TEORİK VE UYGULAMALI MEKANİK TÜRK MİLLİ KOMİTESİ

XIV. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ

-BİLDİRİLER-

12-16 Eylül 2005
Hatay

Editörler

Hilmi DEMİRAY
Avadis HACINLIYAN
Ülgen GÜLCAT
Sabri ALTINTAŞ

2006

TEORİK VE UYGULAMALI MEKANİK TÜRK MİLLİ KOMİTESİ

XIV. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ

-BİLDİRİLER-

12-16 Eylül 2005
Hatay

Editör, Yayına Hazırlayan:
Hilmi DEMİRAY

2006

ENGİN Hasan, ÖZMUTLU Aydın ve COŞKUN İrfan.....379
İkiz Boşluk İçeren Yarım Uzayın Harmonik Titreşimleri

ERASLAN Ahmet N. ve ERASLAN Eray.....389
Fonksiyonel Derecelendirilmiş Dönen Milin Elastoplastik Analitik Çözümü

ERASLAN Ahmet N. ve KAYA Yasemin.....397
Termoelastik Kuplaj Problemlerinin Hassas Sayısal Çözümü İçin Bir Yöntem

ERDEM A. Ünal.....405
Elektromanyetik Etkileşimli Sonlu Plastisite Üzerine Düşünceler

GÖĞÜŞ M. Tolga, ÖZAKÇA Mustafa ve TAYŞİ Nildem.....413
Çerçeve Yapıların Statik Optimizasyonu ve Optimum Yapıların Dinamik Karakteristikleri

GÜLER Coşkun ve DİNÇSOY Ebru.....423
Öngerilmeli Tabaka İle Örtülü Yarı Düzleme Etki Eden Hareketli Noktasal Yükün Kritik Hızının İncelenmesi

GÜLER Kadir, WEIS W.J. ve SHAK Surendra P.....431
Eğilme Etkisindeki Yüksek Dayanımlı Betonarme Kirişlerin Dönme Kapasitesi

GÜZELBEY İbrahim H., ÇEVİK Abdülkadir ve ERKLİĞ Ahmet.....441
Yapay Sinir Ağları Kullanılarak Yapıların Elasto-Plastik Analizi

HAYALİOĞLU M. Sedat ve DEĞERTEKİN S. Özgün.....451
Düzlemsel Çelik Çerçeve Sistemlerinin Statik Yüklere Göre Optimum Tasarımı

HAYIR Abdul.....459
Marmara Denizinin Kuzey Batısında Deniz Tabanında Bulunan Heyelanın Hareket Etmesi Durumunda Oluşacak Olan Tsunami Büyüklükleri İçin Bir Model

İNCE Nilgün ve YILDIRIM Vebil.....469
Çember Eksenli, Değişken Kesitli Tabakalı Kompozit Çubukların Düzlem İçi ve Düzleme Dik Serbest Titreşimi

İNCE Ragıp ve ARSLAN Abdussamet.....481
Etriyesiz Betonarme Kirişlerin Kırılması İçin Bir Kafes-Ağ Modeli

KADIOĞLU N., ATAOĞLU Ş. ve ÖZTÜRK Cüneyt.....491
Karşıtlık Teoreminin Küresel Simetrik Viskoelastisite Problemlerine Uygulanması

KALTAKÇI M. Yaşar, KORKMAZ Hasan Hüsnü ve KÖKEN Ali.....501
Tam ve Kısmi Dolgu Duvarlı Çelik Çerçevelerin Tersinir Tekrarlanır Yükler Altındaki Mekanik Davranışının Deneysel Olarak İncelenmesi

XIV. Ulusal Mekanik Kongresi, 12-16 Eylül 2005, HATAY

ÖNGERİLMELİ TABAKA İLE ÖRTÜLÜ YARI DÜZLEME ETKİ EDEN HAREKETLİ NOKTASAL YÜKÜN KRİTİK HIZININ İNCELENMESİ

Coşkun Güler ve Ebru Dinçsoy

Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya-Metalurji Fakültesi, Matematik Mühendisliği Bölümü,
Davutpaşa Yerleşkesi No:127 Topkapı 34010, Istanbul

ÖZET

Bu çalışmada öngerilmeli tabaka ile örtülü yarı düzleme etki eden sabit hızla ilerleyen noktasal yükün kritik hızı incelenmiştir. İncelemeler doğrusallaştırılmış üç boyutlu elastik dalga teorisi denklemleri çerçevesinde,düzlem şekil değiştirme durumunda gerçekleştirilmiştir.

ABSTRACT

In the present work the critical velocity of the lineal load moving with the constant velocity and acting on the half plane covered with a prestressed layer was investigated. The investigations were made for a plane-strain state by the use of the Three-dimensional Linearized Theory of Elastic Waves.

1. GİRİŞ

Birçok mühendislik alanında yapı elemanlarını oluşturan esas malzemenin diğer bir malzemeden yapılmış levhalarla örtülmesi (kaplanması) gerekliliği ile karşılaşılmaktadır. Bilindiği üzere kaplama (örtülme) prosedürlerinde kaplamalarda ön-çekme oluşmaktadır.Bu tür yapı elemanları hareketli yüklemelere maruz kaldığında, ön-çekme oluşan gerilme durumlarına dolayısıyla onların mukavemetine etkisinin incelenmesi,teorik ve pratik açıdan çok önemlidir.Söz konusu olan matematik modelleme kompozit malzemelerden oluşmuş yapı elemanları için de önem taşımaktadır

Öngerilmeli yarı düzlem ve levhadan oluşan sistemler için hareketli yük etkisinden dolayı oluşan gerilme ve yer değiştirme durumlarına ait son araştırmalarda yarı düzlemi örten levha öngerilmesiz olarak ele alınmış ve bu levhanın hareket denklemleri Timoshenko Plak Teorisi çerçevesinde yazılmıştır.Yarı düzlemin hareket denklemleri ise üç boyutlu elastik dalga teorisi denklemleri kullanılarak yazılmıştır.Öngerilmenin sadece yarı düzlemde olduğu varsayılmıştır.Bizim çalışmada ise yarı düzlemi örten levhanın da hareket denklemleri doğrusallaştırılmış üç boyutlu elastik dalga teorisi denklemleriyle verilmektedir.Öngerilmenin örten levha ve yarı düzlemde olduğu varsayılmaktadır.

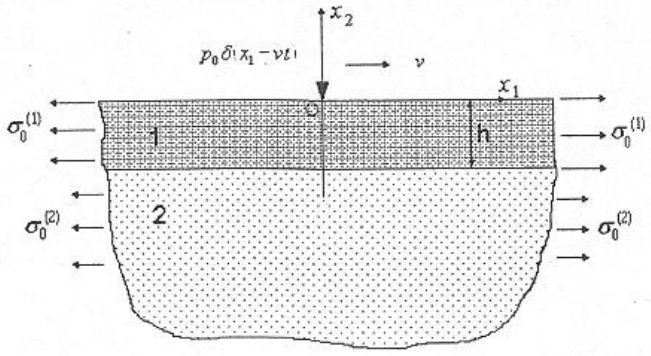
Levha ile örtülü yarı düzleme etki eden hareketli yükün kritik hızının incelenmesi [1]'de yapılmıştır. Levha ile örtülü öngerilmeli yarı düzlem için ise hareketli yükün kritik hızı

[2]'de incelenmiştir. [1] ve [2]'de levhanın hareket denklemleri Timoshenko Teorisi çerçevesinde ele alınmıştır.

Bu çalışmada öngerilmeli tabaka ile örtülü öngerilmeli yarı düzleme etki eden hareketli yükün kritik hızı incelenmektedir. [1] ve [2] den farklı olarak bu makalede levhanın hareket denklemleri Üç Boyutlu Doğrusallaştırılmış Elastisite Teorisi çerçevesinde ele alınır ve [1,2] de olduğu gibi Ox_1x_2 düzleminde düzlem-şekil değiştirme durumuna bakılır.

2. PROBLEMİN MATEMATİKSEL MODELİ

Ele alınan problemin formülasyonu aşağıdaki gibidir.



Şekil 1. Öngerilmeli tabaka ile örtülü öngerilmeli yarı düzlemin geometrisi

Levhanın $\{-\infty < x_1 < +\infty,\ -h \le x_2 < 0\}$ alanını, yarı düzlemin ise $\{-\infty < x_1 < +\infty,\ -\infty < x_2 \le -h\}$ alanını kapsadığı varsayılarak bu alanların her birinde

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(m)}}{\partial x_i} + \sigma_{11}^{(m),0}\frac{\partial u_j^{(m)}}{\partial x_1^2} = \rho^{(m)}\frac{\partial^2 u_j^{(m)}}{\partial t^2}$$
$$\sigma_{ij}^{(m)} = \lambda^{(m)}\theta^{(m)}\delta_i^j + 2\mu^{(m)}\varepsilon_{ij}^{(m)} \qquad (1)$$
$$\varepsilon_{ij}^{(m)} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i^{(m)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(m)}}{\partial x_i}\right),\ i;j;m = 1,2$$

denklemleri sağlanmaktadır.(1) de bilinen notasyonlar kullanılmıştır ve üst (1) indisi levhaya, üst (2) indisi ise yarı düzleme ait büyüklükleri göstermektedir.
Levhanın üst yüzeyinde, yani $x_2 = 0$'da

$$\sigma_{22}^{(1)} = p_0\delta(x_1 - vt), \sigma_{12}^{(1)} = 0 \qquad (2)$$

sınır koşulları, levha ve yarı düzlem arasındaki düzlemde ise, yani $x_2 = -h$'da ise

$$\sigma_{i2}^{(1)} = \sigma_{i2}^{(2)},\ u_i^{(1)} = u_i^{(2)},\ i = 1,2 \qquad (3)$$

temas koşulları sağlanmaktadır. Bunlardan başka, yarı düzleme ait büyüklükler aşağıdaki sönüm koşullarına tabi tutulur.

$$\sigma_{ij}^{(2)};\ u_i^{(2)} \xrightarrow[x_2\to-\infty]{} 0 \tag{4}$$

(2) de v=sabit, yükün hareket hızını göstermektedir. Böylece ele alınan problemin formülasyonu bitmiş olur.

$x_1 - vt \to x_1$ dönüşümü yaparak (1) den yerdeğiştirmeler cinsinden aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\left(2+\frac{\lambda^{(m)}}{\mu^{(m)}}+\frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu^{(m)}}-\frac{c_2^{(1)}}{c_2^{(m)}}v_1^2\right)\frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_2^2}+\left(1+\frac{\lambda^{(m)}}{\mu^{(m)}}\right)\frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_2^2}=0,$$
$$\left(1+\frac{\lambda^{(m)}}{\mu^{(m)}}\right)\frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1\partial x_2}+\left(1+\frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu^{(m)}}-\frac{c_2^{(1)}}{c_2^{(m)}}v_1^2\right)\frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_1^2}+\left(2+\frac{\lambda^{(m)}}{\mu^{(m)}}\right)\frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_2^2}=0 \tag{5}$$

(5) te $c_2^{(m)}=\sqrt{\mu^{(m)}/\rho_0^{(m)}}$; $v_1 = v/c_2^{(1)}$ işaretlemeleri kabul edilmiştir.

Düzlem şekil değiştirme durumunda $u_i^{(m)}$ bileşenleri φ ve ψ potansiyel fonksiyonlarına bağlı olarak yazılabilir.

$$u_1^{(m)}=\varphi_{,1}^{(m)}+\psi_{,2}^{(m)}$$
$$u_2^{(m)}=\varphi_{,2}^{(m)}-\psi_{,1}^{(m)} \tag{6}$$

Matematiksel işlemler ve bazı dönüşümlerden sonra (5) denklemlerinin $\varphi^{(m)}$ ve $\psi^{(m)}$ fonksiyonları cinsinden ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\left(\lambda^{(m)}+2\mu^{(m)}\right)\nabla^2\varphi^{(m)}+\left(\sigma_{11}^{(m),0}-\rho^{(m)}v^2\right)\varphi_{,11}^{(m)}=0$$
$$\mu^{(m)}\nabla^2\psi^{(m)}+\left(\sigma_{11}^{(m),0}-\rho^{(m)}v^2\right)\psi_{,11}^{(m)}=0 \tag{7}$$

Burada $\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}$ dir.

(6),(7) denklemlerinin, $\sigma_{ij}^{(m)}$ ifadelerinin ve sınır koşullarının

$$f_F(k,x_2)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x_1,x_2)e^{ikx_1}dx_1$$

şeklinde Fourier transformasyonu alınarak

$$\varphi_{F,22}^{(m)}-\left[\frac{k^2\left(\lambda^{(m)}+2\mu^{(m)}+\sigma_{11}^{(m),0}-\rho^{(m)}v^2\right)}{\lambda^{(m)}+2\mu^{(m)}}\right]\varphi_F^{(m)}=0$$
$$\psi_{F,22}^{(m)}-\frac{k^2\left(\lambda^{(m)}+\sigma_{11}^{(m),0}-\rho^{(m)}v^2\right)}{\mu^{(m)}}\psi_F^{(m)}=0 \tag{8}$$

denklemlerini elde ederiz. Burada aşağıdaki işaretlemeler kabul edilmiştir.

$$c_L^{(m)} = \left(\frac{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}}{\rho^{(m)}}\right)^{1/2}, c_T^{(m)} = \left(\frac{\mu^{(m)}}{\rho^{(m)}}\right)^{1/2}$$

$$K_L^{(m)} = \frac{v}{c_L^{(m)}}, K_T^{(m)} = \frac{v}{c_T^{(m)}} \quad (9)$$

$$\eta_1^{(m)} = \frac{\sigma^{(m),0}}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}}, \eta_2^{(m)} = \frac{\sigma^{(m),0}}{\mu^{(m)}}$$

(8) ve (9)'dan;

$$\varphi_{F,22}^{(m)} - \left[k^2\left(1+\eta_1^{(m)}\right) - K_L^{(m)2}\right]\varphi_F^{(m)} = 0$$
$$\psi_{F,22}^{(m)} - \left[k^2\left(1+\eta_2^{(m)}\right) - K_T^{(m)2}\right]\psi_F^{(m)} = 0 \quad (10)$$

şeklinde adi diferansiyel denklem çifti elde edilir. Bu α_1, α_2, β_1, β_2, α_3 ve β_3 bilinmeyenleri için (2) ve (3) ten lineer denklem sistemleri elde edilir.

$$\varphi_F^{(1)} = \alpha_1 e^{-u^{(1)}x_2} + \alpha_2 e^{u^{(1)}x_2}$$
$$\psi_F^{(1)} = \beta_1 e^{-u'^{(1)}x_2} + \beta_2 e^{u'^{(1)}x_2}$$
$$\varphi_F^{(2)} = \alpha_3 e^{-u^{(2)}x_2}$$
$$\psi_F^{(2)} = \beta_3 e^{-u'^{(2)}x_2}$$
$$u^{(m)} = \left[k^2\left(1+\eta_1^{(m)}\right) - K_L^{(m)2}\right]^{1/2}$$
$$u'^{(m)} = \left[k^2\left(1+\eta_2^{(m)}\right) - K_T^{(m)2}\right]^{1/2}$$

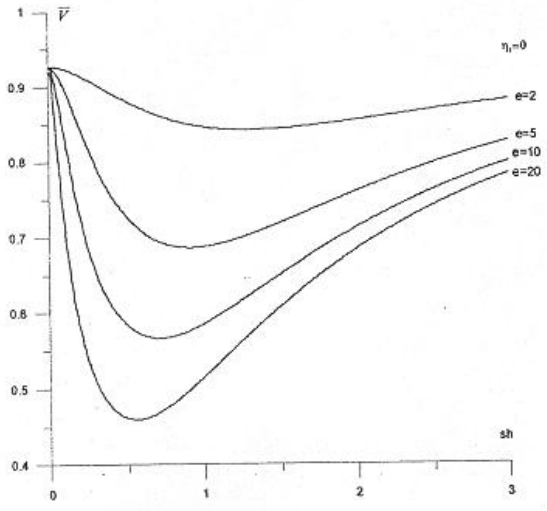
şeklinde bulunur.

Bu lineer denklem sisteminin katsayılar matrisinin determinantını $\Delta(sh, v_1)$ ile gösterelim. $\Delta(sh, v_1) = 0$ denklemini sağlayan $v_1 = v_1(sh)$ bağıntısı hesaplanarak $v_{1kr} = \min\{v_1\}$ den (varsa); v_{1kr} hızı belirlenir.(Eğer $\Delta(sh, v_1) = 0$ sağlayan $v_1 = v_1(sh)$ eğrisi $sh \neq 0$ da minimum değer alırsa,kritik hız vardır). Eğer minimum yok ise kritik hız yoktur. Açıktır ki $v = v_{kr}$ durumunda rezonans tipli olay oluşmaktadır.Bu nedenle kritik hızın problem parametrelerinden bağımlı olarak elde edilen değerleri pratik ve teorik açıdan büyük önem taşımaktadır.

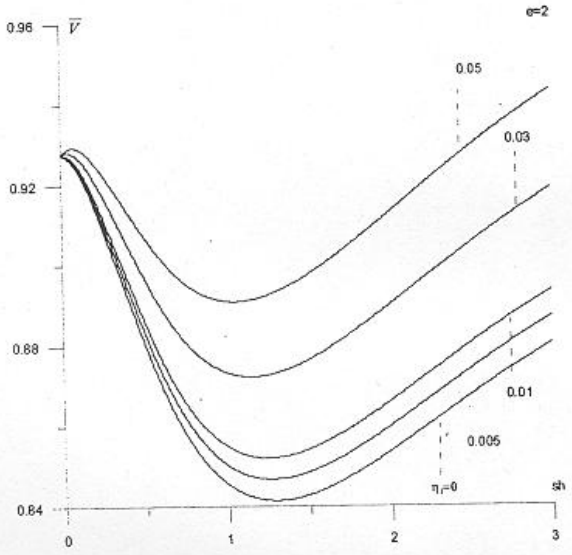
3. SAYISAL SONUÇLAR

Farz edelim ki $v^{(1)} = v^{(2)} = 0{,}3$ ($v^{(m)}$ Poisson oranıdır), $\rho_0^{(1)} = \rho_0^{(2)}$, $e = E^{(1)}/E^{(2)}$ ($E^{(m)}$ elastisite modülüdür) işaretlemeleri kabul edilir.

Şekil 2'deki grafikler öngerilmesiz durumda kritik hızın e den bağımlılığını gösterir.Grafiklere bakıldığında öngerilmesiz durumda e değerlerinin artmasıyla kritik hız değerlerinin azaldığı görülmektedir. Şekil 3,4,5,6'daki grafikler ise kritik hızın öngerilmeden bağımlılığının sırasıyla e=2,5,10,20 değerleri için göstermektedir.Grafiklere bakıldığında



Şekil 2.Kritik hızın e_den bağımlılığını gösteren grafik



Şekil 3.e=2 durumunda örten levhanın ön-çekilmesinin kritik hız değerlerine etkisi

.tıya

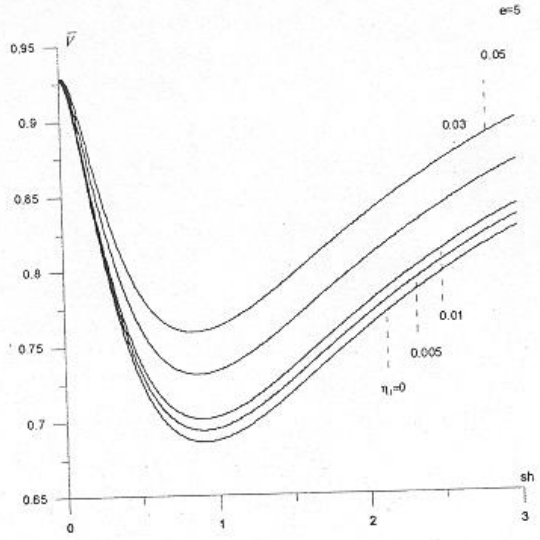
2.3)

ktır:

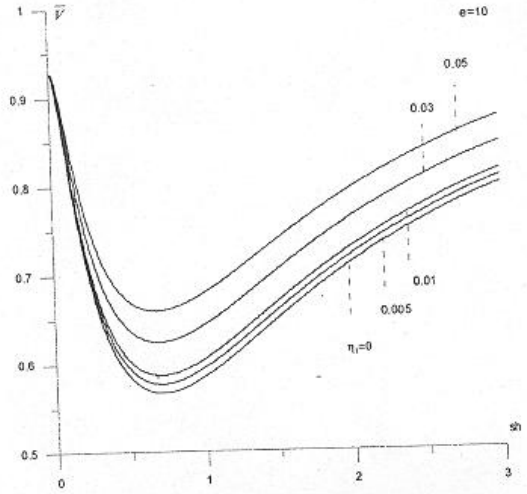
2.4)

2.5)

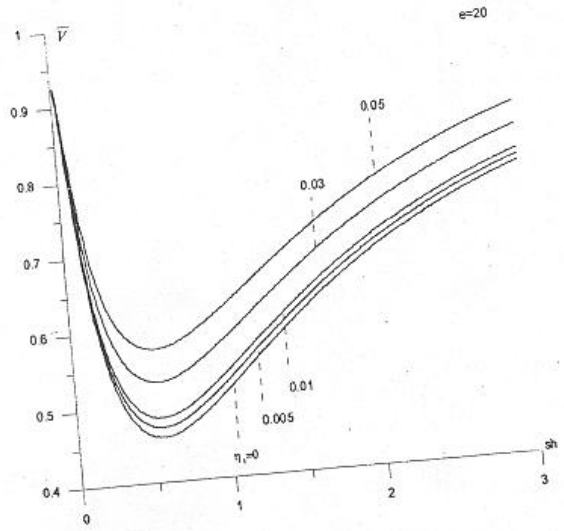
2.6)



Şekil 4. e=5 durumunda örten levhanın ön-çekilmesinin kritik hız değerlerine etkisi



Şekil 5. e=10 durumunda örten levhanın ön-çekilmesinin kritik hız değerlerine etkisi



Şekil 6. e=20 durumunda örten levhanın ön-çekilmesinin kritik hız değerlerine etkisi

verilen e değerlerinde,öngerilme değerleri arttıkça kritik hız değerlerinin arttığı görülmektedir. Sonuçları burada verilmeyen sayısal incelemeler; $e \le 1$ durumunda kritik hızın oluşmadığını göstermiştir.

4. SONUÇLAR

1) $e > 1$ ($e \le 1$)olduğu durumda kritik hız vardır(yoktur).
2) e -nin artmasıyla kritik hız değeri azalmaktadır.
3) Levhanın ön-çekme değeri arttıkça kritik hız değeri artmaktadır.

2.6)

KAYNAKLAR

[1] Achenbach J.D.,Keshava S.P.,Herrman G., "Moving load on a plate resting on an elastic half space. "Trans.ASME.Ser.E.J.Appl.mech..,34,No:4.-P.183-189, 1967

[2] Babich S.Yu.,Glukhov Yu.P.,Guz A.N. ,"Dynamic of pre-stressed compressible layered half- space under action moving load.Sovied Applied Mechanics" ,22,No:9,P.8-15., 1986