Feynman Dyson Uzayında Zaman Sıralı Lineer Operatörler

Time Ordered Linear Operators in Feynman Dyson Space

Muhammed KARABULUT, Erdal GÜL

* m.karabulut-444@hotmail.com, ORCID: 0009-0008-2528-0201

[1]: *Fen Bilimleri Enstitüsü/Fen-Edebiyat Fakültesi/Matematik Bölümü / Yıldız Teknik Üniversitesi /, İstanbul, Türkiye*

ÖZET

Feynman operatör hesabı ve Feynman yol integrali Hilbert uzayında doğal olarak gelişir. Bu çalışmada her ikisi için de merkezi araç olan operatörlerin yarı grupları teorisi üzerinde duruyoruz. Teoriyi diğer ilgi alanlarına genişletmek için, Banach uzaylarında operatör teorisine yeni bir yaklaşım vermek gerekir. İlk olarak, Banach uzayında Schauder bazlı sınırlı doğrusal operatörlerin yapısının Hilbert uzayındaki aynı operatörlere çok daha yakın olduğunu gözlemliyoruz. Özellikle, düzgün dışbükey Banach uzayları için, uzaydaki her kapalı yoğun tanımlanmış doğrusal operatör için eşlenik tanımlamanın mümkün olduğunu ve eşleniklerin, operatörlerin yarı gruplarının paralel bir şekilde ele alınmasını sağlamak için kullanılabildiğini görüyoruz.

Feynman operatör teorisi, iki potansiyel kullanıcı sınıfı için bir uzlaşma olarak Hilbert uzayında ele alınmaktadır. Doğru operatörün yerleştirileceği t zamanı hariç her noktada bir birim operatörleri sayfası kullanarak, zaman sıralamasıyla ne kastedildiğini açıklıyor ve zaman sıralı integrallerin varlığına ilişkin temel teoremi sunuyoruz. Böylece elementer yarı grup teorisinin zaman sıralı ortama bir genişlemesini elde ediyoruz. Bu, diğer sonuçların yanı sıra, Hille-Yosida Teoreminin zaman sıralı bir versiyonunu verir. Ayrıca, zaman sıralı evolüsyon operatörleri oluşturarak bunların beklenen tüm özelliklere sahip olduğunu ifade ediyor ve operatörler için "Poincare anlamında asimptotik" ifadesinin ne anlama geldiğinin tanımını veriyoruz. Son olarak genel bir bozulma teorisinin geliştirilmesini ve bunun kuantum elektrodinamiği için Dyson'ın ikinci varsayımının genelleştirilmiş bir versiyonunu, yani yarı gruplar tarafından üretilen tüm teorilerin Poincare'nin operatör değerli anlamında asimptotik olduğunu kanıtlamak için kullanıldığını gösteriyoruz.

Anahtar Kelimeler—*Operatör hesabı; Yol integrali; Henstock-Kurzweil integrali; Hille-Yosida;*

ABSTRACT

Feynman operator calculus and Feynman path integrals develop naturally in Hilbert spaces. In this work we focus on the theory of semigroups of operators, which is the central tool for both. In order to extend the theory to other areas of interest, it is necessary to give a new approach to operator theory in Banach spaces. First, we observe that the structure of bounded linear operators with Schauder basis in Banach spaces is much closer to the same operators in Hilbert spaces. In particular, we see that for uniformly convex Banach spaces it is possible to define adjoints for every closed densely defined linear operator in the space, and that the adjoints can be used to provide a parallel treatment of semigroups of operators.

Feynman operator theory is treated in Hilbert spaces as a compromise for two classes of potential users. We explain what is meant by time ordering by using a sheet of unit operators at every point except the time t where the correct operator is to be placed, and we present the fundamental theorem on the existence of time-ordered integrals. We thus obtain an extension of elementary semigroup theory to time-ordered case. This gives, among other results, a time-ordered version of the Hille-Yosida Theorem. We also construct time-ordered evolution operators, showing that they have all the expected properties, and we give a definition of what it means for operators to be "asymptotic in the Poincare sense". Finally, we show the development of a general perturbation theory and use it to prove a generalized version of Dyson's second conjecture for quantum electrodynamics, namely that all theories generated by semigroups are asymptotic in the Poincare operator-valued sense.

Keywords- *Operator Calculus; Path Integral; Henstock-Kurzweil integral; Hille-Yosida;*