



| | | 1.S | 2.S | 3.S | 4.S | 5.S | TOPLAM |
|-----------------------------------------|-------------------|--------------|-------|-----|-----|--------------|------------|
| Adı Soyadı | | | | | | | |
| Öğrenci Numarası | Grup No | | | | | | |
| Bölümü | | | | | | Sınav Tarihi | 25.12.2019 |
| Dersin Adı | MAT1821 MATEMATİK | Sınav Süresi | 80 dk | | | Sınav Yeri | |
| Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı | | | | | | İmza | |

$$1. \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - ky - z = 0 \\ -x + 3y + z = -2 \end{cases} \text{ lineer denklem sistemini ele alalım.}$$

- a. Sistemin Cramer metodu ile çözülebilmesi için k ne olmalıdır?
b. $k = 1$ için Cramer metodunu kullanarak z bilinmeyenini bulunuz. (15 P.)

$$a) \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -k & -1 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -k-2 & -3 \\ -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \cdot (-k-2) + 12 = -2k - 4 + 12 = -2k + 8 \neq 0$$

$$k \neq 4$$

$$k = \mathbb{R} - \{4\}$$

b) $k=1$ için $\Delta = 6$ olur.

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix}}{6} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}}{6} = \frac{-3 + 24}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

3. $f(x) = \begin{cases} x \ln x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ e^x - 1, & x < 0 \end{cases}$ fonksiyonunun $x = 0$ noktasında sürekli olup olmadığını inceleyiniz. (10 P.)

$f(0) = 0$, f tanımlıdır.

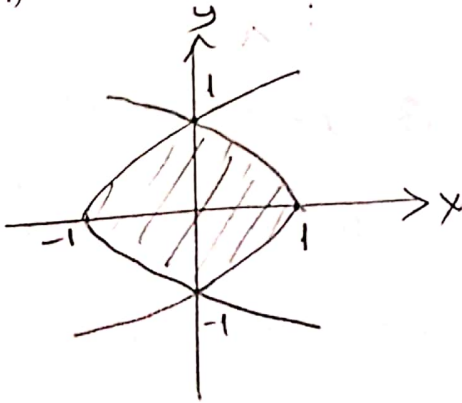
$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x \rightarrow 0 \cdot \infty$ belirsizliği

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -x = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^x - 1 = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 0$ olduğundan
 f $x = 0$ 'da sürekli dir.

4. $x = y^2 - 1$ ve $x = 1 - y^2$ eğrileri arasında kalan alanı belirli integral ile hesaplayınız. (Şekil çiziniz.) (15 P.)



$$\begin{aligned} A &= \int_{-1}^1 [(1 - y^2) - (y^2 - 1)] dy \\ &= \int_{-1}^1 (2 - 2y^2) dy \\ &= 2 \int_{-1}^1 (1 - y^2) dy \\ &= 2 \left[y - \frac{y^3}{3} \right]_{-1}^1 \\ &= 2 \left[\left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(-1 + \frac{1}{3}\right) \right] \\ &= 2 \left[\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right] = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

5. Aşağıdaki integralleri hesaplayınız. (30 P.)

a. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

$$\left[\begin{array}{l} \ln x = u \\ \frac{1}{x} dx = du \\ \frac{1}{x^2} dx = dv \\ -\frac{1}{x} = v \end{array} \right] \quad \int \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x + \int \frac{1}{x^2} dx$$

$$= -\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + C$$

b. $\int_2^3 \frac{x^2+1}{x^2-1} dx = \int_2^3 \left(1 + \frac{2}{x^2-1} \right) dx = \int_2^3 dx + 2 \int_2^3 \frac{1}{x^2-1} dx$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} \\ A = \frac{1}{2} \quad B = -\frac{1}{2} \end{array} \right]$$

$$= \left[x \right]_2^3 + 2 \int_2^3 \left[\frac{1}{2(x-1)} - \frac{1}{2(x+1)} \right] dx$$

$$= [3-2] + 2 \left[\frac{1}{2} \ln|x-1| - \frac{1}{2} \ln|x+1| \right]_2^3$$

$$= 1 + [\ln(3-1) - \ln(3+1) - [\ln(2-1) - \ln(2+1)]]$$

$$= 1 + [\ln 2 - \ln 4 - \ln 1 + \ln 3]$$

$$= 1 + \ln 2 - \ln 3 - \ln 4$$

c. $\int \frac{\cos 3x}{3+2\sin 3x} dx$

$$\left[\begin{array}{l} 3+2\sin 3x = u \\ 6 \cos 3x dx = du \end{array} \right]$$

$$\int \frac{\cos 3x}{3+2\sin 3x} dx = \frac{1}{6} \int \frac{du}{u}$$

$$= \frac{1}{6} \ln|u| + C$$

$$= \frac{1}{6} \ln|3+2\sin 3x| + C$$

2. a. $y = (\cos x)^{\sin x}$ ise y' türevini hesaplayınız. (15 P.)

$$y = (\cos x)^{\sin x} \Rightarrow \ln y = \sin x \ln(\cos x)$$

$$\frac{y'}{y} = \cos x \ln(\cos x) - \sin x \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$y' = y \left[\cos x \ln(\cos x) - \frac{\sin^2 x}{\cos x} \right]$$

$$y' = (\cos x)^{\sin x} \left[\cos x \ln(\cos x) - \frac{\sin^2 x}{\cos x} \right]$$

b. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos 2x)^{1/x^2}$ limitini hesaplayınız. (15 P.)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos 2x)^{1/x^2} \rightarrow 1^{\infty} \text{ belirsizlikli pi}$$

$$y = (\cos 2x)^{1/x^2} \Rightarrow \ln y = \frac{1}{x^2} \ln(\cos 2x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\cos 2x)}{x^2} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-\frac{2 \sin 2x}{\cos 2x}}{2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2 \sin 2x}{2x \cos 2x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -2 \cdot \underbrace{\frac{\sin 2x}{2x}}_{=1} \cdot \underbrace{\frac{1}{\cos 2x}}_{=1}$$

$$= -2 \cdot 1 = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos 2x)^{1/x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[e^{\ln(\cos 2x)^{1/x^2}} \right]$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\cos 2x)}{x^2}} = e^{-2}$$