T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KÜÇÜK ÖLÇEKLİ PARALEL PLAKALI ISI EŞANJÖRLERİNDE DUVAR İLETİMİ İÇİN İNDİRGENMİŞ DERECELİ BİR MODELİN GELİŞTİRİLMESİ

Gizem KAHRAMAN GİRAY

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Isı Proses Programı

Danışman
Prof. Dr. Derya Burcu ÖZKAN

Temmuz, 2023

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KÜÇÜK ÖLÇEKLİ PARALEL PLAKALI ISI EŞANJÖRLERİNDE DUVAR İLETİMİ İÇİN İNDİRGENMİŞ DERECELİ BİR MODELİN GELİŞTİRİLMESİ

Gizem KAHRAMAN GİRAY tarafından hazırlanan tez çalışması 17.07.2023 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Isı Proses Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Derya Burcu ÖZKAN
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Derya Burcu ÖZKAN, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Prof. Dr. Hakan DEMİR, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Prof. Dr. Erhan BÖKE, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi _____

Danışmanım Prof. Dr. Derya Burcu ÖZKAN sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Küçük Ölçekli Paralel Plakalı Isı Eşanjörlerinde Duvar İletimi için İndirgenmiş Dereceli Bir Modelin Geliştirilmesi başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Gizem KAHRAMAN GİRAY

Babam'a,

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın ortaya çıkmasında bana yol gösteren saygıdeğer danışmanım Prof. Dr.Derya Burcu ÖZKAN'a bana olan desteği için teşekkürlerimi sunmak istiyorum.

Bir diğer saygıdeğer danışmanım Frederik Rogiers'e içten teşekkürlerimi sunmak istiyorum.Rehberliği, uzmanlığı ve kararlı desteği, bu çalışmanın şekillenmesinde önemli bir rol oynamıştır.

Ayrıca bu tezi sevgili babam Mehmet KAHRAMAN'a adıyorum. Babamın benim yeteneklerime olan sarsılmaz inancı, sürekli teşviki ve koşulsuz sevgisi, bilgiye ve akademik başarıya olan arayışımın arkasındaki güç olmuştur. Artık bizimle olmasa da, ruhu hala bana ilham vermeye devam ediyor ve baba'ma, azim ve dayanıklılık değerlerini bana aşıladığı için sonsuza dek minnettarım.

Ek olarak, annem Emine KAHRAMAN ve aileme bu zorlu ama ödüllendirici süreçteki sarsılmaz destekleri, anlayışları ve teşvikleri için teşekkür etmek istiyorum. Onların benim yeteneklerime olan inançları ve sürekli varlıkları, bir güç ve motivasyon kaynağı olmuştur.

Yukarıda bahsedilen herkese ve akademik ve kişisel gelişimime katkıda bulunan herkese en derin minnettarlığımı sunuyorum. Sizlerin desteği, rehberliği ve ilhamı sayesinde bu değerli çalışmayı tamamlayabildim. Bu tez, ortak çabalarımızın bir kanıtı ve çalışma alanına mütevazı bir katkı olarak hizmet etmesi dileğiyle.

Gizem KAHRAMAN GİRAY

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ vii

KISALTMA LİSTESİ ix

ŞEKİL LİSTESİ x

TABLO LİSTESİ xi

ÖZET xii

ABSTRACT xiv

1 GİRİŞ 1

1.1 Isı Eşanjörleri 1

1.2 Genelleştirilmiş İntegral Dönüşüm Tekniği (GITT) 2

1.3 Çalışma Hedefleri 5

2 GENEL PRİZMATİK ALAN İÇİN FORMÜLASYON 6

2.1 Ayrışım 7

2.2 Özel Çözüm 8

2.3 Yardımcı Problem 9

2.4 İzdüşüm 9

2.5 Sınır Transferi 12

3 SONSUZ PLAKA ŞEKLİ İÇİN MODEL SABİTLERİ 13

4 İNVERSİYON KATSAYILARI İÇİN SONLU FARK YAKLAŞIMI 17

5 YIĞIN MODEL ISI EŞANJÖRÜ TEORİSİNDEN SICAKLIK SINIR KOŞULLARI ELDESİ 20

6 GITT MODELİNİN HAD SONUÇLARINA KARŞI DOĞRULANMASI VE KLASİK ISI EŞANJÖRÜ TEORİSİNİN YIĞIN MODELİNİN DÜŞÜK DERECELİ GITT MODELLERİ İLE KARŞILAŞTIRILMASI 23

6.1 HAD Sonuçlarına Karşı Yüksek Dereceli GITT Model Doğrulanması 23
6.2 Klasik Isı Eşanjörü Teorisinin Yığın Modelinin Düşük Dereceli GITT Modelleri ile Karşılaştırılması 26
6.3 GITT Modelinin İncelenmesi için Farklı Durumlar 28

7 SONUÇ **42**

8 KAYNAKLAR **44**

A EK **46**

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR **48**

SİMGE LİSTESİ

C	Akışkanların ısı kapasitesi oranları
c	Boru duvarı merkezi
$\hat{Q}'_{1,2}$	Boyutsuz sınır transferi, üst ve alt yüzeyler için
λ	Boyutsuz eksenel ısı iletkenlik parametresi
θ	Boyutsuz sıcaklık ($\theta = \frac{T-T_{2i}}{T_{1i}-T_{2i}}$)
x	Değiştirici boyunca boyutsuz eksenel koordinat ($x = \frac{x'}{L}$)
k_{duvar}	Duvarın iletkenliği
x'	Eksenel koordinat
T_{ortalama}	Her kesit üzerindeki ortalama sıcaklık
W	Isı değiştirici genişliği
L	Isı değiştirici uzunluğu
Γ	Kesit
H_{duvar}	Levha kalınlığı
λ_i	Özdeğerler
T_p	Özel çözüm
$\phi_{w_{1,2}}$	Pertürbasyon şekil fonksiyonları
T_d	Sapma/Homojen çözüm
1	Sıcak akış (Ayrıca karakteristik denklem kökü j'ye de atıfta bulunmak için kullanılır)
$T_{\text{sıcak,giriş}}$	Sıcak akışın giriş sıcaklığı
$k_{\text{sıcak}}$	Sıcak akışın iletkenliği
$Nu_{\text{sıcak}}$	Sıcak akışın Nusselt sayısı
$u_{\text{sıcak}}$	Sıcak akışın ortalama hızı
$c_{p,\text{sıcak}}$	Sıcak akışın özgül ısı kapasitesi

$\rho_{\text{sıcak}}$	Sıcak akışın yoğunluğu
$H_{\text{sıcak}}$	Sıcak taraftaki akış kanalının yarısı
2	Soğuk akış (Ayrıca karakteristik denklem kökü j'ye de atıfta bulunmak için kullanılır)
$T_{\text{soğuk,giriş}}$	Soğuk akışın giriş sıcaklığı
$k_{\text{soğuk}}$	Soğuk akışın iletkenliği
$Nu_{\text{soğuk}}$	Soğuk akışın Nusselt sayısı
$u_{\text{soğuk}}$	Soğuk akışın ortalama hızı
$c_{p,\text{soğuk}}$	Soğuk akışın özgül ısı kapasitesi
$\rho_{\text{soğuk}}$	Soğuk akışın yoğunluğu
$H_{\text{soğuk}}$	Soğuk taraftaki akış kanalının yarısı
ϕ_i^e	Temel fonksiyonlar
$\mathcal{H}$	Yükseklik

KISALTMA LİSTESİ

CPU	Merkezi İşlem Birimi
FDM	Sonlu Farklar Yöntemi
FEM	Sonlu Elemanlar Yöntemi
FVGM	Sonlu Hacim-İttiyat Metodu
GITT	Genelleştirilmiş İntegral Dönüşüm Tekniği
HAD	Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği
ITT	İntegral Dönüşüm Tekniği
LHC	Boyuna Isı İletimi
LMTD	Logaritmik Ortalama Sıcaklık Farkı
LTM	Laplace Dönüşümü Yöntemi
ODE	Adi Diferansiyel Denklem
PDE	Kısmi Diferansiyel Denklem
Pe	Peklet Sayısı
SOR	Ardışık Aşırı Gevşeme
NTU	Transfer Birimlerinin Sayısı

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Prizmatik geometrinin şeması 6
Şekil 3.1 Plaka geometrisinin şeması 13
Şekil 6.1 GITT mdoeli doğrulanması için kullanılan yalıtımlı uç sınır koşullarına sahip ters akışlı bir ısı eşanjörü için sıcaklık profilleri . 24
Şekil 6.2 Ters akışlı ısı eşanjörünün plaka üst ve alt yüzeylerindeki ısı akısı dağılımları 25
Şekil 6.3 Düşük mertebeden GITT modelleri ile yığın parametre modelinin logaritmik hatası 27
Şekil 6.4 NTU = 0.73, NTU = 2.85 ve NTU = 5.21 için sıcaklık dağılımı . . 31
Şekil 6.5 Yığın model ile düşük dereceli GITT modelleri arasında üst yüzey için logaritmik hata karşılaştırması 33
Şekil 6.6 Yığın model ile düşük dereceli GITT modelleri arasında alt yüzey için logaritmik hata karşılaştırması 34
Şekil 6.7 C_{oran} = 0.5, C_{oran} = 0.69 ve C_{oran} = 0.83 için sıcaklık dağılımı . . 38
Şekil 6.8 Yığın model ile düşük dereceli GITT modelleri arasında üst yüzey için logaritmik hata karşılaştırması 39
Şekil 6.9 Yığın model ile düşük dereceli GITT modelleri arasında alt yüzey için logaritmik hata karşılaştırması 40

TABLO LİSTESİ

Tablo 3.1 Model parametrelerinin değerleri 16
Tablo 6.1 Isı Eşanjörü Durumlarına İlişkin Temel Parametreler 26
Tablo 6.2 Eşanjör Parametreleri ve NTU Değerleri 29
Tablo 6.3 Eşanjör Parametreleri ve C_{oran} Değerleri 36

ÖZET

Küçük Ölçekli Paralel Plakalı Isı Eşanjörlerinde Duvar İletimi için İndirgenmiş Dereceli Bir Modelin Geliştirilmesi

Gizem KAHRAMAN GİRAY

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Derya Burcu ÖZKAN

Isı eşanjörü modellerinin çoğu klasik ısı eşanjörü yaklaşımını veya bazı varsayımlarını kullanmaktadır. Bu modeller, duvar yapısındaki boylamasına ısı iletimini ve kullanılan adyabatik duvar sınır koşulu varsayımının bir sonucu olan uç duvarlardaki ısı transferini hesaba katmaz. Büyük ölçekli ısı eşanjörleri için klasik ısı eşanjörü modelleri termal performans için yaklaşık olarak doğru tahminler verse de, akış kanallarının uzunluğu azaltıldığında, akışkan akışları arasındaki plaka boyunca eksenel ısı iletimi (LHC) nedeniyle termal verimlilik azalır. Bu çalışma, ısı eşanjörü yapısı içindeki ısı iletim etkilerini yakalamak için küçük ölçekli ısı eşanjörü modellemesine daha ayrıntılı bir sayısal yaklaşım sunmaktadır. Bu çalışmada elde edilen hibrit GITT modeli, denklemleri kesit yönünde İntegral Dönüşüm Tekniği (ITT) ve x yönünde klasik bir ayrıklaştırma tekniği olan sonlu farklar yöntemi (FDM) aracılığıyla ayrıklaştırmakta ve plaka için eksenel yön boyunca boylamsal ısı iletimini (LHC) dikkate almakta, böylece uç duvarlarda adyabatik duvar sınır koşulu varsayımını kullanmamaktadır. Hibrit GITT model denklemleri geleneksel ısı değiştirici modelleme varsayımları olmadan uygulanmıştır. Hibrit GITT modelinin HAD sonuçları ile doğrulanmasının ardından, hibrit GITT modeli ile elde edilen çözüm, klasik ısı eşanjörü modelleme varsayımlarının bazı koşullar için performans tahminlerinin doğruluğu üzerindeki etkisini değerlendirmek için kullanılır. Çalışma, sayısal şemanın bir sunumunu, doğrulamayı ve geleneksel ısı eşanjörü modeli varsayımlarının etkisini test eden bir çalışmayı içermektedir. Araştırmalar, hem dengesiz hem de neredeyse dengeli

ters akışlı ısı eşanjörlerinin eksenel iletimden kaynaklanan en ciddi performans bozulmasını göstermektedir. Ters akış konfigürasyonları için eksenel iletimli yığın parametreli ısı eşanjörü teorisi kullanılarak sınır koşulları için gerçekçi durumlar elde edilmiştir. Sıcak ve soğuk akışkanların sıcaklık dağılımları hesaplanmış ve daha sonra duvar yüzeyi sıcaklık dağılımları konveksiyon ve iletim dirençleri kullanılarak hesaplanmıştır. Isı kapasitesi akış oranı ve NTU, Logaritmik Ortalama Sıcaklık Farkı (LMTD) veya etkinlik-Transfer Birimi Sayısı (e-NTU) yöntemleri gibi yığın yöntemlerde en ilgili boyutsuz parametrelerdir. Artan NTU ve ısı kapasitesi oranı değerleri ile yığın (Lumped) modelin hata oranlarının özellikle uç duvar yakınında artan bir eğilim sergilediği görülmüştür. GITT modelinde kullanılan düşük mertebeli yaklaşıma rağmen, GITT modelinin yığın modelden elde edilen sonuçlara kıyasla en büyük hataları azaltmaya izin verdiğini görmekteyiz. Sonuçlar, boylamsal ısı iletiminin (LHC) küçük ölçekli ısı eşanjörü performans hesaplamaları üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu ve hibrit GITT modelinin yığın modele kıyasla hata kontrolüne izin verdiğini ve daha doğru sonuçlar verdiğini göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Küçük ölçekli ısı eşanjörleri, genelleştirilmiş integral dönüşüm tekniği (GITT), indirgenmiş mertebe modeli, eksenel ısı iletimi (LHC), sonlu farklar yöntemi (FDM)

ABSTRACT

Development of a Reduced Order Model for Wall Conduction in Small-Scale Parallel Plate Heat Exchangers

Gizem KAHRAMAN GİRAY

Department of Mechanical Engineering
Master of Science Thesis

Supervisor: Prof. Dr. Derya Burcu ÖZKAN

Most of the heat exchanger models use the classic heat exchanger approach or some of its assumptions. These models do not account for longitudinal heat conduction (LHC) in the wall structure and for the heat transfer at the end walls conduction, which is a consequence of the employed adiabatic wall boundary condition assumption. Although the classical heat exchanger models for large-scale heat exchangers give approximately accurate predictions for thermal performance, when the length of the flow channels is reduced, thermal efficiency decrease due to axial heat conduction through the plate between the fluid flows. This study presents a more detailed numerical approach to small scale heat exchanger modelling in order to capture heat conduction effects within the heat exchanger structure. The hybrid GITT model obtained in this study discretises the equations by means of Integral Transform Technique (ITT) in the cross sectional direction and finite difference method (FDM) that isa classical discretization technique in x direction taking into account longitudinal heat conduction (LHC) along axial direction for plate, thus it does not employ the adiabatic wall boundary condition assumption at end walls. The hybrid GITT model equations are applied without traditional heat exchanger modelling assumptions. After validation of the hybrid GITT model with CFD results, the solution obtained with the hybrid GITT model is employed to assess the impact of the classical heat exchanger modelling assumptions on the accuracy of the performance predictions for some conditions. The study includes a presentation of the numerical scheme, validation, and a study which

tests the impact of the traditional heat exchanger model assumptions. Research demonstrates the most severe performance deterioration of both unbalanced and nearly balanced counterflow heat exchangers caused by axial conduction. Realistic cases for boundary conditions by using lumped parameter heat exchanger theory with axial conduction for counterflow configurations are obtained. Temperature distributions of hot and cold fluids, and then using convection and conductions resistances to compute wall surface temperature distributions are calculated. The heat capacity flow ratio and NTU are the most relevant dimensionless parameter in lumped methods, such as the Log Mean Temperature Difference (LMTD) or effectiveness-Number of Transfer Units (e-NTU) methods. With increasing values of NTU and heat capacity ratio, the error rates of the Lumped model show an increasing trend, especially near the end wall. Despite the low order approximation used in the GITT model, we see that the GITT model allows to reduce the largest errors compared to the results obtained from the lumped model. The results show that longitudinal heat conduction (LHC) has a significant impact on small-scale heat exchanger performance calculations and that the hybrid GITT model allows error control and gives more accurate results compared to the Lumped modelç

Keywords: Small scale heat exchangers, generalised integral transform technique (GITT), reduced order model (ROM), axial heat conduction (LHC), finite difference method (FDM)

1
GİRİŞ

1.1 Isı Eşanjörleri

Isı eşanjörleri, farklı sıcaklıklardaki iki veya daha fazla akışkan arasında termal enerji transferini sağlayan cihazlardır. Isı eşanjörleri ısı mühendisliğinin çeşitli dallarında yaygın olarak kullanılırken, küçük ölçekli ısı eşanjörleri özellikle kompakt boyut, gelişmiş ısı transferi ve özelleştirmenin kritik olduğu yeni uygulamaların ihtiyaçlarını karşılar.

Küçük ölçekli ısı eşanjörleri, akışkan akımları arasında termal enerjiyi aktarmak için milimetre veya milimetrenin altında ölçekli akış geçitleri kullanır. Küçük akış kanallarının çok büyük yüzey/hacim oranı, ısı eşanjörünün boyutunda ve ağırlığında potansiyel olarak bir azalma sağlayan yüksek yoğunlukta bir transfer kapasitesi sağlar.

Duvar kalınlığı kanal boyutlarına kıyasla küçük olan geleneksel kanallarda eksenel ısı iletimi ihmal edilebilir. Duvar kalınlığı kanal boyutlarına göre küçük olan kanallarda ise eksenel ısı iletimi göz ardı edilemez çünkü akışkana aktarılan ısının azalmasına neden olur.

Bununla birlikte, aşırı basınç kaybını önlemek için, eşanjör azaltılmış bir akış uzunluğu ile tasarlanmalıdır. Bu da boylamasına ısı iletimini teşvik ederek duvar sıcaklık profilini düzleştiren ve böylece dengeli akışlı eşanjörlerde etkinliği azaltan bir etki yaratır.

Bu cihazlar genellikle iyi performans gösterirken, uzunluk ölçeği azaldıkça eksenel iletim önemli hale gelmeye başlar [1]. Araştırmalar, hem dengesiz hem de neredeyse dengeli ters akışlı ısı eşanjörlerinin eksenel iletimden kaynaklanan en ciddi performans bozulmasını göstermektedir.

Geleneksel makro ölçekli ısı eşanjörlerinde, eksenel duvar iletiminin etkisi tipik olarak ihmal edilir. Ancak araştırmalar, bu yaklaşımın mikro ölçekli ısı eşanjörleri

için doğru olmadığını göstermiştir. Eksenel ısı iletimi de dahil olmak üzere ısı transferi sürecinin doğru tahmini, küçük ölçekli ısı eşanjörlerinin başarılı tasarımı için kilit öneme sahiptir.

Koyama ve Asako, deneysel sonuçları klasik logaritmik ortalama sıcaklık farkı (LMTD) yöntemiyle karşılaştırmak için gazdan gaza mikro kanallı bir ısı eşanjörü üzerinde bir çalışma yürütmüştür. LMTD yönteminin duvardaki eksenel ısı iletimini göz ardı ettiği için ısı transfer oranını olduğundan fazla tahmin ettiğini bulmuşlardır. Bu bulgulara dayanarak, duvar kalınlığı kanalın boyutuna kıyasla önemli olduğunda bu varsayımın geçerli olmadığı sonucuna varmışlardır ki bu durum mikro ölçekli ısı eşanjörlerinde sıklıkla gözlemlenmektedir [2].

Küçük ölçekli paralel plakalı ısı eşanjörlerinin davranışını tanımlayan denklemler için analitik çözümler bulmak zordur. Sonuç olarak, bu cihazların tasarımı büyük ölçüde ampirik korelasyonlara ve sayısal simülasyonlara dayanmaktadır.

1.2 Genelleştirilmiş İntegral Dönüşüm Tekniği (GITT)

Mühendisler sorunları çözmeye çalıştıklarında, genellikle sorunu daha iyi anlamalarına yardımcı olacak modeller kullanırlar. Bu modeller, sistemin davranışını tanımlayan matematiksel denklemler olan kısmi diferansiyel denklemlerden (PDE) oluşur. Mühendislerin PDE'leri çözebilmeleri için başlangıç koşullarını ve sınır koşullarını bilmeleri gerekir [3].

İntegral dönüşüm yöntemi, ısı difüzyonu içeren problemlerle ilgili belirli doğrusal kısmi diferansiyel denklem türlerini çözmenin bir yoludur. Fourier'in ısı difüzyonu problemleri için geliştirdiği Değişkenlerin Ayrılması yönteminden ortaya çıkmıştır ve günümüzde hala ısı bilimi ve mühendisliğindeki problemleri çözmek için kullanılmaktadır [4].

İntegral dönüşüm yönteminin temel fikri, bilinmeyen potansiyeli bir özfonksiyonlar toplamı olarak temsil etmektir. Bu özfonksiyonlar özdeğer problemini karşılar ve ortogonallikleri dönüşüm ve inversiyon formüllerinin oluşturulmasına izin verir.

Bu yöntemde, uzay değişkenlerinin ikinci türevleri, integral dönüşümü kullanılarak ısı iletiminin kısmi diferansiyel denkleminden çıkarılır [5].

Uzay değişkenlerinin orijinal PDE'den çıkarılmasıyla, PDE'ler adi diferansiyel denklemlere (ODE) dönüştürülür. Adi diferansiyel denklem sistemi ya analitik olarak ya da sayısal olarak çözülür.

İntegral dönüşüm tekniği çok boyutlu problemlerin çözümünde de oldukça etkilidir. Birden fazla uzay değişkeni içeren bir ısı iletim problemi çözülürken, problem tek bir uzay değişkeninde adi diferansiyel denkleme indirgenebilir. Daha sonra, inversiyon formülü kullanılarak, orijinal uzay değişkenlerindeki sıcaklık dağılımı veya ısı akısı dağılımı elde edilebilir [5].

Bu tür bir analiz, sayısal kodların doğrulanmasına yardımcı olmak ve bazı dönüştürülebilir doğrusal problemleri çözmek için hala kullanılmaktadır, ancak doğrusal dönüştürülebilir problemler için integral dönüşüm yöntemini genelleştirerek, Genelleştirilmiş İntegral Dönüşüm Tekniği (GITT) olarak bilinen hibrit bir sayısal-analitik metodoloji elde edilmiştir.

GITT, Klasik İntegral Dönüşüm Yönteminin analitik fikirleri ile sayısal teknikleri birleştirmektedir. Mühendislik problemlerini yöneten diferansiyel denklemleri sayısal olarak çözmek için uygulanan iki temel yöntem vardır: sonlu farklar yöntemi (FDM) ve sonlu elemanlar yöntemi (FEM). Her bir yöntemin avantajları, eldeki problemin belirli özelliklerine bağlıdır. Sonlu fark yöntemlerinin matematiksel olarak ifade edilmesi basittir ve anlaşılması ve uygulanması kolaydır. Sonlu farklar yöntemi (FDM), etki alanını ayrıştırarak ve türevleri yaklaşık olarak hesaplayarak ısı difüzyonu problemlerine yaklaşık bir sayısal çözüm sağlar.

Orijinal diferansiyel denklemdeki sonlu fark yaklaşımları değiştirildikten sonra, her ızgara noktası veya hücresi için bir cebirsel denklemler korelasyonu türetilir. Bu denklemler, ayrık hesaplamalar kullanılarak komşu ızgara noktalarındaki veya hücrelerdeki sıcaklıklar arasında ilişkiler kurar.

Hibrit sayısal-analitik çözüm, klasik analitik yaklaşımla ele alınamayan dönüştürülemeyen difüzyon veya konveksiyon-difüzyon problemleri için etkili bir çözüm sağlar.

Dönüştürülmüş adi diferansiyel denklem sistemi tipik olarak sonlu bir mertebeye kadar kesilerek sayısal olarak çözülür. Kararlı durum problemleri için uzay değişkenlerinden biri sayısal teknikler kullanılarak çözülür, ardından orijinal potansiyel çözüm geri kalan değişkenlerde analitik olarak yeniden yapılandırılır.

Genelleştirilmiş İntegral Dönüşüm Tekniği (GITT), klasik analitik tekniklerin güçlü yanlarını ve sayısal yöntemlerin hesaplama verimliliğini bir araya getirir. Tek başına klasik yönteme kıyasla etkili bir şekilde çözülebilecek problem aralığını genişletir.

GITT, CPU zamanının önemli ölçüde azaltılması, ağların kullanılmaması

(çok boyutlu problemlerde vurgulanan faktör), otomatik hata kontrolü, önceki durumların sayısal olarak işlenmesine gerek kalmadan bir noktadaki fonksiyonun doğrudan sayısal olarak belirlenmesi ve yöntemin diğerleriyle hibridizasyonda çok yönlülüğü gibi bazı avantajlar sunar. Dezavantajları olarak sınırlı sayıda kullanıcı, karmaşık sınır yüzeyleri ve hiperbolik problemlerden bahsedilmektedir [6].

Genelleştirilmiş İntegral Dönüşüm Tekniği (GITT) sonlu bir levhada termal dalga yayılım problemini çözmek için uygulanmıştır. GITT kullanılarak, hiperbolik ısı iletim denklemi, zaman değişkeninde ikinci dereceden adi diferansiyel denklemlerin birleşik bir sistemine dönüştürülür. Elde edilen dönüştürülmüş ODE sistemi daha sonra Gear yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülür. Makale, farklı Biot sayıları ve boyutsuz termal gevşeme süreleri dikkate alınarak hem yerel hem de ortalama sıcaklıklar için sayısal sonuçlar sunmaktadır. Elde edilen sonuçlar ile Laplace dönüşümü yöntemi (LTM) ve sonlu hacim-Gear yöntemi (FVGM) gibi diğer yöntemler kullanılarak elde edilen sonuçlar arasında karşılaştırma yapılmıştır [7].

Knupp ve arkadaşları 2020 yılında yürüttükleri çalışmada [8], eşlenik ısı transferi problemini çözmek için bir integral dönüşüm yaklaşımı sunmaktadır. Bu hibrit sayısal-analitik yaklaşımın toplam integral dönüşümü içindeki etkinliğini göstermek için, paralel plakalı bir kanalda Newtonian bir akışkanın geçici iki boyutlu sıkıştırılamaz laminer akış problemi ele alınmıştır. Sonuçlar, farklı Peclet sayılarına (Pe = 1, 10 ve 100) sahip üç temsili durum için sunulmuş ve tartışılmıştır. İntegral dönüşüm yöntemi kullanılarak elde edilen çözümler, ticari HAD çözücüsü Comsol Multiphysics çözücüsü kullanılarak elde edilen tamamen sayısal çözümle karşılaştırılmış ve mükemmel bir uyum elde edilmiştir.

Knupp ve arkadaşları 2013 yılında yürüttükleri bir diğer çalışmada [9], değişken katsayılı konjuge iletim-konveksiyon ısı transferi problemleri için kısmi integral dönüşümü ile genelleştirilmiş integral dönüşüm tekniğini (GITT) hibrit sayısal-analitik bir şekilde sunmaktadır. Özellikle mikrokanal akışlarında önemli olan eksenel difüzyonun etkilerini hem kanal duvarlarına hem de akışkan bölgelerine dahil etmektedir. Eksenel difüzyonun dahil edilmesi göz önüne alındığında, çözüm prosedüründe klasik olmayan bir özdeğer problemi tercih edilmekte ve bu da GITT kullanılarak ele alınmaktadır. Kritik karşılaştırmaları mümkün kılmak için, bir psödotransient terimi ve eksenel difüzyonu hesaba katmayan klasik bir Sturm-Liouville özdeğer problemi içeren alternatif bir çözüm yaklaşımı önerilmiştir. İlk çözüm yaklaşımının daha hızlı yakınsadığı ve daha düşük kesme derecelerinde bile eksenel difüzyon etkilerinin beklendiği tatmin edici sonuçlar verdiği bulunmuştur.

1.3 Çalışma Hedefleri

Bu tezin temel amacı, küçük ölçekli ısı eşanjörlerinde duvar iletiminin düşük dereceli indirgenmiş temel modeller aracılığıyla incelenmesidir.

Bölüm 2, genel prizmatik alan için formül türetilmesini tanıtmaktadır. Özel çözüm tanımlanmakta ve denklemlerin dekompozisyonlarından sonra, y yönünde integral dönüşümü uygulanmaktadır. Elde edilen adi diferansiyel denklemde (ODE) özel çözümün yerine konulmasıyla sıcaklık alanı için inversiyon formülü elde edilmektedir.

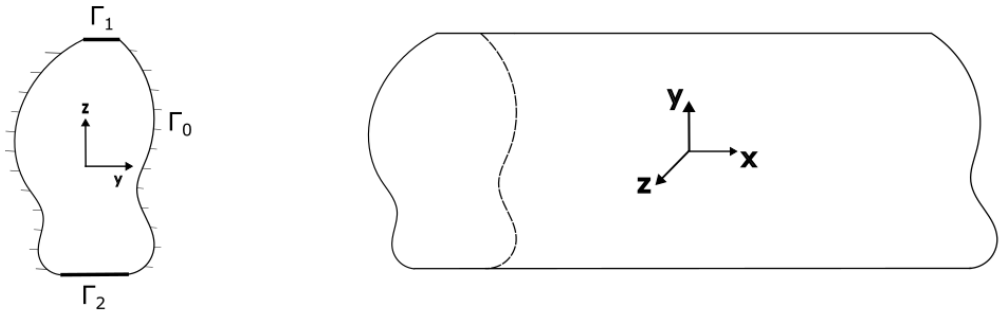
Bölüm 3, bölüm 2'de elde edilen genel formülün sonsuz plaka şekline uygulanmasını ve model sabitlerinin türetilmesini açıklamaktadır.

Bölüm 4, x yönünde uygulanan klasik ayrıklaştırma için Sonlu Farklar Yöntemi (FDM) formülünü içermektedir.

Bölüm 5, sınır koşullarının elde edilmesinde kullanılan klasik ısı eşanjörü teorisinin yığın modelini açıklamaktadır.

Bölüm 6, elde edilen hibrit GITT modelinin HAD ile doğrulanmasını tanıtmaktadır. Ayrıca bu bölümde, klasik ısı eşanjörü teorisinin yığın modelinin sonuçları, düşük dereceli GITT modelinin sonuçları ile karşılaştırılmaktadır.

2
GENEL PRİZMATİK ALAN İÇİN FORMÜLASYON



Şekil 2.1 Prizmatik geometrinin şeması

Bu tezin temel amacı, küçük ölçekli ısı eşanjörlerinde duvar iletiminin düşük dereceli indirgenmiş temel modeller aracılığıyla incelenmesidir.

Duvar iletimi şekil 2.1'de gösterildiği gibi sabit kesitli Γ geometrisi üzerinden incelenmiştir. Difüzyon problemi üst ve alt yüzeylerde Γ_1 ve Γ_2 üzerinde konvektif sınır koşulları ve Γ_0 üzerinde homojen Neumann sınır koşulları ile verilmiştir.

Sıcaklık alanı $T[x, y, z]$ matematiksel olarak enerji dengesi denklemi ve sınır koşullarından oluşan aşağıdaki denklemlerle tanımlanır.

$$-\nabla^2_{(x)} T = \nabla^2_{(y,z)} T \qquad X \times \Gamma \tag{2.1a}$$

$$-k\nabla_{(n_y,n_z)} T = h_1[x](T - \overline{T_1}[x]) \qquad X \times \partial\Gamma_1 \tag{2.1b}$$

$$-k\nabla_{(n_y,n_z)} T = h_1[x](T - \overline{T_2}[x]) \qquad X \times \partial\Gamma_2 \tag{2.1c}$$

$$\partial_x T = 0 \qquad \partial X_0 \times \Gamma \quad \text{ve} \quad \partial X_L \times \Gamma \tag{2.1d}$$

Laplacian $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ve dışa doğru yönelen normal n boyunca gradyan $\nabla_n = n_x\partial_x + n_y\partial_y + n_z\partial_z$ plaka kesiti Γ içinde çalışmak üzere tanımlanmıştır [8].

2.1 Ayrışım

Alan ayrışım (decomposition) yöntemleri, karmaşık bir simülasyon alanını daha küçük, daha basit alt alanlara bölmenin bir yoludur. Bu, alt alanlarla çalışmayı ve onları yönetmeyi kolaylaştırır.

Kısmi diferansiyel denklem, alt alanlar arasındaki arayüz sınırlarındaki alanların birleştirilmesiyle (coupling) her bir alt alanda ayrı ayrı çözülür.

Matematiksel modelleri ele almanın yaygın bir yolu olarak, basitleştirmek için genellikle koordinatların veya değişkenlerin değiştirilmesi gerekir. Bu, nasıl çözüleceği bilinen denklemleri basitleştirecek bağımlı değişkende bir değişiklik yapılarak elde edilir.

Arayüz bağlantı (coupling) sınır koşulları, akışkan ve katı davranışının düzgün bir şekilde bağlanmasını sağlamak için bir akışkan ve katı arasındaki arayüzde uygulanan koşullardır. Probleme ve belirli sınır koşullarına bağlı olarak akışkan ve katı arasındaki etkileşimi modellemenin farklı yolları vardır.

Dirichlet sınır koşulları, akışkan-katı arayüzünde bir noktadaki sıcaklığı belirtir.

Homojen olmayan özelliklerin inversiyon formülü çözümünün yakınsaması üzerindeki etkilerini azaltmak için bu matematiksel problem belirli ve homojen parçalara ayrıştırılabilir. Sıcaklık alanı, sınır koşullarını ve kesit enerji dengesini sağlayan yerel ($\forall_x$,$\forall_{crosssection}$) bir çözüm ve homojen bir çözüm olarak ayrıştırılır. Çözümü aşağıdaki dönüşüm denklemi ile yazılır:

$$T[x,y,z] = T_p[x,y,z] + T_d[x,y,z] \tag{2.2}$$

Özel çözüm, verilen sınır koşulları (2.1) ile her bir kesit enerji dengesini sağlayacak şekilde tanımlanır.

$$-\nabla^2_{(y,z)} T_p = 0 \tag{2.3a}$$

$$-k\nabla_{(n_y,n_z)} T_p = h_1[x](T_p - \overline{T_1}[x]) \tag{2.3b}$$

$$-k\nabla_{(n_y,n_z)} T_p = h_2[x](T_p - \overline{T_2}[x]) \tag{2.3c}$$

Isı taşınım katsayısı $h[x]$ x'in bir fonksiyonu olduğunda, her kesit için farklı bir öz uzay oluşturur ve uzamsal olarak değişen bir sınır koşulu getirdiği için problemin çözülmesini zor hale getirir. Homojen olmayan bir probleme yol açar ve çözümün tek bir denklem kümesi veya tek bir özdeğer ve özvektör kümesi ile tanımlanamayacağı ve bir denklem sisteminin çözülmesini gerektirir.

Isı taşınım katsayısı h sonsuz alındığında, bunun yerine alanları birleştirmek için Dirichlet koşulları kullanılır. Duvar alanı için Dirichlet koşulunun alınması aslında örtüşmeyen alan ayrışımı kullanılarak akışkan alanı ile birleştirme koşullarından birinden kaynaklanmaktadır. Bu durumda $T_d = 0$ için T_d çözümü için sınır koşullarının homojen Dirichlet olduğu anlamına gelir.

$$T_d[x, y, z] = 0 \qquad X \times \Gamma \tag{2.4}$$

Eğer (2.1)'deki $T[x, y, z]$ sıcaklık alanı (2.2)'deki dönüşüm denklemi ile değiştirilirse ve (2.3) kullanılırsa, uç duvar sınır koşulu için aşağıdaki denklem elde edelir:

$$-\partial_x^2 T_d = \bigtriangledown^2_{(y,z)} T_d + \cancel{\bigtriangledown^2_{(y,z)} T_p} + \partial_x^2 T_p \tag{2.5a}$$

$$-k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_d - h_1[x] T_d = \cancel{k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_p + h_1[x](T_p - \overline{T_1}[x])} \tag{2.5b}$$

$$-k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_d - h_2[x] T_d = \cancel{k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_p + h_2[x](T_p - \overline{T_2}[x])} \tag{2.5c}$$

$$\partial_x T_d = -\partial_x T_p \tag{2.5d}$$

Bu, duvar sınırı sıcaklık profili varsayımına göre, katı alanda bir sıcaklık dağılımı elde edildiği anlamına gelir.

2.2 Özel Çözüm

Özel çözüm T_d alanını spesifik olarak $X \times \Gamma$ sınırında homojenleştirmek için tanımlanmıştır. Bu şekilde T_d, $X \times \partial\Gamma_{1,2}$ sınırında homojen Dirichlet koşullarına sahiptir.

(2.3)'deki T_p tanımı ile T_p'yi tanımlayan bir PDE elde edilir. Bu denklemin doğrusallığı kullanılarak, süperpozisyon çözümü birim sınır pertürbasyon şekil fonksiyonları $\phi_{w_{1,2}}[y, z]$ ile geliştirilir.

$$T_p[x, y, z] = T_1[x]\phi_{w_1}[y, z] + T_2[x]\phi_{w_2}[y, z] \tag{2.6}$$

Sınır pertürbasyon şekil fonksiyonları $\phi_{w_{1,2}}[y, z]$ ile kesit difüzyon problemleri ve

sınır koşulları:

$$\nabla^2_{(y,z)}\phi_{w_{1,2}} = 0 \qquad \Gamma \tag{2.7a}$$

$$\phi_{w_{1,2}} = 1 \qquad \partial\Gamma_{1,2} \tag{2.7b}$$

$$\phi_{w_{1,2}} = 0 \qquad \Gamma \setminus \{\partial\Gamma_{2,1} \cup \partial\Gamma_0\} \tag{2.7c}$$

$$\nabla^2_{(ny,nz)}\phi_{w_{1,2}} = 0 \qquad \partial\Gamma_0 \tag{2.7d}$$

2.3 Yardımcı Problem

Sapma alanı için Laplacian özdeğer problemi tarafından oluşturulan ve başlangıç ve sınır koşullarını karşılayan ortogonal bir kesit temeli kullanılır:

$$\nabla^2\phi_i^{\mathrm{e}} = -\lambda_i\phi_i^{\mathrm{e}} \tag{2.8a}$$

$$\phi_i^{\mathrm{e}} = 0 \quad \partial\Gamma_1, \partial\Gamma_2 \tag{2.8b}$$

$$\nabla\phi_i^{\mathrm{e}} = 0 \quad \partial\Gamma_0 \tag{2.8c}$$

burada ϕ_i^{e} temel fonksiyonları özdeğer problemi çözümünden gelmektedir.

2.4 İzdüşüm

Kısmi diferansiyel denklemi çözmek için hibrit sayısal-analitik yöntem kullanılmıştır. Kısmi integral dönüşüm tekniği, çok boyutlu, kararlı durum ısı iletim problemlerinin çözümünde etkilidir, çünkü integral dönüşümün ardışık olarak uygulanması ile kısmi diferansiyel denklem, uzay değişkenlerinden birinde adi diferansiyel denkleme indirgenir. Ayrıca kısmi integral dönüşümü, öz fonksiyon açılımı yaklaşımı ve seçilen sayısal yöntemin kombinasyonu ile avantajlar sağlar. İntegral dönüşümü kesit yönünde (y) uygulanır. Daha sonra x yönünde klasik ayrıklaştırma yöntemi kullanılır.

Problemi homojen formunda yazılmalı ve daha sonra integral dönüşüm tekniğini uygulanmalıdır. Sınır koşullarının homojenleştirilmesi için T_d alan denklemine ekstra bir kaynak terimi getiren ön filtre kullanılır. Bu ekstra kaynak terimi, sınırda inversiyon formülün+n yerel yakınsamasını sağlamak için gereklidir.

$\langle f, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1$, Γ kesiti üzerinde tanımlanan f ve ϕ_i^{e} kare integrallenebilir fonksiyonları arasındaki bir iç çarpım olsun. f'nin bir ϕ_i^{e} fonksiyonu üzerine ortogonal izdüşümü iç çarpım cinsinden aşağıdaki gibi verilir [10]:

$$f|\phi_i^{\mathrm{e}} = \frac{\langle f, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1}{\langle \phi_i^{\mathrm{e}}, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1} \phi_i^{\mathrm{e}} \tag{2.9}$$

ile $\langle f,\phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1/\langle\phi_i^{\mathrm{e}},\phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1$ izdüşüm bileşenini göstermektedir.

Ortalama iç çarpım, aşağıdaki gibi ifade edilmiştir [10]:

$$\langle f,\phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 = \frac{1}{S}\int_\Gamma f\phi_i^{\mathrm{e}}dS \tag{2.10}$$

İç çarpımın bu şekilde tanımlanmasıyla, ortalama iç çarpım $\langle f,\phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1$, çarpımın ilgilenilen alan üzerindeki integralini temsil eder. Bu tanım, geleneksel iç çarpımın birliğe eşit olmadığı durumlarda bile izdüşüm bileşeni ile fonksiyon ortalaması arasında bir bağlantı kurulmasını sağlar.

Y yönüne göre integral dönüşümünü türetmek için, sapma sıcaklığı için (2.5a) alan denklemini ϕ_i^{e} temel fonksiyonları üzerine izdüşümü kullanılır.

$$\langle-\partial_x^2 T_d,\phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 = \langle\partial_x^2 T_p,\phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 + \langle\nabla^2_{(y,z)}T_d,\phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 \tag{2.11}$$

Laplacian operasyonu, Green'in second özdeşligi[1] kullanılarak sapma sıcaklığından temel fonksiyona aktarılabilir. Daha sonra Gauss-Ostrogradski'nin diverjans teoremini uygulamak[2] izdüşümlü Laplacian terimini ifade etmeyi sağlar [10]. Bu işlem, denklemlerin temel fonksiyonlar cinsinden ifade edilmesini sağlar ve bu fonksiyonlar daha sonra denklemi çözmek ve bir çözüm bulmak için kullanılabilir.

Green's second özdeşligi[1]:

$$\overrightarrow{\nabla}(T_d\overrightarrow{\nabla}\phi_i^{\mathrm{e}} - \phi_i^{\mathrm{e}}\overrightarrow{\nabla}T_d) = T_d\overrightarrow{\nabla}^2\phi_i^{\mathrm{e}} - \phi_i^{\mathrm{e}}\overrightarrow{\nabla}^2 T_d \tag{2.12}$$

Gauss-Ostrogradsky's diverjans teoremi[2]:

$$\int_\Gamma \overrightarrow{\nabla}\overrightarrow{F}dS = \oint_{\partial_\Gamma}\overrightarrow{n}\overrightarrow{F}dP \tag{2.13}$$

$$\langle\nabla^2_{(y,z)}T_d,\phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 = \langle T_d,\nabla^2_{(y,z)}\phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 - \frac{1}{S}\int(T_d\nabla_n\phi_i^{\mathrm{e}} - \phi_i^{\mathrm{e}}\nabla_n T_d)dP \tag{2.14}$$

Bu bağıntıda sınır terimleri kaybolur ve Laplacian, temel fonksiyonun yardımcı problemi sağlamasına izin verilerek ortadan kaldırılır.

Özdeğer denklemleri (2.8) izdüşümlü Laplacian'da yerine konduğunda, sınır terimleri kaybolur ve kalan terim $\langle T_d,\phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1$ 'in basit bir fonksiyonu haline gelir.

[1]Green's second özdeşligi $\overrightarrow{\nabla}(T_d\overrightarrow{\nabla}\phi_i^{\mathrm{e}} - \phi_i^{\mathrm{e}}\overrightarrow{\nabla}T_d) = T_d\overrightarrow{\nabla}^2\phi_i^{\mathrm{e}} - \phi_i^{\mathrm{e}}\overrightarrow{\nabla}^2 T_d$

[2]Gauss-Ostrogradsky's diverjans teoremi $\int_\Gamma \overrightarrow{\nabla}\overrightarrow{F}dS = \oint_{\partial_\Gamma}\overrightarrow{n}\overrightarrow{F}dP$

$$\langle \nabla^2_{(y,z)} T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 = \langle T_d, \nabla^2_{(y,z)} \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 = \langle T_d, -\lambda_i \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 = -\lambda_i \langle T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 \tag{2.15}$$

x yönüne göre kısmi türevleri olan terimler, integrasyon ve türev alma sırası değiştirilerek basitleştirilir.

$$\langle -\partial^2_x T_p, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 = -\mathrm{d}^2_x \langle T_p, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 \tag{2.16}$$

$$\langle \partial^2_x T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 = \mathrm{d}^2_x \langle T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 \tag{2.17}$$

Bu sonuçlar (2.11) izdüşüm denklemine eklendiğinde sapma sıcaklığının $\langle T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1$ projeksiyon bileşeni için adi bir diferansiyel denklem elde edilir.

$$-\mathrm{d}^2_x \langle T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 = \mathrm{d}^2_x \langle T_p, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 - \lambda_i \langle T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 \tag{2.18}$$

Özel çözümü (2.6) yerine koyar ve temel fonksiyonları üzerine izdüşümü alınırsa, sınır pertürbasyon sıcaklıklarını ve ilgili sınır pertürbasyon şekil fonksiyonlarının izdüşümlerini içeren bir kaynak terimi elde edelir:

$$\mathrm{d}^2_x \langle T_p, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1 = \mathrm{d}^2_x T_1[x] \langle \phi_{w_1}[y,z], \phi^{\mathrm{e}}_i[y,z] \rangle_1 + \mathrm{d}^2_x T_2[x] \langle \phi_{w_2}[y,z], \phi^{\mathrm{e}}_i[y,z] \rangle_1 \tag{2.19}$$

Genel prizmatik alan şekli için y yönünde integral dönüşüm tekniği uygulandı. Daha sonra bir adi diferansiyel denklem elde edildi. Bu integral dönüşümü uygulanmış denklemi çözmek için, öz fonksiyonların, öz değerlerin ve belirli bir çözüme bağlı olan kaynak teriminin değerleri bilinmesi gerekir. İnversiyon formülü aşağıdaki gibidir:

$$T[x,y,z] = T_p[x,y,z] + \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \langle T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1[x]}{\langle \phi^{\mathrm{e}}_i, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1} \phi^{\mathrm{e}}_i[y,z] \tag{2.20}$$

Bu, T_d'nin doğal kesit öz tabanı açısından ayrışımını oluşturur. Her bileşen $\langle T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1[x]$ izdüşüm denkleminin çözümüdür. Belirli bir çözümü (2.6) ve öz fonksiyonların normalizasyonu (2.20) da yerine koyulduğunda:

$$T[x,y,z] = T_1[x]\, \phi_{w_1}[y,z] + T_2[x]\, \phi_{w_2}[y,z] + \sum_{i=1}^{\infty} \langle T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1[x]\, \phi^{\mathrm{e}}_i[y,z] \tag{2.21}$$

Her kesit üzerindeki ortalama sıcaklık aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$T_{mean}[x,y,z] = T_1[x] \langle \phi_{w_1}, 1 \rangle_1[y,z] + T_2[x] \langle \phi_{w_2}, 1 \rangle_1[y] + \sum_{i=1}^{\infty} \langle T_d, \phi^{\mathrm{e}}_i \rangle_1[x] \langle \phi^{\mathrm{e}}_i, 1 \rangle_1[y,z] \tag{2.22}$$

2.5 Sınır Transferi

Sınır akısı, Fourier'in iletim yasasının sınırda uygulanmasıyla elde edilir. Bu şekilde, $\langle T_d, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1[x]$, i=1,2...N için Sonlu Elemanlar Yöntemi veya Sonlu Farklar Yöntemi kullanılarak çözüldükten sonra problemin Dirichlet-Neumann haritası (Steklov-Poincaré operatörü) oluşturulur.

Sınır akısı aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$q' = \frac{Q'}{S} \tag{2.23}$$

Boyutsuz sınır akısı:

$$\hat{q}' = q' \frac{\mathcal{H}^2}{k} \tag{2.24}$$

Üst ve alt yüzey için boylamasına yönde q' birim uzunluk başına $\partial\Gamma_{1,2}$ sınırlarından geçen ısı akış hızı, Fourier'in iletim yasasının entegre edilmesiyle elde edilir.

$$q'_{1,2}[T] = \int_{\partial_{\Gamma 1,2}} -k \nabla_n T dP \tag{2.25}$$

Dışa doğru normal üzerine izdüşümü olan gradyan uygulanırsa ve belirli ölçekler ortadan kaldırılırsa:

$$q'_{1,2}[T] = -k \mathrm{d}_y T n_y w \tag{2.26a}$$

$$\frac{q'_{1,2}[T]}{kw} = -\mathrm{d}_y T n_y \tag{2.26b}$$

En basit gösterim için, boyutsuz sınır transferi:

$$\hat{q}'_{1,2}[T] = \frac{q'_{1,2}[T]\mathcal{H}}{kw} \tag{2.27}$$

Gerekli q' değerini elde etmek için ölçeklendirilir.

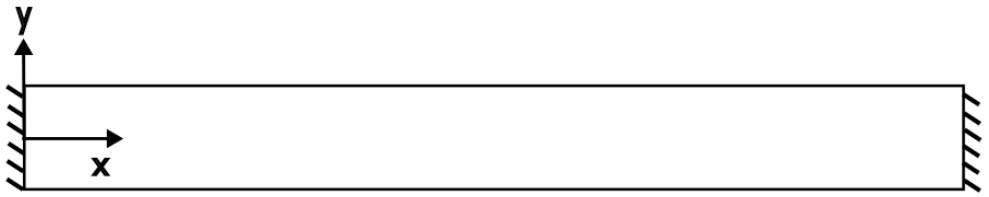
Lineer operatör tanıtıldığında aşağıdaki formül elde edilir:

$$\hat{q}'_{1,2}[f] = -\mathrm{d}_y f n_y \mathcal{H} \tag{2.28}$$

Doğrusallık ile üst ve alt yüzey için boyutsuz sınır transferi:

$$\hat{q}'_{1,2}[T] = T_1[x]\hat{q}'_{1,2}[\phi_{w_1}] + T_2[x]\hat{q}'_{1,2}[\phi_{w_2}] + \sum_{i=1}^{\infty} \langle T_d, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1[x]\hat{q}'_{1,2}[\phi_i^{\mathrm{e}}] \tag{2.29}$$

3
SONSUZ PLAKA ŞEKLİ İÇİN MODEL SABİTLERİ



Şekil 3.1 Plaka geometrisinin şeması

Bu tezde, küçük ölçekli paralel plakalı ısı eşanjöründe duvar iletimi analiz edilmektedir. Spesifik geometri, x'in fonksiyonu olan üst ve alt yüzeyde sıcaklık profillerine ve $z = W/2$ ve $z = -W/2$ yan düzlemlerinde yalıtım sınır koşullarına sahip olacaktır. Uç yüzeyler yalıtılmıştır. Uç duvar yalıtım sınır koşullarını aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\mathrm{d}_x\langle T_d, \phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 = -\mathrm{d}_x\langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 \qquad \text{x=0} \quad \text{ve} \quad \text{x=L} \tag{3.1}$$

Özel çözüm, sonsuz levha şekli için 1B difüzyon denkleminin klasik çözümüdür. Sınır pertürbasyon şekil fonksiyonları, özel çözüm için analitik çözümün oluşturulmasına izin verir ve $\langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1$ terimleri $T_1[x]$ ve $T_2[x]$ 'in doğrusal kombinasyonları olarak tanımlanır.

$$T_p[x, y] = T_1[x]\phi_{w_1}[y] + T_2[x]\phi_{w_2}[y] \tag{3.2}$$

Sonsuz plaka şekli için diferansiyel denklemi, başlangıç ve sınır koşullarını sağlayan çözümleri türetmek için kullanılan ortogonal kesit temel fonksiyonları

(2.8)'den yazılır:

$$\mathrm{d}_y^2\phi_i^{\mathrm{e}} = -\lambda_i\phi_i^{\mathrm{e}} \tag{3.3a}$$

$$\phi_i^{\mathrm{e}} = 0 \quad \mathrm{y} = \mathcal{H}/2 \quad \mathrm{ve} \quad \mathrm{y} = -\mathcal{H}/2 \tag{3.3b}$$

burada ϕ_i^{e} fonksiyonları özdeğer probleminin çözümünden gelmektedir.

Temel sinüs veya kosinüs formülü, odaklanmış özdeğer problemi için karşılık gelen özdeğerleri ifade eder.

Normalize edilmemiş $\phi_i^{\mathrm{e}\prime}$ öz fonksiyonları, $\frac{y}{\mathcal{H}} + \frac{1}{2}$ kaydırılmış boyutsuz koordinat ile ve her biri bir λ_i öz değerine sahip olarak tanımlanır:

$$\phi_i^{\mathrm{e}\prime} = \sin(i\pi(\frac{y}{\mathcal{H}} + \frac{1}{2})) \tag{3.4a}$$

$$\lambda_i = (\frac{i\pi}{\mathcal{H}})^2 \quad i = 1, 2, 3...\mathbf{N} \tag{3.4b}$$

Ölçekten bağımsız bir iç çarpıma göre normalleştirme, boyutlu büyüklüklerden etkilenmeden anlamlı bir karşılaştırma yapmak için kullanılır.

$$\frac{1}{\mathcal{H}}\int_{-\mathcal{H}/2}^{\mathcal{H}/2} A^2\phi_i^{\mathrm{e}\prime}\phi_i^{\mathrm{e}\prime}dy = 1 \tag{3.5}$$

Normalizasyon sabiti (A) hesaplanır. Bu şekilde normalize edilmiş öz fonksiyon $\phi_i^{\mathrm{e}} = A\phi_i^{\mathrm{e}\prime}$ olarak elde edilir.

$$\phi_i^{\mathrm{e}} = \sqrt{2}\sin(i\pi(\frac{y}{\mathcal{H}} + \frac{1}{2})) \tag{3.6}$$

$\phi_{w_1}[y]$ denklemi ve sınır koşulları aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\mathrm{d}^2\phi_{w_1}}{\mathrm{d}y^2} = 0 \tag{3.7a}$$

$$\phi_{w_1}|_{y=\mathcal{H}/2} = 1 \tag{3.7b}$$

$$\phi_{w_1}|_{y=-\mathcal{H}/2} = 0 \tag{3.7c}$$

$\phi_{w_2}[y]$ denklemi ve sınır koşulları aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\mathrm{d}^2\phi_{w_2}}{\mathrm{d}y^2} = 0 \tag{3.8a}$$

$$\phi_{w_2}|_{y=\mathcal{H}/2} = 0 \tag{3.8b}$$

$$\phi_{w_2}|_{y=-\mathcal{H}/2} = 1 \tag{3.8c}$$

Kaydırılmış boyutsuz koordinat açısından sınır pertürbasyon şekil fonksiyonları aşağıdaki gibidir:

$$\phi_{w_1} = \frac{y}{\mathcal{H}} + \frac{1}{2} \tag{3.9a}$$

$$\phi_{w_2} = 1 - (\frac{y}{\mathcal{H}} + \frac{1}{2}) \tag{3.9b}$$

Sınır pertürbasyon şekil fonksiyonlarının, ölçekten bağımsız iç çarpım ile elde edilen öz fonksiyonlarla integrali:

$$\langle \phi_{w_1}, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1 = \sqrt{2} \frac{(-1)^{i+1}}{i\pi} \tag{3.10a}$$

$$\langle \phi_{w_2}, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1 = \frac{\sqrt{2}}{i\pi} \tag{3.10b}$$

(2.22) formülünde, model katsayıları ortalama iç çarpım kullanılarak hesaplanır:

$$\langle \phi_{w_1}, 1 \rangle_1 = \frac{1}{2} \tag{3.11a}$$

$$\langle \phi_{w_2}, 1 \rangle_1 = \frac{1}{2} \tag{3.11b}$$

$$\langle \phi_i^{\mathrm{e}}, 1 \rangle_1 = \frac{4 \sin^2\left(\frac{\pi i}{2}\right)}{\sqrt{2} i \pi} \tag{3.11c}$$

Üst ve alt yüzey için ϕ_{w_1} formülü kullanılarak $\hat{q}'_{1,2}[\phi_{w_1}]$ hesabı yapılır:

$$\hat{q}'_{1,2}[\phi_{w_1}] = -\mathrm{d}_y \phi_{w_1} n_y \mathcal{H} \tag{3.12}$$

$$\hat{q}'_1[\phi_{w_1}] = -1 \quad \mathrm{y} = \mathcal{H}/2 \quad \text{ve} \quad n_y = 1 \tag{3.13}$$

$$\hat{q}'_2[\phi_{w_1}] = +1 \quad \mathrm{y} = -\mathcal{H}/2 \quad \text{ve} \quad n_y = -1 \tag{3.14}$$

Üst ve alt yüzey için ϕ_{w_2} formülü kullanılarak $\hat{q}'_{1,2}[\phi_{w_2}]$ hesabı yapılır:

$$\hat{q}'_{1,2}[\phi_{w_2}] = -\mathrm{d}_y \phi_{w_2} n_y \mathcal{H} \tag{3.15}$$

$$\hat{q}'_1[\phi_{w_2}] = +1 \quad \mathrm{y} = \mathcal{H}/2 \quad \text{ve} \quad n_y = 1 \tag{3.16}$$

$$\hat{q}'_2[\phi_{w_2}] = -1 \quad \mathrm{y} = -\mathcal{H}/2 \quad \text{ve} \quad n_y = -1 \tag{3.17}$$

Üst ve alt yüzey için ϕ_i^{e} formülü kullanılarak $\hat{q}'_{1,2}[\phi_i^{\mathrm{e}}]$ hesabı yapılır:

$$\hat{q}'_{1,2}[\phi_i^{\mathrm{e}}] = -\mathrm{d}_y \phi_i^{\mathrm{e}} n_y \mathcal{H} \tag{3.18}$$

$$\hat{q}'_1[\phi_i^{\mathrm{e}}] = \frac{10\pi^{3/2}}{\sqrt{2\pi}} \quad \mathrm{y} = \mathcal{H}/2 \quad \text{ve} \quad n_y = 1 \tag{3.19}$$

$$\hat{q'}_2[\phi_i^{\mathrm{e}}] = -\frac{10\pi^{3/2}}{\sqrt{2\pi}} \quad \mathrm{y} = -\mathcal{H}/2 \quad \text{ve} \quad n_y = -1 \tag{3.20}$$

Model sabitleri tablolaştırılır. Bu değerler, Sonlu Elemanlar Yöntemi ve Sonlu Farklar Yöntemi gibi sayısal yöntemler kullanılarak $\langle T_d, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1[x]$ elde etmek için kullanılır.

Tablo 3.1 Model parametrelerinin değerleri

i	λ_i	$\langle \phi_{w_1}, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1$	$\langle \phi_{w_2}, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1$	$\hat{q'}_1[\phi_i^{\mathrm{e}}]$	$\hat{q'}_2[\phi_i^{\mathrm{e}}]$	$\langle \phi_i^{\mathrm{e}}, 1 \rangle_1$
1	9.8696	0.4502	0.4502	4.4429	4.4429	0.9003
2	39.4784	-0.2251	0.2251	-8.8858	8.8858	0
3	88.8264	0.1501	0.1501	13.3286	13.3286	0.3001
4	157.9137	-0.1125	0.1125	-17.7715	17.7715	0
5	246.7401	0.0900	0.0900	22.2144	22.2144	0.1801
6	355.3057	-0.0750	0.0750	-26.6573	26.6573	0
7	483.6106	0.0643	0.0643	31.1002	31.1002	0.1286
8	631.6547	-0.0563	0.0563	-35.5431	35.5431	0
9	799.4380	0.0500	0.0500	39.9859	39.9859	0.1000
10	986.9604	-0.0450	0.0450	-44.4288	44.4288	0
11	1194.2221	0.0409	0.0409	48.8717	48.8717	0.0818
12	1421.2230	-0.0375	0.0375	-53.3146	53.3146	0
13	1667.9631	0.0346	0.0346	57.7575	57.7575	0.0692
14	1934.4425	-0.0322	0.0322	-62.2004	62.2004	0
15	2220.6607	0.0300	0.0300	66.6432	66.6432	0.0600
16	2526.6187	-0.0281	0.0281	-71.0861	71.0861	0
17	2852.3157	0.0265	0.0265	75.5290	75.5290	0.0530
18	3197.7518	-0.0250	0.0250	-79.9719	79.9719	0
19	3562.9272	0.0236	0.0236	84.4148	84.4148	0.047
20	3947.8418	-0.0225	0.0225	-88.8577	88.8577	0
21	4352.4955	0.0214	0.0214	93.3005	93.3005	0.0428
22	4776.8885	-0.0205	0.0205	-97.7434	97.7434	0
23	5221.0207	0.0196	0.0196	102.1863	102.1863	0.0391
24	5684.8921	-0.0188	0.0188	-106.6292	106.6292	0
25	6168.5027	0.0180	0.0180	111.0721	111.0721	0.0360
26	6671.8526	-0.0173	0.0173	-115.5149	115.5149	0
27	7194.9416	0.0167	0.0167	119.9578	119.9578	0.0333
28	7737.7698	-0.0161	0.0161	-124.4007	124.4007	0
29	8300.3373	0.0155	0.0155	128.8436	128.8436	0.0310
30	8882.6440	-0.0150	0.0150	-133.2865	133.2865	0
31	9484.6898	0.0145	0.0145	137.7294	137.7294	0.0290
32	10106.4750	-0.0141	0.0141	-142.1723	142.1723	0
33	10747.9991	0.0136	0.0136	146.6151	146.6151	0.0273
34	11409.2627	-0.0132	0.0132	-151.0580	151.0580	0
35	12090.2654	0.0128	0.0128	155.5009	155.5009	0.0257

4
İNVERSİYON KATSAYILARI İÇİN SONLU FARK YAKLAŞIMI

Problem, bir diferansiyel denklemin sonlu farklar yaklaşımı kullanılarak bir cebirsel denklem sistemine dönüştürülmesini içermektedir. Bu ayrıklaştırma işlemi, $m = 1, 2, ..., \mathrm{N}$ ile gösterilen sonlu sayıda ızgara noktasındaki sıcaklık değerlerine yaklaşmayı amaçlamaktadır.

Diferansiyel denklemdeki ikinci türevi ayrıklaştırmak için, iç ızgara noktalarında klasik ikinci dereceden merkezi fark formülasyonu kullanılır.

Verilen sınır koşulları sıcaklığın birinci türevini içerdiğinden, bu türevlerin de ayrıklaştırılması gerekir. Sınır ızgara noktalarında $m = 1$ ve $m = \mathrm{N}$ birinci türev için ikinci dereceden bir merkezi fark formülasyonu uygulanır. Bununla birlikte, formülü sınırlarda doğru bir şekilde uygulamak için, sırasıyla bu sınır düğümlerinin solunda ve sağında ek ızgara noktaları gereklidir.

Bunu ele almak için, sınırların solunda ve sağında $\triangle x$ mesafesinde bulunan ve sırasıyla $x = 0$ ve $x = \mathrm{L}$ değerlerine karşılık gelen konumlarda hayali düğümler tanıtılır. Bu hayali düğümlere T_0 ve T_{N+1} hayali sıcaklıkları atanır. Ek düğümlerin dahil edilmesiyle, birinci türev için merkezi fark formülasyonu sınır noktalarında doğru bir şekilde kullanılabilir [11].

Ayrıklaştırmanın ardından, T_0 ve T_{N+1} hayali sıcaklıkları elde edilen denklem sisteminden elimine edilerek problemin genel formülasyonu basitleştirilebilir.

Problem aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathrm{d}_x^2\langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 = \mathrm{d}_x^2\langle T_d, \phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 - \lambda_i\langle T_d, \phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 \tag{4.1a}$$

$$\mathrm{d}_x\langle T_d, \phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 = -\mathrm{d}_x\langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}}\rangle_1 \quad \text{x=0} \quad \text{ve} \quad \text{x=L} \tag{4.1b}$$

T^* 'yi aşağıdaki gibi tanımlanır ve (4.1)'de yerine koyulursa:

$$T^* = \langle T_d, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1[x] + \langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1[x] \tag{4.2}$$

$$\mathrm{d}_x^2 T^* = \lambda_i (T^* - \langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1[x]) \tag{4.3}$$

$$\mathrm{d}_x T^* = 0 \quad \text{x=0} \quad \text{ve} \quad \text{x=L} \tag{4.4}$$

$\lambda_i T^*$ bir reaksiyon terimi ve $\langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1[x]$ bir kaynak terimidir.

$$\frac{\mathrm{d}^2 T^*}{\mathrm{d}x^2} = \frac{T^*_{m+1} + T^*_{m-1} - 2T^*_m}{\triangle x^2} \tag{4.5}$$

Eğer (4.5) yerine (4.3) koyulursa:

$$\frac{T^*_{m+1} + T^*_{m-1} - 2T^*_m}{\triangle x^2} - \lambda_i T^*_m = -\lambda_i \langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1 \tag{4.6}$$

$$T^*_m = \frac{T^*_{m+1} + T^*_{m-1} + \lambda_i \triangle x^2 \langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1}{2 + \lambda_i \triangle x^2} \quad 2 \leq m \leq N-1 \tag{4.7}$$

d_x için merkezi fark formülasyonu uygulanır:

$$\frac{\mathrm{d}T^*}{\mathrm{d}x} = \frac{T^*_{m+1} - T^*_{m-1}}{2\triangle x} \tag{4.8a}$$

$$\mathrm{d}_x T^* = 0 \quad \text{x=0} \quad \text{ve} \quad \text{x=L} \tag{4.8b}$$

Hayalet düğümleri ortadan kaldırmak için, ilk ayrıklaştırma noktası için m=1:

$$T^*_1 = \frac{T^*_2 + T^*_0 + \lambda_i \triangle x^2 \langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1}{2 + \lambda_i \triangle x^2} \tag{4.9}$$

İlk ayrıklaştırma noktası için denklem:

$$T^*_1 = \frac{2T^*_2 + \lambda_i \triangle x^2 \langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1}{2 + \lambda_i \triangle x^2} \tag{4.10}$$

Hayalet düğümleri ortadan kaldırmak için, son ayrıklaştırma noktası m=N için:

$$T^*_N = \frac{T^*_{N+1} + T^*_{N-1} + \lambda_i \triangle x^2 \langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1}{2 + \lambda_i \triangle x^2} \tag{4.11}$$

Son ayrıklaştırma noktası için denklem:

$$T^*_N = \frac{2T^*_{N-1} + \lambda_i \triangle x^2 \langle T_p, \phi_i^{\mathrm{e}} \rangle_1}{2 + \lambda_i \triangle x^2} \tag{4.12}$$

Bir kısmi diferansiyel denklemin, ilgili sınır koşulları ile birlikte bir cebirsel denklem sistemine dönüştürülmesi süreci gösterilmektedir.

Bu cebirsel denklem sistemini çözmek için genellikle iteratif teknikler kullanılır. Bu yöntemler, istenen doğruluk seviyesine ulaşılana kadar değerleri yinelemeli olarak güncelleyerek çözümü kademeli olarak iyileştirir. Doğruluk, katsayı matrisindeki köşegen elemanların baskınlığı ile ilgili olan yakınsama kriterinin karşılandığı varsayıldığında, iterasyon sayısı arttıkça iyileşir.

Denklem sayısının çok fazla olduğu ve katsayı matrisinin seyrek olduğu ancak bantlı olmadığı durumlarda, bilgisayar depolama alanının verimli kullanımı çok önemli hale gelir. Bu gibi durumlarda, doğrudan çözüm yöntemi yerine iteratif bir yöntem tercih edilir [11]. Yinelemeli bir yaklaşım kullanarak, denklem sistemini sonlu sayıda işlem kullanarak kesin çözümün belirli bir doğruluğu dahilinde çözmek mümkün hale gelir.

Liebman iterasyonu olarak da bilinen Gauss-Seidel iterasyonu, diyagonal baskınlığa sahip denklem sistemlerini çözmek için etkili bir tekniktir. Gauss-Seidel iterasyonunun yakınsamasını hızlandırmak için ardışık aşırı gevşeme (successive overrelaxation) adı verilen bir yöntem kullanılabilir. Bu yöntem iteratif sürecin yakınsama hızını artırır.

Nokta yinelemeli bir prosedür olan Gauss-Seidel yinelemesi, cebirsel denklem sistemlerini çözmek için basit ve verimli bir yaklaşımdır. Standart iterasyonlardan farklı olarak, her iterasyon turunda en son belirlenen değerleri kullanır. Bu, özellikle büyük ve seyrek denklem sistemlerinde çözümün daha verimli ve doğru bir şekilde hesaplanmasını sağlar [11].

Doğrusal (4.7), (4.10) ve (4.12) sistemlerini çözmek için Gauss-Seidal iterasyonu kullanıldı. Gauss-Seidal iterasyon yöntemi, bir doğrusal denklem sistemini çözmek için kullanılan iteratif bir tekniktir. Süreç, çözüm yakınsayana, yani ardışık iterasyonlar arasındaki fark belirli bir toleransın altına düşene veya maksimum iterasyon sayısına ulaşılana kadar iterasyona devam eder.

Temel denklemler ve sınır koşulları sonlu farklar yöntemi kullanılarak ayrıklaştırıldıktan sonra, bir sonraki adım problemin sayısal çözümünü sağlayan bir MATLAB programının geliştirilmesidir.Program, verilen denklem sistemine ve sınır koşullarına yaklaşık bir çözüm elde etmek için gerekli hesaplamaları ve algoritmaları içeren bir hesaplama aracı olarak hizmet eder. Böylece iteratif hesaplamalar yapmak ve sistemdeki sıcaklık dağılımı için sayısal sonuçlar elde etmek mümkün hale gelir.

5
YIĞIN MODEL ISI EŞANJÖRÜ TEORİSİNDEN SICAKLIK SINIR KOŞULLARI ELDESİ

Düşük performanslı ısı eşanjörlerinin performansı öncelikle sonlu ısı transfer alanından, özellikle de ısı transfer katsayılarından etkilenir. Bu ısı eşanjörleri, etkinlik-NTU (e-NTU) yöntemi veya Logaritmik Ortalama Sıcaklık Farkı (LMTD) yöntemi gibi geleneksel yöntemler kullanılarak güvenilir bir şekilde tahmin edilebilir ve değerlendirilebilir [12]. Bu geleneksel teknikler, düşük performanslı ısı eşanjörlerinin termal performansına ilişkin makul ölçüde doğru tahminler sağlar.

Öte yandan, yüksek verimli ısı eşanjörlerinin performansı, duvarlardan eksenel ısı iletimi ve çevreden ısı sızıntısı gibi ek faktörlerden etkilenir [12]. Ekstra tersinmezlikler, yüksek performanslı ısı eşanjörlerinin genel etkinliğinde önemli bir rol oynar.

Genellikle ek kayıpları dikkate almayan geleneksel yöntemler kullanılarak ısı eşanjörleri tasarlanırken, yanıltıcı sonuçlar elde etme olasılığı vardır. Bu gibi durumlarda, ısı eşanjörünün gerçek performansı, geleneksel tasarım yöntemlerine dayalı olarak yapılan tahminlerden önemli ölçüde farklı olabilir. Bu nedenle, doğru tahminleri sağlamak ve yüksek performanslı ısı eşanjörlerinin beklenen ve gerçek performansı arasındaki potansiyel tutarsızlıkları önlemek için tasarım sürecinde bu ek tersinmezliklerin ve kayıpların dikkate alınması ve dahil edilmesi önemlidir.

Kays ve London [13] çalışmalarında, hem dengeli hem de neredeyse dengeli ters akışlı ısı eşanjörlerinin eksenel iletimden kaynaklanan en ciddi performans bozulmasını gösteren grafiksel sonuçlar sunmaktadır. Eksenel iletimin ısı eşanjörü verimliliği üzerindeki etkisini araştırmışlar ve bu bulguları grafiksel olarak sunmuşlardır.

Kroeger [14] tarafından yapılan kapsamlı bir analitik çalışmada, eksenel iletimin ters akışlı ısı eşanjörleri üzerindeki etkisi kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Kroeger ayrıca dengeli akışlı ısı eşanjörlerinin etkinliği için transfer birimi sayısı

(NTU) ve eksenel ısı iletim parametresi cinsinden kapalı form ifadeler türetmiştir. Dengesiz akış için NTU ve boyuna direnç arasındaki ilişki grafiksel olarak göstermiştir.

Duvarlar boyunca eksenel iletimi içeren ters akışlı bir eşanjörde akışkanlar ve duvarlar arasındaki ısı alışverişini tanımlayan diferansiyel denklemler boyutsuz formda ifade edilebilir [14].

Sıcak akışkan ve duvar arasında ısı alışverişi:

$$(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} + \beta_1)\theta_1 - \beta_1\theta_c = 0 \tag{5.1}$$

Duvar ve soğuk akışkan arasında ısı alışverişi:

$$(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} + \beta_2)\theta_2 - \beta_2\theta_c = 0 \tag{5.2}$$

Duvarda eksenel ısı iletimi:

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\theta_1 + \nu_1\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\beta_2 + \frac{\lambda}{\mu}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\theta_c = 0 \tag{5.3}$$

burada θ boyutsuz sıcaklık, β_1 her bir taraf için transfer birimi sayısı ve $\lambda = kA_c/LC_{min}$ boyutsuz eksenel ısı iletim parametresidir. Sınır koşulları giriş sıcaklıklarını belirtir ve eşanjörün içine veya dışına ısı iletimi olmamasını zorunlu kılar:

$$x = 0 : \theta_1 = 1, \quad \frac{\mathrm{d}\theta_c}{\mathrm{d}x} = 0 \tag{5.4}$$

$$x = 1 : \theta_1 = 0, \quad \frac{\mathrm{d}\theta_c}{\mathrm{d}x} = 0 \tag{5.5}$$

Yukarıdaki denklemlerin genel çözümleri aşağıdaki gibidir:

$$\theta_1 = \sum_{j=0}^{3} A_{j1}e^{-r_j x} \tag{5.6a}$$

$$\theta_2 = \sum_{j=0}^{3} A_{j2}e^{-r_j x} \tag{5.6b}$$

$$\theta_c = \sum_{j=0}^{3} A_j e^{-r_j x} \tag{5.6c}$$

$$\tag{5.6d}$$

burada r karakteristik denklemin köklerini göstermektedir. Dengeli akış durumu

için karakteristik denklem aşağıdaki şekle indirgenir:

$$r^4 + (\beta_2 - \beta_1)r^3 - \frac{1}{\lambda}(\beta_1 + \beta_2 + \lambda\beta_1\beta_2)r^2 = 0 \tag{5.7}$$

Boyutsuz θ_1, θ_2 ve θ_c değerleri hesaplandıktan sonra, duvar yüzey sıcaklıkları konveksiyon ve iletim dirençleri kullanılarak hesaplanır. Sonuç olarak, ters akış konfigürasyonları için eksenel iletimli Yığın (Lumped) Parametre Isı Değiştirici Teorisi kullanılarak sınır koşulları için gerçekçi durumlar elde edilmiştir.

6
GITT MODELİNİN HAD SONUÇLARINA KARŞI DOĞRULANMASI VE KLASİK ISI EŞANJÖRÜ TEORİSİNİN YIĞIN MODELİNİN DÜŞÜK DERECELİ GITT MODELLERİ İLE KARŞILAŞTIRILMASI

6.1 HAD Sonuçlarına Karşı Yüksek Dereceli GITT Model Doğrulanması

Sonlu hacim yöntemi, muhafazakar ayrıklaştırma sağlama konusundaki temel avantajı nedeniyle Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) alanında popüler hale gelmiştir. Başka bir deyişle, yöntem sayısal hesaplamalar sırasında kütle, momentum ve enerjinin ayrık bir şekilde korunmasını garanti eder [15].

Yukarıdaki denklem sistemini ve sınır koşullarını doğrulamak için ANSYS Fluent yazılımı kullanılarak problem sayısal olarak simüle edilmiştir. Ters akışlı küçük ölçekli ısı eşanjörü ayırma plakası için yüksek dereceli hibrit GITT modelinin sonuçları ile HAD sonuçları arasında karşılaştırma yapılmıştır.

Isı eşanjörü geometrisini geliştirmek ve daha fazla araştırma yapmak için ANSYS Design Modeler kullanılmıştır.

Plakanın boyutları x, y yönlerinde sırasıyla 25 mm ve 1 mm dir. Hem sıcak hem de soğuk akışkanlar, ortalama yığın sıcaklığına göre alınan özelliklere sahip havadır (viskozite = $5.98 \times 10^{-4}\ N\,s/m^2$, yoğunluk = 1000 kg/m^3, termal iletkenlik = 0.6 $W/(m \cdot K)$, özgül ısı = 4120 $J/(kg \cdot K)$). Sıcak ve soğuk akışkanların giriş sıcaklıkları sırasıyla 70 °C ve 30 °C'dir. Katı duvar malzemesi 16 $W/(m \cdot K)$ ısı iletkenliğe sahip çeliktir.

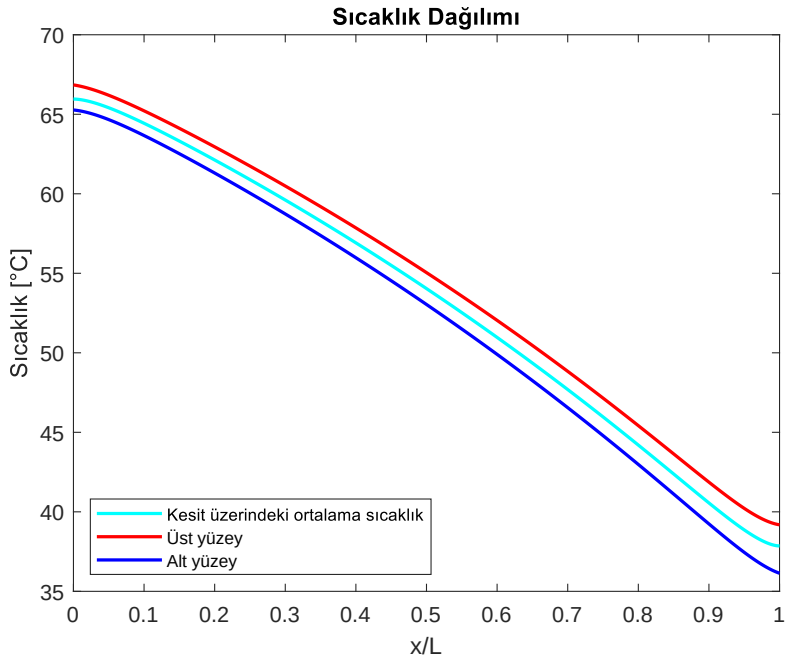
Yüksek doğrulukta çözüm sağlayan uygun ağ boyutunu bulmak için bir ağ

iyileştirmesi yapılmıştır ve hex ağ kullanılmıştır. Eleman boyutu 0.125 mm olan x yönünde 200 eleman ve y yönünde 8 eleman kullanılmıştır. En boy oranı ve eleman sayısı gibi önemli parametreler doğru bir ağ oluşturmak için dikkatlice belirlenmiştir.

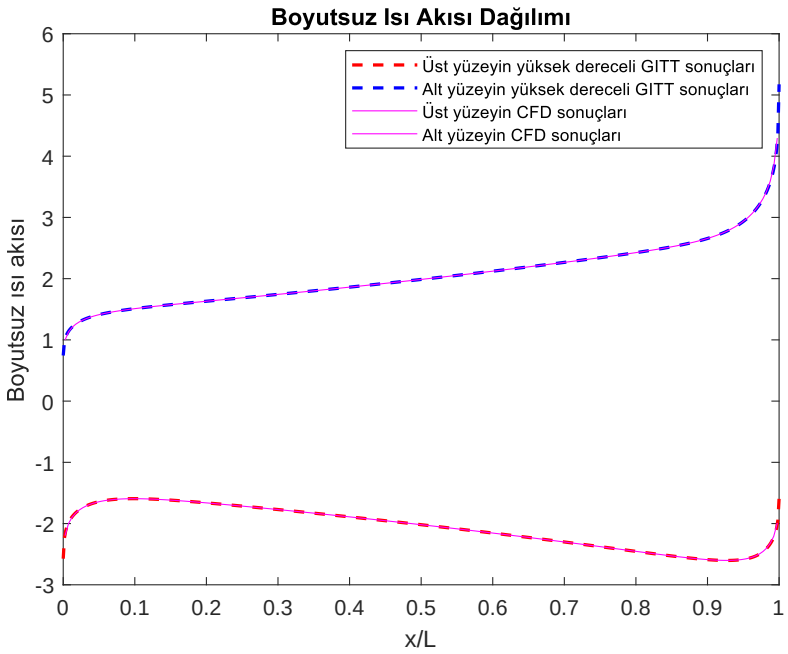
Yan duvar yalıtımlı sınır koşulu (0 W/m^2 ısı akısı) olarak tanımlanmıştır. Plakanın üst ve alt yüzeyi sınır koşulları x konumuna bağlı olarak tanımlanmıştır.

Model üzerinde enerji denklemi çözümü elde edilmiştir. Enerji denklemlerinin sayısal çözümünü kontrol etmek için kullanılan yakınsama kriteri 10^{-6}'dır.

Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği sonuçları, Genelleştirilmiş İntegral Dönüşüm Tekniği (GITT) modelinin sayısal kodunu doğrulamak için kullanılmıştır. Doğrulama sürecinde 601 düğümlü yüksek dereceli bir GITT modeli kullanılmış ve bu model HAD sonuçları ile karşılaştırılarak etkin bir şekilde doğrulanmıştır.



Şekil 6.1 GITT mdoeli doğrulanması için kullanılan yalıtımlı uç sınır koşullarına sahip ters akışlı bir ısı eşanjörü için sıcaklık profilleri



Şekil 6.2 Ters akışlı ısı eşanjörünün plaka üst ve alt yüzeylerindeki ısı akısı dağılımları

Şekil 6.1 ısı eşanjörü boyunca plakanın üst yüzey sıcaklığı, alt yüzey sıcaklığı ve ortalama sıcaklığının dağılımını temsil etmektedir. Bu şekil 6.1, sıcak akışkandan soğuk akışkana ısı transferi nedeniyle akış yönü boyunca soğuk akışkanın sıcaklığının arttığını ve sıcak akışkanın sıcaklığının azaldığını ve kesit üzerinde ortalama duvarın sıcaklıklarını göstermektedir.

Eksenel ısı iletimli modelin sıcak taraf ısı akısı dağılımı ve soğuk taraf ısı akısı dağılımının boyutsuz değerleri şekil 6.2'de gösterilmiştir. Ters akışlı küçük ölçekli bir ısı eşanjörü içindeki ayırma duvarına ilişkin HAD çalışmasının simülasyon sonuçları, yüksek dereceli GITT model sonuçlarından elde edilen sonuçlarla mükemmel uyum göstermektedir.

Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği çalışmasının simülasyon sonuçları ile yüksek dereceli GITT (Genelleştirilmiş İntegral Dönüşüm Tekniği) modelinden elde edilen sonuçlar arasındaki uyum, iki yaklaşımın ters akışlı küçük ölçekli ısı eşanjörü içindeki ayırma duvarının davranışı için tutarlı ve benzer tahminler sağladığını göstermektedir.

Bu uyum önemlidir çünkü yüksek dereceli GITT modelinin ısı eşanjöründe meydana gelen fiziksel olayları temsil etmede güvenilir ve doğru olduğunu göstermektedir. Benzer sistemlerin analizi ve tasarımı için bu modelin geçerliliği ve uygulanabilirliği konusunda güven sağlamaktadır.

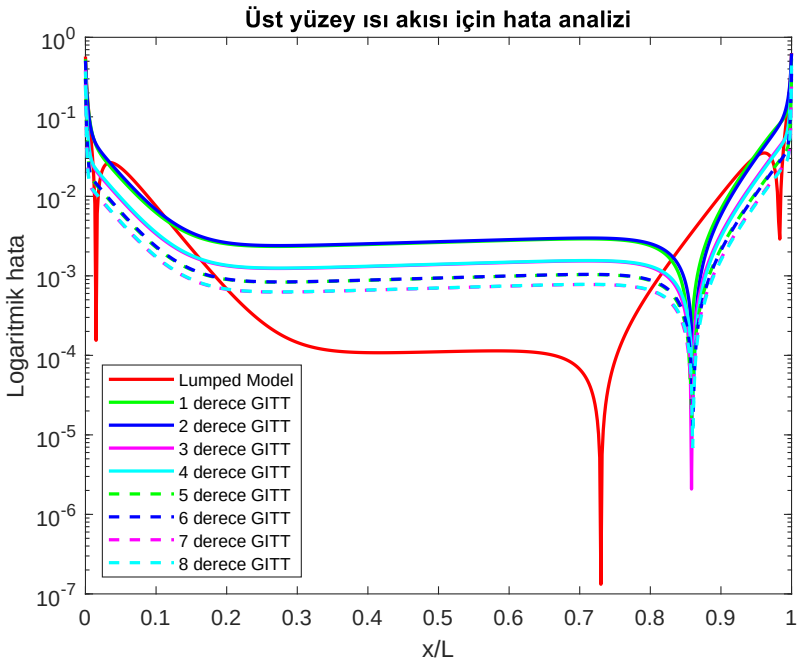
6.2 Klasik Isı Eşanjörü Teorisinin Yığın Modelinin Düşük Dereceli GITT Modelleri ile Karşılaştırılması

Bu çalışmada, klasik ısı eşanjörü teorisinin yığın modeli ile düşük dereceli Genelleştirilmiş İntegral Dönüşüm Tekniği (GITT) modellerinin logaritmik hata oranları arasında karşılaştırmalı bir analiz yapılmıştır. Logaritmik hata sonuçları, küçük ölçekli bir ısı eşanjöründe eksenel ısı iletiminin etkisini dikkate alan 512 modlu yakınsanmış bir GITT modelinden elde edilmiştir.

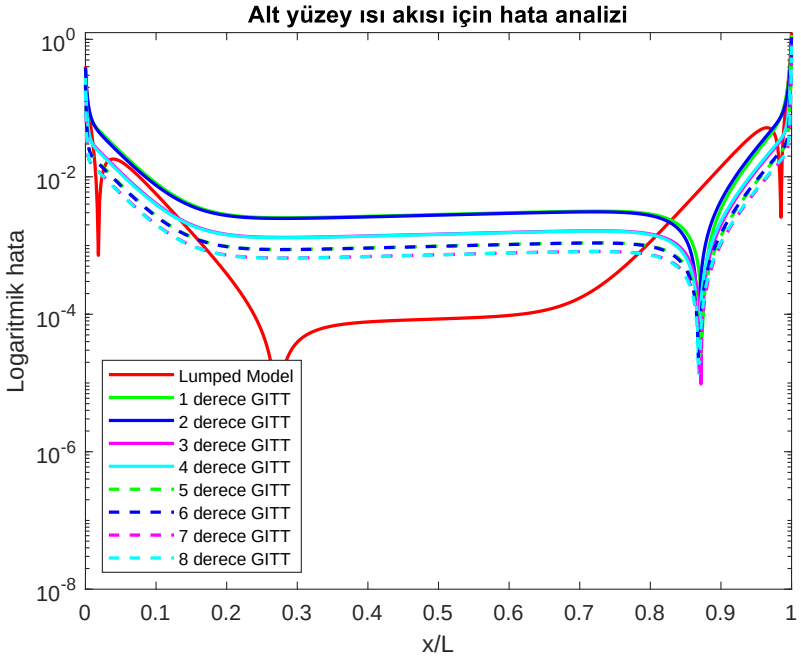
Tablo 6.1 Isı Eşanjörü Durumlarına İlişkin Temel Parametreler

Parametre	Değer
H_{duvar}	1000×10^{-6}m
$H_{\text{sıcak}}$	120×10^{-6}m
$H_{\text{soğuk}}$	120×10^{-6}m
L	25×10^{-3}m
W	20×10^{-3}m
$u_{\text{sıcak}}$	6×10^{-2}m/s
$Nu_{\text{sıcak}}$	8.235
$u_{\text{soğuk}}$	5×10^{-2}m/s
$Nu_{\text{soğuk}}$	8.235
$\rho_{\text{sıcak}}$	1000kg/m^3
$c_{p,\text{sıcak}}$	4.12×10^3, J/(kg,K)
$k_{\text{sıcak}}$	0.6W/(mK)
$\rho_{\text{soğuk}}$	1000kg/m^3
$c_{p,\text{soğuk}}$	4.12×10^3, J/(kg,K)
$k_{\text{soğuk}}$	0.6W/(mK)
k_{duvar}	16W/(mK)
$T_{\text{sıcak,in}}$	70°C
$T_{\text{soğuk,in}}$	30°C

Tablo 6.1 bu araştırmada kullanılan ısı eşanjörü parametrelerini göstermektedir. Üst ve alt yüzeyler için hata grafikleri ayrı ayrı analiz edilmiştir. Şekil 6.3 yığın modelden elde edilen hata oranlarının düşük dereceli GITT modellerinden elde edilenlere kıyasla bazı konumlarda daha büyük olduğunu göstermektedir. GITT modelinde kullanılan düşük mertebeli yaklaşıma rağmen, GITT modelinin yığın modelden elde edilen sonuçlara kıyasla en büyük hataları azaltmaya izin verdiği görülmektedir.



(a)



(b)

Şekil 6.3 Düşük mertebeden GITT modelleri ile yığın parametre modelinin logaritmik hatası

Çözümü doğru bir şekilde tanımlamak için önemli sayıda terim gerektiğinden, küçük eksenel mesafelerle çalışırken serilerin yakınsaması çok önemli hale gelir. Şekil 6.3 değerlendirildiğinde, GITT'in hata kontrolüne izin verdiği anlamına gelen

mertebe sayısını artırdıkça sonuçların kademeli olarak yakınsadığı görülmektedir. Ayrıca, çift modların yakınsamaya çok az katkısı olduğu da görülmektedir.

Hibrit GITT modelinde iletken plaka ve her iki ucunda yalıtılmış bölümler uzun bir plaka boyunca ısı değişimine izin verir [16]. Hibrit GITT modeli, ısı eşanjörünün her iki ucunda da yalıtılmış bölümler olduğunu varsayar.

Çalışma, klasik ısı eşanjörü teorisinde yaygın olarak uygulanan adyabatik duvar sınır koşulunun varsayılmasından kaynaklanan uç duvardaki büyük hataların, üst ve alt yüzey arasında bir sıcaklık farkı olduğunda eksenel yön boyunca ısı akısı dağılımında büyük hatalara yol açtığını ortaya koymuştur.

6.3 GITT Modelinin İncelenmesi için Farklı Durumlar

Araştırmalar, hem dengesiz hem de neredeyse dengeli ters akışlı ısı eşanjörlerinin eksenel iletimden kaynaklanan en ciddi performans bozulmasını göstermektedir. Ayrıca NTU, küçük ölçekli ısı eşanjörlerinin termal performansı için önemli bir parametredir.

Yığın modelin doğruluğunu değerlendirmek ve değişen ısı eşanjörü performansı için düşük dereceli GITT modelleri ile karşılaştırmak amaçlanmıştır.

İlk olarak, NTU parametresini farklı seviyelerde değiştirmenin etkileri araştırılmıştır. Isı eşanjörü analizinde önemli bir faktör olan NTU parametresi, iki akışkan akışı arasındaki ısı transferinin etkinliğini ölçer.

Tablo 6.2 Eşanjör Parametreleri ve NTU Değerleri

Parametre	Değer
$H_{\text{sıcak}}$	300×10^{-6} m
$H_{\text{soğuk}}$	300×10^{-6} m
$k_{\text{sıcak}}$	0.6 W/(mK)
$k_{\text{soğuk}}$	0.6 W/(mK)
$c_{p,\text{sıcak}}$	4.12×10^3 J/(kg K)
$c_{p,\text{soğuk}}$	4.12×10^3 J/(kg K)
NTU	0.73
$H_{\text{sıcak}}$	120×10^{-6} m
$H_{\text{soğuk}}$	120×10^{-6} m
$k_{\text{sıcak}}$	0.4 W/(mK)
$k_{\text{soğuk}}$	0.4 W/(mK)
$c_{p,\text{sıcak}}$	4.12×10^3 J/(kg K)
$c_{p,\text{soğuk}}$	4.12×10^3 J/(kg K)
NTU	2.85
$H_{\text{sıcak}}$	120×10^{-6} m
$H_{\text{soğuk}}$	120×10^{-6} m
$k_{\text{sıcak}}$	0.6 W/(mK)
$k_{\text{soğuk}}$	0.6 W/(mK)
$c_{p,\text{sıcak}}$	3.11×10^3 J/(kg K)
$c_{p,\text{soğuk}}$	3.11×10^3 J/(kg K)
NTU	5.21

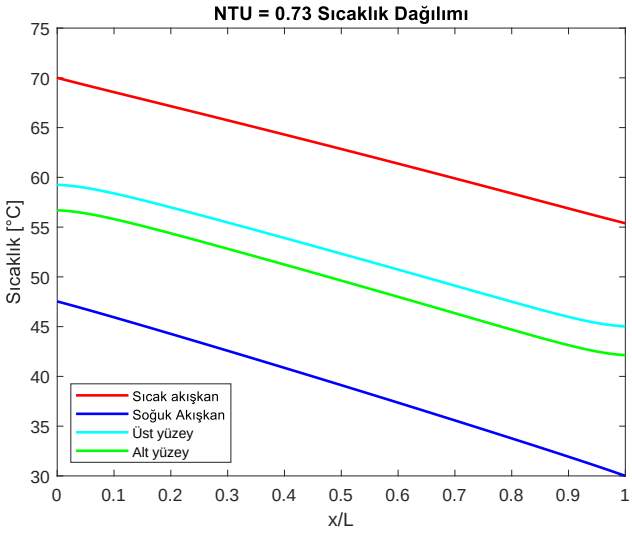
Sıcak taraftaki akış kanalının yarı yüksekliği $120 \times 10^{-6}\ m$'den $300 \times 10^{-6}\ m$'ye değiştirilerek, NTU değeri 0.73 olarak elde edildi. Geometrideki bu değişiklik akış özelliklerinde ve ısı transfer verimliliğinde değişikliklere yol açarak nispeten düşük bir NTU değeri elde edilmesini sağlamıştır.

Sıcak ve soğuk akışların ısı iletkenlikleri 0.6 $W/(m \cdot K)$'den 0.4 $W/(m \cdot K)$'e düşürülerek daha ileri analizler yapılmış ve NTU değeri 2.85 olarak elde edilmiştir. Bu değişiklik, akışkan akışları arasındaki ısı transfer oranlarını etkilemiş ve böylece istenen ısı alışverişi seviyesine ulaşmak için daha yüksek bir NTU değeri gerektirmiştir.

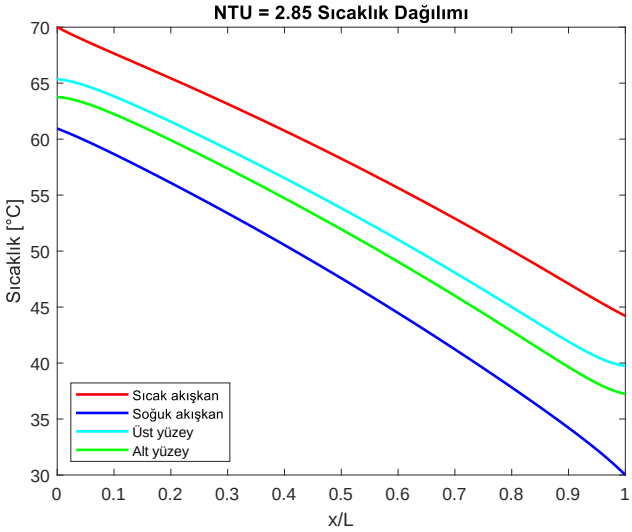
Ayrıca, sıcak ve soğuk akışların özgül ısı değerlerinin $4.12 \times 10^3\ J/(kg \cdot K)$'den $3.11 \times 10^3\ J/(kg \cdot K)$'e değiştirilmesiyle NTU değeri 5.21'e yükselmiştir. Bu düzenleme, akışkanların termal enerji depolama kapasitesini etkileyerek verimli ısı

transferini sürdürmek için daha yüksek bir NTU değeri gerektirmiştir.

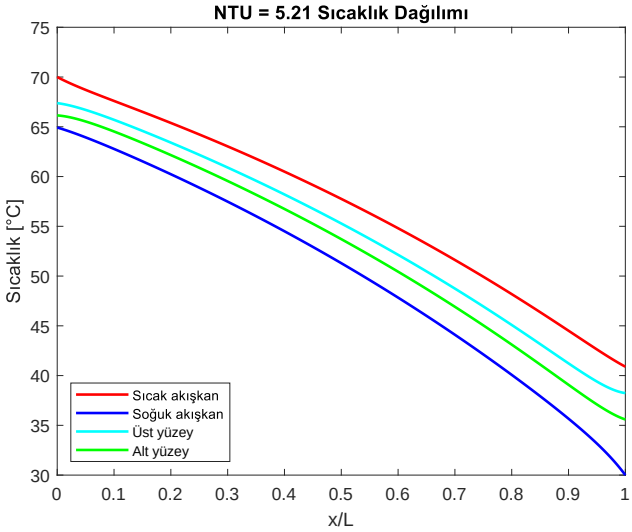
Şekil 6.4 farklı NTU değerleri için elde edilen çeşitli duvar sıcaklığı sınır koşullarını göstermektedir.



(a)



(b)



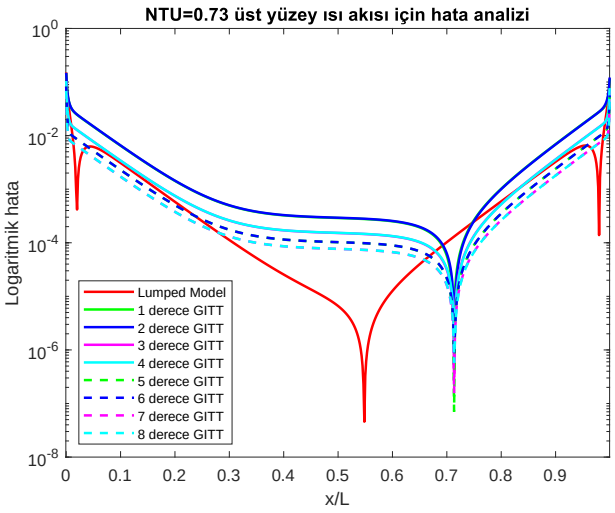
(c)

Şekil 6.4 NTU = 0.73, NTU = 2.85 ve NTU = 5.21 için sıcaklık dağılımı

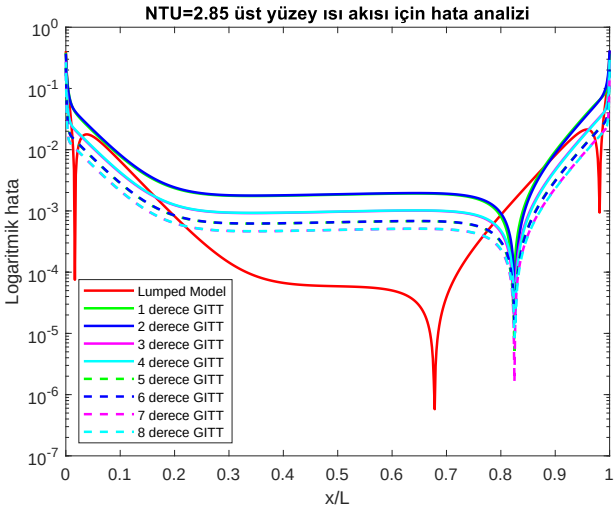
Farklı NTU değerleri kullanılarak, daha sofistike yüksek dereceli GITT modeline kıyasla yığın model ve düşük dereceli GITT modelleri hata analizleri yapılmıştır. Basitleştirilmiş ısı eşanjörü analizi için yaygın olarak kullanılan yığın modelin tahminleri, eşanjör boyunca sıcaklık değişimlerini dikkate alan yüksek dereceli GITT modelinin tahminleriyle karşılaştırılarak, düşük dereceli GITT modellerinin doğruluğunu ve avantajları incelenmiştir.

Yığın model ve düşük dereceli GITT modelleri arasındaki bu karşılaştırmalı hata analizi, değişen NTU koşulları altında düşük dereceli GITT modelin güvenilirliğinin kapsamlı bir şekilde anlaşılmasını sağlar.

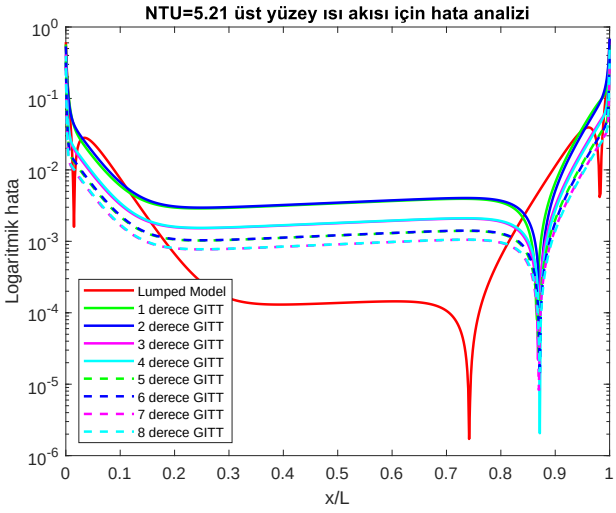
Şekil 6.5 ve 6.6 hata karşılaştırmalarını üst ve alt yüzey için ayrı ayrı göstermektedir.



(a)

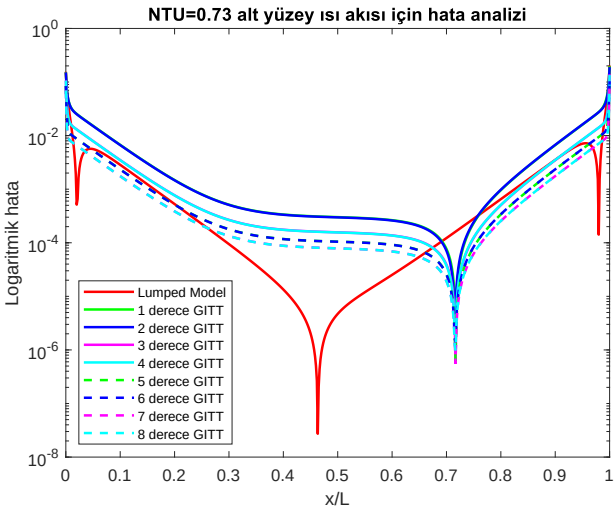


(b)

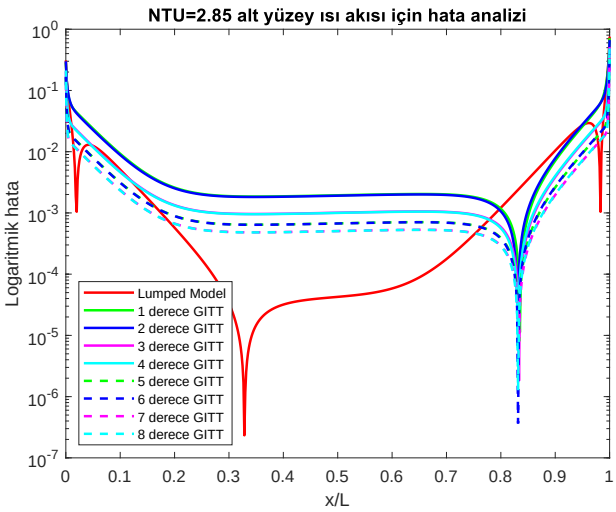


(c)

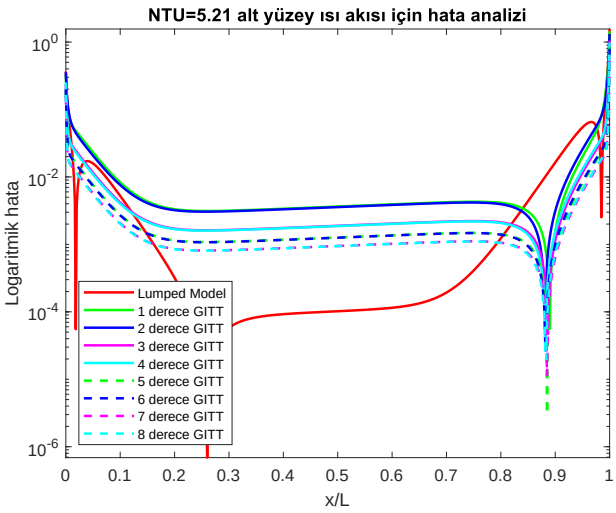
Şekil 6.5 Yığın model ile düşük dereceli GITT modelleri arasında üst yüzey için logaritmik hata karşılaştırması



(a)



(b)



(c)

Şekil 6.6 Yığın model ile düşük dereceli GITT modelleri arasında alt yüzey için logaritmik hata karşılaştırması

Sonuçlar analiz edilirken, ısı eşanjöründeki farklı NTU değerlerinde yığın modelin hata oranına ilişkin önemli bir gözlem yapılmıştır. Hata oranı, yığın modelin tahmin edilen değerleri ile eşanjör boyunca sıcaklık değişimlerini dikkate alan daha doğru yüksek dereceli model arasındaki tutarsızlığı ifade eder.

NTU değeri düşük olduğunda, ısı transfer oranının sistemin ısı kapasitesine kıyasla nispeten düşük olduğu anlamına gelir. NTU değeri azaldıkça, sıcak ve soğuk akışlar arasındaki sıcaklık farkı daha önemli hale gelir. Bu durum şekil 6.4'de de görülebilir. Bu gibi durumlarda, eksenel iletim etkileri daha belirgin hale gelebilir ve klasik ısı eşanjörü teorisi tahminlerinin yığın modelinin doğruluğunu etkileyebilir. Bu, yığın modelde yapılan temel varsayımlara atfedilebilir.

Klasik ısı eşanjörü teorisi bağlamında, yığın model, her bir akışkan akışı içinde tek tip sıcaklık varsayarak ve uzamsal sıcaklık değişimlerini ihmal ederek analizi basitleştiren bir ısı eşanjörünün yaklaşık bir temsilidir. Yığın model, tüm katı cismin tek tip sıcaklığa sahip tek bir " yığın" olarak ele alınabileceğini varsayan yığın model taşıma kavramına dayanır. Bu yaklaşım özellikle ısı transferi ile ilişkili karakteristik uzunluk ölçeklerine kıyasla büyük hacimli sistemler için geçerlidir.

Buna karşılık, ısı transfer etkinliğinin nispeten daha yüksek olduğu daha yüksek NTU değerleri için, akışkan akımları arasındaki sıcaklık farkı azalmaktadır. Yığın model hata oranı özellikle uç duvarın yakınında artmaktadır.

Hata oranlarındaki bu tutarsızlık yığın modelin sınırlamalarını vurgulamaktadır. Bu gibi durumlarda, yüksek dereceli GITT modeli gibi daha güvenilir modeller, uzamsal sıcaklık değişimlerini hesaba katmak ve daha doğru sonuçlar sağlamak için gerekli olabilir.

İkinci olarak, akışkanların ısı kapasitesi oranları (C_{oran}) parametresini farklı seviyelerde değiştirmenin etkileri araştırıldı. C_{oran}, ısı eşanjöründeki sıcak ve soğuk akışkanlar arasındaki ısı transferinin etkinliğini belirlemeye yardımcı olur.

Tablo 6.3 Eşanjör Parametreleri ve C_{oran} Değerleri

Parametre	Değer
$H_{\text{sıcak}}$	120×10^{-6} m
$H_{\text{soğuk}}$	120×10^{-6} m
$k_{\text{sıcak}}$	0.6 W/(mK)
$k_{\text{soğuk}}$	0.6 W/(mK)
$u_{\text{sıcak}}$	6×10^{-2} J/(kg K)
$u_{\text{soğuk}}$	3×10^{-2} J/(kg K)
C_{oran}	0.5
$H_{\text{sıcak}}$	120×10^{-6} m
$H_{\text{soğuk}}$	100×10^{-6} m
$k_{\text{sıcak}}$	0.6 W/(mK)
$k_{\text{soğuk}}$	0.6 W/(mK)
$u_{\text{sıcak}}$	6×10^{-2} J/(kg K)
$u_{\text{soğuk}}$	5×10^{-2} J/(kg K)
C_{oran}	0.69
$H_{\text{sıcak}}$	120×10^{-6} m
$H_{\text{soğuk}}$	120×10^{-6} m
$k_{\text{sıcak}}$	0.6 W/(mK)
$k_{\text{soğuk}}$	0.6 W/(mK)
$u_{\text{sıcak}}$	6×10^{-2} J/(kg K)
$u_{\text{soğuk}}$	5×10^{-2} J/(kg K)
C_{oran}	0.83

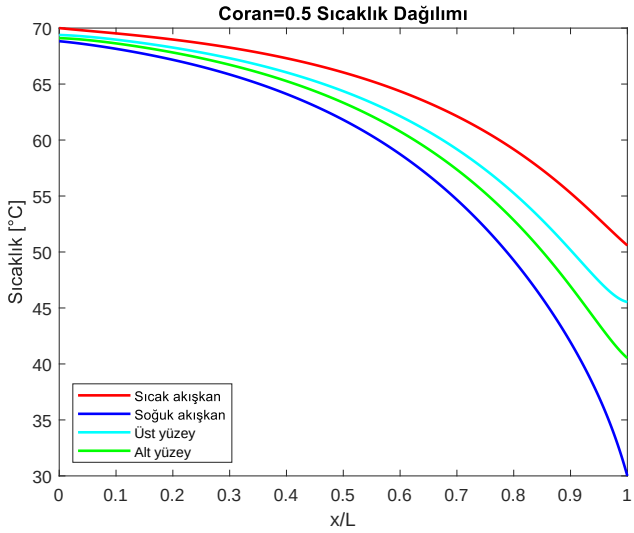
Analizde, C_h ve C_c sırasıyla sıcak ve soğuk akışların ısı kapasitesi değerlerini, C_{oran} ise bu değerlerin oranını ifade etmektedir. Bu oran akışın dengesi veya dengesizliği hakkında bilgi verir.

Soğuk akışın ortalama hızı $5 \times 10^{-2}\ m/s$'den $3 \times 10^{-2}\ m/s$'ye düşürülerek C_{oran} 0.5 olarak elde edildi. Bu değişiklik, sıcak akışa kıyasla soğuk akışta daha düşük bir akış hızına neden olarak nispeten dengesiz bir akış durumuna yol açtı.

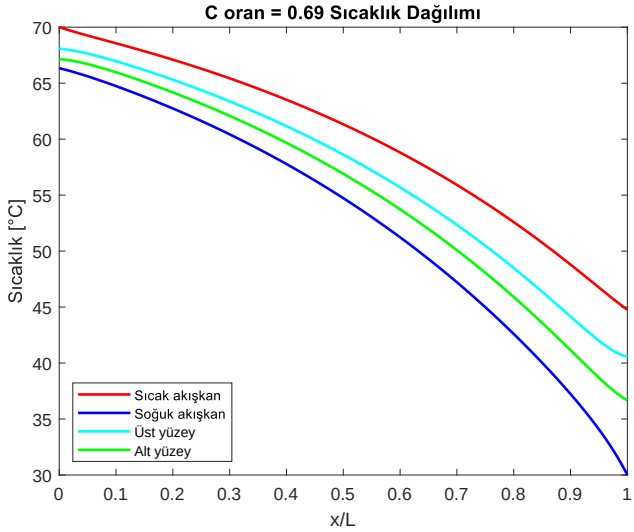
Soğuk akış için aynı ortalama akış kanalının yarı yüksekliği korunurken, sıcak taraftaki akış kanalının yarı yüksekliğini $120 \times 10^{-6}\ m$'den $100 \times 10^{-6}\ m$'ye düşürülerek C_{oran} 0.69 olarak elde edilmiştir. Geometride yapılan değişiklik akış dağılımını ve hızlarını etkileyerek sıcak ve soğuk akışlar arasında daha dengeli bir akış durumunu ortaya çıkarmıştır.

Son olarak, 6.1 temel parametreler tablosunda herhangi bir değişiklik yapılmadan C_{oran} 0.83 değeri elde edilmiştir. Bu, sıcak ve soğuk akışlar arasında neredeyse dengeli bir akış durumunu temsil eder ve karşılaştırılabilir akış hızlarını gösterir.

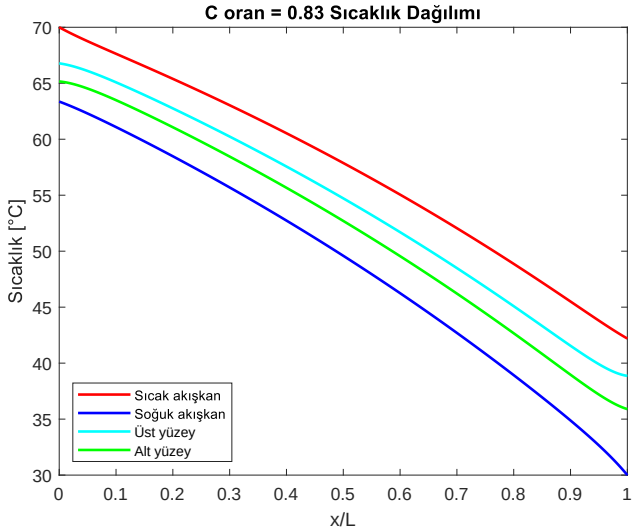
Şekil 6.7 farklı C_{oran} değerleri için elde edilen çeşitli duvar sıcaklığı sınır koşullarını göstermektedir.



(a)

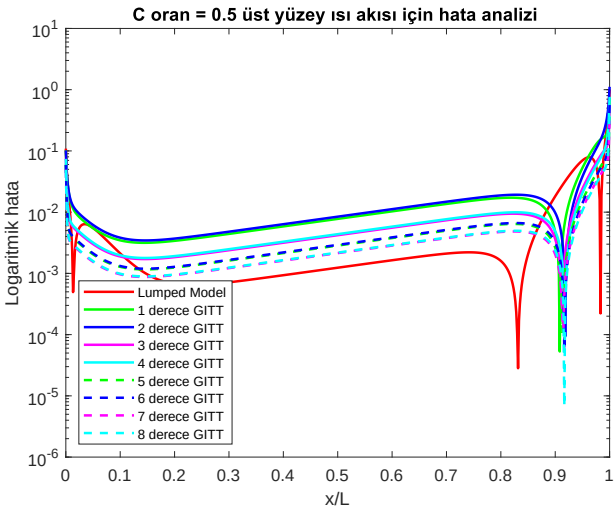


(b)

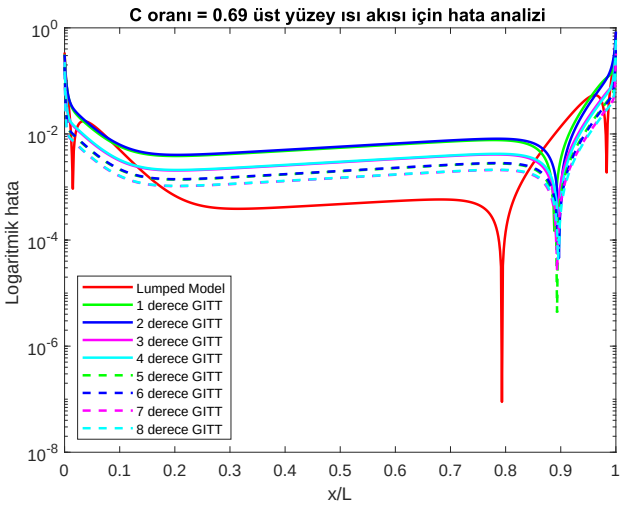


(c)

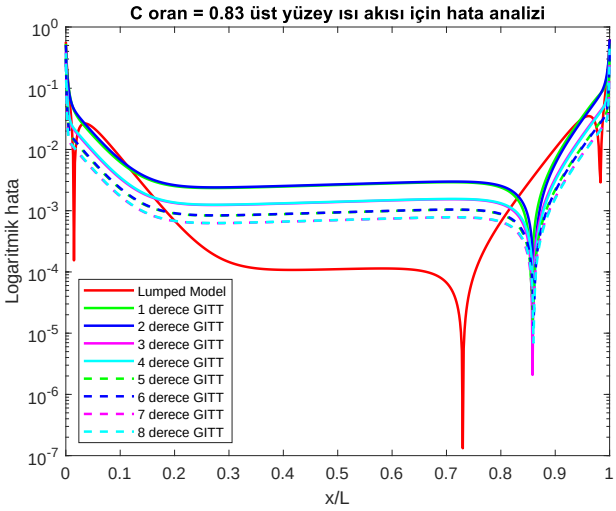
Şekil 6.7 C_{oran} = 0.5, C_{oran} = 0.69 ve C_{oran} = 0.83 için sıcaklık dağılımı



(a)

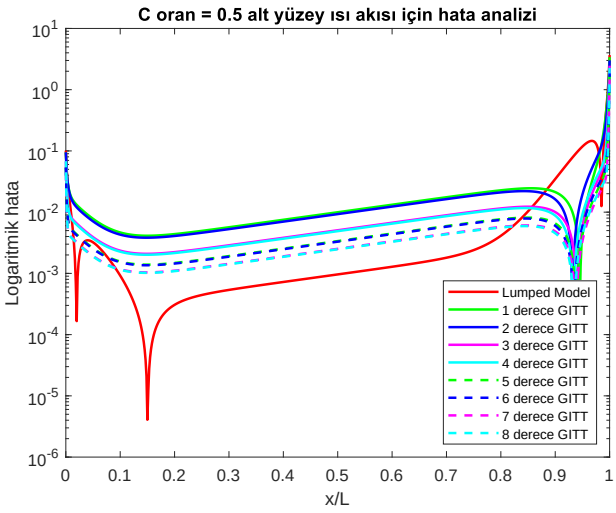


(b)

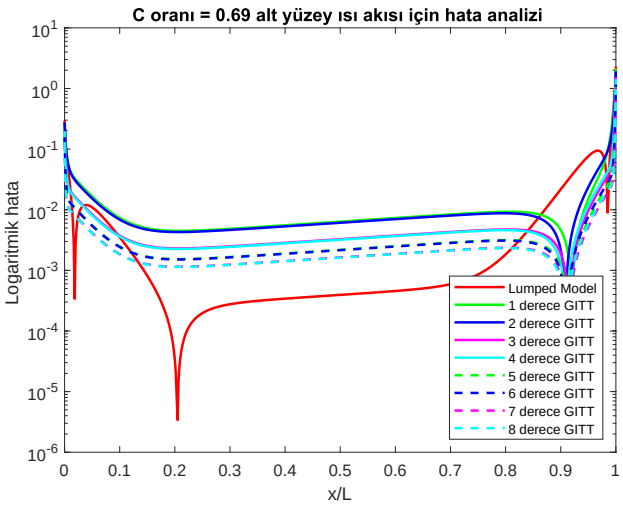


(c)

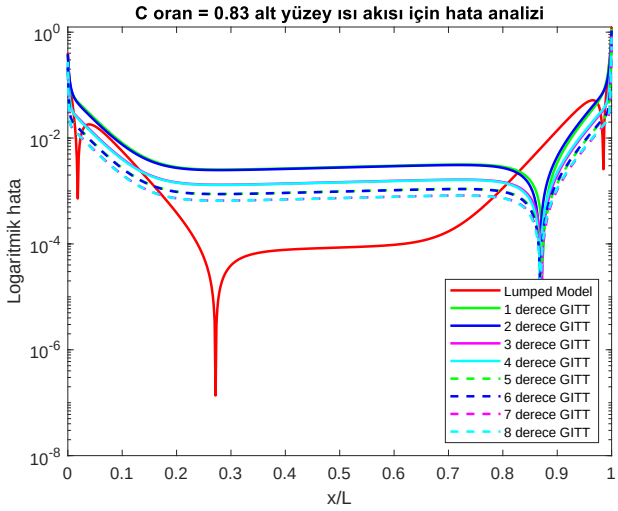
Şekil 6.8 Yığın model ile düşük dereceli GITT modelleri arasında üst yüzey için logaritmik hata karşılaştırması



(a)



(b)



(c)

Şekil 6.9 Yığın model ile düşük dereceli GITT modelleri arasında alt yüzey için logaritmik hata karşılaştırması

Düşük ısı kapasitesi oranları, sıcak ve soğuk akışkanlar arasındaki ısı transferinde dengesizliğe yol açabilir. Sıcak akışkan ısı transferi için daha büyük bir potansiyele sahip olurken, soğuk akışkan ısıyı absorbe etmek için daha düşük bir kapasiteye sahip olacaktır.

Düşük ısı kapasitesi oranı nedeniyle sıcak akışkan, kapasite oranının 1'e yakın olduğu bir duruma kıyasla ısı eşanjöründen daha yüksek bir sıcaklıkla çıkar.

Klasik ısı eşanjörü teorisi olan yığın model yaklaşımı, ısı transferinin eksenel iletim veya yerel sıcaklık gradyanları yönlerini doğru bir şekilde yakalayamamıştır.

Bununla birlikte, ısı kapasitesi oranlarında ve eksenel ısı iletiminde bir uyumsuzluğun varlığında, bu varsayımlar doğru olmayabilir ve idealize edilmiş davranıştan sapmalara yol açabilir. Şekil 6.8 ve 6.9 hata karşılaştırmalarını üst ve alt yüzey için ayrı ayrı göstermektedir. Farklı C_{oran} koşulları altında elde edilen hata oranı grafikleri incelendiğinde, yığın model hata oranının C_{oran} arttıkça uç duvar yakınında artan bir eğilim sergilediği ve daha kararlı bir akışa işaret ettiği görülmüştür.

7
SONUÇ

Bu çalışma, ısı eşanjörü yapısı içindeki ısı iletim etkilerini yakalamak amacıyla küçük ölçekli ısı eşanjörü modellemesine daha ayrıntılı bir sayısal yaklaşım sunmaktadır.

Ters akışlı, paralel plakalı ısı eşanjörlerine ilişkin yığın model ve hibrit GITT model çalışması sunulmuştur. Küçük ölçekli ısı eşanjörleri için eksenel ısı iletimi, akışkana aktarılan ısının azalmasına yol açtığı için önemlidir. Hibrit GITT modeli eksenel yöndeki ısı iletimini hesaba katmaktadır. Model, küçük ölçekli ısı eşanjörlerinde ve farklı sınır koşulları senaryolarında ısı transfer oranları ve performansının daha kesin tahminlerinin elde edilmesini sağlar.

Hibrit GITT modeli HAD çözümlerine karşı doğrulandıktan sonra, model temel ısı eşanjörü senaryosunda kullanılmış ve yığın model ile düşük dereceli GITT modellerinin hata oranları incelenmiştir.

Sonuçlar, yığın model hata oranlarının 10^{-4} mertebesinde olmasına rağmen, bazı yerlerde düşük mertebeli GITT'den çok daha büyük olduğunu göstermektedir. GITT önemlidir çünkü hata kontrolüne izin verir ve en büyük hataların en aza indirilmesini sağlar.

Serinin yakınsaması, çözümü doğru bir şekilde karakterize etmek için çok sayıda terimin gerekli olduğu küçük eksenel mesafelerde önemlidir. Mertebe sayısı arttıkça sonuçların yakınsadığını gözlemledik. Ayrıca sonuçlar çift modların öneminin küçük olduğunu göstermektedir. Çalışma, yığın modelin adyabatik duvar sınır koşulu varsayımı nedeniyle uç duvarlarda büyük hatalar ortaya koymuştur. Hibrit GITT modelinde ısı eşanjörünün her iki ucunda da yalıtımlı kesitler olduğu varsayılmıştır.

Ters akış konfigürasyonları için iletimli ısı eşanjörü teorisi kullanılarak sınır koşulları için gerçekçi durumlar elde edilmiştir. Sıcak ve soğuk akışkanların sıcaklıkları ve daha sonra duvar yüzey sıcaklıklarını hesaplamak için konveksiyon

ve iletim dirençleri kullanılarak hesaplanır.

Hem dengesiz, hem de neredeyse dengeli ters akışlı ısı eşanjörlerinde ve ısı kapasitesi debi oranlarında eksenel iletimin neden olduğu en ciddi performans düşüşü senaryoları incelendikten sonra, artan NTU ve ısı kapasitesi oranı değerleri ile parçalı modelin hata oranlarının özellikle uç duvar yakınında artan bir eğilim sergilediği görülmüştür.

8
KAYNAKLAR

[1] Richard B. Peterson.,"Numerical modeling of conduction effects in microscale counterflow heat exchangers", Microscale Thermophysical Engineering, 3(1):17-30, 1999.

[2] K. Koyama and Y. Asako.,"Experimental investigation on heat transfer characteristics of a gasto-gas counterflow microchannel heat exchanger", Experimental Heat Transfer, 23(2):130–143,2010.

[3] R.M. Cotta and M.D. Mikhailov.,"Integral transform method", Applied Mathematical Modelling, 17(3):156–161, 1993.

[4] R. M. Cotta, C. P. Naveira-Cotta, D. C. Knupp, J. L. Z. Zotin, P. C. Pontes, and A. P. Almeida.,"Recent advances in computational-analytical integral transforms for convection-diffusion problems", Heat and Mass Transfer, 54(8):2475–2496, August 2018.

[5] M. Necati Ozisik.,"Heat conduction", Wiley-Interscience publication. Wiley, New York (N.Y.), 1980.

[6] J. B. F. Duarte and J. W. Ribeiro.,"Heat and mass transport mechanisms in 3d capillary medium", Journal of Thermodynamics, XX(X):XXX–XXX, 2023.

[7] Evaldiney R. Monteiro, Emanuel N. Macedo, Joao N.N. Quaresma, and Renato M. Cotta.,"Integral transform solution for hyperbolic heat conduction in a finite slab", International Communications in Heat and Mass Transfer, 36(4):297–303, 2009.

[8] D. C. Knupp, R. M. Cotta, and C. P. Naveira-Cotta.,"Conjugate heat transfer: Analysis via integral transforms and eigenvalue problems", Journal of engineering physics and thermophysics,93(1):60–73, 2020.

[9] Diego C. Knupp, Carolina P. Naveira-Cotta, and Renato M. Cotta.,"Conjugated convectionconduction analysis in microchannels with axial diffusion effects and a single domain formulation", Journal of heat transfer, 135(9):091401–, 2013.

[10] F. Rogiers.,"Chapter 1 - Reduced basis models for Graetz problems", page 9. Publisher Name, Year.

[11] Necati M. Ozisik.,"Finite difference methods in heat transfer", CRC Press, Boca Raton, 1994.

[12] S Pradeep Narayanan and G Venkatarathnam.,"Performance of a counterflow heat exchangerwith heat loss through the wall at the cold end", Cryogenics, 39(1):43–52, 1999.

[13] William Morrow Kays.,"Compact Heat Exchangers", MacGraw-Hill, New York (N.Y.), 3e ed.edition, 1984.

[14] P. G. Kroeger.,"Performance deterioration in high effectiveness heat exchangers due to axial heat conduction effects", In K. D. Timmerhaus, editor, Advances in Cryogenic Engineering, pages 363–372, Boston, MA, 1967. Springer US.

[15] Mushtaq Ismael Hasan, Hayder Mohammed Hasan, and Ghassan Adnan Abid.,"Study of the axial heat conduction in parallel flow microchannel heat exchanger", Journal of King Saud University - Engineering Sciences, 26(2):122–131, 2014. Thermal and Micro structure Properties.

[16] Shigeru Mori, Masahiro Kataya, and Akira Tanimoto.,"Performance of counterflow, parallel plateheat exchangers under laminar flow conditions", Heat Transfer Engineering, 2:28–38, 1980.

A
EK

Robin ve Dirichlet, akışkan-katı bağlantı (coupling) problemlerinde sıklıkla kullanılan sınır koşulu türleridir. Dirichlet sınır koşulları katı-akışkan arayüzeyindeki bir noktadaki sıcaklığı belirtir. Robin sınır koşulu, katı-akışkan arayüzeyindeki bir noktadaki ısı akışını belirtir.

Sistem homojen olmadığında, örneğin ısı transfer katsayısının değişken olması durumunda, katı alandaki homojen çözümleri tanımlamak için doğal bir öz uzay bulmak veya katı alanda basit bir özel çözüm bulmak zor olabilir.

Isı transfer katsayısı $h[x]$ x'in bir fonksiyonu olduğunda, uzamsal olarak değişen bir sınır koşulu getirdiği için problemin çözülmesini daha zor hale getirebilir. Bu, homojen olmayan bir probleme yol açabilir, bu da çözümün tek bir denklem kümesi veya tek bir özdeğer ve özvektör kümesi ile tanımlanamayacağı ve bir denklem sisteminin çözülmesini gerektirdiği anlamına gelir.

Ayrıştırma (decomposition) zordur çünkü kesit sapma alanı her x için farklı öz uzaya sahiptir. Isı transferi katsayısı $h[x]$, x'in doğrusal olmayan bir fonksiyonu olduğunda ya da birleşik ısı ve kütle transferi durumunda olduğu gibi problem daha karmaşık hale geldiğinde veya problem çok boyutlu bir alanda tanımlandığında, böyle bir problemi çözmenin zorluğu artar.

Özel çözüm, verilen sınır koşulları ile her bir kesit enerji dengesini sağlamak olarak tanımlanır.

$$-\nabla^2_{(y,z)} T_p = 0 \tag{A.1a}$$

$$-k\nabla_{(n_y,n_z)} T_p = h_1[x](T_p - \overline{T_1}[x]) \tag{A.1b}$$

$$-k\nabla_{(n_y,n_z)} T_p = h_2[x](T_p - \overline{T_2}[x]) \tag{A.1c}$$

Eğer (A.1) yerine (A.2) koyulursa:

$$-\partial_x^2 T_d = \bigtriangledown_{(y,z)}^2 T_d + \bigtriangledown_{(y,z)}^2 T_p + \partial_x^2 T_p \tag{A.2a}$$

$$-k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_d - h_1[x] T_d = k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_p + h_1[x](T_p - \overline{T_1}[x]) \tag{A.2b}$$

$$-k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_d - h_2[x] T_d = k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_p + h_2[x](T_p - \overline{T_2}[x]) \tag{A.2c}$$

$$\partial_x T_d = -\partial_x T_p \tag{A.2d}$$

Isı transfer katsayısı sabit $\hbar$ ve sınır koşulları homojen olduğunda, bu özvektörler ve özdeğerler katı alandaki ısı transferini tanımlayan özdeğer problemi çözülerek bulunabilir. Sabit bir ısı transfer katsayısı d $\hbar_1$ ve $\hbar_2$ ile T_d tanımlanır. Daha sonra sapma alanı ile birleştirilmiş özel bir çözüm elde ederiz. Ancak özel çözümü önceden hesaplayamayız. Bu nedenle, özel çözüm sapma alanı ile eş zamanlı olarak çözülmelidir.

$$-k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_d - \hbar_1 T_d = 0 \tag{A.3a}$$

$$-k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_d - \hbar_2 T_d = 0 \tag{A.3b}$$

Alan denklemi (A.3a) ile aynı alınabilir, bu da T_p (A.3a) için aynı alan denklemi anlamına gelir.

Şimdi özel çözüm daha karmaşık sınır koşullarına uymalıdır, öyle ki (A.3), (A.3) sağlanmış olsun:

$$-k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_p - h_1[x](T_p - \bar{T}_1[x]) = k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_d - h_1[x] T_d = (h_1[x] - \hbar_1) T_d$$

$$-k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_p - h_1[x] T_p = (h_1[x] - \hbar_1) T_d - h_1[x] \bar{T}_1[x] \tag{A.4a}$$

$$-k \bigtriangledown_{(n_y,n_z)} T_p - h_2[x] T_p = (h_1[x] - \hbar_1) T_d - h_2[x] \bar{T}_2[x] \tag{A.4b}$$

Isı transfer katsayısı h sonsuz alındığında, bunun yerine alanları birleştirmek için Dirichlet koşullarını kullanırız, çünkü bu daha uygulanabilir olabilir. Bu durumda $T_d = 0$ için T_d çözümü için sınır koşullarının homojen Dirichlet olduğu anlamına gelir.

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

Konferans Bildirisi

1. Kahraman Giray, G.; Özkan, D.B., "Development of a Reduced Order Model for Wall Conduction in Small-Scale Parallel Plate Heat Exchangers", 13th International Istanbul Scientific Research Congress on Life, Engineering, and Applied Sciences, 2023, pp. 83.