T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GİRİŞ GECİKMELİ POLİTOPİK BELİRSİZLİK İÇEREN UÇAK İNİŞ TAKIMI SİSTEMİ İÇİN DAYANIKLI L_2 KAZANÇLI KONTROLÖR TASARIMI

EZGİ ÖZÜLKÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MAKİNE TEORİSİ VE KONTROL PROGRAMI

DANIŞMAN
DR. ÖĞR. ÜYESİ HAKAN YAZICI

İSTANBUL, 2018

T.C.

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GİRİŞ GECİKMELİ POLİTOPİK BELİRSİZLİK İÇEREN UÇAK İNİŞ TAKIMI SİSTEMİ İÇİN DAYANIKLI L_2 KAZANÇLI KONTROLÖR TASARIMI

Ezgi ÖZÜLKÜ tarafından hazırlanan tez çalışması 19.06.2018 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Dr. Öğr. Üyesi Hakan YAZICI

Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Dr. Öğr. Üyesi Hakan YAZICI

Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ

Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Dr. Öğr. Üyesi Ali Fuat ERGENÇ

İstanbul Teknik Üniversitesi _____

ÖNSÖZ

Aktif kontrol sistemlerinde, giriş gecikmesi ve parametre belirsizliği kararlılık ve performans kaybına neden olan başlıca problemlerdendir. Bu çalışmada giriş gecikmesinde bağlı dayanıklı kontrolör tasarımı yapılıp, bu tasarım uçak iniş takımlarının titreşim bastırma problemine uygulanmıştır.

Lisans öğrenimimden bu yana beni destekleyen, kontrol teorisi ile tanışmamı sağlayıp değerli bilgi birikimi ile bana yol gösteren, akademik hayatım boyunca her zaman kendime örnek almaya devam edeceğim Sayın Hocam Dr. Öğretim Üyesi Hakan YAZICI'ya sonsuz teşekkür ve minnetlerimi sunarım. Sevgi ve bilgisi ile beni destekleyen, her konuda yanımda olan Sayın Prof. Dr. Özden AĞRA'ya en içten teşekkürlerimi sunarım. Her zaman bilgi ve birikimlerinden faydalandığım, ilgi ve desteklerini esirgemeyen arkadaşlarım Arş. Gör. Mert SEVER ve Gülay GÖKTAŞ SEVER'e sonsuz teşekkürler.

Hayatım boyunca beni destekleyen, yanımda olan, geldiğim yerde ve başarımda benden çok pay sahibi olan değerli aileme derin sevgi ve teşekkürlerimi sunuyorum. Desteklerini esirgemeyip, her fırsatta beni dinleyen ve yanımda olan çok sevgili arkadaşlarım Hakan ALTUNTAŞ, Erdi AKYÜZ ve Enes ADANIR'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Haziran, 2018

Ezgi ÖZÜLKÜ

İÇİNDEKİLER

Sayfa

SİMGE LİSTESİ vi

KISALTMA LİSTESİ vii

ŞEKİL LİSTESİ viii

ÇİZELGE LİSTESİ x

ÖZET xi

ABSTRACT xiii

BÖLÜM 1

GİRİŞ 1

1.1 Literatür Özeti 2
1.2 Tezin Amacı 10
1.3 Hipotez 12

BÖLÜM 2

GİRİŞ GECİKMELİ BELİRSİZLİK İÇEREN SİSTEMLER İÇİN GECİKMEYE BAĞLI DAYANIKLI L_2 KAZANÇLI KONTROLÖR TASARIMI 14

2.1 Dışbükey Optimizasyon 15
2.2 Zamanla Değişen Giriş Gecikmesine Bağlı Dayanıklı L_2 Kazançlı Kontrolör Tasarımı 17
2.2.1 Politopik Belirsizlik 18
2.2.2 Zamanla Değişen Giriş Gecikmesine Bağlı Dayanıklı L_2 Kazançlı Kontrol Tasarımı için Problem Tanımı 19
2.2.3 Zamanla Değişen Giriş Gecikmeli Sistem için Temel Sonuçlar 20
2.2.4 Zamanla Değişen Giriş Gecikmesine Bağlı L_2 Kazançlı Kontrol Tasarımı 30

BÖLÜM 3

GİRİŞ GECİKMELİ BELİRSİZLİK İÇEREN UÇAK İNİŞ TAKIMLARININ GECİKMEYE BAĞLI DAYANIKLI AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ İÇİN SİMÜLASYON ÇALIŞMALARI 32

3.1 Uçak İniş Takımı Modeli ve Sisteme Uygulanan Bozucu Yol Profili 32
3.2 Dayanıklı Zaman Gecikmesine Bağlı L_2 Kazançlı Kontrolör için Simülasyon Çalışmaları 36

BÖLÜM 4

SONUÇ VE ÖNERİLER 59

KAYNAKLAR 62

EK-A

ÖNERİLEN KONTROLÖRÜN m.DOSYASI 67

ÖZGEÇMİŞ 76

SİMGE LİSTESİ

A	Sistem Matrisi
A^T	A Matrisinin Transpozesi
A^{-1}	A Matrisinin Tersi
$A(\theta)$	Politopik Belirsizlik İçeren Sistem Matrisi
B_u	Kontrol Giriş Matrisi
$B_u(\theta)$	Politopik Belirsizlik İçeren Kontrol Giriş Matrisi
B_w	Bozucu Giriş Matrisi
$B_w(\theta)$	Politopik Belirsizlik İçeren Bozucu Giriş Matrisi
C	Ölçüm Matrisi
c_s	Süspansiyon Sönüm Değeri
I	Uygun Boyutlu Birim Matris
$iz(A)$	A Matrisinin İzi
K	Kontrol Kazancı
$k_s,\ k_t$	Rijitlik Değerleri
$m_1,\ m_2$	Kütle Değerleri
$u(t)$	Kontrol Giriş Vektörü
$w(t)$	Bozucu Giriş Vektörü
$x(t)$	Sistemin Durum Vektörü
$z(t)$	Kontrol Edilmek İstenen Çıkış Vektörü

KISALTMA LİSTESİ

CRE	Cebirsel Riccati Eşitliği
DME	Doğrusal Matris Eşitsizliği
DOME	Doğrusal Olmayan Matris Eşitsizliği
RMS	Root Mean Square
SGYT	Sınırlı Gerçek Yardımcı Teorem

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2. 1 Konik tamamlayıcı algoritma akış diyagramı 30
Şekil 3. 1 Uçak iniş takımı modeli..... 33
Şekil 3. 2 Bozucu yol girişi..... 36
Şekil 3. 3 Nominal sistem zaman cevapları 37
Şekil 3. 4 Zaman gecikmesinden bağımsız kontrolör için giriş gecikmesi durumunda zaman cevapları 38
Şekil 3. 5 Giriş gecikmesine bağlı kontrolör için sistemin zaman cevapları 39
Şekil 3. 6 Politopik belirsizlik içeren sistemde 1. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 40
Şekil 3. 7 Politopik belirsizlik içeren sistemde 2. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 41
Şekil 3. 8 Politopik belirsizlik içeren sistemde 3. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 41
Şekil 3. 9 Politopik belirsizlik içeren sistemde 4. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 42
Şekil 3. 10 Politopik belirsizlik içeren sistemde 5. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 42
Şekil 3. 11 Politopik belirsizlik içeren sistemde 6. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 43
Şekil 3. 12 Politopik belirsizlik içeren sistemde 7. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 43
Şekil 3. 13 Politopik belirsizlik içeren sistemde 8. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 44
Şekil 3. 14 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 1. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 45
Şekil 3. 15 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 2. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 45
Şekil 3. 16 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 3. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 46
Şekil 3. 17 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 4. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 46
Şekil 3. 18 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 5. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 47

Şekil 3. 19 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 6. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 47
Şekil 3. 20 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 7. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 48
Şekil 3. 21 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 8. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 48
Şekil 3. 22 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 1. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 49
Şekil 3. 23 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 2. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 50
Şekil 3. 24 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 3. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 50
Şekil 3. 25 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 4. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 51
Şekil 3. 26 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 5. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 51
Şekil 3. 27 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 6. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 52
Şekil 3. 28 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 7. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 52
Şekil 3. 29 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 8. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları 53
Şekil 3. 30 Farklı kütle ve sönüm değerleri için gövde deplasman, tekerlek sapması, gövde ivme ve kontrol kuvvetinin maksimum değerleri 54
Şekil 3. 31 Farklı kütle ve sönüm değerleri için gövde deplasman, tekerlek sapması, gövde ivme ve kontrol kuvvetinin ortalama karekök (rms) değerleri 54
Şekil 3. 32 E tipi yol profili için farklı kütle ve sönüm değerleri için gövde deplasman, tekerlek sapması, gövde ivme ve kontrol kuvvetinin maksimum değerleri 55
Şekil 3. 33 E tipi yol profili için farklı kütle ve sönüm değerleri için gövde deplasman, tekerlek sapması, gövde ivme ve kontrol kuvvetinin ortalama karekök (rms) değerleri..... 56
Şekil 3. 34 Uçak gövdesi yerdeğiştirmesi için frekans cevapları 58

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3. 1 Uçak iniş takımı model için parametrik değerler..... 33
Çizelge 3. 2 Farklı profiller için yol pürüzlülük standartları..... 35
Çizelge 3. 3 D tipi yol profili için maksimum değerler.....56
Çizelge 3. 4 D tipi yol profili için RMS değerleri..... 57
Çizelge 3. 5 E tipi yol profili için maksimum değerler..... 57
Çizelge 3. 6 E tipi yol profili için RMS değerleri..... 57

ÖZET

GİRİŞ GECİKMELİ POLİTOPİK BELİRSİZLİK İÇEREN UÇAK İNİŞ TAKIMI SİSTEMİ İÇİN DAYANIKLI L_2 KAZANÇLI KONTROLÖR TASARIMI

Ezgi ÖZÜLKÜ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Hakan YAZICI

Uçak iniş takımlarında titreşim kontrol problemi son yıllarda hız kazanan araştırma konularındandır. Geleneksel pasif damperlerin değişken operasyonel şartlara uyum sağlayamaması ve yeterli performans elde edilememesi sebebiyle yarı-aktif ve aktif titreşim kontrol uygulamalarına başvurulmaya başlanmıştır. Fakat aktif kontrol sistemlerinde veri akışından, veri iletim hattının uzunluğundan ya da kontrol kuvvetinin hesaplama zamanından meydana gelen giriş gecikmesi problemi kararsızlık ve performans kaybına neden olur. Kararsızlık ve performans kaybına yol açan bir diğer unsur de sistemdeki parametre belirsizlikleridir. Sistemin operasyonel şartlarından dolayı parametrelerinde meydana gelen değişimler, modelleme hataları ve parametrelerin tam olarak belirlenememesi parametre belirsizliğinin temel kaynaklarındandır. Giriş gecikmesi ve parametre belirsizliği kaynaklı kararsızlık ve performans probleminin üstesinden gelmek için, bu problemlerin sistem dinamiğine dahil edilmesi ile elde edilen dayanıklı gecikmeye bağlı kontrolör tasarımına gidilmelidir.

Bu çalışmada uçak iniş takımlarının titreşim kontrolü için, durum geri-beslemeli giriş gecikmesine bağlı dayanıklı L_2 kazançlı optimal kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Zamanla değişen giriş gecikmeli, politopik belirsizlik içeren sistemin kararlılık koşulu, uygun Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyonelinin seçilip doğrusal matris eşitsizlikleri içeren Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi (SGYT) ile elde edilmiştir. Daha sonra SGYT genişletilerek, kararlılık koşulları L_2 kazançlı optimal kontrolör sentezini kararlı kılmak

amacıyla matris eşitsizliği biçiminde geliştirilmiştir. Çalışmada kütle, rijitlik ve sönüm değerleri politopik belirsizlik yapısında kabul edilmiş, belirlenen belirsizlik alt ve üst sınırları için politopik olarak sistem dinamiğine dahil edilmiştir.

L_2 kazançlı optimal kontrolör sentezi sırasında karşılaşılan doğrusal olmayan matris eşitsizliği problemi konik tamamlayıcı algoritma ile çözülmüştür. Bu lineerleştirme metodu ile problem dışbükey optimizasyon tekniği ile çözülmeye uygun hale gelmiştir. Alt optimal kontrol kazancı, erişilebilir en üst zaman gecikmesi, en küçük bozucu bastırma seviyesi önerilen algoritma sayesinde eş zamanlı olarak hesaplanmıştır. Tasarımın ana aracı olan doğrusal matris eşitsizliği yaklaşımı, tutucu sonuçlara neden olmaktadır. Tutuculuk problemini azaltmak için Newton-Leibnitz kuralı temelli serbest gevşetme değişkenleri tasarıma dahil edilmiştir. Sıkılığın daha fazla azaltılması için tam kareye tamamlama metodu kullanılmıştır. Tezin temel amacı, politopik belirsizlik içeren uçak iniş takımlarında titreşim azaltma probleminin çözümü için pratikte uygulanabilir, giriş gecikmesine bağlı dayanıklı L_2 kazançlı kontrolör sentezi elde etmektir.

Önerilen kontrol metodunun uçak iniş takımındaki titreşimlerin azaltılması problemindeki etkinliği simülasyon çalışmaları ile ortaya konmuştur. İki serbestlik dereceli uçak iniş takımı modeli için farklı yol ve hız değerleri için yapılan simülasyon çalışmaları ortaya konmuştur. Sistemin cevapları incelendiğinde etkin bir bozucu bastırma performansı sağlandığı, sistemin eyleyici gecikmesi varlığında ve parametre belirsizliği sınırlarında kararlılığının garanti altında alındığı gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Giriş gecikmesi, optimal kontrol, politopik parametre belirsizliği, uçak iniş takımları, titreşim

ABSTRACT

ROBUST L_2 GAIN CONTROLLER DESIGN FOR LANDING GEAR SYSTEM HAVING POLYTOPIC UNCERTAINTY AND INPUT DELAY

Ezgi ÖZÜLKÜ

Department of Mechanical Engineering

MSc. Thesis

Adviser: Assist. Prof. Dr. Hakan YAZICI

Vibration control of landing gear systems is one of the attractive topic in the last years. Traditional passive damping system cannot work effectively against different and changing operational conditions. Due to insufficient performance of passive systems semi-active and active control have been applied for vibration control of landing gear system. However, one of the important issue of active control is the existence of input delay. Input delay may occur result of online date acquisition from long distance sensors at different locations, computing the control force, transmitting data and signals to actuator and applying control force to system. Due to time delay in control input, unsynchonized control force is applied to the system and this may cause loss of control performance or even instable behavior. The other instability and performance deterioration source is parameter uncertainty. Due to modelling errors, variation in material properties and changing environment conditions, systems contain uncertainty. Robust control methods are offered for the active control applications to eliminate effect of uncertainty. Input delay and parameter uncertainty problems are the most critical issues of active control systems. In order to overcome these problems robust delay dependent controller design may be preferred.

In this M.Sc. thesis a state feedback robust delay dependent L_2 controller is designed in order to control of landing gear vibration. Based on the selection of suitable

Lyapunov-Krasovskii functional, first a Bounded Real Lemma (BRL) is obtained which enables defining stability criteria of the system having polytopic uncertainty and time varying input delay, in terms of Linear Matrix Inequality (LMI). Then L_2 controller is designed for a system having, politopic uncertainties and actuator delay by the use of extended BRL and L_2 stabilization criteria. This sufficient condition for designing such controller is given by delay-dependent bilinear matrix inequalities and a cone complementary algorithm is also utilized to solve the non-convex optimization problem. To show the effectiveness of proposed controller on landing gear vibration, simulation studies are given. Time responses of system show that the controller guarantee stability of system with time delay and parametric uncertainty and has sufficient disturbance attenuation performance.

Keywords: Input delay, optimal control, polytopic parametric uncertainty, landing gear, vibration

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Teknoloji ve mühendislik alanında ortaya çıkan yenilikler, kontrol mühendisliği alanında ele alınan problemlerde de yeni arayışlara yol açmıştır. Sistemde performans azalması ve kararlılık problemine neden olan giriş gecikmesi ve parametre belirsizliği gibi problemlerin üstesinden gelmek için yeni metod ve tasarımlar ortaya konmuştur. Parametre belirsizliğine daha dayanıklı ve giriş gecikmesi karşısında daha az tutucu tasarımlar için çalışmalar hızlanmıştır.

Pek çok aktif kontrol sistemi için zaman gecikmesi problemi kaçınılmazdır. Uzun iletim hatları, veri akışı ve işlenmesinde yaşanan gecikmeler sistemde giriş gecikmesi olarak karşımıza çıkar ve performans kaybına, dahası kararlılık problemine neden olur.

Sistemdeki parametre belirsizliği kontrolör tasarımında dikkate alınması gereken diğer önemli problemdir. Sistem parametrelerinin tam olarak belirlenememesi ya da çalışma şartlarına bağlı olarak zamanla değişmesi söz konusudur. Bu durumun sistem performansı ve kararlılık üzerine olumsuz etkileri olacağından, kontrolör tasarımında parametre belirsizliği matematiksel olarak sistem dinamiklerine dahil edilerek dayanıklı kontrolör tasarımı gerçekleştirilmelidir.

Uçak iniş takımları, uçuş güvenliği ve konforu açısından önemli rol oynayan komponentlerdendir. İniş takımlarında titreşim kontrolü, güvenlik ve konforu sağlamak için kritiktir. Geleneksel uçak iniş takımları temel olarak tekerlek ve pasif damperden oluşmaktadır. Pasif damperler değişken operasyonel koşullar karşısında yeterli titreşim sönümleme performansı gösterememektedir. Bu performans yetersizliği uçak iniş takımı ve gövdenin yorulma ömrünü kısaltmakta ve iniş-kalkış esnasında meydana

gelecek kaza riskini arttırmaktadır. Pasif sistemin dezavantajlarını ortadan kaldırmak için yarı-aktif ve aktif damper uygulamaları literatürde yerini almıştır.

Literatürde, uçak iniş takımlarının titreşim kontrol probleminde parametre belirsizliği ve giriş gecikmesinin birlikte sisteme dahil edildiği bir kontrolör tasarımına rastlanmamıştır, bu da çalışmanın temel motivasyonunu oluşturmaktadır. Yüksek lisans tezinde, giriş gecikmesi ve politopik tipteki belirsizliğin uçak iniş takımının titreşim kontrol problemi üzerindeki etkisinin ortaya konması ve gecikmeye bağlı dayanıklı kontrolör tasarımı amaçlanmıştır.

Yüksek lisans tezi dört bölümden oluşmaktadır. Giriş bölümü, literatür özeti, tezin amacı ve hipotez alt başlıklarını içermektedir. Verilen literatür çalışmasında ele alınan problemle ilgili bugüne kadar yapılmış akademik çalışmalardan bahsedilmiştir. Literatür bilgileri ışığında tezin amacı ve hipotez ortaya konulmuştur.

Bölüm 2'de, çalışmada önerilen dayanıklı giriş gecikmesine bağlı L_2 kazançlı kontrolör tasarımı problemi ortaya konulmuştur. Kontrolör tasarımında bilinmesi gereken bazı temel bilgilerin verilmesinin ardından, kontrolör sentezi gerçekleştirilmiştir.

Bölüm 3'te, yüksek lisans tezinde gerçekleştirilen kontrolör tasarımı uçak iniş takımlarının titreşim bastırma problemine uygulanmıştır. Çalışmada kullanılan modelin ve denklemlerin sunulmasının ardından, yapılan simülasyon çalışmalarına yer verilmiştir.

Bölüm 4'te, çalışmada ortaya konulan sonuçların değerlendirilmesi ve buradan hareketle gelecek çalışmalarla ilgili görüşlere yer verilmiştir.

1.1 Literatür Özeti

Bu kısımda, tezde ele alınan DME tabanlı L_2 kazançlı en iyileştirme kontrol problemi, giriş gecikmesi, parametre belirsizliği ve uçak iniş takımlarının titreşim kontrolüne yönelik literatür araştırması verilmiştir. Sonrasında, tezin literatüre olan katkısı ortaya konmuştur.

Kapalı çevrim kontrol sistemi tasarımında bozucuların sistem cevabı üzerindeki etkilerinin azaltılması temel amaçlardan biridir. Bozucu etkilerinin azaltılması için bir

performans ölçütü seçilip, bu performans ölçütü üzerinden kontrolör tasarımı gerçekleştirilir. Sistemin çıkışları ile bozucular arasındaki transfer fonksiyonunun L_2 kazancı sıklıkla kullanılan önemli bir performans ölçütüdür. L_2 kazançlı optimal kontrol problemi çözümünde ilk çalışmalar, Francis [1] ve Doyle vd. [2] tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalarda, sistemin durum-uzay modeli üzerinden Ricatti denklemleri ile çözüm yapılmıştır. Daha sonra, ilk defa Lyapunov'un doktora tezinde kararlılık analizinde ortaya koyduğu doğrusal matris eşitsizliği yaklaşımı ile L_2 kazançlı kontrol problemine yeni bir çözüm getirilmiştir [3]. İlerleyen zamanlarda da Lyapunov fonksiyonu temelli tasarımlar kontrol problemlerinin çözümünde sıklıkla yer bulmuştur. Gahinet ve Apkarian [4] Ricatti denklemine alternatif olarak, dışbükey optimizasyon teknikleri ile doğrusal matris eşitsizliği tabanlı L_2 kazançlı kontrol probleminin çözümünü ortaya koymuşlardır. Fakat, DME ile elde edilen çözümlerin tutucu olması, daha az tutucu tasarım arayışını beraberinde getirmiştir. de Oliveira vd. [5] parametrelerine bağlı Lyapunov fonksiyonu kullanarak politopik belirsizlik içeren sistemler için DME tabanlı dayanıklı kontrolör tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada hem sürekli-zamanlı sistemler hem de ayrık zamanlı sistemler için daha az tutucu sonuçlar elde edildiği gösterilmiştir. Sato [6] çalışmasında, yüksek dereceli parametrelerine bağlı Lyapunov fonksiyonu kullanarak, hesaplama karmaşıklığı daha yüksek olmasına rağmen daha az tutucu sonuçlar veren dayanıklı kontrolör tasarımı yapmıştır. Duan ve Yu [7] ve Boyd vd. [8] kitaplarında, DME yaklaşımının kontrol sistemlerinde kullanılmasını inceleyip, tasarım ve uygulamaya yönelik detaylara yer vermişlerdir.

Löfberg [9] literatürde ortaya konulan pek çok DME tabanlı kontrolör sentezinin çözümünde kullanılabilecek, MATLAB paket programı üzerinde çalışan ayrıştırıcı yazılım YALMIP'i geliştirmiştir.

Strum [10], MATLAB paket programı ve YALMIP ile uyumlu çalışan, doğrusal, karesel ve yarı tanımlılık kısıtları içeren optimizasyon problemlerinin ayrıklaştırma yöntemi ile çözümünü sağlayan SEDUMI çözücü yazılımını geliştirmiştir.

Kontrol sistemlerinin uygulamasında sıklıkla karşılaşılan problemlerin başında durum ve giriş gecikmesi yer almaktadır. Sistemde meydana gelen zaman gecikmesi

performans azalmasına ve kararsızlık problemine yol açabilir. Bu olumsuz etkilerden dolayı, zaman gecikmesine bağlı kontrolör tasarımı çalışmaları son dönemlerde artış göstermeye başlamıştır. Zaman gecikmeli sistemler üzerine yapılan başlıca çalışmalar arasında [11], [12], [13], [14] gösterilebilir.

Zaman gecikmeli sistemlerin kararlılığı zaman gecikmesine bağlı ya da zaman gecikmesinden bağımsız olarak belirlenebilir. Su ve Huang [15] çalışmalarında dayanıklı kararlılık kriterini zaman gecikmesine bağlı olarak hesaplayıp, gecikmeye bağlı yöntemin gecikmeden bağımsız yönteme göre daha az tutucu olduğu sonucunu ortaya koymuşlardır.

Mahmoud ve Al Muthairi [16], zamanla değişen belirsizlik içeren durum gecikmeli sistemler için Cebirsel Riccati Eşitliği çözümü ile durum geri-beslemeli kararlı kılan kontrolör tasarlamışlardır.

Li ve de Souza [17], zamanla değişen normu sınırlı parametre belirsizliği içeren sabit gecikmeli sistem için dayanıklı DME tabanlı kontrolör tasarımı yapmışlardır. Çalışmada durum gecikmesi için DME tabanlı iç nokta algoritması kullanılarak yapılan tasarımın CRE tabanlı tasarıma göre üstünlükleri belirtilmiştir.

Yue ve Han [18], giriş gecikmeli belirsizlik içeren sistemler için gecikmeye bağlı dayanıklı kontrolör tasarladıkları çalışmalarında, konik tamamlayıcı doğrusallaştırma yöntemi ve hafızalı geri-besleme tipli tasarım metodu önermişlerdir. Ancak hafızalı geri-beslemeli kontrolör kesin gecikme bilgilerine ihtiyaç duyduğundan, pratikte uygulanabilirliği düşük bir yöntemdir.

Zhang vd. [19] sabit zaman gecikmesi için yeni tip genişletilmiş Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelleri ile zaman gecikmeli sistemlerin kararlılık problemi için yeni bir kontrol metodu ortaya koymuşlardır. Bu tasarımda serbest gevşetme matrisleri ve integral eşitsizlikleri teknikleri kullanılmıştır.

Parlakçı ve Küçükdemiral [20], zamanla değişen durum ve giriş gecikmeli, belirsizlik içeren sistemler için yeni bir dayanıklı H_∞ kontrolör tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Tasarımda, genişletilmiş formda Lyapunov-Krasovskii fonksiyoneli, serbest gevşetme matrisleri, Jensen integral eşitsizlikleri ve tam kareye tamamlama yöntemleri

kullanılarak daha az tutucu bir kontrolör elde edilmiştir. Çalışmada, konik tamamlayıcı algoritması ile erişilebilir en üst zaman gecikmesi ve en düşük bozucu bastırma seviyesi eş zamanlı olarak belirlenmiştir.

Shariati vd. [21] zamanla değişen giriş gecikmeli H_∞ kontrol probleminin çözümü için oransal-türev geri-beslemeli kontrol yasası önermişlerdir. Çalışmada sistemin durumları ile birlikte durumların türevlerinin de geri-beslenmesi ile kapalı-çevrim sistem nötral tip zaman gecikmeli sistem haline gelmiştir.

Zhao vd. [22], giriş gecikmeli sistemlerin kararlılık ve H_∞ kontrol problemi için türev geri-beslemeli dayanıklı kontrolör tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada türev geri-besleme ve gecikme dekompozisyon metodu ile kapalı çevrim sistem nötral tip zaman gecikmeli sistem haline getirilmiştir. Önerilen kontrolör tasarımının kararlılık ve değişken bozucu etkiler karşısındaki etkinliği gemi dimamik pozisyonlama sistemi üzerinden verilen nümerik simülasyonlarla gösterilmiştir.

Seuret ve Goualsbaut [23], çalışmalarında lineer zaman gecikmeli sistemlerin kararlılık probleminin çözümünde kullanılacak yeni Wirtinger integral eşitsizlikleri önermişlerdir. Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelleri ile yapılan çalışmalarda sıklıkla kullanılan Jensen integral eşitsizliğine göre daha az tutucu sonuçlar veren Wirtinger integral eşitsizlikleri ile elde edilen yeni kararlılık koşullarının etkinliği nümerik örneklerle ortaya konulmuştur.

Kontrolör tasarımında kararlılık ve performans kaybına yol açan bir diğer problem ise sistemdeki belirsizliklerdir. Sistemdeki belirsizlikler karşısında kontrol sistemlerinin dayanıklı olması istenir. Bunu sağlamak için belirsizliklerin sistem dinamiğine dahil edilmesi gereklidir. Sistem parametrelerindeki belirsizlikler, modelleme hataları ya da modellenmeyen dinamikler, ihmal edilmiş nonlineer yapılar sistemdeki belirsizliklerden bazılarıdır. Bu belirsizlikler, normu sınırlı parametre belirsizliği, doğrusal kesirli dönüşüm, politopik yapıdaki belirsizlikler ve integral karesel kısıt yöntemi gibi yapılarda sistem dinamiğine dahil edilebilir. Politopik belirsizlikler parametre değişimine göre köşegen ya da blok köşegen yapıda oluşturulur.

Khargonekar vd. [24] lineer zamanla değişmeyen sistemler için dayanıklı kararlı kılma problemi üzerinde yaptığı çalışmasında, dayanıklı kararlı kılma probleminin H_∞ kontrol teorisi ile olan ilişkisini ortaya koymuştur. Çalışmada, belirsizlik sistemin durum ve kontrol giriş matrisinde verilip karesel kararlı kılma probleminin çözümü gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonucunda Lyapunov yöntemleri ile çözülebilen kararlı kılma problemlerinin H_∞ kontrol teorisi yöntemleri ile de çözülebileceği gösterilmiştir.

Zhou ve Doyle [25], dayanıklı kontrol tekniklerini geniş bir şekilde ele aldıkları kitapta, dayanıklı kontrol problemlerinin Riccati denklemleri yaklaşımıyla çözümlerine yer vermişlerdir.

Su ve Huang [26], sabit durum gecikmesine sahip sistemin dayanıklı kararlılığı üzerine çalışma yapmışlardır. Sistem belirsizliği normu sınırlı parametre belirsizliği yapısında ele alınmış, gecikmeye bağlı kararlılık sınırlarında gecikme üst sınırını tespit edecek kısıtlar geliştirilmiştir.

Xie vd. [27], kesirli sıralı sistemlerin H_∞ kontrol problemi için DME tabanlı dayanıklı kontrolör tasarlamışlardır. Çalışmada sistem belirsizliği politopik belirsizlik yapısında ele alınarak, daha az tutucu bir kontrolör elde edildiği simülasyon çalışmaları ile gösterilmiştir.

Matsuki vd. [28], çalışmalarında nötral tip zamanla değişen durum gecikmesine sahip sistem için dayanıklı LQR kontrolör tasarımı yapmışlardır. Politopik tip sistem belirsizliği için DME tabanlı hafızasız geri-beslemeli kontrol yasası ile başarılı sonuçlar alındığı ortaya konmuştur.

Geromel vd. [29], politopik tipte belirsizlik içeren sistemler için H_2 ve H_∞ dinamik çıkış geri-beslemeli kontrol problemini ele almışlardır. DME tabanlı dayanıklı kontrolör sentezi elde edilip, kontrolör kazancı Frank-Wolfe algoritması ile hesaplanmıştır. Numerik çalışmalar ile önerilen yöntemin etkinliği gösterilmiştir. Çalışmada gecikme problemi ele alınmamıştır.

Sun vd. [30], durum gecikmeli politopik belirsizlik içeren sistem için DME tabanlı H_2/H_∞ kontrolör tasarımı yapılmıştır. Tutuculuğun azaltılması amacıyla H_2 ve H_∞ performans kriterleri ayrı olarak hesaplanıp, politopik belirsizlik içeren sistem için

gecikmeye bağlı kontrolör elde edilmiştir. Literatürden alınan nümerik problemler ile çalışmanın sonuçları karşılaştırılmalı olarak verilmiştir.

Otsuka ve Soga [31], çalışmalarında anahtarlamalı sistemler için durum geri-beslemeli kararlı kılan kontrolör tasarımı yapmışlardır. Politopik belirsizlik içeren sistem için karesel kararlılık kısıtlarının elde edildiği çalışmada, performans iyileştirmeye yönelik tasarım yapılmamıştır.

Sadeghzadeh [32], değişmez mertebeli DME tabanlı H_∞ kontrolör tasarımı yapmıştır. Politopik belirsizlik içeren tek girişli tek çıkışlı sistem için H_∞ performans kriterleri, parametrelerine bağlı ılgın merkezi polinom yaklaşımı ile elde edilmiştir. Nümerik örneklerle çalışmanın sonuçları ortaya konulmuştur.

Wu ve Duan [33], politopik belirsizlik içeren sistem için H_2 kontrolör tasarımı problemini ele almışlardır. Çalışmada, DME yaklaşımı ile, gevşetme matrisleri kullanılarak daha az tutucu sonuçlar elde edilmesi amaçlanmıştır. Sistemin politopik belirsizlik içermesi halinde geleneksel karesel kararlılık kısıtları ve parametrelerine bağlı Lyapunov fonksiyonu yaklaşımları ile uygun sonuçlar elde edilemediği, önerilen kontrolör yapısı ile başarılı ve daha az tutucu sonuçlar elde edildiği ortaya konmuştur.

Hetel vd. [34], kayan kipli belirsizlik içeren sistemler için kontrolör tasarlamışlardır. Çalışmada sistemdeki belirsizlikler politopik olarak modellenmiştir. Belirsiz parametrelerine bağlı Lyapunov fonksiyonu ile daha az tutucu sonuçlar elde edilmesi amaçlanmıştır. Öncelikle kararlılık analizi ele alınıp, sonrasında kararlılık ve kontrolör tasarımını sağlayan DME koşuları elde edilmiştir. Durum geri beslemeli kontrol kuralı ile elde eldilen nümerik sonuçlar ile önerilen metodun etkinliği ortaya konmuştur.

Karimi vd. [35], tek girişli-tek çıkışlı, politopik sistemlerin dayanıklı kontrol problemini polinom yaklaşımıyla ele almıştır. Politopik sistem için kararlı kılan tüm kontrolörlerin dışbükey kümesi, sonsuz boyutlu bir uzayda tanımlandıktan sonra, ortonormal baz fonksiyonu kullanılarak sonlu boyutlu küme yaklaşımı elde edilmiştir. Daha sonra KYP yardımcı teoremi ile DME tabanlı dışbükey optimizasyon problemine geçiş yapılmıştır. Optimizasyon problemi duyarlılık fonksiyonunun ayarlanması ile kutup yerleşimi metodu yardımıyla çözülmüştür.

Uçaklarda güvenlik ve konfor açısından kritik komponentlerin en önemlilerinden biri uçak iniş takımlarıdır. İniş takımları, iniş sırasında ortaya çıkan yüksek enerjiyi sönümler, yer operasyonlarında uçağın ağırlığını taşır [35]. İniş koşulları hava şartları, pist durumu gibi pek çok parametreye bağlıdır. Sert iniş koşullarından dolayı iniş anında yüksek genlikte titreşimler oluşabilir, taksileme esnasında yoldan kaynaklı titreşimler meydana gelir. Bu tür titreşimlerin bastırılması da iniş takımları ile sağlanmaktadır [36]. Bu sayede konfor ve güvenlik artmakta, ayrıca iniş sonrası kararlılık ve manevra kabiliyetinin sağlanmasına yardımcı olmaktadır.

Geleneksel olarak kullanılan, temel olarak tekerlek ve pasif damperden oluşan iniş takımlarının değişken operasyonel koşullar altında yetersiz performans gösterdiğinin ortaya konulmasıyla literatürde yarı-aktif ve aktif damper uygulamaları yer almaya başlamıştır. Titreşim sönümleme perfomansının yetersiz olması uçak iniş takımları ve gövdenin yorulma ömrünü azaltıp, iniş ve kalkış sırasında meydana gelebilecek kazaların artışına sebep olacağından bu çalışmalar oldukça önemlidir [37].

Li vd. [38] yarı-aktif damper için hataya dayanıklı adaptif kontrolör tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Hataya dayanıklı H_∞ kontrolör ile normal çalışma koşullarının yanı sıra uçak iniş takımlarında yüksek iniş darbesinden dolayı hasar meydana gelmesi durumunda da sistemin kararlı kalması sağlanmıştır.

Zapateiro vd. [39] süspansiyon sapmasını düzenlemek için adaptif geri-adımlamalı H_∞ kontrolör tasarlamışlardır. Kontrolör ile sistemin Lyapunov anlamında kararlılığının sağlandığı gösterilmiştir. Rassal ve tümsek tipi bozucular karşısında pasif, yarı-aktif ve aktif sistem cevapları karşılaştırılmıştır. Aktif ve yarı-aktif sistemin pasif sisteme göre daha başarılı bir bozucu bastırma performansı gösterdiği belirtilmiştir.

Hua-Lin vd. [40] MR damperli uçak iniş takımı kontrolü için bulanık mantık PID kontrolör tasarımı yapmışlardır. İki serbestlik dereceli model kullanarak rassal yol girişi etkisinde önerilen kontrolörün pasif sisteme göre daha başarılı cevaplar verdiği gösterilmiştir.

Pouly vd. [41], shimmy kontrolü için dolaylı bulanık adaptif kontrol tasarımı önermişlerdir. Çalışmada iniş takımlarının nonlineer dinamik özelliklerinin tahimini için bulanık kestirici tasarlanmıştır. Kestiriciden alınan bilgi yardımıyla adaptif kontrolör elde edilmiştir. Çalışmada farklı tip bozucular için simülasyon çalışmaları yapılıp, kararlılık ve performans kriterlerinin sağlandığı gösterilmiştir.

Pouly vd. [42], çalışmalarında elektromekanik aktuatörlü ön iniş takımı için indirgenmiş dereceli H_∞ tasarımı yapmışlardır. HIFOO aracı yardımıyla kontrolörün derecesi indirgenmiş, çeşitli simülasyon çalışmaları ile kontrolör derecesinin hesaplama zamanı ve kontrol performansı üzerindeki etkileri tartışılmıştır. Çeşitli bozucular karşısında tekerlek açısı ve açısal hızı cevaplarına göre, kontrolör derecesinin indirgenmesi ile daha başarılı sonuçlar elde edildiği gösterilmiştir.

Hajiloo ve Xie [43], lineer parametreleri değişen, olasılıksal belirsizlik ve zamanla değişen parametreler içeren iniş takımı sistemi için dayanıklı model öngörlü kontrol metodu önermişlerdir. Çalışmada sistem parametrelerinin çevrimiçi olarak ölçüldüğü varsayılmıştır. Tensör çarpım model dönüşüm metodu ile sistem lineer zamanla değişmeyen sistemin köşe noktalarının dışbükey kombinasyonu haline getirilerek politopik bir sistem elde edilmiştir. Taksileme hızı, teker kaster uzunluğu ve yay rijitliğinin zamanla değişken olduğu durum için kararlılık ve performans kriterlerini garanti eden DME tabanlı aktif kontrol stratejisi ortaya konmuştur.

Gharapurkan vd. [44], uçak iniş takımlarının titreşim kontrolü için yarı-aktif magneto-reolojik damper ile LQR ve H_∞ kontrolör tasarımı gerçekleştirmişlerdir. MR damperin dinamik davranışları Spencer model metodu ile öngörülmüştür. Üç serbestlik dereceli uçak iniş takımı modeli için LQR ve H_∞ kontrolör ile yapılan sümülasyon çalışmalarında, LQR kontrol metodunun uygulanmasında gecikme problemi olduğu gözlemlenmiştir. H_∞ kontrolör tasarımı ile aşım ve yerleşme zamanı değerlerinde etkili bir azalma sağlanmasının yanında, LQR kontrolöre göre sert iniş koşullarına daha elverişli olduğu gösterilmiştir.

Wang vd. [45], iniş pistinden kaynaklanan titreşimlerin bastırılması için PID kontrolör tasarlamışlardır. İki serbestlik dereceli nonlineer model ele alınarak yapılan simülasyon

çalışmalarında, uçak ağırlık merkezinin yerdeğiştirmesinin aktif ve pasif sistem cevapları karşılaştırılmıştır. Aktif sistemin daha başarılı sonuçlar verdiği ortaya konmuştur.

Sivakumar vd. [46] tam uçak modeli kullanılarak PID kontrolör tasarlayıp, titreşim analizi yapmışlardır. Çalışmada pek çok sistemde olduğu gibi uçak iniş takımlarının kontrolünde de giriş gecikmesine bağlı performans azalmaları meydana gelebileceği, gelecek çalışmalarda giriş gecikmesinin ele alınması gereken bir konu olduğu belirtilmiştir.

Yapılan literatür araştırmasında, zaman gecikmesi ve dayanıklılık probleminin pek çok mühendislik problemi için temel sorunlardan biri olması sebebiyle literatürde başlıca araştırma konusu olduğu görülmüştür. Bununla birlikte bu kritik problemlerin uçak iniş takımları için birlikte ele alınıp, çözüm arandığı çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle bu yüksek lisans tezinde, politopik yapıda belirsizlik içeren uçak iniş takımı sisteminin titreşim kontrolü için dayanıklı, giriş gecikmesine bağlı kontrolör tasarımı yapılmıştır.

1.2 Tezin Amacı

Mühendislik sistemlerinin günümüzde hızla gelişmesi pek çok kolaylığa yol açarken, sistemlerin ihtiyaçlarının ve çözülmesi gereken problemlerin artışını da beraberinde getirmiştir. Güvenlik ve konforun oldukça önemli olduğu uçaklar için de titreşim azaltma çözülmesi gereken temel problemlerdendir. Önerilecek çözümün hassas bir biçimde sistemin ihtiyaçları göz önüne alınarak tasarlanması ve uygulanabilir olması gerekmektedir. Uçak iniş takımlarında titreşim azaltma problemi için aktif kontrol uygulamalarının oldukça etkili olduğu yapılan çalışmalarda ortaya konulmuştur. Fakat aktif titreşim kontrol uygulamalarında karşılaşılan temel problemlerden olan giriş gecikmesi uçak iniş takımı uygulamalarında da karşımıza çıkmaktadır. Giriş gecikmesinden dolayı kontrol kuvvetinin sisteme senkronize bir biçimde uygulanamaması kararlılık ve performans kaybına neden olur. Bunun yanında sistemin işletme şartlarına ya da modelleme hatalarına bağlı olarak ortaya çıkan parametre belirsizliği de uçak iniş takımları için önemli bir problemdir. Uçak iniş takımları için operasyonel şartlar oldukça değişken olduğundan parametre belirsizliği problemi kaçınılmaz olarak karşımıza çıkmaktadır. Rijitlik, sönüm ve kütle değerlerinin

operasyonel şartlara bağlı olarak değişkenlik gösterebileceği göz önünde bulundurularak parametrelerin belirsizlik içerecek şekilde sistem dinamiğine dahil edilmesi gerekmektedir.

Sistem üzerinde olumsuz etkiler yaratan bu iki problemin eş zamanlı olarak çözümü için çok amaçlı bir kontrolör yapısı geliştirilmelidir.

Bu yüksek lisans tezi ile giriş gecikmesi ve parametre belirsizliklerinin uçak iniş takımlarının aktif titreşim kontrolünde sistem dinamiği üzerine olan etkileri araştırılmıştır. Geliştirilen dayanıklı L_2 kazançlı kontrolör ile problemin çözümüne katkı sağlanmaya çalışılmıştır. Aktif kontrol sistemlerinin başlıca sorunlarından olan ve uygulamalarda sıklıkla karşılaşılan zaman gecikmesi ve parametre belirsizliği probleminin çözülmesi için bu dinamiklerin matematiksel olarak kontrol problemine dahil edilmesi gereklidir. Bu çalışmada daha az tutucu, dayanıklı, uygulanabilir ve uçak iniş takımlarının giriş gecikmesi ve parametre belirsizliği problemini eş zamanlı olarak çözebilecek bir kontrol algoritması geliştirilmiştir.

Tezin temel amacı önerilen giriş gecikmesine bağlı durum geri-beslemeli dayanıklı L_2 kazançlı kontrolör ile aşağıda belirtilen amaç ölçütlerini aynı anda yerine getirmektir.

a) Kapalı çevrim sistemi L_2 kararlı kılmak,

b) Kapalı çevrim sistemin dayanabileceği gecikme zamanının erişilebilir en üst zaman gecikmesi sınırını belirlemek,

c) Kapalı çevrim sistemin dayanabileceği erişilebilir en üst parametre belirsizliği sınırını hesaplamak,

d) Kapalı çevrim sistem için en düşük bozucu bastırma seviyesini belirlemek.

Özetle bu yüksek lisans tezinde uçak iniş takımlarının titreşim bastırma problemi için pratikte uygulanabilir, daha az tutucu, dayanıklı gecikmeye bağlı durum geri-beslemeli L_2 kazançlı kontrolör elde etmek amaçlanmıştır.

1.3 Hipotez

Bozucu etkiler altındaki mühendislik sistemlerin aktif kontrol probleminde karşılaşılan giriş gecikmesi, kontrol kuvvetinin senkronize olmayan biçimde sisteme uygulanmasına sebep olacağından performans ve kararlılık problemi ortaya çıkar. Giriş gecikmesinin başlıca sebepleri aşağıdaki gibi özetlenebilir.

a) Geri-besleme için yerleştirilen sensörlerden veri akışında geçen süre,

b) Sensörlerden gelen verilerin filtrelenmesi, işlenmesi ve kontrol kuvvetinin hesaplanması ve bu bilginin iletilmesinde geçen süre,

c) Gerekli kontrol kuvvetinin üretilmesi ve sisteme uygulanması için geçen süre.

Giriş gecikmesi problemini çözmek için öne sürülen yöntemlerden biri, gecikme yokmuş gibi kontrolör tasarımı yapılıp sonrasında geri-besleme kazancının gecikmeye göre ayarlanmasıdır. Fakat bu yöntem büyük zaman gecikmeleri için sistemin kararlılık ve perfomansını garanti edemez. Bunun için gecikmeye bağlı tasarımlar tercih edilmelidir.

Giriş gecikmesine benzer şekilde, parametre belirsizliği de sistem kararlılığı ve performansı üzerinde olumsuz etkiye sahiptir. Ele alınan sistemin modellenmesi sırasında mevcut olacak parametre belirsizliklerinin sistem dinamiğine katılması gereklidir.

Bu iki problemin birlikte ele alınıp, eş zamanlı olarak çözülebilmesi için çok amaçlı bir kontrolör yapısı geliştirilmelidir. Çok amaçlı kontrolör yapısında performans kriterleri arasında ödünleşmeler yaşanması kaçınılmazdır. Bu nedenle bu tezde önerilen kontrolör yapısının uygulanabilir olması, gecikme ve parametre belirsizliğinin kabul edilebilir sınırlarda elde edilmesine bağlıdır. Kabul edilebilir sınırlara erişebilmek için kontrolör yapısının daha az tutucu olması gerekmektedir.

DME tabanlı gecikmeye bağlı kontrolör tasarımında, tutuculuk ve doğrusal olmayan matris eşitsizliği problemi için tezde bazı yöntemler önerilmiştir. Kararlılık kısıstlarının belirlenmesinde kullanılan Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelinin tutuculuğunun azaltılması için serbest gevşetme matrisleri kullanılarak kararlılık koşullarındaki sıkılığın azaltılması amaçlanmıştır. Lyapunov-Krasovskii fonkiyonelinin zamana göre türevinde

negatif olmayan yararlı terimlerin yok edilmemesi için kullanılan tam kareye tamamlama metodu da tutuculuğun azaltılmasını sağlar.

Doğrusal olmayan matris eşitsizliği probleminin çözümü için ise konik tamamlayıcı doğrusallaştırma algoritması ile sağlanır. Tasarımda yer alan doğrusal olmayan matris eşitsizliği ifadeleri dışbükey optimizasyon teknikleri ile çözüm yapılmasına engel olur. Bu nedenle DME içeren konik tamamlayıcı problemi biçiminde doğrusal olmayan bir minimizasyon problemi önerilmiştir. Bu algoritma sayesinde gecikme zamanı ve parametre belirsizliği üst sınırı ile bozucu bastırma seviyesinin alt sınırı eş zamanlı olarak hesaplanabilir [47].

Yapılan tez çalışmasında, sistemdeki belirsizliklerin politopik olarak sistem dinamiğine dahil edildiği, giriş gecikmesine bağlı L_2 kazançlı kontrolör tasarımı yapılmıştır. Önerilen kontrolör yapısı ile gecikme zamanı ve parametre belirsizliği üst sınırı ile bozucu bastırma seviyesinin alt sınırı eş zamanlı olarak hesaplanıp, uçak iniş takımlarının titreşim bastırma probleminde uygulanmıştır.

BÖLÜM 2

GİRİŞ GECİKMELİ BELİRSİZLİK İÇEREN SİSTEMLER İÇİN GECİKMEYE BAĞLI DAYANIKLI L_2 KAZANÇLI KONTROLÖR TASARIMI

Bu bölümde, giriş gecikmeli, politopik parametre belirsizliği içeren sistemlerde enerjisi sınırlı bozucu etkilerini bastırmak için durum geri-beslemeli gecikmeye bağlı dayanıklı L_2 kazançlı kontrolör tasarımına yer verilmiştir.

Bir sistemde, sistemin durumlarındaki değişim oranı sistemin geçmiş durumlarına bağlıysa bu sisteme zaman gecikmeli sistem adı verilir. Zaman gecikmeli sistemler frekans alanı yöntemi veya zaman alanı yöntemi ile incelenebilirler. Frekans alanı yöntemi ile sistemin kararlılığı karakteristik denklemin kök dağılımı ya da kompleks Lyapunov fonksiyonunun çözümü ile belirlenir. Bu yöntem sabit zaman gecikmeli sistemler için uygun bir yaklaşım olsa da belirsizlik içeren sistemlerde ve zamanla değişen gecikmelerde çözüm oldukça zorlaşır. Zaman alanı yaklaşımında ise Lyapunov-Krasovskii ve Lyapunov-Razumikhin teoremleri başlıca yöntemlerdir. Bu yaklaşımda kararlılık kısıtlarının elde edilmesi uygun Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyoneli ya da Lyapunov-Razumikhin aday fonksiyoneli seçimi ile yapılır. Lyapunov-Krasovskii fonkisyoneli temelli analizler Lyapunov-Razumikhin temelli tasarımlara göre daha az tutucu sonuçlar verir.

Zaman gecikmeli sistemler gecikmeye bağlı ya da gecikmeden bağımsız yöntemlerle analiz edilebilir. Gecikmeden bağımsız yöntemlerde sıfır ile sonsuz arasında değişen zaman gecikmeleri için kararlılık garanti edilmeye çalışılırken, zaman gecikmesine bağlı yöntemlerde istenilen belirli bir aralıktaki zaman gecikmeleri üzerine çalışılır. Bu

nedenle zaman gecikmesinden bağımsız yöntemler daha tutucu sonuçlar verir. Bu tez çalışmasında zaman gecikmesine bağlı yöntemler kullanılmıştır.

Çalışmada zamanla değişen zaman gecikmesi için gecikmeye bağlı L_2 kazançlı durum geri-beslemeli kontrolör tasarımı yapılmıştır. Zamanla değişen zaman gecikmesi türevlenebilir olup, gecikme üst sınırı bu sayede bilinebilir durumdadır. Kontrolör yapısına eklenen serbest gevşetme matrisleri ile daha az tutucu sonuçlar elde edilmesi amaçlanmıştır [48], [49]. Serbest gevşetme matrislerinin eklenmesiyle erişilebilir en üst gecikme zamanı ve parametre belirsizliği sınırlarında da artış sağlanmaktadır. Lyapunov-Krasovskii ifadesinin zamana göre türevi alındığında negatif olmayan yararlı terimlerin ifadede kalması için tam kareye tamamlama metodu kullanılmıştır [14]. Durum geri-besleme kuralı ile tasarlanan dayanıklı kontrolörde sistemdeki parametre belirsizlikleri politopik yapıda sistem dinamiğine dahil edilmiştir. Politopik yapı sistemdeki belirsizlikler tanımlamak için kullanılan genel bir yöntemdir. Politopik gösterim aralıklı parametrik belirsizliğin yanı sıra elipsoid parametrik belirsizlikleri de ifade etmekte kullanılmaktadır. Çalışmada sistemdeki belirsizliklerin politopik yapıda tanımlanıp, sistem dinamiğine dahil edildiği giriş gecikmesine bağlı dayanıklı kazançlı kontrolör yapısı elde edilmiştir.

Önerilen kontrolör tasarımı için verilen teorem ve ispatlara geçmeden önce, bu teorem ve ispatları daha anlamaya yardımcı olacak bazı bilgilerin verilmesinde yarar vardır.

2.1 Dışbükey Optimizasyon

Optimizasyon, problemlerde ulaşacağımız çözüm kümelerinden veya ihtimallerden en iyisini seçmek olarak tanımlanabilir. En iyinin seçilmesi için, öncelikle hangi bakımdan iyinin arandığı ortaya konmalı, sonrasında adayların bu iyilik ölçütü bakımından birbiri ile karşılaştırılabilmesi gerekmektedir. Bilgisayar ve hesaplama teknolojisinin gelişmesi ile DME ile ilişkili kararlılık problemlerine dışbükey optimizasyon teknikleri ile çözüm aranmaya başlanmıştır. Horisberger ve Belanger [50] bir grup lineer sistemin kararlılığını eş zamanlı olarak belirleyen karesel Lyapunov foksiyonunun varlığının DME içeren bir dışbükey optimizasyon problemi olduğunu göstermişlerdir. Pyatnitskii ve

Skorodinskii [51] orijinal Lur'e problemini DME tabanlı dışbükey optimizasyon problemine indirgeyip, elipsoid tabanlı çözümünü önermişlerdir.

Tanım 2.1 (Dışbükey Küme) Bir kümedeki, o kümeye ait herhangi iki elemanı birleştiren doğru parçası kümenin içinde kalıyorsa küme dışbükeydir denir [7].

Tanım 2.2 (Dışbükey Kabuk) $F \subset R^n$ olmak üzere, R^n 'deki F içeren tüm dışbükey kümelerin arakesitine dışbükey kabuk denir ve conv(F) olarak gösterilir. Eğer F kümsinin kapsayan sonlu sayıda dışbükey küme varsa, bu kümelerin kesişim noktalarına conv(F) kümesinin köşe noktaları denir. Sonlu sayıda eleman içeren bir kümenin dışbükey kabuğu bir politoptur, önermenin tersi de geçerlidir [7].

Tanım 2.1 (H_∞ normu) Matris ve vektör gibi çok bileşenli ifadelerin ölçülendirilmesinde norm kavramı kullanılır. L_∞ Banach uzayının kapalı bir alt uzayı olan H_∞ vektör uzayında tanımlı norma H_∞ normu denir. Tek girişli tek çıkışlı bir sistem için H_∞ normu Bode genlik diyagramındaki maksimum nokta ya da Nyquist eğrisinin orjinden uzaklığı anlamına gelir [1]. Zaman alanında tanımı, doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem için $w(t)$ sistemin girişi, $z(t)$ sistemin çıkışı olmak üzere

$$\|w\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} w^T(t)w(t)dt$$

$$\|z\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} z^T(t)z(t)dt$$

olarak enerjileri tanımlanabilir. $G(s)$ sistemin transfer fonksiyonu olmak üzere, sistemin H_∞ normu

$$\|G\|_\infty = \sup_{w \neq 0} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \qquad (2.1)$$

şeklinde hesaplanır.

Doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri, Schur tümleyen ile DME formuna getirilebilir. Bunun için gerekli yardımcı teorem aşağıda verilmiştir.

Yardımcı Teorem 2.1 (Boyd vd. [8]) $S \in R^{n\times n}$ olmaz üzere $S = S^T$ matrisi aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Burada, $S_{11} \in R^{n\times n}$ karedir ve aşağıdaki önermeler birbirine eşdeğerdir.

$S < 0$;

$$S_{11} < 0,\ S_{22} - S_{12}{}^T S^{-1}{}_{11} S_{12} < 0 \tag{2.3}$$

$$S_{22} < 0,\ S_{11} - S_{12}{}^T S^{-1}{}_{22} S_{12} < 0 \tag{2.4}$$

2.2 Zamanla Değişen Giriş Gecikmesine Bağlı Dayanıklı L_2 Kazançlı Kontrolör Tasarımı

Çalışmanın bu bölümünde, ele alınan sistemde zamanla değişen giriş gecikmesi olduğu kabul edilerek gecikmeye-bağlı L_2 kazançlı kontrolör tasarımına yer verilmiştir. Belirsizlik kümesi, belirsizliği karakterize eder ve dayanıklı kararlılık analizi için gerekli temel bilgileri taşır. Tasarımda ilk adım olarak, politopik parametre belirsizliği içeren giriş gecikmeli sistemin küresel asimptotik kararlılığını garanti edecek kararlılık koşulları elde edilmiştir. Kararlılık koşulları, uygun Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyonelleri seçilip, Sınırlı Gerçek Yardımcı Teoremi (SGYT) ile DME biçiminde ortaya konmuştur. SGYT genişletilerek, gecikmeye bağlı kararlılık koşulları L_2 kazançlı sentezi kararlı kılmak için matris eşitsizliği biçiminde ifade edilmiştir. Tasarımda ortaya çıkan DOME problemi konik tamamlayıcı algortima kullanılarak çözülmüştür.

Tasarımda kontrol kazancını elde ettiğimiz optimizasyon probleminin çözümü doğrusal matris eşitsizliklerinden yararlanılarak elde edilmiştir. DME ile elde ettiğimiz çözüm kümesindeki en iyi, gerçek en iyi değerine göre daha geniş bir dışbükey yapıdır. Bu gerçek en iyi ile hesaplanan en iyi arasındaki boşluk tutuculuk olarak ifade edilir [52]. Yapılan çalışmada tutuculuğu azaltmak amacıyla kontrolör tasarımına serbest gevşetme matrisleri eklenmiştir [53],[54]. Lyapunov-Krasovskii fonksiyonelinin zamana

göre türevinde negatif olmayan yararlı terimlerin ifadede tutulması için, tam kareye tamamlama metodundan yararlanılmıştır.

Önerilen kontrol metodu ile, gecikme zamanı ve parametre belirsizliği alt sınırı ile en düşük bozucu bastırma seviyesinin eş zamanlı olarak hesaplanması hedeflenmiştir.

2.2.1 Politopik Belirsizlik

Belirsizlik kümesinin tutuculuğu azaltmak için mümkün olduğunca küçük, uygulanabilirlik açısından da yeteri kadar basit olması beklenir. Belirsizlikler sisteme politopik, normu sınırlı ya da blok diyagonal belirsizlik olarak dahil edilebilirler. Bu çalışmada politopik tip belirsizlik ele alınmıştır.

(Gu vd. [14]) (2.5)'te verilen sistem için politopik belirsizlik için belirsizlik kümesi Ω n_v elemanlı olsun,

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t - r) \tag{2.5}$$

$$\omega^{(k)} = (A_0^{(k)},\ A_1^{(k)}),\ k = 1,2,...n_v \tag{2.6}$$

(2.6) köşe noktalar olarak ifade edilir. Buna bağlı olarak Ω bir dışbükey kabuk olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\Omega = co\left\{\omega^{(k)} | k = 1,2,...n_v \right\} \tag{2.7}$$

Başka bir ifadeyle, belirsizlik kümesi Ω, köşe noktaların lineer kombinasyonundan meydana gelmektedir.

$$\Omega = \left\{ \sum_{k=1}^{n_v} \alpha_k \omega^{(k)} | \alpha_k \geq 0,\ k=1,2,..n_v;\ \sum_{k=1}^{n_v} \alpha_k = 1 \right\} \tag{2.8}$$

Ele alınan sistemlerdeki parametre belirsizlikleri alt ve üst sınırlar arasında değişir ve bu belirsizlikler çoğunlukla sistem matrislerinde lineer olarak bulunurlar. Bu durumda belirsizlik sınırı içindeki tüm olası sistem matrisleri bir politopik küme oluşturur. Bu kümenin köşe noktaları alt ve üst sınırlara göre hesaplanır. n_p parametre belirsizliği olan durumlarda, 2^{n_p} adet köşe noktası vardır denir.

Örneğin iki belirsiz parametre olduğu durumu ele alırsak, α, β alt ve üst sınırlar arasında değişen parametre belirsizlikleri

$$\alpha_{min} \le \alpha \le \alpha_{max}, \quad \beta_{min} \le \beta \le \beta_{max}$$

olsun. Sistem matrisleri

$$\begin{aligned} A_0 &= A_{0n} + \alpha A_{0\alpha} + \beta A_{0\beta} \\ A_1 &= A_{1n} + \alpha A_{1\alpha} + \beta A_{1\beta} \end{aligned} \tag{2.9}$$

şeklinde yazılır. Her bir köşe noktası için matrisler tekrar yazılırsa

$$\begin{aligned} A^{(1)}_0 &= A_{0n} + \alpha_{min} A_{0\alpha} + \beta_{min} A_{0\beta} \\ A^{(2)}_0 &= A_{0n} + \alpha_{min} A_{0\alpha} + \beta_{max} A_{0\beta} \\ A^{(3)}_0 &= A_{0n} + \alpha_{max} A_{0\alpha} + \beta_{min} A_{0\beta} \\ A^{(4)}_0 &= A_{0n} + \alpha_{max} A_{0\alpha} + \beta_{max} A_{0\beta} \end{aligned} \tag{2.10}$$

elde edilir.

2.2.2 Zamanla Değişen Giriş Gecikmesine Bağlı Dayanıklı L_2 Kazançlı Kontrol Tasarımı için Problem Tanımı

Çalışmada, ele alınan problemin matematiksel olarak tanımlanması aşağıdaki gibidir. Zamanla değişen giriş gecikmeli politopik parametre belirsizliği içeren bir sistem

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\theta)x(t) + B_u(\theta)u(t - h(t)) + B_w(\theta)w(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{2.11}$$

şeklinde ele alınsın.

Burada, $x(t) \in \Re^n$ sistemin durum vektörünü $u(t) \in \Re^{m_u}$ sistemin kontrol girişini, $w(t) \in \Re^{m_w}$ sistem üzerideki bozucu girişi ve $z(t) \in \Re^p$ kontrol edilmek istenen çıkışları göstermektedir. $A(\theta)$, $B_u(\theta)$, $B_w(\theta)$ matrisleri sistemin politopik parametre belirsizliğine bağlı, uygun boyutlu bilinen sabit durum-uzay matrisleridir. C, D matrisleri sistemin uygun boyutlu bilinen sabit durum-uzay matrisleridir Bunu yanında kontrol girişindeki zaman gecikmesi $h(t)$,

$$0 \le h(t) \prec \bar{h}, \ \left|\dot{h}(t)\right| \prec \mu, \ \forall t \ge 0. \tag{2.12}$$

eşitsizliğini sağlayan sürekli, zamanla değişen bir fonksiyondur. Kontrol giriş sinyalinde meydana gelen gecikme, tez boyunca giriş gecikmesi olarak adlandırılmıştır. $\bar{h}$, μ gecikme zamanı ve gecikme zamanının türevinin üst sınırları olan bilinenen pozitif sabitlerdir. Çalışmada sistem üzerinde etkili olan bozucu sinyalin sınırlı enerjiye sahip olduğu kabul edilmiştir.

Burada amaç, kapalı çevrim sistemin küresel asimptotik kararlılığını sağlayacak ve bozuculardan sistemin çıkışına L_2 kazancını veren, $u(t)=Kx(t)$ şeklinde durum geri-beslemeli kontrol kuralını bulmaktır. Kontrol kuralının sisteme uygulanması ile kapalı çevrim sistem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(\theta)x(t) + B_c(\theta)x(t-h(t)) + B_w(\theta)w(t)\\ z(t) &= C_c x(t)\end{aligned} \qquad (2.13)$$

2.2.3 Zamanla Değişen Giriş Gecikmeli Sistem için Temel Sonuçlar

Parametrik belirsizlik içeren zamanla değişen giriş gecikmeli sistemin L_2 kararlılığının araştırılması için, sistemdeki parametre belirsizliği politopik olarak modellenip ele alınmıştır. Politopik yapıda parametre belirsizliği içeren zamanla değişen giriş gecikmeli kapalı çevrim sistem (2.13)'de verilmiştir. (2.13) sistemi için kararlılık koşulları aşağıda verilen SGYT ile ele edilir.

Yardımcı Teorem 2.2 $\bar{h}$, μ *ve* γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı X, $\bar{Q}$, $\bar{W}$, $\bar{Z}$ matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{N}_1$, $\bar{N}_2$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$ matrisleri varsa, politopik yapıda yapıda parametre belirsizliği içeren zamanla değişen giriş gecikmeli kapalı çevrim sistemi, (2.12)'yı sağlayan herhangi bir *h(t)* zaman gecikmesi değeri için, parametre belirsizliğinin belirlenen alt ve üst sınırları ve γ bozucu bastırma seviyesi ile küresel asimptotik kararlıdır.

$$\Sigma := \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & -S_1 & PB_w(\theta) & \bar{h}A^T(\theta)Z & \bar{h}N_1 & \bar{h}S_1 & C_c^T \\ * & \Sigma_{22} & -S_2 & 0 & \bar{h}B_c^T(\theta)Z & \bar{h}N_2 & \bar{h}S_2 & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{h}B_w^T(\theta)Z & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}Z & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Z & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -Z & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \qquad (2.14)$$

Burada,

$$\Sigma_{11} := PA(\theta) + A^T(\theta)P + N_1 + N_1^T + Q + W,$$
$$\Sigma_{12} := PB_c(\theta) - N_1 + N_2^T + S_1,$$
$$\Sigma_{22} := -(1-\mu)Q + S_2 + S_2^T - N_2 - N_2^T$$

şeklindedir.

İspat: Seçilen Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyoneli aşağıda verilmiştir.

$$V_1(x(t),\ t) = x^T(t)Px(t),\ V_2(x(t),\ t) = \int_{-\bar{h}}^{0}\int_{t+\theta}^{t} \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds d\theta,$$
$$V_3(x(t),\ t) = \int_{t-h(t)}^{t} x^T(s)Qx(s)ds,\ V_4(x(t),\ t) = \int_{t-\bar{h}}^{t} x^T(s)Wx(s)ds \qquad (2.15)$$

$$V(x(t),\ t) = V_1(x(t),\ t) + V_2(x(t),\ t) + V_3(x(t),\ t) + V_4(x(t),\ t)$$

$V(x(t),t)$'nın (2.13) sisteminin durum yörüngeleri boyunca t'ye göre türevi (2.12)'daki şartlara bağlı olarak

$$\dot{V}(x(t),\ t) = \sum_{i=1}^{4} \dot{V}_i(t)$$

olarak ifade edilebilir. Genişletilmiş durum vektörü $\hat{\chi}^T := [x^T(t)\ \ x^T(t\text{-}h(t))\ \ x^T(t\text{-}\bar{h})\ \ w^T(t)]$ olmak üzere

$$\Gamma_1 \triangleq \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

olarak tanımlanırsa $x(t) = \Gamma_1\hat{\chi}$ şeklinde ifade edilir. Benzer şekilde

$\Gamma_2 \triangleq \left[A(\theta) \quad B_c(\theta) \quad 0 \quad B_w(\theta) \right]$

olarak belirlendiğinde $\dot{x}(t) = \Gamma_2 \hat{\chi}$ elde edilir. Buradan

$$\dot{V}_1(t) = 2x^T(t)Px(t) = \chi^T \Omega_1 \chi \tag{2.16}$$

elde edilir. $\Omega_1 = \Gamma_1^T P \Gamma_2 + \Gamma_2^T P \Gamma_1$'dir. Ayrıca

$$\dot{V}_2(t) = \bar{h}(A(\theta)x(t) + B_c(\theta)x(t-h(t)) + B_w(\theta)w(t))^T Z(A(\theta)x(t) + B_c(\theta)x(t-h(t)) + B_w(\theta)w(t)) - \int_{t-\bar{h}}^{t} \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds \tag{2.17}$$

şeklinde yazılabilir. Bunun yanında

$$-\int_{t-\bar{h}}^{t} \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds = -\int_{t-h(t)}^{t} \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds - \int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds \tag{2.18}$$

ve N_1, N_2, S_1, S_2 uygun boyutlu matrisleri için Newton-Leibniz bağıntısı ile

$$\begin{aligned} &2(x^T(t)N_1 + x^T(t-h(t))N_2) \times (x(t) - x(t-h(t)) - \int_{t-h(t)}^{t} \dot{x}(s)ds) = 0 \\ &2(x^T(t)S_1 + x^T(t-h(t))S_2) \times (x(t-h(t)) - x(t-\bar{h}) - \int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} \dot{x}(s)ds) = 0 \end{aligned} \tag{2.19}$$

sıfır eşitliklerini yazabiliriz. (2.19) eşitlikleri ve (2.18)'dan yararlanılarak (2.17) ifadesi düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \le\ & \bar{h}x^T(t)A^T(\theta)ZA(\theta)x(t) + \bar{h}x^T(t)A^T(\theta)ZB_c(\theta)x(t-h(t)) \\ & + \bar{h}x^T(t)A^T(\theta)ZB_w(\theta)w(t) + \bar{h}x^T(t-h(t))B_c^T(\theta)ZA(\theta)x(t) \\ & + \bar{h}x^T(t-h(t))B_c^T(\theta)ZB_c(\theta)x(t-h(t)) + \bar{h}x^T(t-h(t))B_c^T(\theta)ZB_w(\theta)w(t) \\ & + \bar{h}w^T(t)B_w^T(\theta)ZA(\theta)x(t) + \bar{h}w^T(t)B_w^T(\theta)ZB_c(\theta)x(t-h(t)) \\ & + \bar{h}w^T(t)B_w^T(\theta)ZB_w(\theta)w(t) - \int_{t-h(t)}^{t} \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds - \int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds \\ & + 2(x^T(t)N_1 + x^T(t-h(t))N_2) \times (x(t) - x(t-h(t)) - \int_{t-h(t)}^{t} \dot{x}(s)ds) \\ & + 2(x^T(t)S_1 + x^T(t-h(t))S_2) \times (x(t-h(t)) - x(t-\bar{h}) \end{aligned} \tag{2.20}$$

elde edilir. İfadede negatif olmayan terimlerin oluşturulması için aşağıda verilen tam kareye tamamlama yöntemi kullanılır.

$$\begin{aligned}0 \le & -\int_{t-h(t)}^{t} (x^{T}(s)N_1 + x^{T}(s-h(s))N_2 + \dot{x}^{T}(s)Z^{-1}(N_1^{T}x(s) \\ & + N_2^{T}x(s) + N_2^{T}x(s-h(s)) + Z\dot{x}(s))ds \\ & + \bar{h}x^{T}(t)N_1Z^{-1}N_1^{T}x(t) + 2\bar{h}x^{T}(t)N_1Z^{-1}N_2^{T}x(t-h(t)) \\ & + \bar{h}x^{T}(t-h(t))N_2Z^{-1}N_2^{T}x(t-h(t))\end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\begin{aligned}0 \le & -\int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} (x^{T}(s)S_1 + x^{T}(s-h(s))S_2 + \dot{x}^{T}(s)Z^{-1}(S_1^{T}x(s) \\ & + S_2^{T}x(s) + S_2^{T}x(s-h(s)) + Z\dot{x}(s))ds \\ & + \bar{h}x^{T}(t)S_1Z^{-1}S_1^{T}x(t) + 2\bar{h}x^{T}(t)S_1Z^{-1}S_2^{T}x(t-h(t)) \\ & + \bar{h}x^{T}(t-h(t))S_2Z^{-1}S_2^{T}x(t-h(t))\end{aligned} \tag{2.22}$$

Buradan (2.20) eşitsizliğinin (2.21) ve (2.22) ile düzenlenmesiyle

$$\begin{aligned}\dot{V}_2(t) \le & \bar{h}x^{T}(t)A(\theta)^{T}ZA(\theta)x(t) + \bar{h}x^{T}(t)A(\theta)^{T}ZB_c(\theta)x(t-h(t)) \\ & + \bar{h}x^{T}(t)A(\theta)^{T}ZB_w(\theta)w(t) + \bar{h}x^{T}(t-h(t))B_c^{T}(\theta)ZA(\theta)x(t) \\ & + \bar{h}x^{T}(t-h(t))B_c^{T}(\theta)ZB_c(\theta)x(t-h(t)) + \bar{h}x^{T}(t-h(t))B_c^{T}(\theta)ZB_w(\theta)w(t) \\ & + \bar{h}w^{T}(t)B_w^{T}(\theta)ZA(\theta)x(t) + \bar{h}w^{T}(t)B_w^{T}(\theta)ZB_c(\theta)x(t-h(t)) \\ & + \bar{h}w^{T}(t)B_w^{T}(\theta)ZB_w(\theta)w(t) + 2x^{T}(t)N_1x(t) - 2x^{T}(t)N_1x(t-h(t)) \\ & + 2x^{T}(t-h(t))N_2x(t) - 2x^{T}(t-h(t))N_2x(t-h(t)) \\ & + \bar{h}x^{T}(t)N_1Z^{-1}N_1^{T}x(t) + 2\bar{h}x^{T}(t)N_1Z^{-1}N_2^{T}x(t-h(t)) \\ & + \bar{h}x^{T}(t-h(t))N_2Z^{-1}N_2x(t-h(t)) + \bar{h}x^{T}(t)S_1Z^{-1}S_1^{T}x(t) \\ & + 2\bar{h}x^{T}(t)S_1Z^{-1}S_2^{T}x(t-h(t)) + \bar{h}x^{T}(t-h(t))S_2Z^{-1}S_2^{T}x(t-h(t)) \\ & + 2x^{T}(t)S_1x(t-h(t)) - 2x^{T}(t)S_1x(t-\bar{h}) + 2x^{T}(t-h(t))S_2x(t-h(t)) \\ & - 2x^{T}(t-h(t))S_2x(t-\bar{h})\end{aligned} \tag{2.23}$$

elde edilir ve

$$\dot{V}_2(t) \le \chi^{T}\Omega_2\chi \tag{2.24}$$

yazılabilir. $\dot{V}_3(t)$ ifadesi aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}\dot{V}_3(t) &= x^{T}(t)Qx(t) - (1-\dot{h}(t))x^{T}(t-h(t))Qx(t-h(t)) \\ &\le x^{T}(t)Qx(t) - (1-\mu)x^{T}(t-h(t))Qx(t-h(t))\end{aligned} \tag{2.25}$$

Daha sonra $\Gamma_3 \triangleq \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ve $\Omega_3 = \Gamma_1^T Q\, \Gamma_1 + (1-\mu)\, \Gamma_3^T Q\, \Gamma_3$ tanımlamasıyla

$$\dot{V}_3(t) \le \chi^T \Omega_3 \chi \tag{2.26}$$

ifade edilebilir. Benzer şekilde $\dot{V}_4(t)$ ifadesi de

$$\dot{V}_4(t) = x^T(t) W x(t) - x^T(t-\bar{h}) W x(t-\bar{h}) \tag{2.27}$$

olarak elde edilir. $\Gamma_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}$ ve $\Omega_4 = \Gamma_1^T W \Gamma_1 - \Gamma_4^T W \Gamma_4$ şeklinde tanımlanarak

$$\dot{V}_4(t) \le \chi\ \Omega_4\ \chi \tag{2.28}$$

tanımlanır.

Bu tanımlamalar yardımıyla $\dot{V}(x(t), t)$ türevi elde edilmiş olur. Eğer $\hat{\Omega} < 0$ sağlanırsa $\dot{V}(x(t),t) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) \le \hat{\chi}^T(t)\hat{\Omega}\hat{\chi}(t)$ olur.

Burada $\Gamma_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$ olmak üzere

$$\hat{\Omega} \triangleq \sum_{i=1}^{4} \Omega_i + \Gamma_1^T\, \bar{C}^T\, \bar{C}\, \Gamma_1 - \gamma^2\, \Gamma_5^T\, \Gamma_5 \tag{2.29}$$

şeklindedir.

$\forall t \ge 0$ için $w(t) \equiv 0$ olduğunda, $\dot{V}(x(t),t) < 0$, (2.13) sisteminin küresel asimptotik olarak kararlı olduğunu garanti eder. Ayrıca, $\dot{V}(x(t),t) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) \le 0$ her iki taraftan 0'dan sonsuza kadar entegre edilirse; $\lim_{t\to\infty} V(x(t),t) - V(x(0),0) + \int_0^\infty z^T(t)z(t)dt - \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt < 0$ elde edilir.

Burada, $V(x(0),0) = 0$ ve $\lim_{t\to\infty} V(x(t),t) > 0$ olduğu için $\int_0^\infty z^T(t)z(t)dt - \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt < 0$

ifadesi geçerlidir ve bu $\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2 \quad \forall w(t) \in L_2[0,\infty)$ anlamına gelir. Sonuç olarak, Schur tümleyeninin (2.29)'a uygulanmasıyla, (2.14)'te verilen DME elde edilip ispat sonlandırılmış olur. □

(2.13) sisteminde $B_c(\theta)$'nin, $B_u(\theta)K$ ile, $\bar{C}$ 'ın $C + DK$ ile yerdeğiştirilmesi ile kapalı çevrim sistem yeniden tanımlanır. $L = KX$ olarak tanımlanması ve Yardımcı Teorem

2.2'nin bu değişikliklere göre genişletilmesiyle L_2 kazancını veren, $u(t)=Kx(t)$ şeklinde durum geri-beslemeli kontrol kuralını veren Teorem 2.1 aşağıdaki gibi elde edilir.

Teorem 2.1 *$\bar{h}$, μ ve γ* gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı X, $\bar{Q}$, $\bar{W}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{N}_1$, $\bar{N}_2$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$, L matrisleri varsa, nominal zamanla değişen giriş gecikmeli kapalı çevrim sistemi, (2.12)'yı sağlayan herhangi bir *h(t)* zaman gecikmesi değeri için, γ bozucu bastırma seviyesi ile küresel asimptotik kararlıdır.

$$\Xi:=\begin{bmatrix}
\Xi_{11} & \Xi_{12} & -\bar{S}_1 & B_w(\theta) & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & \Xi_{18} & 0 & XC^T+\bar{L}^TD^T \\
* & \Xi_{22} & -\bar{S}_2 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & \Xi_{28} & 0 & 0 \\
* & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T(\theta) & 0 & 0 \\
* & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & \bar{Z} & 0 \\
* & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & * & * & * & * & -T & 0 & 0 \\
* & * & * & * & * & * & * & * & -XT^{-1}X & 0 \\
* & * & * & * & * & * & * & * & * & -I
\end{bmatrix}<0 \qquad (2.30)$$

Burada,

$$\Xi_{11}=A(\theta)X+XA^T(\theta)+\bar{N}_1+\bar{N}_1^T+\bar{Q}+\bar{W}$$
$$\Xi_{12}=B_u(\theta)\bar{L}-\bar{N}_1+\bar{N}_2^T+\bar{S}_1$$
$$\Xi_{18}=\bar{h}XA^T(\theta)$$
$$\Xi_{22}=-(1-\mu)\bar{Q}+\bar{S}_2+\bar{S}_2^T-\bar{N}_2-\bar{N}_2^T$$
$$\Xi_{28}=\bar{h}L^TB_u^T(\theta)$$

olmak üzere üzere γ, $\forall t\geq 0$ için $w(t)$'den $z(t)$'ye kapalı-çevrim sistemin L_2 normunun üst sınırıdır ve $u(t)=LX^{-1}x(t)$, L_2 kazançlı eniyi kontrolörün γ ile ilişkili kontrol kuralıdır.

İspat: Schur tümleyenin (Boyd vd. [8]), (2.29) matris eşitsizliğine uygulanması ile $\hat{\Omega}<0$ ifadesine eşdeğer olacak şekilde

$$\tilde{\Omega}:=\begin{bmatrix} \tilde{\Omega}_{11} & \tilde{\Omega}_{12} & -S_1 & PB_w(\theta) & \bar{h}A^T(\theta)Z & \bar{h}N_1 & \bar{h}S_1 & C^T+K^TD^T \\ * & \tilde{\Omega}_{22} & -S_2 & 0 & \bar{h}K^TB_u^T(\theta)Z & \bar{h}N_2 & \bar{h}S_2 & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{h}B_w^T(\theta)Z & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}Z & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Z & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -Z & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}<0 \qquad (2.31)$$

yazılabilir. Burada,

$$\hat{\Omega}_{11}:=PA(\theta)+A^T(\theta)P+N_1+N_1^T+Q+W$$
$$\hat{\Omega}_{12}:=PB_u(\theta)K-N_1+N_2^T+S_1$$
$$\hat{\Omega}_{22}:=-(1-\mu)Q+S_2+S_2^T-N_2-N_2^T$$

şeklindedir. (2.31) eşitsizliği $X:=P^{-1}$ olmak üzere sağından ve solundan $\mathrm{diag}\{X,X,X,I,X,X,X,I\}$ ile çarpılması durumunda ve $\bar{N}_1:=XN_1X$, $\bar{N}_2:=XN_2X$, $\bar{S}_1:=XS_1X$, $\bar{S}_2:=XS_2X$, $\bar{W}:=XWX$, $\bar{Z}:=XZX$, $\bar{Q}:=XQX$ benzerlik dönüşümlerinin yapılmasıyla,

$$\hat{\Phi}:=\begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11} & \hat{\Phi}_{12} & -\bar{S}_1 & B_w(\theta) & \bar{h}XA^T(\theta)X^{-1}\bar{Z} & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & XC^T+XK^TD^T \\ * & \hat{\Phi}_{22} & -\bar{S}_2 & 0 & \bar{h}XK^TB_u^T(\theta)X^{-1}\bar{Z} & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \bar{h}B_w^T(\theta)X^{-1}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix}<0$$

(2.32)

eşitsizliği elde edilir.

$$\hat{\Phi}_{11}:=A(\theta)X+XA(\theta)^T+\bar{N}_1+\bar{N}_1^T+\bar{Q}+\bar{W}$$
$$\hat{\Phi}_{12}:=B_u(\theta)KX-\bar{N}_1+\bar{N}_2^T+\bar{S}_1$$
$$\hat{\Phi}_{22}:=-(1-\mu)\bar{Q}+\bar{S}_2+\bar{S}_2^T-\bar{N}_2-\bar{N}_2^T$$

$\hat{\Phi}$, bileşenlerine ayrıştırılarak $\hat{\Phi}=\hat{\Phi}_0+\hat{\Phi}_1+\hat{\Phi}_1^T$ ifadesi elde edilir. Burada

$$\hat{\Phi}_0 := \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11} & \hat{\Phi}_{12} & -\bar{S}_1 & B_w(\theta) & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & XC^T + XK^TD^T \\ * & \hat{\Phi}_{22} & -\bar{S}_2 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$\hat{\Phi}_1 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{h}XA^T(\theta)X^{-1}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{h}XK^TB_u^T(\theta)X^{-1}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T(\theta)X^{-1}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Açıktır ki, $\hat{\Phi}$, $\hat{\Phi}_1 = \Pi_1^T X^{-1} \Pi_2$ olarak yazılabilir. Burada

$\Pi_1 = [\bar{h}A(\theta)X \;\; \bar{h}B_u(\theta)KX \;\; 0 \;\; \bar{h}B_w(\theta) \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]$

$\Pi_2 = [0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; \bar{Z} \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]$'dır. Bunun yanında T gibi herhangi bir pozitif tanımlı simetrik matris için, $\Pi_1^T X^{-1}\Pi_2 + (\Pi_1^T X^{-1}\Pi_2)^T \le \Pi_1^T T^{-1}\Pi_1 + \Pi_2^T (XT^{-1}X)^{-1}\Pi_2$ eşitsizliği gerçerlidir. Bundan dolayı, $\hat{\Phi}_0 + \Pi_1^T T^{-1}\Pi_1 + \Pi_2^T (XT^{-1}X)^{-1}\Pi_2 < 0$ ifadesi $\hat{\Phi} < 0$ şeklinde belirtilir. Daha sonra Schur tümleyeni ile $\hat{\Phi}_0 + \Pi_1^T T^{-1}\Pi_1 + \Pi_2^T (XT^{-1}X)^{-1}\Pi_2 < 0$ ifadesinden ve $L = KX$ olarak tanımlanmasından (2.30) matris eşitsizliği şartları elde edilir. Teorem 2.1'in yardımıyla, tüm $t \ge 0$ için, $w(t)$'den $z(t)$'ye en küçük L_2 normunu elde etmek amacıyla sağlayan, simetrik pozitif tanımlı X, $\bar{Q}$, $\bar{W}$, $\bar{Z}$, T matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{N}_1$, $\bar{N}_2$, $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$, L matrisleri ve pozitif skaler γ için aşağıdaki doğrusal olmayan optimizasyon problemi çözülebilir.

min γ

kosul: (2.30)

Eğer yukarıda verilen optimizasyon probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi kontrolör $u(t) = LX^{-1}x(t)$ kontrol yasası tarafından oluşturulabilir. (2.30)'daki matris eşitsizliği, lineer olmayan $-XT^{-1}X$ teriminden dolayı doğrusal matris eşitsizliği formunda değildir. Bu nedenle, yukarıdaki optimizayon problemi için bir küresel en küçük değerini dışbükey optimizasyon çözümünde kullanılan tekniklerle hesaplayamayız. Buna karşın konik tamamlayıcı yöntem ile alt en iyi kontrolör elde edilir. İlk olarak $R = R^T > 0$ gibi yeni bir değişken $R \le XT^{-1}X$ şartıyla tanımlanır ve (2.30)'daki kısıtlar eşitsizliklerle yer değiştirir.

$$\bar{\Xi} := \begin{bmatrix} \bar{\Xi}_{11} & \bar{\Xi}_{12} & -\bar{S}_1 & B_w(\theta) & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & \Xi_{18} & 0 & XC^T + \bar{L}^T D^T \\ * & \bar{\Xi}_{22} & -\bar{S}_1 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & \Xi_{28} & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T(\theta) & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & \bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -R & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{2.35}$$

$$\bar{\Xi}_{11} = A(\theta)X + XA^T(\theta) + \bar{N}_1 + \bar{N}_1^T + \bar{Q} + \bar{W}$$
$$\bar{\Xi}_{12} = B_u(\theta)L - \bar{N}_1 + \bar{N}_2^T + \bar{S}_1$$
$$\bar{\Xi}_{18} = \bar{h}XA^T(\theta)$$
$$\bar{\Xi}_{22} = -(1-\mu)\bar{Q} + \bar{S}_2 + \bar{S}_2^T - \bar{N}_2 - \bar{N}_2^T$$
$$\bar{\Xi}_{28} = \bar{h}L^T B_u^T(\theta)$$

ve

$$\begin{bmatrix} \bar{R} & \bar{X} \\ \bar{X} & \bar{T} \end{bmatrix} \ge 0, \begin{bmatrix} \bar{R} & I \\ I & R \end{bmatrix} \ge 0, \begin{bmatrix} \bar{X} & I \\ I & X \end{bmatrix} \ge 0, \begin{bmatrix} \bar{T} & I \\ I & T \end{bmatrix} \ge 0 \tag{2.36}$$

Buradan $R^{-1} - X^{-1}\,T\,X^{-1} \ge 0$ eşitsizliği elde edilebilir ve Schur tümleyeni sayesinde

$\bar{R} := \bar{R}^{-1}$, $\bar{X} := X^{-1}$, $\bar{T} := T^{-1}$ tanımlamaları ile (2.36) eşitsizlikleri elde edilir. . Bu eşitsizlikler

kullanılarak (2.13) sisteminin en küçük L_2 kazancını bulmak için konik tamamlayıcı algoritma ile

$$\min \text{iz}(\bar{R}R+\bar{X}X+\bar{T}T)$$
$$\text{kosul: (2.35),(2.36)}$$

doğrusallaştırılmış optimizasyon problemi çözülür. Bu sayede, γ_0 gibi en küçük L_2 kazancına ve $\bar{h}_0$ gibi en büyük kabul edilebilir gecikme zamanı sınırını sağlayan alt optimal kontrolör aşağıda verilen konik tamamlayıcı algoritma ile çözülerek eş zamanlı olarak hesağlanabilir.

Algoritma 2.1 (Yazıcı [47])

1. $k=0$ yap (2.35), (2.36)'daki DME kısıtlarını sağlayan $\{\bar{X}_0, X_0, \bar{R}_0, R_0, \bar{T}_0, T_0\}$ gibi uygun bir çözüm kümesini; yeterince küçük $\bar{h}$ ve büyük bir γ başlangıç değeri için tara

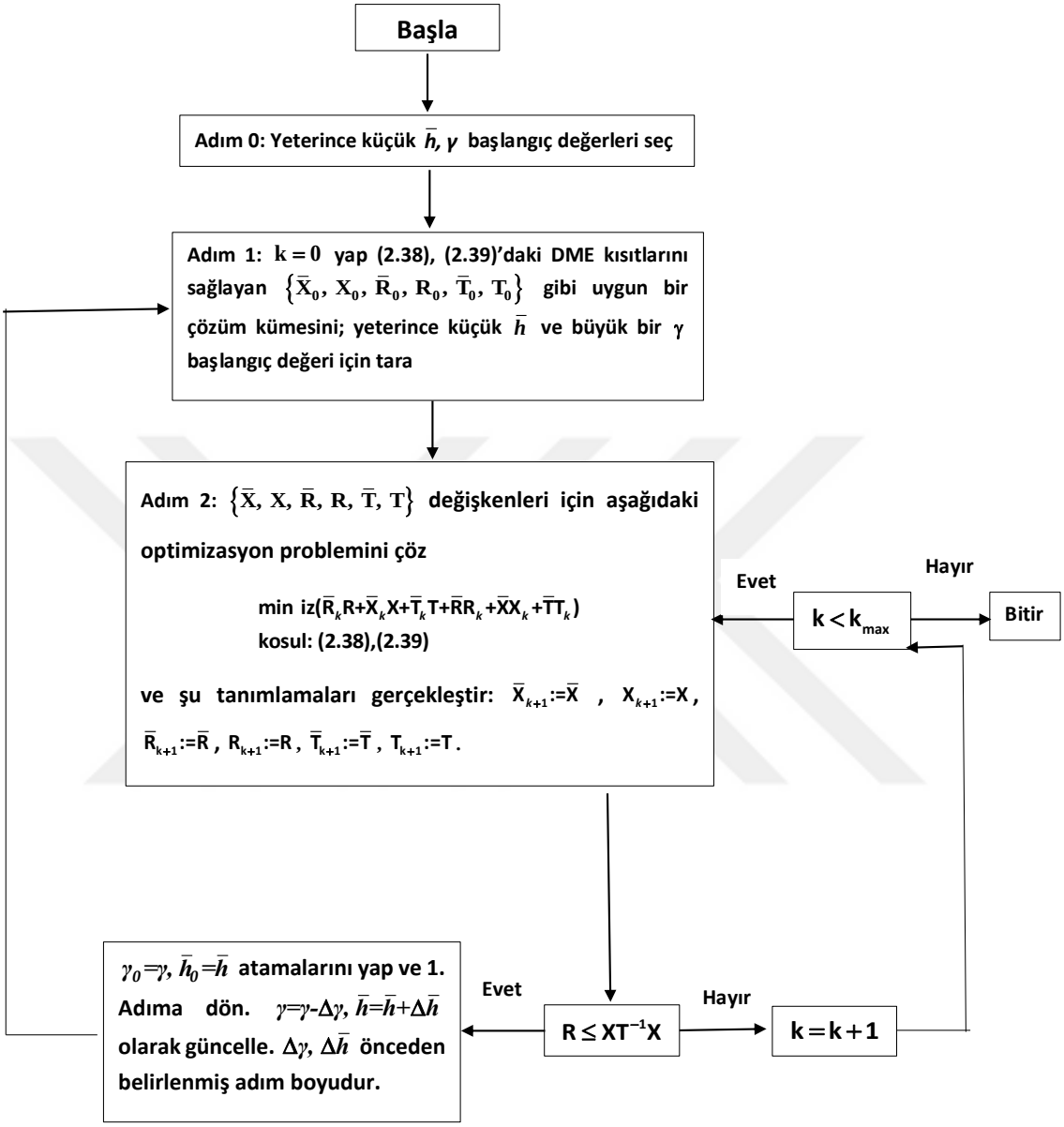
2. $\{\bar{X}, X, \bar{R}, R, \bar{T}, T\}$ değişkenleri için aşağıdaki optimizasyon problemini çöz

$$\min \text{iz}(\bar{R}_k R+\bar{X}_k X+\bar{T}_k T+\bar{R}R_k+\bar{X}X_k+\bar{T}T_k)$$
$$\text{kosul: (2.35),(2.36)}$$

ve şu tanımlamaları gerçekleştir: $\bar{X}_{k+1}:=\bar{X}$, $X_{k+1}:=X$, $\bar{R}_{k+1}:=\bar{R}$, $R_{k+1}:=R$, $\bar{T}_{k+1}:=\bar{T}$, $T_{k+1}:=T$.

3. Eğer $R \le XT^{-1}X$ kısıtı yukarıdaki çözüm kümesi için uygunsa, $\gamma_0=\gamma$, $\bar{h}_0=\bar{h}$ için $\bar{h}$ bir miktar arttırıldıktan, γ bir miktar azaltıldıktan sonra birinci adıma dön. Aksi halde $k=k+1$ olarak alıp ikinci adıma dön ve optimizasyon işlemine gerekli iterasyon sayısına kadar devam veya $R \le XT^{-1}X$ kısıtını sağlayıncaya kadar devam et. Eğer çözüm yoksa algoritmadan çık.

Verilen konik tamamlayıcı algoritmanın akış diyagramı Şekil 2.1 ile gösterlmiştir.



Şekil 2. 1 Konik tamamlayıcı algoritmasının akış diyagramı

2.2.4 Zamanla Değişen Giriş Gecikmesine Bağlı L_2 Kazançlı Kontrol Tasarımı

Nominal zamanla değişen giriş gecikmeli sistemin L_2 kararlılığının araştırılması için, sistemde belirsizliklerin olmadığı durum ele alınmıştır. Nominal zamanla değişen giriş gecikmeli kapalı çevrim sistem,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u Kx(t - h(t)) + B_w w(t)\\ z(t) &= \bar{C}x(t),\ x(t) = 0,\ t \in [-\bar{h},\ 0]\end{aligned} \tag{2.37}$$

şeklinde ifade edilsin. (2.37) sistemi için kontrol kazancı aşağıda verilen Teorem 2.2 yardımıyla hesaplanmıştır.

Teorem 2.2 [47,55] $\bar{h}$, μ *ve* γ gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı $X, \bar{Q}, \bar{W}, \bar{Z}, T$ matrisleri ve uygun boyutlu $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{S}_1, \bar{S}_2, L$ matrisleri varsa, nominal zamanla değişen giriş gecikmeli kapalı çevrim sistemi, (2.6)'yı sağlayan herhangi bir $h(t)$ zaman gecikmesi değeri için, γ bozucu bastırma seviyesi ile küresel asimptotik kararlıdır.

$$\Omega := \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & -\bar{S}_1 & B_w & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & \Omega_{18} & 0 & XC^T + L^T D^T \\ * & \Omega_{22} & -\bar{S}_2 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & \Omega_{28} & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & \bar{h}B_w^T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & \bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -T & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -XT^{-1}X & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{2.38}$$

Burada,

$$\begin{aligned}\Omega_{11} &= AX + XA^T + \bar{N}_1 + \bar{N}_1^T + \bar{Q} + \bar{W}\\ \Omega_{12} &= B_u L - \bar{N}_1 + \bar{N}_2^T + \bar{S}_1\\ \Omega_{18} &= \bar{h}XA^T\\ \Omega_{22} &= -(1-\mu)\bar{Q} + \bar{S}_2 + \bar{S}_2^T - \bar{N}_2 - \bar{N}_2^T\\ \Omega_{28} &= \bar{h}L^T B_u^T\end{aligned}$$

şeklinde olmak üzere üzere γ , $\forall t \geq 0$ için $w(t)$'den $z(t)$'ye kapalı-çevrim sistemin L_2 normunun üst sınırıdır ve $u(t) = LX^{-1}x(t)$, L_2 kazançlı eniyi kontrolörün γ ile ilişkili kontrol kuralıdır.

İspat Teorem 2.1 ile verilen (2.30) matris eşitsizliği ifadesinde yer alan politopik belirsizlik içeren sistem yerine belirsizlik içermeyen nominal giriş gecikmesine bağlı (2.37) sistemi ele alınmıtır. (2.30) eşitsizliğinde $A(\theta)$ yerine A, $B_u(\theta)$ yerine B_u ve $B_w(\theta)$ yerinde de B_w yazılarak (2.38) matris eşitsizliği elde edilmiştir.

BÖLÜM 3

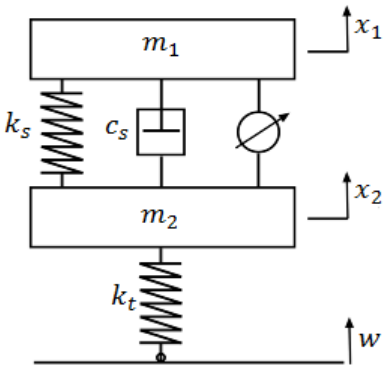
GİRİŞ GECİKMELİ BELİRSİZLİK İÇEREN UÇAK İNİŞ TAKIMLARININ GECİKMEYE BAĞLI DAYANIKLI AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ İÇİN SİMÜLASYON ÇALIŞMALARI

Yüksek lisans tezinin bu bölümünde, Bölüm 2'de ortaya konulan teoremlerin uygulanabilirlik ve etkinliklerini göstermek için simülasyon çalışmalarına yer verilmiştir. Önerilen giriş gecikmesine bağlı dayanıklı L_2 kazançlı kontrolör, bozucu yol girişi etkisi altında uçak iniş takımı titreşim bastırma problemine uygulanmıştır.

Bu bölümde ele alınan model ve kontrol uygulamasının zaman alanı analizlerine yer verilmiştir. Sistem cevaplarından alınan sonuçlarla, önerilen kontrol metodu ile etkili bir titreşim bastırma performansı sağlandığı, erişilebilir en üst giriş gecikme zamanı ve parametre belirsizliği sınırlarında kararlılığın garanti altına alındığı görülmüştür.

3.1 Uçak İniş Takımı Modeli ve Sisteme Uygulanan Bozucu Yol Profili

Önerilen kontrolörün etkinliğini göstermek için iki serbestlik dereceli uçak iniş takımı modeli kullanılmıştır [38]. Basitlik açısından iniş takımı Şekil 1'de gösterildiği gibi çeyrek taşıt şeklinde modellenebilir. Modelde m_1 uçak kütlesini, m_2 tekerlek kütlesini temsil etmektedir.



Şekil 3. 1 Uçak iniş takımı modeli

Çizelge 3. 1 Uçak iniş takımı model için parametrik değerler

Parametre	Değer	Birim
m_1	11739	kg
m_2	300	kg
k_s	252000	N/m
k_t	300000	N/m
c_s	10000	Ns/m

Sistem parametrelerine ait değerler Çizelge 3.1'de verilmiştir. Sistemin hareket denklemi

$$M\ddot{x}(t)+C\dot{x}(t)+Kx(t)=Fu(t-h(t))+Ew(t) \tag{3.1}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu ifade kullanılarak sistemin durum uzay denklemi

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+B_h u(t-h(t))+B_w w(t) \tag{3.2}$$

Burada

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_s/m_1 & k_s/m_1 & -c_s/m_1 & c_s/m_1 \\ k_s/m_2 & -(k_s+k_t)/m_2 & c_s/m_2 & -c_s/m_2 \end{bmatrix}$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_t/m_2 \end{bmatrix},\ B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/m_1 \\ 1/m_2 \end{bmatrix}$$

olur.

Politopik parametre belirsizliği içeren sistem aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\theta)x(t) + B_u(\theta)u(t-h(t)) + B_w(\theta)w(t) \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{3.3}$$

Bu çalışmada

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} m_1(t) & c_s(t) & k_t(s) \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

olarak kabul edlilmiştir. Köşe noktaları aşağıdaki politopik koordinatlar kullanılarak oluşturulmuştur.

$$\alpha_1 = \left(\frac{\bar{m}_1 - m_1}{\bar{m}_1 - \underline{m}_1}\right)\left(\frac{\bar{c}_s - c_s}{\bar{c}_s - \underline{c}_s}\right)\left(\frac{\bar{k}_t - k_t}{\bar{k}_t - \underline{k}_t}\right) \tag{3.5}$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{\bar{m}_1 - m_1}{\bar{m}_1 - \underline{m}_1}\right)\left(\frac{\bar{c}_s - c_s}{\bar{c}_s - \underline{c}_s}\right)\left(\frac{k_t - \underline{k}_t}{\bar{k}_t - \underline{k}_t}\right) \tag{3.6}$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{\bar{m}_1 - m_1}{\bar{m}_1 - \underline{m}_1}\right)\left(\frac{c_s - \underline{c}_s}{\bar{c}_s - \underline{c}_s}\right)\left(\frac{\bar{k}_t - k_t}{\bar{k}_t - \underline{k}_t}\right) \tag{3.7}$$

$$\alpha_4 = \left(\frac{\bar{m}_1 - m_1}{\bar{m}_1 - \underline{m}_1}\right)\left(\frac{c_s - \underline{c}_s}{\bar{c}_s - \underline{c}_s}\right)\left(\frac{k_t - \underline{k}_t}{\bar{k}_t - \underline{k}_t}\right) \tag{3.8}$$

$$\alpha_5 = \left(\frac{m_1 - \underline{m}_1}{\bar{m}_1 - \underline{m}_1}\right)\left(\frac{\bar{c}_s - c_s}{\bar{c}_s - \underline{c}_s}\right)\left(\frac{\bar{k}_t - k_t}{\bar{k}_t - \underline{k}_t}\right) \tag{3.9}$$

$$\alpha_6 = \left(\frac{m_1 - \underline{m}_1}{\bar{m}_1 - \underline{m}_1}\right)\left(\frac{\bar{c}_s - c_s}{\bar{c}_s - \underline{c}_s}\right)\left(\frac{k_t - \underline{k}_t}{\bar{k}_t - \underline{k}_t}\right) \tag{3.10}$$

$$\alpha_7 = \left(\frac{m_1 - \underline{m}_1}{\bar{m}_1 - \underline{m}_1}\right)\left(\frac{c_s - \underline{c}_s}{\bar{c}_s - \underline{c}_s}\right)\left(\frac{\bar{k}_t - k_t}{\bar{k}_t - \underline{k}_t}\right) \tag{3.11}$$

$$\alpha_8 = \left(\frac{m_1 - \underline{m}_1}{\overline{m}_1 - \underline{m}_1}\right)\left(\frac{c_s - \underline{c}_s}{\overline{c}_s - \underline{c}_s}\right)\left(\frac{k_t - \underline{k}_t}{\overline{k}_t - \underline{k}_t}\right) \tag{3.12}$$

Yoldan kaynaklı bozucu giriş filtre şekillendirme metodu ile elde edilmiştir [46]. Yol profili, titreşim olarak düşünülerek Güç Spektral Yoğunluk (GSY) yaklaşımı ile tanımlanmıştır. Yol profili bu yaklaşımda genel olarak aşağıda (3.13) ile verilen zemin yerdeğiştirmesinin GSY'nin rassal süreci olarak ifade edilir.

$$S(\omega) = \frac{2\alpha V\sigma^2}{\omega^2 + \alpha^2 V^2} \tag{3.13}$$

(3.13) ifadesinde σ^2 zemin pürüzlülüğünün varyansı, V uçağın hızı, α zemin yüzeyinin tipine bağlı katsayıdır.

Uçağın sabit hızla hareket ettiği kabul edildiğinde, GSY ve rassal yol profili sinyali 1.derece lineer filtrenin çıkışı olarak (3.14)'te gösterildiği şekilde ifade edilir.

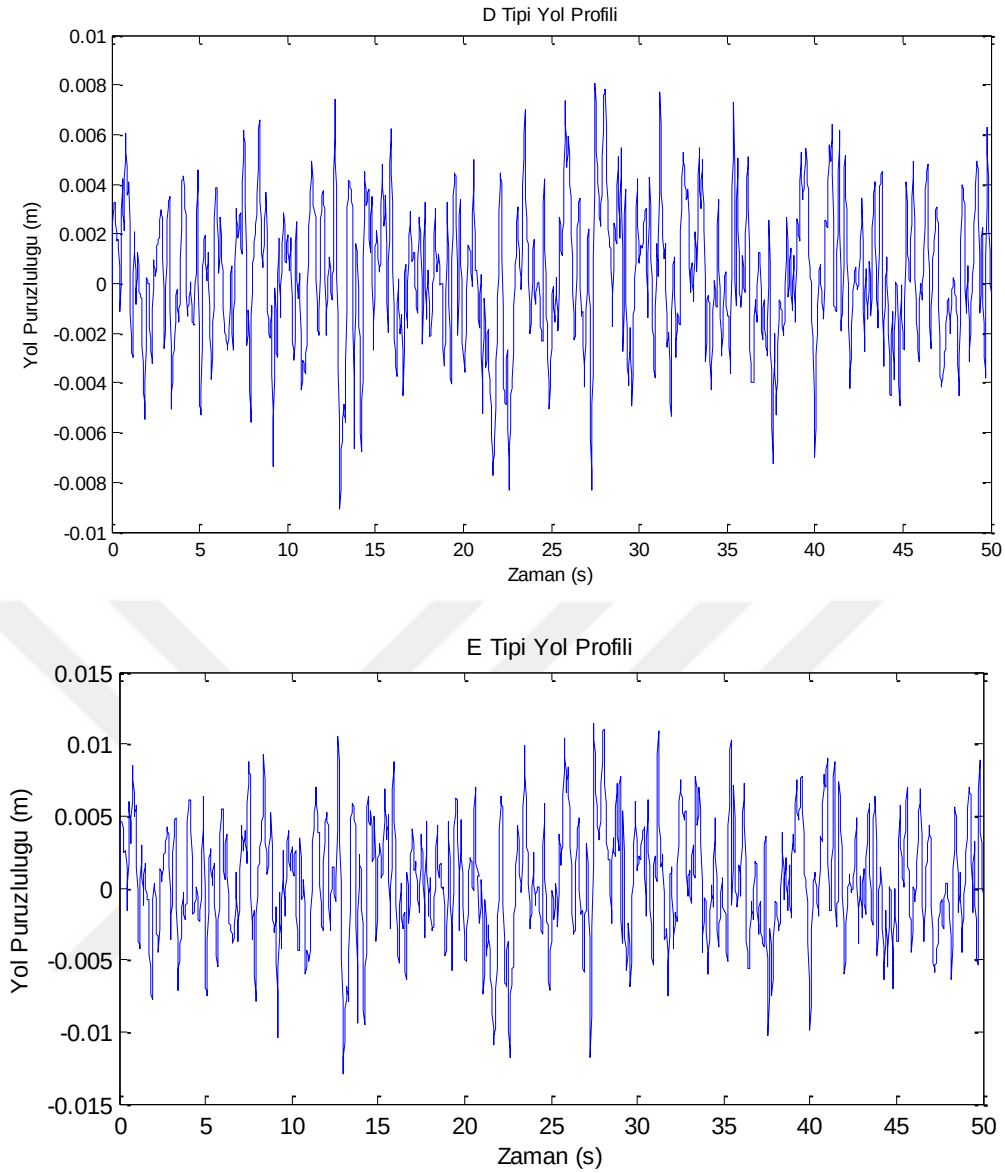
$$\dot{z}_r(t) = -\alpha V z_r(t) + \omega(t) \tag{3.14}$$

Burada $\omega(t)$, spektral yoğunluklu beyaz gürültüdür. Değişik tipteki yol profilleri için pürüzlülük standarları Çizelge 3.2'de verilmiştir.

Çizelge 3. 2 Farklı profiller için yol pürüzlülük standartları

Yol Tipi	$\sigma(10^{-3}m)$	$\varphi(\Omega_0)(10^{-6}m^3)$, Ω_0=1	α (rad/m)
A (çok iyi)	2	1	0.127
B (iyi)	4	4	0.127
C (ortalama)	8	16	0.127
D (zayıf)	16	64	0.127
E (çok zayıf)	32	256	0.127

Şekil 3.2'de D (zayıf) ve E (çok zayıf) tipteki yol girişinin zamana bağlı grafiği verilmiştir.



Şekil 3. 2 Bozucu yol girişi

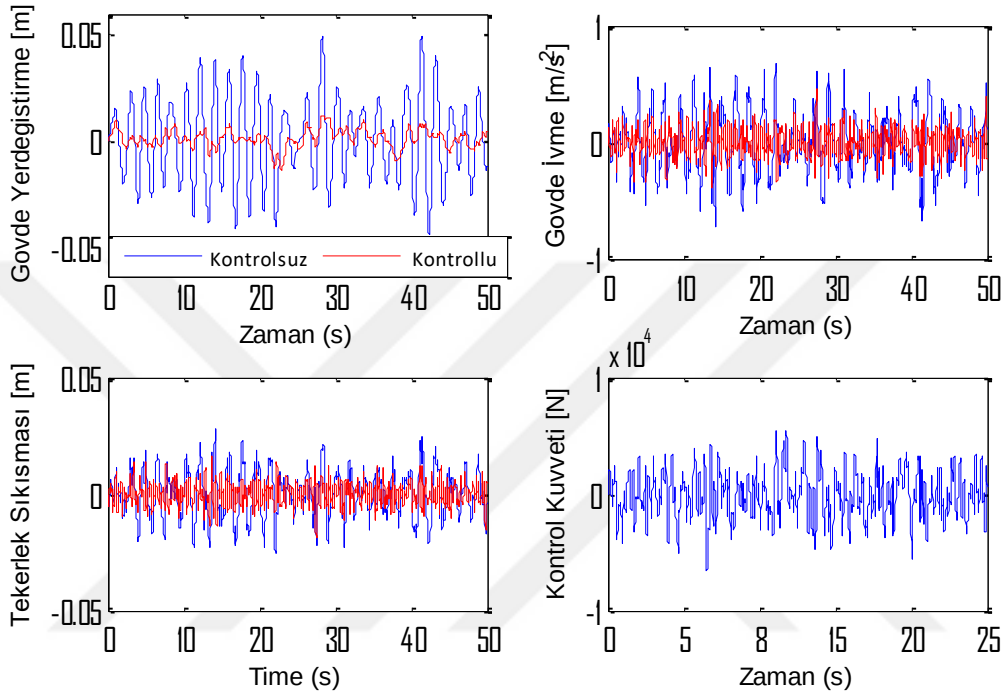
3.2 Dayanıklı Zaman Gecikmesine Bağlı L_2 Kazançlı Kontrolör için Simülasyon Çalışmaları

Ele alınan iki serbestlik dereceli uçak iniş takımı sisteminde, gecikmenin etkisini gözlemlemek ve gecikmeye bağlı bir kontrolör tasarımının gerekli olduğunu göstermek için öncelikle nominal sisteme gecikmeye bağlı olmayan bir L_2 kazançlı kontrolör uygulanmıştır. Şekil 3.2'de verilen D profil yol bozucu girişi altında, uçak hızının $V = 60$ km/s olduğu zaman cevaplarından nominal sistem için başarılı sönüm

performansı ortaya konulduğu Şekil 3.3'te görülmektedir. Nominal L_2 kazançlı kontrolör için kontrol kazancı

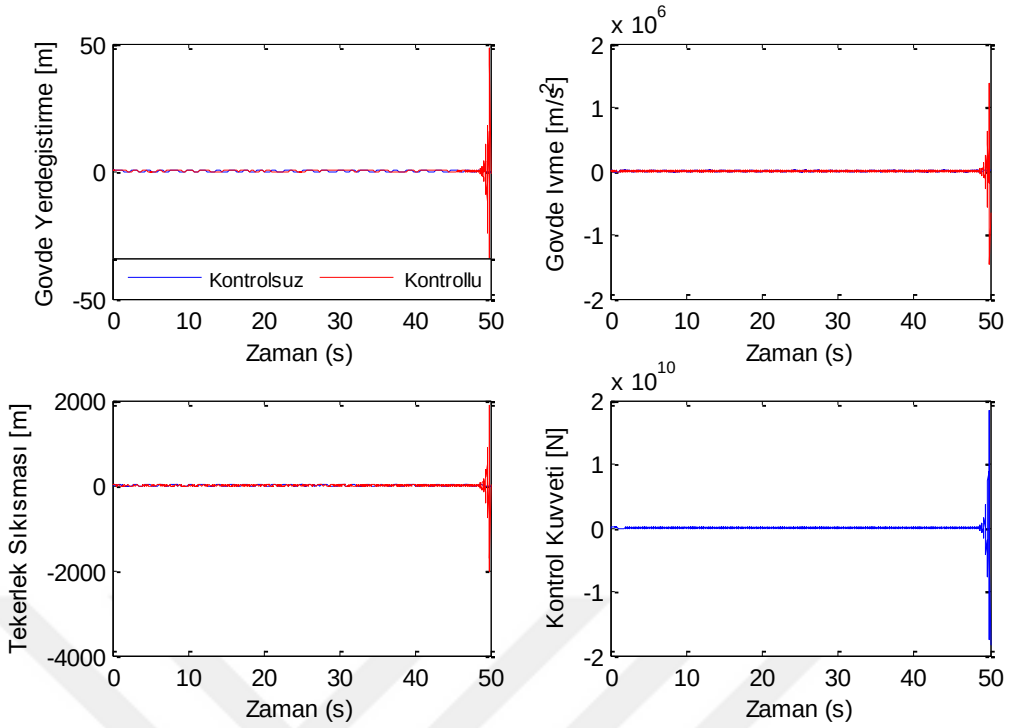
$$K = 10^5 \begin{bmatrix} 1.7879 & -2.9801 & -0.0245 & 0.0262 \end{bmatrix}$$

olarak hesaplanmıştır.



Şekil 3. 3 Nominal sistem zaman cevapları

Nominal sistemde başarılı bir bozucu bastırma performansı elde edilse de, sistemde 0.0081 sn bir gecikme varlığında itibaren Şekil 3.4'te görülebileceği gibi sistem kararlılığını kaybetmektedir.



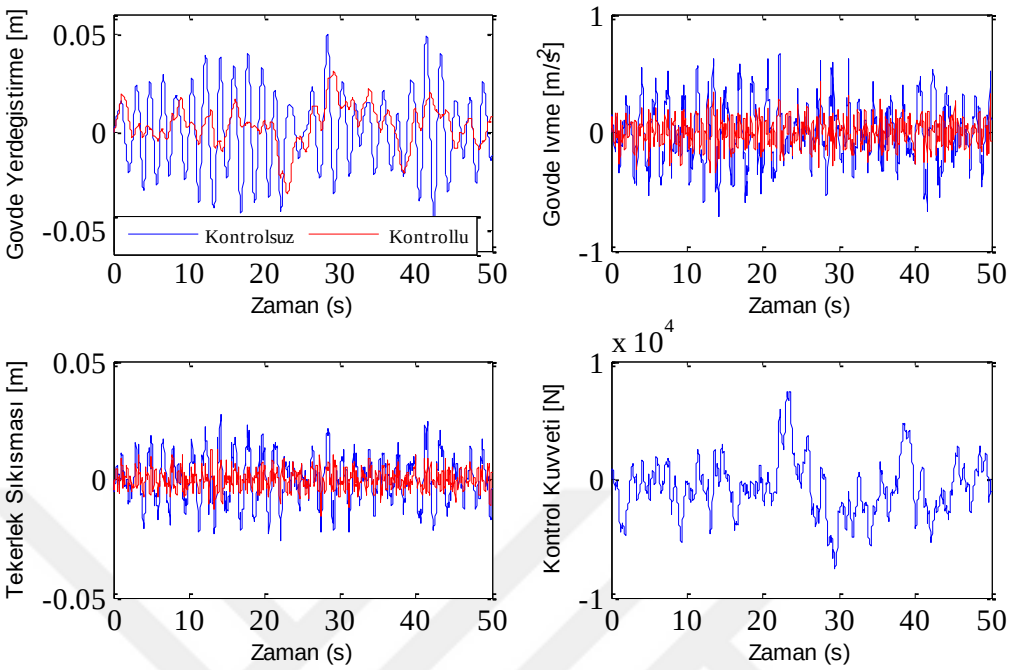
Şekil 3. 4 Zaman gecikmesinden bağımsız kontrolör için giriş gecikmesi durumunda zaman cevapları

Kontrol kuvvetinin gecikmeye bağlı hesaplanmaması durumunda çok küçük zaman gecikmeleri için dahi kararsız davranış görülebileceği verilen grafiklerde de görülmüştür. Ele alınan sistem için 0.0081 sn bir gecikme durumunda daha sistemin zaman cevaplarında kötüleşmenin ötesinde kararsız davranışlar görülmektedir. Bu sonuçlar da zaman gecikmesine bağlı bir kontrolör tasarımının gerekliliğini açıkça ortaya koymaktadır.

Bölüm 2'de Teorem 2.1 ile tasarımı yapılan giriş gecikmesine bağlı kontrolör ile, kontrol kazancı

$$K = 10^5 \begin{bmatrix} 0.1502 & -2.0195 & 0.071 & 0.6440 \end{bmatrix}$$

olarak hesaplanmıştır. Erişilebilir en düşük bozucu bastırma seviyesi $\gamma = 540$, en üst zaman gecikmesi sınırı $\bar{h} = 0.45$ sn olarak elde edilmiştir. Gecikmeye bağlı kontrolör için zaman cevapları Şekil 3.5 ile verilmiştir.



Şekil 3. 5 Giriş gecikmesine bağlı kontrolör için sistemin zaman cevapları

Şekil 3.5'te görüleceği gibi zaman gecikmesine bağlı kontrolör tasarımı ile giriş gecikmesi içeren sistemin, gecikme varlığında dahi kararlılığı garanti edilmiştir. Ayrıca kararlılığın garanti edilmesinin yanı sıra başarılı bir bozucu bastırma performansı elde edildiği görülmektedir.

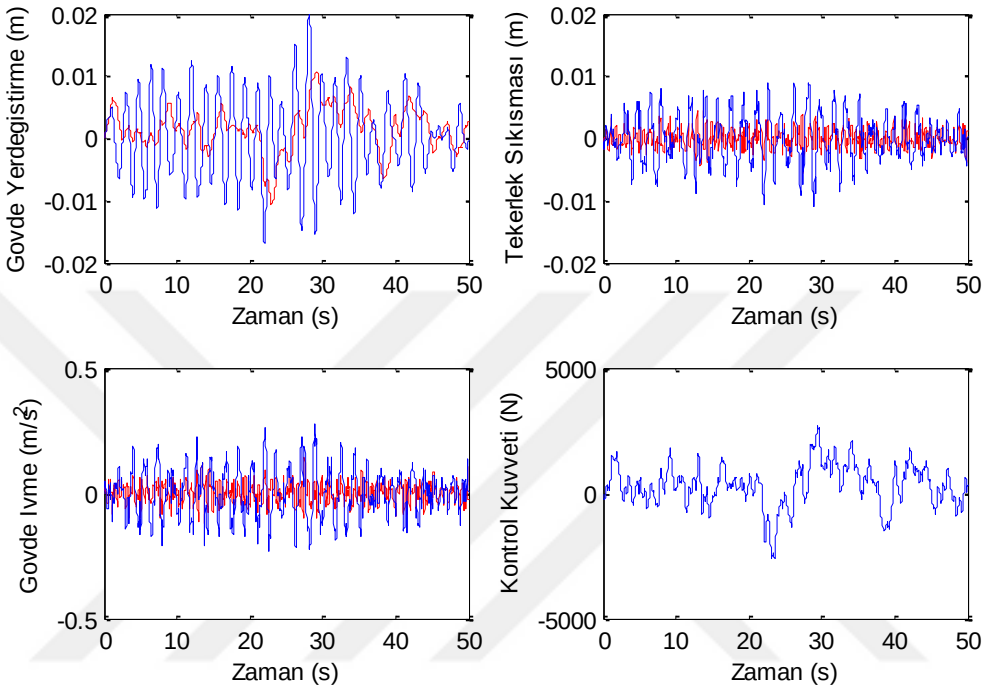
Sonraki aşamada, sistemde giriş gecikmesi ile birlikte kararlılık ve performans kaybına sebep olan diğer problem parametre belirsizliği sisteme dahil edilerek dayanıklı kontrolör sentezi uygulanmıştır. Bölüm 2'de Teorem 2.2 ile tasarımı yapılan, politopik belirsizlik içeren sistem için gecikmeye bağlı dayanıklı kontrol sentezi ile kontrol kazancı, Algoritma 2.1 yardımıyla

$$K = 10^5 \begin{bmatrix} 2.0881 & 0.0299 & -0.7181 & -0.0059 \end{bmatrix}$$

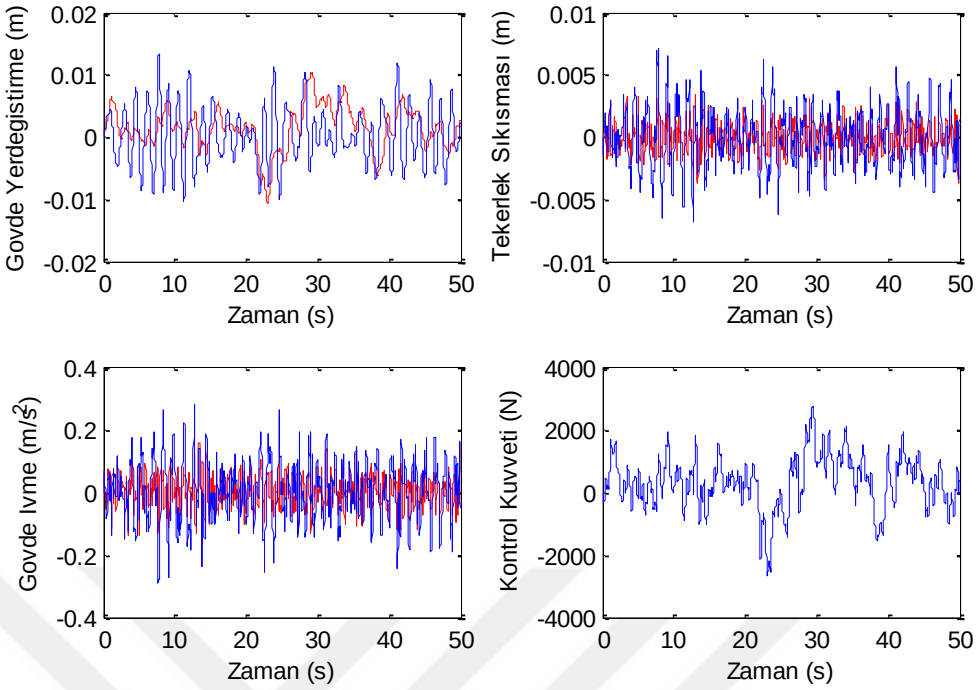
olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan kontrol kazancı ile, sistemin en düşük bozucu bastırma seviyesi $\gamma = 459.52$, kabul edilebilir gecikme üst sınırı $\bar{h} = 0.49$ sn olarak elde edilmiştir. Kontrol kazancı hesaplanırken parametre belirsizliği alt ve üst sınırları; uçak gövde kütlesi m_1 için %20 alt, %35 üst sınır, tekerlek rijitlik değeri k_t için %24 alt, %25

üst sınır ve süspansiyon sönüm değeri c_s için %24 alt, %20 üst sınır olarak belirlenmiştir.

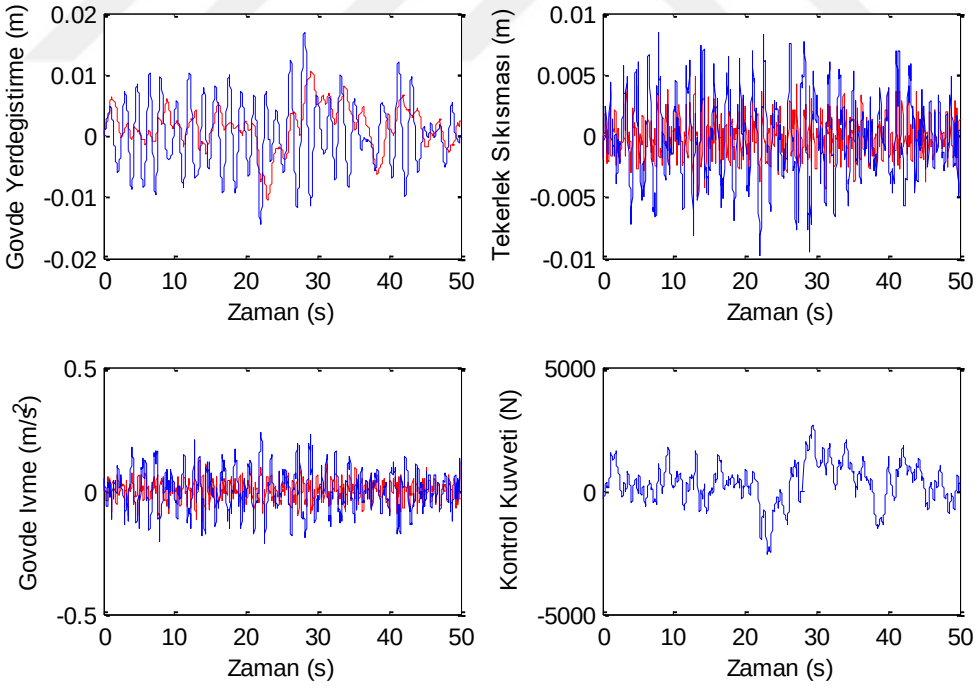
Kontrolör sentezinin etkinliğini göstermek için, politopik sistem için her köşe noktasının D tipi yol bozucu girişi için zaman cevapları simülasyon çalışmaları ile elde edilmiştir.



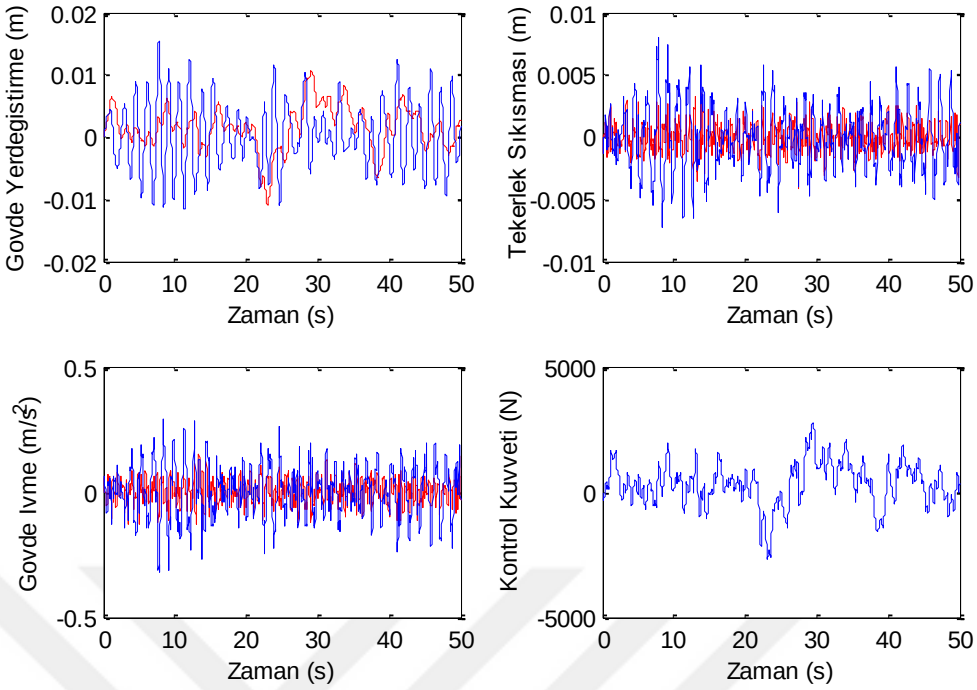
Şekil 3. 6 Politopik belirsizlik içeren sistemde 1. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



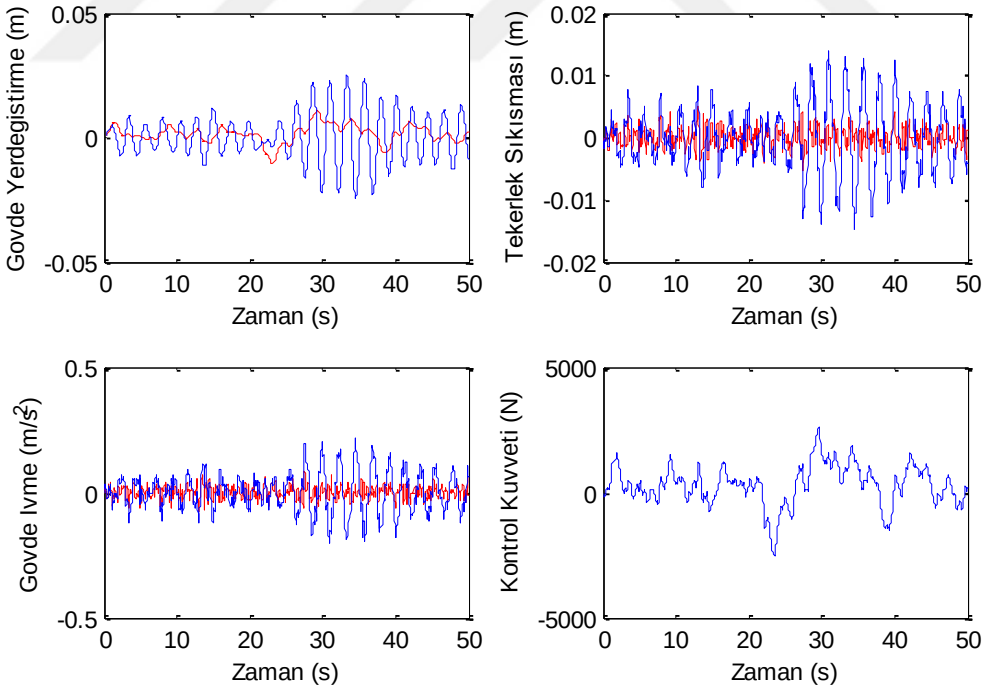
Şekil 3. 7 Politopik belirsizlik içeren sistemde 2. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



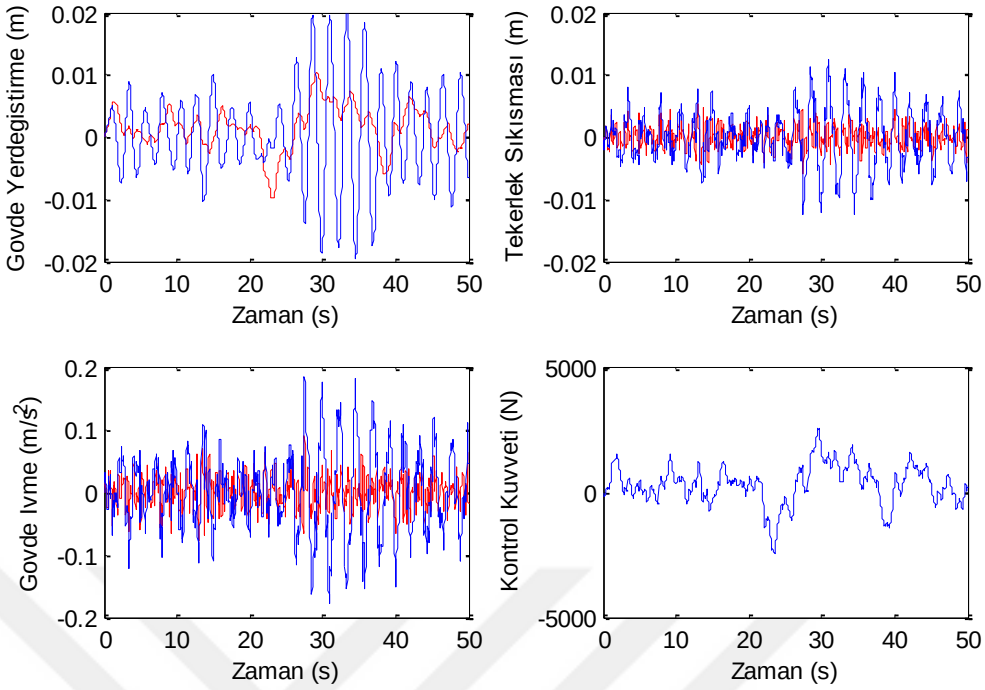
Şekil 3. 8 Politopik belirsizlik içeren sistemde 3. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



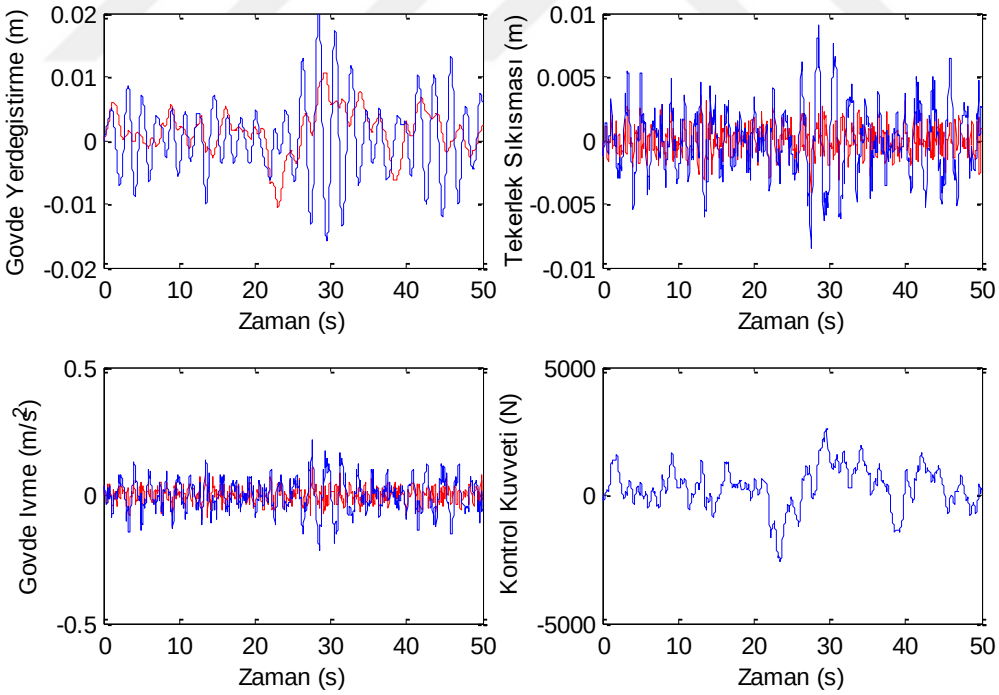
Şekil 3. 9 Politopik belirsizlik içeren sistemde 4. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



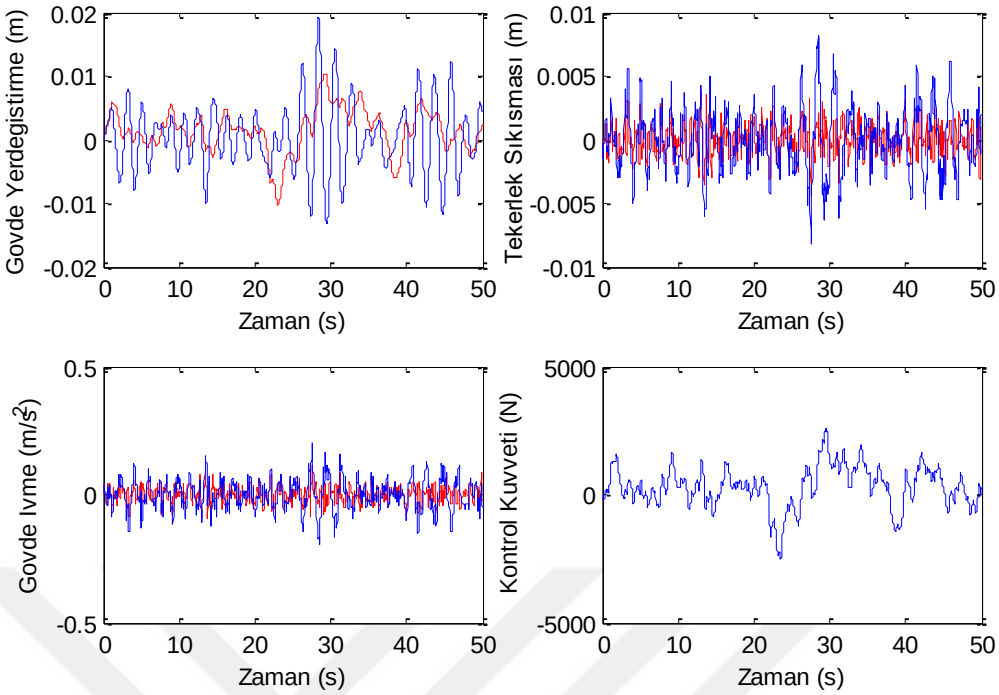
Şekil 3. 10 Politopik belirsizlik içeren sistemde 5. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



Şekil 3. 11 Politopik belirsizlik içeren sistemde 6. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



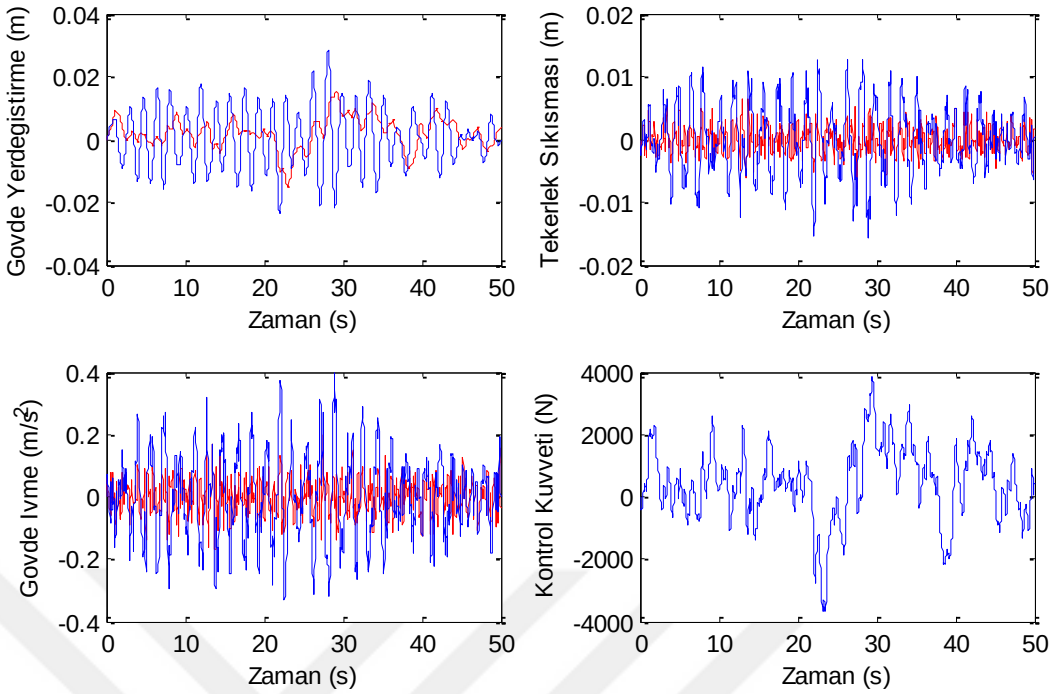
Şekil 3. 12 Politopik belirsizlik içeren sistemde 7. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



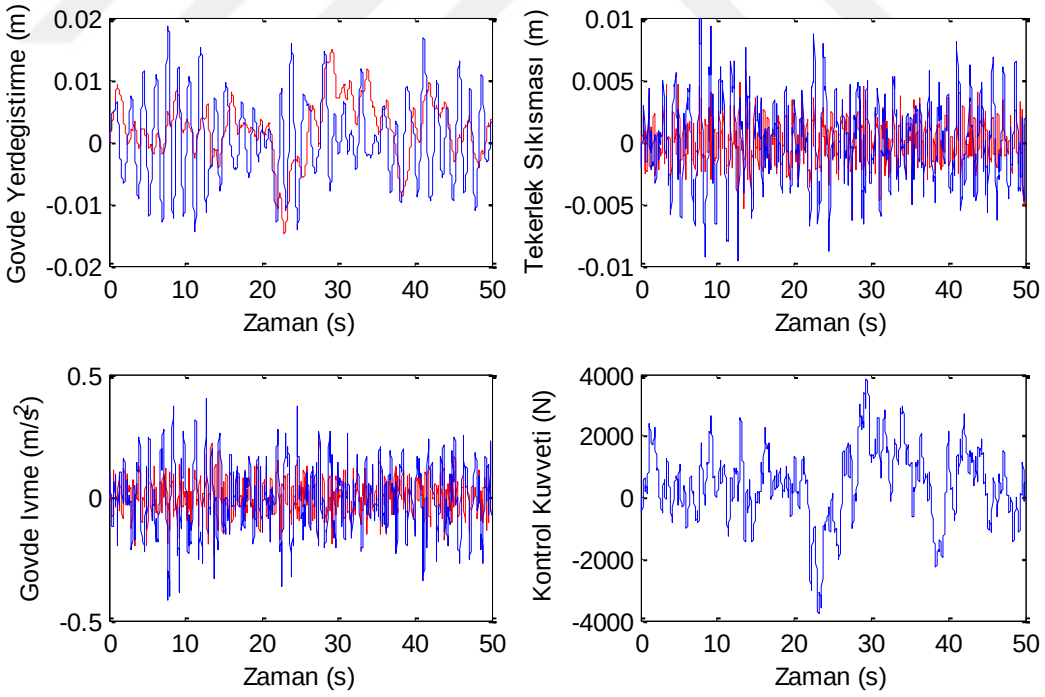
Şekil 3. 13 Politopik belirsizlik içeren sistemde 8. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları

Şekil 3.6'dan Şekil 3.13' e kadar verilen grafiklerden görüleceği gibi zaman gecikmesine bağlı kontrolör tasarımı ile giriş gecikmesi ve parametre belirsizliği içeren sistemin, belirsizliği tanımlayan politopun tüm köşe noktaları için giriş gecikmesi varlığında dahi kararlılığı garanti edilmiştir. Ayrıca tüm köşe noktaları için verilen grafiklerde parametre belirsizliği ve giriş gecikmesi sınırları içinde başarılı bir bozucu bastırma performansı elde edildiği görülmektedir.

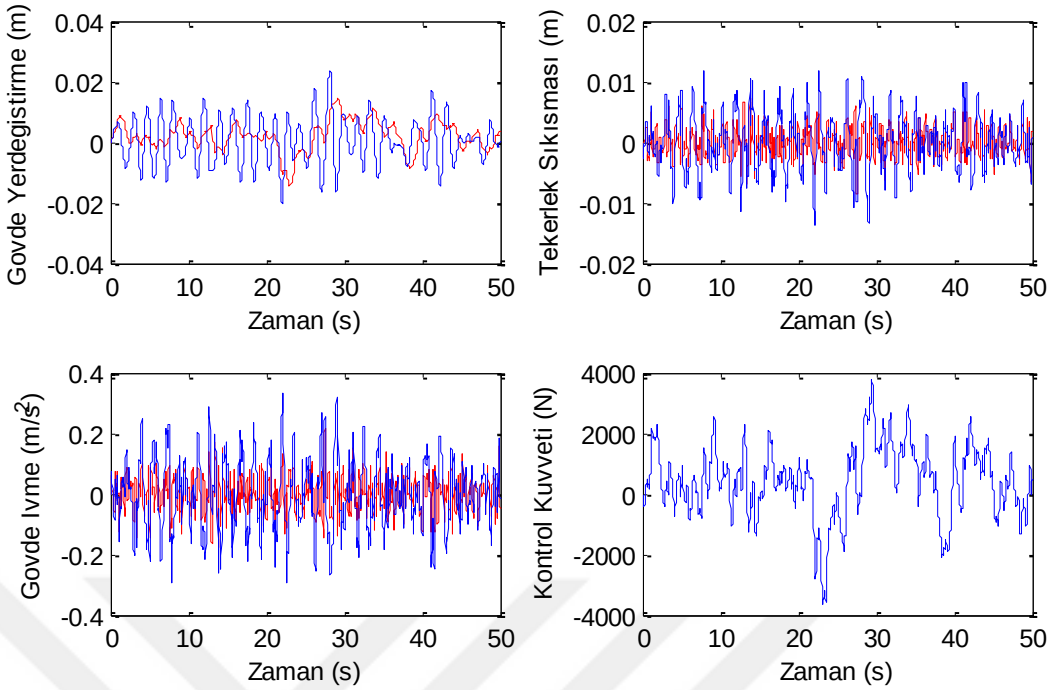
Önerilen kontrolör sentezinin etkinliğini göstermek için, farklı profilde yol girişi için simülasyon çalışmaları yapılmıştır. E tipi bozucu yol girişi için, politopik belirsizlik içeren sistemin köşe noktaları için zaman cevapları aşağıda verilmiştir.



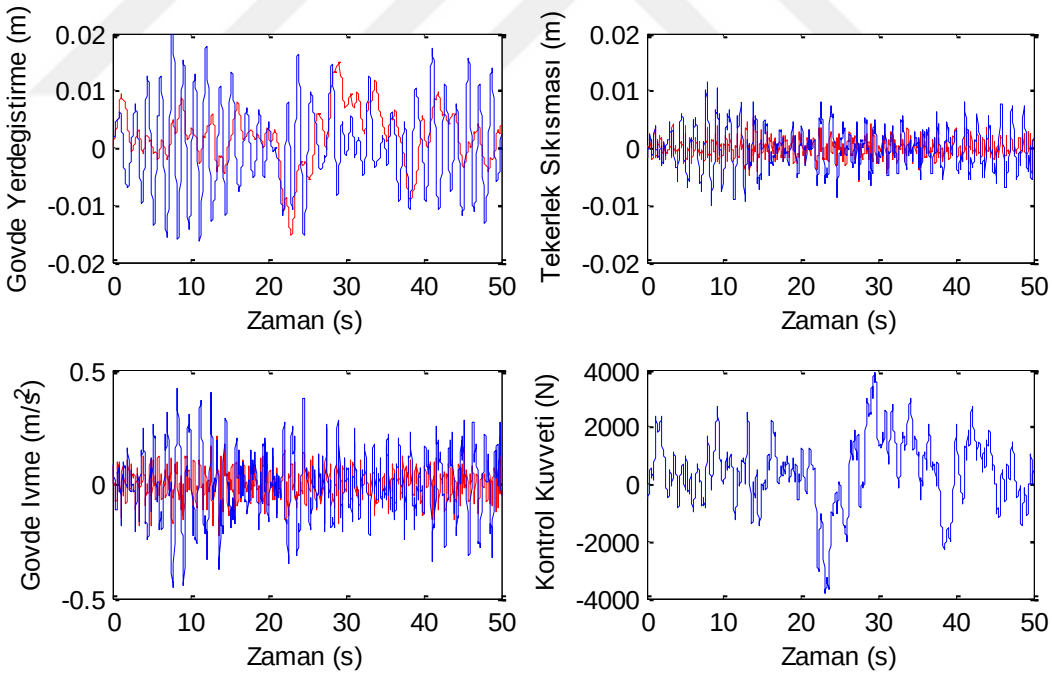
Şekil 3. 14 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 1. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



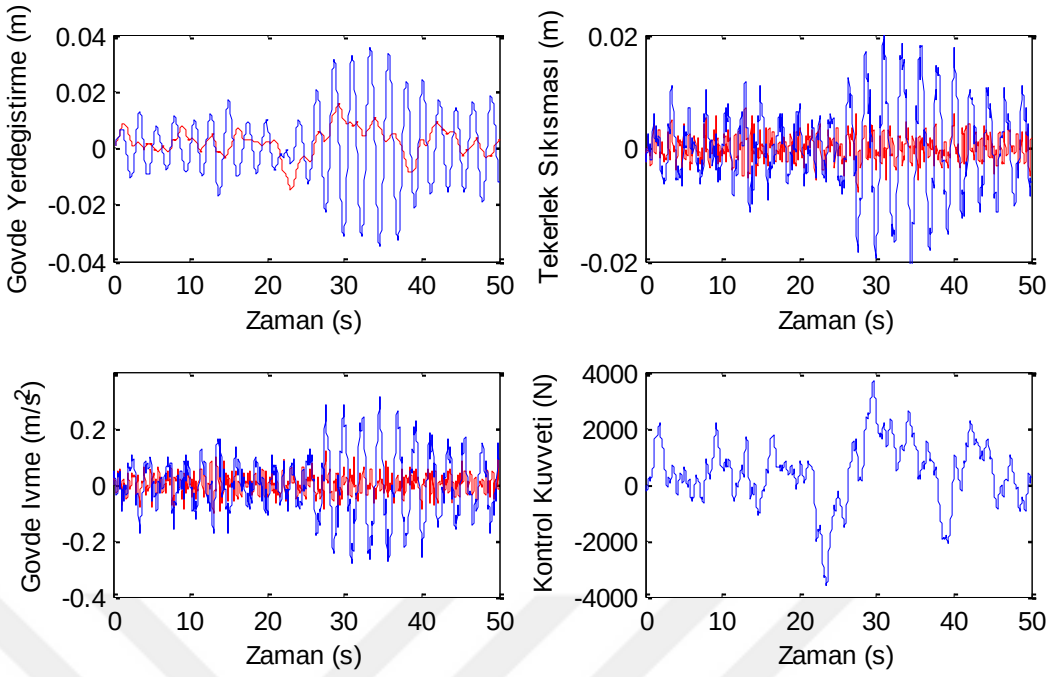
Şekil 3. 15 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 2. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



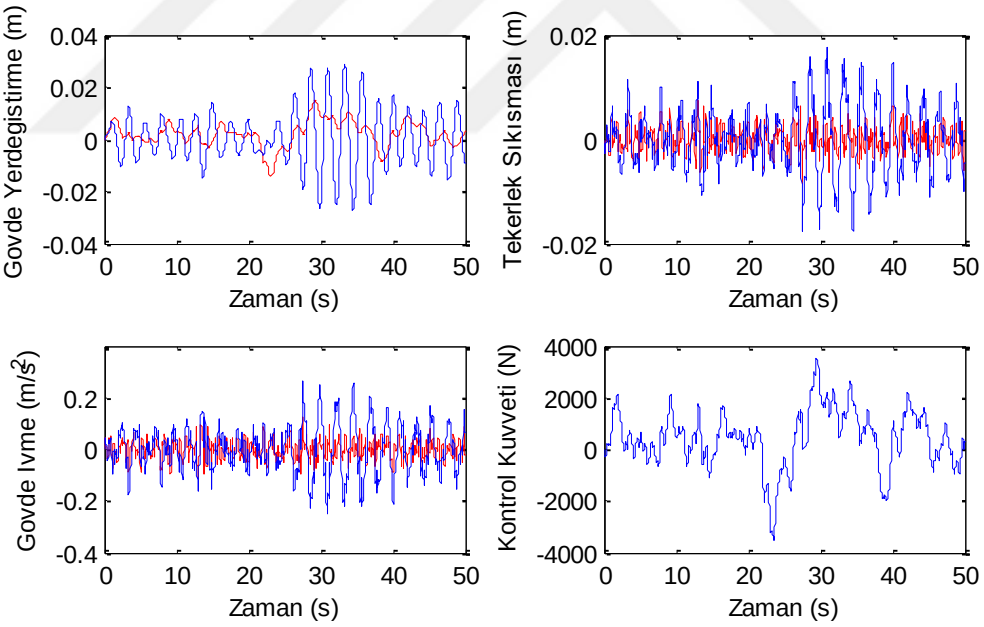
Şekil 3. 16 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 3. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



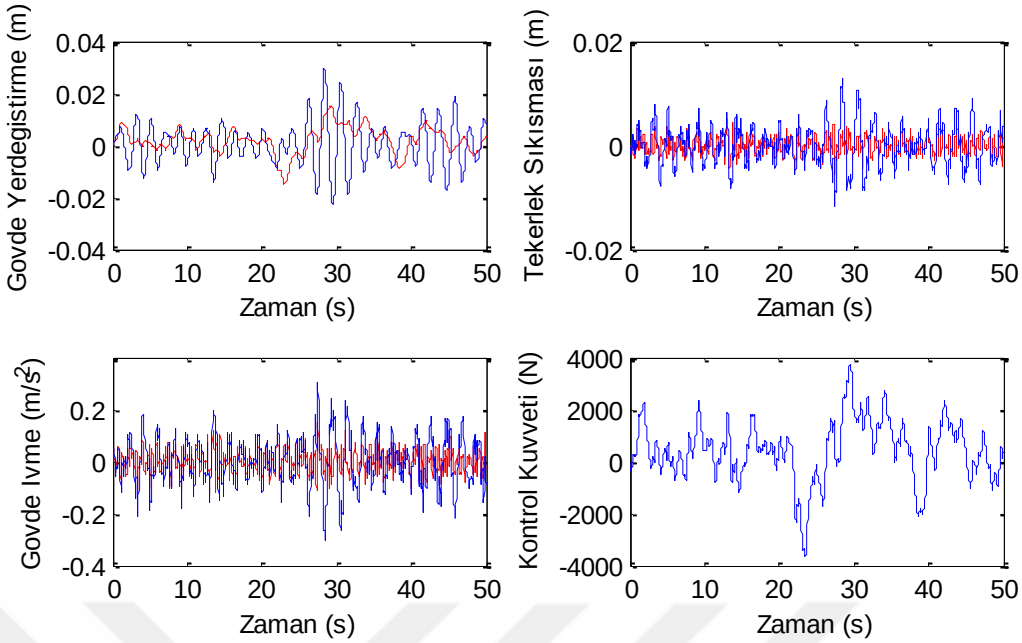
Şekil 3. 17 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 4. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



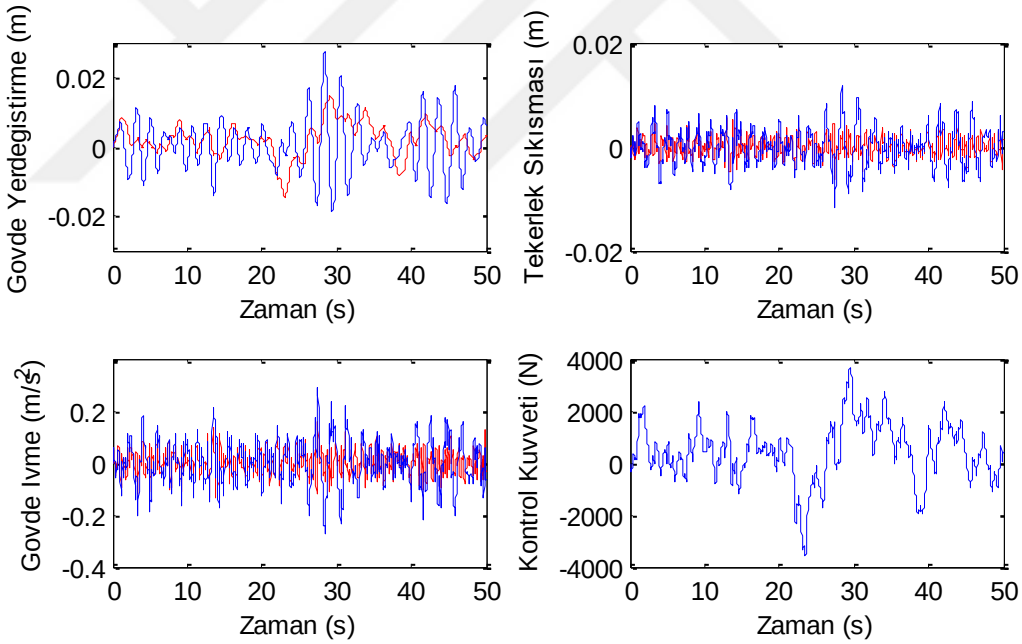
Şekil 3. 18 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 5. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



Şekil 3. 19 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 6. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



Şekil 3. 20 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 7. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları

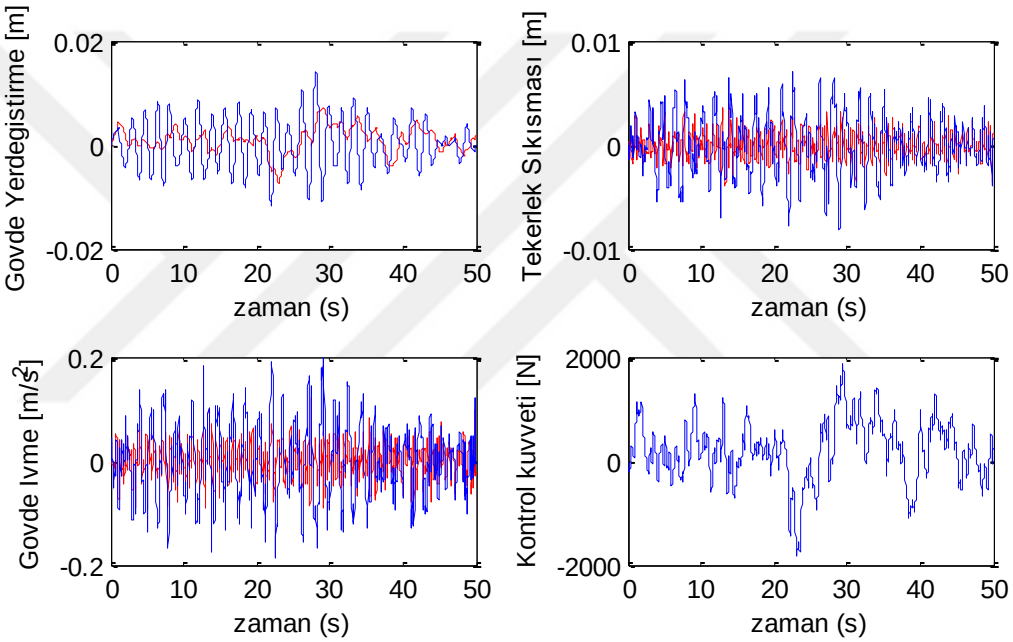


Şekil 3. 21 E tipi bozucu yol girişi için politopik belirsizlik içeren sistemde 8. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları

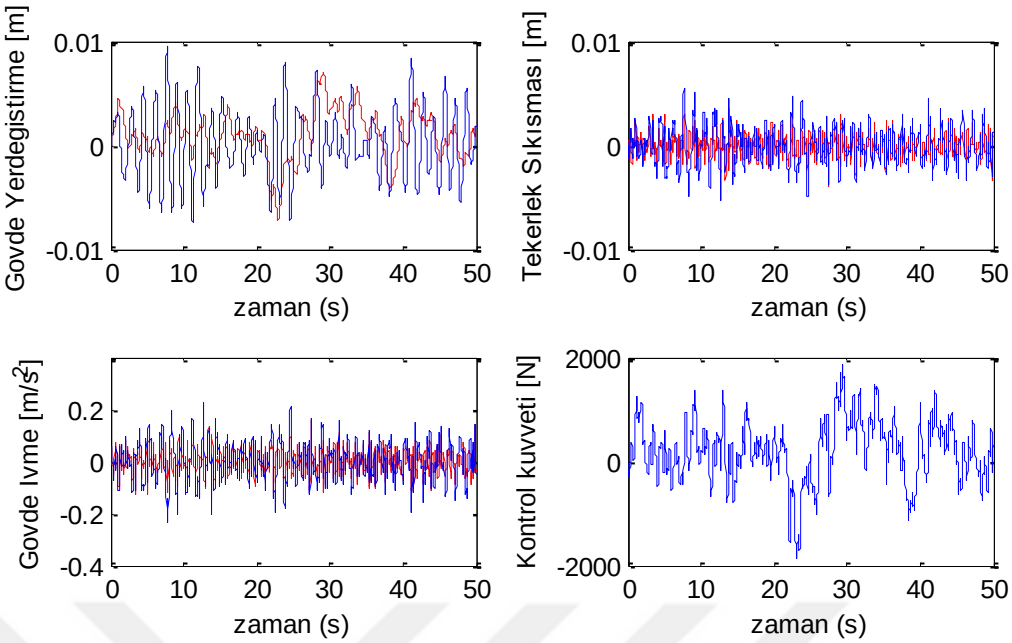
Şekil 3.14'ten, 3.21'e kadar verilen grafiklerde E (çok zayıf) yol profili için politopik belirsizlik içeren sistemin tüm köşe noktaları için zaman cevapları görülmektedir. Sistemin daha kötü bir yol şartında dahi kararlılığını kaybetmediği, ayrıca başarılı bir

bozucu bastırma performansı ortaya koyduğu gözlemlenmektedir. Uçak iniş takımları için operasyonel koşulların oldukça farklılık göstermesi nedeniyle, farklı şartlar altında kararlılığı sağlamak ve iyi bir bozucu bastırma performansı sağlamak oldukça önemlidir. Ayrıca önerilen kontrol sistemi için hesaplanan kontrol kuvveti sistem için uygulanabilir bir seviyededir.

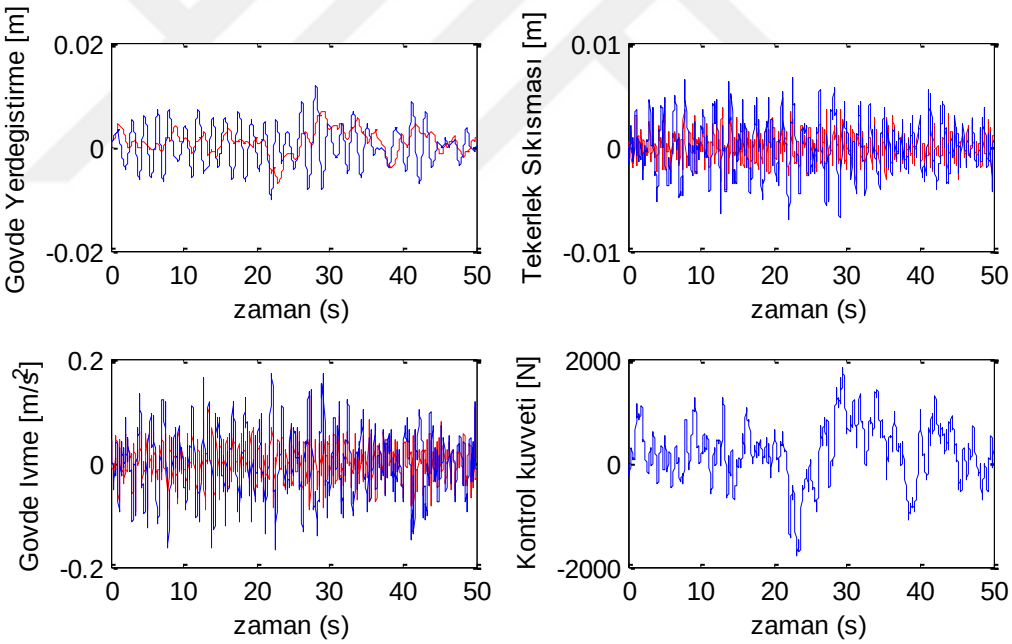
Tasarlanan kontrolörün değişik operasyonel koşullar altında verdiği cevapları görmek için, farklı hız değeri için simülasyon çalışması yapılmıştır. D tipi yol profili bozucusu etkisinde uçak hızının $V = 90$ km/s olduğu, durum için yapılan simülasyon çalışmaları aşağıda verilmiştir.



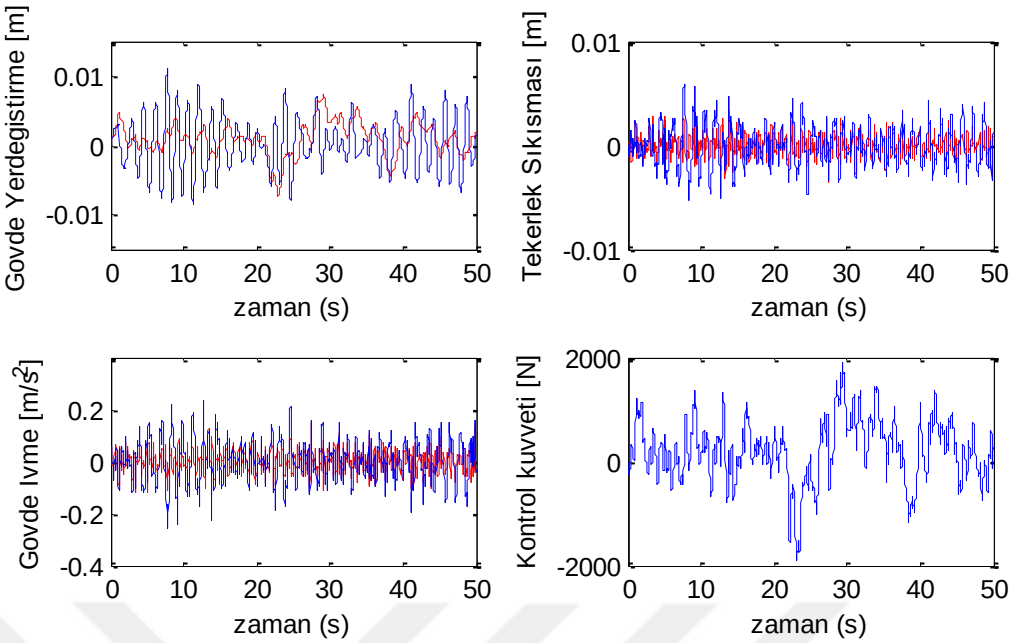
Şekil 3. 22 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 1. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



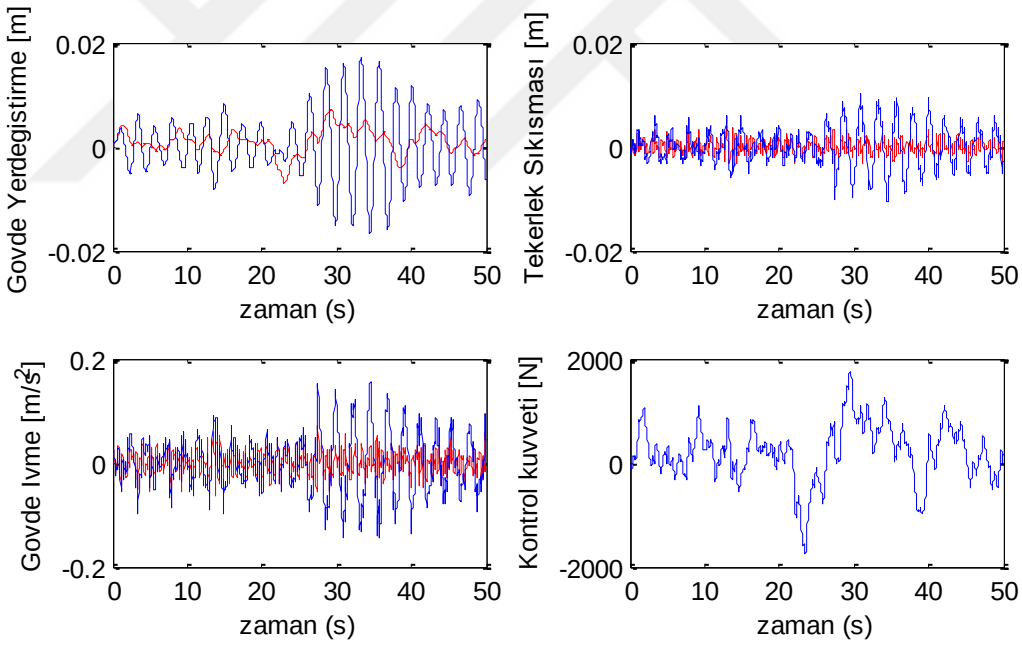
Şekil 3. 23 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 2. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



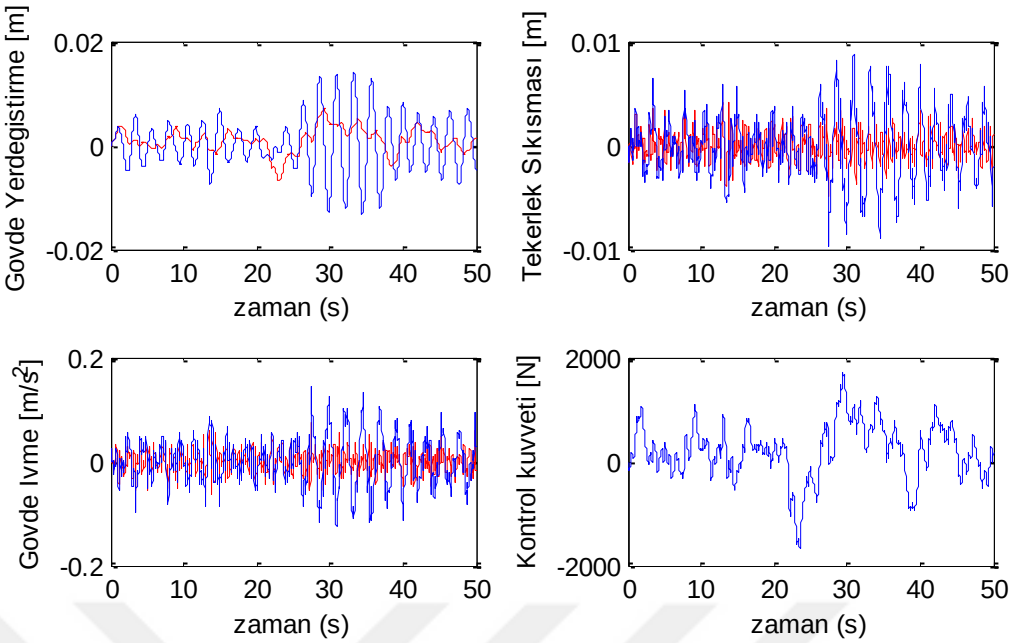
Şekil 3. 24 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 3. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



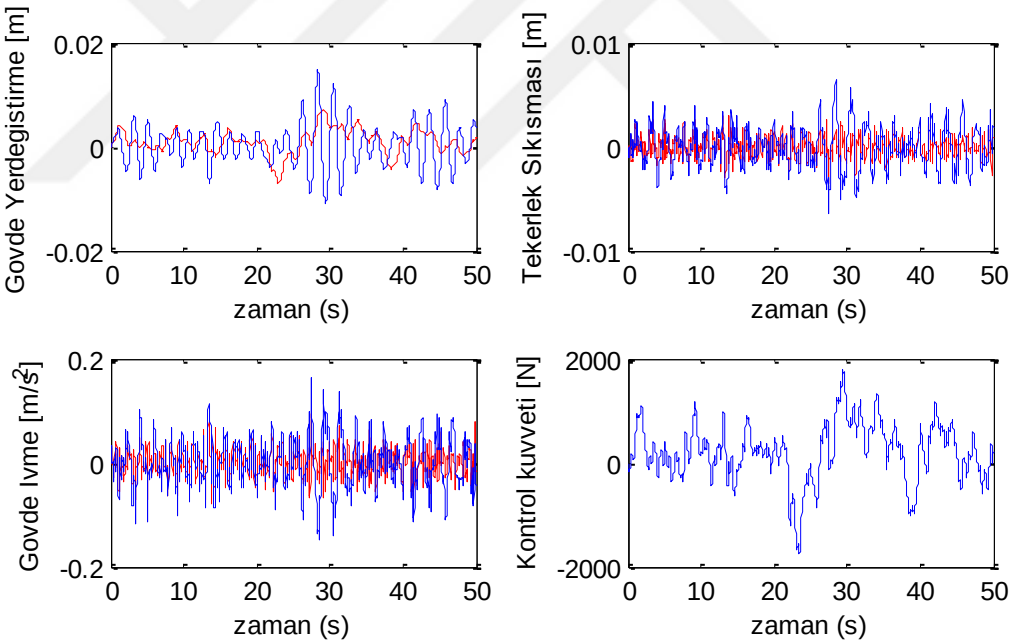
Şekil 3. 25 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 4. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



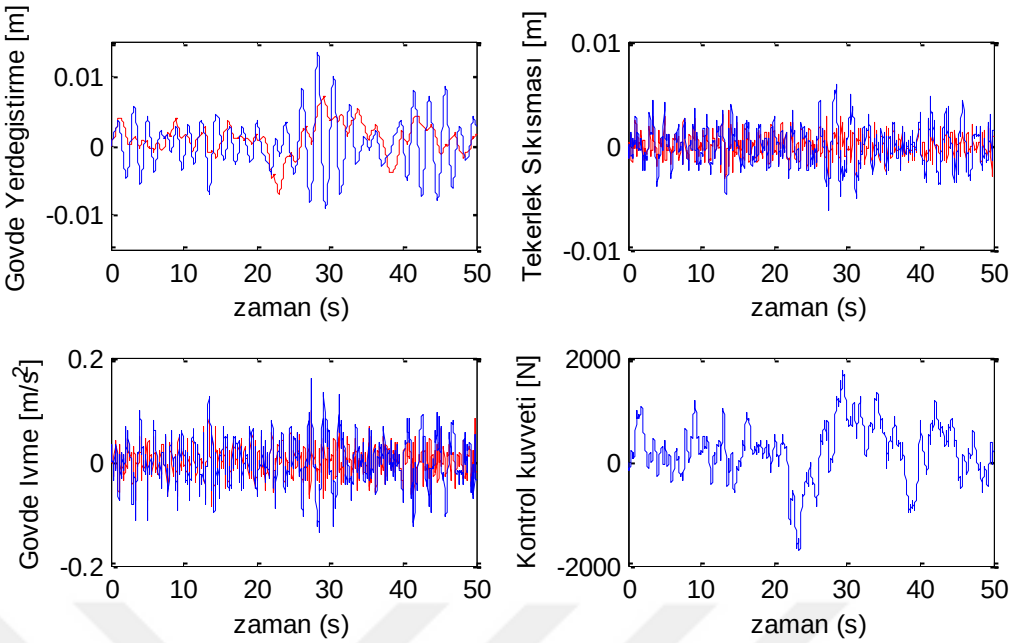
Şekil 3. 26 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 5. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



Şekil 3. 27 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 6. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



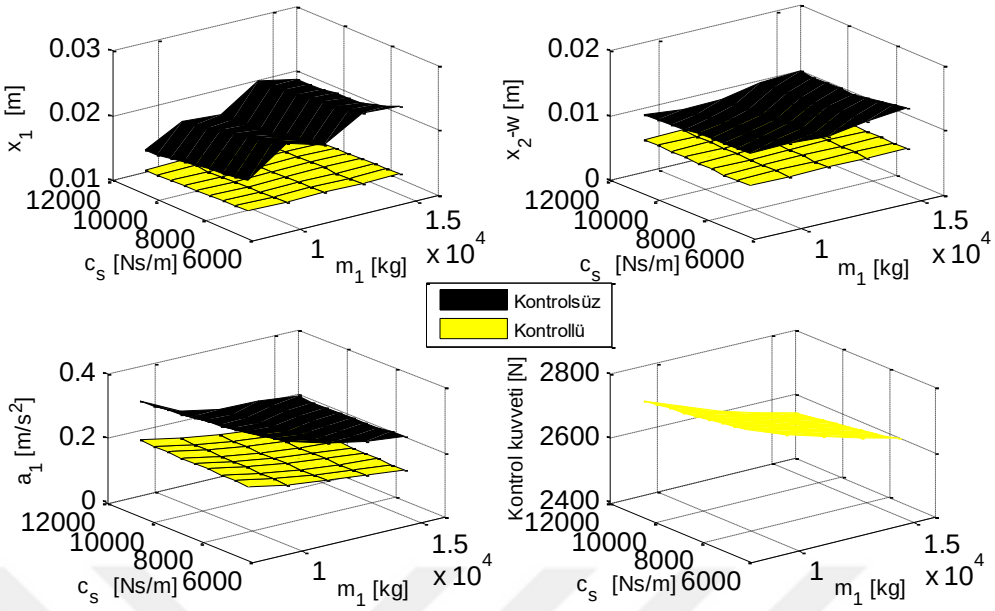
Şekil 3. 28 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 7. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları



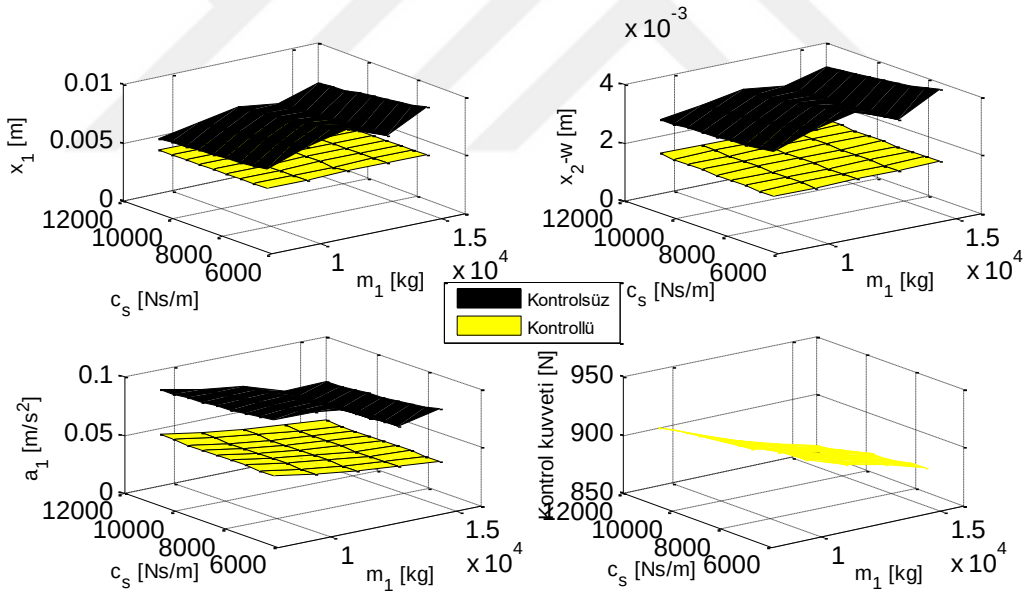
Şekil 3. 29 Farklı bir hız değeri için politopik belirsizlik içeren sistemde 8. köşe noktası için zaman gecikmesine bağlı kontrolör için zaman cevapları

Politopik belirsizlik içeren uçak iniş takımı sistemi için yapılan simülasyon çalışmalarında, verilen hız ve yol şartlarında tüm köşe noktaları için zaman cevapları Şekil 3.22'den Şekil 3.29'a kadar verilmiştir. Zaman cevaplarından görüleceği gibi sistemin tüm köşe noktaları için kararlılık garanti edilmiş, başarılı bir bozucu bastırma performansı elde edilmiştir. Ayrıca kontrol kuvvetinin ele alınan sistem için uygulanabilir sınırlar içinde olduğu simülasyon sonuçlarından görülmektedir.

Tasarlanan dayanıklı giriş gecikmesine bağlı kontrolörün, parametre belirsizliği karşısında dayanıklılığını göstermek için simülasyon çalışmaları yapılmıştır. Uçak hızının $V = 60$ km/s olduğu D tipi yol bozucu girişi altında, belirsiz parametrelerin alt ve üst sınırları arasında sistem cevabının maksimum ve ortalama karekök (rms) değerlerinin değişim grafikleri aşağıda verilmiştir.



Şekil 3. 30 Farklı kütle ve sönüm değerleri için gövde deplasman, tekerlek sapması, gövde ivme ve kontrol kuvvetinin maksimum değerleri

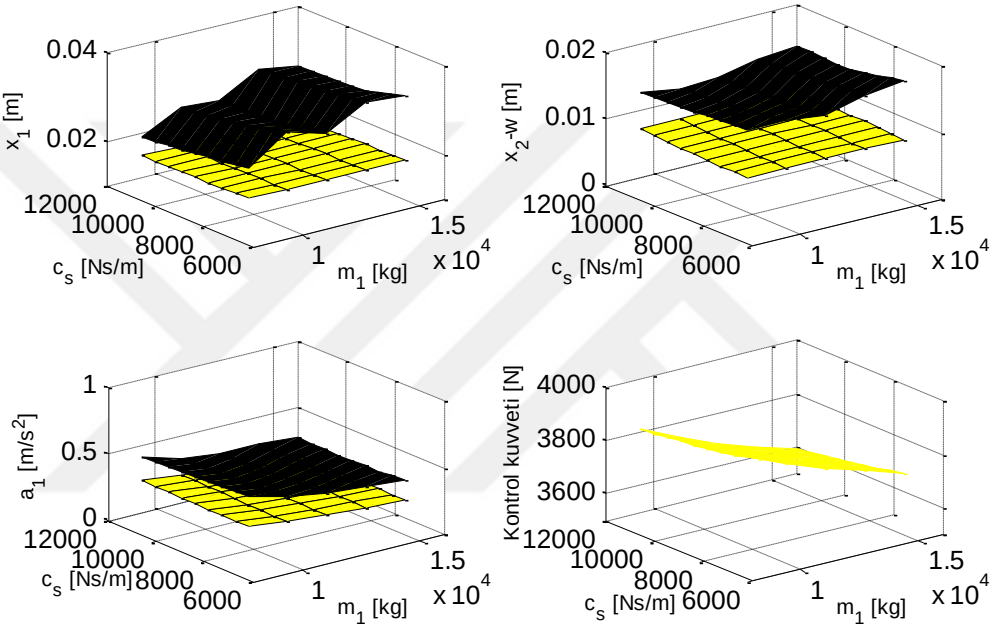


Şekil 3. 31 Farklı kütle ve sönüm değerleri için gövde deplasman, tekerlek sapması, gövde ivme ve kontrol kuvvetinin ortalama karekök (rms) değerleri

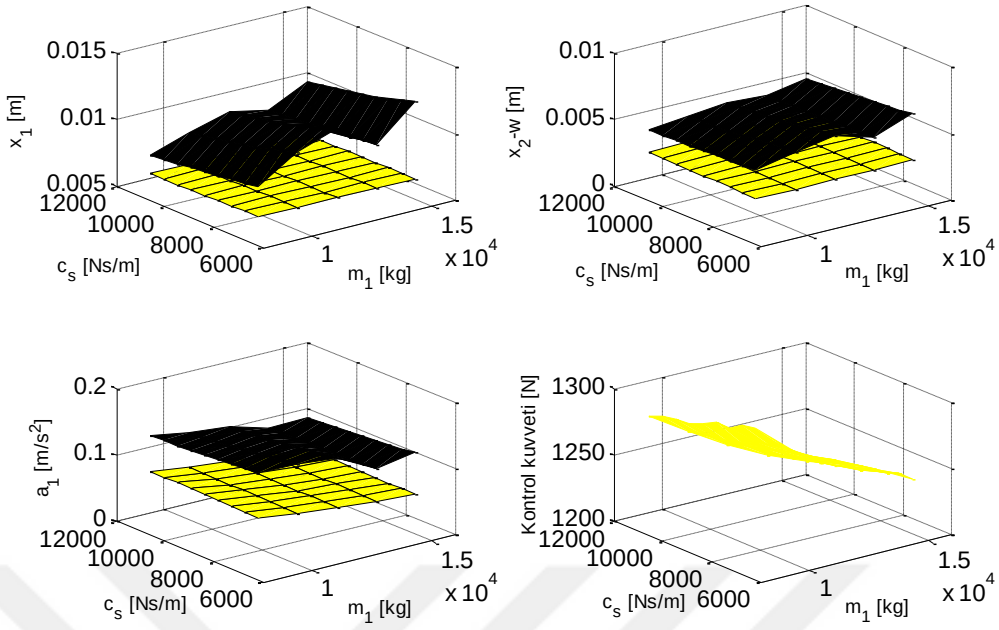
Şekil 3.30 ve Şekil 3.31'de verilen grafiklerden görüleceği üzere, parametre belirsizliği sınırları içeresinde, değişik kütle ve sönüm değerleri için önerilen kontrolör yapısı ile başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Kontrolör sayesinde parametre belirsizliğinden daha az etkilenen, daha dayanıklı cevaplar ortaya konmuştur. Değişik kütle ve sönüm

değerlerine rağmen gövde deplasman, ivme ve tekerlek sapmasının maksimum ve ortalama karekök değerlerinde oldukça az değişim gözlenmesi önerilen kontrolör sayesinde kararlılık ve performans kriterlerinin garanti edilmesinin yanında parametre belirsizliği karşısında dayanıklılığın da sağlandığını göstermektedir.

Önerilen kontrolörün farklı operasyonel koşullardaki etkinliğini gözlemlemek için E tipi yol profili için de maksimum ve ortalama karekök değerleri grafiği Şekil 3.32 ve Şekil 3.33'te verilmiştir.



Şekil 3. 32 E tipi yol profili için farklı kütle ve sönüm değerleri için gövde deplasman, tekerlek sapması, gövde ivme ve kontrol kuvvetinin maksimum değerleri



Şekil 3. 33 E tipi yol profili için farklı kütle ve sönüm değerleri için gövde deplasman, tekerlek sapması, gövde ivme ve kontrol kuvvetinin ortalama karekök (rms) değerleri

Şekil 3.32 ve Şekil 3.33'ten görüleceği gibi yol profili kötüleşmesine rağmen sistemde kararlılık ve performans kaybı görülmemektedir. Bu da önerilen kontrolör yapısının istenilen etkinliği sağladığını, değişen operasyonel koşullar karşısında da gecikme ve belirsizlik problemlerine karşı başarılı sonuçlar elde edildiğini göstermektedir.

Çizelge 3.3 ve Çizelge 3.4'te D tipi yol profili için yapılan simülasyon çalışmalarından elde edilen uçak gövde deplasman, uçak gövde ivme ve tekerlek sıkışması için maksimum ve ortalama karekök değerleri verilmiştir.

Çizelge 3. 3 D tipi yol profili için maksimum değerler

	Kontrolsüz	Kontrollü
Gövde Deplasman (m)	0.01537	0.0108
Gövde İvme $(\mathrm{m}/\mathrm{s}^2)$	0.3258	0.1615
Tekerlek Sıkışması (m)	0.0098	0.0047

Çizelge 3. 4 D tipi yol profili için RMS değerleri

	Kontrolsüz	Kontrollü
Gövde Deplasman (m)	0.0055	0.0039
Gövde İvme $(\mathrm{m}/\mathrm{s}^2)$	0.0902	0.0426
Tekerlek Sıkışması (m)	0.0028	0.0013

Çizelge 3.3 ve Çizelge 3.4'te verilen sonuçlara göre tasarlanan gecikmeye bağlı dayanıklı kontrolör ile gövde deplasman değeri için yaklaşık %30, gövde ivme değeri için yaklaşık %50 ve tekerlek sıkışması için yaklaşık %50 azalma sağlanmıştır.

Benzer şekilde E tipi yol profili için yapılan simülasyon çalışmalarından elde edilen uçak gövde deplasman, uçak gövde ivme ve tekerlek sıkışması için maksimum ve ortalama karekök değerleri Çizelge 3.5 ve Çizelge 3.6'da verilmiştir.

Çizelge 3. 5 E tipi yol profili için maksimum değerler

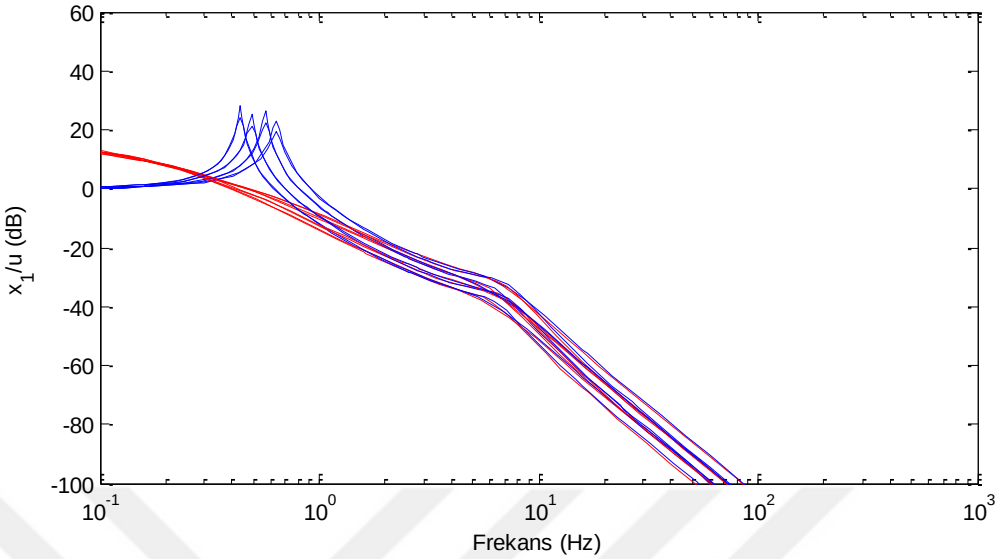
	Kontrolsüz	Kontrollü
Gövde Deplasman (m)	0.0221	0.0153
Gövde İvme $(\mathrm{m}/\mathrm{s}^2)$	0.4608	0.2284
Tekerlek Sıkışması (m)	0.0139	0.0066

Çizelge 3. 6 E tipi yol profili için RMS değerleri

	Kontrolsüz	Kontrollü
Gövde Deplasman (m)	0.0077	0.0055
Gövde İvme $(\mathrm{m}/\mathrm{s}^2)$	0.1276	0.0602
Tekerlek Sıkışması (m)	0.0039	0.0018

Elde edilen sonuçlara göre tasarlanan gecikmeye bağlı dayanıklı kontrolör E tipi yol profili için yapılan simülasyon çalışmasında da gövde deplasman değeri için yaklaşık %30, gövde ivme değeri için yaklaşık %50 ve tekerlek sıkışması için yaklaşık %50 azalma sağlanmıştır.

Son olarak uçak gövdesi yerdeğiştirme değerleri için frekans cevapları incelenmiştir.



Şekil 3. 34 Uçak gövdesi yerdeğiştirmesi için frekans cevapları

Şekil 3.34 ile verilen grafiklerde sistemin doğal frekansları olan $\omega_1 = 0.5422$ Hz ve $\omega_2 = 6.8453$ Hz değerlerinde, ele alınan sistemdeki parametre belirsizliklerinin alt ve üst sınırları için önerilen kontrolör ile titreşimlerin başarılı bir şekilde bastırıldığı gösterilmiştir.

BÖLÜM 4

SONUÇ VE ÖNERİLER

Yüksek lisans tezinde, giriş gecikmeli, politopik parametre belirsizliği içeren sistemler için dayanıklı L_2 kazançlı kontrol problemi ele alınmıştır. Problemin çözümü için durum geri-beslemeli kontrol kuralı ile çalışan gecikmeye bağlı kontrol tasarımı önerilmiştir. Tasarımda dışbükey optimizasyon temelinde doğrusal matris eşitsizlikleri kullanılmıştır.

Zamanla değişen giriş gecikmeli politopik belirsizlik içeren sistemler için öncelikle gecikmeye bağlı kararlılığı garanti edecek şartlar bir SGYT yardımıyla elde edilmiştir. Daha sonra bu yardımcı teoremin genişletilmesiyle L_2 kazançlı kontrolör tasarımı elde edilmiştir. Tasarım sırasında sıkılıkların gevşetilmesi için serbest gevşetme matrisleri, DOME probleminin çözümü için konik tamamlayıcı algoritmadan yararlanılmıştır.

Önerilen kontrolör tasarımının etkinliği, iki serbestlik dereceli uçak iniş takımı üzerinden simülasyon çalışmaları ile gösterilmiştir. Çok düşük zaman gecikmelerinin dahi kararsız davranışa sebep olduğu sistemde, gecikmeye bağlı kontrol ile giriş gecikmesi belirlenen sınırlar içinde iken kararlılığın garanti edildiği, başarılı bir titreşim sönüm performansı ortaya konulduğu görülmüştür. Bununla eş zamanlı olarak erişilebilir en düşük bozucu bastırma seviyesi de hesaplanmış, parametre belirsizliği için belirlenen sınırlarda sistemin kararlılığının başarılı bir titreşim sönüm performansı ile garanti edildiği de görülmüştür.

Tezin ilk bölümünde, ele alınan problem ile ilgili literatür çalışmasına yer verilmiştir. Literatür çalışmasında görülen eksik noktalar ekseninde tezin amacı ve hipotez ortaya konulmuştur. Bölüm 2'de giriş gecikmesine bağlı dayanıklı kontrol problemi ortaya konmuştur. Kontrolör sentezi için gerekli temel bilgiler verildikten sonra, giriş gecikmesine bağlı dayanıklı L_2 kazançlı kontrolör tasarımına geçilmiştir. Zamanla değişen giriş gecikmesine sahip politopik belirsizlik içeren sistem için kararlılık koşulları elde edildikten sonra, L_2 kazançlı kontrolör sentezi için genişletilmiştir. Tasarım sonucu oluşan DOME problemi konik tamamlayıcı algoritma yardımıyla çözülmüştür. Konik tamamlayıcı algoritma ile en düşük bozucu bastırma seviyesi ve en büyük giriş gecikmesi sınırı eş zamanlı olarak hesaplanmıştır.

Bölüm 3'te önerilen kontrolörün etkinliği iki serbestlik dereceli uçak iniş takımı modeli üzerinden simülasyon çalışmaları ile gösterilmiştir. Giriş gecikmesinin sistem üzerindeki etkisi nominal L_2 kazançlı kontrolör uygulaması ile gözlemlenmiştir. Çok küçük giriş gecikmesi olması durumunda dahi sistemin kararsız davranışlar göstermesi gecikmeye bağlı kontrolör tasarımının gerekliliğini ortaya koymuştur. Bölüm 2'de önerilen giriş gecikmesine bağlı kontrolör sentezi için verilen simülasyon sonuçları ile giriş gecikmesi durumunda sistemin kararlılığının garanti edilerek başarılı sönüm performansı ortaya konduğu gösterilmiştir. Uçak iniş takımları için, çeşitli operasyonel durumlar için simülasyon çalışmaları ile kontrolörün etkinliği gözlemlenmiştir.

Çalışmanın literatüre yapmış olduğu en önemli katkı, uçak iniş takımlarının titreşimlerinin aktif kontrolü için giriş gecikmesi problemi ve parametre belirsizliğini aynı anda ele alan ilk çalışma olmasıdır. Parametre belirsizliklerinin politopik yapıda sistem dinamiğine dahil edilmesi de çalışmanın önemli bir katkısıdır. Simülasyon çalışmalarında önerilen kazançlı dayanıklı kontrolörün, uçak iniş takımlarının gecikmeye bağlı dayanıklı titreşim kontrol problemlerinin etkin bir çözümü olacağı kanıtlanmıştır.

Gelecek çalışmalarda önerilen kontrol yönteminin uçak iniş takımları için daha yüksek serbestlik dereceli modellerinde, pilot modeli bulunan sistemlerde kullanılarak etkin titreşim sönüm performansı sağlanabilir. Uçak iniş takımlarında gecikmeye bağlı gelişen önemli bir problem olan shimmy titreşimlerinin çözümü için önerilen kontrolör

tasarımı geliştirilebilir. Kontrolör tasarımında tutuculuğu azaltacak çeşitli integral eşitsizliği yöntemleri ile daha az tutucu ve gecikme üst sınırının geliştirildiği çözümler elde edilebilir.

KAYNAKLAR

[1] Francis, B.A., (1987). A Course in Control Theory, Lecture Notes in Control and Information Sciences 88, Edited by M.Thoma and A. Wyner, Springer-Verlag, New York.

[2] Doyle, J.C., Glover, K., Khargonekar, P.P. ve Francis B.A., (1989). "State-Space Solutions to Standard and Control Problems", IEEE Transactions on Automatic Control, 34(8):831-847.

[3] Lyapunov, A., (1947). Problema General de la Stabilite du Mouvement, Annals of Mathematical Studies, Princeton University, Princton.

[4] Gahinet, P. Apkarian, P. (1994), "A linear matrix inequality approach to control", International Journal of Robust and Nonlinear Control, 4, 421-448.

[5] de Oliveira, P.J., Oliveira, R.C.L.F., Leite, V.J.S., Montagner, V.F. ve Peres, P.L.D., (2004). "Guaranteed Cost Computation by Means of Parameter Dependent Lyapunov Functions", Automatica, 40(6):1053-1061.

[6] Sato, M., (2005). "Robust Performance Analysis of Linear Time-Invariant Parameter-Dependent Systems using Higher-Order Lyapunov Functions" American Control Conference, 8-10 Haziran 2005, 1004:615-620.

[7] Duan, G., Yu, H., (2013) LMIs in Control System: Analysis, Design and Applications, CRC Press.

[8] Boyd, S., Ghaoui, L.E., Feron, E., Balakrishnan, V., (1994) Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Society for Industrial and Applied Mathematics.

[9] Löfberg, J., (2004), "Yalmip: A Toolbox for Modeling and Optimzation in MATLAB", Proc. of the CACSD Conference, 2-4 Eylül 2004, Taipei, Taiwan.

[10] Strum, J.F., (1999), "Using SeDuMi 1.02 a Matlab for Optimization Over Symmetric Cones, Optimization Methods and Software", 11(2), 625-653.

[11] Lee, E.B., Lu, W.S. ve Wu,N.E., (1986), "A Lyapunov Theory for Linear Time-Delay Systems", IEEE Trans. Automatic Control, AC-31, 259-261.

[12] Gorecki, H., Fuska, S., Garbowski, P. ve Korytowski, A., (1989). Analysis and Synthesis of Time Delay System, J. Wiley, New York.

[13] Dugard, L. ve Verriest E.I., (1997). Stability and Control of Time Delay Systems, Springer Verlag, New York.

[14] Gu, K., Kharitonov, V. ve Chen, J., (2003). Stability of Time Delay Systems, Birkhauser: Basel, Boston.

[15] Su, T.J. ve Lui, P.L., (1993), "Robust Stability for Linear Uncertain Time-Delay Systems with Delay Dependence", International Journal Systems Science, 24:1067-1080.

[16] Mahmoud, M.S. ve Al Muthairi N.F., (1994). "Design of Robust Controllers for Time Delay Systems", IEEE Trans. Automatic Control, 39: 2135-2139.

[17] Li, X. ve de Souza C.E., (1997). "Delay-Dependent Robust Stability and Stabilization of Uncertain Linear Delay Systems: Linear Matrix Inequality", IEEE Trans. Automatic Control, 42:1144-1148.

[18] Yue, D. ve Han, Q.L., (2005). "Delayed Feedback Control of Uncertain Systems with Time-Varying Input Delay", Automatica, 4:233–240.

[19] Zhang, X.M., Wu, M. ve She, J., (2009). "Further Results on Stability and Stabilization of Linear Systems with State and Input Delays", International Journal of Systems Science, 40(1):1-10.

[20] Parlakci, M.N.A. ve Kucukdemiral, I.B., (2010). "Robust Delay-Dependent Control of Time-Delay Systems with State and Input Delays," International Journal of Robust and Nonlinear Control, 21:974-1007.

[21] Shariati, A., Taghirad, H.D. ve Labibi, B., (2010)," Delay-Dependent Control of Linear Systems with Time-Varying Delays Using Proportional-Derivative State Feedback", 18th Mediterranean Conference on Control & Automation, Marrakech, Morocco,1007-1012.

[22] Zhao, D., Ding, F., Zhou, L., Zhang, W. ve Xu, H., (2015). "Robust Control of Neutral System with Time-Delay for Dynamic Positioning Ships", Mathematical Problems in Engineering, 1-11.

[23] Seuret, A., Gouaisbaut, F.,(2012). "On the use of the Wirtinger Inequalities for Time-Delay Systems", Proceedings of the 10-th IFAC Workshop on Time Delay Systems The International Federation of Automatic Control Northeastern University, Boston, USA.260-265.

[24] Khargonekar, P.P., Petersen, I.R. ve Zhou, K., (1990). "Robust Stabilization of Uncertain Linear Systems: Quadratic Stability and Control Theory", IEEE Trans. Automatic Control, 35:356-361.

[25] Zhou, K., Doyle, J. ve Glover, K., (1995). Robust and Optimal Control, Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA.

[26] Su, T.J. ve Huang, C.G., (1992)., "Robust Stability of Delay Dependence of Linear Uncertain Systems", IEEE Trans. Automatic Control, 37:1656-1659.

[27] Xie, F., Lu, J., Zhao, Y., Miao, Y., (2017) "Robust Analysis and Control of Fractional-order Systems with Convex Polytopic Uncertainties",29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC), 2802-2807.

[28] Matsuki, T., Kubo, T., ve Oya, H., (2015),"Robust LQR Design of Neutral Systems with Time-Varying Delay and Polytopic Uncertainty", Control Conference (ASCC), 2015 10th Asian, 2802-2807.

[29] Geromel, J.C., Korogui, R.H. ve Bernussou, J., (2007), "H_2 and H_∞ Robust Output Feedback Control for Continuous Time Polytopic Systems", IET Control Theory Applications, 1(5): 1541–1549.

[30] Sun, M., Jia, Y., Du, J. ve Yu, F., (2009), "Robust Control for Tıme-Delay Systems wıth Polytopıc Uncertaınty", Asian Journal of Control, 11(1): 11-20.

[31] Otsuka, N ve Soga, T, (2010), "Quadratic Stablizability for Polytopic Uncertain Continuous-Time Switched Linear Systems Composed of Two Subsystems", International Journal of Control and Automation, 3(1): 35-42.

[32] Sadeghzadeh, A., (2011), "Fixed-Order Controller Design for Systems with Polytopic Uncertainty", 18th IFAC World Congress Milano, Italy, 10162-10167.

[33] Wu, A., Duan, G., (2006), "Enhanced LMI Representations for Performance of Polytopic Uncertain Systems: Continuous-time Case", International Journal of Automation and Computing 3: 304-308.

[34] Hetel, L., Daafouz, J., Iung, C., (2006),"Robust Stability Analysis and Control Design for Switched Uncertain Polytopic Systems", IFAC Proceedings Volumes, 39(9): 166-171.

[35] Karimi, A., Khatibi,H. Ve Longchamp, R., (2007), "Robust Control of Polytopic Systems by Convex Optimization", Automatica, 43 (2007): 1395 – 1402.

[36] Krüger W., Besselınk I., Cowlıng D., Doan D.B., Kortüm W. ve Krabacher W.(1997), "Aircraft Landing Gear Dynamics: Simulation and Control", Vehicle System Dynamics, 28(2-3): 119-158.

[37] Currey N.S., (1998), Aircraft landing gear design: Principles and practices, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc.

[38] Li Y., Gao B. ve Guan W., (2013), "Fault-tolerant Control for Semi-autonomous Damper", 25th Chinese Control and Decision Conference, Guiyang, China, 623 – 628.

[39] Zapateiro, M., Pozo F., Rossell J. M., Karimi H.R, Luo N., (2011) "Landing Gear Suspension Control through Adaptive Backstepping Techniques with Performance", 18th IFAC World Congress, Milano, Italy,4809-4814.

[40] Hua-Lin L.,Yong ., Qi H., Jian L., (2009) "Fuzzy PID control for landing gear based on magneto-rheological (MR) damper" Int. Conf. on Apperceiving Computing and Intelligence Analysis, Chengdu, 22-25.

[41] Pouly, G., Huynh, T., Lauffenburger, J. ve Basset, M., (2008), "Indirect Fuzzy Adaptive Control for Active Shimmy Damping", Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control Seoul, Korea, 15058-15063.

[42] Pouly, G., Lauffenburger, J. ve Basset, M., (2009), “Reduced Order H¥ Control Design of a Nose Landing Gear Steering System”, Proceedings of the 12th IFAC Symposium on Transportation Systems, Redondo Beach, CA, USA, 478-483.

[43] Hajiloo, A. ve Xie, W., (2014), “Robust Model Predictive Control of Shimmy Vibration in Aircraft Landing Gears with Probabilistic Uncertainty”, 2014 IEEE Conference on Control Applications (CCA) Part of 2014 IEEE Multi-conference on Systems and Control, Antibes, France, 146-151.

[44] Gharapurkar, A.A., Jahromi, A. F., Bhat, R.B. ve Xie, W., (2013), “Semi-Active Control of Aircraft Landing Gear System Using H-infinity Control Approach”, International Conference on Connected Vehicles and Expo, 679-686.

[45] Wang,H., Xing, J.T., Price, W.G. ve Li, W., (2008), “An Investigation of an Active Landing Gear System to Reduce Aircraft Vibrations Caused by Landing Impacts and Runway Excitations”, Journal of Sound and Vibration, 317 (2008) ,50–66.

[46] Sivakumar S., Haran A. P., (2015) “Aircraft Random Vibration Analysis Using Active Landing Gears, Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control”, 34(3): 307-322.

[47] Yazıcı, H. (2011). Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı Denetleyiciyle Deprem Etkisi Altındaki Yapısal Sistemlerin Titreşimlerinin Kontrolü, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul

[48] He, Y., Wu, M., She, J.H. ve Liu, G.P., (2004). "Delay-Dependent Robust Stability Criteria for Uncertain Neutral Systems with Mixed Delays", Systems & Control Letters, 51 (1):57-65.

[49] He Y., Wang, Q.G., Xie, L.H. ve Lin, C., (2007). "Further Improvement of Free-Weighting Matrices Technique for Systems with Time-Varying Delay”, IEEE Transactions on Automatic Control, 52 (2):293-299.

[50] Horisberger, H. and Belanger, P. (1976).” Regulators for linear, time invariant plants with uncertain parameters Horisberger and Belanger”. Automatic Control, 21(5):705–708.

[51] Pyatnitskii, E. S. and Skorodinskii, V. I. (1982). “Numerical methods of Lyapunov function construction and their application to the absolute stability problem”. Systems and Control Letters, (2):130–135.

[52] Scherer, C.W., (2006). “LMI Relaxations in Robust Control”, European Journal of Control, 12(1):3–29.

[53] He Y., Wang, Q.G., Xie, L.H. ve Lin, C., (2007). "Further Improvement of Free-Weighting Matrices Technique for Systems with Time-Varying Delay”, IEEE Transactions on Automatic Control, 52 (2):293-299.

[54] Hale, J.K. ve Verduyn Lunel S.M. (1993). Introduction to Functional Differential Equations, Springer-Verlag, New York.

[55] El Ghaoui, L., Qustry, F. ve Ait Rami, M., (1997). “A Cone Complementarity Linearization Algorithm for Static Output-Feedback and Related Problems”, IEEE Transactions on Automatic Control, 42(8): 1171-1176

EK-A

ÖNERİLEN KONTROLÖRÜN m.DOSYASI

```
clear all;
sayac=0;
sayac1=0;
k_max=900;

%%System parameters%%
%mass(kg)%%
m1=11739; %%aircraft mass%%
m2=300;  %%%wheel mass%%%
%stifness(N/m)%%%
ks=252000;%%%suspension system%%%
kt=300000; %%%wheel pneumatic%%%
%damping (Ns/m)%%
cs=10000;%%%suspension system%%%

%%%road parameter%%%
alfa=0.127;
V=60;
```

```
%%System matrices%%%
%%%xdot=Ax+Bww+Buu
A=[0 0 1 0;
  0 0 0 1;
 -ks/m1 ks/m1 -cs/m1 cs/m1;
  ks/m2 -(ks+kt)/m2 cs/m2 -cs/m2];

Bw=[0;
   0;
   0;
   kt/m2];

Bh=[0;
   0;
   1/m1;
   -1/m2];

Bu=[0;
   0;
   1/m1;
   -1/m2];




%%%%z=C1x+D11w+D12u%%%%%%
C=  [1  0    0     0;
    0    1     0     0;
    0     0     1    0;
    0     0     0     1];
```

```
D= [0 ;
   0 ;
   0 ;
   0];

bard=0.0001;
delta_bard=0.00005;

% maximum delay
mu=0; % maximum rate of delay
gamma=550; % initial gamma (H_\infty gain)
delta_gamma=0.005;

% size of matrices
[n,n]=size(A);
[n,m_u]=size(Bu);
[n,m_w]=size(Bw);
[n,m_h]=size(Bh);
[n,n]=size(C);
[n,m_h]=size(D);

% SDP variable declerations
X=sdpvar(n);
barX=sdpvar(n);
barP_22=sdpvar(n);
barY_11=sdpvar(n);
barY_22=sdpvar(n);
barY_1=sdpvar(n);
barY_2=sdpvar(n);
Q=sdpvar(n);
```

```
barQ=sdpvar(n);
W=sdpvar(n);
barW=sdpvar(n);
T=sdpvar(n);
barT=sdpvar(n);
L=sdpvar(m_h,n,'full');
barL=sdpvar(m_h,n,'full');
barP_12=sdpvar(n,n,'full');
barY_12=sdpvar(n,n,'full');
barM_1=sdpvar(n,n,'full');
barM_2=sdpvar(n,n,'full');
barM_3=sdpvar(n,n,'full');
barM_4=sdpvar(n,m_w,'full');
barM_5=sdpvar(n,n,'full');
barM_6=sdpvar(n,n,'full');
barR_1=sdpvar(n,n,'full');
barR_2=sdpvar(n,n,'full');
barR_3=sdpvar(n,n,'full');
barR_4=sdpvar(n,m_w,'full');
barR_5=sdpvar(n,n,'full');
barR_6=sdpvar(n,n,'full');
U=sdpvar(n);
barU=sdpvar(n);
lambda=sdpvar(1);
delta=zeros(n,n);

while true

Psi1_1=A*X+X*A'+barP_12+barP_12'+barY_1-barY_22+barQ+barW+barM_1+barM_1'
Psi1_2=Bh*L+barY_22-barY_1-barM_1'+barM_2+barR_1';
Psi1_3=-barP_12+barM_3-barR_1';
Psi1_4=Bw+barM_4;
Psi1_5=barP_22+barM_5-barY_12';
Psi1_6=barP_22+barM_6;
```

```
Psi1_7= bard*barM_1';
Psi1_8=bard*barR_1';
Psi1_9=L'*D'+X*C';
Psi1_10=X'*A';
Psi1_11=zeros(n,n);

Psi2_2=-2*barY_22+barY_1+barY_2-barM_2'-barM_2+barR_2'+barR_2-(eye(n)-
delta)*barQ;
Psi2_3=-barY_22-barY_2-barM_3+barR_3-barR_2';
Psi2_4=-barM_4+barR_4;
Psi2_5=barY_12'-barM_5+barR_5;
Psi2_6=-barY_12'-barM_6+barR_6;
Psi2_7=bard*barM_2';
Psi2_8=bard*barR_2';
Psi2_9=zeros(n,n);
Psi2_10=L'*Bh';
Psi2_11=zeros(n,n);

Psi3_3=-barY_22+barY_2-barW-barR_3'-barR_3;
Psi3_4=-barR_4;
Psi3_5=-barP_22-barR_5;
Psi3_6=-barP_22+barY_12'-barR_6;
Psi3_7=bard*barM_3';
Psi3_8=bard*barR_3';
Psi3_9=zeros(n,n);
Psi3_10=zeros(n,n);
Psi3_11=zeros(n,n);

Psi4_4=-gamma^2*eye(m_w);
Psi4_5=zeros(m_w,n);
Psi4_6=zeros(m_w,n);
Psi4_7=bard*barM_4';
Psi4_8=bard*barR_4';
```

```
Psi4_9=zeros(m_w,n);
Psi4_10=Bw';
Psi4_11=zeros(m_w,n);

Psi5_5=-barY_11;
Psi5_6=zeros(n,n);
Psi5_7=bard*barM_5';
Psi5_8=bard*barR_5';
Psi5_9=zeros(n,n);
Psi5_10=zeros(n,n);
Psi5_11=barP_12';

Psi6_6=-barY_11;
Psi6_7=bard*barM_6';
Psi6_8=bard*barR_6';
Psi6_9=zeros(n,n);
Psi6_10=zeros(n,n);
Psi6_11=barP_12'

Psi7_7=-bard*barY_1;
Psi7_8=zeros(n,n);
Psi7_9=zeros(n,n);
Psi7_10=zeros(n,n);
Psi7_11=zeros(n,n);

Psi8_8=-bard*barY_2;
Psi8_9=zeros(n,n);
Psi8_10=zeros(n,n);
Psi8_11=zeros(n,n);

Psi9_9=-eye(n,n);
Psi9_10=zeros(n,n);
Psi9_11=zeros(n,n);
```

```
Psi10_10=-T;
Psi10_11=zeros(n,n);

Psi11_11=-U;



Psi=[  Psi1_1 Psi1_2 Psi1_3 Psi1_4 Psi1_5 Psi1_6 Psi1_7 Psi1_8 Psi1_9 Psi1_10 Psi1_11;
    Psi1_2' Psi2_2 Psi2_3 Psi2_4 Psi2_5 Psi2_6 Psi2_7 Psi2_8 Psi2_9 Psi2_10 Psi2_11;
    Psi1_3' Psi2_3' Psi3_3 Psi3_4 Psi3_5 Psi3_6 Psi3_7 Psi3_8 Psi3_9 Psi3_10 Psi3_11;
    Psi1_4' Psi2_4' Psi3_4' Psi4_4 Psi4_5 Psi4_6 Psi4_7 Psi4_8 Psi4_9 Psi4_10 Psi4_11;
    Psi1_5' Psi2_5' Psi3_5' Psi4_5' Psi5_5 Psi5_6 Psi5_7 Psi5_8 Psi5_9 Psi5_10 Psi5_11;
    Psi1_6' Psi2_6' Psi3_6' Psi4_6' Psi5_6' Psi6_6 Psi6_7 Psi6_8 Psi6_9 Psi6_10 Psi6_11;
    Psi1_7' Psi2_7' Psi3_7' Psi4_7' Psi5_7' Psi6_7' Psi7_7 Psi7_8 Psi7_9 Psi7_10
Psi7_11;
    Psi1_8' Psi2_8' Psi3_8' Psi4_8' Psi5_8' Psi6_8' Psi7_8' Psi8_8 Psi8_9 Psi8_10
Psi8_11;
    Psi1_9' Psi2_9' Psi3_9' Psi4_9' Psi5_9' Psi6_9' Psi7_9' Psi8_9' Psi9_9 Psi9_10
Psi9_11;
    Psi1_10' Psi2_10' Psi3_10' Psi4_10' Psi5_10' Psi6_10' Psi7_10' Psi8_10' Psi9_10'
Psi10_10 Psi10_11;
    Psi1_11' Psi2_11' Psi3_11' Psi4_11' Psi5_11' Psi6_11' Psi7_11' Psi8_11' Psi9_11'
Psi10_11' Psi11_11];


 F=set(Psi<0);



F=F+set([barU barX; barX barT]>=0)+set([barU eye(n);eye(n) U]>=0)+set([barX
eye(n);eye(n) X]>=0)+set([barT eye(n);eye(n) T]>=0);
F=F+set(barQ > 0)+set(X > 0)+set(barW >
0)+set(barP_12>0)+set(barP_22>0)+set(barY_11>0)+set(barY_12>0)+set(barY_22>0)+s
et(barY_1>0)+set(barY_2>0);
F=F+set([X barP_12; barP_12' barP_22]>0)
```

```
F=F+set([barY_11 barY_12;barY_12' barY_22-barY_1]>0)+set([barY_11 barY_12;barY_12' barY_22-barY_2]>0)

if (sayac==0),
   sol=solvesdp(F,[], sdpsettings('solver','sedumi', 'verbose', 0));
   if (sol.problem==1),
      break;
   end
end

k=0;

   X_d=double(X); T_d=double(T); barU_d=double(barU); U_d=double(U);
   barX_d=double(barX); barT_d=double(barT);

   obj=U_d*barU+barU_d*U+X_d*barX+barX_d*X+T_d*barT+barT_d*T;
   solvesdp(F,trace(obj),sdpsettings('solver','sedumi', 'verbose', 0));


 stop=min(eig(double(X)*inv(double(T))*double(X)-double(U)));
 while ((k<k_max) && (stop <0))
      obj1=U_d*barU+barU_d*U+X_d*barX+barX_d*X+T_d*barT+barT_d*T;
      sol=solvesdp(F,trace(obj1),sdpsettings('solver','sedumi', 'verbose', 0));

    X_d=double(X); T_d=double(T); barU_d=double(barU); U_d=double(U);
     barX_d=double(barX); barT_d=double(barT);

      stop=min(eig(double(X)*inv(double(T))*double(X)-double(U)));
      k=k+1;
      sayac1=sayac1+1;
 end
 sayac=sayac+sayac1;
 sayac1=0;
```

```
if (k==k_max)
   disp('k_max iterasyonda cozum bulunamadi!!!')
   break
end
k

gamma0=gamma
gamma=gamma-delta_gamma
K=double(L)*inv(double(X))
bard0=bard
bard=bard+delta_bard

end
  Objective=double(trace(obj1))
  gamma0
  bard0
```

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Ezgi ÖZÜLKÜ

Doğum Tarihi ve Yeri : 04.01.1993-Kırklareli

Yabancı Dili : İngilizce

E-posta : ezgiozulku@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	**Alan**	**Okul/Üniversite**	**Mezuniyet Yılı**
Lisans	Makine Mühendisliği	Yıldız Teknik Üniversitesi	2015
Lise	Fen Bilimleri	Lüleburgaz Anadolu Lisesi	2011

YAYINLARI

Makale

1. Özülkü E., Yazici H. (2017). "Gain Vibration Control of Aircraft Landing Gear Having Input Delay". Anadolu University Journal of Science and Technology A- Applied Sciences and Engineering, 18(4), 849-863., Doi: 10.18038/aubtda.340810

Bildiri

1. Özülkü E., Yazıcı H. (2017). "Statik Çıkış Geri-Beslemeli Denetleyici ile Uçak İniş Takımının Aktif Titreşim Denetimi". Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, TOK 2017, 21-23 Eylül 2017, İstanbul, 681-685.

2. Özülkü E, Yazıcı H. (2017). "Dayanıklı Gecikmeye Bağlı Optimal Kontrolör ile Uçak İniş Takımının Aktif Titreşim Kontrolü". 18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, 5-7 Temmuz 2017, Trabzon, 277-285.

3. Özülkü E, Yazıcı H. (2016). "Giriş Gecikmesine Bağlı Kontrolör ile Uçak İniş Takımının Titreşim Kontrolü". Otomatik Kontrol Tük Milli Komitesi Ulusal Toplantısı 2016, 29 Eylül-1 Ekim 2016, Eskişehir, 98-103.

4. Özülkü, E., Göktaş, G., Sever, M., Yazıcı, H., & Küçükdemiral, İ. B. (2015). "Öz-Uyarlamalı Bulanık Mantık Kontrolör ile Bir Balıkçı Teknesinin Yalpa Hareketinin Kontrolü". Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi Ulusal Toplantısı, 10-12 Eylül 2015, Denizli, 777-782.