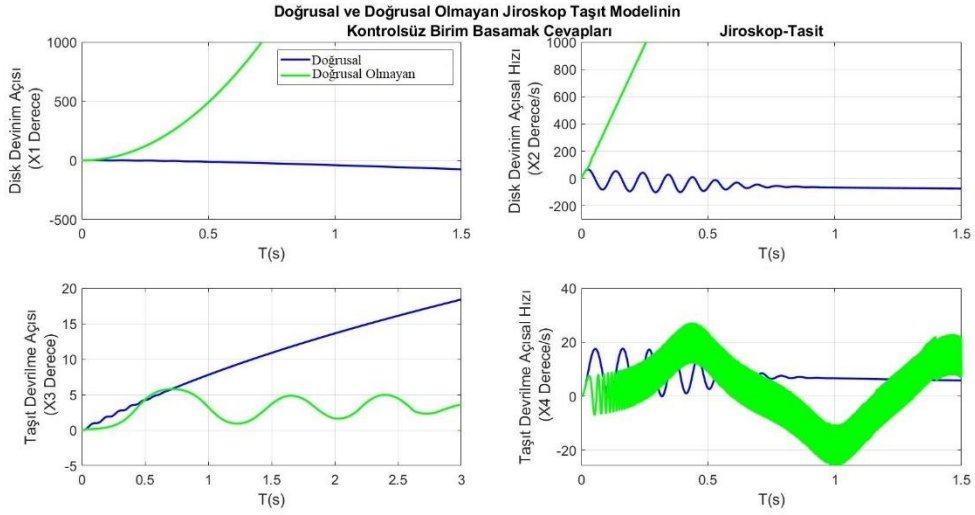
$$\boldsymbol{R} = [0.0070]$$

biçiminde bulunması ile sistemin 3 farklı başlangıç şartına karşı cevabına bakılmıştır.

Şekil 6.8, şekil 6.9, şekil 6.10 ve şekil 6.11 Q ve R ağırlık matrislerinin seçiminin sistem üzerindeki etkisini göstermektedir. Sistemin iki önemli problemi olan regülasyonun hızlı olması ve kullanılan kontrolcü girişinin az olması ağırlık matrislerinin seçimi ile belirlenmiştir. Q matrisinin büyük seçilmesi regülasyonun hızlı olduğunu göstermiştir. Q matrisinin küçük seçilmesi kontrol girişinin az olacağını yani kontrol için harcanan enerjinin az olacağını göstermiştir. Sistem gereklilikleri bu seçimleri belirler.

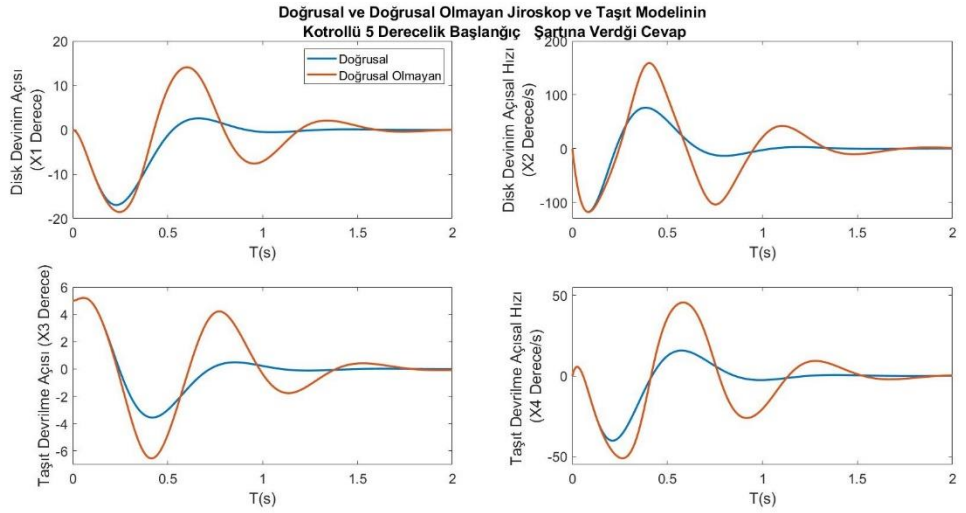
6.4 Doğrusal ile Doğrusal Olmayan Modellerin ve Tasarlanan Kontrolcülerin Karşılaştırılması

Tasarlanan kontrolcülerin birbiri ile karşılaştırılması yapılmadan önce sistemin doğrusal ve doğrusal olamayan modellerinin kontrolsüz cevapları taşıt devrilme açısı ve disk devinim açısı bakımından kıyaslanmıştır.



Şekil 6.14 Doğrusal ve doğrusal olmayan sistem cevabı.

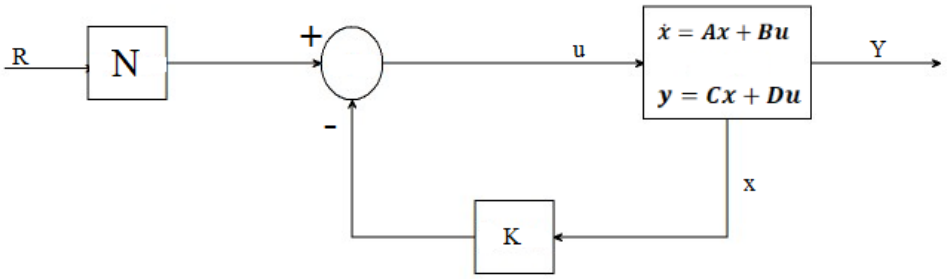
Sistemin doğrusal ve doğrusal olmayan kontrolsüz modellerine birim basamak girişi uygulandığında farklı cevaplar vermiş olsalar da kontrollü cevapları arasında sadece genlik farkı mevcuttur.



Şekil 6.15 Doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin kontrollü 5 derecelik devrilme açısına verdiği cevap.

Kutup yerleştirme yöntemi ile tasarlanan kontrolcülerden seçim 1 ile sistemin doğrusal ve doğrusal olmayan modellerinin 5 derecelik devrilme açısına verdiği cevap şekil 6.13'te gösterilmiştir.

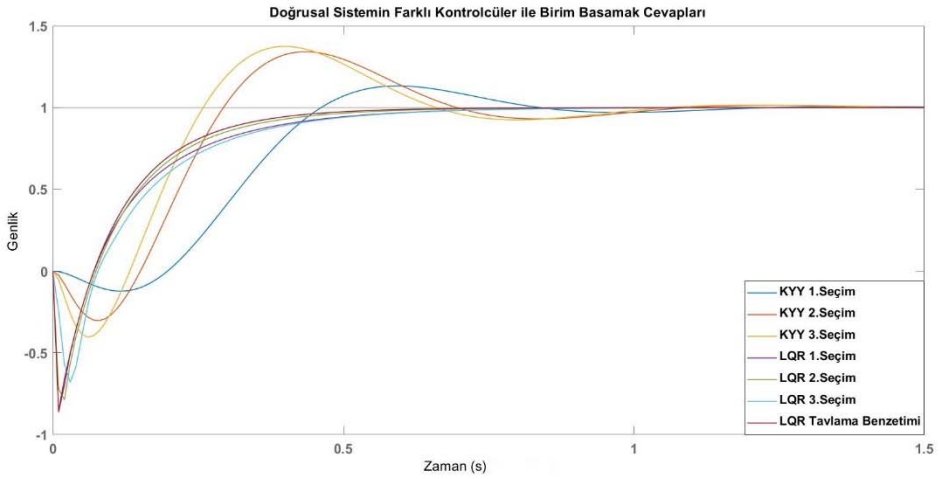
Jiroskop taşıt sistemi için tasarlanan durum geri besleme kontrolcülerinin doğrusal olmayan sistem başlangıç cevapları sistem gerekliliklerine uygun tasarım yapıldığını gösterememektedir. Kontrolcülerin sistem üzerinde başarılı olduğu fakat gerekli performans kritiklerinin sağlandığı konusuna açıklık getirmek için sistem birim basamak cevapları değerlendirilir. Durum geri besleme kontrol sisteminde tüm durumların ölçülüp kazanç matrisi ile çarpıldıktan sonra referans girişinden çıkarılması sebebi ile [Kx] kontrol girişinin istenen referans girişe eşit olmasının beklenmesi için geçerli bir neden yoktur.[31] Bu problemin ortadan kaldırılması için [Kx] sürekli rejim değerinin referans girişe eşitlenerek ölçeklendirilmesi gerekmektedir.



Şekil 6.16 Ölçeklendirilmiş referans girişli sistem şeması.

N olarak isimlendirilen ölçekleme katsayısı MATLAB yardımı ile ek B'de gösterildiği gibi rscale komutu kullanılarak hesaplanmıştır.

Ölçeklendirme katsayısı kullanılarak sistemin doğrusal matematiksel modelinin tasarlanan kontrolcüler ile birim basamak girişine verdiği cevaplar performans kriterleri açısından incelenmiştir.



Şekil 6.17 Farklı kutup seçimleri ve farklı ağırlık matrisi seçimlerine göre sistemin birim basamak cevabı.

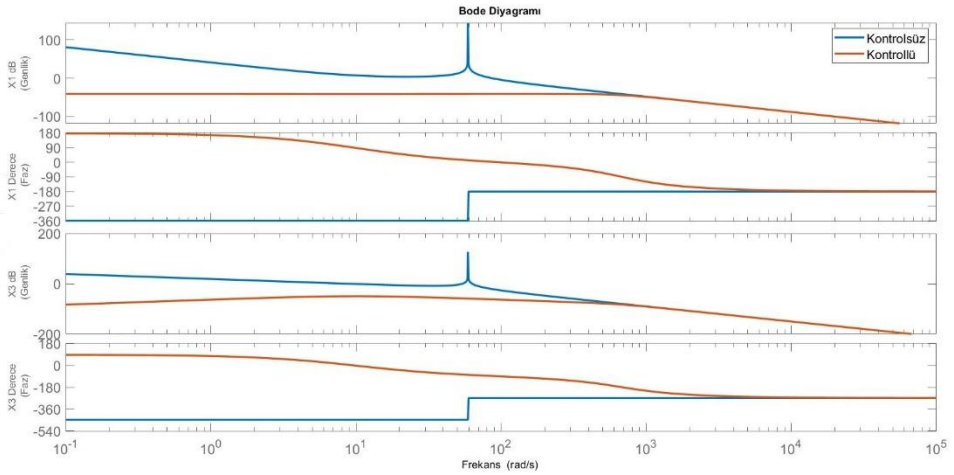
Tablo 6. 3 Tasarlanan tüm kontrolcülerin performans değerleri.

	Seçim 1		Seçim 2		Seçim 3		Tavlama Benzetimi	
Kutup Yerleştirme Yöntemi	Yükselme Zamanı	0.1963	Yükselme Zamanı	0.1108	Yükselme Zamanı	0.0985		
	Oturma Zamanı	1.0731	Oturma Zamanı	1.0047	Oturma Zamanı	0.9699		
	Maksimum Aşma	13.2587	Maksimum Aşma	34.1701	Maksimum Aşma	37.4309		
	Tepe Noktası	1.1326	Tepe Noktası	1.3417	Tepe Noktası	1.3743		
	Tepe Zamanı	0.5903	Tepe Zamanı	0.4354	Tepe Zamanı	0.3983		
LQR Yöntemi	Yükselme Zamanı	0.3197	Yükselme Zamanı	0.2659	Yükselme Zamanı	0.3241	Yükselme Zamanı	0.2463
	Oturma Zamanı	0.5685	Oturma Zamanı	0.4892	Oturma Zamanı	0.5970	Oturma Zamanı	0.4434
	Maksimum Aşma	0	Maksimum Aşma	0	Maksimum Aşma	0	Maksimum Aşma	0
	Tepe Noktası	0.9990	Tepe Noktası	0.9995	Tepe Noktası	0.9973	Tepe Noktası	0.9997
	Tepe Zamanı	1.1851	Tepe Zamanı	1.1090	Tepe Zamanı	1.0225	Tepe Zamanı	1.0636

Kutup yerleştirme yöntemi ile seçim 2 ve seçim 3'te tasarlanan kontrolcülerin maksimum aşma değerlerinin yüksek olduğu ve sistem tasarım kriterlerimize uygun olmadığı tespit edilmiştir. Kutup yerleştirme seçim 1, LQR yöntemi seçim1,2,3 ve tavlama benzetimi ile tasarlanan kontrolcülerin sistem gereklilikleri

göz önüne alındığında başarılı olduğu tespit edilmiştir. LQR yöntemi için kullanılan tavlama benzetimi algoritması ile tasarlanan kontrolcünün yerleşme ve maksimum aşma kriterleri göz önüne alındığında en iyi performansa sahip kontrolcü olduğu tablo 6.3'te görülmektedir.

Tavlama benzetimi ile ağırlık matrisleri belirlenen LQR kontrolcünün frekans alanı cevabı da bode diyagramı kullanılarak şekil 6.14 gösterilmiştir.



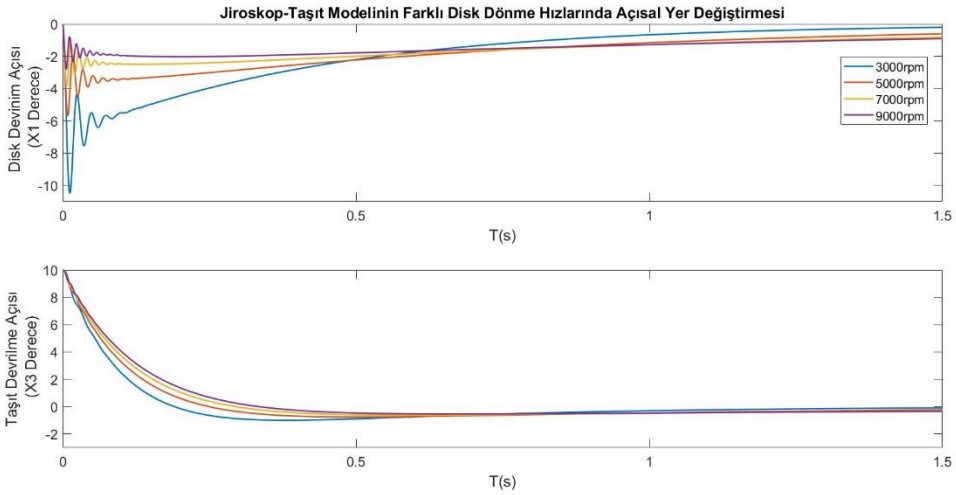
Şekil 6.1 Tavlama benzetimi ile ağırlık matrisleri seçilen LQR kontrolcü frekans alanı analizi.

Frekans değişimine karşı çizilen genlik oranı ve faz açısı eğrilerinden oluşan bode diyagramında X1 disk devinim açısını X3 taşıt devrilme açısını ifade etmektedir.

6.5 Farklı Konfigürasyonların Sistem Cevapları

Tasarlanan kontrolcüler farklı devrilme açıları ve birim basamak cevaplarına göre karşılaştırılmıştır fakat taşıtın farklı disk parametrelerine göre cevapları gözlenmemiştir. Bu bölümde LQR seçim 2 kontrolcüsü tüm simülasyon çalışmalarında sabit tutularak farklı disk parametrelerinin sistemin doğrusal olmayan modeli üzerindeki etkisi araştırılmıştır.

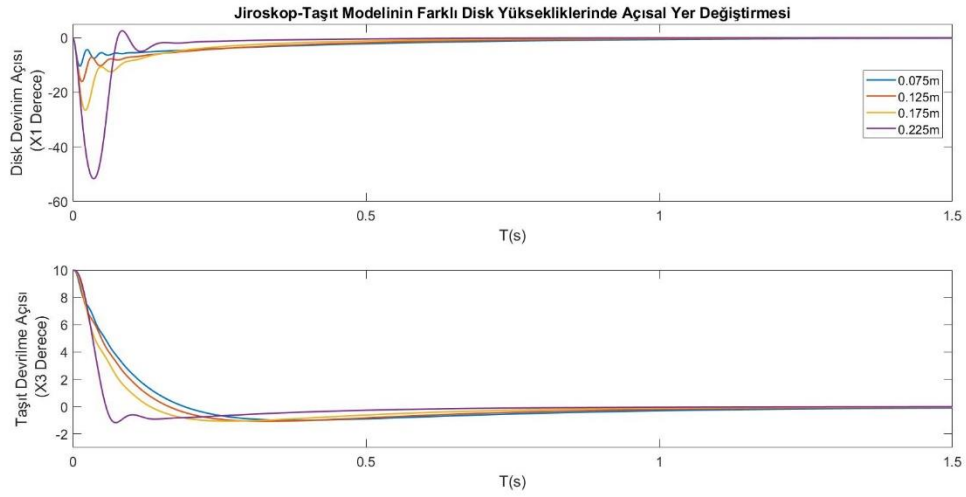
Disk sabit dönme hızının etkisi:



Şekil 6.19 Farklı disk dönme hızlarında sistemin cevabı.

Jiroskop taşıt sisteminin diskin dönme hızı ile ilişkisini göstermek amacıyla 3000rpm,5000rpm,7000rpm ve 9000rpm olmak üzere 4 farklı disk dönme hızı seçilmiştir. Sistem cevabının jiroskop diskinin sabit dönme hızı ile ilişkisini gösteren şekil 6.13'ten anlaşılacağı gibi diskin hızının artırılması ile taşıt salınımının azaldığı görülmektedir. Disk hızının artması ile oluşan devinim momentinin artması bunu sağlamıştır. Böylelikle taşıtın yapmış olduğu 10°C açı daha küçük devinim açıları ile düzeltilmiştir. Fakat yüksek dönme hızları ile taşıtın sıfır dereceye yerleşme süresinin arttığı gözlenmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda disk dönme hızı ile taşıt hareketinin ilişkisi açıklanmıştır.

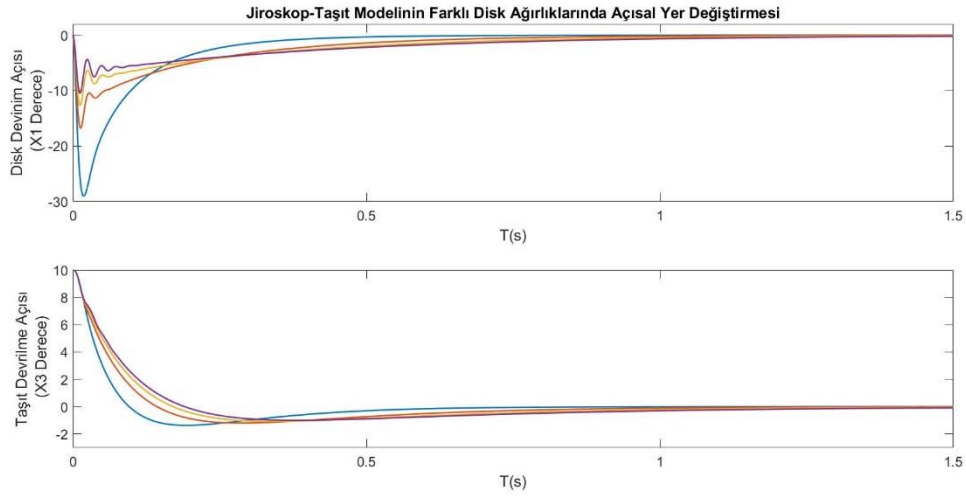
Disk ağırlık merkezi yüksekliğinin etkisi:



Şekil 6.20 Farklı disk yüksekliklerinde sistemin cevabı.

Sistemin diskin yüksekliği ile ilişkisini göstermek amacıyla 0.075m,0125m,0175 ve 0.225m olmak üzere 4 farklı disk ağırlık merkezi yüksekliği seçilmiştir. Jiroskobun düşük yüksekliklerde taşıtı daha hızlı dengelediği gözlenmiştir. Düşük yüksekliklerde daha az moment oluşması sebebi ile taşıt devrilmesini engelleyici devinim torku da düşüktür. Bu durum sistem cevabının hızını negatif yönde etkilese de taşıt salınımını pozitif yönde etkilemektedir. Şekil 6.14 ten farklı yüksekliklerin sistem cevabını nasıl etkilediği anlaşılmaktadır.

Disk ağırlığının etkisi;

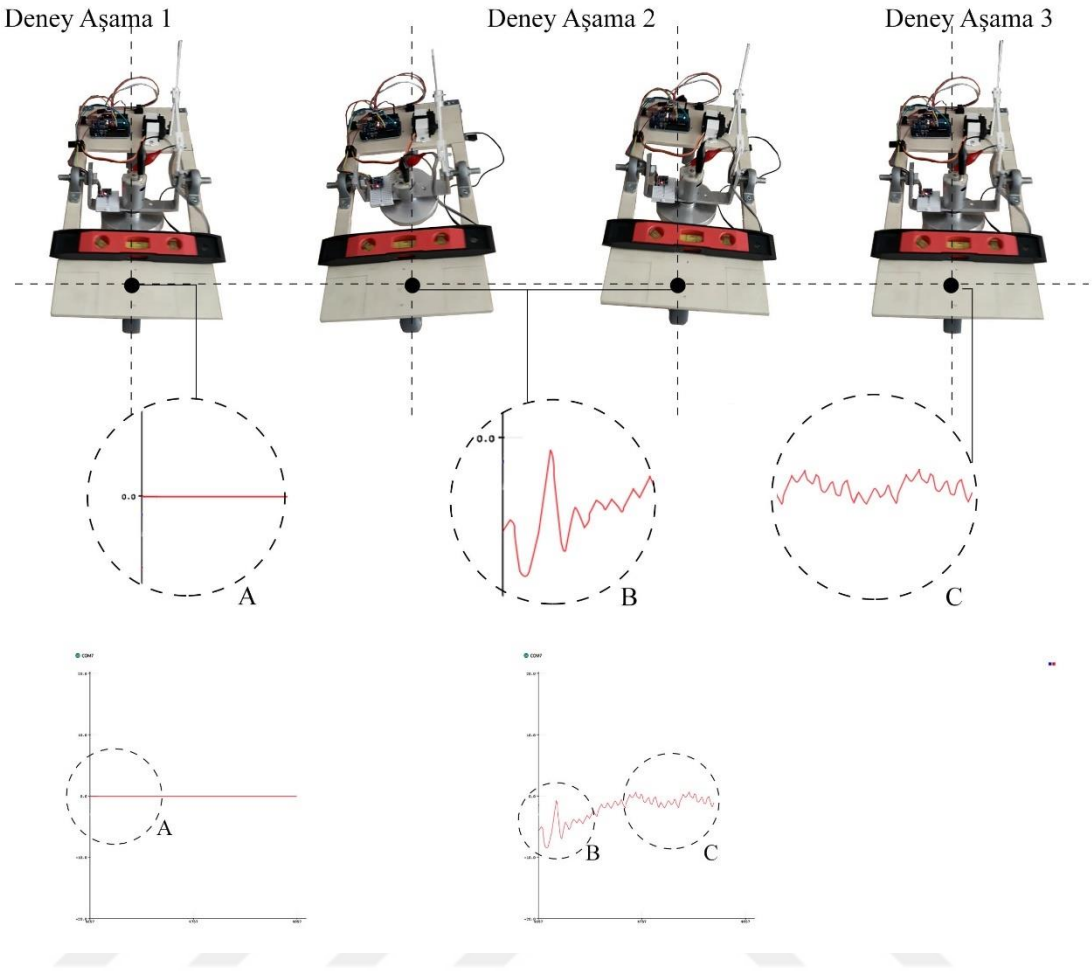


Şekil 6.21 Farklı disk yüksekliklerinde sistemin cevabı.

Disk ağırlığının 0.301, 0.500 kg, 0.700 kg ve 0.900 kg seçilmesi ile devrilme açısı yapmış olan taşıtta nasıl bir değişikliğe sebep olduğu incelendiğinde disk kütlesinin artırılması taşıtın yapmış olduğu devrilme açısının daha küçük devinim açıları ile dengelenmesini sağladığı gözlenmiştir. Fakat taşıt devrilme açısının ve jiroskop devinim açılarının sıfır denge noktasına oturma süresi uzamıştır.

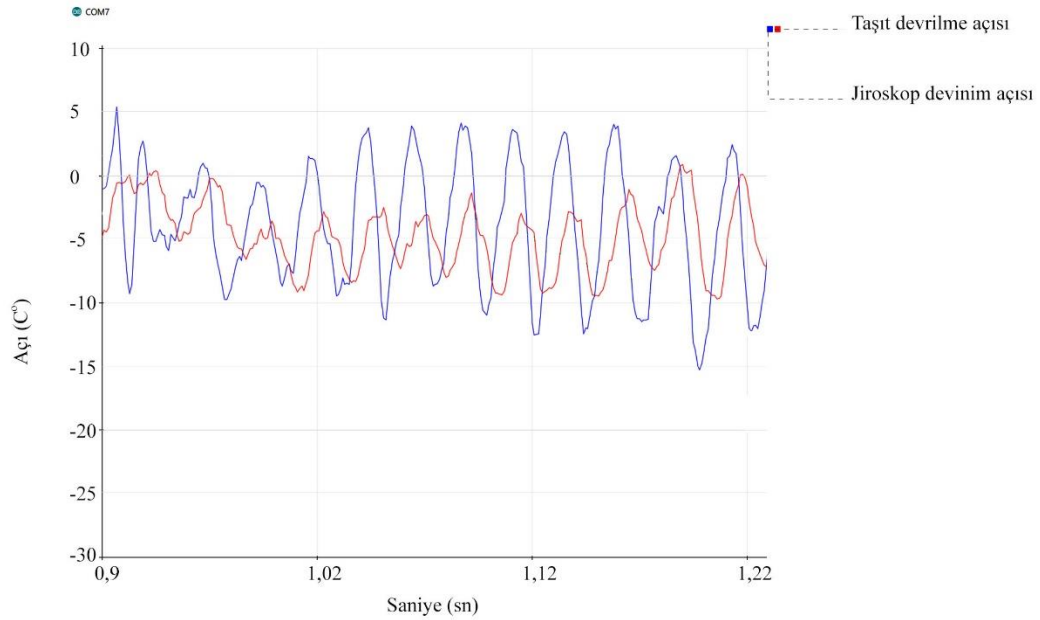
6.6 Deneysel Bulgular

Fiziksel sistemi kurulan iki tekerlekli jiroskop taşıt modeli üzerinde MPU6050 sensörü disk çerçevesi üzerine konumlandırılarak taşıt devrilme açı bilgisi ve jirsokop devinim açı bilgisi tek sensör üzerinden ölçülmüştür. Taşıt devrilme hareketi ile jiroskop devinim açısının farklı eksenlerde olması buna olanak sağlamıştır.



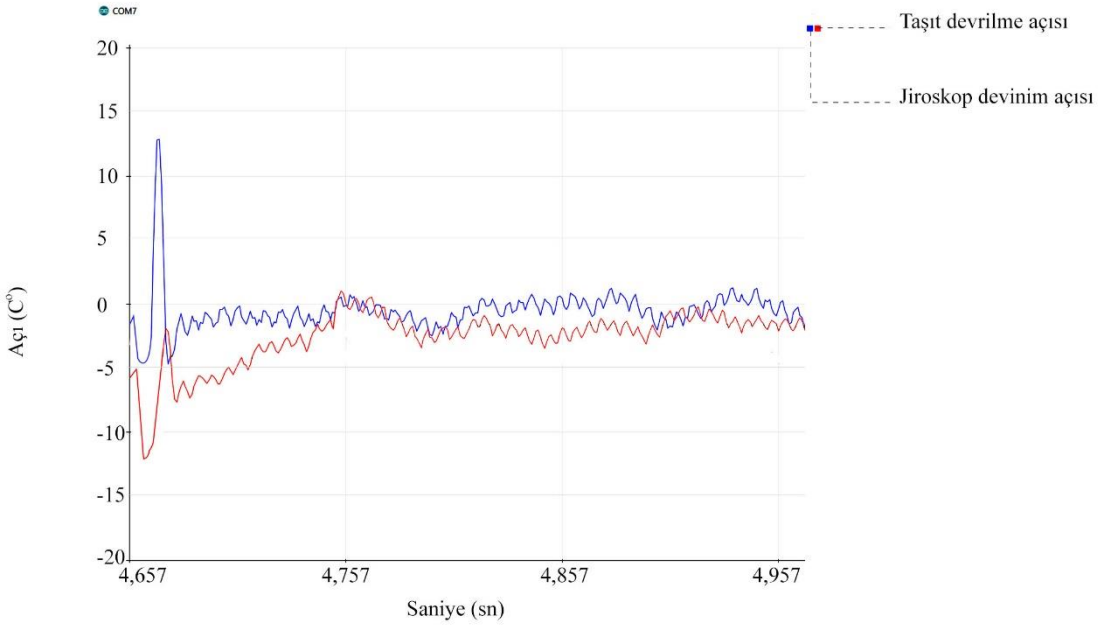
Şekil 6.22 Deneysel sistem davranışı.

Deney aşama 1'de deneysel sistem terazi yardımı ile manuel olarak denge noktasına getirilmiştir. Deney aşama 2'de sistem çalıştırılarak taşıta 5 derecelik yatma açısı verilmiştir. Deney aşama 3'te 5 derecelik devrilme açısı sönümledikten sonraki taşıt davranışı incelenmiştir.



Şekil 6.23 Kontrolsüz sistemin deneysel açı ölçümü..

Arduino UNO[38] modeli üzerinden yapılan ölçümlerde belli bir aralıkta alınana deneysel veriler şekil 6.16 da görüldüğü gibi taşıtın 5 derecelik açı yaptıktan sonra sistem üzerinden yapılan ölçümlerde jiroskop devinim açısının konumuna göre taşıt devrilme açısının değiştiği ve denge konumuna gelmeden sürekli salınım yaptığı gözlenmiştir.



Şekil 6.24 Servo motor ile kontrol edilen deneysel sistem cevabı.

Yapılan teorik simülasyon sonucunda kontrollü sistem cevapları incelenerek taşıtın yaptığı devrilme açısına göre servo motorun jiroskop disk çerçevesine yaptırdığı açı belirlenmiş ve bu doğrultuda deneysel sistem üzerinden veri alınmıştır. Taşıtın 5 derecelik açı yapma durumunda jiroskop çerçevesine yaklaşık 12 derecelik açı yaptırılarak taşıt denge konumuna getirilmiştir. Deneysel sistem üzerinde elektrik motorunun sebep olduğu titreşimler ölçümlerin gürültülü olmasına sebep olmuştur. Fakat sistemin kontrol edilebildiği ve iki tekerlekli taşıtın denge probleminin jirsokop ile giderilebileceği deneysel olarak ta gösterilmiştir.

7
Sonuçlar ve Öneriler

İşlevsel bir jiroskobik stabilizasyon sistemi üretme hedefine ulaşmak için, sistem Lagrange yöntemi kullanılarak modellenmiştir. Sistemi modellemek ve simüle etmek stabilizasyonu optimize etmeyi ve olası sorunları tahmin etmeyi sağlamıştır. Ayrıca sistemi yeterli doğruluk seviyesinde test etmek için maliyeti olmayan bir yöntemdir. Bu prosedürler nihai jiroskop taşıt sisteminin imalat sürecinde önemlidir. Bu süreçte sistemin hareket denklemleri durum-uzay formuna dönüştürülmüştür ve yatay konum etrafında doğrusallaştırılmıştır. Sistemin istenen çalışma pozisyonu şöyle tanımlanmıştır: ($\dot{\theta}=\theta=\alpha=0$). Sonra sistem bu denge noktası etrafında doğrusallaştırılmıştır. Doğrusal sistem modeli üzerinden kutup yerleştirme yöntemi ve LQR yöntemi kullanılarak farklı kutup konumları ve farklı ağırlık matrisleri için durum geri beslemeli kontrolcüler tasarlanmıştır. Tavlanma benzetimi ile LQR kontrolcü ağırlık matrislerinin belirlenmesi, yapılan kontrolcü tasarımları arasında en iyi sonucu verdiği gösterilmiştir. Tasarlanan kontrolcüler aynı zamanda sistemin doğrusal olmayan modeline de uygulanmıştır. Grafikler, dinamik denklemler fiziksel bir deneyde iki tekerlekli taşıt modeline ne olacağı konusunu açıklamaktadır ve meydana gelen fiziksel olayların doğru bir sunumunu vermektedir. Bu doğrultuda farklı disk hızlarında farklı disk yüksekliklerinde ve farklı disk ağırlıklarında sistem cevabının incelenmesi sonucu disk hızının artırılması ile taşıt salınımının azaldığı, disk kütlesinin artırılması ile taşıtın yapmış olduğu devrilme açısının daha küçük devinim açıları ile dengelendiği ve son olarak düşük disk yüksekliklerinde taşıtın daha hızlı dengelendiği gözlenmiştir.

Simülasyon sonuçlarından, jiroskobik dengelemenin iki tekerlekli bir aracın denge pozisyonunu korumasına izin vermek için uygun bir yöntem olduğu sonucuna varılmıştır. Yapılan deneysel çalışmalar teorik olarak ta yapılan simülasyon sonuçlarını doğrular niteliktedir. Bu araştırma, bir jiroskobun gerçekte devrilme

eğilimi gösteren iki tekerlekli bir taşıtı yeterli parametrelerin uygulanması ile verimli bir sürede stabil dengeye zorlayabileceğini göstermiştir. Bu çalışma ile elde edilen sonuçlar jiroskobik araştırmaların mevcut mühendislik uygulamalarının yanı sıra iki tekerlekli taşıt modeli üzerinden tasarlanacak otonom taşıt modelinin faydalanabileceği olanaklara bir giriş niteliğindedir.

Gelecekte yapılacak çalışmalarda hassas üretim ile taşıt parçalarının uygun montajı jiroskop çerçevesinin hareketini kolaylaştırıcı seramik rulman kullanımı iki tekerlekli taşıt sisteminin dengelenmesini sağlayan jiroskop için daha uygun sonuçlar doğuracaktır. Ayrıca daha hızlı bir işlemciye sahip mikro kontrolcü kullanımı ve bu mikro kontrolcüye kontrol algoritmasının gömülmesi sistemi geliştirecektir. Yapılacak çalışmalarda taşıtın gerçek yol şartlarında maruz kaldığı dış kuvvetlerin sistem üzerindeki etkisi araştırılarak çalışma daha kapsamlı yapılabilir.

Sürücü hatalarını azaltıcı çalışmaların otonom taşıtlara doğru gittiği günümüzde kalabalıklaşan toplumlarda taşıtların çeşitli problemleri beraberinde getirmesi açısından iki tekerlekli taşıtların denge probleminin giderilmesi büyük bir öneme sahiptir.

Kaynakça

[1] V. A. W. Hillier and P. Coombes, *Hillier's fundamentals of motor vehicle technology*: Nelson Thornes, 2004.

[2] *Bilim ve Teknik*., http://bilimteknik.tubitak.gov.tr, İnternet adresi: (23.10.2018).

[3] L. Brennan, "Means for imparting stability to unstable bodies," ed: Google Patents, 1905.

[4] P. P. Shīlovskīĭ, *The Gyroscope: Its Practical Construction and Application, Treating of the Physics and Experimental Mechanics of the Gyroscope, and Explaining the Method of Its Application to the Stabilization of Monorailways, Ships, Aeroplanes, Marine Guns, Etc*: E. & FN Spon, Limited, 1924.

[5] P. Schilowsky, "Gyroscope," ed: Google Patents, 1915.

[6] S. P. Timoshenko and D. H. Young, "Advanced dynamics," 1948.

[7] D. E. Jones, "The stability of the bicycle," *Physics today,* 23, pp. 34-40, 1970.

[8] R. S. Sharp, "The stability and control of motorcycles," *Journal of mechanical engineering science,* 13, pp. 316-329, 1971.

[9] R. E. Klein, "Using bicycles to teach system dynamics," *IEEE Control Systems Magazine,* 9, pp. 4-9, 1989.

[10] K. J. Astrom, R. E. Klein, and A. Lennartsson, "Bicycle dynamics and control: adapted bicycles for education and research," *IEEE Control Systems,* 25, pp. 26-47, 2005.

[11] Y. Yavin, "Stabilization and control of the motion of an autonomous bicycle by using a rotor for the tilting moment," *Computer methods in applied mechanics and engineering,* 178, pp. 233-243, 1999.

[12] Y. Tanaka and T. Murakami, "A study on straight-line tracking and posture control in electric bicycle," *IEEE Transactions on Industrial Electronics,* 56, pp. 159-168, 2009.

[13] M. Defoort and T. Murakami, "Sliding-mode control scheme for an intelligent bicycle," *IEEE Transactions on Industrial Electronics,* 56, pp. 3357-3368, 2009.

[14] J. B. Scarborough, *The Gyroscope*: Interscience Publishers Limited, 1958.

[15] E. S. Ferry, *Applied Gyrodynamics*: John Wiley, 1933.

[16] N. Townsend, A. Murphy, and R. Shenoi, "A new active gyrostabiliser system for ride control of marine vehicles," *Ocean Engineering,* 34, pp. 1607-1617, 2007.

[17] S. C. Spry and A. R. Girard, "Gyroscopic stabilisation of unstable vehicles: configurations, dynamics, and control," *Vehicle System Dynamics,* 46, pp. 247-260, 2008.

[18] H. Yetkin, S. Kalouche, M. Vernier, G. Colvin, K. Redmill, and U. Ozguner, "Gyroscopic stabilization of an unmanned bicycle," in *American Control Conference (ACC), 2014*, 2014, pp. 4549-4554.

[19] T. Zhang, "Analysis of Active Gyro Based Roll-Stabilization of Slender Boat Hulls," ed, 2014.

[20] J. Awrejcewicz and Z. Koruba, *Classical mechanics: applied mechanics and mechatronics* 30: Springer Science & Business Media, 2012.

[21] G. W. Housner and D. E. Hudson, *Applied mechanics: dynamics* 1: Van Nostrand, 1959.

[22] E. T. Van Meter, "Gyroscopic stabilization of a recumbent bicycle," ed: AME, 2013.

[23] N. Babaeva, "Gyroscopes (Mashinostroeniye, Leningrad, 1973)," ed: Russian.

[24] R. F. Deimel, *Mechanics of the gyroscope: the dynamics of rotation*: Dover Publications, 1950.

[25] K. I. T. Richardson, *The gyroscope applied*: Philosophical Library, 1954.

[26] M. N. Armenise, C. Ciminelli, F. Dell'Olio, and V. M. Passaro, *Advances in gyroscope technologies*: Springer Science & Business Media, 2010.

[27] *The Murata Boy Website.*, İnternet adresi: https://www.murata.com (21.10.2018).

[28] D. K. Y. Kim, K. Bretney, and A. L. Tsang, "Gyroscopic stabilized vehicle," ed: Google Patents, 2014.

[29] Ö. Turhan, *Makina teorisi: mekanizmalar ve makina dinamiği*: Nobel Yayınları, 2016.

[30] K. Ogata and Y. Yang, *Modern control engineering* 4: Prentice-Hall, 2002.

[31] Z. Bingül, *Matlab ve Simulink'le modelleme/kontrol II*: Birsen Yayınevi, 2006.

[32] C. L. Phillips and R. D. Habor, *Feedback control systems*: Simon & Schuster, Inc., 1995.

[33] G. P. Liu and R. Patton, *Eigenstructure assignment for control system design*: John Wiley Sons, 1998.

[34] N. S. Nise, *CONTROL SYSTEMS ENGINEERING, (With CD)*: John Wiley & Sons, 2007.

[35] K. J. Aström and R. M. Murray, *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*: Princeton university press, 2010.

[36] B. Lurie and P. Enright, *Classical feedback control: with MATLAB*: CRC Press, 2000.

[37] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," *science,* 220, pp. 671-680, 1983.

[38] S. A. Arduino, "Arduino," *Arduino LLC,* 2015.

A
Matlab Simülasyon Kodları

```
% {Kontrolsüz sistem kutupları, birim basamak cevabı, kontrol edilebilirlik ve gözlemlenebilirdik %}
% Sistem modelleme
% Parametre tanımlama
clc;
clear all;
mb = 1.350; % kg taşıt toplam kütlesi
wb = .2;    % metre, taşıt için kullanılan tahta genişliği
hb = .008;  % m taşıt için kullanılan tahtanın et kalınlığı
mg = .301;  % kg, jiroskop disk kütlesi
rg = 0.05;  % jiroskop disk yarıçapı
hg = 0.05;  % metre jiroskop disk yüksekliği (silindirik)
d1 = 0.1;     % m Taşıt toplam kütle merkezinin yerden yüksekliği
d2 = 0.075; % m jiroskop disk kütle merkezinin yerden yüksekliği
% Eylemsizlik momentleri
IG11 = (mg*(rg^2)/4) + (mg*(hg^2)/12);
IG22 = mg*(rg^2)/2;
IG33 = IG11;
IB11 = (mb/12)*wb^2*hb^2;
g=9.81;
omega = 3000*.10472; % (disk dönme hızı(rpm)*( rpm rad/s çevirme katsayısı) = rad/s)
phi = 0; %taşıtın yokuş aşağı yada yokuş yukarı çıkarken yatay zeminle yaptığı açı
% Sistemin durum uzay modeli
a1 = -omega*IG22/IG33;
a2 = omega*IG22/(mb*d1*d1+mg*d2*d2+IB11+IG11);
a3= g*(mb*d1+mg*d2)*cos(phi)/(mb*d1*d1+mg*d2*d2+IB11+IG11);
b1 = 1/IG33;
A= [0 1 0 0; 0 0 0 a1; 0 0 0 1; 0 a2 a3 0];
B= [0; b1; 0; 0];
```

```
C= [1 0 0 0;0 0 0 0;0 0 1 0;0 0 0 0];
D = [0;0;0;0];
sistem= ss(A,B,C,D);
% Sitemin transfer fonksiyonu
giriş = {'u'};
çıkış = {'alfa'; 'teta'};
G=tf(sistem);
% Sistem Analizi
%Açık Çevrim Birim Basamak Cevabı
t = 0:0.01:10;
u = ones(size(t));
[y,t] = lsim(G,u,t);
plot(t,y)
title('Açık Çevrim Birim Basamak Cevabı')
grid;
% Sistemin kutupları
Poles=eig(A)
% Kontroledilebilirlik testi
CO=ctrb(sistem);
Rank_CO=rank(CO)
unco=length(A)-rank(CO)
if(unco==0)
disp('sistem kontroledilebilir!')
else
disp(['kontrolsüz sistem durumları:',unco])
end;
% Gözlenebilirlik testi
OB=obsv(sistem);
Rank_OB=rank(OB)
unobsv=length(A)-rank(OB)
if(unobsv==0)
disp('sistem gözlenebilir!')
else
disp(['sistemin gözlenemez durumları:',unobsv])
end;
```

```
% Durum Uzayında Kontrolcü Tasarımı

% Kutup Yerleştirme Yöntemi

% Baskın kutuplar belirlendikten sonra diğer kutuplar baskın
kutupların farklı katları olacak şekilde seçilmiştir.

P1=[-12 -8 -4+7.83j -4-7.83j]; % İstenen kutupların baskın
kutupların 3 ve 2 katı seçilmesi.

P2=[-40 -20 -4+7.83j -4-7.83j]; % İstenen kutupların baskın
kutupların  10 ve 5 katı seçilmesi.

P3=[-48 -40 -4+7.83j -4-7.83j] % İstenen kutupların baskın
kutupların  12 ve 10 katı seçilmesi.

K1=place(A,B,P1);

K2=place(A,B,P2);

K3=place(A,B,P3)

Ac1 = A-B*K1;

sistem_c1 = ss(Ac1,B,C,D); % Kutup Yerleştirme Yöntemi ile
kutpları sanal eksenin sol yarı düzlemine taşınmış sistem.

Ac1 = A-B*K2;

sistem_c = ss(Ac2,B,C,D);

Ac1 = A-B*K3;

sistem_c2 = ss(Ac3,B,C,D);

% LQR Yöntemi

% Bryson yöntemi ile Q ve R matrisleri için bir başlangıç
seçilmiştir. Daha sonra Q ve r matrislerinin farklı 3
kombinasyonu ile kazanç matrisi hesaplanmıştır.

x=3.7;y=8.16;m=0.007;

Q=[x 0 0 0;0 0 0 0;0 0 y 0;0 0 0 0];

R=m;

K4=lqr(A,B,Q,R)

x=1;y=1;m=0.007;

Q=[x 0 0 0;0 0 0 0;0 0 y 0;0 0 0 0];

R=m;

K5=lqr(A,B,Q,R)

x=3.7;y=8.16;m=1;

Q=[x 0 0 0;0 0 0 0;0 0 y 0;0 0 0 0];

R=m;
```

B

Matlab Bozucu Giriş Ölçeklendirme Kodları

```
clc;
clear all;
  function[Nbar]=rscale(a,b,c,d,k)
          error(nargchk(2,5,nargin));
                  nargin1 = nargin;
          if (nargin1==2),
                  [A,B,C,D] = ssdata(a);
                  K=b;
          elseif (nargin1==5), % A,B,C,D matrisleri
                  A=a; B=b; C=c; D=d; K=k;
          else error('Input must be of the form (sys,K)
or (A,B,C,D,K)')
          end;
          %Nbar
          s = size(A,1);
          Z = [zeros([1,s]) 1];
          N = inv([A,B;C,D])*Z';
          Nx = N(1:s);
          Nu = N(1+s);
          Nbar=Nu + K*Nx;
```

C

Sistem Birim Basamak Girişi Matlab Kodları

```
clc;
clear all;
mb = 1.350; % kg taşıt toplam kütlesi
wb = .2;    % meters, taşıt için kullanılan tahta genişliği (tüm kütleler tek bir parçaymış gibi dşünülmültür.)
hb = .008; %m taşıt için kullanılan tahtanın et kalınlığı
mg = .301; %  kg, jiroskop disk ağırlığı
rg = 0.05; % jiroskop disk yarıcapi
hg = 0.05; % metre jiroskop disk yüksekliği (silindirik)
d1 = 0.1; % % m Taşıt toplam kütle merkezzinin yerden yüksekliği
d2 = 0.075; %%m jiroskop disk kütle merkezinin yerden yüksekliği
IG11 = (mg*(rg^2)/4) + (mg*(hg^2)/12);
IG22 = mg*(rg^2)/2;
IG33 = IG11;
IB11 = (mb/12)*wb^2*hb^2;
g=9.81;
% "extra" dynamics
omega = 3000*.10472; % % (disk dönme hızı(rpm)* ( rpm rad/s çevirme katsayısı) = rad/s)
phi = 0; %taşıtın yukuş aşağı yada yukuş yıkarı çıkarken yatay zeminle yaptığı açı
a1 = -omega*IG22/IG33;
a2 = omega*IG22/(mb*d1*d1+mg*d2*d2+IB11+IG11);
a3=g*(mb*d1+mg*d2)*cos(phi)/(mb*d1*d1+mg*d2*d2+IB11+IG11);
b1 = 1/IG33;
A=[0 1 0 0; 0 0 0 a1; 0 0 0 1; 0 a2 a3 0];
B=[0; b1; 0; 0];
```

```
C=[1 0 0 0];
D = [0];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
K1=[-0.0186 0.0070 0.1677 -0.1016];
Ac = [(A-B*K1)];
Bc = [B];
Cc = [C];
Dc = [D];
Cn = [1 0 0 0];
sys_ss1 = ss(A,B,Cn,0);
Nbar = rscale(sys_ss1,K1)
sys_cl = ss(Ac,Bc*Nbar,Cc,Dc);
t = 0:0.01:2;
r =1*ones(size(t));
lsim(sys_cl,r,t)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
hold on
K2=[-0.1550 0.0171 0.5848 -0.0502];
Ac = [(A-B*K2)];
Bc = [B];
Cc = [C];
Dc = [D];
Cn = [1 0 0 0];
sys_ss2 = ss(A,B,Cn,0);
Nbar = rscale(sys_ss2,K2)
sys_c2 = ss(Ac,Bc*Nbar,Cc,Dc);
t = 0:0.01:2;
r =1*ones(size(t));
lsim(sys_c2,r,t)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
hold on

K3=[-0.3720 0.0241 1.0413 0.0222];
```

```
Ac = [(A-B*K3)];
Bc = [B];
Cc = [C];
Dc = [D];
Cn = [1 0 0 0];
sys_ss3 = ss(A,B,Cn,0);
Nbar = rscale(sys_ss3,K3)
sys_c3 = ss(Ac,Bc*Nbar,Cc,Dc);
t = 0:0.01:2;
r =1*ones(size(t));
lsim(sys_c3,r,t)
%%%
```

```
sys_ss5 = ss(A,B,Cn,0);
Nbar = rscale(sys_ss5,K5)
sys_c5 = ss(Ac,Bc*Nbar,Cc,Dc);
t = 0:0.01:2;
r =1*ones(size(t));
lsim(sys_c5,r,t)
%%%
```

D

Sistemin Doğrusal Olmayan Modelinin Matlab Kodları

```
% Sistem Doğrusal olmayan modelinin başlangıç şartları için diferansiyel denklem çözümü
clc;
clear all;
function dx = jirotasit(t,x)
global u G first_time
% Sistem Parametreleri
mb = 1.350; % kg taşıt toplam kütlesi
wb = .2;    % meters, taşıt için kullanılan tahta genişliği (tüm kütleler tek bir parçaymış gibi dşünülmültür.)
hb = .008; %m taşıt için kullanılan tahtanın et kalınlığı
mg = .301; %  kg, jiroskop disk ağırlığı
rg = 0.05; % jiroskop disk yarıcapi
hg = 0.05; % metre jiroskop disk yüksekliği (silindirik)
d1 = 0.1; % % m Taşıt toplam kütle merkezzinin yerden yüksekliği
d2 = 0.225; %%m jiroskop disk kütle merkezinin yerden yüksekliği
IG11 = (mg*(rg^2)/4) + (mg*(hg^2)/12);
IG22 = mg*(rg^2)/2;
IG33 = IG11;
IB11 = (mb/12)*wb^2*hb^2;
g=9.81;
omega = 5000*.10472; % % (disk dönme hızı(rpm)* ( rpm rad/s çevirme katsayısı) = rad/s)
phi = 0; %taşıtın yukuş aşağı yada yukuş yıkarı çıkarken yatay zeminle yaptığı açı
% Durum Degiskenleri
% x(1) = alfa
```

```
% x(2) = alfa_dot
% x(3) = teta
% x(4) = teta_dot
%Kontrolcü
K=[-11.9523 0.0799 35.4961 3.2247]; %kutup yerleştirme ve LQR yöntemi ile tasarlanan altı farklı kontrolcü kazanç matrisi denenmiştir.
M_u=-K*x;
u=M_u;
% Hareket Denklemleri
% değişken tanımlayarak basitleştirme
yeniterim                                                    = mb*d1^2+mg*d2^2+IB11+(cos(x(1)))^2*IG11+(sin(x(1)))^2*IG22;
dx(1) = x(2);
dx(2)    =    ((x(4))^2*cos(x(1))*sin(x(1))*(IG22-IG11)-omega*IG22*cos(x(1))*x(4)+M_u)/IG33;
dx(3) = x(4);
dx(4) = -(2*cos(x(1))*sin(x(1))*(IG22-IG11)*x(2)*x(4)-omega*cos(x(1))*IG22*x(2)-
(mb*d1+mg*d2)*g*sin(x(3))*cos(phi))/yeniterim;
dx=dx';
```

E

Sistemin Doğrusal Olmayan Modelinin Matlab Çözüm Kodları

```
% Jiroskobik denge
global u G first_time
%Parametreler
deg2rad = 0.0174532925;
rad2deg = 57.2957795;
x(1)=başlangıçşartı('x(1) giriniz=');
x(2)=başlangıçşartı ('x(2) giriniz=');
x(3)=başlangıçşartı ('x(3) giriniz=');
x(4)=başlangıçşartı ('x(4) giriniz=');
x0    =    [x(1)*deg2rad    x(2)*deg2rad    x(3)*deg2rad
x(4)*deg2rad];
Tf = 1;
del =.01;
N = Tf/del;
DATA = [0 x0];
UDAT = [0];
ilk_deger = 0;
for k = 1:N
len = length(DATA(:,1));
t1 = DATA(len,1);
x(1) = DATA(len,2);
x(2) = DATA(len,3);
x(3) = DATA(len,4);
x(4) = DATA(len,5);
%Başlangıç Koşulları
x0 = [x(1) x(2) x(3) x(4)];
%Simülasyon
k*del
```

```
[T,Y] = ode45('jirotasit',[(k-1)*del k*del],x0);
DATA = [DATA; T(length(T)) Y(length(Y),:)];
UDAT = [UDAT; u];
end;
t=DATA(:,1);
theta1=DATA(:,2)*rad2deg;
theta_dot1=DATA(:,3)*rad2deg;
rho1=DATA(:,4)*rad2deg;
rho_dot1=DATA(:,5)*rad2deg;
uplot=UDAT(:,1);
subplot(2,2,1)
plot(t, theta1)
grid
title('Jiroskop ve Taşıt Açısal Yer
Değiştirme','fontsize',12)
xlabel('T(s)')
ylabel('X1(Derece)')
legend('Disk açısal yerdeğiştirme')
hold on
subplot(2,2,2)
plot(t,theta_dot1)
grid
title('Jiroskop ve Taşıt Açısal Hız','fontsize',12)
xlabel('T(s)')
ylabel('X2(Derece/s)')
legend('Disk açısal hız')
hold on
subplot(2,2,3)
plot(t,rho1)
grid
xlabel('T(s)')
ylabel('X3(Derece)')
legend('Tasit devrilme acisi')
hold on
```

```
subplot(2,2,4)
plot(t,rho_dot1)
grid
xlabel('T(s)')
ylabel('X4(Derece/s)')
legend('Tasit devrilme acisal hizi')
hold on
```

F

Tavlama Benzetimi Matlab Kodları

```
function [cozumeniyi objeniyi Q R K] = tb(as,us,A,B,C,D,Cn,T,Tend,sk,w1,w2,w3)
%fonksiyon tanımlanırken sol tarafa çıktı alınmak istenen değişkenler yazılır.
%sağ tarafa girdiler yazılır.
cozum=unifrnd(as,us,[1,2]);
x=cozum(1);
y=cozum(2);
Q=[x 0 0 0;0 0 0 0;0 0 y 0;0 0 0 0];
m=unifrnd(0,2,[1,1]);
R=m;
K=lqr(A,B,Q,R);
sys_ss1 = ss(A,B,Cn,0);
Nbar = rscale(sys_ss1,K);
sys_cl = ss(A-B*K,B*Nbar,C,D);
S=stepinfo(sys_cl);
s1=S.RiseTime;
s2=S.SettlingTime;
s3=S.Overshoot;
obj=(w1*s1)+(w2*s2)+(w3*s3);
%başlangıç çözümü oluşturuldu ve amaç fonksiyon değeri hesaplandı (obj)
iterasyon=1;
objit=obj;
cozumeniyi=cozum;
objeniyi=obj;
while (T>Tend)  %sıcaklık son sıcaklıktan düşük olana kadar döngü devam edecek.
    %komşuya git
   degisim_miktari=[0.1,0.1];      % komşuya giderken değişkenin miktarının ne kadar değişeceğini belirler.
```

```
    komsu=cozum+degisim_miktari;
    x=komsu(1);
    y=komsu(2);
    Q=[x 0 0 0;0 0 0 0;0 0 y 0;0 0 0 0];
    R=0.007;
    K=lqr(A,B,Q,R);
    sys_ss1 = ss(A,B,Cn,0);
    Nbar = rscale(sys_ss1,K);
    sys_cl = ss(A-B*K,B*Nbar,C,D);
    S=stepinfo(sys_cl);
    s1=S.SettlingTime;
    s2=S.Overshoot;
    obj_komsu=s1+s2;
    %Eğer geldiğin yer iyi ise ,orayı çözüm olarak kabul
et.
    %Eğer  geldiğin  yer  kötü  ise,  kabul  olasılığı
hesapla.
    if (obj_komsu<obj)
        cozum=komsu;
        obj=obj_komsu;
  else
        de=obj_komsu-obj;  %amaç  fonksiyonun  ne  kadar
kötüleştiğini gösterir.
        pa=exp(-de/T);   %kabul olasılığı hesaplama
        rs=unifrnd(0,0.1);
        if (rs<pa)
            cozum=komsu;
            obj=obj_komsu;
        end
    end
    T=T*sk;
    iterasyon=iterasyon+1;
    objit(iterasyon)=obj;
    if(objit(iterasyon)<objeniyi)
```

```
        cozumeniyi=cozum;
        objeniyi=obj;
    objit(iterasyon)=obj;

    end
end
```

Tezden Üretilmiş Yayınlar

İletişim Bilgisi: en.vedatkaraman@gmail.com

Konferans Bildirileri

1. V. Karaman, İki Tekerlekli Taşıt Modeli İçin Dengeleyici Jiroskop Kontrolü. 4. Uluslararası Mühendislik, Mimarlık ve Tasarım Kongresi, 4. Kongre Bildiri Özet Kitabı, s.no:829, 2019.