T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EĞİTİM BİLİMLERİ ANA BİLİM DALI
EĞİTİM PROGRAMLARI VE ÖĞRETİM DOKTORA PROGRAMI

DOKTORA TEZİ

İLKOKUL MATEMATİK DERSİNDE YÜKSEK BİLİŞSEL TALEBİN SAĞLANMASINDA MATEMATİKSEL İLETİŞİMİN ROLÜ: ÖRNEK OLAY ÇALIŞMASI

DEFNE YABAŞ
13706014

TEZ DANIŞMANI
Yrd. Doç. Dr. SERTEL ALTUN

İSTANBUL
2018

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EĞİTİM BİLİMLERİ ANA BİLİM DALI
EĞİTİM PROGRAMLARI VE ÖĞRETİM DOKTORA PROGRAMI

DOKTORA TEZİ

İLKOKUL MATEMATİK DERSİNDE YÜKSEK BİLİŞSEL TALEBİN SAĞLANMASINDA MATEMATİKSEL İLETİŞİMİN ROLÜ: ÖRNEK OLAY ÇALIŞMASI

DEFNE YABAŞ
13706014

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 08.01.2018
Tezin Savunulduğu Tarih: 21.02.2018
Tez Oy Birliği ile Başarılı Bulunmuştur

	Unvan Ad Soyad	İmza
Tez Danışmanı	: Yrd. Doç.Dr.Sertel Altun	
Jüri Üyeleri	: Prof.Dr.Mehmet Gürol	
	Prof.Dr.EmineErktin	
	Doç.Dr.Banu Yücel Toy	
	Yrd.Doç.Dr.Savaş Akgül	

İSTANBUL
ŞUBAT 2018

ÖZ

İLKOKUL MATEMATİK DERSİNDE YÜKSEK BİLİŞSEL TALEBİN SAĞLANMASINDA MATEMATİKSEL İLETİŞİMİN ROLÜ: ÖRNEK OLAY ÇALIŞMASI

Defne Yabaş
Şubat, 2018

İlkokul matematik öğretim programlarında, matematiğin anlamlı bir biçimde öğrenilmesi ve üst düzey becerilerin kazanılması konuları sıklıkla vurgulanmaktadır. Ancak, matematik derslerinde uygulanan öğrenme görevleri, öğrencilere sunduğu öğrenme olanakları bakımından farklılık gösterebilmektedir. Bu doğrultuda gündeme gelen bilişsel talep kavramı, bir öğrenme görevinin öğrenciye sunduğu düşünme, akıl yürütme, problem çözme vb. olanakları tanımlamak için kullanılmaktadır. Bilişsel talep kavramı bağlamında, uygulamaya da dikkat çekilmiş, bir öğrenme görevinin bilişsel talep düzeyinin, öğretmenin görevi öğrencilere sunmasından, öğrencilerin görevi tamamlayana dek geçen süreçte değişebildiği belirtilmiştir. Bu değişimde rol oynayan öğrenme desteği sunma, öğrenciyi açıklama yapma, savunma, sorgulama ve yorum yapma yönünde cesaretlendirme vb. faktörlerin sınıf içi iletişim ile doğrudan ilişkili olduğu gözlenmektedir. Bu nedenle, öğretmenin görevi öğrencilere hangi detayları vererek sunduğu, öğrencilere uygulama süresince nasıl bir öğrenme desteği sağladığı, öğrencilerin fikirlerini tartışmalarına ne kadar olanak verdiği, öğrenme görevinin bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesinde önem taşımaktadır. Bilişsel talep ve matematiksel iletişim arasındaki bu ilişkiden yola çıkarak çalışmada, sınıf öğretmenlerine bilişsel talep ve matematiksel iletişim ile ilgili profesyonel gelişim eğitimi aracılığıyla farkındalık kazandırılarak, matematiksel görevlerin sınıf ortamındaki uygulama sürecinin incelenmesi amaçlanmıştır. İstanbul'da bir özel okulda görev yapan iki dördüncü sınıf öğretmeni ve 37 öğrencinin katıldığı araştırmanın desenini nitel araştırma yöntemlerinden araçsal örnek olay oluşturmaktadır. Çalışma kapsamında öğretmenlere bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarıyla ilgili bir profesyonel gelişim eğitimi verilmiş ve matematik dersi kesirler ünitesi bağlamında, her iki şubede, ikisi ön gözlem olmak üzere sekizer ders saati sınıf gözlemi gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerle birebir ön ve son görüşmeler, öğrencilerle odak grup görüşmeleri ve ders gözlemleri aracılığıyla toplanan veriler içerik analizi ile analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmenlerin matematiksel görevlerin seçimi ve öğrencilere amacına uygun bir biçimde ulaştırılması bakımından, belli bir farkındalık kazanmalarına rağmen, yeterli düzeyde olmadığına işaret etmiştir. Aynı zamanda, matematiksel görevlerin amacına uygun bir biçimde uygulanmasında bilişsel talep ve matematiksel iletişim ortamının birlikte düşünülmesi gereken kavramlar olduğu ortaya çıkmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bilişsel talep, matematiksel iletişim, öğrenme görevleri

ABSTRACT

THE ROLE OF MATHEMATICAL COMMUNICATION IN MAINTAINING THE COGNITIVE DEMAND IN PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS LESSONS: A CASE STUDY

Defne Yabaş
February, 2018

Mathematics curricula emphasize importance of learning mathematics in a meaningful way and acquiring high-level skills. However, learning opportunities provided to students by mathematical tasks implemented in classroom settings can differ. Regarding this difference in learning opportunities, the concept of cognitive demand defines the degree of thinking, reasoning and problem solving opportunities offered to students through a mathematical task. Cognitive demand concept focuses also to the classroom implementation by pointing out that the cognitive demand of a mathematical task can change over a class period in set-up and implementation phases. According to literature, scaffolding, encouraging students to give explanations, justify, question and make comments, etc. are factors associated with the change in cognitive demand. These factors are also strongly related to in-class mathematical communication. Therefore, cognitive demand of mathematical tasks can be affected from the way teachers present the task, the way they give guidance and the environment they create for mathematical discussions. Regarding this relationship between cognitive demand and mathematical communication pointed out in the literature, the study aims to increase the awareness of teachers about these concepts and determine the reflections of this awareness in their implementations of mathematical tasks. The study employed instrumental case study design. Participants were two 4th grade teachers and their 37 students attending to a private school in İstanbul. Data collected through classroom observations, pre-and post-implementation interviews with the teachers and focus group interviews with the students, were analyzed through content analysis. Results indicated that, although teachers developed some degree of awareness about the concepts of cognitive demand and mathematical communication, they face difficulties in selecting and implementing mathematical tasks having high cognitive demand. Detailed analyses of mathematical tasks also pointed out that cognitive demand and mathematical communication should be considered together for an effective implementation of highly demanding mathematical task.

Keywords: Cognitive demand, mathematical communication, learning tasks.

ÖN SÖZ

İlkokul matematik dersinde yüksek bilişsel talebin sağlanmasında matematiksel iletişimin rolünü bir örnek olay çalışması bağlamında inceleyen bu doktora tezi birçok kişinin katkısıyla son halini almıştır.

Öncelikle, yüksek lisansa başladığım ilk günden bu noktaya gelene kadar bana çok büyük akademik katkılar sağlayan, bunun yanı sıra motivasyonumu yüksek tutma yönünde kişisel desteğini, güler yüzünü ve ilgisini hiçbir zaman esirgemeyen değerli danışmanım sayın Yrd. Doç. Dr. Sertel Altun'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez izleme sürecinde yol gösterici, yapıcı öneri ve yönlendirmeleriyle tezin şekillenmesine büyük katkı sağlayan sayın Prof. Dr. Emine Erktin'e teşekkür ederim. Yine değerli vaktini ayırarak kilit noktalardaki önerileriyle tezime katkıda bulunan sayın Doç. Dr. Banu Yücel Toy'a teşekkürlerimi sunarım. Olumlu yaklaşımı sayesinde desteğini her zaman hissettiğim Yrd. Doç. Dr. Savaş Akgül'e teşekkür ederim. Tez sürecinde alana ilişkin derin bilgileri doğrultusunda önerilerde bulunan, zorlandığım noktalarda yolumu açan değerli arkadaşım Dr. Miray Tekkumru Kısa'ya çok teşekkür ederim.

Doktora süresince kendilerinden aldığım dersler yoluyla bana katkı sağlayan başta Prof.Dr. Mehmet Gürol olmak üzere Yıldız Teknik Üniversitesi Eğitim Programları ve Öğretim Anabilim Dalındaki öğretim üyelerine teşekkür ederim.

Doktora eğitimim ve üniversitedeki çalışma hayatım süresince bana sundukları destek ve oluşturdukları çalışma ortamı sayesinde kendimi değerli hissetmemi sağlayan Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Eğitim Bilimleri Bölümündeki değerli hocalarıma çok teşekkür ederim.

Tezimin uygulama sürecinde yoğun programları dahilinde bana destek olan ve bu şekilde tezimin var olabilmesini sağlayan uygulama okulunun değerli yöneticilerine ve dördüncü sınıf öğretmenleri ile öğrencilerine gönülden teşekkür ederim.

Doktora eğitimi süresince bana kişisel anlamda destek olan, bana olan inançlarıyla sürekli ilerlememi sağlayan, yaşadığım sorunlara çözüm önerileri getiren, sevgi ve ilgilerini esirgemeyen sevgili annem, babam, ablam ve değerli arkadaşlarıma çok teşekkür ederim. Son olarak, sevgili oğlum Ömer'e motivasyonumun düşmesine hiç izin vermediği, her zaman yüzümü güldürdüğü ve bu doktora tezi gibi iyi şeyler yapmam yönünde bana cesaret verdiği için sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İstanbul, Şubat, 2018 Defne Yabaş

İÇİNDEKİLER

ÖZ ..... **iii**
ABSTRACT ..... **iv**
ÖN SÖZ ..... **v**
İÇİNDEKİLER ..... **vi**
TABLOLAR LİSTESİ ..... **ix**
ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **xi**
1. GİRİŞ **1**
1.1. Problem Durumu 1
1.2. Araştırmanın Amacı 4
1.3. Problem Cümlesi 5
1.4. Araştırmanın Önemi 5
1.5. Sınırlılıklar 7
1.6. Sayıltılar 8
1.7. Tanımlar 8
2. LİTERATÜR TARAMASI **9**
2.1. Matematik Öğretimi 9
2.2. Matematiksel Görevler ve Bilişsel Talep 11
2.3. Kesirler Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi 16
2.3.1. Parça-Bütün Alt-Yapısı 19
2.3.2. Oran Alt-Yapısı 20
2.3.3. İşlemci Alt-Yapısı 20
2.3.4. Bölüm Alt-Yapısı 21
2.3.5. Ölçüm Alt-Yapısı 22
2.4. Matematiksel İletişim 23
2.5. Nitelikli Matematiksel İletişim Ortamı Oluşturulması 27
2.6. Öğretmenlerin Profesyonel Gelişimi 34
2.7. İlgili Araştırmalar 39
2.7.1. Bilişsel Talep ile İlgili Araştırmalar 39
2.7.2. Matematiksel İletişim ile İlgili Araştırmalar 45
2.7.3. Öğretmenlerin Profesyonel Gelişimi ile İlgili Araştırmalar 49
3.YÖNTEM **57**
3.1. Araştırma Deseni 57
3.2. Çalışma Grubu 59
3.3. Araştırma Süreci 61
3.3.1. İhtiyaç Analizi 64
3.3.1.1. Pilot Çalışma 64
3.3.1.2. Katılımcı Öğretmenlerin Matematiksel İletişim ve Bilişsel Talep Konusundaki Görüşlerinin Alınması 68
3.3.1.3. Sınıf İçi Ön Gözlemlerin Gerçekleştirilmesi 68
3.3.1.4 Matematik Öğretim Programı Kesirler Ünitesinin İncelenmesi 70
3.3.2. Profesyonel Gelişim Eğitimi 70
3.3.3. Sınıf içi Uygulama ve Gözlemler 73
3.4. Veri Toplama 76

3.4.1. Gözlem 76
3.4.1.1. Video Kayıtları 77
3.4.1.2. Ses Kayıtları 77
3.4.1.3. Alan Notları 78
3.4.2. Birebir Görüşme 78
3.4.3. Odak Grup Görüşmesi 79
3.4.4. Görev Analiz Rehberi 79
3.5. Veri Analizi 81
3.5.1. Sınıf Gözlemlerinden Elde Edilen Verilerin Analizi 81
3.5.1.1 Matematiksel Görevlerin Bilişsel Talep Düzeylerindeki Değişim 82
3.5.1.2 Matematiksel İletişim Ortamı 87
3.5.2. Birebir ve Odak Grup Görüşmelerinin Analizi 91
3.6. İç ve Dış Geçerlik 94
3.7. Araştırmacıların Rolü 97
4. BULGULAR 99
4.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Bulgular 99
4.1.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 1 99
4.1.1.1. Matematiksel Görevlerin Bilişsel Talep Düzeyleri 99
4.1.1.2. Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar 101
4.1.2. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 2 107
4.1.2.1. Matematiksel Görevlerin Bilişsel Talep Düzeyleri 107
4.1.2.2. Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar 109
4.1.3. Araştırmanın Birinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet 115
4.2. Araştırmanın İkinci Alt Problemine İlişkin Bulgular 119
4.2.1. Araştırmanın ikinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 1 119
4.2.1.1. Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar 119
4.2.1.2. Soru Türleri 121
4.2.2. Araştırmanın İkinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 2 124
4.2.2.1. Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar 124
4.2.2.2. Soru Türleri 125
4.2.3. Araştırmanın İkinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet 127
4.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular 129
4.3.1. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular -Şube 1 129
4.3.1.1. Bilişsel Talep Düzeyi Yükselen Görevler 129
4.3.1.2. Bilişsel Talep Düzeyi Sürdürülen Görevler 136
4.3.1.3. Bilişsel Talep Düzeyi Düşen Görevler 144
4.3.2. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular -Şube 2 154
4.3.2.1. Bilişsel Talep Düzeyi Sürdürülen Görevler 154
4.3.2.2. Bilişsel Talep Düzeyi Düşen Görevler 157
4.3.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet 167
4.4. Araştırmanın Dördüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular 173
4.4.1. Armağan Öğretmen ile Yapılan Birebir Görüşmelere İlişkin Bulgular 173
4.4.1.1. Matematiksel İletişim 173
4.4.1.2. Matematiksel Görevlerin Seçimi 175

4.4.1.3. Sınıf İçi Uygulamalara ve Daha Sonraki Uygulamalara İlişkin Görüşler ... 177
4.4.2. Deniz Öğretmen ile Yapılan Birebir Görüşmelere İlişkin Bulgular ... 178
4.4.2.1. Matematiksel İletişim ... 178
4.4.2.2. Matematiksel Görevlerin Seçimi ... 180
4.4.2.3. Sınıf İçi Uygulamalara ve Daha Sonraki Uygulamalara İlişkin Görüşler ... 181
4.4.3. Araştırmanın Dördüncü Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet ... 183
4.5. Araştırmanın Beşinci Alt Problemine İlişkin Bulgular ... 186
4.5.1. Araştırmanın Beşinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 1 ... 186
4.5.1.1 Uygulamaya İlişkin Görüşler ... 186
4.5.1.2. Derse Katılım Sürecine İlişkin Görüşler ... 187
4.5.1.3. Öneriler ... 187
4.5.2. Araştırmanın Beşinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 2 ... 188
4.5.2.1 Uygulamaya İlişkin Görüşler ... 188
4.5.2.2. Derse Katılım Sürecine İlişkin Görüşler ... 188
4.5.2.3. Öneriler ... 189
4.5.3. Araştırmanın Beşinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet ... 189
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER ... 191
5.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Sonuç ve Tartışma ... 191
5.2. Araştırmanın İkinci Alt Problemine İlişkin Sonuç ve Tartışma ... 198
5.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Sonuç ve Tartışma ... 203
5.4. Araştırmanın Dördüncü Alt Problemine İlişkin Sonuç ve Tartışma ... 210
5.5. Araştırmanın Beşinci Alt Problemine İlişkin Sonuç ve Tartışma ... 214
5.6. Öneriler ... 217
5.6.1. Uygulayıcılar İçin Öneriler ... 217
5.6.2. Araştırmacılar İçin Öneriler ... 219
KAYNAKÇA ... 221
EKLER ... 240
Ek 1. Dördüncü Sınıf Matematik Öğretim Programı Kesirler Ünitesi ... 240
Ek 2. Ön-Görüşme Soruları ... 244
Ek 3. Son Görüşme Soruları ... 245
Ek 4. Odak Grup Görüşmesi Soruları ... 247
Ek 5. Sınıf Uygulamalarına İlişkin Fotoğraflar ... 248
Ek 6. Okul İzin Yazısı ... 250
ÖZGEÇMİŞ ... 251

TABLOLAR LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 2. 1: Bilişsel Talep Düzeyleri ..... ……12
Tablo 2. 2: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Faktörler..... 14
Tablo 2. 3: 3/4 Kesrinin Farklı Yorumları 19
Tablo 2. 4: Kesrin İşlemci Alt-Yapısı..... 21
Tablo 3. 1: Çalışma Grubu..... 61
Tablo 3. 2: Araştırma Süreci..... 63
Tablo 3. 3: Ön Gözlemler..... 68
Tablo 3. 4:Profesyonel Gelişim Eğitimi..... 70
Tablo 3.5: Şube 1 Uygulama Çizelgesi..... 73
Tablo 3.6: Şube 2 Uygulama Çizelgesi..... 75
Tablo 3.7: Görev Analiz Rehberi..... 80
Tablo 3.8: Bilişsel Talep Düzeyinin Değişiminde Etkili Olan Davranışlar..... 83
Tablo 3.9: Matematiksel İletişim Ortamı..... 88
Tablo 3.10: Birebir Görüşmelere İlişkin Kodlama Şeması..... 92
Tablo 3.11: Odak Grup Görüşmelerine İlişkin Kodlama Şeması..... 93
Tablo 3.12: Nitel Araştırmalarda İnandırıcılık..... 94
Tablo 4.1: Şube 1 Matematiksel Görevlerin Uygulama Süreci..... 100
Tablo 4.2: Matematiksel Görevlerin Ders Süreci İçerisindeki Değişimleri..... 101
Tablo 4.3: Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar..... 102
Tablo 4.4: Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar..... 105
Tablo 4.5: Şube 2 Matematiksel Görevlerin Uygulama Süreci..... 108
Tablo 4.6: Matematiksel Görevlerin Ders Süreci İçerisindeki Değişimleri..... 109
Tablo 4.7: Bilişsel Talebin Sürdürülmesine Yönelik Davranışlar..... 110
Tablo 4.8: Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar..... 113
Tablo 4.9: Araştırmanın Birinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet Tablo..... 116
Tablo 4.10: Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar..... 120
Tablo 4.11: Soru Türleri..... 122
Tablo 4.12: Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar..... 124
Tablo 4.13: Soru Türleri..... 126
Tablo 4.14: Araştırmanın İkinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet Tablo..... 128
Tablo 4.15: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG7) 131
Tablo 4.16: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG7)..... 134
Tablo 4.17: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG2) 137
Tablo 4.18: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG2)..... 139
Tablo 4.19: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG5) 141
Tablo 4.20: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG5)..... 143
Tablo 4.21: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG4) 145

Tablo 4.22: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG4) 147
Tablo 4.23: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG8) 149
Tablo 4.24: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG8) 151
Tablo 4.25: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 2-MG5) 155
Tablo 4.26: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 2-MG5) 156
Tablo 4.27: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 2-MG2) 158
Tablo 4.28: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 2-MG2) 159
Tablo 4.29: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 2-MG4) 161
Tablo 4.30: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 2-MG4) 163
Tablo 4.31: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 2-MG1) 165
Tablo 4.32: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 2-MG1) 166
Tablo 4.33: Araştırmanın Üçüncü Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet Tablo 168
Tablo 4.34: Araştırmanın Dördüncü Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet Tablo 184
Tablo 4.35: Araştırmanın Beşinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet Tablo 190

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1: Matematiksel Görev Çerçevesi 14
Şekil 2.2: Kesir Kavramı 18
Şekil 3.1: Araştırma Deseni 59
Şekil 3.2: Araştırma Süreci 64

1. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, alan yazın taraması, ilgili araştırmalar, araştırmanın önemi, problem cümlesi ve alt problemler, araştırmanın sayıltıları, araştırmanın sınırlılıkları, tanımlar ve kısaltmalar yer almaktadır.

1.1. Problem Durumu

Matematik öğretimi ile ilgili son yıllarda yurt içi ve yurt dışında gerçekleştirilen yenilik hareketleri kapsamında matematiğin anlamlı bir biçimde öğrenilmesi ve üst düzey becerilerin kazanılması konularına sıklıkla vurgu yapılmaktadır. Ülkemizde uygulamada bulunan ilkokul matematik öğretim programlarında problem çözme, akıl yürütme, yaratıcılık vb. becerilere önem verildiği belirtilmekte ve öğrencilere bu becerileri geliştirmeleri için olanak sağlayacak öğrenme ortamları oluşturulması gerekliliğinin altı çizilmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2009). Öğrencilerin üst düzey becerilerinin gelişimini sağlamak için ise onları anlam oluşturmaya, düşündürmeye, kavramlar ve fikirler arasında bağlantı kurmaya teşvik eden öğrenme ortamlarının oluşturulması gerekmektedir. Başka bir deyişle, söz konusu süreçlere odaklanan matematiksel görev ve etkinlikler öğrencilere üst düzey düşünme becerilerinin kullanımına yönelik deneyim kazandırmaktadır.

Öğrenim hayatının ilk yıllarından itibaren üst düzey matematiksel becerilerin geliştirilmesine hem kuramsal olarak hem de uygulamada yapılan vurguya rağmen ülkemizin matematik başarısı bakımından istenilen noktada olduğu söylenemez. Örneğin, ulusal sınavlar sonucunda son yıllarda yapılan istatistiklere göre en düşük doğru yanıt ortalaması matematik dersinde olmakla birlikte, PISA ve TIMMS gibi uluslararası düzeyde yapılan değerlendirmelerde Türkiye, matematik alanında en başarısız ülkeler arasında bulunmaktadır (Eğitim Reformu Girişimi, 2017). Buradan hareketle, matematik öğretimi için belirlenen vizyonun uygulamaya geçirilmesinde sorunlar yaşandığı ve öğrencilerde arzu edilen kazanımlara ulaşılmakta güçlük çekildiği söylenebilmektedir (Eraslan, 2009). İlkokul matematik öğretim programlarında kavramların derin bir şekilde öğrenilmesi ve üst düzey kazanımlara

ulaşılabilmesi amacıyla birçok görev ve etkinlik, öğretmen kılavuzları aracılığıyla derslerde uygulanmak üzere öğretmenlerin kullanımına sunulmuştur. Bu çerçevede, tipik bir matematik dersinin belli matematiksel fikirler etrafında tasarlanan görevlerden oluştuğunu söylemek mümkündür. Stein ve Smith (1998), matematiksel görev kavramını, dersin belli bir matematiksel fikre odaklanan bir parçası olarak tanımlamışlardır. Doyle (1988) ise matematiksel görevlerin öğrenci öğrenmesinin temelini oluşturduğunu dile getirmiştir.

Öğretim programlarında yer alan matematiksel görevler incelendiğinde, bazı görevlerde öğrencilerden yüksek düzeyde bilişsel becerilerini kullanmaları beklenirken, bazı görevlerde daha düşük bilişsel becerilere odaklanıldığı görülmektedir. Başka bir deyişle, kimi görevleri öğrenciler sadece basit hesaplamalar yaparak tamamlayabilirken, kimi görevler öğrencilerin problem çözme, akıl yürütme vb. daha karmaşık becerileri kullanmalarını gerektirmektedir (Stein, Smith, 1998). Diğer taraftan bakıldığında, öğrencilerin tamamlamak için farklı düzeyde bilişsel becerilerini kullanmalarını içeren görevler, öğrencilere matematiğin nasıl öğrenildiği ile ilgili de alt mesajlar vermektedir. Örneğin, derslerde sürekli basit hesaplamalar ve belli bir yolu takip eden işlemler içeren görevler üzerinde çalışan öğrencilerin matematik öğrenmenin sadece bu becerileri uygulamak ve pekiştirmek olduğu yönündeki algısının kuvvetleneceği söylenebilir. Diğer yandan, kavramlar arası bağlantı kurmaya ve anlamaya yönlendiren görevlerle matematiği öğrenen öğrenciler matematik alanında başarılı olma konusunda daha farklı düşüncelere sahip olabilirler.

Üst düzey matematiksel görevlerin güncel matematik öğretim programlarındaki yerinin artmasıyla bu görevlerin uygulamaya nasıl yansıdığı ile ilgili çalışmalar da yapılmaya başlanmıştır. Öğretim programına ilişkin materyallerde üst düzey becerilere odaklanılmasına rağmen, öğrencilerden sergilemeleri beklenen becerilerin uygulamada beklenen ölçüde görülememesi, görevlerin tamamlanabilmesi için öğretmenler tarafından basitleştirilmesi ve daha prosedürel hale getirilmesi bu çalışmalarda üzerinde sıklıkla durulan konular arasında yer almaktadır (Henningsen, Stein, 1997; Stein, Kim, 2009; Stein, Smith, 1998; Stein ve diğ., 2008). Görevlerin öğretim programlarında, öğretmen kılavuzlarında veya ders kitaplarında yer aldığı şekliyle sınıf ortamlarında uygulanamaması sorunundan hareketle Stein ve Smith (1998), "*Matematiksel Görev Çerçevesi"ni* geliştirmişlerdir. Bu çerçeve kapsamında sınıf ortamında uygulanmak istenen bir matematiksel görevin hangi aşamalardan

geçtiği ve bu aşamalarda görevin düzeyinin hangi faktörlere göre değiştiği konularına dikkat çekilmiştir.

Matematiksel Görev Çerçevesinde öğretmenin görevi öğrencilere sunmasından, öğrencilerin görevi tamamlamasına dek geçen süreçte, bir aşamadan diğer aşamaya geçilirken görevin düzeyinin korunmasında ya da düşmesinde hangi faktörlerin rol oynadığı detaylı bir şekilde ele alınmıştır (Stein, Smith, 1998). Söz konusu faktörlerin önemli bir kısmının sınıf içi matematiksel iletişim ortamı ile ilişkili olduğu göze çarpmaktadır. Örneğin, Henningsen ve Stein (1997) tarafından matematiksel görevin üst düzey niteliğinin korunması ile ilişkilendirilen öğrenme desteği sunma, öğrencilerin kendi öğrenme sürecini gözlemlemesi, açıklama yapma, savunma, sorgulama, yorum yapma ve geribildirim verme olarak belirtilen faktörler sınıf içinde gerçekleşen matematiksel iletişimin önemine işaret etmektedir. Bunun yanı sıra, anlamlı öğrenme ve üst düzey matematiksel düşünme becerilerinin gelişimi için sınıf ortamında matematiksel iletişimin geliştirilmesi, başka bir deyişle, sınıf içi tartışma ve konuşmaların arttırılması, son yıllarda matematik eğitimi alanında yapılan çalışmaların önemli bir kısmı tarafından ele alınmıştır (Brendefur, Frykholm, 2000; Cooke, Buchholz, 2005, Franke ve diğ., 2009; Jung, Reifel, 2011; Pape, Bell, Yetkin, 2003; Sfard, 2001). Örneğin, Jung ve Reifel'e (2011) göre matematiksel iletişim kavramsal öğrenmeyi, düşünmeyi, problem çözmeyi ve akıl yürütmeyi desteklemektedir. Sınıfta oluşturulan matematiksel iletişim ortamının öğrencilerin üst düzey becerileri kazanmasına destek olabilmesi için, öğrencilere kendi düşüncelerini ifade etme, birbirlerini dinleme, arkadaşlarının görüşlerine yorumda bulunma ve yansıtma yapma olanakları sunulması gerekmektedir (Pape, Bell, Yetkin, 2003).

Alanda yapılan söz konusu çalışmalar matematiksel görevlerin yüksek bilişsel taleplerin sürdürülmesi ile sınıf içerisindeki matematiksel iletişim ortamı arasında güçlü bir ilişki olduğuna işaret etmektedir. Başka bir deyişle, öğrencilerin kendilerini rahatça ifade edebildikleri ve fikirler arasında bağlantı kurmaya ve anlamaya cesaretlendirdikleri bir öğrenme ortamının oluşturulması, üst düzey becerilerin gelişmesini hedefleyen matematiksel görevlerin amacına ulaşması için kilit önem taşımaktadır.

Eğitim alanında gerçekleştirilen diğer yeniliklerde olduğu gibi matematik öğretiminde yapılan yeniliklerin uygulamaya yansıması ve öğrencilerde istenilen değişikliklerin meydana gelebilmesi için öğretmenlere önemli sorumluluklar düşmektedir.

Öğrencinin matematik öğrenmesini etkileyen en önemli faktörün 'öğretmen yeterliği' olduğu belirtilmektedir (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Örneğin, Boaler (2002), etkili ve etkili olmayan öğretimi ayırmak için sınıf içi günlük rutin kapsamında, öğretmenlerin gerçekleştirdiği özel bazı öğretim pratiklerine/öğretme davranışlarına dikkat çekmiştir. Dursun ve Dede'nin (2004) yaptığı çalışmaya katılan öğretmenlerin tamamı, öğretmen yeterliliğin öğrenci başarısı üzerinde etkili olduğunu belirtmişlerdir. Diğer yandan, öğretmenler, üniversitede aldıkları eğitimi meslek hayatlarına aktarmada zorluklar yaşadıklarını dile getirmektedirler (Gürbüz, Erdem, Gülburnu, 2013). Benzer şekilde, ilköğretim programları uygulamaya konulduktan sonra programla ilgili verilen hizmet içi eğitimlerin yetersiz kaldığı ve bu nedenle öğretmenlerin programdaki rol ve sorumluluklarını yeterli düzeyde kavrayamadıklarına ilişkin araştırma bulguları mevcuttur (Bal, 2008; Hazır-Bıkmaz, 2006). Bu bilgiler ışığında, üst düzey becerilerin gelişimine odaklanan matematiksel görevlerin, verimli bir matematiksel iletişim ortamı oluşturularak, amacına uygun bir biçimde öğrenciye ulaştırılmasında, öğretmenin anahtar rolü olduğu söylenebilir. Örneğin, öğretmenler, verimli bir matematiksel iletişimin bulunduğu bir sınıf ortamında öğrencilerin düzeyine uygun zorlayıcılıkta görevler/etkinlikler hazırlama, öğrencilere iletişim konusunda rol model olma ve kullanılan matematiksel dil ve içeriğin doğruluğunu kontrol etme gibi noktalarda sorumluluk sahibidir (Mendez, Sherin, Louis, 2007; Silver, Smith, 1996). Özetle, öğretmenlerden ilgili matematiksel görevin bilişsel talep düzeyini anlayarak, bu göreve uygun bir matematiksel iletişim ortamı oluşturmaları beklenmektedir (Kysh, Thompson, Vicinus, 2007; Varol, Farran, 2006). Bu noktada, öğretmenlere, bilişsel talebi yüksek matematiksel görevler bağlamında, sınıf içerisindeki nitelikli iletişimi arttırabilmeleri için profesyonel destek verilmesi gerekliliği ön plana çıkmaktadır (Bennett, 2010).

1.2. Araştırmanın Amacı

Problem durumu bölümünde belirtilen gerekçelerden hareketle, çalışmanın amacı, sınıf öğretmenlerine bilişsel talep ve matematiksel iletişim ile ilgili profesyonel gelişim eğitimi aracılığıyla farkındalık kazandırılarak, matematiksel görevlerin sınıf ortamındaki uygulama sürecinin incelenmesi olarak belirlenmiştir. Bu yolla, matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin sürdürülmesinde rol oynayan

faktörler ile sınıf içi matematiksel iletişim ortamı detaylı bir biçimde incelenerek, matematik öğretim programlarının kazanımlarına uygun bir şekilde, problem çözme, akıl yürütme vb. üst düzey düşünme becerilerinin öğrencilere kazandırılması sürecinin kolaylaştırılması hedeflenmektedir.

1.3. Problem Cümlesi

Araştırmanın problem cümlesi **"**Bilişsel talep ve matematiksel iletişim odaklı olarak yapılan profesyonel gelişim eğitimi sonrasında öğretmenler matematiksel görevleri sınıf ortamında nasıl uygulamaktadırlar?" olarak belirlenmiştir. Bu problem cümlesinden hareketle çalışma kapsamında;

1. Sınıf içerisinde uygulanan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri nelerdir ve öğretmenlerin hangi davranışları bilişsel talebin sürdürülmesinde ya da düşmesinde rol oynamaktadır?
2. Matematiksel iletişim ortamının sağlanmasında öğretmenler, hangi davranışları ve hangi soru türlerini kullanmaktadırlar?
3. Matematiksel görevlerin uygulanma sürecinde bilişsel talep ve matematiksel iletişim nasıl rol oynamaktadır?
4. Öğretmenlerin bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarına ilişkin uygulama öncesi ve sonrası görüşlerinde nasıl bir değişim gerçekleşmiştir?
5. Öğrenciler uygulama sürecini nasıl değerlendirmişlerdir?

Sorularına yanıt aranacaktır.

1.4. Araştırmanın Önemi

Araştırma, matematik öğretiminde üst düzey becerilerinin kazanılması sürecini sınıf içi uygulamalar düzeyinde, bilişsel talep ve matematiksel iletişim ortamı üzerinden ele almasıyla özgün bir niteliktedir. Türkiye'de matematik öğrenimine ilişkin yapılan araştırmalar tarandığında çoğunluğunun öğretim strateji ve yöntemlerinin uygulanması, matematik kaygısı, matematiğe yönelik tutum, bilgisayar destekli matematik öğretimi, hizmet içi ve hizmet öncesi matematik öğretmenlerinin algı ve tutumları vb. konu başlıklarını ele aldığı görülmektedir. Örneğin, Yenilmez ve Sölpük (2014), matematik öğretimi alanında, 2004-2013 yılları arasında yapılan tezleri inceledikleri çalışmalarında, alanda üstünde sıklıkla durulan konuları, matematik

programının uygulanabilirliğine ve sorunlarına ilişkin görüşler, matematik programına ilişkin görüşler, matematik programlarını uluslararası programlarla karşılaştırma, matematik programlarına ilişkin ölçme değerlendirme ve matematik programının öğrenme alanları ile ilgili görüşler olarak sıralamışlardır. Türkiye'de matematiksel görevlerin bilişsel talebi üzerinde duran ve bu bağlamda matematiksel iletişim ortamına odaklanan herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarına ayrı ayrı odaklanan çalışmalar bulunsa (bkz. Ader, 2016; Bayazıt, 2011; Bayazıt, 2013; Kaya, Altun, 2014; Kaya, Aydın, 2016; Ubuz, Sarpkaya, 2014; Ubuz ve diğ., 2010) da bu kavramları bütünsel bir biçimde ele alan ve sınıf uygulamalarına dayalı bir araştırma ile karşılaşılmamıştır. Buradan hareketle, yüksek bilişsel talebin sağlanmasında matematiksel iletişimin rolü konusunu ayrıntılı bir şekilde inceleyen bu çalışmanın alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Mevcut çalışmanın araştırmacıları bu konu üzerinde çalışmaya teşvik etmesi, bu şekilde ülkemizde matematik öğretimi açısından yaşanan sorunların çözümü bakımından yeni bilgilerin üretilmesine katkıda bulunması beklenmektedir.

Araştırma kapsamında, sınıf öğretmenlerinin matematik öğretim süreçlerinin incelenmiş olması da çalışmanın önemine katkıda bulunmaktadır. Matematik eğitimi alanında yapılan çoğu çalışmanın 6-8.sınıflara yönelik olması dikkat çekicidir. Yenilmez ve Sölpük (2014) 2004-2013 yılları arasında matematik öğretimi alanında yapılan tezlere ilişkin çalışmalarında, ilgilenilen sınıf düzeyi bakımından yoğunluğun 6-8. Sınıflar arasında olduğunu ifade etmişlerdir. Sınıf öğretmenlerinin matematik öğretimine ilişkin donanımlarının arttırılması hitap ettikleri öğrenci kitlesi bakımından da önemli görülmektedir. Söz konusu yaş grubunda matematik öğretiminin desteklenmesinin öğrencilerin ileriki dönemlerdeki matematik başarısı, üst düzey matematiksel becerilerin kazanımı ve matematiğe yönelik tutumların geliştirilmesi bakımından değerli olduğu düşünülmektedir. Aynı zamanda, öğrencilerin bu yıllarda matematiğe yönelik kavramsal altyapılarının sağlam bir şekilde kurulması son derece önemlidir (Stevenson, Stigler, 1992; Varol, Farran, 2006). Çalışma kapsamında, dolaylı olarak, sınıf öğretmenlerinin matematiğe yönelik görüşlerinde değişiklik olması da amaçlanmaktadır. Nitekim sınıf öğretmenleri matematik dersini zor, sıkıcı, herkesin başaramayacağı bir ders olarak algılayabilmektedir (Güveli ve diğ., 2011). Dolayısıyla sınıf öğretmenlerinin matematik öğretimi yönünden gelişimlerine katkıda bulunmayı hedefleyen bir model önermesi bakımından çalışma değerli görülmektedir.

Çalışmada araştırma deseni olarak, araçsal örnek olay deseni belirlenmiştir. Bu desen kapsamında, veri toplama yöntemi olarak matematik öğretimi alanında yapılan araştırmalarda çok sık karşılaşılmayan gözlem, birebir görüşme, odak grup görüşmesi vb. veri toplama yöntemlerinden faydalanılmıştır. Çalışma kapsamında nitel veri toplanmasının ve analiz edilmesinin matematik öğretiminin gerçekleştirildiği sınıf ortamına ilişkin detaylı bilgilere ulaşılmasını sağlayacağı ve bu şekilde uygulamaya daha derin bir katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

Özetle, Türkiye'de uygulanan matematik öğretim programları anlamlı öğrenme, matematiksel iletişim, üst düzey düşünme becerileri, vb. becerilerin altını çizmekte ve bu becerilerin öğrencilerde geliştirilmesine yönelik görevler içermektedir. Ancak, öğretim programlarının ne düzeyde uygulandığını ve öğretmenlerin programa ilişkin algılarını inceleyen çalışmalarda özellikle öğretim programının uygulama bakımından istenen düzeyde olmadığına işaret edilmektedir. Öğretmenlerin görüş ve algılarını dile getiren çalışmalarda da benzer bir durum ile karşılaşılmakta, öğretmenler sınıf mevcudunun fazlalığı, ele alınması gereken konuların yoğunluğu gibi çeşitli engeller sebebiyle öğretim programını amaçlarına uygun bir şekilde uygulayamadıklarını belirtmektedirler. Çalışma kapsamında matematik öğretimi alanında hemen hemen hiç çalışılmamış bir konu üzerinde çalışılması hedeflenmektedir. Bu konunun şimdiye kadar matematik öğretiminin niteliğini arttırmak bakımından etkili bir şekilde çözülememiş sorunların çözümüne ilişkin bir farkındalık oluşturması amaçlanmaktadır.

1.5. Sınırlılıklar

Bu araştırma,

1. 4.sınıf matematik dersi öğretimi ile

2. 2016-2017 Eğitim-Öğretim yılında İstanbul'da bir özel okulda 4.Sınıf düzeyinde görev yapan iki sınıf öğretmeni ve öğrencileriyle,

3. Çalışmada kullanılan veri toplama araçlarıyla,

4. Öğretmenlerin kesirler ünitesi bağlamında uygulama yaptığı matematik ders saatleri ile sınırlıdır.

1.6. Sayıltılar

Bu araştırmanın sayıltıları şu şekildedir:

1. Katılımcılar araştırma kapsamındaki görüşmelere kendi görüşlerini doğru bir biçimde yansıtacak şekilde katılmışlardır.
2. Çalışma grubundaki öğretmen ve öğrenciler uygulamalara yansız ve gönüllü katılım göstermişlerdir.

1.7. Tanımlar

Bu bölümde çalışma kapsamında kullanılan bazı kavramların tanımları verilmiştir.

Matematiksel Görev, belli bir matematiksel kavramın öğrenilmesine odaklı, etkinlik, proje, soru, problem, uygulama ya da alıştırmalar olarak tanımlanmaktadır (Stein, Grover, Henningsen, 1996).

Bilişsel Talep, bir matematiksel görevin uygulanmasında öğrencinin işe koşması beklenen bilişsel süreçlerin düzeyini nitelemektedir (Stein, Smith, 1998).

Matematiksel İletişim, öğrencilerin matematiksel kavram ve süreçlerle ilgili kendi düşüncelerini ifade etmeleri, birbirlerini dinlemeleri, arkadaşlarının görüşlerine yorum yapmaları ve yansıtma yapmalarıdır (Pape, Bell, Yetkin, 2003).

Öğretmenlerin Profesyonel Gelişimi, öğretmenlerin iş yaşamı içerisindeki bilgi ve becerilerinin gelişimi olarak tanımlanmaktadır (Glatthorn, 1987). Hizmet içi eğitimler, çalıştaylar ve formal toplantılar profesyonel gelişim çalışmaları kapsamına girmektedir.

2. LİTERATÜR TARAMASI

Bu bölümde çalışmanın amacı ile uyumlu olarak, matematik öğretimi, matematiksel görevler ve bilişsel talep, kesirler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgisi, matematiksel iletişim, nitelikli matematiksel iletişim ortamı oluşturulması başlıkları altında literatür taraması yapılmış ve ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

2.1. Matematik Öğretimi

Matematik öğretiminde son yıllarda yapılan yenilikler, matematik öğrenme sürecine ilişkin yeni ve farklı görüşlere dayanmaktadır. Bu görüşler hem matematik biliminin hem de öğrenmenin doğası ile ilgilidir (Williams, Baxter, 1996). Matematik öğrenme ezberlemekten çok bir anlama sürecidir. İçinde bulunulan yaşam koşullarında öğrencilerin, öğrendikleri matematiği anlaması oldukça önemlidir (Kilpatrick, Swafford, Findell, 2001). Matematiksel konuları öğrenmenin amaçları, problem çözme, fikirleri gösterme, fikirleri ifade etme, örüntüleri algılama ve yeni durumları anlamlandırma olmalıdır (Trafton, Claus, 1994). Romberg ve Kaput'a (1999) göre matematik öğretimi matematiksel ifade, iletişim, akıl yürütme, genelleme gibi becerilerin gelişmesine katkıda bulunmayı hedeflemelidir. Burghes (1989) ise matematik öğretiminin matematiksel problemleri anlama, çözümü için stratejiler üretme, verileri yorumlama ve kazanılan becerileri yeni durumlara transfer etme becerilerini kapsaması gerektiğinin altını çizmiştir. Matematik öğretiminde problem çözmeye yapılan bu vurguyla beraber, eleştirel ve yaratıcı düşünme, çıkarım yapma, genelleme gibi üst düzey düşünme becerilerinin kazanımı da önemli amaçlardan biri haline gelmiştir (English, Halford, 1995). Orton (1994), matematik öğretiminde sadece prosedürü bilmenin yeterli olmadığını, bu prosedürün nasıl oluştuğunun ve ne zaman kullanılması gerektiğinin de kavranması gerektiğinin altını çizmiş ve nitelikli bir matematik öğretimi ile aşağıdaki kazanımları elde etmiş bireyler yetiştirilmesi gerektiğini belirtmiştir:

- Uygun işlemlerle problem kurmak,
- Problemlerin üzerinde çalışırken kullanılacak farklı teknik ve yaklaşımlara sahip olmak,
- Problemin altında yatan matematiksel kavramları görebilmek,
- Problemler üzerinde başkalarıyla iş birliği içerisinde çalışabilmek,
- Matematiksel fikirlerin basit ve karmaşık problemlere uygulanabilirliğinin farkına varmak,
- Ucu açık problem durumlarına hazır olmak,
- Matematiğin kullanılabilirliğine ve değerine inanmak.

Öğrencilerin matematiği öğrenmesinde en etkili yol temel kavramları anlamlı bir şekilde zihinlerinde oluşturmalarıdır. Lappan ve Schram (1989), matematiksel kavramların bir bütünsellik çerçevesinde anlamlı bir şekilde öğrenilmesinin önemini vurgulamış, böyle bir öğretimin çocukları çağın gereklerine hazırlamada daha etkili olduğunu belirtmiştir. Matematiksel kavramların anlamlı bir şekilde öğrenilmesi ve bütünün içerisindeki yerinin görülmesi gerekmektedir. Derinlemesine anlamanın oluşması için öğrenilen konunun matematikte, matematik dışındaki alanlarda ve gerçek yaşamda nasıl uygulamaları olduğunun da görülmesi gerekmektedir (Ball, Hyman, 2000).

Matematik öğretimi ile ilgili alan yazın incelendiğinde öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımı, kavramların derinlemesine bir şekilde öğrenilmesi ve üst düzey becerilerin kazanılmasına vurgu yapıldığı görülebilmektedir. Ele alınan bu boyutlar tüm yaştaki öğrenciler açısından önemli olmakla birlikte, öğrencilerin formal öğrenime başladıkları ilk yıllardan itibaren matematiksel kavramlarla anlamlı temaslarda bulunması ileriki yıllarda gösterecekleri matematik performansı bakımından oldukça önemli görülmektedir. Örneğin, Stevenson ve Stigler (1992) öğrencilerin öğrenime başladıkları ilk yıllarda edindikleri matematiksel deneyimlerin genişliği ve niteliğinin sonraki yıllardaki matematik başarısının temel belirleyicisi olduğunu aktarmışlardır. İlk yıllardan itibaren, öğrencilere yüksek nitelikli, zorlayıcı ve ulaşılabilir bir öğrenme ortamı oluşturulmalıdır, çünkü matematik öğreniminde ilk yıllar sonraki yıllardaki matematik performansı için kilit önem taşımaktadır (Varol, Farran, 2006).

Matematik programlarında öğretimin sorgulamayı ve kavramsal öğrenmeyi desteklemesi gerektiğinin altı çizilmesine rağmen birçok okul öğrencilerine matematiksel bilgilerin kavramsal altyapısını öğretmekte ve bu şekilde öğrencilere esnek ve genellenebilir anlayış kazandırmakta yetersiz kalmaktadır (Richland, Stigler, Holyoak, 2012). Başka bir deyişle, matematik öğrenimindeki yeniliklerin öğretmenlerin çabalarına rağmen, uygulamaya yansımasında eksiklikler yaşanması göz ardı edilemeyecek bir gerçektir (Ball, 1990; Cohen, 1990; Heaton, 1992). Bu nedenle, kuramla uygulamayı buluşturan araştırmaların yapılması hem öğrencilerde istenen kazanımlara ulaşılması hem de makro düzeyde eğitim reformlarının hayat bulması açısından önem kazanmaktadır.

Özetle, matematik eğitiminin güncel amaçlarına göre, öğrencilerin anlamlı öğrenme süreçlerinden geçmesini sağlayarak kavramları öğrenmeleri ve üst düzey becerileri karşılaştıkları yeni durumlarda kullanmaları esastır. Yukarıda ele alınan çalışmalarda da görülebileceği gibi bu durum özellikle 90'lı yıllardan itibaren alanda çalışan araştırmacılarca yaygın kabul görmektedir. Ancak, matematik öğretimi çıktılarına ve uygulamaya bakıldığında istenen düzeyde olunmamasından hareketle, matematik öğretimine ilişkin bu düşüncelerin nasıl uygulamaya geçirileceği ve öğrencilere ulaştırılacağı, sınıf ortamında ne gibi değişikliklere gidilmesi gerektiği halen üzerinde çalışılmaya açık bir alan olarak göze çarpmaktadır.

2.2. Matematiksel Görevler ve Bilişsel Talep

Sınıf etkinliğinin bir parçası olan ve öğrenci öğrenmesinin temelini oluşturan matematiksel görev, belirli bir matematiksel fikrin öğrenilmesine odaklanmaktadır (Doyle, 1988; Stein, Smith, 1998). Matematiksel görev, belli bir matematiksel kavramın öğrenilmesine odaklı, etkinlik, proje, soru, problem, uygulama ya da alıştırmalar olarak tanımlanmaktadır (Stein, Grover, Henningsen, 1996). Sınıfta uygulamak üzere belirlediği matematiksel görevler bir öğretmenin verdiği en önemli eğitsel kararlar arasında yer almaktadır (Crespo, 2003). Öğrencilerin üzerinde çalıştığı görevler matematiğin doğası ile ilgili bir mesaj taşımakta ve onların matematiksel kavramlar ve prosedürlerle ilgili anlayışlarını etkilemektedir (Doyle, 1988; Resnick, Zurawsky, 2006; Stein, Grover, Henningsen, 1996). Örneğin, öğrencilerden sadece hatırlamaya dayalı prosedürler uygulamasını bekleyen görevler öğrenciyi sadece tek tip bir düşünme sürecine yönlendirirken, öğrencilerin kavramsal düşünmesini ve

bağlantılar kurmasını destekleyen görevler öğrencileri daha üst düzey düşünme süreçlerine yönlendirebilmektedir (Stein, Smith, 1998).

Öğretim programlarında yer alan matematiksel görevler incelendiğinde, zorluk düzeylerinin farklılaştığı görülmektedir. Öğretim programları, öğrencilerin daha önce öğrendikleri ile yeni bilgisini ilişkilendirmesine fırsat veren etkinliklerle birlikte bu bağlantıları kurmasını gerektirmeyen etkinlikler de içermektedir (Georgius, 2013). Farklı düzeylerdeki matematiksel görevlerin öğrencilerden farklı düşünme süreçlerini işe koşmalarını gerektirmektedir (Stein ve diğ., 2008). Örneğin, yüksek düzeyde bilişsel talebe sahip olan görevler öğrencilerin kavram içi ve kavramlar arası bağlantılar kurmasını destekler. Bir matematiksel görevi tamamlamak için gereken bilişsel süreçlerdeki söz konusu farklılıklar bilişsel talep kavramı ile ele alınabilmektedir. Buna göre, bir görevin bilişsel talep düzeyi, öğrencinin görevi tamamlayabilmek için kullanılması gereken bilişsel süreçlerin türünü ifade etmektedir (Stein, Grover, Henningsen, 1996). Bu süreçler olguların hatırlanması ya da ezbere işlemlerin yapılmasından, prosedürlerin anlamlı bir şekilde kullanılması ya da otantik problem çözme süreçlerine kadar genişleyen bir aralıkta farklılaşmaktadırlar. Matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri düşükten yükseğe doğru dört farklı düzey açıklanmıştır (bkz. Tablo 2.1).

Tablo 2. 1: Bilişsel Talep Düzeyleri

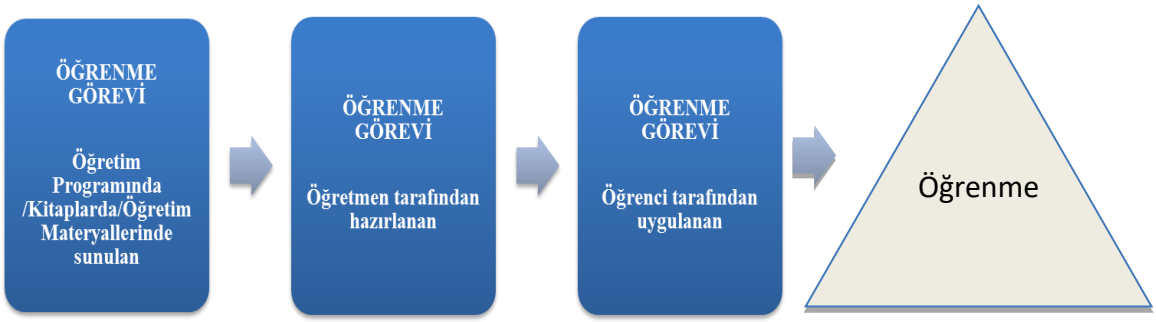
Bilişsel Talep Düzeyi	Tanım	Örnek
Ezberleme	• Olguların, kuralların, formüllerin ve tanımların yeniden üretilmesi veya ezberlenmesi. • Prosedür yok. • Aynısını yeniden üretmeye dayalı açık uçlu durumlar yok. • Olgu, kural, formül ve tanımların altında yatan kavramların anlaşılması ile ilgili bağlantılar yok.	Toplama işlemini yapınız: $1 + 2 =?$
Bağlantılı olmayan prosedürler	• Belli bir algoritmaya dayalı • Yapılması gereken görevlerle ilgili sınırlı bir belirsizlik. • Prosedürün altında yatan kavramların anlaşılması ile ilgili bağlantılar yok. • Matematiksel anlamadan çok doğru yanıtları üretmeye odaklı • Açıklamalara yer ayrılmamış.	$2 + \blacksquare = 5$ $\Delta + 3 = 5$

Tablo 2.1 – devam

Bağlantılı prosedürler	• Matematiksel kavramsal ve fikirlerin derinlemesine anlaşılması için prosedürlere odaklı • Esnek ancak altta yatan fikirlerle doğrudan bağlantılı çözüm yolları sunar. • Çoğunlukla farklı biçimlerde ifade edilebilir ve bu ifade biçimleri arasında bağlantı kurulabilir. • Bilişsel çabaya ihtiyaç duyulur.	*10 adet bloğun her grupta en az bir blok olacak şekilde kaç farklı ikili gruba ayrılabileceği ile ilgili farklı modeller çizin. Hepsinin 5'e nasıl eşit olduğunu ve bunu nasıl anladığınızı açıklayın.*
Matematik yapma	• Karmaşık ve belli bir algoritmaya bağlı kalmadan düşünmeyi gerektirir. • Öğrencilerin kavramları, süreçleri ve ilişkileri keşfetmelerini ve anlamalarını destekler. • Bilişsel süreçlerin öz-değerlendirmesini ve öz-düzenlemesini gerektirir. • Öğrencilerin görevin çözüm yollarına etki eden koşul ve sınırlılıklarını analiz etmelerini gerektirir. • Çözüm yollarının belirsizliğinden dolayı öğrencilerde kaygı oluşturabilir.	*Kardeşiniz ile bir paket karışık şekeri adaletli bir şekilde bölüşmek durumundasınız. Paketin içinde 6 adet bonbon, 7 adet jelibon, 4 adet badem şekeri ve 9 adet sakız şeker bulunmaktadır. Tüm şeker çeşitlerini adaletli bir biçimde paylaşabilir misiniz? Nasıl bir paylaşım yaptığınızı açıklayın.*

Stein, Mary Kay, Margaret Schwan Smith**. Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice.** (Mathematics Teaching in the Middle School 3, 1998), 269 ve Georgius, Kelly. **Planning and Enacting Mathematical Tasks of High Cognitive Demand in the Primary School.** (Lincoln, Nebraska: Doktora Tezi, University of Nebraska, 2013), 37'den uyarlandı.

Bir matematiksel görevin sahip olduğu bilişsel talep düzeyi, uygulamanın özelliklerine göre bir ders içerisinde birçok defa değişime uğrayabilmektedir (Henningsen, Stein, 1997; Resnick, Zuwarsky, 2006; Stein, Grover, Henningsen, 1996; Stein ve diğ., 2008). Stein ve Smith (1998), geliştirdikleri Matematiksel Görev Çerçevesi (bkz. Şekil 2.1) ile bu değişimin üç aşamasına dikkat çekmişlerdir.



Şekil 2.1: Matematiksel Görev Çerçevesi

Henningsen, Marjorie, and Mary Kay Stein. **Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning.** (Journal For Research In Mathematics Education, 1997), 528.

Matematiksel görev çerçevesi sınıf içi uygulamalarda görevlerin geçtiği üç aşamayı açıklamaktadır. Birinci aşama, görevlerin öğretim programına ilişkin belge ve dokümanlarda yer aldığı halini ifade etmektedir. Bir sonraki aşama, görevlerin öğretmen tarafından kurgulanışını ve öğrencilere sunumunu nitelendirirken, üçüncü ve son aşama öğrencilerin görev üzerinde çalışma sürecini açıklamaktadır. Bir matematiksel görevin düzeyi bir aşamadan diğerine geçerken belli nedenlerle değişikliğe uğrayabilmektedir. Stein ve Smith (1998), öğretim materyallerinde yer alan görevler ile sunum aşamasına geçerken öğretmenin hedefleri, öğretmenlerin konuyla ilgili alan bilgisi ve öğretmenin öğrencilerle ilgili bilgisinin etkili olduğunu dile getirmişlerdir. Sunum aşamasından uygulamaya geçişte ise sınıf kuralları, öğretmenin öğretim sürecine yönelik tutum ve inanışları, öğrencilerin öğrenmeye yönelik tutumları ve sınıf içerisinde gerçekleşen matematiksel tartışmaların niteliği önem kazanmaktadır. Tablo 2.2'de ise bir matematiksel görevin düzeyinin sürdürülmesini sağlayan ya da düşmesine neden olan faktörler özetlenmiştir.

Tablo 2. 2: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Faktörler

Yüksek Bilişsel Talep Düzeyine Sahip Görevleri Sürdürme ile İlişkili Olan Faktörler
1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.
2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.
3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.
4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.
5. Görevlerin öğrencilerin ön bilgileri üzerine kurulması.
6. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.
7. Çalışma için ayrılan zamanın ne az ne çok olacak şekilde yeterli düzeyde ayarlanması.

Tablo 2.2 – devam

Yüksek Bilişsel Talep Düzeyine Sahip Görevlerin Düzeylerinin Düşmesiyle İlişkili Olan Faktörler
1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.
2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.
3. Görevin tamamlanması için çok az ya da çok fazla zaman verilmesi.
4. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.
5. Öğrenci özelliklerine uygun olmayan görevler verilmesi.
6. Öğrencilerin yüksek düzeyde performans gösteremeyeceğinin düşünülmesi ve bu nedenle yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.

Stein, Mary Kay, and Margaret Schwan Smith. **Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research To Practice.** (Mathematics Teaching In The Middle School 3 (4), 1998), 273'den uyarlandı.

Bir matematiksel görev üzerinde çalışırken, öğrenciler açısından en güçlü kazanım, bilişsel talebi yüksek görevlerin uygulanmasının yanı sıra bu talebin ders boyunca yüksek tutulmasıyla gerçekleşmektedir (Stein, Lane, 1996). Başka bir deyişle, görevin düzeyinin yanı sıra nasıl uygulandığı öğrenci öğrenmesi açısından belirleyici olmaktadır (Charalambous, 2010).

Bilişsel talebi yüksek olan görevlerin uygulanması, daha belirsiz ve çoklu çözüm yollarını içerdiğinden öğretmenler için zorlayıcı olabilmektedir (Henningsen, Stein, 1997). Bazı durumlarda ise öğretmenler, öğrencilerin yüksek düzeydeki matematiksel görevler üzerinde çalışırken sıkılabileceği ve sınıf yönetimi açısından sorunlar yaşanabileceği düşüncesiyle, yüksek düzeyli görevleri uygulamaktan kaçınabilmektedirler (Doyle, 1988; Henningsen, Stein, 1997). Böyle bir durumda öğretmenler ezberlemeye dayalı ve prosedürel görevleri tercih etme yoluna gidebilmektedirler.

Stein ve Kim (2009), yüksek düzeyde görevlerin uygulamasının öğretmenler tarafından neden zorlayıcı olabileceği ile ilgili iki noktaya değinmişlerdir. Bunlardan birincisi, geleneksel yöntemlerle eğitim görmüş öğretmenlerin anlamlı bir matematik öğretimi için gerekli kavramsal altyapıya sahip olmamaları, ikincisi ise uygulamayı yönetmenin zor olmasıdır. Geleneksel öğrenme ortamlarına kıyasla, öğrenciler fikirleri tartışırken ya da grup halinde çalışırken öğretmenler, yönetmesi zor olabilecek daha çok durum ve davranışla karşılaşabilirler (Stein ve diğ., 2008). Bu nedenle bir görevin nasıl uygulanacağının öğretmen tarafından planlanması öğrencinin

kazanımları açısından büyük önem taşımaktadır. Planlama yaparken öğretmenler, öğrencilerinin ön bilgilerini, matematiksel görevin amacını, öğrencilerin kullanabileceği yöntemleri ve öğrenci çalışmalarının bu görev bağlamında nasıl paylaşılıp tartışılacağı üzerinde düşünmelidirler (Smith, Bill, Hughes, 2008).

Yüksek düzeyde bilişsel talebe sahip olan matematiksel görevlerin uygulanmasında öğretmene düşen sorumluluklar göz önünde bulundurulduğunda, programların güncellenmesinin ve bolca üst düzey görev içerir hale gelmesinin bu becerilerin kazanımı adına bir adım olduğunu ancak nihai çözüm olmadığını söylemek mümkündür (Ball, Cohen, 1996; Charalambous, 2010). Bu konuda öğretmenlerin planlama yapması çözüme ulaşmada önemli bir adım olmakla birlikte yeterli olmamakta, uygulamada öğretmenlerin görevin bilişsel talebini yüksek tutmak için çaba sarf etmesi gerekmektedir. Bir görevin bilişsel talebi, öğrencilerin görevle başa çıkamaması ya da öğretmenin zaman konusunda endişe yaşaması gibi durumlar nedeniyle kolaylıkla düşebilir (Stein ve diğ., 2008).

Sonuç olarak, öğretim programlarında öğrencilere üst düzey düşünme becerilerinin kazandırılmasına yönelik görevlerin ders planlarında yer alması, uygulanması ve bu şekilde, öğrencilerde beklenen kazanımların gerçekleşmesine katkıda bulunulabilmesi için öğretmenlerin yüksek bilişsel talebin sürdürülmesine ilişkin sınıf içerisinde kullanabilecekleri stratejileri içeren bir profesyonel destek alması gerekliliği ön plana çıkmaktadır.

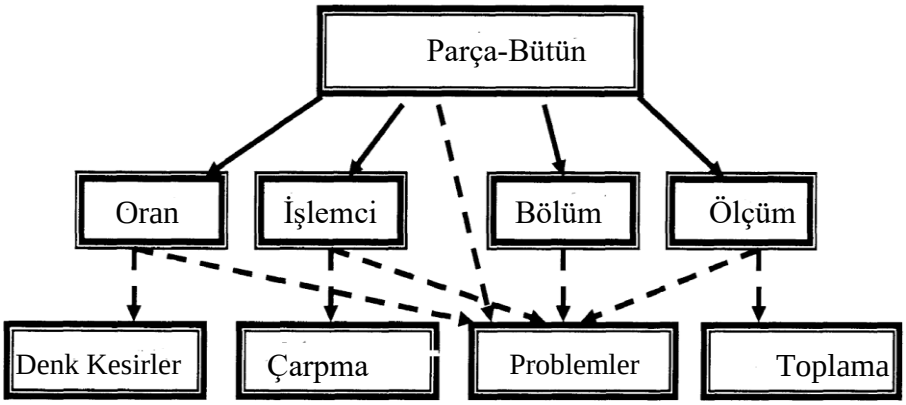
2.3. Kesirler Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgisi

Bu çalışmada öğrenme alanı olarak kesirler konusu seçilmiştir. Kullanılacak matematiksel görevler ve sınıf içerisinde gerçekleşecek tartışmalar kesirlerle ilgili olacağından kesir kavramına ilişkin bazı tanımlamaların yapılmasına gerek duyulmuştur. Bu nedenle, çalışmanın bu bölümünde, kesirlere ilişkin pedagojik alan bilgisine değinilmiştir.

İlköğretim düzeyindeki matematik konuları arasında kesirler kavramının, öğrencilerin karşılaştığı en zor matematiksel kavramlardan biri olduğu yapılan araştırmalarda dile getirilmiştir (Boulet, 1998; Davis, Hunting, Pearn, 1993; Moss, Case, 1999; Pearn, Stephens, 2004). Öğrencilerin matematiksel gelişimi açısından bakıldığında ise kesirler konusu öğrencilerin süreçte karşılaştığı en önemli engellerden biri olarak

nitelendirilmiştir (Behr, ve diğ., 1993). Bu noktada öğrencilerinin kesir kavramını anlamlı bir şekilde öğrenmesini kolaylaştırmak için öğretmenlerin, bu konudaki pedagojik alan bilgilerinin geliştirilmesi önem kazanmaktadır (Ball, Lubienski, Mewborn, 2001; Ma, 1999). Nitekim, öğretmenlerin kesirleri öğretme konusunda tam sayılar konusuna göre daha çok zorlandıklarını rapor eden araştırmalar bulunmaktadır (Ball, Lubienski, Mewborn, 2001; Post ve diğ., 1991). Öğretmenlerin, öğrencilerin kesirleri derinlemesine bir şekilde öğrenmelerine yardımcı olabilmeleri için kendilerinin bu konuda derinlemesine anlayışa sahip olmaları gerektiği belirtilmiştir. Profesyonel gelişim çalışmalarında matematiksel kavramların derinlemesine analizini içermesi de bu kapsamda önerilmiştir (Fazio, Siegler, 2011). Buradan yola çıkarak, araştırma kapsamında gerçekleştirilen profesyonel gelişim çalışmasına da ışık tutması amacıyla, bu bölümde kesirlerin nasıl kavramsallaştırıldığı ve kesirler bağlamında ele alınan kavramların matematik derslerinde hangi problemler/işlemler kapsamında ortaya çıktığı üzerinde durulacaktır.

Kesirler konusunun öğretilmesi ve öğrenilmesinin zor olmasının önemli bir nedeni olarak kesir kavramının çoklu anlamlar içeren karmaşık yapısı gösterilmektedir (Kieren, 1993; Lamon, 2012). Kesir kavramını derinlemesine bir biçimde ele alarak, kavramın çoklu yapısını açıklayan ilk araştırmacılardan Kieren (1976), kesirlerin bütün-parça, oran, işlemci (operator), bölüm (quotient) ve ölçüm olmak üzere birbiriyle bağlantılı alt-yapılardan oluştuğunu belirtmiştir. Bu alt-yapıların dile getirilmesinden daha sonra, Behr ve diğ. (1983), kesirlerin söz konusu farklı yorumlarını kesirlerle işlemler, denk kesirler ve kesirlerde problem çözme başlıklarıyla ilişkilendirerek ele almışlar ve bu ilişkileri aşağıda verilen model aracılığıyla görsel hale getirmişlerdir.



Şekil 2.2: Kesir Kavramı

Charalambous, Charalambos Y., Demetra Pitta-Pantazi. **Revisiting a Theoretical Model on Fractions: Implications for Teaching and Research.** Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 2., 2005), 234.

Yukarıda verilen modelde kesir kavramına ilişkin beş önemli çıkarımda bulunulabilmektedir (Charalambous, Pitta-Pantazi, 2007):

- Parça-bütün ve parçalara ayırma yapısı diğer dört yapıyı anlamlandırabilmek açısından kilit önem taşımaktadır. Yapının bu özelliği, ilköğretim düzeyinde kesirler kavramında en çok zaman ayrılan ve üzerinde durulan yapı olmasını da açıklamaktadır (Baturo, 2004).
- Oran yapısı ise denk kesirler kavramının oluşumu bakımından en doğal yol olarak nitelendirilmektedir. Bu nedenle, kesirlerin oran tanımı tam olarak anlaşılmadığından denk kesirler kavramı, başka bir deyişle, iki farklı kesrin aynı sayıyı ifade edebileceği düşüncesinin öğrencilerde oluşması güçleşmektedir (Bana, Farrell, McIntosh, 1997; Pearn, Stephens, Lewis, 2003).
- Kesirlerin işlemci yapısı en çok kesirlerle çarpma işleminin anlamlandırılması bakımından önemli bulunmaktadır.
- Ölçüm yapısı toplama işlemi ile ilişkilendirilmektedir.
- Kesirlere ilişkin modelde bulunan beş yapının tamamı kesir problemlerinin anlamlı bir biçimde çözümü için gerekli bulunmaktadır.

Lamon (2001), kesir kavramına ilişkin söz konusu beş farklı yorumu aşağıdaki tablo ile özetlemiştir:

Tablo 2. 3: 3/4 Kesrinin Farklı Yorumları

Yorum	**Örnek**
Parça-Bütün	4 eşit parçaya ayrılmış bir bütünün ya da ayrık nesnelerin 3'ü
Ölçüm	Sayı doğrusu üzerinde 0'dan başlayarak 3 tane ¼ birim ilerlenmesi ile ulaşılan nokta
İşlemci	Bir niceliğin ¾'ü
Bölüm	3'ün 4'e bölünmesi
Oran	3 parça çimento, 4 parça kum

Susan J. Lamon. Presenting and Representing From Fractions To Rational Numbers.**The Roles of Representation in School Mathematics.** ed. Albert A.Cuoco, Frances R. Curcio. (ABD: National Council of Teachers of Mathematics, 146-165, 2001), 156'dan uyarlandı.

İlerleyen başlıklarda, kesir kavramı kapsamında bulunan beş alt-yapı ayrı ayrı ele alınacaktır.

2.3.1. Parça-Bütün Alt-Yapısı

Parça bütün alt-yapısı sürekli bir niceliğin ya da ayrık nesnelerin eş boyutlu parçalara bölünmesi olarak tanımlanmıştır (Lamon, 2012; Marshall, 1993). Burada kesir, ilgili birimden bölünen kısmın parça sayısı ile birimin bölündüğü toplam parça sayısı arasındaki ilişkiyi ifade etmektedir. Bu açıdan bakıldığında pay, paydaya eşit ya da ondan küçük olmalıdır.

Kesirlerin parça-bütün yapısı ile ilgili öğrencilerin edinmesi gereken kavramsal bilgiler ve beceriler aşağıda maddeler halinde özetlenmiştir (Charalambous, Pitta-Pantazi, 2007; van de Walle, 2007).

- Bütünün bölündüğü parçalar eşit büyüklükte olmalıdır. Öğrenciler bir bütünün ya da ayrık nesnelerden oluşan bir kümenin eşit büyüklükte parçalara bölünüp bölünmediğini ayırt edebilmelidir.
- Öğrenciler sürekli bir alanı ya da ayrık nesnelerden oluşan bir kümeyi parçalara ayırabilmelidirler.

- Parça bütün ilişkisine yönelik olarak öğrenciler, (a) parçalar birleştiğinde bir bütünü oluşturmalıdır, (b) bir bütün ne kadar fazla parçaya bölünürse parça büyüklükleri o kadar küçülür, (c) bütün ve parça arasındaki ilişki şekil, büyüklük, diziliş, vb. gözetilmeksizin korunur, fikirlerine hakim olmalıdır.
- Öğrenciler parçaların bir bütünün içine gömülü olduğu fikrini de kazanmalıdır. Bu fikri içselleştirmeyen öğrenciler verilen bir şeklin temsil ettiği kesri yazarken, paydayı belirlerken, parçaları iki kere sayabilir, örneğin ⅔ kesrini ⅖ olarak yorumlayabilirler.
- Öğrenciler birimlendirme ve yeniden birimlendirme becerisini geliştirmelidirler. Bu beceriye sahip öğrenciler verilen parçalara göre bütünü oluşturur (⅜'i verilen bir şeklin tamamını oluşturma) ya da halihazırda parçalara ayrılmış bir bütünü farklı büyüklükte parçalara böler (dörde bölünmüş bir bütünün ⅜'ini işaret etme).

2.3.2. Oran Alt-Yapısı

Kesirlerin oran tanımlaması, iki niceliğin karşılaştırmasını içerir. Bu tanımıyla kesir sayı özelliğinden çok karşılaştırıcı bir endeks özelliği ile ön plana çıkar (Carraher, 1996). Öğrencilerin kesirlerin oran tanımını kavrayabilmeleri için miktarların göreceliliği fikrini anlayabilmeleri gerekmektedir (Lamon, 1993; Marshall, 1993). Başka bir deyişle, öğrencilerin, iki nicelik arasında bir ilişki olmasının ne anlama geldiğini kavramaları gerekmektedir. Bu noktada birlikte değişim ve değişmezlik ilkelerinin anlaşılması önem kazanmaktadır. Birlikte değişim, aralarında ilişki bulunan iki nicelikten biri değiştiği zaman diğerinin de değişeceğini ifade ederken, değişmezlik niceliklerin birlikte değişmesi sayesinde aralarındaki ilişkinin değişmediğini ortaya koymaktadır. Birlikte değişim ve değişmezlik ilkelerinin kesirlerin sadece oran tanımı için geçerli olması, oran alt-yapısını, parça-bütün alt-yapısından ayırt etmektedir. Öğrencilerin oran tanımını anlamaları denk kesirler kavramına giriş için de önem taşımaktadır (Marshall, 1993).

2.3.3. İşlemci Alt-Yapısı

Kesirlerin işlemci şeklinde yorumlanması, rasyonel sayıların belli sayılara, nesnelere ya da kümelere uygulanması anlamını taşımaktadır (Behr ve diğ., 1993; Marshall, 1993). Başka bir deyişle bir kesir bir niceliğe uygulanarak farklı nicelikler elde edilmektedir. Kesirlerin işlemci olarak uzatan/kısaltan ve katlayan/parça azaltan

özellikleri bulunmaktadır (Behr ve diğ., 1993). İlki bir büyüklüğün aynı birimi koruyarak kısalmasına ya da uzamasına yol açarken, ikincisi ilk büyüklükten daha fazla ya da daha az birim oluşmasına neden olur. Aşağıdaki tabloda bu özelliklerin nasıl uygulandığı görsel olarak açıklanmaktadır.

Tablo 2. 4: Kesrin İşlemci Alt-Yapısı

Durum	**İşlem**	**Özellik**	**Sonuç**
	Şeklin 3/4'ü 3 * (birimin ¼'ü)	uzatan/kısaltan	
	Şeklin 3/4'ü ¼ * (3 birim)	katlayan/parça azaltan	

Tablo 2.4'den de incelenebileceği gibi şekle uygulanan kesir işlemi farklı yorumlarla iki ayrı sonuca yol açabilmektedir. Bu noktada başlangıçta birim kavramının nasıl yorumlandığı önemlidir. Tam sayılarda çarpma işleminde değişme kuralı varken, kesirlerin işlemci özeliğinde 3 * (birimin ¼'ü) ile ¼ * (3 birim) aynı kesir sayısı sonucunu verse de farklı durumları ifade edebilmektedir.

2.3.4. Bölüm Alt-Yapısı

Kesirlerin bölüm tanımında ise kesir, bir bölme işleminin sonucunu ifade eden bir nicelik olarak yorumlanmaktadır. Başka bir deyişle, x/y kesri x tam sayısının y tam sayısına bölünmesi durumunda elde edilen sayısal değeri temsil eder (Kieren, 1993). Bu alt-yapı ile çoğunlukla sürekli niceliklerin eşit paylaşılması problemlerinde karşılaşılmaktadır (Marshall, 1993; Streefland, 1993). Fakat, parça-bütün yapısından farklı olarak burada farklı iki nicelik arasında işlem yapılmaktadır (örneğin, 4 arkadaşın 3 pizzayı paylaşması). Eşit paylaşma problemlerinde elde edilen değer, bölme sonucunu ifade eden bir sayısal değer olduğu için kesrin büyüklüğü ile ilgili bir sınırlama da bulunmamaktadır. Başka bir deyişle, yine parça-bütün ilişkinden farklı olarak kesrin payı paydasından büyük, küçük ya da paydaya eşit olabilmektedir (Charalambous, Pitta-Pantazi, 2007).

Bölüm alt-yapısı kapsamındaki eşit paylaşma problemlerinde iki farklı problem türü ortaya çıkabilmektedir. Bunlardan birincisi, eşit paylaşma sonucu her kişinin elde edeceği miktarı sorgularken, diğeri eşit parçaların kaç kişi arasında paylaştırıldığının bulunmasını içermektedir.

2.3.5. Ölçüm Alt-Yapısı

Kesirlerin ölçüm tanımında kesrin bir sayı olma ve belirli bir aralıktaki bir noktayı ifade etme özellikleri ön plana çıkmaktadır (Charalambous, Pitta-Pantazi, 2007). Başka bir deyişle, 1/a şeklinde bir birim kesir tanımlanıp, tekrarlı bir şekilde kullanılarak bir uzaklık ölçümü yapılabilir (Lamon, 2001; Marshall, 1993). Kesrin ölçüm olarak yorumlanmasında öğrencilerin en fazla zorlandığı alanlardan biri kesrin bir sayı olarak, başka bir deyişle, sayma işleminin bir elemanı olarak algılayabilmeleridir. Sayma işlemi matematikle tanışılan ilk yıllardan itibaren çoğunlukla tam sayılarla ilişkilendirildiğinden, öğrenciler kesirlerin de sayı doğrusunda yer alan sayma elemanları olduğunu kavrama konusunda direnç gösterebilmektedir (Lamon, 2012).

Kesirlerin bir uzaklığı ölçmek için kullanılmasında önemli olan becerilerden biri parçalara ayırmadır. Nitekim, sayı doğrusu üzerinde bir noktanın rasyonel sayı olarak değerinin bulunabilmesi için doğru bir şekilde eş parçalara ayırabilmek gerekmektedir. Bu noktada ise, öğrencilerin ikiye bölme dışında, bir aralığı daha fazla parçaya bölme konusunda uzmanlık kazanmaları gerekmektedir (Lamon, 2012). Ölçüm alt-yapısı için ikinci önemli kavram ise kesirlerin *yoğunluk* kavramıdır. Bu kavram sayı doğrusu üzerindeki iki nokta arasında sonsuz sayıda kesir yer alabileceğini ifade eder (Charalambous, Pitta-Pantazi, 2007; Fazio, Siegler, 2011; Lamon, 2012). Bu fikrin öğrencilere kazandırılması, sayı doğrusunda bir kesrin yerinin bulunması konusunda oldukça önemlidir. Yine ölçüm tanımı için *dengeleme* ilkesinin kazanılması önemli bulunmaktadır. Buna göre, bir uzaklığı ölçmek için ne kadar küçük bir birim kullanılırsa, ölçüm için bu birimden daha çok gerekecektir (Lamon, 2012). Smith (2002), sayı doğrusu problemleri için öğrencilerin kesirlerin sıralanması ve denk kesirler konularına hakim olmaları gerektiğini de eklemiştir.

Kesirlerin yukarıda ele alınan beş tanımının detaylı bir şekilde bilinmesi öğrencilerin kesirler konusunda yaşadığı zorlukları anlamlandırılmasında ve kesirler konusunda daha derinlemesine bir öğrenme olanağı sağlanmasında büyük önem taşımaktadır.

Charalambous ve Pitta-Pantazi (2007), yaptıkları çalışmada öğrencilerin kesirlerin en çok parça-bütün tanımına hakim olduklarını dile getirmişlerdir. Bu sonuç araştırmacılar tarafından, parça-bütün yapısının diğer yapılar için ön koşul niteliği taşıması bakımından gerekli ancak yeterli olmayan bir sonuç olarak yorumlanmıştır. Benzer şekilde Witherspoon (1993), derslerde kesir kavramının tek yorumuna

odaklanılmasının, öğrencilerde tam bir kavramsal öğrenme oluşumuna engel olduğunu dile getirmiştir. Fazio ve Siegler (2011) de öğrencilerin sadece parça-bütün yapısına odaklanmasının hatalı anlayışlara yol açabileceğini belirtmişlerdir. Örneğin, öğrencilerin parça-bütün ilişkisine göre 4/3 sayısını anlamlandırmakta zorlanabileceğini ifade etmişlerdir. Yine kesirlerde toplama çıkarma işlemlerinde payın ve paydanın ayrı ayrı toplanarak sonuç şeklinde yazılması, yazarlara göre, kesrin bir büyüklüğü temsil eden bir sayı olduğu yorumunun öğrenciler tarafından kavranamamış olmasından kaynaklanmaktadır. Bu noktada öğretmenlere, öğrencilerine kesirlerle ilgili birçok farklı prosedür ve algoritma sunmadan önce, onların kavramsal anlamalarına odaklanacak, kesirlerin farklı tanımlarıyla ilgili öğrencilere deneyim kazandıracak etkinliklere odaklanmaları önerilmiştir. Fazio ve Siegler (2011) de öğretmenlerin, öğrencilere bir problemin nasıl çözüldüğünü öğretmekten çok öne sürülen çözüm yollarının neden çalıştığına odaklanmaları gerektiğini dile getirmişlerdir. Kesirlerin farklı tanımlarıyla bağlantılı olarak semboller, somut modeller, gerçek yaşam durumları, resimler, sözlü dil vb. farklı gösterimlerinin kullanılmasının öğrencilerin kesirlerle problem çözerken daha akıcı düşünmelerine yol açabileceği de belirtilmiştir (Witherspoon, 1993). Farklı modellerin kullanılması öğrencilerin kesirlerin farklı anlamlarını kavramaları konusunda da yardımcı olacaktır. Örneğin, alan modelleri parça-bütün ilişkisini desteklerken, sayı doğrusu gösterimleri, kesrin sayı olarak algılanması ve ölçüm tanımını destekleyici olacaktır (Fazio, Siegler, 2011). Naiser, Wrigt ve Capraro (2003) ise önerilen stratejilere ek olarak kesir kavramının öğreniminde işbirlikli öğrenme yöntemlerinin kullanılmasına ve öğrencilerin ön bilgilerinin üzerine yeni bilgiler inşa edilmesine dikkat çekmişlerdir.

2.4. Matematiksel İletişim

Matematik öğretiminin niteliğinin arttırılmasına ilişkin yapılan çalışmaların büyük bir bölümünde öğrencilerin sürece aktif katılımından söz edilmektedir (Foster, 1999; Huetinck, Munshin, 2004; Jaworski, 1994). Öğrencilerin aktif olarak rol aldığı "Matematik yapma" süreci, bireysel bir etkinlikten çok sosyal etkileşimlere dayanan bir etkinliktir. Böyle bir ortamda fikirleri oluşturan ve paylaşan bilimsel bir topluluk söz konusudur, bu ortamın oluşturulması için de iletişim becerisinin geliştirilmesi önemlidir (Schoenfeld, 1994). Buradan hareketle, öğrencilere deneyim kazanacakları

ve öğrendikleri ile ilgili bolca iletişim kurdukları öğrenme ortamlarının oluşturulması önerilmektedir (Lee, 2006). Matematik öğretimi alanında çalışan birçok araştırmacı alana özgü kavramların, bu kavramların kullanılarak konuşulduğu bir iletişim ortamında daha etkili bir şekilde öğrenildiğini dile getirmişlerdir (Duit, Treagust, 1998; Palincsar, Anderson, David, 1993). Bruce (2007) öğrenciler arası etkileşimi matematik öğretiminin en önemli boyutlarından biri olarak tanımlamıştır. Sfard'a (2001) göre ise iletişim düşünmeye yardımcı olmaktan öte düşünme eyleminin kendisidir.

Dilin öğrenme açısından önemli bir rol oynamasından hareketle, öğrencilerin kendi aralarında ve öğretmenleriyle fikirleri, anlayışları, gözlemleri, deneyimleri vb. hakkında konuşabilecekleri ortamlar oluşturulmasının öneminin altı çizilmektedir. Böyle bir ortamda, öğrencilerin matematiksel kavramlar, prosedürler ve problem çözme süreçleri ile ilgili konuşmalarının onları daha derinlemesine düşünmeye yönlendirdiği ve öğrendiklerini netleştirdiği ileri sürülmektedir (Chapin, O'Connor, Anderson, 2009; Mooney ve diğ., 2012). Bunun yanı sıra, konuşma sayesinde öğrenciler kendi düşünce süreçleri hakkında yansıtma yapmayı da öğrenmektedirler (Chapin, O'Connor, Anderson, 2009). Bu şekilde öğrenciler kendi öğrenme düzeylerinin farkında olarak hangi konuda kendilerini daha fazla geliştirmeleri gerektiğini belirleyebilirler. Lee'ye (2006) göre, matematiğin etkili bir şekilde öğrenilmesi için öğrencilerin matematiksel fikirlerle ilgili konuşmaları, anlam oluşturmaları ve fikirler ile stratejileri tartışmaları gerekir. Burns (1992'den aktaran Trafton, Claus,1994) de benzer şekilde matematik öğretiminde iletişimin önemini vurgulamış, çocukların öğrendiklerini ve fikirlerini farklı yollarla ifade etmelerinin kendi düşüncelerini netleştirmelerini, fikirlerini savunmalarını ve başkalarının bakış açılarını görmelerini sağladığını ifade etmiştir. Bu şekilde sınıf ortamındaki matematiksel iletişim hem öğrencilerin öğrendiklerini geliştirmekte hem de öğretmenlere öğrencilerin fikirleri ile ilgili veri sağlamaktadır.

Bu bilgilerden yola çıkarak, sınıfta bir matematiksel iletişim ortamının oluşturulmasının, matematiksel fikirlerin çeşitlenmesi ve irdelenmesi, uygun derecede zorlayıcı görevlerin sunulması ve öğrencileri öğrenme süreçlerine dahil etmesi bakımından matematik öğretimi adına olumlu sonuçlara yol açacak nitelikte olduğu sonucuna ulaşılabilir (Lee, 2006). Öğrencilerin öğrenme sürecine aktif olarak katıldığı nitelikli matematiksel iletişim ortamlarının öğrenme-öğretme süreci bakımından

faydaları birçok araştırmacı ve kuramcı tarafından ele alınmıştır. Örneğin, Chapin, O'Connor ve Anderson (2009) sınıf içi konuşmaların öğrenmeyi hem doğrudan hem de dolaylı olarak etkilediğini belirtmişlerdir. Buna göre, sınıf içi tartışmalarda fikirlere, bilgilere, stratejilere, fikirler arası ilişkilere doğrudan ulaşım bulunmaktadır. Tartışma esnasında oluşan sosyal ortam çerçevesinde ise öğrenciler dolaylı olarak, birbirine adil davranma ve karşılıklı saygı gösterme gibi becerilerle de tanışma olanağı bulmaktadırlar. Sınıf içi iletişimi arttırmak, öğrencinin öğrenme sürecine katkıda bulunmakla birlikte öğretmenlerin bu sürece etkili bir şekilde rehberlik edebilmesine de yardımcı olmaktadır. Sınıf içi iletişim arttığında, fikirler üzerinde tartışılarak bu fikirlerin anlamlarının genişlemesi sağlanmaktadır. Öğrenciler fikirlerini daha rahat bir şekilde ifade ettikçe değerlendirme süreci de öğrenme sürecinin bir parçası olarak ön plana çıkmaktadır. Öğrencileri matematik hakkında konuşturmak örtülü olarak gerçekleşebilecek öğrenmelerin görünür olmasına da olanak sağlamaktadır. Bu sayede öğrencinin kendisi de öğretmen de öğrenme sürecini daha doğru bir şekilde yönlendirebilmektedir (Lee, 2006). Haylock ve Thangata (2007) da öğretmenlerin öğrencilerinin anlama düzeyleri, düşünme süreçleri ve kavram yanılgıları ile ilgili bilgi sahibi olabilmeleri için öğrencilerin kendilerini mümkün olduğunca fazla ifade etmesini sağlamaları gerektiğinin altını çizmiştir.

Ball (1990), sınıf içi matematiksel iletişimin etkili bir şekilde gerçekleştiği bir öğrenme ortamının aşağıdaki faydalara sahip olduğunu belirtmiştir:

- Grupla çalışma için gerekli olan başkalarını dinleme, sırasını bekleme, eleştiri yapma ve eleştiriyi kabul etme gibi sosyal ve kişisel becerilerin gelişmesi,
- Deneyimlerin ve bakış açılarının diğer arkadaşlarla paylaşılması yoluyla daha derinlemesine anlayışlara ulaşılması,
- Bütün öğrencilerin katılımlarının desteklenmesi ile matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirilmesi,
- Öğretmenlere, öğrencilerin anlama düzeyleriyle ilgili etkili bir değerlendirme yapma olanağı sunulması.

Geniş perspektiften bakıldığında matematiksel iletişimin hem öğrenmeye ilişkin üretilen kuramlar bakımından hem de epistemolojik açıdan dayanak noktaları bulunmaktadır. Kuramsal çerçeve olarak, matematik öğrenimine ilişkin yapılan araştırmalar, genel anlamda, bireysel-psikolojik veya sosyal öğrenme açısından

bakılarak incelenebilmektedir. Birinci grup araştırmalar daha çok bilişsel öğrenme ve radikal yapılandırmacılık gibi kuramları temel alırken ikinci gruptaki araştırmalar kuramsal olarak sosyolojik ve etnografik teorileri dayanak olarak kullanmaktadırlar (Steinbring, 2005). Matematik öğrenme ortamlarında iletişimin arttırılmasına yönelik yapılan çalışmalar genellikle bu ikinci tür araştırmalar kapsamına girmektedir. Bu araştırmalar kuramsal çerçeve olarak sosyo-kültürel öğrenme kuramlarını çıkış noktası olarak kabul etmektedirler. Sosyo-kültürel yaklaşımlar, dili, sosyal etkileşimi sağlaması bakımından öğrenme için anahtar öğe yerine koymaktadırlar. Birçok araştırmacı, çocukların toplumda kendilerine yer bulmak için akranlarıyla iletişim sonucunda edindikleri bilgi ve becerileri kullandıklarını ifade etmektedir (Vygotsky, 1986; Wertsch, 1985; Wood, Cobb, Yackel, 1995). Bu şekilde öğrenciler daha üst düzey zihinsel işlevler geliştirmiş olurlar (Vygotsky, 1981). Vygotsky'nin yakınsal gelişim alanı çerçevesindeki destekleme yaklaşımını yeni bakışla ele alan Brown ve Renshaw (1999), bu süreçte bir usta çırak ilişkisinden çok, beraber çalışan kişilerin bilgiyi birlikte oluşturdukları bir sürecin akla geldiğini ifade etmişlerdir. Bu süreçte birlikte öğrenenler bağımlılık/bağımsızlık, lider olma/takip etme, otorite kurma/uyum gösterme gibi süreçleri beraber yürütmektedirler. Böylesi bir öğrenme sürecinde önceden belirlenmiş hedeflerle sınırlı olmayan kazanımlara da ulaşılmaktadır.

Matematik öğretiminde iletişimin rolünün altının çizilmesine neden olan bir diğer boyut matematiğe yönelik epistemolojik bakıştır. Matematiğe yönelik epistemolojik bakış, sınıf ortamında öğrenme için oluşturulacak sosyal ortamın niteliği açısından belirleyici olmaktadır. Başka bir deyişle matematiksel bilginin doğasına ilişkin görüşler, sosyal öğrenme ortamının matematiksel gelişim açısından önemi ve rolü hakkında fikirlerin oluşmasını desteklemektedir (Steinbring, 2005). Cobb, Wood ve Yackel (1993) de matematiksel bilginin doğasına dikkat çekerek, matematiksel bilgiyi zamansız, belli bir süreçten geçmemiş olgu, kurallar ve yapılardan oluşmaktan ziyade bir bilenler topluluğu tarafından sürekli müzakere edilen ve kurumsallaştırılan bilgiler olarak tanımlamışlardır.

Matematiksel iletişimin öğrenme-öğretme süreci bakımından sözü edilen birçok faydasının temelinde kavramların derinlemesine bir şekilde öğrenilmesi bulunmaktadır. Trafton ve Claus'a (1994) göre, kavramların anlamlandırılması, öğrencilerin problem çözme, matematiksel iletişim kurma, akıl yürütme süreçlerinden geçmesiyle mümkün olmaktadır. Matematik öğretiminde öğrencilerin kavram ve

konuları kendi süzgeçlerinden geçirerek kendi sözcükleriyle ifade etmeleri sağlanmalı, çocukların kavramları anlamlandırmadan ezberlemeleri engellenmelidir (Leino, 1990). Matematik öğretiminde kavramların bütünün içerisindeki yeri anlamlı bir şekilde vurgulanmalı, paylaşım ve iletişim anahtar kavramlar haline gelmelidir (Schoenfeld, 1994). Etkili bir şekilde tasarlanan matematiksel tartışmalar kavramların geliştirilmesi ve matematiksel fikirler arasında ilişki kurulması için güçlü bir araçtır. Matematiksel konuşmaların düşüncelerini düzenleme ve daha güçlü bir şekilde yapılandırma konusunda öğrencilere yardımcı olduğuna inanılmaktadır. Konuşma, kavramsal öğrenmeyi geliştirmenin yanı sıra kavram yanılgılarını ve hatalı anlayışları ortaya çıkarmada da etkilidir (Chapin, O'Connor, Anderson, 2009).

Yukarıda ele alınan görüşlerden hareketle, sınıf ortamında nitelikli bir matematiksel iletişim ortamı oluşturulması, öğrencilerin kavramları derinlemesine öğrenmelerine ve üst düzey becerilerinin gelişimine katkıda bulunmak için oldukça önemlidir. Ancak, sınıf ortamındaki matematiksel iletişimin arttırılmasında nitelik önem kazanmaktadır. Öğrencilerin konuştuğu ve paylaşımlarda bulunduğu her ortam, öğrencilerin düşünme süreçlerini devreye soktukları verimli bir öğrenme ortamı niteliğinde olmayabilmektedir. Bu nedenle bir sonraki bölümde matematiksel iletişimin niteliği konusuna yer verilmiştir.

2.5. Nitelikli Matematiksel İletişim Ortamı Oluşturulması

Matematik öğretiminin güncel anlayışlarının sınıf ortamlarında uygulamaya geçirilmesinde öğretmenler ikilemler ve zorluklar yaşayabilmektedir (Silver, Smith, 1996). Öğretmenler programın tamamlanması, ailelerin beklentileri, akademik başarı, akademik olmayan davranışların geliştirilmesi vb. birçok sorumlulukları arasında öğretim programını verimli bir iletişim ortamı oluşturacak şekilde uyarlama konusunda oldukça zorlanabilmektedirler (Melnick, Meister, 2008; Wayne, Youngs, Fleischman, 2005).

Sınıf içerisinde öğrenme süreçlerine fayda sağlayacak nitelikte bir matematiksel iletişimin gerçekleşmesi kolay olmamakta, bu ortamın oluşturulması için öğretmene önemli görev ve sorumluluklar düşmektedir. Bruce (2007), yüksek nitelikli bir matematiksel iletişim ortamının oluşturulması için zengin matematiksel görevlerin kullanılması, çözüm yollarının savunulması, öğrencilerin birbirlerine sorular sorması ve bekleme süresi tanınması olarak sıralanabilecek önemli özellikler üzerinde

durmuştur. Alanda çalışan diğer araştırmacılar da sınıf ortamındaki matematiksel iletişimin niteliğine dikkat çekmişlerdir. Örneğin, Williams ve Baxter (1996), matematiksel iletişimin yalnızca sosyal normların oluşturularak öğrencilerin tartışma yapmasını değil, özenle tasarlanmış tartışmalar sonucunda yeni bilgi üretilmesini kapsadığını öne sürmüştür. Mendez, Sherin ve Louis (2007) ise matematiksel iletişimin içerik ve tartışma boyutlarının olması gerektiğine işaret ederek her iki boyutun da önemine vurgu yapmışlardır. Buna göre içerik boyutunda tanımlama, genelleme ve savunma başlıkları bulunmakta, tartışma boyutu ise katılım, yoğunluk ve yapı alt başlıklarını içermektedir.

Dilin öğrenme açısından önemi bilinmekle birlikte matematik dersinde dilin kullanımı öğrenciler açısından diğer derslere göre daha çok engel barındırmaktadır. Bu nedenle, söz konusu engellerin kaldırılması ve sürecin kolaylaştırılması için matematik öğretmenlerinin daha çok çaba sarf etmesi gerekmektedir. Kaya ve Aydın (2016), çalışmalarında öğrencilerin sınıf ortamında kendilerini daha rahat hissetmeleri için matematik öğretmeninin daha ulaşılabilir olması ve öğrencileri cesaretlendirmek için daha çok çaba sarf etmesi gerektiği bulgusuna ulaşmışlardır.

Sınıfta nitelikli matematiksel tartışmaların yapılabilmesi için uygulama sürecinin de sürekli olarak gözden geçirilmesi ve ihtiyaç duyulan noktalarda düzenlemelerin yapılması gerekmektedir. Öğretmenin görevi yeni anlamların oluşturulduğu bir matematiksel iletişim ortamına öğrencilerin katılımını sağlamaktır. Nitelikli matematiksel iletişimi sürdürebilmek için öğretmenlerin öğrencilerinin düşünme biçimlerini daha etkili bir şekilde takip etmeleri gerekmektedir (Heaton, 2000). Öğrencilerin kullandığı dilin matematiksel olarak uygunluğunu kontrol etmek ve bu konuda model olmak da öğretmenin görevleri arasındadır (Lee, 2006).

Öğretmenler tarafından düşüncelerin paylaşılması ve öğrencilerin kendilerini etkili bir şekilde ifade etmeleri önemli bulunsa bile, sınıf içerisinde oluşturulan tartışma ortamlarının çoğunluğu öğrencilerin soruya doğru yanıt vermesi ve nasıl bu sonuca ulaştığını işlemsel olarak anlatması düzeyinde kalabilmektedir (Silver, Smith, 1996). Öğretmenler çok soru sorduklarında ya da sınıf ortamında bolca konuşma olduğunda verimli bir matematiksel iletişim ortamının oluştuğunu düşünebilmektedirler, ancak öğrencilerin düşünmeye teşvik edilmediği tartışma ve konuşmalarda anlamlı bir iletişim ortamı oluşturulamayacağı öğretmenlere hatırlatılmalıdır. Bu nedenle *Nasıl?* ve *Neden?* soruları verimli bir tartışmayı başlatmak ve sürdürmek için mutlaka

kullanılmalıdır. Başka bir deyişle, öğrencilerden sürekli olarak düşüncelerini kanıtlamaları ve desteklemeleri beklenmelidir. Öğrencilerin birbirleriyle her etkileşimi, verimli bir öğrenme topluluğu oluşturulduğunu göstermez, öğrenciler daha yaratıcı ve derin düşünmeye her zaman teşvik edilmelidirler (Bennett, 2010). Etkili bir matematiksel iletişimin gerçekleştiği bir öğrenme topluluğu oluşturmak için sadece öğrencilere sorulacak soruları ya da yapılacak açıklamaları belirlemek yeterli olmamaktadır. Bu konuda göz ardı edilmemesi gereken noktalardan biri öğrencilerin, tartışmalar sırasında gösterdikleri performans, tutum ve davranışların dikkatli bir şekilde gözlenmesi ve gerekli yönlendirmelerin yapılmasıdır (Mendez, Sherin, Louis, 2007).

Williams ve Baxter (1996), nitelikli matematiksel iletişime dayalı bir öğrenme ortamını aşağıdaki adımlara göre yapılandırmışlardır:

1. Öğrencilere matematiksel görevlerin sunulması
2. Öğrencilerin eşli ya da gruplar halinde (ya da çok nadir olmak üzere bireysel olarak) görevler üzerinde çalışması, öğretmenin bu sırada grupları ziyaret ederek onları motive etmesi, sorular sorması, fikirlerini netleştirmelerini istemesi, gerekli durumlarda ipucu vermesi
3. Öğrencilerin göreve ilişkin çözüm yollarını sunmaları
4. Öğretmenin getirilen çözüm yolları ile ilgili özetleyici yorumlar yapması

Yukarıdaki adımlar incelendiğinde öğretmenin sorunun çözümünü öğrencilere sunmaması, aksine onların fikirlerini açıklamalarına izin vermesi özelliği göze çarpmaktadır.

Sınıf içi iletişimin önemi alandaki araştırmacılar tarafından yaygın kabul görmekle birlikte, nitelikli sınıf içi tartışmaların gerçekleştirilmesi öğretim sürecinde öğretmenlerin zorluk yaşayabilecekleri oldukça önemli bir konu olarak dikkat çekmektedir (Eskelson, 2013). Sınıf içerisindeki tartışma öğretmen tarafından doğru bir şekilde yönetilmezse öğrencilerin karmaşa yaşamasına ya da kavram yanılgılarının oluşmasına neden olabilir (Leinhardt, Steele, 2005). Leinhardt ve Steele (2005), tartışmaları etkili bir şekilde yönetme konusunda deneyimli olan öğretmenlerin aşağıdaki üç temel aracı kullandıklarını belirtmişlerdir:

1. *Rutinler:* Sınıf içinde düzenli olarak kullanılan, bütün sınıfça kabul gören küçük uygulamalar.
2. *Meta-Konuşma:* Öğrencilerin ders içerisinde yapılan etkinlikler ile öğrendikleri kavramlar arasında bağlantı kurmaları için yapılan tartışmalar.
3. *Entelektüel İklim:* Öğrenme ortamı aracılığıyla, öğrencilere hangi davranışların değerli olduğu ve hangilerinin kabul görmeyeceği konusunda verilen mesajlar.

İletişim kurarak öğrenen bir öğrenme topluluğunun yöneticisi ve kolaylaştırıcısı konumunda olan öğretmenin görev ve sorumluluklarında aşağıdaki değişimlerin olması beklenmektedir (Lee, 2006):

- Odak noktasını öğretim programın tamamlanmasına değil, anlayarak öğrenmeye kaydırmak,
- Öğrencilerin öğrenme kapasitelerinin değişebilir ve geliştirilebilir olduğunu kabul etmek,
- Öğrencileri daha fazla konuşmaya teşvik ederek ders içerisinde kendi konuştuğu bölümleri azaltmak,
- Öğrenme-öğretme sürecindeki kontrolünü gevşeterek, sürecin sorumluluğunu öğrenciyle paylaşmak.

Silver ve Smith (1996) ise öğretmenin sınıf içi iletişim ortamı oluşturulmasındaki sorumluluklarını aşağıdaki gibi özetlemiştir:

- Öğrencilere, onları uygun derecede zorlayacak, düşünmeye teşvik edecek sorular sormak,
- Öğrencilerin fikirlerini dikkatli bir şekilde dinlemek,
- Öğrencilerden yazılı ya da sözlü bir biçimde düşüncelerini açıklamalarını, temellendirmelerini ve savunmalarını istemek,
- Öğrencilerin paylaştığı düşüncelerden hangilerinin derinlemesine incelemeye alınması gerektiğine karar vermek,
- Öğrencilerin fikirlerine matematiksel gösterim ve dili ne zaman ve nasıl ekleyeceğine karar vermek,

- Ne zaman bilgi vereceğine, ne zaman bir konuyu açıklığa kavuşturacağına, ne zaman model olacağına, ne zaman lider olacağına ve öğrencinin bir zorlukla baş etmesine ne zaman izin vereceğine karar vermek,
- Öğrencilerin tartışmalara katılım düzeyini takip etmek ve tüm öğrencileri katılmaya nasıl teşvik edeceğini planlamak.

Chapin, O'Connor ve Anderson'a (2009) göre ise öğrencileri konuşmaya teşvik etmek için öğretmenlerin uygulaması gereken yeniden seslendirme, başka bir arkadaşının düşüncesini tekrarlatma, kendi düşüncesiyle başkasının düşüncesini karşılaştırma, daha fazla katılım için destekleme, bekleme süresi tanıma olmak üzere beş önemli davranış bulunmaktadır.

Bennett'ın (2010), iki öğretmeni durum çalışması kapsamında izlediği çalışmasında katılımcı öğretmenlerden biri, matematiksel iletişimin her zaman doğal olarak oluşmadığını, verimli bir iletişim ortamının oluşturulmasında öğretmenin sorumluluğu olduğunu belirtmiştir. Ancak bununla birlikte öğrencilerden kaynaklanan sorunlar olabileceğini, örneğin, öğrencileri matematik konusunda konuşturmanın çok zor olduğunu, öğrencilerin çoğunluğunun kısa yoldan problemlerin doğru cevabını bilmek istediklerini de eklemiştir. Başka bir deyişle, matematiksel iletişim süreçlerine katılmak için öğrenciler kendilerini ifade etme ve düşüncelerini savunma gibi konularda kendilerini geliştirme yönünde istekli olmalıdırlar (Hufferd-Ackels, Fuson, Sherin, 2004). Buradan hareketle, matematiksel iletişimin geliştiği bir öğrenme ortamında öğrencilerin de sorumluluklarının değişmesi gerektiği söylenebilir. Buna göre öğrenciler,

- Öğrenme hedeflerinin ve bu hedeflere nasıl ulaşacaklarının farkında olarak öğrenme sürecinin sorumluluğunu üzerlerine almalıdırlar,
- Paylaşımcı öğrenme süreçlerine katılmalıdırlar,
- İletişimde daha kendine güvenli ve yeterli olabilmek için kendilerini geliştirmelidirler,
- Yanlış anlamalar ifade edildiğinde bunu öğrenme için bir olanak olarak kullanmalı ve bu ifadelere empati ile yaklaşmalıdırlar (Lee, 2006).

Özetle, sınıf içi matematiksel iletişimin nitelikli bir şekilde geliştirilebilmesi için öğretmen ve öğrencilerin görev ve sorumluluklarında paradigma düzeyinde

farklılaşmalar olmalıdır. Aksi takdirde, sınıf içi konuşma ve tartışmaların kolaylıkla basit sosyal tahmin oyunlarına dönüşme riski bulunmaktadır (Voigt, 1985). Öğretmenlerin tartışmalar sırasında işlemsel bilgilere ve doğru yanıtlara odaklanması, öğretmenin bilginin tek doğrulayıcısı rolünü pekiştirmekte, bu durum da anlamın birlikte oluşturulduğu bir öğrenme topluluğu niteliğinden uzaklaşılmasına neden olmaktadır (Cobb, Wood, Yackel, 1993). Voigt (1994) de sınıf ortamında öğrenci katılımının yüksek olmasının matematik öğrenimi açısından bir gelişime işaret etmediğine dikkat çekmekte, öğrencilerin sınıf içerisinde kendilerini rahatça ifade etmelerinden yola çıkılarak, öğrencilerin matematiksel bilgi ya da becerileri öğrendiği sonucuna ulaşma eğilimine karşı durulması gerektiğini belirtmektedir. Bu açıdan, tartışmalar için öğrencilere zorlayıcı görevler vermek, öğrenciler arasındaki etkileşimi arttırmakla birlikte bu etkileşimin niteliğini de derinleştirmektedir. Anlamlı öğrenme görevleri birden çok çözüm yolu içerdiğinden öğrencileri yorum yapmaya, akıl yürütmeye ve düşünmeye yönlendirmektedir (Silver, Smith, 1996).

Sınıf ortamında matematiksel iletişimi nitelikli bir şekilde arttırabilmek için uygulanabilecek bazı stratejiler bulunmaktadır. Öğrencilerin fikirlerini ifade etmelerini kolaylaştırmak, matematiksel iletişim ortamının oluşturulmasında önemli bir adımdır. Küçük grup çalışmaları yapmak, öğrencilere seçim hakkı sunmak ve öğrencilerden öğretmen rolünü üstlenmelerini beklemek öğrencilerin sınıf içi konuşmalara katılımını kolaylaştırma açısından faydalı görülmektedir (Lee, 2006).

Matematiksel kavramlarla ilgili büyük grup ve küçük grup tartışmalarının yapılması araştırmacılar tarafından sıklıkla önerilmektedir. Bu noktada, büyük grup tartışmasını başlatmak için önemli yollardan biri iyi tasarlanmış sorular sormaktır (Bennett, 2010). Büyük grup tartışmalarında öğrencilerin kendilerini ifade etmeleri genellikle daha kolaydır. Öğrenciler diğer arkadaşlarının kendilerini ifade etme biçimini takip ederek ve öğretmenin de etkin yönlendirmesiyle tartışma kurallarını kolayca öğrenebilmektedirler. Küçük grup tartışmaları yapıldığında ise, öğrenciler büyük grup tartışmalarında öğrendikleri becerileri küçük grup çalışmalarında kullanma olanağı bulabilmektedirler (Lee, 2006).

Matematiksel iletişimin temel alındığı sınıflarda öğrencilerin işbirlikli olarak çalışmaları, öğrenciler arasında tartışma ortamı oluşturması ve ortak bilgi üretimine olanak sağlaması bakımından önemli görülmektedir (Williams, Baxter, 1996). İşbirlikli tartışmada (collective argumentation) bir problem ya da görevin sunulması,

küçük grupta çözüm yollarının karşılaştırılması, açıklanması ve savunulması, grup içerisinde bir anlaşmaya varılması ve grubun fikir ve çözüm yollarının tüm sınıfla paylaşması süreçleri bulunmaktadır (Brown, Renshaw, 1999). İşbirlikli öğrenme görevlerinin, kavramları öğrenme sürecinde, öğrencilerin kavramlarla ilgili konuşmalarını destekleyici niteliği bakımından, etkili olabileceği söylenebilir. Ancak işbirlikli öğrenme görevlerinde de etkileşimin niteliğini arttırabilmek için grupların oluşumu, ödül yapısı ve grup çalışmasına hazırlık gibi konular, detaylı bir şekilde planlanmalıdır (Derry, 1999). van Boxtel ve diğ. (2002) de ortak materyaller üzerinde çalışmanın iletişim yoluyla ortak anlamlar oluşturulması açısından önemli olduğunu belirtmişlerdir.

Tüm öğrenciler için verimli bir öğrenme topluluğu oluşturmada önemli bir boyut ise güven ve karşılıklı saygının temel alındığı öğrenme ortamları oluşturmaktır (Silver, Smith, Nelson, 1995). Bu nedenle, matematiksel iletişim ortamının oluşturulmasından önce sınıf içi tartışma kurallarının öğrenciler tarafından bilinmesi önemli görülmektedir (Lee, 2006). Matematiksel iletişimin sağlandığı bir öğrenme topluluğu oluşturmanın bir süreç olarak kabul edilmesi ve öğrencileri bu sürece alıştırmak için öncelikle matematik dışı, onlara daha yakın gelen konularla başlayarak, zamanla matematiksel konuları dahil edecek tartışma ortamlarının tasarlanması öğretmenlere önerilmektedir (Silver, Smith, 1996). Öğrenciler kendilerini rahat ve özgüvenleri yüksek bir şekilde ifade etmeye başladıklarında ise daha önce de belirtildiği gibi matematiksel kavramların konuşmalar içerisinde kaybolmamasına özen gösterilmeli ve tartışmaların matematiksel içerik boyutu mutlaka değerlendirilmelidir. Matematiksel tartışmalarda, tartışma kuralları ile birlikte öğrencilerin matematiksel ifade ve matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine odaklanmak önemlidir. Burada, öğrencilerin özgüvenlerindeki artışın kendini ifade edebilme ile ilgili olduğu kadar matematik becerisinin gelişimine de bağlı olması sağlanmalıdır (Silver, Smith, 1996).

Öğretmenin matematiksel iletişimdeki rolü, tartışmayı başlatan ve düzenleyen kişiden, tartışmayı bir orkestra şefi gibi yöneten kişiye doğru değişmektedir (O'Connor, Micheals, 1996). Tartışmalar sırasında kişisel ifadelerin dile getirilmesini aşan bir birlik oluşturabilmek için öğretmenin iletişimin yapısı bakımından yönlendirici olması gerekmektedir (Eskelson, 2013).

Öğrenci kazanımları bakımından, üst düzey bilişsel talebe sahip görevler üzerinde yapılan büyük grup tartışmaları, sınıf içinde öğretmenler tarafından kullanılması en çok beklenen uygulamadır. Ancak, bu noktada öğretmenler aynı oranda zorluk yaşamaktadırlar (Eskelson, 2013). Silver ve Smith'e (1996) göre de öğrencilerin tartışma sürecinde kendilerini ifade etmelerini sağlamak ve tartışmayı matematiksel kavramlara odaklı olarak, belirlenen öğrenme hedefleri etrafında yönlendirmek öğretmenler için oldukça zorlayıcı olmaktadır. Matematiksel tartışmalar ile ilgili yapılan araştırmalarda, bu zorlukların aşılması için, tartışmaların sadece paylaşımda bulunmayı ve derse katılmayı hedeflemeyecek şekilde amaçlı bir şekilde yürütülmesi (Silver, Smith, 1996), öğrencilerin verimli tartışma yapma alışkanlıklarının geliştirilmesi (Silver, 1996), üst düzey görevlere ilişkin çoklu çözüm yollarının etkili bir şekilde ele alınması (Stein ve diğ., 2008) ve tartışmaların öğrenme hedeflerine ulaşması için uygun öğretimsel pratiklerin geliştirilmesi yönünde önerilerde bulunulmuştur.

2.6. Öğretmenlerin Profesyonel Gelişimi

Matematik alanında öğrencilerin anlamlı öğrenme sürecini geliştirmek için birçok çağdaş kuram öne sürülmesine rağmen bu kuramların öğretmen yetiştirme ya da hizmet içi eğitim programlarına istenilen düzeyde entegre edilemediği görülmektedir (Clarke, Hollingsworth, 2002). Hizmet-içi süreçte gerçekleştirilen profesyonel gelişim çalışmaları, yenilik temelli yaklaşımlar izlemesine rağmen, uygulama her zaman hedeflendiği biçimde yürütülmeyebilmektedir (Loucks-Horsley ve diğ., 2010). Öğretmen eğitimi konusuna nasıl yaklaşıldığı öğretmenlerin matematik programlarındaki reformları benimseyip benimsemeyecekleri ve söz konusu yeniliklerin öğrenciye yansıyıp yansımayacağı açısından belirleyici olabilmektedir. Örneğin, öğretmenler matematik öğrenimi ile ilgili yenilikler hakkında bilgilendirilseler dahi bunları öğrenme görevlerini seçme ve belli yöntemleri uygulama olarak yorumlayabilmekte, bu şekilde öğrencilerin oluşturacağı bilgileri doğrudan etkileme niteliklerinden kendilerini uzaklaştırabilmektedirler (Williams, Baxter, 1996). Matematik öğretimi alanında yapılan yeniliklerle birlikte, öğrencilere giderek daha çok öğrenme sorumluluğu verilmekte ve öğretmenin rehberliğindeki aktif öğrenme sürecinde öğrencilerin kavramlar ve prosedürler arasında bağlantılar kurabildikleri derinlemesine anlayışlara ulaşmaları beklenmektedir. Bu noktada,

öğretmen rollerinin de değişmesi öngörülmekte, ancak öğretmenler, süreci nasıl kolaylaştıracakları, örneğin öğrencilere nasıl ve ne kadar bilgi verecekleri konusunda ikilemler yaşayabilmektedirler. Başka bir deyişle, öğretmenler, öğrencilere ne yapacaklarını doğrudan söylemeden, belli anlayışlara ulaşmaları yönünde onlara nasıl bir rehberlik yapacakları konusunda net olmayan düşüncelere sahip olabilmektedirler (Georgius, 2013).

Öğretmenlerin öğrencilere doğrudan bilgi vermemesi yönünde yapılan yönlendirmeler, öğretmenin sınıftaki rolünün azaldığına ilişkin ön yargılar oluşturabilmektedir. Bu noktada Chazan ve Ball (1999), öğretmenlerin sınıfta yaşanan deneyimlere duyarlı müdahalelerde bulunması gerektiğinin altını çizmişlerdir. Öğretmenin sınıf içi tartışmalarda önemli kavramları vurgulaması ve öğrencileri bu kavramlar üzerinde düşünmeye yönlendirmesi, öğrencilerin yanlış sonuçlara ulaşması ya da matematik dışı konularla ilgili konuşmaya başlaması durumunda yönlendirmelerde bulunması bu müdahalelere örnek olarak verilmiştir.

Özetle, öğretmenlerin, öğrencilere ne yapacaklarını doğrudan söylemeyecekleri ancak sınıftaki uygulama ve tartışmaları etkili bir şekilde yönlendirecekleri bir öğrenme ortamı oluşturma konusunda desteğe ihtiyaçları bulunmaktadır. Apple'ın (1992) da belirttiği gibi, eğitim alanındaki yenilikler basitleştirilmiş uygulamalara veya popüler önerilere indirgenebilmektedir. Örneğin, "öğrencileri matematiksel bilgileri oluştururken yalnız bırakın" ya da "öğrencilere gruplara ayırın ve problem çözerken iletişim kurmalarını sağlayın" şeklindeki öneriler, sosyal yapılandırmacılık gibi kuramları kaynak alan reformların etkili bir şekilde sınıflarda uygulanmasını engelleyebilmektedir.

Alan yazında, profesyonel gelişim çalışmalarının niteliği ile ilgili birçok araştırma yapılmıştır. Bu araştırmalardan biri olan, Rogers ve diğ.'in (2007), çalışmalarında profesyonel gelişim üzerine yapılan araştırmalar üç temel gruba ayrılarak incelenmiştir. Bunlardan ilki Guskey'nin (2003), etkili profesyonel gelişimin 13 ilkesini sıraladığı çalışmasıdır. Guskey'nin bu ilkeleri içerisinde profesyonel gelişim çalışmalarının, (1) öğretmenlerin alan ve pedagoji bilgilerinin geliştirilmeyi hedeflemesi, (2) yeterli zaman ve nitelikli kaynak kullanımını içermesi, (3) mesleğe yönelik işbirlikli çalışmayı desteklemesi, (4) değerlendirme etkinliklerini içermesi, (5) okul ya da alan temelli olması ilkeleri üzerinde sıklıkla durulan ve tartışılan ilkeler olarak ön plana çıkmaktadır. İkinci grup olarak Loucks-Horsley ve diğ.'nin (2010),

fen ve matematik alanındaki profesyonel gelişim çalışmaları için 7 ilkenin altını çizmişlerdir. Sınıf içi öğrenme ve öğretme etkinliklerinin geliştirilmesi, araştırmaya dayalı ve yetişkin eğitimi literatürünün dikkate alındığı tasarımlar yapılması ve öğretmenlerin okulda liderlik rolü alacak şekilde süreç içerisinde desteklenmesi bu ilkeler arasındadır. İncelenen üçüncü grupta ise Thompson ve Zeuli'nin (1999) çalışmaları bulunmaktadır. Söz konusu araştırmacılara göre, profesyonel gelişim çalışmalarına katılan öğretmenler, öğrenme-öğretmeye ilişkin mevcut inanış, bilgi ve deneyimlerini sorgulayıcı ve dönüştürücü bir süreç yaşamalıdır.

Son yıllarda gerçekleştirilen profesyonel gelişim çalışmalarının ortak yönü, öğretmenlerde bir değişim gerçekleşmesini hedeflemeleri olarak belirtilebilir, ancak değişim kavramının hangi açıdan ele alındığı öğretmenlerdeki değişimin niteliği açısından önemli görülmektedir. Öğretmen eğitimi ile ilgili yapılan kimi çalışmalarda değişim, bir eğitimin sonucu öğretmeni "değiştirmek" olarak algılanabilirken, kimi araştırmalarda ise öğretmenin kendini geliştirerek değiştirmesi ya da gelişim ve öğrenme sonucunda bir değişimin gerçekleşmesi yaklaşımı ön plana çıkmıştır. Bu perspektiften bakıldığında, değişim öğrenme ile tanımlanmalı ve öğretmen eğitiminin doğal bir süreci olmalıdır. Başka bir deyişle, öğretmeni değiştirmeyi hedefleyen programlardan, öğretmenin aktif bir öğrenen olarak sürecin içinde olduğu ve uygulamalar hakkında yansıtma yaparak kendini geliştirdiği programlara doğru bir gelişim olması önerilmektedir (Clarke, Hollingsworth, 2002). Avalos (2011) de son on yılda yapılan öğretmen eğitimi araştırmalarında değişimin temelinde, öğretmenlerin öğrenme süreci, öğrenmeyi öğrenmesi ve bilgisini öğrencilerin yararına olacak şekilde uygulamaya dönüştürmesi konularının ön plana çıktığını belirtmiştir. Cochran-Smith ve Fries (2008), öğretmen eğitimi için program odaklı, yetiştirme odaklı, öğrenme odaklı ve ürün odaklı olmak üzere dört farklı yaklaşım tanımlamışlar, 1990'lı yıllardan sonra öğretmenlerin değişimi için öğrenme kavramına vurgu yapan araştırmaların hız kazandığını belirtmişlerdir. Öğretmen eğitiminde öğrenme sürecine yapılan vurgu ile birlikte yansıtma da önemli bir kavram olarak ön plana çıkmaktadır. Hatton ve Smith (1995), yansıtma ve eleştirel yansıtma terimlerinin öğretmen eğitimine ilişkin tanım ve yaklaşımlarda sıklıkla ele alınmaya başlandığının altını çizmişlerdir. Öğretmen eğitimindeki geleneksel modelleri sorgulayan ve tartışmaya açan Guskey (1986) öncelikle öğretmenlerin sınıf uygulamalarında değişim olması, bu değişimin ise sırasıyla öğrenci çıktılarını ve öğretmen inanç ve tutumlarını

değiştirmesi yönünde modeller geliştirilmesi gerektiğini öne sürmüşlerdir. Bu yaklaşımdaki modellerde öğretmenleri değiştirmeyi amaçlayan eğitimlerden çok, öğretmenlerin uygulamadaki değişimleri yansıtma yaparak ele aldıkları ve aktif öğrenenler olarak rol aldıkları döngüsel bir süreçten söz edilmektedir (Avalos, 2011). Profesyonel gelişim programları kapsamında öğretmenlerin kendi öğretme süreçleri ile öğrencilerinin öğrenmeleri üzerinde verimli tartışmalar yapılmalıdır (Borko ve diğ., 2008). McLauglin ve Talbert'e (1993) göre, uygulamalarda değişim oluşturabilmek için, profesyonel gelişim çalışmaları çerçevesinde yeni öğrenme-öğretme süreçleri üzerinde tartışılan, risk almanın ve uygulamaların dönüştürülmesinin desteklendiği bir yaklaşım benimsenmelidir.

Rogers ve diğ.'nin (2007) yürüttükleri araştırmanın sonuçlarına göre öğretmenler etkili profesyonel gelişim çalışmalarını sınıf-içi uygulanabilirlik ile ilişkilendirmektedirler. Başka bir deyişle, eğitim içeriğinin sınıf-içi uygulamalar, öğretmenlerin program geliştirmeye yönelik ihtiyacını karşılayacak fikirler ve faydalı kaynaklar içermesi öğretmenler açısından önemli bulunmaktadır. Bunun yanı sıra, öğretmenlerin eğitim sürecinde öğrencilerininkine benzer bir öğrenme deneyimi yaşamaya da değer verdikleri görülmüştür. Profesyonel gelişim çalışmalarının etkili olabilmesi için öğretmenlerin günlük faaliyet alanları ile uyumlu olması ve diğer meslektaşlarıyla tartışabilecekleri, iletişim kurabilecekleri bir öğrenme ortamı oluşturulması gerektiği birçok araştırmacı tarafından dile getirilmiştir (Ball, Cohen, 1999; Borko ve diğ., 2008; Mewborn, 2003; Putnam, Borko, 1997; Wilson, Berne, 1999).

Planlanan profesyonel gelişim çalışmalarının öğretmenlerin içinde bulunduğu ortama yönelik olması, mevcut aktiviteleriyle ilişkilendirilebilmesi ve üzerinde tartışma ile yansıtma yapılabilmesi için ders planları, öğretime ilişkin materyaller, öğrenci çalışmaları ve ders video kayıtlarının kullanılması önerilmektedir (Borko ve diğ., 2008). Bu öneriler içerisinde derslere ilişkin video kayıtları, son dönemlerde sınıf ortamının zenginliğini ve karmaşık yapısını yansıtan güçlü bir araç olarak ön plana çıkmaktadır (Brophy, 2004). Video kayıtlarının kullanımı işbirlikli çalışmaya, yansıtma yapmaya, ders sürecini analiz etmeye ve alternatif öğretim stratejileri üzerine düşünmeye olanak sağlamaktadır (Brophy, 2004). Söz konusu süreçlerin ortaya koyulduğu bir öğrenme ortamında, öğretmenlerin yapması gerekenlerin ele alındığı bir yaklaşımdan çok, sınıf içi uygulamaların analiz edildiği, eleştirildiği, tartışıldığı ve

yorumlandığı bir yaklaşım izlenmektedir (Hufferd-Ackels, Fuson Sherin, 2004). Brophy (2004), videoların kullanımının öğretmen eğitimi sürecinde etkili olabilmesi için içeriğin eğitimin amaçlarına uygun olarak bilinçli bir şekilde seçilmesi yönünde uyarıda bulunmuştur.

Öğretmen eğitiminde öğrenme ve yansıtma kavramlarının ortaya çıkmasıyla birlikte öğretmen eğitimcilerin rolleri de değişmiştir. Bu bağlamda, öğretmen eğitimcilerin geleneksel anlamıyla bilginin aktarıcı uzman rolünden çıkarak, öğretmenlerle birlikte öğrenen ve uzun soluklu işbirlikleri kapsamında daha doğal bir öğrenme sürecinde öğretmenlerle çalışan eğitimcilerin yer aldığı çalışmalar göze çarpmaktadır (Avalos, 2011).

Matematik öğretimi, matematiksel akıl yürütme süreçlerini, matematiksel fikir ve prosedürlerin anlamını araştırmayı ve aralarındaki ilişkiyi içermektedir. Bu nedenle öğretmenlerin konu alanı ile ilgili derinlemesine bilgi sahibi olmaları gerekmektedir. Loucks-Horsley, Styles ve Hewson (1996), matematik ve fen öğretmenleri için nasıl bir profesyonel gelişim süreci olması gerektiğini derledikleri çalışmalarında öğretmenlerin çocukların nasıl öğrendiğine ilişkin bilgilerinin derinleştirilmesi gerektiğinin altına çizmişlerdir. Araştırmacılara göre öğretmenler, alan bilgisine hakim olmak dışında, öğrencilerinin fikirlerini nasıl dinleyecekleri ve düşünme süreçlerini ilerleterek, kavramsal anlayışa ulaşmaları için onlara nasıl sorular soracakları konusunda da bilgi ve beceri sahibi olmalıdırlar. Bununla bağlantılı olarak, öğrencilerin ilgili konu alanına ilişkin olası kavram yanılgılarının ve yaşayabilecekleri zorluklara ilişkin bilgilerin de öğretmenler açısından önemli olduğu dile getirilmiştir.

Matematik ve fen alanındaki profesyonel gelişim çalışmalarında, yenilikçi uygulamalara yönelik vakaların analiz edilmesi ve tartışılması, öğretmenlerin bu uygulamaları sınıf içerisine taşımaya yönelik motivasyonlarını arttırmaktadır (Barnett, 1998; Desimone ve diğ. 2002; Schifter, 1996). Öğretmenlerin uygulama süreci içerisinde desteklendiklerini hissetmeleri de uygulamaya dönük cesaretlerinin artmasını sağlayacaktır. Destekleme sürecinde sadece bir uzmandan yardım almaları değil aynı zamanda diğer meslektaşlarıyla görüş alışverişinde bulunmaları da değerli görülmektedir (Silver, Smith, 1996). Profesyonel gelişim çalışmalarının etkili olabilmesi için öğretmenlere uygulama sürecinde sürekli olarak destek verilmesi konusu alan yazında geniş bir yer almaktadır (Desimone ve diğ., 2002; Garet ve diğ., 2001; Guskey, 2003; Loucks-Horsley ve diğ., 2010; Thompson, Zeuli, 1999). Sınıf içi

uygulamaların değişmesi için öğretmenlerin desteklenmeye devam edilmesi ve uygulamalarını değerlendirmeyi, eleştirmeyi, tartışmayı sürdürmeleri önerilmektedir (Borasi, Fonzi, 2002; LaChance, Confrey, 2003). Alan yazında ele alınan bu bilgilerden hareketle, çalışma kapsamında gerçekleştirilecek profesyonel gelişim eğitimi, öğretmenlerin günlük yaşamlarıyla ilişkili, öğrencilerin konu alanını nasıl öğrendikleri üzerinde duran, tartışma ve yansıtma yapmaya olanak veren etkinlikler çerçevesinde tasarlanmıştır.

2.7. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarına ilişkin yapılmış çalışmalara yer verilecektir.

2.7.1. Bilişsel Talep ile İlgili Araştırmalar

Üst düzey matematiksel görevlerin öğretmenler tarafından seçilmesi, uygulanması ve bilişsel talep düzeylerinin uygulama sürecindeki değişimleri üzerine yapılan araştırmalar bu bölümde incelenmiştir. Söz konusu araştırmalar, matematiksel görevlerin seçimi ve uygulanmasında öğretmen yeterliliklerinin geliştirilmesi, ilgili öğretmen özellikleri, öğretim programlarında yer alan matematiksel görevlerin özellikleri ve bilişsel talep ile matematiksel iletişim arasındaki ilişki başlıklarını kapsayacak şekilde sıralı bir biçimde sunulmuştur.

Yapılan araştırmalarda, öğretmenlerin derslerinde çoğunlukla bilişsel talep düzeyi düşük görevler uyguladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Örneğin, öğretmenlerin matematik dersinde uygulamak için seçtikleri ve uyguladıkları görevlerin düzeylerini inceleyen araştırmalarında, Boasen ve diğ. (2014), gözlenen derslerin %79'unun prosedürlerin uygulanmasını içeren görevlerden oluştuğu bulgusunu elde etmişlerdir. Bununla birlikte toplam gözlem süresinin %35'inde prosedürlerin uygulanmasını içeren görevler dışında hiçbir etkinliğe yer verilmediği de araştırmacılar tarafından vurgulanmıştır. Hiebert ve diğ. (2003), Kaur (2010), Palm, Boesen ve Lithner (2011) de çalışmalarında söz konusu araştırmada elde edilen sonuçlara paralel bulgulara ulaşmışlardır.

Alan yazında, matematiksel görevlerin bilişsel talepleri konusunda öğretmen yeterliliklerini inceleyen ve bu yeterliliklerin gelişim sürecini ele alan araştırmalar da bulunmaktadır. Örneğin, Boston'un (2013) çalışmasında öğretmenlerden kendilerine

sunulan çeşitli düzeylerdeki matematiksel görevleri bilişsel talep düzeylerine göre sınıflandırmaları istenmiştir. Bir profesyonel gelişim eğitimi bağlamında yapılan bu çalışmada öğretmenlerin matematiksel görevleri bilişsel talep düzeylerine göre sınıflandırma konusundaki yeterliliklerinin değişimi ele alınmıştır. Araştırmada elde edilen bulgulara göre, öğretmenlerin aldıkları eğitim sonucunda, verilen matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerini daha doğru bir biçimde tanımlayabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Ancak, araştırmacılar bu noktada öğretmenlerin üst düzey bilişsel talebe sahip görevlerin tanımlanmasında halen sorun yaşadıklarına da dikkat çekmişlerdir. Nitekim, öğretmenler bilişsel talep düzeyi olarak düşük düzey kabul edilen görevleri görev analiz rehberine uygun olarak doğru bir şekilde belirleyebilmişler, ancak üst düzey görevlerin öğrencilere sunduğu olanakları değerlendirmekte yetersiz kaldıklarından özellikle bağlantılı prosedürler düzeyinde bulunan görevleri daha düşük düzey olan bağlantısız prosedürler düzeyinde değerlendirmişlerdir. Yaptıkları bilişsel talep sınıflamalarına ilişkin görüşmelerde, öğretmenler eğitim sonunda, bilişsel talep düzeylerini açıklarken 'farklı gösterimler', 'bağlantı kurma', 'çoklu çözüm yolları', 'açık uçlu problemler' vb. terminolojileri daha fazla kullanmışlardır. Üst düzey görevleri tanımlarken ise öğretmenlerin, her öğrenci açıklaması içeren ya da bir bağlam sunulan görevi üst düzey olarak nitelendirdikleri aşırı genellemelere sahip olduklarına da dikkat çekilmiştir. Öğretmenlerin matematiksel görevleri üst ve alt düzey olarak sınıflandırma yönünde yaşadığı zorluğa Pettersen ve Nordvet (2017) de dikkat çekmiş ve yaşanan bu zorluğun öğretmenlerin konuyla ilgili yeterli düzeyde eğitim almamasına bağlamışlardır. Araştırmacılar, öğretmenlerden verilen matematiksel görevleri tamamlamak için öğrencilerin işe koşması beklenen becerileri listelemelerini ve buna göre görevleri üst düzey veya alt düzey olarak sınıflandırmalarını istemişlerdir. Öğretmenlerin, görevin tamamlanması için gerekli becerileri sıralayabilirken, görevlerin üst ve alt düzey olarak sınıflandırılmasında zorluk yaşadıkları bulunmuştur. Son ve Kim (2016) ise yaptıkları çalışmada farklı düzeyde görevler seçip farklı uygulama biçimi olan öğretmenlerin özelliklerini ve sınıf içi uygulamalarını incelemişlerdir. Araştırmacılar, matematiksel görevlerin seçimi konusuyla ilgili profesyonel gelişim eğitimlerine daha fazla katılmış öğretmenlerin, üst düzey matematiksel görevler seçme ve bu görevlerin düzeyini sürdürebilme bakımından diğer öğretmenlere göre daha başarılı oldukları bulgusuna ulaşmışlardır. Diğer bir deyişle, görevlerin düzeyini sürdüremeyen ya da daha alt düzey görevleri uygulamayı tercih eden öğretmenlerin matematiksel

görevlerin seçimi ve uygulaması konusunda daha az bilgi ve beceriye sahip olduğu bulunmuştur.

Crespo (2003), öğretmen adaylarının 11 haftalık bir öğretmen eğitimi süresinde problem oluşturma deneyimlerini ve bu deneyimlerin zaman içerisindeki değişimini incelemiştir. Öğretmen eğitimine ilişkin her oturumda öğretmen adayları bir problem oluşturma süreci içerisine girmişler ve bu problemi pedagojik açıdan (problemin öğretimsel değerini inceleme, öğrencilerin problem üzerinde nasıl çalışacaklarını öngörme, farklı sınıf düzeyleri için problemi uyarlama vb.) incelemişlerdir. Öğretmen adaylarının eğitim sonucunda oluşturdukları problemlerin öğretim açısından değeri ve öğrencilerinin hataları konusundaki inanışları önemli ölçüde değişmiştir. Daha açık ifadeyle, öğretmenler problemleri motivasyon sağlamak ya da matematiği kolaylaştırmak için bir araç olarak görmek yerine, öğrencilerin düşünme süreçlerini zorlayan ve onları yeni fikirler üretmeye yönelten bir yol olarak algılamaya başlamışlardır. Öğretmen adayları, aynı zamanda, öğrencilerin problem çözerken yaptıkları hataları görmezden gelmek, hata yapan öğrenciler için problemi kolaylaştırmak yerine, söz konusu hataları öğrencinin düşünme süreci hakkında bilgi edinmek ve bu süreci olumlu yönde sürdürmek amacıyla kullanmayı öğrenmişlerdir. Ulaşılan bu bulgulardan hareketle öğretmen adaylarına, öğrencilerin düşünme süreçlerini harekete geçirecek problem kurma etkinlikleri içeren dersler verilmesi önerilmiştir.

Arbaugh ve Brown (2005) de, yaptıkları çalışmada matematik öğretmenlerine görevlerin bilişsel talepleri üzerine bir eğitim vermişler ve bu eğitimin öğretmenlerin matematiksel görevlerin doğasına bakış açılarına ve görevleri seçme süreçlerine bir etkisi olup olmadığını incelemişlerdir. Çalışmalarının sonunda araştırmacılar, öğretmenlerin seçtikleri görevlerin, öğrenci öğrenmesi üzerindeki etkisi hakkında daha bilinçli olduklarını ve bilişsel talebi daha yüksek olan görevler seçebildiklerini rapor etmişlerdir.

Benzer bir çalışmada Boston ve Smith (2009), ortaöğretim öğretmenlerine bilişsel talebi yüksek görevleri seçme ve uygulama yönünde bir eğitim vermişler, sınıf gözlemleri ve görüşmelerden yola çıkarak öğretmenlerin görevleri seçme ve uygulama davranışlarındaki değişimi incelemişlerdir. Yapılan analizler sonucunda eğitime katılan öğretmenlerin yüksek bilişsel talepli görevleri sınıflarında temel etkinlik olarak daha sıklıkla kullandıkları ve uygulamada talebin düzeyini sürdürmede daha başarılı

oldukları bulgusuna ulaşılmıştır. Eğitim alan öğretmenler, eğitime katılmayan öğretmenlere göre söz konusu boyutlarda istatistiksel olarak anlamlı ölçüde farklılık göstermişlerdir.

Sınıf içerisinde uygulanan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri üzerine yapılan araştırmaların bir bölümü de öğretmenlerin konuyla ilgili yeterliliklerinin yanı sıra pedagojik alan bilgisi, öğretim programına ya da matematik öğrenme sürecine ilişkin tutum ve inanışları vb. öğretmen özelliklerini incelemiştir. Matematik derslerinde üst düzey bilişsel talebe sahip görevlerin seçilmesi ve uygulanmasında öğretmen özelliklerini inceleyen çalışmalardan biri Charalambous'un (2008) çalışmasıdır. Charalambous çalışmasında, öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinin, derslerde kullanmayı tercih ettikleri matematiksel görevlerin düzeyi ve düzeyin sürdürülebilirliği açısından bir fark oluşturup oluşturmadığını incelemiştir. Bunun için düşük ve yüksek pedagojik alan bilgisine sahip iki öğretmenin derslerine ilişkin video kayıtlarını, derste kullandıkları kaynakları ve öğretmenlerle yaptığı görüşmeleri analiz etmiştir. Çalışmanın sonucunda pedagojik alan bilgisi daha fazla olan öğretmenin çoğunlukla bilişsel talebi daha yüksek olan görevler seçtiğini, bu görevlerin düzeyini düşürmeden sunabildiğini ve uygulayabildiğini belirtmiştir. Pedagojik alan bilgisi daha az olan öğretmenin ise seçtiği görevlerin yaklaşık yarısının yüksek bilişsel talebe sahip olduğu ve bunlardan sadece birinin ders süresince düzeyinin düşmeden uygulanabildiği görülmüştür. Pedagojik alan bilgisine sahip öğretmenin öğrencilerinin ilgili matematiksel kavrama ilişkin derinlemesine anlayışa ulaşmaları yönünde cesaretlendirdiği ve düşüncelerini ortaya koyma fırsatı verdiğini belirten Charalambous (2008), diğer öğretmenin görevleri prosedürel hale getirerek kurallara ve formüllere odaklandığını bu nedenle üst düzey görevlerin de düzeyini süreçte düşürdüğünü ifade etmiştir.

Son ve Kim (2015) ise öğretmenlerin görevleri nasıl uyguladıklarını öğrenme yaklaşımları, öğrenciler için belirledikleri hedefler vb. özellikleri bağlamında incelemişlerdir. Çalışmaya katılan üç öğretmenin matematiksel görevleri uygulama profilini inceledikleri araştırmalarında, yapılandırmacı bir anlayışa sahip ve öğrencinin anlama süreçlerine odaklı öğrenme amaçları olan öğretmenin üst düzey matematiksel görevler seçip, bu görevlerin düzeyini düşürmeden uygulayabildiğini ortaya koymuşlardır. Görevleri üst düzey seçebildiği halde uygulamada düzeyi düşüren öğretmenin ise öğretim programını yapılandırmacı olarak değerlendirdiği ancak,

prosedür odaklı öğrenme amaçları olduğu ve öğretmen-öğrenci rollerinde geleneksel bir anlayış benimsediği dile getirilmiştir. Son olarak hem öğretim programı hem de öğretmen-öğrenci rolleri bakımından geleneksel yaklaşıma sahip ve prosedür odaklı öğrenme amaçları olan öğretmen düşük düzey görevler seçip uygulamıştır. Yapılan diğer araştırmalarda, daha genel bir bakış açısıyla, öğretmenlerin matematiğin nasıl öğrenildiğine ve öğrenme-öğretme sürecine yönelik görüşlerinin, öğretim programına ilişkin materyalleri nasıl kullandıkları bakımından belirleyici olduğu ele alınmıştır (Collopy, 2003; Lloyd, 1999; Remillard, 1999, Remillard, Bryans, 2004).

Öğretmenlerin matematiksel görevler için başvurdukları kaynaklarının niteliğinin belirlenmesi de sınıf içerisinde matematiksel görevlerin uygulanma sürecinin açıklanması bakımından önemli görülmektedir. Bu bağlamda, alan yazında öğretim materyallerinde yer alan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleriyle ilgili yapılmış çalışmalar bulunmaktadır.

Jones ve Tarr (2007), matematik ders kitaplarında yer alan görevleri tarihsel bir bakış açısıyla inceledikleri çalışmalarında, son 50 yılda yayınlanan ders kitaplarında yer alan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerini ve bu düzeylerdeki değişimi incelemişlerdir. Çalışmalarında 'yeni matematik (1957-1972)', 'temellere dönüş (1973-1983)', 'problem çözme (1984-1993)' ve 'standartlar (1994-2004)' olarak adlandırdıkları matematik eğitimine ilişkin dönemlerde popüler olarak kullanılan ders kitaplarının yanı sıra alternatif olarak belirlenen ders kitaplarındaki olasılık konusuna ilişkin matematiksel görevleri Stein ve Smith (1998) tarafından geliştirilen bilişsel talep ölçütlerini kullanarak incelemişlerdir. Yapılan analizler sonucunda belirlenen dönemlerde kullanılan ders kitaplarında çoğunlukla *bağlantılı olmayan prosedürler* düzeyinde düşük bilişsel talebe sahip matematiksel görevlerin bulunduğu rapor edilmiştir. Bu duruma istisna olarak standartlar dönemindeki alternatif kitaplar bulunmaktadır, bu kitaplarda hem *matematik yapma* hem de *bağlantılı prosedürler* düzeyinde yüksek bilişsel talebe sahip birçok matematiksel görev olduğu ifade edilmiştir.

Son (2012), ABD ve Güney Kore'deki ders kitaplarının kesirler ünitesine ilişkin içeriklerini karşılaştırmış, her iki ülkede kullanılan kitapların %80'inin düşük düzey bilişsel talebe sahip matematiksel görevler içerdiğini ortaya çıkarmıştır. Söz konusu düşük düzey görevlerin hatırlama ve basit düzeyde uygulama süreçleri içerdiğini de eklemiştir.

Türkiye'deki ders kitaplarını ve öğretmen kılavuz kitaplarını inceleyen çalışmalarda ise söz konusu materyallerdeki matematiksel görevlerin çoğunlukla üst düzey bilişsel talebe sahip olduğu bulunmuştur. Örneğin Bayazıt (2013), oran-orantı ünitesini incelediği ders kitaplarındaki matematiksel görevlerin %75'inin üst düzey olduğunu paylaşmıştır. Buna göre, incelenen ders kitaplarında yer alan matematiksel görevler, belli düzeyde yorumlama içermekte, bilgi ve prosedürler arasında bağlantı kurulmasına olanak sağlamakta, açıklama gerektirmekte ve algoritmik olmayan düşünce süreçlerini içermektedir. Üst düzey görevlerin bilişsel talep düzeylerine göre dağılımına bakıldığında ise, söz konusu görevlerin %64'ünün bağlantılı prosedürler, %11'inin matematik yapma düzeyinde olduğu belirtilmiştir. Türkiye'den benzer bir bulguya Ubuz ve diğ. (2010) de araştırmaları kapsamında ulaşmışlardır. İlköğretim matematik öğretmen kılavuzlarındaki cebir ünitesine ait matematiksel görevleri inceleyen araştırmacılar, bu görevlerin büyük çoğunluğunun bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey kabul edilen bağlantılı prosedürler düzeyinde olduğunu belirtmişlerdir. Her iki araştırmada da ders kitaplarında üst düzey görevlerin çoğunlukta olmasına rağmen, uygulamada bu düzeylerin düşebileceğine dikkat çekilmiştir.

Matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin ders süreci içerisindeki değişiminin nedenlerini inceleyen araştırmalar, bilişsel talep düzeyi ile sınıf içerisinde oluşturulan matematiksel iletişim ortamı arasındaki ilişkiye dikkat çekmektedir. Üst düzey bilişsel talebe sahip görevlerin düzeyinin düşürülmeden uygulanmasında öğretmenin davranışlarını inceleyen bir çalışma matematiksel modelleme üzerine çalışan Blum ve Ferri'nin (2009) çalışmasıdır. Araştırmacılar çalışmalarında, bilişsel talebi yüksek olan üst düzey problemlerin öğrencilerin düşünce süreçlerini harekete geçirebilmesi için öğretmenlerin küçük ama etkili müdahaleler yapmaları gerektiğini belirtmişlerdir. Öğrenciler bağımsız bir şekilde çalışırken öğretmenlerin soracağı "Ulaştığın sonuçlar verilen durumla uyumlu mu?", "Eksik olan ne var?", "Bunu yaparken amacın ne?" vb. soruların öğrencilerin düşünme sürecini bölmeden yapılabilecek etkili müdahaleler olduğu ifade edilmiştir. Ancak bunun tam tersine, öğretmenlerin uygulama sırasında yaptıkları müdahalelerin çoğunlukla prosedürel, öğrencilerin yapması gerekenlere yönelik müdahaleler olduğu eklenmiştir. Araştırmacılar bağımsız düşünme sürecini engelleyen ve sıklıkla karşılaşılan bir diğer

durum olarak öğretmenlerin problemin çözümü için kendi tercih ettikleri yönteme doğru öğrencilerini yönlendirmeleri örneğini vermişlerdir.

Tekkumru-Kısa ve diğ. (2017) tarafından yürütülen çalışmada ise bilişsel talep düzeyini sürdürmede öğretmenlerin sınıf içi matematiksel iletişim bağlamında sordukları soruların ve öğrenci fikirlerini takip ederek tartışmaları yönetmelerinin etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Gresalfi ve diğ. (2009), çeşitli matematiksel görevlere göre öğrenci katılımını inceledikleri çalışmalarında, üst düzey düşünme süreçlerini içeren yüksek bilişsel talepli görevlerin uygulanmasında öğrencilere ilgili içeriğe farklı açılardan yaklaşma, anlam oluşturma vb. olanaklar sunulduğunu, ezber ve prosedürlerin uygulanmasını içeren matematiksel görevlerde ise bu süreçlerin devreye girmediği ifade edilmiştir.

Baxter, Woodward ve Olson (2001), de matematik öğretiminde yüksek bilişsel talepli görevler kullanılmasının ve verimli matematiksel tartışmalar yapılmasının altını çizmişler, ancak bu konuda sınıf içi farklılıklar konusunda uyarıda bulunmuşlardır. Buradan hareketle, araştırmalarında düşük akademik başarıya sahip öğrencilerle çalışmışlar ve onların yüksek bilişsel talepli görevlere nasıl tepki verdiklerini incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda düşük akademik başarıya sahip olan öğrencilerin üst düzey görevlerin işlendiği matematiksel tartışmalar sırasında oldukça zorlandıklarına dikkat çekilmiştir. Sonuç olarak araştırmacılar, bu görevlerin hazırlanması ve sunulmasında düşük akademik başarıya sahip olan öğrencilerin ihtiyaçlarının da göz önünde bulundurulması yönünde öneride bulunmuşlardır.

2.7.2. Matematiksel İletişim ile İlgili Araştırmalar

Alan yazında matematiksel iletişime ilişkin incelenen çalışmaların konularının aşağıdaki üç başlıkta toplanabileceği söylenebilir:

- Sınıf içi matematiksel iletişimi uygulamada etkili olan faktörler
- Sınıf içi matematiksel iletişimi arttırmak için kullanılan stratejiler
- Matematiksel iletişimin öğrenme süreci açısından etkileri

Birinci başlığa ilişkin incelenen ilk çalışma, Brendefur ve Frykholm'un (2000) yürüttükleri çalışmadır. Araştırmacılar çalışmalarında, göreve yeni başlayan ortaöğretim düzeyinde iki öğretmenin matematiksel iletişim ile ilgili görüş ve uygulamaları durum çalışması deseni ile incelemişlerdir. Katılımcı iki öğretmenden

biri öğrencilerin düşünme becerilerinin geliştirilmesinde matematiksel iletişimin kullanılmasını önemserken, diğeri daha geleneksel kalıplara bağlı kalmıştır. Araştırmacılar bu farklılığın nedenleri olarak öğretmenlerin matematik öğretimi ile ilgili inanış ve tutumlarını, matematik alanındaki bilgi düzeyini ve diğer öğretmenlerle ilişkilerini göstermişlerdir.

Kabael ve Baran (2016) da çalışmalarında matematik öğretmenlerinin matematiğin bir dil oluşuna ilişkin farkındalığa sahip olduklarını, ancak bu dilin anlamsal yapısına ilişkin temel unsurları göz ardı ettikleri bulgusuna ulaşmışlardır. Başka bir deyişle, öğretmenler, matematiğin kendine özgü, sembolleri, formülleri ve terimleri olmasını bir dil oluşturması bakımından yeterli bulmuşlardır. Araştırmacılar, buradan hareketle, öğretmenlerin matematiksel iletişim kavramı bakımından gelişmeye açık oldukları sonucuna ulaşmışlardır.

Matematiksel iletişimi uygulamada öğretmen özellikleri ve engelleyici faktörler üzerinde duran, Jung ve Reiffel (2011), ise çalışmalarında durum çalışması yöntemiyle deneyimli bir okul öncesi öğretmeninin algılarını ve matematiksel iletişimi sağlamak için gerçekleştirdiği uygulamaları incelemişlerdir. Araştırmanın bulguları öğretmenin inanış ve deneyimleri ile okul sisteminin getirdiği sınırlılıklar temaları altında incelenmiştir. İlk temada, öğretmenin matematik eğitimine çocuk merkezli ve oyun temelli yaklaşımının matematiksel iletişimi kullanmasında etkili olduğu sonucuna ulaşan araştırmacılar, ikinci temada ise okul sisteminin getirdiği bazı kural ve zorlamaların öğretmenin etkili bir matematik öğretimi geliştirme yönündeki uygulamalarını engelleyebildiğini bulmuşlardır. Bu bulgulardan yola çıkarak, öğretmen eğitimcilerin, öğretmen adaylarının matematik eğitimi ile ilgili pedagojik algılarının geliştirilmesi üzerinde durmaları gerektiğini belirtmişlerdir.

Kabael ve Baran (2017) matematik öğretmenlerinin değişken kavramına ilişkin kendi matematiksel iletişimlerinin sınıf içerisindeki tartışmaları yönetme bakımından nasıl yansımaları olduğunu incelemişlerdir. Araştırmanın sonucunda, değişken kavramıyla ilgili daha derinlemesine bir anlayışa sahip olan öğretmenin, öğrencilerin düşünce süreçlerini ve hatalı yorumlarını takip ederek, söz konusu yorum ve hataları kavramsal tartışmaları yönetmede kullanabildiği bulgusuna ulaşılmıştır. Kavramla ilgili daha yüzeysel bir kavrayışa sahip olan öğretmen ise öğrencilerin yorumlarına geribildirim verme ve tartışma sürecini genişletme konusunda daha fazla zorluk yaşamıştır.

Sınıf içerisindeki matematiksel iletişimi arttırmak için kullanılan stratejilere ilişkin yapılan çalışmalardan biri Franke ve diğ.'nin (2009) çalışmasıdır. Araştırmacılar, çalışmalarında ilköğretim düzeyindeki üç öğretmeni ve öğrencilerini, öğretmen soruları ve matematiksel düşünme becerilerinin gelişimi/ifade edilmesi açısından incelemişlerdir. Araştırma nitel bir çalışmadır ve durum çalışması deseni kullanılmıştır. Gözlemler aracılığıyla elde edilen veriler doğrultusunda, araştırmanın bulguları (1)öğretmenlerin sordukları soru türleri, (2) öğretmen sorularının öğrenci açıklamalarına etkisi ve (3) soruların öğretmen-öğrenci etkileşimi açısından incelenmesi başlıkları altında sunulmuştur. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin dört tür soru sordukları ve bu türlerden seri halinde sorulan doğrulayıcı soruların (probing sequence of specific questions) öğrencinin matematiksel düşünme sürecini ifade etmesini desteklemesi açısından diğer sorulara göre daha etkili olduğu belirlenmiştir. Bunun nasıl olduğu ise yine sınıftaki bazı diyalog kesitlerinden örneklerle detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

Franke ve diğ. (2015), ilköğretim düzeyinde matematik derslerine giren öğretmenlerin, sınıf içerisindeki matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışlarını incelemişlerdir. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin, %82'sinin öğrencilerin kendi fikirleri ile başka arkadaşlarının fikirleri arasında bağ kurmalarını istediği sonucuna ulaşılmıştır. Bu davranışı takiben ise öğrenciye başka arkadaşının çözümünü açıklatmak ve öğrencilerin arkadaşlarıyla birlikte bir çözüm üretmelerini desteklemek gelmiştir. Araştırmacılar, öğretmenlerin tartışmaya davet eden davranışlarının verimli bir tartışma ortamı oluşturulması bakımından yeterli gelmemesinden hareketle, tartışmayı destekleyici davranışlar adı altında, gözlemler sırasında, tartışmanın niteliğinin sürdürülmesine yarayan öğretmen davranışlarına dikkat çekmişlerdir. Tartışmaların verimli bir biçimde devam etmesine neden olan üç temel destekleyici davranışı, (1) sordukları sorularla öğrencilerin açıklamalarını derinleştirmelerini sağlamak, (2) verdikleri ek örnekler, örnek olmayan durumlar veya bağlamlarla öğrenme sürecine destek olmak ve (3) öğrencilerin fikirlerinin büyük matematiksel anlamlar içerisindeki yerini oluşturmak olarak sıralamışlardır.

Pape, Bell ve Yetkin (2003) ise öğrenci katılımının sağlandığı ve düşünme becerilerinin gelişimi için matematiksel iletişimin desteklendiği bir öğrenme ortamının nasıl oluşturulabileceği sorusundan yola çıkarak, yedinci sınıf öğrencilerinin öğrenmelerini izlemek için öğretmenlerin kullandıkları stratejiler üzerine, deneysel

desene dayalı bir çalışma yapmışlardır. Buna göre yedinci sınıflar için matematiksel iletişimin bolca kullanıldığı ve matematiksel düşüncelerin bu şekilde analiz edildiği bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Uygulama sırasında veriler (1) öğretim tasarım sürecinde ortaya çıkan ürünler, (2) sınıf içi uygulamalara ilişkin notlar ve video kayıtları, (3) öğretmenlerin yazdığı yansıtma yazıları, (4) öğrencilerin strateji gözlem aracına verdikleri yanıtlar, (5) strateji kullanımı ile ilgili sınıf-içi tartışmalar ve (6) öğrencilerin yaptıkları yansıtmalar aracılığıyla elde edilmiştir. Araştırmacılar, uygulamaya katılan deney grubu öğrencilerinin, kendilerini matematiksel olarak daha iyi ifade edebildiklerini belirtmişlerdir. Aynı zamanda, öğretmenlerin öğrencilerin öğrenmelerini izlerken, düşünme süreçlerinin daha farkında oldukları yönünde bulgulara da ulaşılmıştır.

Cooke ve Buchholz'un (2005) çalışmaları durum çalışması yöntemiyle yapılmış nitel bir araştırmadır. Buna göre bir okul öncesi öğretmenin matematiksel dil kullanımını desteklemek için kullandığı informal stratejiler üç aylık bir süreç içerisinde gözlenmiştir. Bu gözlem sürecinin sonucunda öğretmenin altı farklı informal strateji kullandığı bulgusuna ulaşılmıştır. Bu stratejiler, (1) öğrencilerin kendilerini ifade etmelerine olanak verme, (2) bir kolaylaştırıcı olarak rol alma, (3) öğrencileri eski bilgileriyle yeni bilgileri arasında bağlantı kurabilmeleri için olanak sağlama, (4) sınıf rutinlerini ve idari işleri matematik ile ilişkilendirme, (5) Farklı türde sorular sorma, (6) Uygun matematiksel terimlerin kullanımını destekleme olarak sıralanmıştır.

Spillane ve Zeuli (1999), öğretmenlerin sınıf içerisinde kullandıkları matematiksel görevlerin ve matematiksel tartışmaların yapılarını inceledikleri çalışmalarında, üç tür iletişim yapısından söz etmişlerdir. Bunlardan birincisi olan kavramlara dayalı görevler ve kavram odaklı tartışmalar matematik öğretimi alanında ön görülen yeniliklere en uygun yapı olarak belirtilmiş, ancak bu yapının araştırmaya katılan öğretmenlerin çok azı tarafından kullanıldığına dikkat çekmişlerdir. Öğretmenlerin yarısına yakınının ise ikinci yapı olan kavramsal yönelimli görevler ve prosedüre odaklı tartışmaları kullandıkları görülmüştür. Buna göre öğretmenler, matematiksel kavramlarla ilişkilendirilebilecek görevler seçmekte ancak tartışmaları bu görevlerin nasıl çözüldüğüne ilişkin prosedürler etrafında gerçekleştirmektedirler. Öğretmenlerin yine yarısına yakının kullandığı üçüncü yapı ise yüzeysel değişimler içeren görevler ve sabit bir yanıt etrafında yapılan tartışmalar olarak adlandırılmıştır. Derslerinde bu yapıyı kullanan öğretmenler matematiği birbiriyle bağlantısı olmayan

bilgiler topluluğu olarak görmekte ve tek doğru yanıtın bulunduğu görevlere ilişkin tartışmalar bu doğru yanıta öğrenciler tarafından ulaşılmasına yönelik olarak yapılmaktadır.

Sınıf içi matematiksel iletişimin öğrenci ve öğretmen açısından etkilerini inceleyen çalışmalar da alan yazında yer almaktadır. Cobb ve diğ.'nin (1997) çalışması bu başlık altında incelenebilir. Birinci sınıf düzeyindeki bir sınıfın dahil olduğu çalışmada deneysel araştırma deseni kullanılmıştır. Gerçekleştirilen öğretim deneyi sonrasında araştırmacılar bu sınıfa devam eden öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde gelişimler olduğunu gözlemlemişlerdir. Yansıtıcı iletişim ve toplu yansıtmanın öğrencilerin matematiksel öğrenme süreçlerini nasıl geliştirdiği ile ilgili verilen örneklerden sonra öğretmenin bir iletişim sürecini başlatma ve rehberlik etmedeki rolüne değinilmiştir. Araştırmacılar, sınıftaki sosyal iletişimin öğrencilerin bireysel becerilerine nasıl yansıdığını ise Dewey ve Vygotsky'nin geliştirdiği kuramlardan yola çıkarak açıklamışlardır.

Kostos ve Shin'in, (2010) çalışması sınıf öğretmenin araştırmacı olduğu bir eylem araştırmasıdır. İkinci sınıf öğrencilerinin katılımcı oldukları araştırmada karma yöntem kullanılmıştır. Araştırmanın amacı, matematiksel iletişimi geliştirmeye yönelik bir strateji olarak, matematik günlüğü kullanmanın öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ifade etmedeki etkisini belirlemektir. Veriler (1) matematik başarı ön ve son testi, (2) öğrencilerin matematik günlükleri, (3) görüşmeler ve (4) araştırmacının yansıtıcı günlüğü aracılığıyla toplanmıştır. Yapılan analizlerin sonucunda öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinde gelişmelerin olduğu, daha fazla matematik terimi kullandıkları ve buradan hareketle, matematik günlüklerinin bir değerlendirme aracı olarak kullanılabileceği bulgularına ulaşılmıştır.

2.7.3. Öğretmenlerin Profesyonel Gelişimi ile İlgili Araştırmalar

Bu bölümde, öğretmenlerin öğrenme ve öğretme sürecine ilişkin kapasitelerini arttırmak için yapılmış profesyonel gelişim çalışmalarına odaklanan ve öğretmenlerin profesyonel gelişim uygulamalarına yönelik görüşlerini ele alan araştırmalara yer verilmiştir.

Ersoy (1996), öğretmen yetiştirme ve öğretim programlarının çağın gereklerine göre yenileştirilmesi ve geliştirilmesi ihtiyacından hareketle gerçekleştirdiği çalışmasında Ortadoğu Teknik Üniversitesi bünyesinde düzenlenen hizmet içi eğitim ve yetiştirme

kurslarına katılan matematik öğretmenlerinin kursların düzenlenmesi ve içeriğine ilişkin değerlendirmelerine yer vermiştir. Katılımcı öğretmenlerden veri toplamak amacıyla iki farklı anket hazırlanmıştır. Anketlerden ilki öğretmenlerin kurslara yönelik tutumlarına, kursların tasarım ve içeriğinin değerlendirilmesine ve katılımcıların kendi yetkinliklerini değerlendirmesine ilişkin maddeler içermektedir. İkinci anket ise, öğretim programının içeriğini oluşturan ünitelerden biri olan Kalkülüse Giriş ünitesi ders programının değerlendirilmesine yönelik olarak hazırlanmıştır. Kursların tasarım, materyal ve içeriğine yönelik olarak öğretmenler tarafından yapılan değerlendirmelerde öğretmenlerin yarısından fazlası (%66.7) kurslarda alan ve meslek bilgisine birlikte yer verilmesini tercih ettiklerini belirtmişlerdir. Öğretmenler ayrıca kurslarda özel öğretim materyalleri (%38.1) ve yardımcı kitaplar (%33.3) kullanılmasını önermişlerdir. Aşağıda ise çalışmada araştırmacı tarafından raporlanan diğer bazı öğretmen görüşleri listelenmiştir:

- Kurslar uzun vadeli olmalıdır.
- Anlatılan konular matematik öğretim programına uyumlu olmalıdır.
- Konu sıralaması ve anlatımı öğretim programında söz konusu konuların veriliş sırası ve önemi dikkate alınarak düzenlenmelidir.
- Uygulamaya dönük bol örnek ve alıştırma yapılmalı, problem çözümlerine yer verilmelidir.
- Tanımlar yerine, özgün örnekler verilmeli
- Kursiyerlerin derse katılımı sağlanmalı, ders konusu soru-cevap şeklinde işlenmelidir.

Araştırmacı, çalışmasını matematik eğitiminin iyileştirilmesi ve niteliğinin arttırılması için öğretmenlerin sürekli eğitimini sağlanması bakımından yeni düzenlemeler getirilmesinin ve kurumlar arası işbirliklerinin öneminin altını çizerek sonlandırmıştır.

Seferoğlu (2001) ise, araştırmasında öğretmenlerin kendilerine sunulan hizmet içi eğitim olanakları hakkındaki farkındalık düzeyleri ile hizmet içi eğitime ilişkin ihtiyaçları, problemleri ve endişelerini incelemiştir. 313 ilkokul öğretmeninin katıldığı çalışmada, veriler araştırmacı tarafından hazırlanan bir anket formu aracılığıyla toplanmıştır. Ankette öğretmenlerin hizmet içi eğitim olanaklarına ilişkin algıları ile bu olanakların ulaşılabilirliği ve profesyonel gelişim için faydasına yönelik görüşleri hakkında maddeler yer almıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda, öğretmenlerin çoğunluğunun (%81) katıldıkları hizmet içi eğitimi, öğretim becerilerinin gelişimi

bakımından faydalı buldukları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin yine büyük bir kısmı (%60) hizmet içi eğitim kapsamında karşılaştıkları yeni fikirleri sonrasında okuldaki öğretmen arkadaşlarıyla tartıştıklarını belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra, öğretmenlerin %54'ü kendilerine sunulan hizmet içi eğitim olanaklarını yetersiz bulduklarını belirtmişler ve katılmak istedikleri oranda hizmet içi faaliyetlerine katılamadıklarını dile getirmişlerdir (%64). Araştırmacı, öğretmenlerin profesyonel gelişim ihtiyaçlarının çağın gereklerine uygun bir biçimde belirlenmesini ve öğretmenlere daha çok profesyonel gelişim olanağı sunulmasını önermiştir.

Borko ve diğ. (2008), gerçekleştirdikleri çalışmalarında STAAR adında bir profesyonel gelişim eğitim programının etkililiğini incelemişlerdir. Geliştirilen program öğretmenlerin gerçekleştirdikleri derslere ilişkin video kayıtlarını temel alarak, bu video kayıtları üzerinde yansıtma ve tartışmalar yapılmasını içermektedir. Araştırmanın çalışma grubunu 16 matematik öğretmeni oluşturmuştur. Veri toplama amacıyla araştırmacılar, eğitim kapsamında yapılan çalıştaylarda öğretmenlerin tartışmalarının video kaydını almışlar, öğretmenlerle her çalıştay sonrasında yüz yüze görüşmeler yapmışlar ve araştırmacı notları tutmuşlardır. Öğretmenlerin tartışmalarındaki süreç içerisindeki değişim öğretmen rolü ve öğrencilerin düşünme süreci başlıkları altında ayrıntılı bir biçimde analiz edilmiştir. Araştırmanın bulguları ışığında, son oturumlarda öğretmenlerin bir video kaydı üzerinde yaptıkları tartışmaların daha verimli hale getirildiği aktarılmıştır. Başka bir deyişle, öğretmenler bir matematiksel problem bağlamında öğrenme öğretme sürecine ilişkin daha odaklı, derinlemesine ve analitik tartışmalar gerçekleştirebilmişlerdir. Araştırmacılar bu gelişmeyi aşağıdaki dört faktör ile ilişkilendirmişlerdir:

- Zamanla profesyonel bir öğrenme topluluğun oluşması
- Tartışma normlarının oluşması
- Öğretmenlerin, video kayıtları ile ilgili tartışma yapma ve bu yolla öğrenme beceri ve motivasyonlarının artması
- Yoğun ve zorlayıcı bir kolaylaştırma süreci

Rogers ve diğ. (2007) çalışmalarında, fen ve matematik öğretmenleri ile profesyonel gelişim uzmanlarının etkili profesyonel gelişim ile ilgili görüşlerini ele almışlardır. Veriler yarı yapılandırılmış yüz yüze görüşmeler aracılığıyla toplanmıştır. Öğretmenlerle yapılan görüşmelerden elde edilen bulgular, öğretmenlerin profesyonel

gelişim çalışmalarında öncelikli olarak sınıf içerisinde uygulanabilme özelliğine önem verdiklerine işaret etmiştir. Bu başlık altında öğretmenler, pratik uygulamalar, öğretim programlarıyla ilgili ihtiyaçlarının karşılanması, yenilikçi fikirlerle ilgili kaynak ve destek sağlanması vb. konulara dikkat çekmişlerdir. İkinci olarak öğretmenler, sınıf içi öğrenme etkinlikleri ve düşünme süreçleri üzerinde öğrenciler tarafından deneyimlendiği şekliyle çalışmanın daha verimli olduğunu dile getirmişlerdir. Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde son başlık olarak ise destek sistemleri ve öğrenme toplulukların oluşması gerekliliği konusu ortaya çıkmıştır. Profesyonel gelişim uzmanları ise, öğretmenlerle benzer şekilde ilk olarak sınıf içi uygulanabilirlik konusuna değinmişlerdir. Görüşmelerde ortaya çıkan diğer temalar ise öğretmen ve profesyonel gelişim uzmanları arasındaki iletişimin artması ve öğretmenlerin fen ile matematik alanlarına ilişkin bilgilerinin arttırılmasının önemi olmuştur. Araştırmacılar, ortaya çıkan bu başlıklar ışığında uygulamaya ve profesyonel gelişim politikalarına ilişkin önerilerde bulunmuşlardır.

Garet ve diğ. (2001) çalışmalarında profesyonel gelişim programlarının özellikleri ile öğretmenlerin bilgi, beceri ve sınıf içi uygulamalarındaki değişim arasındaki ilişkiyi ortaya koymayı amaçlamışlardır. Profesyonel gelişim çalışmalarının özellikleri hakkında veri toplamak amacıyla yapısal ve temel özellikleri içeren bir ölçek geliştirmişlerdir. Yapısal özellikler, programın biçimi, süresi, öğretmenlerin toplu katılımı olarak belirlenirken, temel özellikler alan bilgisi odağı olup olmadığı, aktif öğrenme için sunduğu olanaklar, öğretmenliğe ilişkin politikalara uyumluluk olarak sıralanmıştır. Öğretmenlerin bilgi, beceri ve sınıf uygulamalarındaki değişimlere ilişkin bilgiler ise bir öz değerlendirme formu hazırlanarak toplanmıştır. Elde edilen bulgular ışığında araştırmacılar, profesyonel gelişim programlarındaki yenilikçi etkinliklerin daha olumlu çıktılara yol açtığını, programın temel özelliklerinin ise öğretmenlerin bilgi ve becerisi bakımından olumlu etkiye sahip olduğunu ortaya koymuşlardır. Öğretmenin bilgi ve becerilerindeki gelişmelerin ise sınıf içi uygulamalar bakımından olumlu etkiye sahip olduğu bulunmuştur. Araştırmacılar, özetle, konu alanına odaklanan, öğretmenlere aktif öğrenme olanağı sunan ve okul yaşamı ile uyumlu profesyonel gelişim programlarının öğretmenlerin bilgi ve becerilerinin geliştirilmesinde etkili olduğunu dile getirmişlerdir.

Manouchehri (2002) ise öğretmenlerin profesyonel gelişim programları kapsamında kendi sınıf içi uygulamalarına ilişkin yansıtma yapmalarının önemini ele almıştır.

Araştırmacı, profesyonel gelişim eğitimi yoluyla öğretmenlerin yansıtıcı uygulamalar yapması için iki koşulun altını çizmiştir: (1) öğretmenin yansıtma yapmanın önemini fark etmesi ve (2) öğretmenin eleştirel bir yansıtma süreci içerisine nasıl gireceğini bilmesi. Mevcut profesyonel gelişim uygulamalarının bu konuda yetersiz kalmasından hareketle yürütülen çalışmada, öğretmenlerin meslektaşlarıyla tartışma ve işbirlikli yansıtma yapmalarının profesyonel bilgi birikimlerinin geliştirilmesinde ne derece rol oynadığının araştırılması amaçlanmıştır. Öğretmen eğitimlerinde okul stajı aşamasında olan iki ortaöğretim matematik öğretmen adayı ile yürüttüğü çalışmasında öğretmenlerin işbirlikli yansıtma süreçlerinin kişisel düzeyde nasıl bir etkisi olduğu ve bu yansıtma süreci sonucunda öğretmenlerin birbirlerinin profesyonel bilgilerinin gelişimine ne düzeyde katkı sağladığını araştırmıştır. Çalışma süresince katılımcılar, hem rehber öğretmenlerinin derslerini birlikte izleyerek tartışma yapmışlar, hem de kendi verdikleri dersleri karşılıklı olarak değerlendirmişlerdir. Veri toplamak amacıyla, öğretmen adaylarının izledikleri ve gerçekleştirdikleri derslerin video kayıtları alınmış ve dersler sonrasında katılımcılarla görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bunların yanı sıra katılımcılar, dersler sonrasında kendi aralarında yaptıkları tartışmaların, planlama süreçlerine nasıl etkisi olduğuna ilişkin günlük notları tutmuşlardır. Çalışmanın sonucunda elde edilen bulgular, akran tartışmasının öğretmen gelişimi bakımından olumlu etkisi olduğuna işaret etmiştir. Araştırmacı, akran tartışmaları yoluyla, öğretmen adaylarının birbirlerinin düşüncelerini dinleyebildiklerini ve sınıf içi uygulamalara yönelik düşüncelerini savunma yönünde cesaretlendirilmeleri sayesinde mevcut bilgilerini kuramsal düzeye taşıyabildiklerini belirtmiştir. Bu bulgulardan yola çıkarak, araştırmacı öğretmenlerin kendi öğrenme-öğretme anlayışlarını ve öğretimsel seçimlerini tartıştıkları bu tarz uygulamalara yönlendirilmesinin öğrenme-öğretme süreçleriyle ilgili daha üst düzey anlayışlara ulaşmalarına destek olduğunu paylaşmıştır. Araştırmacı, okullarda çoğunlukla gözlenen öğretmenleri bireyselleştirme kültürünü, öğretmen yetiştirme programlarından başlayarak değiştirmenin, öğretmenlerin işbirliğine dayalı öğretim uygulamaları yapma, akran geribildirimi ve sosyalleştirilmiş bilgi vb. kavramları içeren yeni bir kültürün oluşturulmasına destek olacağını belirterek sonlandırmıştır.

Polly ve diğ. (2014), anaokulu ila beşinci sınıf düzeyinde eğitim veren sınıf öğretmenleriyle yürüttükleri çalışmada, profesyonel gelişim çalışmalarının öğretmenlerin matematik öğretme ve öğrenme süreçleri ile ilgili inanışlarının ne

ölçüde değiştirdiğini, öğretmenlerin gerçekleştirdikleri öğretim etkinlikleri üzerinde nasıl bir etkisi olduğunu ve öğretim programında yer alan kazanımlar bakımından öğrenci çıktılarını ne ölçüde etkilediğini incelemişlerdir. Katıldıkları profesyonel gelişim programı kapsamında öğretmenler, sayı kavramı ve cebir ile ilgili matematiksel görevler üzerinde çalışmışlar, öğretim programında matematiksel kavramların nasıl açıklandığını incelemişler ve öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini geliştirmek için soru sorma teknikleri üzerinde çalışmışlardır. Öğretmenlerle uygulama süreci içerisinde destek eğitimleri verilmiş, bu eğitimlerin konu başlıkları ise uygulama sürecinde yaşanan sorunlara paralel olarak, küçük grupların oluşturulması ve küçük gruplarda öğretim, matematiksel görevler üzerinde çalışırken zorlanan öğrencilere destek olunması ve matematiksel kavramlar ile ilgili sınıf içi tartışmaların yönetilmesi olarak belirlenmiştir. Veri toplamak amacıyla öğretmenlere matematik öğretimine ilişkin inanç ölçeği, öğretmen uygulama ölçekleri ve matematik öğretimi için alan bilgisi ölçeği uygulanmıştır. Öğrencilerin kazanımlarını belirlemek için ise başarı testi geliştirilerek uygulanmıştır. Söz konusu araçlarla toplanan veriler ışığında, öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında öğrenci merkezli etkinlikler yönünde bir değişim olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin matematik öğretme-öğrenme süreçlerine ilişkin bulgular ise görece daha karmaşık bir niteliğe sahiptir. Öğretmenlerin çoğu programın sonunda keşfe dayalı/bağlantı kurmaya yönelik bir yaklaşım benimsediklerini belirtmelerine rağmen, profesyonel gelişim programından önce keşfe dayalı/bağlantı kurmaya yönelik yaklaşıma sahip bazı öğretmenlerin programın sonunda aktarmaya yönelik bir yaklaşım benimsediklerine de dikkat çekilmiştir. Bu sonuç, söz konusu öğretmenlerin ölçeği doldurdukları zamanın ulusal sınavlarla aynı zamana denk gelmesi ile ve bazı durumlarda öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarının inançlarından daha önce değişmesiyle açıklanmıştır. Öğrenci kazanımları açısından ise öğrenci merkezli uygulamalar gerçekleştirdiklerini belirten öğretmenlerin öğrencilerinde olumlu yönde bir değişim görülmüştür.

Polly, Neale ve Pugalee (2014) ise sınıf öğretmenlerinin katıldığı profesyonel gelişim programının öğretmen özellikleri (matematik öğretimi için alan bilgisi, inanç ve öğretim uygulamaları) ile öğretmenlerin uygulamada kullandığı matematiksel görevlerin niteliği üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Profesyonel gelişim programının amaçları, bilişsel talebi yüksek matematiksel görevler aracılığıyla

öğretmenlerin matematik öğretimi kapasitelerini arttırmak, öğretmenlerin üst düzey soru sorma becerilerini ve alan bilgilerini geliştirmek ve öğretmenleri birer matematik lideri olarak yetiştirmek şeklinde belirlenmiştir. Veri toplama amacıyla, öğretmenlere inanç ölçeği, alan bilgisi ölçeği ve öğretim uygulamaları ölçeği uygulanmıştır. Araştırmacılar aynı zamanda sınıf içi uygulamaları gözlemlemişler ve alan notları tutmuşlardır. Elde edilen bulgular ışığında, öğretmenlerin alan bilgisine ilişkin aldıkları puanların program sonunda arttığı, öğretmenlerin öğrenci merkezli ve kazanım bazlı öğretim uygulamalarına yönelik bir değişim yaşadığı sonucuna ulaşılmıştır. Sınıf içi gözlemlerden elde edilen veriler ise öğretmenlerin inanç ve yaklaşımlarındaki değişimin uygulamada beklenen düzeyde kendini göstermediğine işaret etmiştir. Araştırmacılar öğretmenlerin uygulamadaki değişimlerin istenen düzeyde olmamasına rağmen, son gözlemlerde kullanılan matematiksel görevler ve sorulan soruların düzeyinde olumlu yönde bir gelişme olduğunu belirlediklerini dile getirmişlerdir. Araştırmacılar bu bulguları, öğretim programının uygulanmasına odaklı profesyonel gelişim programlarının öğretmenlerinin tutum ve uygulamalarının değişiminde rol oynadığı sonucuna ulaşan diğer araştırmalarla desteklemişlerdir.

Acar, Yıldız ve Karan (2013), çalışmalarında kaliteli ve profesyonelce yetişmiş öğretmenlere duyulan ihtiyaçtan hareketle, akran işbirliğine dayalı bir profesyonel gelişim modelinin etkililiğini incelemişlerdir. Öğrenen Öğretmenler Mikro Öğretim Yöntemi Projesi kapsamında ilköğretim düzeyinde sekiz öğretmen ile çalışan araştırmacılar, öğretmenlerin seçtikleri dersleri kamera ile kaydetmişlerdir. Katılımcı öğretmenler meslektaşlarının kaydettiği bu dersleri izleyerek, araştırmacıların geliştirdiği bir değerlendirme formu aracılığıyla derslere ilişkin görüşlerini belirtmişlerdir. Bu şekilde araştırmacılar öğretmenlerin gerçek sınıf içi yaşantılarına dayalı bir akran etkileşimini ön plana çıkarmayı amaçlamışlardır. Proje sonunda öğretmenlerden uygulamaya ilişkin görüş alabilmek amacıyla yarı-yapılandırılmış anket formu uygulanmıştır. Anket formunda öğretmenlerden, projeye ilişkin değerlendirmelerinin yanı sıra öğretim uygulamalarında, sınıf yönetimine ilişkin davranışlarında ve öğretmen-öğrenci ilişkilerinde gerçekleşen değişimle ilgili bilgi vermeleri istenmiştir. Araştırmacılar elde ettikleri bulguları projeye katılım ve memnuniyet, sosyal medya ve akran desteği, öğretim yöntem ve tekniklerindeki gelişim ve değişimler, sınıf ve davranış yönetimi alanındaki gelişim ve değişimler temaları altında raporlamışlardır. Buna göre, öğretmenlerin tamamı kendilerinin ve

meslektaşlarının uygulamalarını izleyerek değerlendirme yapmaktan memnun olduklarını, bu şekilde uzun süredir farkında olmadıkları hatalarını görebildiklerini dile getirmişlerdir. Bununla ilişkili olarak, öğretmenlerde, öğretim uygulamalarında ve sınıf yönetimine ilişkin davranışlarında değişiklik yapma yönünde bir farkındalık oluşmuştur. Araştırmacılar, internet üzerinde oluşturdukları ve öğretmenlerin ders videolarını ekledikleri geri dönüt sisteminin akran iletişimini arttırmaya yönelik bir uygulama olmasının ve bu sistemin ilgili paydaşlar tarafından olumlu karşılandığının altını çizerek çalışmalarını sonlandırmışlardır.

3.YÖNTEM

Araştırmanın amacı, sınıf öğretmenlerine bilişsel talep ve matematiksel iletişim ile ilgili profesyonel gelişim eğitimi aracılığıyla farkındalık kazandırılarak, matematiksel görevlerin sınıf ortamındaki uygulama sürecinin incelenmesi olarak belirlenmiştir. Bu bölümde, araştırma deseni, çalışma grubu, araştırma süreci, veri toplama, veri analizi, iç ve dış geçerlik ve araştırmacıların rolü başlıkları yer almaktadır.

3.1. Araştırma Deseni

Çalışmada bir durum üzerinde etkili olan değişkenlerle ilgili derinlemesine bilgi edinilmek istendiğinden nitel araştırma deseni kullanılması uygun görülmüştür. Denzin ve Lincoln (2005), nitel araştırmaları araştırdığı konuya yorumlayıcı ve doğal olarak yaklaşan çalışmalar olarak tanımlamışlardır. Yıldırım ve Şimşek (2004) ise nitel araştırmaların, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik bir süreç izlediğini ve bu kapsamda çoğunlukla, gözlem, görüşme, doküman analizi vb. yöntemlerin kullanıldığını dile getirmişlerdir. Creswell (2012), bir durumu etkileyen değişkenlerin tam olarak bilinmediği çalışmalarda, bu değişkenleri derinlemesine bilgi toplama ve analiz yöntemleriyle ortaya çıkarıp keşfetmek için nitel araştırma deseninin kullanabileceğini belirtmiştir. Yıldırım (1999) ise nitel araştırmanın alan yazında ele alınan özelliklerini (1) doğal ortama duyarlılık, (2) araştırmacının katılımcı rolü, (3) bütüncül yaklaşım, (4) algıların ortaya konması, (5) araştırma deseninde esneklik ve (6) tümevarıma dayalı analiz olarak sıralamıştır. Nitel araştırmalar ile, kişilerin davranışlarını bulundukları ortam içerisinde inceleyerek belirli davranışların nasıl gerçekleştiğini, belirli süreçlerin nasıl işlediğini, belirli değişkenler arasında nasıl ilişkiler bulunduğunu derinlemesine bir biçimde incelemek mümkündür. Nitel araştırma yöntemleri, hakkında az bilgi bulunan olguların araştırılması bakımından da avantaj sağlamaktadır (Yıldırım, 1999).

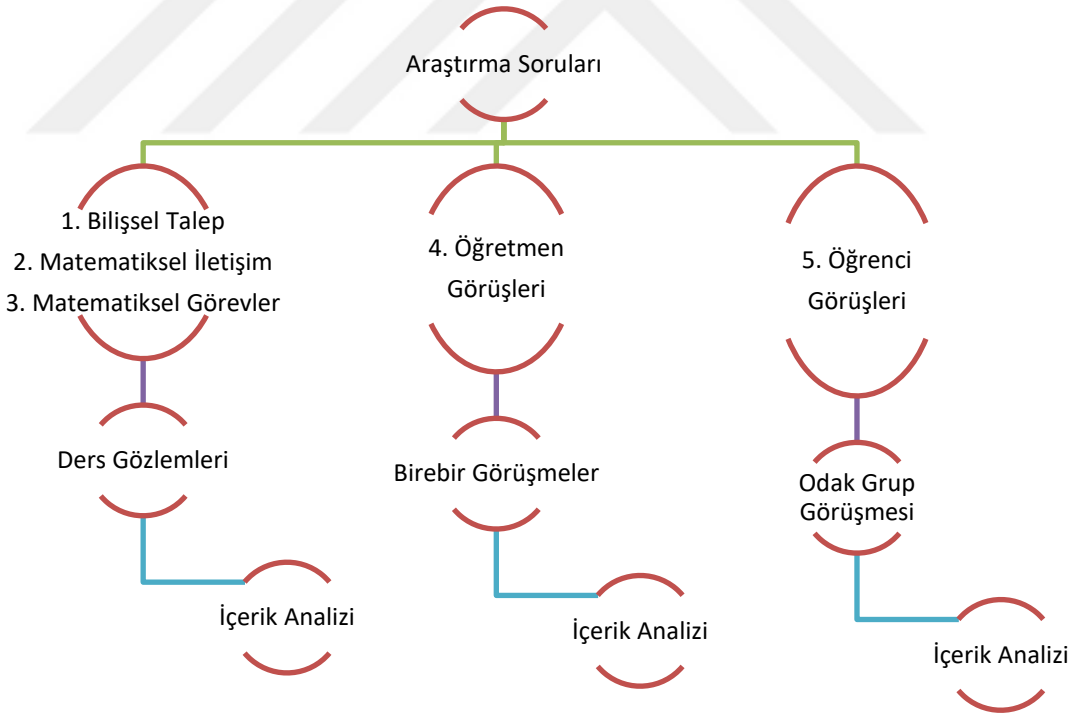
Nitel araştırma yönteminin alan yazında ele alınan tanım ve özelliklerinin, hakkında az bilgi bulunan bilişsel talep ve matematiksel iletişim değişkenlerinin doğal

ortamında hangi ilişkilerle nasıl işlediği konusunda derinlemesine bilgi edinilmesini hedefleyen mevcut çalışma ile uyumlu olduğu düşünülmektedir.

Nitel araştırma yönteminin benimsendiği çalışma kapsamında, araştırma deseni olarak örnek olay kullanılmıştır. Stake (1978), örnek olay çalışmasını, bir durumun derinlemesine bir şekilde incelenmesi ve tanımlanması olarak açıklamıştır. Yin (1984) ise, örnek olay çalışmalarında üzerinde durulan güncel bir konunun gerçek yaşam bağlamında, çoklu veri toplama yöntemleri kullanılarak incelenebileceğini belirtmiştir. Sudweeks ve Simoff'a (1999) göre örnek olay çalışmaları araştırmacının katılımcılarla doğrudan temasta olduğu ve katılımcıların birincil veri kaynağı olarak yer aldığı araştırmalardır. Örnek olay deseniyle yürütülen araştırmalarda, araştırma soruları 'nasıl' ve 'neden' sorularını kapsamaktadır (Yin, 2009). Katılımcılar açısından bakıldığında ise örnek olay çalışmaları oldukça sınırlı bir çalışma grubunu içermektedir (Zainal, 2007).

Örnek olay çalışmalarının farklı biçimlerde sınıflandırmaları bulunmaktadır. Örneğin, Yin (1984), örnek olay çalışmalarını keşfedici, tanımlayıcı ve açıklayıcı olarak sınıflandırırken, Stake (1995), örnek olay araştırmalarını içsel, araçsal ve kolektif olmak üzere üç başlıkta ele almıştır. Mevcut çalışmada araştırmanın amacına uygun bir biçimde Stake'in (1995) araçsal örnek olay olarak nitelendirdiği desen işe koşulmuştur. Buna göre, bir örnek olay araştırmasında üzerinde çalışılmak istenen konu ya da soru araştırmacı için durumun kendisinden daha önemliyse araçsal örnek olay yönteminin kullanılması önerilmektedir. Başka bir deyişle, araçsal örnek olay belli bir eylem ya da aktivite bağlamında kişilerin algılarının incelenmesi bakımından da avantajlı görülmektedir (Baxter, Jack, 2008; Creswell, 2013; Stake, 1995). Araçsal örnek olay deseni ile bir kuram ya da yöntem ile ilgili olan süreçlerin anlaşılması ve tanımlanması hedeflenmektedir (Stake, 1995). Araçsal örnek olay çalışmaları ile genelleme yapmak veya tipik bir durumu ele almak amaçlanmamakta, bir konu ya da tema ile ilgili derinlemesine bilgi edinilmesi, başka bir deyişle bir durumun aydınlatılması, hedeflenmektedir (Casey, Houghton, 2010; Creswell, 2013; Johnson, Christensen, 2007; Stake, 1995; Yin, 2009). Gordin (2006) da bir ya da daha fazla durum incelenerek belirli bir konu hakkında derinlemesine bir anlayışa ulaşmak için araçsal örnek olay çalışmalarının gerçekleştirebileceğini dile getirmiştir.

Araçsal örnek olay çalışmalarında üzerinde çalışılan konunun ya da sorunun daha iyi anlaşılabilmesi için bu konuya ilişkin tarafların yer aldığı bir durum oluşturularak da incelemeye alınabilir. Örneğin, mentörler ve akran grupları arasındaki ilişkiyi incelemeyi hedefleyen Wasburn (2007), bunun için stratejik işbirliği modelini önermiş, bu modeli aktarmak üzere gerekli çalışmalar yaparak bir durum oluşturmuş ve oluşturduğu bu durumun mentörler ve akran grupları arasındaki ilişkiyi nasıl etkilediğini araçsal örnek olay bağlamında ele almıştır. Stake (1995), araçsal örnek olay kapsamında ilgili araştırma sorusuna ilişkin veri toplamak için birden fazla durumun kullanılabileceğini belirtmiştir. Mevcut çalışmada da öğretmenler, matematiksel iletişim ve bilişsel talep konusunda bilgilendirilmiş ve öğretmenlere sınıflarında kullanabilecekleri matematiksel iletişim modelleri ve üst düzey görevler ile ilgili önerilerde bulunulmuştur. Sonrasında iki farklı sınıf ortamında kesirler ünitesine ilişkin öğretim uygulamaları matematiksel iletişim ve bilişsel talep değişkenleri bağlamında incelenmiştir. Şekil 3.1'de araştırma desenine ilişkin özet bilgiler sunulmuştur.



Şekil 3.1: Araştırma Deseni

3.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu amaçlı örneklem yöntemi ile belirlenmiştir. Buna göre, İstanbul'da bir özel okulda 2016-2017 eğitim-öğretim yılı ikinci döneminde görev

yapan 4.sınıf öğretmenleri ve 4.sınıfa devam eden öğrencileri araştırmanın çalışma grubunu oluşturmuştur. Amaçlı örneklem yöntemlerinin, katılımcılardan konuyla ilgili yoğun bilgi elde edilmek istendiğinde kullanılması önerilmektedir (Denzin, Lincoln, 2005). Patton'a (1987) göre ise genelleme yapabilme konusunda avantajlı olan olasılık temelli örnekleme stratejilerine karşın, amaçlı örnekleme stratejileri, zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir. Özetle, amaçlı örnekleme yöntemlerinin olgu ve olayların keşfedilmesi ve açıklanmasında kullanılması önerilmektedir (Yıldırım, Şimşek, 2004). Araştırma kapsamına alınan okulun belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir durum örneklemesi kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemlerinin yukarıda sözü edilen özelliklerinin yanı sıra, bu örnekleme yöntemi araştırmaya hız ve pratiklik katarak probleme odaklanılmasını sağlaması bakımından avantajlı olarak yorumlanmaktadır.

Uygulamanın gerçekleştiği okul 2010 yılında kurulmuş orta ve üst sosyo-ekonomik düzeye sahip ailelerin çocuklarının devam ettiği bir özel okuldur. Söz konusu okul eğitim felsefesi olarak ilerlemeci felsefeyi benimsediğini belirtmiştir. Bu kapsamda, yaparak yaşayarak öğrenme, demokratik toplum değerleri ve bireysel farklılıklar önemli görülen kavramlardır. Öğretim sürecinde, öğrencilerin bilgiyi keşfetmelerini sağlayacak yöntem ve tekniklerin uygulanması benimsenmiş ve hem süreç hem de sonuç odaklı değerlendirme yöntemlerinin kullanılması ön görülmüştür. Okulun ilkeleri adil olma, yenilikçilik, bireysellik, demokratik katılım ve gelişimsel bir yaklaşım olarak sıralanmıştır. Okulda öğrencilerin sanat, spor ve akademik yönden bütünsel olarak gelişimine odaklanılmaktadır. İlkokul düzeyinde öğrenciler, birinci sınıftan dördüncü sınıfa kadar aynı sınıf öğretmeniyle derslere devam etmektedirler. Branş öğretmenleri ise sınıf öğretmenlerini destekleyici çalışmalar sürdürmektedir. Sınıf öğretmenleri yönetsel olarak okul müdürüne bağlı olarak çalışmaktadırlar. Bununla birlikte, her sınıf düzeyinin koordinasyonunda zümre başkanları görev yapmaktadır. Okulda yarı zamanlı bir eğitim danışmanı da çalışmaktadır.

Uygulama yapılan okulda, araştırma soruları çerçevesinde, öğretmen ve öğrencilerin yer aldığı çalışma grupları bulunmaktadır. Çalışmada belirtilen tüm öğretmen ve öğrenci isimleri takma ad kullanılarak sunulmuştur. Çalışma grubuna alınan sınıf şubeleri ise Şube 1 ve Şube 2 olmak üzere isimlendirilmiştir.

Şube 1'e giren Armağan Öğretmen, meslek yüksek okulundan mezun olmuş, 38 yıldır sınıf öğretmeni olarak görev yapan bir öğretmendir. Araştırma sırasında uygulama okulunda yedi yıldır çalışmaktadır. Şube 2'ye giren Deniz Öğretmen, sınıf öğretmenliği lisans programından mezun olmuş, 14 yıldır sınıf öğretmeni olarak görev yapan bir öğretmendir. Araştırma sırasında, uygulama okulunda üç yıldır çalışmaktadır. Şube 1'de 10'u erkek, 9'u kız 19 öğrenci, Şube 2'de ise 9'u erkek, 9'u kız 18 öğrenci bulunmaktadır. Tablo 3.1'de çalışma grubuna ilişkin özet bilgiler yer almaktadır.

Tablo 3. 1: Çalışma Grubu

Çalışma Grubu		**Şube 1**	**Şube 2**
Öğretmen	*Takma Ad*	Armağan Öğretmen	Deniz Öğretmen
	Kıdem	38 yıl	14 yıl
	Mezuniyet	Meslek Yüksek Okulu	Sınıf Öğretmenliği Lisans Programı
Öğrenci	*Kız*	9	9
	Erkek	10	9
	Toplam	19	18

3.3. Araştırma Süreci

Araştırma kapsamında ele alınacak durumun oluşturulması için öğretmenler, çalışmada ele alınan bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarını ele alan bir eğitim ile bilgilendirilmiş, sonrasında derinlemesine gözlem ve görüşmeler ile oluşan durum analiz edilmiştir. Süreç boyunca araştırmacı tarafından öğretmenlere ihtiyaç duydukları noktalarda destek sağlanmıştır. Aşağıda, araştırma süresince takip edilen adımlar açıklanmıştır:

- *İhtiyaç Analizi:* Öğretmenlerin matematiksel iletişim ve bilişsel talep ile ilgili profesyonel gelişim ihtiyaçları ile mevcut araştırmanın kuramsal ve yöntemsel çerçevesinin belirlenmesi için aşağıdaki çalışmalar yapılmıştır:
    - Araştırma soruları bağlamında ele alınacak değişkenlere odaklanan bir pilot çalışma yapılması
    - Uygulama öncesi sınıf gözlemlerinin yapılması

- Çalışma grubundaki sınıf öğretmenleri ile matematiksel iletişim ve bilişsel talep kavramları konusundaki deneyim ve önbilgilerine ilişkin ön görüşmeler yapılması
- Dördüncü sınıf matematik öğretim programı kesirler ünitesinin incelenmesi

- *Profesyonel Gelişim Eğitiminin Tasarımı:* Öğretmenler için bilişsel talep ve matematiksel iletişim konularını kapsayan kuramsal ve uygulamalı bir profesyonel gelişim eğitimi tasarlanması

- *Profesyonel Gelişim Eğitiminin Uygulanması:* Hazırlanan profesyonel gelişim eğitiminin öğretmenlerle uygulanması

- *Öğretmenlerin Ders Planlarını Tasarlamaları:* Öğretmenlerin bilişsel talep düzeyinin yüksek tutulması için matematiksel iletişim ortamını geliştirmeye yönelik ders planlarını oluşturması

- *Ders Planlarının Uygulanması:*
  - Ders planlarının uygulanması ve uygulama sırasında gözlemlerin yapılması
  - Ders planlarının sınıf ortamında uygulanması sırasında video ve ses kayıtlarının alınması
  - Süreci etkili bir şekilde yönlendirebilmek amacıyla öğretmenlerle ara değerlendirme toplantılarının yapılması

- *Uygulama Sonrası Öğretmenlerle Görüşme:* Ders planlarının uygulanması tamamlandığında öğretmenlerle, uygulama sürecine ve bundan sonra benzer alanda yapabilecekleri çalışmalara yönelik son görüşmeler yapılması

- *Uygulama Sonrası Öğrencilerle Görüşme:* Uygulama süreci ile ilgili görüşlerine ilişkin öğrencilerle odak grup görüşmelerinin yapılması

Çalışma kapsamında gerçekleştirilen uygulamalar Tablo 3.2'de özetlenmiştir.

Tablo 3. 2: Araştırma Süreci

	Etkinlik	Amaç
Uygulama Öncesi	-Pilot Çalışma -Sınıf gözlemleri -Çalışma grubundaki öğretmenlerle ön görüşmelerin yapılması -Matematik öğretim programının incelenmesi	Mevcut durumun açıklanması İhtiyaç analizi yapılması
1. Oturum	Bilişsel talep ve matematiksel iletişim konulu eğitim	Öğretmenlerin bilişsel talep ve matematiksel iletişim konusundaki yeterliklerinin geliştirilmesi
2. Oturum	Bilişsel talep ve matematiksel iletişim konulu eğitim	Öğretmenlerin bilişsel talep ve matematiksel iletişim konusundaki yeterliklerinin geliştirilmesi
3. Oturum	Bilişsel talep ve matematiksel iletişim konulu çalıştay	Öğretmenlerin bilişsel talep ve matematiksel iletişim konusundaki yeterliklerinin geliştirilmesi. Öğretmenlerin bilişsel talebi yüksek tutmak amacıyla sınıflarındaki matematiksel iletişimi arttırmak üzere ders planları hazırlaması
4. Oturum	Uygulama ve Ara Değerlendirme Toplantısı	Geliştirilen ders planlarının uygulanması ve ihtiyaç duyulan noktalarda öğretmenlere geribildirim ve destek sağlanması
5. Oturum	Uygulama ve Ara Değerlendirme Toplantısı	Geliştirilen ders planlarının uygulanması ve ihtiyaç duyulan noktalarda öğretmenlere geribildirim ve destek sağlanması
6. Oturum	Uygulama	Geliştirilen ders planlarının uygulanması
7. Oturum	Sonuç Değerlendirme Toplantısı	Öğretmenlerin yaptıkları uygulamalarla ilgili yansıtma yapması, sürece ilişkin görüşlerinin alınması, kendileri ve öğrencilerindeki değişimlerle ilgili paylaşımlarda bulunulması
Uygulama Sonrası	-Öğretmenler ile uygulama sürecine ilişkin son görüşmelerin yapılması -Öğrencilerle odak grup görüşmeleri yapılması	Uygulama sonrası öğretmen ve öğrenci görüşlerinin alınması.

Araştırma kapsamında yapılan işlemler, (1) ihtiyaç analizi için gerçekleştirilen çalışmalar, (2) katılımcılara verilen profesyonel gelişim eğitimi ve (3) sınıf içi uygulamalar olmak üzere üç başlık altında (bkz. Şekil 3.2) ilerleyen bölümlerde ele alınmıştır. Uygulama sonrasında veri toplamaya yönelik olarak birebir ve odak grup görüşmeleri yapıldığından, bu görüşmelere ilişkin bilgiler veri toplama bölümünde sunulmuştur.



Şekil 3.2: Araştırma Süreci

3.3.1. İhtiyaç Analizi

Uygulama öncesinde, öğretmenlerin profesyonel gelişim ihtiyaçlarını belirlemek ve odaklanılan değişkenlerle ilgili ön bilgileri toplayabilmek amacıyla bazı uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Bu uygulamalar, mevcut çalışma ile aynı sınıf düzeyi ve aynı konu alanını kapsayan bir pilot uygulama yapılması, öğretmenlerle ön görüşmelerin yapılması, öğretmenlerin gerçekleştirdiği bir matematik dersinin izlenmesi ve ilkokul dördüncü sınıf matematik öğretim programı kesirler ünitesinin incelenmesidir.

3.3.1.1. Pilot Çalışma

Araştırma kapsamında, yapılacak asıl uygulamaya ışık tutması, öğretmenlere verilecek profesyonel gelişim eğitiminin ana hatlarının belirlenmesi ve ele alınacak değişkenlerin gerçek bağlamında incelenmesi amacıyla bir ön çalışma gerçekleştirilmiştir. Gerçekleştirilen ön çalışma kapsamında, 'öğretmenlerin matematiksel iletişim ile ilgili görüşleri nelerdir?' ve 'sınıf içi matematiksel iletişimin arttırılmasına yönelik uygulamalar bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesi ve düşmesinde nasıl bir rol oynamaktadır?' sorularına yanıt aranmıştır.

Söz konusu ön çalışma 2015-2016 eğitim-öğretim yılı ikinci döneminde İstanbul'da asıl uygulamanın yapıldığı okuldan farklı bir özel okulda 4.sınıf düzeyinde kesirler ünitesi bağlamında gerçekleştirilmiştir. Okulda bulunan iki 4.sınıf öğretmeni ve öğrencileriyle çalışma gerçekleştirilmiştir. Mevcut çalışmanın adımlarıyla benzer bir şekilde ön uygulamada aşağıdaki adımlar takip edilmiştir:

- Öğretmenlerle matematiksel iletişim temalı ön görüşmelerin yapılması
- Uygulama öncesi sınıf gözlemlerinin yapılması
- Öğretmenlere matematiksel iletişim temalı profesyonel gelişim eğitimi verilmesi
- Öğretmenlerin sınıf içi matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik ders planı hazırlamaları ve ihtiyaç duyulan noktalarda araştırmacının oluşturulan ders planlarına destek vermesi
- Oluşturulan ders planlarının uygulanması
- Uygulamanın ardından öğretmenlerle son görüşmelerin yapılması

Ön çalışma kapsamında veri toplamak amacıyla öğretmenlerle uygulama öncesi ve sonrası yarı yapılandırılmış birebir görüşmeler ile ders gözlemleri yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmeler ve gözlemler içerik analizi ile çözümlenmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerin çözümlenmesi ile elde edilen bulgular, *öğrencilerin öğrenme sürecinin izlenmesi*, *sınıf içi matematiksel konuşmayı kolaylaştırma* ve *zorluklar, sınırlılıklar ve öneriler* temalarını ortaya çıkarmıştır. Aşağıda ortaya çıkan bu temalara ilişkin bilgiler ayrı başlıklar altında sunulmuştur.

Öğrencilerin öğrenme sürecinin izlenmesi: Öğretmenler, sınıf içi matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik uygulamaları içeren ders planının en faydalı yönünü, öğrencilerin öğrenme süreci hakkında daha verimli ve etkili bilgi sahibi olmak olarak, nitelendirmişlerdir. Örneğin bir öğretmen, dersin başında gerçekleştirdiği bir matematiksel tartışmanın öğrencilerin konuyla ilgili ortak bir kavram yanılgısını ortaya çıkarmada yardımcı olduğunu dile getirmiştir. Öğretmen, bu şekilde söz konusu kavram yanılgısı üzerinde çalışarak, ilerleyen derslerde öğrencilere, daha etkili bir kavramsal anlamaya ulaşma olanağı sağlandığını ifade etmiştir.

Bu başlık altında ikinci olarak öğretmenler, öğrencilerin kendilerini nasıl ve ne düzeyde ifade edebildiklerini izleyebildiklerini, öğrencilerin birbirlerinin fikirlerinden

nasıl etkilendiklerini ve birbirlerinden nasıl öğrendiklerini takip edebildiklerini belirtmişlerdir.

Sınıf içi matematiksel konuşmayı kolaylaştırma: Öğretmenler ders sırasında uyguladıkları kimi stratejilerin öğrencileri daha çok konuşmaya yönlendirdiğini ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin bu bağlamda en çok üzerinde durdukları stratejiler, konuşmayı desteklemek için 'cümle başlatıcıların' kullanılması ve araştırmacı tarafından onlara önerilen 'düşün-eşleş-paylaş' tekniğinin işe koşulmasıdır. Öğretmenler söz konusu uygulamaların öğrencileri fikirlerini ifade edebilecekleri bir yol sunduğunu bu sayede soru-cevap tekniğinin ötesinde öğrencilerin daha sürdürülebilir konuşmalar yaptıklarını dile getirmişlerdir.

Zorluklar, sınırlılıklar ve öneriler: Öğretmenler uygulama kapsamında gerçekleşen en önemli sınırlılığın zaman olduğunu ifade etmişlerdir. Başka bir deyişle, öğrencilerin kendilerini ifade etmeleri ve derse katılımının daha fazla desteklenmesi öğretmenlere göre, zaman yönetimi açısından sorun oluşturmaktadır. Öğretmenler yapılan uygulama süresince en çok ders planının oluşturulması esnasında zorlanmışlar, bu noktada dersteki tartışmaları yönlendirecek soruları bulmakta güçlük çektiklerini dile getirmişlerdir. Uygulama öncesinde öğretmenler öğrencilerin daha fazla fikir paylaşımında bulunmalarının ve konuşmalarının sınıf yönetimi bakımından sorun oluşturacağını düşündüklerini ancak uygulama sırasında sınıf yönetimiyle ilgili herhangi bir sorun yaşamadıklarını belirtmişlerdir.

Pilot uygulama kapsamında üzerinde durulan ikinci soru ise öğretmenlerin hangi uygulamalarının, matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesi ve düşmesinde nasıl etkili olduğu sorusudur. Bu soruya yanıt aramak için ders planı uygulanırken alınan ses kayıtları incelenmiştir. Ses kayıtlarının çözümlenmesi sonucunda elde edilen bulgular, (1) öğrencilerin açıklama yapmaya, fikirlerini savunmaya yönelik olarak cesaretlendirilmesi ile (2) öğrencilerin düşüncelerini bir başka arkadaşıyla karşılaştırmasının desteklenmesi uygulamalarının yüksek bilişsel talep düzeyini sürdürmede etkili olduğunu ortaya koymuştur. Bunun yanı sıra araştırmacı, öğrencilerin sahip olduğu ve konuşmalar sırasında ortaya çıkan bazı kavram yanılgılarının üzerine öğretmenler tarafından yeterince gidilmediğini ve bu durumun bilişsel talep düzeyinin düşmesine yol açtığını gözlemlemiştir. Öğrencilerin 'bir pizzayı iki eşit parçaya bölemeyiz çünkü iki tarafın üzerindeki malzemeler farklı olabilir', 'hamburgeri iki eşit parçaya bölemeyiz çünkü bir tarafta daha fazla ketçap

olabilir', 'Sizin aldığınız yarım arkadaşınızın aldığı yarımdan daha büyüktür' ve 'bir bütün iki eşit parçadan fazla parçaya bölünemez' şeklindeki yorumları bu ifadelere örnek olarak verilebilir.

Gerçekleştirilen pilot uygulama sonrasında, mevcut çalışmanın bağlamı ile araştırma soruları güncellenmiştir. Pilot çalışmada daha çok sınıf içi matematiksel iletişimin verimli hale getirilmesine odaklanılırken, alınan sonuçlardan yola çıkarak sınıf içi matematiksel iletişimin bir bağlam çerçevesinde ele alınması gerekliliği ortaya çıkmıştır. Başka bir deyişle, sınıf içerisinde gerçekleşen etkili bir matematiksel iletişimin matematik öğretimi bakımından hangi kavramlara hitap ettiği üzerinde düşünme olanağı bulunmuştur. Bunun sonucunda yine matematik öğretimi bakımından son yıllarda üzerinde çokça araştırma yapılan bilişsel talep kavramına ulaşılmıştır. Sınıf içerisinde gerçekleşen matematiksel iletişimin uygulanan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin korunmasında etkili olduğu yönündeki bilgilerden hareketle, mevcut araştırmada matematiksel iletişim ve bilişsel talep kavramlarının birlikte ele alınmasına karar verilmiştir.

Pilot uygulama kapsamında elde edilen verilerden faydalanılan bir diğer alan ise öğretmenlere verilen profesyonel gelişim eğitiminin içeriğinin belirlenmesidir. Pilot uygulama kapsamında gerçekleşen öğretmen eğitiminde öğretmenler en faydalandıkları bölümün sınıf içi matematiksel iletişimi nasıl sağlayacaklarına ilişkin pratik öneriler olduğunu belirtmişlerdir. Bu nedenle mevcut çalışmada öğretmen eğitiminin içeriğine matematiksel iletişimin niteliği ve verimli bir şekilde uygulanmasına yönelik pek çok öneri eklenmiştir. Bu öneriler, araştırmaya yeni eklenen matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleriyle de bağlantılı bir şekilde ele alınmış, bu şekilde sürecin somutlaştırılması amaçlanmıştır.

Son olarak, pilot uygulama kapsamında gerçekleştirilen sınıf gözlemleri analiz edilirken, özellikle matematiksel iletişim ortamının daha net bir şekilde ortaya çıkarılması bakımından literatüre dayalı bir kodlama yapılması ihtiyacı ortaya çıkmıştır. Buradan hareketle mevcut çalışma için sınıf içi matematiksel iletişim ortamının tanımlanmasında Chapin, O'Connor ve Anderson'un (2009) matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik 5 davranışından ve Boaler ve Brodie'nin (2004) soru türlerinden yararlanılması uygun görülmüştür.

3.3.1.2. Katılımcı Öğretmenlerin Matematiksel İletişim ve Bilişsel Talep Konusundaki Görüşlerinin Alınması

Öğretmenlerin matematiksel iletişim ve bilişsel talep kavramlarıyla ilgili görüşleri ve varsa deneyimleri hakkında bilgi toplamak amacıyla öğretmenlerle yarı yapılandırılmış biçimde yüz yüze birebir ön görüşmeler yapılmıştır. Yapılan bu ön görüşmeler uygulanacak profesyonel gelişim eğitiminin ana hatlarının oluşmasına katkı sağlamış aynı zamanda bu görüşler öğretmenlerin uygulama sonrasındaki görüşleri ile karşılaştırılarak uygulamanın öğretmenlerin görüşlerini değiştirip değiştirmediği, değiştirdiyse nasıl değiştirdiğini ortaya koymak amacıyla referans olarak kullanılmıştır. Söz konusu görüşmeler ile aynı zamanda öğretmenlerin matematik öğrenme ve öğretme sürecine ilişkin yaklaşımları hakkında da bilgi sahibi olunmuştur.

3.3.1.3. Sınıf İçi Ön Gözlemlerin Gerçekleştirilmesi

Öğretmenlerin gerçekleştirdiği tipik bir matematik dersini incelemek amacıyla araştırmacı tarafından her iki öğretmenin 40dk'dan oluşan ikişer dersi arka arkaya izlenmiştir. Söz konusu gözlemler, öğretmenlerin dile getirdikleri görüşlerin uygulamaya ne kadar yansıdığını belirlemek için kullanılırken, aynı zamanda, profesyonel gelişim ihtiyacının ortaya çıkarılması bakımından da referans olarak alınmıştır. Ön gözlemler kapsamında izlenen derslerin kazanımları ve gerçekleştirilen ana etkinlikler Tablo 3.3'de sunulmuştur.

Tablo 3. 3: Ön Gözlemler

ŞUBE 1	
Gözlem Tarihi ve Saat Aralığı	20 Şubat 2017 8.30-9.10 & 9.20- 10.00
Ders Kazanımları	Payı ve paydası en çok iki basamaklı doğal sayı olan kesirleri, kesrin birimlerinden elde ederek isimlendirir.
Etkinlikler	***Etkinlik 1.*** *Alan modeli üzerinde birim kesir değerlerini yazma:* Öğretmen her öğrenciye daire şeklinde bir karton parçası dağıttı. Öğrencilerden bu daireyi istedikleri kadar eş parçaya bölmelerini ve kesmelerini istedi. Parçalara bölme işlemi tamamlandıktan sonra öğrenciler, daireyi böldükleri parça sayısını dikkate alarak, her dilime ilgili birim kesir değerini yazdılar. Öğretmen ihtiyaç gördüğü durumlarda tüm grup için açıklamalarda bulundu.

Tablo 3.3 – devam

Etkinlikler ***(devam)***	***Etkinlik 2.*** *Alan modeli ile kesir değerini bulma:* Öğretmen belirli sayıda parçaya bölünmüş alan modellerini içeren çalışma kağıtlarını öğrencilere dağıttı. Öğrenciler belirledikleri kesirler doğrultusunda alan modellerini boyadılar ve kesir değerlerini yazdılar. Bireysel çalışma sırasında öğretmen, öğrencilere etkinliğin nasıl tamamlanacağına ilişkin bireysel yönlendirmelerde bulundu. (Not: Bu etkinlik, çoğunlukla öğretmenin yönlendirmelerini içeren, büyük grupta genellenebilir bir konuşma içermeyen bir etkinlik olduğundan matematiksel görevlere ilişkin analizlere dahil edilmemiştir.)
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Soru-cevap Bireysel çalışma
ŞUBE 2	
Gözlem Tarihi ve Saat Aralığı	20 Şubat 2017 10.50-11.30 & 11.40-12.20
Ders Kazanımları	Payı ve paydası en çok iki basamaklı doğal sayı olan kesirleri, kesrin birimlerinden elde ederek isimlendirir.
Etkinlikler	***Etkinlik 1.*** *Kesir kavramı ile ilgili ön bilgileri hatırlama ve tanımların yapılması:* Öğretmen 'kesir denince aklınıza ne geliyor?' sorusunu öğrencilere yönelterek öğrencilerin kesirlerle ilgili ön bilgilerini harekete geçirdi. Öğrencilerin belirttiği kavramlar ile kendi eklediği kavramları tahtada bir kavram haritası şeklinde görselleştirdi. Sonrasında günlük yaşamla bağlantılı bir örnek üzerinden öğrencilerin tam, yarım ve çeyrek kavramlarını hatırlamasını sağladı. Öğrencilerin defterlerine kesir, birim kesir, pay ve payda tanımlarını yazdırdı. (Not: Bu etkinliğin kavram haritası oluşturma aşaması matematiksel görevlere ilişkin analizlere alınmış, öğretmen merkezli bir süreç içeren etkinliğin kalan bölümü analizlere dahil edilmemiştir.)
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Soru-cevap Doğrudan öğretim

Gerçekleştirilen ön gözlemler kapsamında öğretmenlerin üst düzey görevler seçme ve uygulama ile sınıf içerisinde etkili bir matematiksel iletişim ortamı oluşturma bakımından yeterli düzeyde olmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan görüşmelerde bu kavramlar hakkında sınırlı da olsa ön bilgileri olduğu görülmüş, ancak bu durumun sınıf içi uygulamalara yeterli düzeyde yansımadığı gözlenmiştir.

3.3.1.4 Matematik Öğretim Programı Kesirler Ünitesinin İncelenmesi

İlkokul 1-5.Sınıflar Matematik Öğretim Programının kazanım ve önerilen etkinlikleri, yapabilecekleri uygulamalarla ilgili öğretmenlere önerilerde bulunmak ve ders gözlemlerini değerlendirmek için bir kaynak oluşturması bakımından araştırmacı tarafından incelenmiştir (bkz. EK 1). Yapılan incelemenin ardından kesirler konusunun kapsamı ve sınırları belirlenmiş, sınıf içerisindeki tartışmalar veya matematiksel görevler analiz edilirken, kapsam ve sınırlılıklara ilişkin söz konusu bilgilerden faydalanılmıştır.

3.3.2. Profesyonel Gelişim Eğitimi

Uygulama öncesi çalışmalar tamamlandıktan sonra uygulamanın ilk adımı olan profesyonel gelişim eğitimi gerçekleştirilmiştir. Uygulama öncesi yapılan çalışmalardan elde edilen bulgular ışığında profesyonel gelişim eğitiminin kazanımları oluşturulmuştur. Bu kazanımlardan yola çıkarak öğretim yöntem, uygulama ve içerikleri hazırlanmıştır. Gerçekleştirilen profesyonel gelişim eğitimine ilişkin özet bilgiler Tablo 3.4'de yer almaktadır.

Tablo 3. 4:Profesyonel Gelişim Eğitimi

1.OTURUM	
Süre	80 dk.
Kazanımlar	• Matematiksel görev kavramını tanımlar. • Bilişsel talep kavramını tanımlar. • Verilen matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyini belirler. • Bilişsel talebi sürdüren ve yükselten faktörleri açıklar. • Bilişsel talebi sürdüren ve düşüren faktörler ile kendi sınıf içi uygulamalarını ilişkilendirir. • İzlediği/incelediği ders örneklerinde bilişsel talep düzeyini sürdüren ve düşüren faktörlere ilişkin kanıtları/ipuçlarını bulur.
İçerik	1. Matematiksel görev ve sınıf uygulamaları sırasında geçtiği aşamalar 2. Matematiksel Görev Çerçevesi 3. Bilişsel talep düzeyini sürdüren ve düşüren faktörler
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Sunuş Örnek Olay: Matematiksel görev örnekleri Soru-cevap Tartışma

Tablo 3.4 – devam

Açıklama	Araştırmacı öncelikle, matematiksel görev, matematiksel görev çerçevesi, bilişsel talep, görev analiz rehberi ve bilişsel talep düzeyiyle ilişkili faktörler başlıklarını kapsayan etkileşimli bir sunum gerçekleştirmiştir. Sonrasında kesirler konusunda farklı bilişsel talep düzeyine sahip görev örnekleri üzerinde durulmuştur. Öğretmenlerden görevin bilişsel talep düzeyine ilişkin yorumda bulunmaları ve görevin hangi farklı yöntemlerle çözülebileceği konusunda görüşlerini iletmeleri istenmiştir. Tartışmalar, matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin nasıl belirleneceği, farklı bilişsel talebe sahip görevlerin hangi özellikleri olduğu, üst düzey bilişsel talebe sahip görevlerin nasıl seçileceği ve uygulanacağı, uygulamada ne gibi zorluklarla karşılaşılabileceği vb. sorular çerçevesinde gerçekleşmiştir.
2.OTURUM	
Süre	80 dk.
Kazanımlar	• Sınıf içi matematiksel iletişimi tanımlar. • Matematiksel iletişimin öğrenme üzerindeki etkilerini tartışır. • Öğretim programında matematiksel iletişim sürecine yapılan vurguyu açıklar. • Sınıf içi matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik stratejileri açıklar. • Matematik dersi için öğrencileri tartışmaya yönlendirebileceği konu, kavram ve süreçleri kavrar. • Yüksek bilişsel talep düzeyinin sağlanmasında matematiksel iletişimin rolünü tartışır.
Kazanımlar (devam)	• Sınıf içi matematiksel iletişimi arttırılmasında yaşanabilecek zorlukları tartışır. • Sınıf içi matematiksel iletişimi arttırılmasında yaşanabilecek zorluklara çözüm önerileri üretir. • İzlediği örnek videoları matematiksel iletişim açısından değerlendirir.
İçerik	1. Matematiksel iletişim tanımı 2. Öğretim programında matematiksel iletişim 3. Matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik stratejiler 4. Matematiksel iletişim ve bilişsel talep arasındaki ilişki 5. Sınıf ortamında yaşanabilecek zorluklar ve çözüm önerileri
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Sunuş Örnek olay: Uygulama Videoları Tartışma
Açıklama	Araştırmacı öncelikle matematiksel iletişim, nitelikli matematiksel iletişim ortamının özellikleri ve matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik stratejiler başlıklarını kapsayan etkileşimli bir sunum gerçekleştirmiştir. Sunumun ardından öğretmenlere şu ana kadar öğrendikleri bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramları arasında nasıl bir ilişki olabileceği sorulmuş ve sınıf içi matematiksel iletişim ortamının matematiksel görev çerçevesi üzerindeki yerinin nerede olabileceği tartışılmıştır. Öğretmenlerle etkili sınıf içi matematiksel iletişim ortamlarını örnekleyen uygulama videoları sunulmuştur. Bu uygulama videolarında en çok dikkatlerini çeken unsurların ne olduğu öğretmenlere sorulmuş ve kendi dersleriyle kıyaslama yapmaları istenmiştir. Matematiksel iletişim ortamının oluşturulmasında uygulamada dikkat edilmesi gereken noktalar ve yaşanabilecek zorluklar üzerinde tartışılmıştır.

Tablo 3.4 – devam

3.OTURUM	
Süre	60 dk.
Kazanımlar	• Derste ele alınacak anahtar matematiksel kavramlar ve fikirler üzerinde durur. • Öğretim programından bilişsel talep düzeyi yüksek olan matematiksel görevleri seçer. • Bilişsel talep düzeyi yüksek olan uygulamalar geliştirir. • Bir matematiksel görevin öğrenciler tarafından nasıl tamamlanabileceğini ön görür. • Bir matematiksel görev üzerinde çalışırken öğrencilerin yapabileceği hataları ve düşebileceği kavram yanılgılarını belirler. • Öğrencilerin kullandıkları stratejileri birbirleriyle ve dersin kazanımlarıyla ilişkilendirecek tartışma soruları hazırlar.
İçerik	1. Sınıf içi matematiksel iletişimin arttırmaya yönelik ders planı geliştirme
Öğretim Yöntem Teknikleri	Uygulama Grup Çalışması
Açıklama	Uygulamaya dönük gerçekleştirilen bu oturumda, öğretmenlerle seçtikleri matematiksel görevleri bir ders planı bağlamında nasıl ele alabilecekleri üzerinde tartışılmıştır. Öğretmenlerin bilişsel talebi yüksek görevler seçip, bu görevleri nitelikli bir matematiksel iletişim ortamı oluşturarak nasıl uygulayacaklarına yönelik bir ders planı hazırlamalarına destek olunmuştur. Matematiksel görevleri seçmeleri için öğretmenlere örnekler sunulmuştur. Ders planı kapsamında, öğretmenler sınıf içi tartışmayı arttırmaya yönelik olarak kullanabilecekleri öğretim yöntem ve teknikleri, matematiksel görevin tamamlanması için öğrencilerin kullanabilecekleri olası çözüm yolları, giriş-süreç-değerlendirme etkinlikleri ve öğrencileri temel kavramlarla ilgili düşündürmeye, çözüm yollarını savunmaya, yaşanabilecek zorluklara yönelik tartışma soruları üzerinde düşünmeye yönlendirilmiştir. Öğretmenlerin iş birliği halinde çalışmaları desteklenmiş ve ihtiyaç duyulan noktalarda yönlendirmelerde bulunulmuştur.

Tablo 3.4'den de takip edilebileceği gibi, profesyonel gelişim eğitimi kapsamında, öğretmenlerin bilişsel talep, matematiksel iletişim ve bu iki kavram arasındaki ilişki konusunda farkındalık geliştirmeleri ve sınıf ortamında üst düzey matematiksel görevlerin uygulanmasında matematiksel iletişimi nasıl arttırabilecekleri üzerinde düşünmeleri ile uygulama süresince geliştirecekleri ders planlarını hazırlamaları amaçlanmıştır. Profesyonel gelişim eğitiminin ardından öğretmenler hazırladıkları ders planlarını uygulamaya geçirmişlerdir. Araştırmacı süreç içerisinde de öğretmenlere etkinlik seçimi, matematiksel tartışmaların yönlendirilmesi vb. konularda ihtiyaç duyulması halinde destek olmuştur.

3.3.3. Sınıf içi Uygulama ve Gözlemler

Öğretmenler profesyonel gelişim eğitimini tamamladıktan sonra sınıf içi uygulama süreci başlamıştır. Uygulama kapsamında öğretmenler, kesirler ünitesiyle ilgili üç ders planı geliştirmiş ve uygulamışlardır. Gerçekleştirilen uygulamalara ilişkin özet bilgiler sınıflara göre Tablo 3.5 ve Tablo 3.6'da yer almaktadır.

Tablo 3.5: Şube 1 Uygulama Çizelgesi

1.UYGULAMA	
Gözlem Tarihi ve Saat Aralığı	23 Şubat 2017 9.20-10.00 & 10.10- 10.50
Ders Kazanımları	Payı ve paydası en çok iki basamaklı olan kesirleri sayı doğrusunda gösterir.
Etkinlikler	***Etkinlik 1.*** *Kaplumbağa örneği ile tahmin etkinliği:* Öğrenciler, başlangıç ve bitiş noktası belirlenen bir doğru parçası üzerinde belirli bir yere bırakılan kaplumbağa görseline bakarak kaplumbağanın yolun kaçta kaçını gitmiş olabileceğini tahmin ettiler. Öğrenciler tahminlerini büyük grupta tartıştılar. ***Etkinlik 2.*** *Kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi: İp* ve mandallar kullanılarak sayı doğrusu somut hale getirildi. Sayı doğrusu mandallar ile öğretmen tarafından parçalara ayrıldı. Öğrenciler kendilerine verilen kağıtlara kendi belirledikleri basit kesirleri yazarak, oluşturulan sayı doğrusunda uygun olduğunu düşündükleri yerlere astılar. Öğrencilerin sayıları astıkları yerlerin doğru olup olmadığı büyük grupta tartışıldı. ***Etkinlik 3.*** *Alan modelleri ile sayı doğrusunu eşleştirme:* Öğretmen öğrencilere eş parçalara bölünmüş kağıttan şeritler dağıttı. Bu şeritlerin altına bir sayı doğrusu çizmelerini istedi ve şeritlerin bölümlerini sayı doğrusu ile denk gelecek şekilde işaretlemelerini sağladı. ***Etkinlik 4.*** *Öğrencilerin bir sayı doğrusu üzerinde kendi belirledikleri kesirleri göstermeleri:* Öğretmen öğrencilerden bir sayı doğrusu çizmelerini istedi. Çizdikleri sayı doğrusunu öğrenciler belirledikleri sayıda parçalara böldüler ve belirledikleri kesirleri oluşturdukları bu sayı doğrusu üzerinde gösterdiler. Sonrasında oluşturulan sayı doğruları büyük grupta paylaşıldı.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Büyük grup tartışması Soru-cevap Bireysel çalışma

Tablo 3.5 - devam

2.UYGULAMA	
Gözlem Tarihi ve Saat Aralığı	1 Mart 2017 10.10-10.50 & 11.00-11.40
Ders Kazanımları	• Kesirleri karşılaştırır. • Eşit paydalı en çok dört kesri, büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralar. • Payları eşit, paydaları birbirinden farklı en çok dört kesri, büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralar.
Etkinlikler	***Etkinlik 1.*** *Uçurtma ipi örneği ile sıralama tahmin etkinliği:* Öğretmen uzunluklarını farklı kesir sayılarıyla ifade ettiği uçurtma iplerinin hangisinin daha uzun olduğunu öğrencilere sordu. Öğrenciler fikirlerini büyük grup tartışması bağlamında ifade ettiler. Büyük grup tartışması tamamlandıktan sonra öğretmen söz konusu kesirleri sayı doğrusunda göstererek, öğrencilerin sıralama yapmasını sağladı. ***Etkinlik 2.*** *Alan modelleri yardımıyla karşılaştırma yapma:* Öğretmen çocuklara üzerinde bir tamı gösteren ve farklı parçalara bölünmüş alan modellerinin bulunduğu bir çalışma kâğıdı dağıttı. Öğrenciler verilen alan modellerin önce birer parçasını, sonra ikişer parçasını boyadılar. Öğretmen, bu noktada, payları eşit, paydaları farklı olan kesirlerde sıralama kuralını bulmaları konusunda öğrencilere yönlendirici oldu. Sonrasında denk kesirler kavramı üzerine büyük grup tartışması yapıldı. ***Etkinlik 3.*** *Çalışma kâğıdı ile pekiştirme etkinliği:* Öğretmenin dağıttığı çalışma kâğıdı üzerinden öğrenciler kesirlerle karşılaştırma ve sıralama ile ilgili bilgilerini pekiştirdiler. (Not: Bu etkinlik, öğrencilerin bireysel olarak, çalışma kâğıdı üzerinden pekiştirme yapmasını içerdiğinden matematiksel görevlere ilişkin analizlere alınmamıştır.)
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Büyük grup tartışması Soru-Cevap
3.UYGULAMA	
Gözlem Tarihi ve Saat Aralığı	8 Mart 2017 10.10-10.50 & 11.00-11.40
Ders Kazanımları	• Kesirleri karşılaştırır. • Eşit paydalı en çok dört kesri, büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralar. • Payları eşit, paydaları birbirinden farklı en çok dört kesri, büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralar.
Etkinlikler	***Etkinlik 1.*** *Geometri şeritleri ile denk kesirlerin gösterimi:* Öğretmen öğrencileri 2-3 kişilik gruplara ayırdı. Her gruba farklı parçalara bölünmüş üç tane sayı doğrusu oluşturmaları için geometri şeritlerini dağıttı. Öğrencilere her üç sayı doğrusu için yarım noktasına denk gelecek şekilde kesir sayıları verdi bu sayıları ilgili sayı doğrularında göstermelerini istedi. Öğrenciler etkinlikten yaptıkları çıkarımları büyük grupta tartıştılar.

Tablo 3.5 - devam

Etkinlikler ***(devam)***	***Etkinlik 2.*** *Sayı doğrusu üzerinde istenen kesirleri sıralama ve denk kesirleri bulma:* Öğrenciler bir önceki etkinlikte oluşturulan gruplar ile çalışmaya devam ettiler. Öğretmen her gruba birer karton dağıttı. Öğrencilerden bu kartonlar üzerine bir sayı doğrusu çizmelerini, belirledikleri kesirleri bu sayı doğrusu üzerinde göstermelerini ve sayı doğrusu üzerinde belirledikleri kesirlere denk olan kesirler bulmalarını istedi. Gruplar çalışmalarını tamamladıktan sonra büyük grupta paylaşımda bulundular. Öğretmen denk kesirlerin nasıl oluşturabileceği ile ilgili çıkarım yapmaları konusunda öğrencileri destekledi.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Büyük grup tartışması Soru-Cevap Küçük grup çalışması

Tablo 3.6: Şube 2 Uygulama Çizelgesi

1.UYGULAMA	
Gözlem Tarihi ve Saat Aralığı	27 Şubat 2017 14.00-14.40 & 14.50- 15.30
Ders Kazanımları	Payı ve paydası en çok iki basamaklı olan kesirleri sayı doğrusunda gösterir.
Etkinlikler	***Etkinlik 1.*** *Kaplumbağa örneği ile tahmin etkinliği:* Öğrenciler, başlangıç ve bitiş noktası belirlenen bir doğru parçası üzerinde belirli bir yere çizilen kaplumbağa görseline bakarak kaplumbağanın yolun kaçta kaçını gitmiş olabileceğini tahmin ettiler. Öğrenciler tahminlerini büyük grupta paylaştılar. ***Etkinlik 2.*** *Kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterimi:* Öğretmen Morpa Kampüs programından kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi konusunu açtı. Bu anlatımla destekleyerek kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi ile ilgili, büyük grup tartışması içeren alıştırmalar yapıldı.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Soru-cevap Doğrudan öğretim
2.UYGULAMA	
Gözlem Tarihi ve Saat Aralığı	9 Mart 2017 9.20-10.00 & 10.10-10.50
Ders Kazanımları	• Kesirleri karşılaştırır. • Eşit paydalı en çok dört kesri, büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralar. • Payları eşit, paydaları birbirinden farklı en çok dört kesri, büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralar.
Etkinlikler	***Etkinlik 1.*** *Strafor üzerine çizilmiş sayı doğrusunda kesirlerin gösterimi:* Öğretmen büyükçe kesilmiş bir straforu tahtaya astı. Öğrenciler, öğretmenlerinin verdiği kesir sayılarını strafora raptiyeleyerek gösterdiler. Bunun için, tek tek tahtaya gelerek öğretmenin verdiği kesrin yerini ve bu kesrin birim kesirlerini buldular. Öğrencilerin yaptıkların doğru olup olmadığı büyük grupta tartışıldı.

Tablo 3.6 - devam

Etkinlikler ***(devam)***	***Etkinlik 2.*** *Kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi ile ilgili alıştırmalar:* Öğretmen öğrencilere farklı kesir sayıları verdi ve bu kesirlerin 0'a ya da 1'e yakınlığından yola çıkarak öğrencilerden ilgili kesrin sayı doğrusundaki yerini bulmalarını istedi. (Not: Etkinlik etkileşim içermeyen bir alıştırma süreci olarak değerlendirildiğinden matematiksel görevlere ilişkin analizlere alınmamıştır.)
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Büyük grup tartışması Soru-Cevap
3.UYGULAMA	
Gözlem Tarihi ve Saat Aralığı	16 Mart 2017 9.20-10.00 & 10.10-10.50
Ders Kazanımları	• Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini gerektiren problemleri çözer ve kurar. • Bir çokluğun belirtilen bir basit kesir kadarını belirler.
Etkinlikler	***Etkinlik 1.*** *Kesir problemlerinin çözülmesi:* Öğretmen tahtaya bir çokluğun belirtilen kesir kadarını bulma ve toplama çıkarma işlemlerini gerektiren problemler yazdı. Öğrenciler öncelikle bireysel olarak problemler üzerinde çalıştılar, sonrasında çözümler büyük grupta tartışıldı.
Öğretim Yöntem ve Teknikleri	Büyük grup tartışması Soru-Cevap

3.4. Veri Toplama

Araştırma kapsamında faydalanılan veri toplama yöntemleri ilerleyen bölümlerde açıklanmıştır.

3.4.1. Gözlem

Gözlem, nitel araştırmalarda veri toplamak için sıklıkla tercih edilen bir yöntemdir. Gözlem, herhangi bir ortamda ya da kurumda oluşan davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılan bir yöntemdir (Yıldırım, Şimşek, 2004). Creswell (2012), gözlem yöntemini araştırmacının ilgili alandaki kişileri izleyerek ilk elden açık uçlu veri toplaması olarak tanımlamıştır. Yin (2012), benzer şekilde, gözlem tekniğinin en önemli avantajlarından birini, araştırmacının dolaylı yoldan ona ulaşan bilgiler üzerinde çalışması yerine, bilgiyi doğrudan alanda kendisi gözlemleyerek elde etmesi olarak nitelendirmiştir. Bailey (1982) ise, eğer bir araştırmacı, herhangi bir

ortamda oluşan davranışa ilişkin ayrıntılı, kapsamlı ve zamana yayılmış bir resim elde etmek istiyorsa, gözlem yöntemini kullanabileceğini ifade etmiştir.

Çalışmasının amacına göre araştırmacı, gözlem sırasında katılımcı ya da katılımcı olmayan bir rol benimseyebilir. Mevcut çalışmada araştırmacı gözlem sırasında katılımcı olmayan bir rol benimsemiştir. Katılımcı olmayan gözlemde, araştırmacı doğal akışı etkilemeyeceği bir bölümde oturarak notlarını tutmakta ve kayıtlarını almaktadır (Creswell, 2012). Gözlem sürecinin yapılandırılma durumu ise yapılandırılmamış gözlem olarak belirlenmiştir. Yapılandırılmamış gözlemde gözlemciye bilgi toplamada ve kayıt etmede özgürlük sağlanmaktadır. Gözlemci not alma, günlük tutma ve bilgi sunandan bilgi toplama ile gözleme ilişkin kayıtlarını gerçekleştirir (Büyüköztürk ve diğ., 2013). Buna göre, mevcut araştırmada, araştırmacı öğretmenin bilişsel talebi sürdüren ve düşüren davranışları ile matematiksel iletişimi sağlamaya yönelik davranışlarının izlenmesi hedeflemiş, bu bağlamda alan notları tutmuş ve ses ile video kayıtları almıştır. Gözlemlerden elde edilen verilerin kodlama süreci, gözlem transkriptlerinin elde edilmesinden sonra gerçekleşmiştir.

İlerleyen bölümlerde gözlem sürecinin kayıt altına tutulması için kullanılan ses kaydı, video kayıtları ve alan notlarına ilişkin açıklamalar sunulmuştur.

3.4.1.1. Video Kayıtları

Araştırmacı, öğretmenin bir matematiksel görev bağlamında yoğun olarak bir tartışmayı sürdürdüğü bölümlerde video kaydı almıştır. Bu video kayıtları, ses kayıtları ve alan notları analiz edilirken destekleyici olarak kullanılmıştır. Çalışma kapsamında bu şekilde değerlendirilen altı adet video klip bulunmaktadır.

3.4.1.2. Ses Kayıtları

Araştırmacı gözlemlediği tüm derslerin tam ses kayıtlarını almıştır. Bu kapsamda, herhangi bir sorun teknik sorun yaşamamak amacıyla iki ses kayıt cihazı kullanılmıştır. Araştırmanın amacıyla uyumlu olarak öğretmen davranışlarına odaklanılması hedeflendiğinden ses kayıt cihazları öğretmenin sesini tam olarak alabilecek şekilde yerleştirilmiştir. Çalışma kapsamında gerçekleştirilen sekiz adet ders gözlemi için toplam sekiz adet ses kaydı bulunmaktadır. Gözlemlerin temel analiz birimini bu ses kayıtlarından elde edilen transkriptler oluşturmuştur.

3.4.1.3. Alan Notları

Araştırmacı yapılan her ders gözlemi için alan notları tutmuştur. Alan notları tutulurken Creswell'in (2012) de önerdiği gibi tanımlayıcı ve yansıtıcı notların tutulmasına özen gösterilmiştir. Tanımlayıcı notlarda araştırmacı temel etkinlikler, kişiler vb. notlar alırken yansıtıcı notlarda izlenen davranışlara yönelik yorumlayıcı notlarını, analiz sırasında odaklanabileceği yeni noktaları, yapılan etkinliklere ilişkin görüşlerini kayıt altına almıştır. Alan notları izlenen derslerle ilgili tanımlayıcı bilgilerin oluşturulmasında ve gözlemlerin analiz edilmesinde destekleyici veri olarak kullanılmıştır.

3.4.2. Birebir Görüşme

Birebir görüşmeler, araştırmacıya, araştırma soruları hakkında derinlemesine bilgi sağlar (Büyüköztürk ve diğ., 2013). Berg ve Lune (2015), görüşmeyi, amacı bilgi toplamak olan bir sohbet olarak tanımlamıştır. Görüşme yöntemi ile araştırma soruları çerçevesinde geliştirilen bir soru-cevap süreci içerisine girilir.

Mevcut çalışma kapsamında birebir görüşme türü olarak yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır. Bu görüşme türünde, görüşmecinin önceden hazırladığı konu veya içeriğe sadık kalarak hem önceden hazırlanmış soruları sorma hem de daha ayrıntılı bilgi alma amacıyla ek sorular sorma olanağı bulunmaktadır. Soruların belirli bir öncelik sırası yoktur (Yıldırım, Şimşek, 2004). Görüşmenin kaydedilmesi için hem ses/video kaydı hem de yazılı notların tutulması önerilmektedir (Creswell, 2012).

Mevcut çalışmada, uygulama öncesi ve sonrasında öğretmenlerle birebir görüşmeler yapılmıştır. Ön görüşmeler, öğretmenlerin; matematiksel görev, üst düzey öğrenme görevlerinin uygulanması, matematiksel iletişim ile ilgili farkındalık düzeyleri, sınıflarında matematiksel iletişimi kullanma durumları, matematiksel iletişimin olası faydaları ve kullanımı önündeki engeller ile ilgili sorular çerçevesinde gerçekleşmiştir. Uygulama sonundaki görüşmelerde ise öğretmenlere, uygulamadaki deneyimlerine dayalı olarak, matematiksel görevlerin uygulanması ve sınıf içi matematiksel iletişimin sağlanması, matematiksel iletişimin faydaları ve yaşanan zorluklara ilişkin sorular sorulmuştur. Sorular araştırmacı tarafından hazırlanmış ve üç farklı uzman görüşü alınarak görüşme formlarının son hali verilmiştir (Bkz. Ek 2 ve Ek 3).

Uygulama öncesi ve sonrasında, her iki öğretmenle iki defa olmak üzere, toplam dört adet görüşme yapılmıştır. Ortalama 30 ila 45 dk. arasındaki bu görüşmeler iki ses kayıt

cihazıyla kayıt altına alınmış ve araştırmacı tarafından önemli bulunan ifadeler not alınmıştır. Görüşmeler okulda, ses kaydının rahat bir biçimde alınabilmesi için sessiz bir ortamda ve araştırmacı ile ilgili öğretmenin katılımıyla gerçekleşmiştir. Öğretmenler gönüllü olarak görüşmelere katılmışlardır. Araştırmacı tarafından öğretmenlere, diledikleri zaman görüşmeyi sonlandırabilecekleri ve görüşmelerden elde edilen verilerin kimliklerini ortaya çıkarmayacak bir biçimde raporlanacağı bilgisi verilmiştir. Öğretmenlerle yapılan ön görüşmeler 2016 Aralık ayında, son görüşmeler ise 2017 Mart ayında gerçekleşmiştir.

3.4.3. Odak Grup Görüşmesi

Odak grup görüşmeleri küçük bir grup ile yapılan, grubun belli bir konuyla ilgili ortak görüşlerini ortaya çıkarmayı amaçlayan bir veri toplama yöntemidir. Araştırmacı görüşmeler sırasında sınırlı sayıda soru sorar ve tüm katılımcıların soruları yanıtlama sürecine katılımını sağlar (Creswell, 2012). Ilımlı bir ortamda gerçekleşmesi önerilen odak grup görüşmelerinde sağlanan olumlu iletişim ortamı, katılımcıların konuyla ilgili derinlemesine bilgileri, özgün bir biçimde ifade etmelerini sağlar (Berg, 2001; Yıldırım, Şimşek, 2004).

Mevcut çalışmada uygulama sonunda, her iki sınıftan üç öğrencinin katılımıyla iki adet odak grup görüşmesi yapılmıştır. Odak grup görüşmeleri ortalama 30 dk. sürmüş, iki adet ses kayıt cihazıyla ses kaydı alınmıştır. Öğrenciler görüşmeye katılmak için gönüllü olmuşlardır. Odak grup görüşmesi ile öğrencilerin uygulama hakkındaki farkındalıkları ile görüşlerinin belirlenmesi hedeflenmiş, bu kapsamda uygulamanın daha önceki derslerinden farkı, öğretmenlerinde gördükleri değişimler, en sevdikleri, en zorlandıkları uygulamalar, derse katılımlarının onlara sağladığı faydalar, vb. temalara değinen sorular hazırlanmıştır. Bu sorular üç alan uzmanı tarafından incelenmiş ve sorulara son hali verilmiştir (Bkz. Ek 4). Araştırmacı, öğrencileri, görüşmenin amacı ve diledikleri zaman görüşmeyi sonlandırabilecekleri hakkında bilgilendirmiş, görüşmeden elde edilen verileri kimliklerini ortaya çıkarmayacak şekilde raporlaştıracağını ifade etmiştir.

3.4.4. Görev Analiz Rehberi

Sınıf uygulamalarında gerçekleşen matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri belirlenirken Görev Analiz Rehberi kullanılmıştır (Stein ve diğ., 2009). Görev Analiz Rehberinin ayrıntıları Tablo 3.7'de yer almaktadır.

Tablo 3.7: Görev Analiz Rehberi

Bilişsel Talep Düzeyi			Tanım
1	Düşük	Ezberleme	• Olguların, kuralların, formüllerin ve tanımların yeniden üretilmesi veya ezberlenmesi. • Prosedür yok. • Aynısını yeniden üretmeye dayalı, açık uçlu durumlar yok. • Olgu, kural, formül ve tanımların altında yatan kavramların anlaşılması ile ilgili bağlantılar yok.
2	Düşük	Bağlantılı olmayan prosedürler	• Belli bir algoritmaya dayalı • Yapılması gereken görevlerle ilgili sınırlı bir belirsizlik. • Prosedürün altında yatan kavramların anlaşılması ile ilgili bağlantılar yok. • Matematiksel anlamadan çok doğru yanıtları üretmeye odaklı • Açıklamalara yer ayrılmamış.
3	Yüksek	Bağlantılı prosedürler	• Matematiksel kavram ve fikirlerin derinlemesine anlaşılması için prosedürlere odaklı • Esnek, ancak altta yatan fikirlerle doğrudan bağlantılı çözüm yolları sunar. • Çoğunlukla farklı biçimlerde ifade edilebilir ve bu ifade biçimleri arasında bağlantı kurulabilir. • Bilişsel çabaya ihtiyaç duyulur.
4	Yüksek	Matematik yapma	• Karmaşık ve belli bir algoritmaya bağlı kalmadan düşünmeyi gerektirir. • Öğrencilerin kavramları, süreçleri ve ilişkileri keşfetmelerini ve anlamalarını destekler. • Bilişsel süreçlerin öz-değerlendirmesini ve öz-düzenlemesini gerektirir. • Öğrencilerin görevin çözüm yollarına etki eden koşul ve sınırlılıklarını analiz etmelerini gerektirir. • Çözüm yollarının belirsizliğinden dolayı öğrencilerde kaygı oluşturabilir.

Öğretmenlerin uyguladığı matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri yukarıda yer alan rehbere göre Matematiksel Görev Çerçevesinin öğretim materyalinde yer alan, öğretmen tarafından sunulan ve öğrenci tarafından uygulanan olmak üzere üç farklı aşaması için belirlenmiştir. Bunun için öncelikle, öğretmenlerin seçtikleri görevlerin uygulamaya başlamadan önce hangi düzeyde bir bilişsel talep gerektireceği belirlenmiş, sonrasında öğretmenin görevi sunum şekli, sorduğu sorular, verdiği yönerge ve ipuçları, tartışmaları yönlendirmesi dikkate alınarak sunum aşamasına ilişkin düzey belirlemesi yapılmış, en son olarak ise öğrencilerin ifadeleri, derse ne düzeyde katıldıkları ve görev üzerinde hangi becerilerini işe koşarak çalıştıkları dikkate alınarak uygulama aşamasına ilişkin bilişsel talep düzeyi belirlenmiştir. Farklı aşamalara göre bilişsel talep düzeyinin belirlenmesinde gözlem transkriptlerinden ve araştırmacı alan notlarından faydalanılmıştır. Araştırmacı tarafından belirlenen bilişsel talep düzeyleri konu ile ilgili çalışan bir uzman tarafından incelenerek onaylanmıştır.

3.5. Veri Analizi

Araştırmada birebir görüşmeler, odak grup görüşmeleri ve sınıf gözlemleri yöntemleri ile elde edilen nitel verilerin çözümlenmesinde içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. Bu amaçla, toplanan verilerin önce kavramsallaştırılması, daha sonra da ortaya çıkan kavramların mantıklı bir şekilde organize edilmesi ve buna göre verileri açıklayan temaların saptanması gerekmektedir (Creswell, 2012). Başka bir deyişle, içerik analizinde yapılan temel işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayacağı bir biçimde organize ederek yorumlamaktır.

İlerleyen bölümlerde sınıf gözlemlerine ilişkin kodlamaların nasıl yapıldığı ve birebir ile odak grup görüşmelerinin analizine ilişkin açıklamalar yer almaktadır.

3.5.1. Sınıf Gözlemlerinden Elde Edilen Verilerin Analizi

Verilerin analizi için sınıf gözlemlerinde alınan ses ve video kayıtları transkriptlere dönüştürülmüştür. Bu dönüşüm tamamlandıktan sonra matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerindeki değişim ve matematiksel iletişim ortamına ilişkin bulgulara ulaşmak üzere her iki alt başlık için kodlama şemaları oluşturulmuştur.

3.5.1.1 Matematiksel Görevlerin Bilişsel Talep Düzeylerindeki Değişim

Matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin değişiminde hangi öğretmen davranışlarının rol oynadığına ilişkin kodlama şeması Stein ve Smith'in (1998) ele aldığı bilişsel talep düzeyini sürdüren ve düşüren faktörler göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Söz konusu faktörler, araştırmanın amacına ve elde edilen bulguların niteliğine göre yeniden değerlendirilmiş, gerekli uyarlamalar yapılmıştır. Buna göre, bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesi ve düşmesine ilişkin faktörlerde ders akışı içerisinde bir değişim gözlenmesi olanağı bulunmayan, ilgili matematiksel göreve ilişkin tek seferlik bir değerlendirme içeren maddeler kodlama şemasına alınmamıştır. Kodlama şemasına alınmayan bu maddeler aşağıda yer almaktadır:

- Görevlerin öğrencilerin ön bilgileri üzerine kurulması (bilişsel talep düzeyini sürdüren faktörler)
- Çalışma için ayrılan zamanın ne az ne çok olacak şekilde yeterli düzeyde ayarlanması (bilişsel talep düzeyini sürdüren faktörler)
- Öğrenci özelliklerine uygun olmayan görevler verilmesi (bilişsel talep düzeyini düşüren faktörler)
- Görevin tamamlanması için çok az ya da çok fazla zaman verilmesi (bilişsel talep düzeyini düşüren faktörler)

Sınıf gözlem verilerinin kodlama sürecine dahil edilmeyen maddelerin önbilgi ve zamana yönelik maddeler olduğu görülebilmektedir. Sınıf gözlemlerinde öğrencilerin önbilgileri ve zaman faktörleri matematiksel görevlerin analizlerini yorumlamak amacıyla kullanılmıştır.

Sınıf gözlemlerinden elde edilen veriler, Stein ve Smith'in (1998) açıkladığı faktörler dışında, bilişsel talep düzeyinin düşmesinde rol alan bir faktörü ortaya çıkarmıştır. "Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi" olarak isimlendirilen bu faktör araştırmacı tarafından kodlama şemasına dahil edilmiştir.

Yapılan söz konusu değişiklikler ile bilişsel talep düzeyinin değişiminde rol alan öğretmen davranışlarına ilişkin kodlar örnekleriyle birlikte Tablo 3.8'de sunulmuştur:

Tablo 3.8: Bilişsel Talep Düzeyinin Değişiminde Etkili Olan Davranışlar

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Kod	**Örnek**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	"Peki bazılarınız şöyle bir şey söyledi, dörtte bir, bir bölü dört, bir bölü on altı, on altıda bir gibi ifadeler kullanıldı. Neden böyle ifadeler kullanıldı?"
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	*Armağan Öğretmen:* Peki tamam iki farklı (öğrenciler üç olarak düzeltiyor). Peki üç farklı. Bir grup 9/8'in daha uzun olduğunu söyledi, bir grup 2/8 dedi, sen de (bir öğrenciye) 6/8'i söyledin. Peki şuradan bakalım bu verdiğimiz kesirleri burada (sayı doğrusunda) gösterip bakalım olur mu?
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	*Armağan Öğretmen:* Peki her zaman böyle diyebilir miyiz yoksa daha farklı şekillerde diyebilir miyiz? *Ümit:* Öğretmenim az önce dediğimiz yanlıştı, altıda beş yanlıştı çünkü öğretmenim oraya gitsek, orayı beşe bölsek, her bir minik parçayı koysak o zaman daha fazla ya da daha az çıkabilir. Öğretmenim şimdi... *Armağan Öğretmen:* Şimdi benim koyduğum yer mi yanlıştı? *Ümit:* (cetveli alarak) Orayı beşe bölüyorum, bir tanesi beşte biri olur *Armağan Öğretmen:* Ümit şimdi en doğru sonucu ölçüm yaparak bulabileceğimizi mi söylüyor? diğer türlü net sonuçlar söyleyemeyiz diyor.
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	*Erdem*: O kesri şeye dönüştürürdük. *Deniz Öğretmen:* Neye dönüştürürdük? *Erdem*: Şekillere, şekil haline getirirdik. *Deniz Öğretmen:* şekil çizerdik diyorsun. Peki şekil çizmek birinci mantıklı, şekil çizip bakabilirim. Peki şekil çizmeden başka. Çiçek? *Çiçek:* Öğretmenim önce payı paydaya bölerdik. *Deniz Öğretmen:* Payı paydaya bölüp neyi bulacaksın? *Çiçek:* Bölerdik, sonra... *Deniz Öğretmen:* Payı paydaya bölüp neyi bulacaksın peki? *Çiçek:* Payı paydaya bölünce kalan fark oluyor.

Tablo 3.8 – devam

1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	*Özlem:* Öğretmenim hepsi yarısını gösteriyor. *Armağan Öğretmen*: Hepsi yarısını gösterdiği için eşittir diyorsunuz. *Mete:* Öğretmenim, neydi paydaları, öğretmenim onların hepsi çift sayı *Armağan Öğretmen*: Nehir bir şey söyleyecek, bir dakika *Nehir:* Öğretmenim bence eşit olmasının bir sebebi daha var, hani başta demiştim ya ben bunların hepsi aynı santimetreye gelecek, *Armağan Öğretmen*: Santimetre, hıı kesir şeritleri, hepsi aynı boyda *Nehir:* Evet, hepsinin yarısı mesela bir bütün bunu ikiye böldüğümüzde bu bütünün yarısı oluyor ve bütünün yarısını böyle devam ettirdiğimizde bütün çizgiler aynı ve aynı olduğu için hepsi yarısı aynı olur. *Armağan Öğretmen*: Yani iki bölü dört altıda üçe eşittir, diyebiliyor muyuz? *Evren:* Evet *Armağan Öğretmen*: Diyebiliyoruz dedin. *Evren*: Bunların eşit olmasında bence bunun hepsini ikiye bölerek buldum ve… *Armağan Öğretmen*: ikiye bölerek buldun *Evren*: Evet, öğretmenim ikiye bölerek... *Armağan Öğretmen*: Peki şöyle dersem, iki bölü dört ya da dörtte iki, bu iki kesir için ne diyebilirim? *Evren:* Eşit *Armağan Öğretmen*: Eşit diyorum ama buna da eşit diyorum, bu 3/6 bu 2/4, benim kafam karıştı *Evren:* Bu bundan iki fazla olsa da ya da bu bundan bir fazla olsa da *Armağan Öğretmen*: Sonuçta, bununla bu kesirle bu kesir yarısı olduğu için eşit. Bütünün yarısı olduğu için eşit sayılırlar diyorsunuz.
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Kod	**Örnek**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	*Tuna:* Beşte ikisini bulmamızı istiyor, soruda da söylüyor zaten, 135 bölü beş yapıyoruz. 27, 27yi ikiyle çarpıyoruz. Cevap 54 *Deniz Öğretmen:* Peki Tuna ben bunu bu şekilde anlayamadım, bana daha iyi nasıl anlatabilirsin, böyle işlem değil de 3-4 tane işlem yaptın, neden çarptın ben anlamadım yani *Tuna:* Modelle mi anlatayım yani? *Deniz Öğretmen:* Evet, hala inatsınız yani modelle anlatmamakla, çizmemekte.

Tablo 3.8 – devam

1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	*Deniz Öğretmen:* Ceylin'ciğim sen bana 2/2 kesrini sayı doğrusunda gösterir misin? bunu için sana raptiye vereceğim ortaları çizmeye gerek yok sadece raptiye koyacaksın yani şu şekilde raptiyelerle yapacağız. Mesela kaça böleceksin şimdi? Örnek veriyorum bir tane ben göstereyim, bir bütünü kaç eşit parçaya böleceğim? *Bazı Öğrenciler*: 2 *Deniz Öğretmen:* Nereden anlamıştık? *Bazı Öğrenciler:* Paydaya baktık. *Deniz Öğretmen:* Paydaya bakmıştık. İki demek ne demekti? *Ceylin:* Yarım *Deniz Öğretmen:* Yarım demekti değil mi? ve şunu söylüyorum size dokuza ya da sekize bölerken ilk önce her zaman ikiye bölün daha sonra o ikiye böldüklerinizin üzerinden gidin, o zaman daha eşit paylaştırmış olursunuz. Yarısı demek tahminen şuralarda bir yerlerdedir. Doğru mu? *Ceylin:* Evet *Deniz Öğretmen:* Şimdi iki eşit parçaya böldüm mü? sıfırla bir arasını *Bazı Öğrenciler:* Evet
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	*Dersler süresince bu davranış gözlenmemiştir.*
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	*Ümit:* Öğretmenim şimdi yemek olarak düşünsek orada yiyecek kişi orada yiyecek kişiden daha fazla yemek yer *(Öğrencilerden anlaşılmayan yorumlar, tartışma var)* *Efe:* Ama fark edersen yarısına bölmüş olabilirsin ama paydalar eşit değil. *Öğrenciler:* büyük, eşit *Armağan Öğretmen:* İyice karıştılar. *Doruk:* Öğretmenim sizden bir açıklama isteyebilir miyim? *Armağan Öğretmen:* Benden? Yapmayacağım açıklama

Tablo 3.8 – devam

1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	*Armağan Öğretmen:* Yapıştıranlar, cetvelle altına doğruyu çiziyoruz. Arasında biraz boşluk bırakıp aynı hizada bir doğru çiziyoruz. Doğru parçası demiyorum, doğru. Bakın, doğruda biz nasıl çiziyorduk her iki tarafına. Şimdi sınırlayacağız, her iki ucu. Şimdi böyle çizdik ya unuttunuz yine. Bakar mısın, önce doğruyu çiziyoruz, sonra sınırlıyoruz uçlarını. Şimdi üzerinde yaptık ya kağıdımızı yapıştırdık. Her iki ucu sınırlıyoruz. Buraya sıfır diyoruz başlangıca, buraya da bir, bu bir bütün oldu mu? Oldu? Peki biz bu bütünü parçalara ayırdık mı şu anda? Ayırmadık. Üstteki bu yapıştırdığımız parça bir bütün, parçalara ayrılmamış hali, şimdi sayı doğrusuyla nasıl gösterdik? Bakabilir misin buraya? Bir bütünü sayı doğrusunda göstermiş olduk mu?

Tablo 3.8'de verilen kodlamalara göre transkriptler incelenmiş ve öğretmenlerin söz konusu davranışları gösterdiği bölümlere ilgili kodlar verilmiştir. Sonrasında sınıfların genel gözlem bulguları ve matematiksel görevlerin analizine ilişkin bulgularında sunulmak üzere ilgili davranışlar sayılarak frekans tabloları oluşturulmuştur. Ulaşılan verileri desteklemek amacıyla ders bölümleri ilgili yerlerde doğrudan alıntı olarak sunulmuştur.

3.5.1.2 Matematiksel İletişim Ortamı

Araştırma kapsamında sınıf içi matematiksel iletişim ortamını tanımlayabilmek için Chapin, O'Connor ve Anderson (2009) tarafından önerilen sınıf içi matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik 5 davranış ile Boaler ve Brodie'nin (2004) oluşturduğu soru türlerinden faydalanılmıştır. Matematiksel iletişimi arttıran davranışlar sınıf içerisinde doğrudan gözlemlenebildiğinden, soru türleri ise matematiksel tartışmaların niteliği bakımından önemli bulunduğundan, araştırma kapsamında, matematiksel iletişim ortamını betimleyebilmek amacıyla söz konusu başlıklardan yararlanılmıştır.

Matematiksel iletişimi arttıran 5 davranıştan "bekleme süresi tanıma" davranışı yine zamanla ilgili bir davranış olduğundan ve bu davranışı ders süreci içerisinde uygun bir şekilde gözlemleme olanağı bulunmadığından kodlama şemasına alınmamıştır. Yapılan bu değişiklik ile, matematiksel iletişim ortamına ilişkin Tablo 3.9'daki kodlama şeması oluşturulmuştur.

Tablo 3.9: Matematiksel İletişim Ortamı

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Kod	**Örnek**
2A1. Yeniden seslendirme	*Deniz Öğretmen:* Peki şunu yazdığım vakit ben size söylemedim ama şöyle diyebiliriz peki bileşik kesri hangi kesirler demiştik, tanımını yaparken ne dedik biz bileşik kesirde ne dedik? Özcan, tanımını yaparken bileşik kesrin ne demiştik hatırlıyor musun? Hangi kesirler bileşik kesirlerdi? *Özcan:* Payı paydasından büyük olan *Deniz Öğretmen:* Büyük olan, peki eşit olursa ne olacak peki *Özcan:* Yine bileşik kesir *Deniz Öğretmen:* Yine bileşik kesir, o zaman şunu düzeltelim payı paydasına eşit ya da payı paydasından büyük olan kesirlere bileşik kesirler demiştik.
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	*Davranış uygulama boyunca gözlenmemiştir.*
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme	Ümit: Öğretmenim, Doruk'un dediği de bir yerde mantıklı ama, ıı, Doruk'un dediği şuradan mantıklı çünkü, en büyük bir bölü bir olduğu için onun yarısı ikinci en büyük olabilir ama burada paydalarımızın büyüklüğü azalmış.
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	Evet, kaç eşit parçaya böldüğünü, değil mi? Mete şimdi de sen ifade et.

Tablo 3.9 – devam

Soru Türleri	
Kod	**Örnek**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	*Kutay:* 228'i dörde böleceğiz. *Deniz Öğretmen:* Neden? İndir parmakları, neden? *Kutay:* Çünkü dört tanesinden birini almışız. *Deniz Öğretmen:* Peki neyi bulacağız bu yaptığımız işlemle? *Kutay:* Dörtte birini *Deniz Öğretmen:* Peki başka, sonra cevabı bu mu? *Kutay:* Bulduğumuz sayıyı altıya böleceğiz. *Deniz Öğretmen:* Neden? *Kutay:* Çünkü altı eşit parçaya bölünmüş. *Deniz Öğretmen:* Sonra? *Kutay:* Bulduğumuz sonuçla ikiyi çarpacağız *Deniz Öğretmen:* Bulduğumuz sonuç bize neyi verecek? *Kutay:* Altıda ikisini *Deniz Öğretmen:* Altıda ikisini sonra? *Kutay:* Bu ikisini toplayacağız.
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	Pay ve payda dedik, pay ve paydanın anlamları neydi?
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	Bunun yarısı da bu. Peki her bir yiyen kişilerin aldığı paylar aynı mıdır? O da bir parça yiyor, bu da bir parça yiyor.

Tablo 3.9 – devam

2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik	*Nehir:* 1/2'nin bir tane parçası ¼'ün iki tane parçasına eşittir. *Armağan Öğretmen:* Hmm, buradan nereye geldi? *Nehir:* 1/2'nin bir parçası, 1/4'ün iki parçasına eşittir. *Armağan Öğretmen:* Neden öyle düşündün? *Nehir:* Öyle düşündüm çünkü hepsinin normalde parçalar bölünmemiş bütün hali aynı ama farklı parçalara bölündüğü için bir tanesi daha fazla bir tanesi daha az olabilir.
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	Doruk'un söylediğine katılan var mı? Farklı düşünen var mı?
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	Biz burada eşitlik kavramı üzerinde duruyoruz, hani eşit dedik ya, eşit dediğimiz zaman ne anlıyoruz, eşitlik sözcüğünden ne anlıyoruz? şimdi bak araya Türkçe dersi giriyor. Eşit kelimesinin anlamı nedir?
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	Peki, biz şimdi yarımdan yola çıkarak böyle dedik de diğer bölümlerde aynı şeyi yapabilir miyiz acaba, mesela 2/8'i gösterin bana birinci şeyde, kağıtları yazalım, 2/8'i koyalım.
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	*Tartışmanın odak noktasının karıştığı bir anda Armağan Öğretmen'in sorduğu soru:* Şimdi elimizde pasta var, şimdi biri böyle, diğeri de aynı, ama bunu altıya bölüyorum, bunu dörde böldüm, şimdi bunu altı kişi yiyor, bunu dört kişi yiyor, bunun yarısı şu değil mi?
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	Evet, şimdi yolun başlangıcı burası, bitişi burası. Buraya baktığımızda kaplumbağa bu yolun acaba kaçta kaçını gitmiş olabilir?

3.5.2. Birebir ve Odak Grup Görüşmelerinin Analizi

Birebir ve odak grup görüşmelerinin ses kayıtları çözümlenerek transkriptleri oluşturulmuştur. Oluşturulan transkriptler birçok defa okunarak kodlar ve bu kodların dahil olduğu ortak temalar oluşturulmuş, bulgular söz konusu temalar altında sunulmuştur. Temaların içeriğini desteklemek amacıyla katılımcılara ait doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Öğretmenlerle yapılan birebir ve öğrencilerle yapılan odak grup görüşmelerinin analizinde kullanılan kodlama şemalarına ilişkin bilgiler Tablo 3.10 ve Tablo 3.11'de sunulmuştur.

Tablo 3.10: Birebir Görüşmelere İlişkin Kodlama Şeması

Tema	Kodlar	Örnek Alıntı
Matematiksel İletişimin Tanımı ve Niteliği	*Öğrencinin kendini matematiksel olarak ifade etmesi *Sınıf içi tartışma *Örnekler verme *Gerçek hayatla ilişkilendirme *Sembolleri anlama/birbirine dönüştürme *Derse katılım *Soru sorma	*"Matematik dersinin Türkçe ifadesini matematiksel olarak sembollerle göstermeye ve sembolle verilmiş bir şeyi matematiksel ifadeye çevirmede daha çok problem kurma ve çözmede özellikle tartışma yaparım."*
Matematiksel İletişim Ortamının Öğrenci Açısından Faydaları	*Kavramların daha iyi öğrenilmesi *Öğrencinin yanlışını görmesi *Akran öğrenmesinin gerçekleşmesi *Kendini ifade etme becerisi *İlişkilendirme becerisi *Arkadaşlık ilişkilerini geliştirme *Öğrencinin düşüncesini gözden geçirmesi ve değiştirmesi.	*"Problemleri çözerken herkes anlatıyor neyi neden yaptığını, bunu böyle yaptım, şundan dolayı yaptım. Bir diğeri ben onu böyle yapmıştım. Sonra duruyor, aa öğretmenim ben yanlış yapmıştım, bu böyle olmaz böyle olmalı, oradan bulduğu zaman daha iyi oluyor."*
Matematiksel Görevlerin Seçimi	*Basitten karmaşığa *Somut materyaller/somut yaşantılar sunma *Eğlenceli/keyifli olma *Öğrencinin öğrenmesini destekleme *Öğrencileri soru sormaya yönlendirme	*"Basitten karmaşığa mı diye bakıyorum. Çünkü her çocuk aynı seviyede değil, iyi çocuklar da var vasat çocuklar da var ya da altyapısı çok iyi olmayan çocuklar, çünkü biz bunları 1'den 4'e getirmedik, geçen sene 6 öğrenci katıldı bu sene 2 öğrenci katıldı bundan dolayı sıfırdan başlıyoruz, basitten karmaşığa doğru."*
Sınıf İçi Uygulamalara ve Daha Sonraki Uygulamalara İlişkin Görüşler	*Kendini geliştirmeye yönelik istek *Sınıf içi uygulamaların değerlendirilmesi *Sınıf içi uygulamalara ilişkin eksikliklerin fark edilmesi *Yapılan uygulamaları geliştirme yönünde istek *Sınıf içi uygulamalarda yaşanan sorunlar *Benzer uygulamaları yapma yönünde engeller	*"Önümüzdeki yıl diyelim birinci sınıftan alacağım, şimdi bütün bunları kafamdan geçiriyorum, birinci sınıfta doğal sayıları verirken hangi alanda nerede nasıl kullanabilirim diye düşünüyorum kafamda sıralama yapıyorum. Mutlaka bana bunlar çok şey katacak, hani alt sınıftan başlayarak üst sınıflarda doğru bunu nasıl geliştirebilirim, neler yapabilirim diye."*

Tablo 3.11: Odak Grup Görüşmelerine İlişkin Kodlama Şeması

Tema	Kodlar	Örnek Alıntı
Uygulamaya İlişkin Görüşler	*Sınıf içi uygulamaların değerlendirilmesi *Uygulamalardan edinilen kazanımlar *Uygulamanın diğer derslerden farklılığı	*"Hepsi çok eğlenceli geçti, keşke bütün konuları böyle yapsak. Çünkü mesela öyle bir kâğıtta aktivite yapmak yerine problemler de eğlenceli de kâğıtta bir aktivite yapmak yerine böyle eğlenceli bir şekilde modellerle öğrenerek yapmak daha eğlenceli."*
Derse Katılım Sürecine İlişkin Görüşler	*Arkadaşlarından öğrenme *Arkadaşlarına öğretme *Farklı fikirleri duyabilme	*"Evet herkesin düşüncesi alınmalı sonuç olarak. Herkes öbürünün düşüncesine saygı duymalı sonra da doğruyu bulmalı"*
Öneriler	*Derslerde daha fazla etkinlik/oyun olması *Etkinlikler arasında aşamalılık ilişkisi olması *Konu ve kavramlar arasında bağlantı kurulması	*"Ve şöyle şeyler oluyor. Mesela biz böyle bir oyun oynadığımızda bilme oyununu çok sevdik, onun kademeleri olabilir mesela, benim oynadığım bir oyunda vardı kademe kademe gidiyordu. onları sürekli hatırlıyordum oyun bittiğinde yine hepsini hatırlıyordum. Bu kesirler de öyle bir şey sürekli böyle kademe kademe Nehir'in de dediği gibi sırayla gidiyoruz ve sonunda hepsini hatırlamış oluyoruz hem de daha güzel bir şekilde yani eğlenerek öğreniyoruz."*

3.6. İç ve Dış Geçerlik

Nitel araştırmalarda geçerlik ifadelerinin yerini inanılırlık, sonuçların doğruluğu ve araştırmacının yetkinliği gibi kavramlar almaktadır (Krefting, 1991). Guba ve Lincoln (1982) nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliğin sağlanması için inandırıcılık kavramına dikkat çekmişler ve inandırıcılığın arttırılması için nitel çalışma yapan araştırmacılara önerilerde bulunmuşlardır. Guba ve Lincoln (1982), inandırıcılık boyutunu inanılırlık, güvenilebilirlik, onaylanabilirlik ve aktarılabilirlik olmak üzere dört alt başlıkta incelemişlerdir. Bu alt başlıkların nicel araştırmalar için ele alınan geçerlik, güvenirlik, objektiflik vb. kavramlarla ilişkisi ve nasıl sağlanabileceğine ilişkin yöntemler Tablo 3.12'de sunulmuştur.

Tablo 3.12: Nitel Araştırmalarda İnandırıcılık

Özellik	Nitel Araştırma için karşılığı	Yöntemler
İç geçerlik	İnanılırlık: Sonuçların inandırıcılığı	• Uzun süreli etkileşim • Araştırmacı önyargılarını azaltma • Katılımcı teyidi • Çeşitleme
Dış geçerlik	Aktarılabilirlik: Sonuçların diğer kişi ve durumlara aktarılabilirliği	• Amaçlı örneklem • Dahil etme/dışlama kriterleri • Ortamın ayrıntılı tanıtımı • Katılımcıların ayrıntılı tanıtımı
Güvenirlik	Güvenilebilirlik: çalışma benzer koşullarda benzer katılımcılarla tekrarlandığında sonuçlar benzer mi?	• Denetleme yolu • Literatür • Araştırma yöntemlerinin ayrıntılı tanıtımı • Çeşitleme • Başka bir araştırmacının süreç ve sonuçları incelemesi
Objektiflik	Onaylanabilirlik	• Araştırmacı önyargılarını azaltma • Çeşitleme

Başkale, Hatice, **Nitel Araştırmalarda Geçerlik, Güvenirlik ve Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi** (DEUHFED, c.9.s.1), 24'ten uyarlandı.

Tablo 3.12'de yer alan özelliklere göre mevcut çalışma kapsamında inandırıcılığı arttırmaya yönelik olarak kullanılan yöntemler ilerleyen bölümlerde açıklanmıştır.

- **Uzun süreli etkileşim:** Nitel araştırmalarda inanılırlığı sağlamak için önerilen başlıca yöntemlerden ilki *uzun süreli etkileşim*dir. Uzun süreli etkileşim, detaylı veri toplama için yeterli zamanın ayrılmasını ve kurulan karşılıklı olumlu etkileşim sayesinde araştırma sorularına doğru ve eksiksiz yanıtlar alınmasını sağlar (Creswell, Miller, 2000). Mevcut çalışmada da araştırmacı katılımcılarla olumlu

bir etkileşim kurmak için çaba göstermiştir. Bu kapsamda, katılımcılara uygulamaya başlamadan önce araştırmanın amaç ve süreçlerini aktarmış, destekleyici bir yaklaşımla araştırma süreci boyunca öğretmenlerin ihtiyaçlarını karşılama yönünde istekli davranmıştır. Araştırmanın çeşitli uygulamaları kapsamında yapılan ziyaretler dışında araştırmacı, uygulamaya katılan öğretmenler için ulaşılabilir olmaya özen göstermiş, bu şekilde süreç boyunca sürekli bir iletişimin gerçekleşmesi hedeflenmiştir. Lincoln ve Guba (1985) uzun süreli etkileşimi araştırmacının topladığı veriler ile etkileşimi olarak da yorumlamışlardır. Bu bağlamda, araştırmacı elde ettiği verileri doğru bir şekilde raporlaştırmak ve yorumlamak için uzun süreli bir çabaya ihtiyaç duyar. Mevcut araştırmada da Mayıs 2017 itibariyle transkripsiyonu bitirilen tüm veriler araştırmacı tarafından birçok defa okunmuş, verilerin nasıl raporlaştırılacağına ve yorumlanacağına bu süreç içerisinde karar verilmiştir.

- **Araştırmacı önyargılarını azaltma:** *Araştırmacı önyargılarını azaltma* adına Miles, Huberman ve Saldana (2014), araştırmacının eğilimlerini açıklamasını önermiştir. Mevcut çalışmada araştırmacı rolü başlığı altında araştırmacının konuyla ilgili inanç ve varsayımları ele alınmıştır. İlerleyen bölümlerde aktarılacak olan *çeşitleme* de araştırmacının birçok kaynaktan topladığı veriler aracılığıyla konuyla ilgili baştan sahip olduğu ön yargıları ve varsayımları süreç boyunca yeniden değerlendirmesini sağlamaktadır.

- **Katılımcı teyidi:** Araştırma kapsamında elde edilen verilerin katılımcılar tarafından teyit edilmesi ulaşılan sonuçların gerçeği ne ölçüde temsil ettiğinin anlaşılması bakımından önemli bulunmaktadır (Yıldırım, Şimşek, 2004). Katılımcı teyidinin (1) veri toplamadan hemen sonra araştırmacının katılımcılar ile buluşarak verileri özetlemesi ve düşüncelerini alması (2) veri toplamadan bir süre sonra ilk analizlerden çıkardığı anlamları bir rapor halinde katılımcılara göndermesi (3) yine veri toplamadan bir süre sonra bireysel görüşmelerle katılımcılarla teyit toplantısı yapılması şeklinde gerçekleşebileceği belirtilmiştir (Erlandson ve diğ., 1993'den aktaran Yıldırım, Şimşek, 2013). Mevcut araştırma kapsamında katılımcı öğretmenler ile grup olarak teyit toplantısı yapılmıştır. Toplantıda katılımcılara araştırmada ön plana çıkan başlıklar aktarılmıştır. Öğretmenler bulgular doğrultusunda ortaya çıkan başlıkları onaylamışlardır.

- **Çeşitleme:** Sonuçların inandırıcılığına katkıda bulunan en önemli yöntemlerden biri çeşitleme yöntemidir. Çeşitleme, farklı kişilerden veri toplama (örneğin, öğretmen ve öğrenci), farklı veri türlerini kullanma (örneğin, alan notları ve gözlem video kayıtları) ya da farklı veri toplama yöntemlerini kullanma (örneğin, gözlem ve görüşme) ile sağlanabilmektedir. Bu şekilde araştırmacı farklı kaynaklardan ve farklı yöntemler kullanarak elde ettiği bilgiler ile araştırmasında ulaştığı sonuçları destekleme olanağı bulur (Creswell, 2012). Denzin (1978), (1) veri kaynakları, (2) araştırmacı, (3) teori ve (4) yöntem çeşitlemesi olmak üzere dört farklı çeşitlemeden söz etmiştir. Mevcut araştırmada öğretmenler ve öğrenciler olmak üzere konuyla ilgili farklı veri kaynaklarından bilgi alınmış, verilerin toplanması, analizi ve yorumlanmasında tez danışmanı ve diğer araştırmacılardan yardım alınmış, yöntem çeşitlemesi için ise birebir görüşme, odak grup görüşmesi ve gözlem yöntemleri uygulanmıştır. Bu yöntemlerin uygulanmasında ses kaydı, video kaydı, alan notları vb. çeşitli belgelendirme süreçlerinden yararlanılmıştır.
- **Ortam ve katılımcıların ayrıntılı bir biçimde tanıtılması:** Nitel çalışmalarda dış geçerliğe ilişkin aktarılabilirlik ilkesinin sağlanmasında katılımcıların ve ortamların ayrıntılı bir biçimde tanımlanması esastır (Sharts-Hopko, 2002). Bu nedenle, araştırmacı, araştırma sürecini detaylı bir biçimde açıklamakla sorumludur. Mevcut çalışmada aktarılabilirliğin sağlanması için araştırmaya katılan katılımcılar ve ortam detaylı bir şekilde tanımlanmıştır. Aynı zamanda araştırma yöntemleri de detaylı bir şekilde açıklanmıştır.
- **Denetleme yolu:** Denetleme yolu, araştırma sürecine ilişkin mümkün olduğu kadar fazla kaydın araştırmacı tarafından tutulmasıdır. Bu kayıtların tutulması, araştırma kapsamında ulaşılan sonuçların hangi aşamalar ve düşünce süreçleri neticesinde ortaya çıktığı konusunda okuyuculara kanıt sağlamaktır (Creswell, Miller, 2000). Denetleme yolunun sağlanabilmesi için aşağıdaki verilerin kayıt altına alınması önerilmektedir (Hollaway, Wheeler, 1996; Lincoln, Guba, 1985):
    - Alan notları, ses kayıtları, video kayıtları vb. ham veriler
    - Analiz edilmiş veriler: bulgular
    - Bulguların oluşumu: önemli cümleler, temalar, kodlar ve kategoriler
    - Çalışma sürecinde kullanılan yöntem ve prosedürler

- Araştırmacıya ait, amaçlar, tahminler, beklentiler vb. bilgileri içeren kişisel notlar.
- Veri toplama araçlarının nasıl geliştirildiğine ilişkin bilgiler

Yukarıda önerilen maddelerin tamamı mevcut araştırma sürecinde kayıt altına alınmış ve bulguların oluşturma süreci, araştırma yöntem ve süreci, veri toplama araçlarına ilişkin detaylı bilgiler çalışmanın yöntem bölümünde ele alınmıştır.

- **Uzman incelemesi:** Nitel araştırmaların inandırıcılığını düşüren yetersiz sonuçları ele alma, verileri yanlış yorumlama vb. hataları aza indirgemek için araştırmanın geneline ve nitel araştırma yöntemlerine hakim bir diğer araştırmacı tarafından çalışmanın belli boyutlarının incelenmesi önerilmektedir (Creswell, 2012). Mevcut çalışmada araştırma üç uzman tarafından incelenmiştir. Bu uzmanlar, araştırmanın deseni, bulguların sunulması ve yorumlanması vb. konularda araştırmacıya geribildirimde bulunmuştur, bu doğrultuda araştırma kapsamında gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

3.7. Araştırmacıların Rolü

Mevcut çalışmada araştırmacı rolü alan iki kişi bulunmaktadır. Bunlardan ilki, çalışmayı doktora tezi kapsamında gerçekleştiren kişi, diğeri ise tez danışmanıdır. Araştırma kapsamında kullanılan örnek olay yönteminde araştırmacıların çalıştıkları durumu doğru bir şekilde anlayabilmeleri ve analiz etmeleri önemlidir. Bu nedenle bir durum bağlamında inceleyecekleri kavramlarla ilgili bilgi ve deneyim sahibi olmasının önemi ön plana çıkmaktadır. Araştırmacı doktora eğitimine başladığından itibaren ilköğretim matematik öğretim programlarında yer tutan sınıf içi matematiksel iletişim kavramı ile ilgilenmektedir. Nitekim, tez aşamasına gelmeden önce araştırmacının matematiksel iletişim konulu yayını bulunmaktadır. Araştırmacı, matematiksel iletişim konusunda geniş bir alan yazın taraması yapmış ve bu kavramla ilgili kendini geliştirmiştir. Bununla birlikte, bilişsel talep konusunda araştırmacı, ilgili kavramı ortaya çıkaran ABD kökenli akademisyenlerle doğrudan çalışmış bir araştırmacı ile çalışma olanağı bulmuştur. Bu şekilde birincil kaynaklara ulaşarak bilişsel talep kavramı ile ilgili kendini geliştirmiştir. Bu kavramların yanı sıra matematik öğretimi de araştırmacının ilgi alanları içerisindedir. Lisans öğrenimini ilköğretim matematik öğretmenliği programında tamamlayan araştırmacı, lisans öğreniminden sonra, çeşitli

özel kurum ve sivil toplum kuruluşlarında görev almış, bu kapsamda ilköğretim düzeyinde matematik öğretimi ile ilgili farklı paydaşlarla çalışma yapma olanağı bulmuştur.

Araştırmada görev alan ikinci araştırmacı tez danışmanıdır. Tez danışmanı, öğretmen eğitimi konusunda, ulusal ve uluslararası projelerde koordinatörlük ve danışmanlık görevlerinde bulunmuştur ve halen sürdürmekte olduğu projeler bulunmaktadır. Araştırmacının son yıllarda çalıştığı konular, okul geliştirme modelleri ve okullarda geliştirilecek modellerde öğretmenlerin geliştirme ve uygulama aşamalarında aktif bir biçimde yer almaları üzerinedir. Tez danışmanı, araştırmaya katılan öğretmenlere eğitim verilmesi, çalıştaylar düzenlenmesi, değerlendirme toplantılarının yürütülmesi ve öğretmenlerle birebir görüşme yapma çalışmalarında aktif bir biçimde yer almış ve araştırmanın sağlıklı bir biçimde yürütülmesi konusunda önemli bir rol üstlenmiştir.

Mevcut çalışmada araştırmacılar araştırma kapsamında aşağıdaki süreçlerde rol almışlardır:

- *Araştırma sürecinin ilgili paydaşlara aktarımı:* Araştırmacı ve tez danışmanı pilot uygulama ve asıl uygulamanın yapıldığı kurumların yönetici ve öğretmenlerine, araştırmaya gönüllü katılımın sağlanması amacıyla araştırma sürecine ilişkin bilgi vermişlerdir. Araştırmaya ilişkin planlamalar, bu bağlamda, okul yöneticileri ve öğretmenler ile birlikte yapılmıştır.
- *Profesyonel gelişim eğitiminin gerçekleştirilmesi:* Araştırmanın uygulanması için öğretmenlere araştırmanın ele aldığı kavramlarla ilgili profesyonel gelişim eğitimi düzenlenmiştir. Bu eğitimlerin programlarının geliştirilmesi ve uygulanmasında araştırmacı ve tez danışmanı rol almıştır.
- *Veri Toplama:* Araştırma kapsamında sınıf gözlemleri, öğretmenlerle yapılan birebir görüşme ve öğrencilerle yapılan odak grup görüşmeleri süreçlerinde araştırmacı ve tez danışmanı doğrudan rol almıştır.
- *Veri Analizi:* Yukarıda sayılan yöntemler ile toplanan verilerin analizinde araştırmacı, tez danışmanı ve konuyla ilgili diğer uzmanlarla birlikte rol almıştır.

4. BULGULAR

Araştırmanın bulguları durum analizinden elde edilen bulgular, durumların karşılaştırılması, öğretmen görüşlerine ilişkin bulgular ve öğrenci görüşlerine ilişkin bulgular olmak üzere dört alt başlıkta sunulacaktır.

4.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi bağlamında, sınıf içerisinde uygulanan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri nelerdir ve öğretmenlerin hangi davranışları bilişsel talebin sürdürülmesinde ya da düşmesinde rol oynamaktadır? sorusuna yanıt aranmıştır. Bu sorunun yanıtı için öncelikle öğretmenlerin uygulamak üzere seçtikleri görevlerin bilişsel talep düzeyleri ve ders içerisinde uğradığı değişimler belirtilmiş, sonrasında bu değişimlerde rol oynayan öğretmen davranışlarının analizlerinden elde edilen bulgular sunulmuştur.

Söz konusu alt probleme ilişkin bulgulara sınıf gözlemlerine ilişkin veriler aracılığıyla ulaşılmış ve her iki şube için ayrı ayrı durum analizi yapılmıştır. Bölüm sonunda her iki şube için elde edilen bulgular özetlenmiştir.

4.1.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 1

Bu bölümde Şube 1 sınıf öğretmeni Armağan Öğretmen'in uyguladığı matematiksel görevler ve süreç içerisindeki değişimleri ile bilişsel talep düzeyi üzerinde etkili olan davranışlarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

4.1.1.1. Matematiksel Görevlerin Bilişsel Talep Düzeyleri

Armağan Öğretmen'in sınıfında uyguladığı matematiksel görevlerin matematiksel görev çerçevesinde belirtilen aşamalara göre uğradığı değişimlere ilişkin bulgular Tablo 4.1'de yer almaktadır.

Öğretmenin uyguladığı görevler (a) bilişsel talep düzeyi yükselen görevler, (b) bilişsel talep düzeyi sürdürülen görevler ve (c) bilişsel talep düzeyi düşen görevler olarak gruplandırılmıştır.

Tablo 4.1: Şube 1 Matematiksel Görevlerin Uygulama Süreci

Matematiksel Görev (MG)	**Uygulama Planındaki Yeri**	**Aşama 1** Öğretim Materyalinde Yer Alan	**Aşama 2** Sunulan	**Aşama 3** Uygulanan	**Durum**
A. Bilişsel Talep Düzeyi Yükselen Görevler					
MG7. Alan modelleri yardımıyla karşılaştırma yapma	İkinci Uygulama Etkinlik 2	2.Düzey	3.Düzey	3.Düzey	Yükselme
B. Bilişsel Talep Düzeyi Sürdürülen Görevler					
MG2. Kaplumbağa örneği ile tahmin	Birinci Uygulama Etkinlik 1	3.Düzey	3.Düzey	3.Düzey	Sürdürme
MG6. Uçurtma ipi örneği ile sıralama tahmin etkinliği	İkinci Uygulama Etkinlik 1	3.Düzey	3.Düzey	3.Düzey	Sürdürme
MG1. Alan modeli üzerinde birim kesir değerlerini yazma	Ön gözlem Etkinlik 1	2.Düzey	2.Düzey	2.Düzey	Sürdürme
MG3. Kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi	Birinci Uygulama Etkinlik 2	2.Düzey	2.Düzey	2.Düzey	Sürdürme
MG5.Öğrencilerin sayı doğrusu üzerinde kendi belirledikleri kesirleri göstermeleri	Birinci Uygulama Etkinlik 4	2.Düzey	2.Düzey	2.Düzey	Sürdürme
MG9. Sayı doğrusu üzerinde istenen kesirleri sıralama ve denk kesirleri bulma	Üçüncü Uygulama Etkinlik 2	2.Düzey	2.Düzey	2.Düzey	Sürdürme
C. Bilişsel Talep Düzeyi Düşen Görevler					
MG4. Alan modelleri ile sayı doğrusunu eşleştirme	Birinci Uygulama Etkinlik 3	3.Düzey	2.Düzey	2.Düzey	Düşme
MG8. Geometri şeritleri ile denk kesirlerin gösterimi	Üçüncü Uygulama Etkinlik 1	3.Düzey	3.Düzey	2.Düzey	Düşme

Tablo 4.1'de öğretmenin ön gözlemler ve uygulama sürecinde gerçekleştirdiği etkinliklerden bir matematiksel görev niteliğinde olanlar sunulmuştur. Öğrencilerin masa başında bireysel olarak çalıştıkları, öğretmenin sıraları dolaşarak yönlendirmelerde bulunduğu, bir büyük grup tartışması içermeyen, öğrenci düşüncesini ortaya çıkarmaya yönelik olmayan etkinlikler matematiksel görev analizine dahil edilmemiştir. Bu kapsamda Armağan Öğretmen gözlenen dört (4) ders boyunca toplam dokuz (9) matematiksel görev uygulamıştır.

Armağan Öğretmen'in uyguladığı matematiksel görevlerin ders süreci içerisindeki değişimlerine ilişkin özet bilgiler ise Tablo 4.2'de sunulmuştur.

Tablo 4.2: Matematiksel Görevlerin Ders Süreci İçerisindeki Değişimleri

Görevin Ders Süreci İçerisindeki Değişimi	Frekans	Yüzde
Bilişsel Talep Düzeyi *Yükselen* Görevler	1	%11
Bilişsel Talep Düzeyi *Sürdürülen* Görevler	6	%67
Bilişsel Talep Düzeyi *Düşen* Görevler	2	%22
Toplam	9	%100

Tablo 4.2'de sunulan bulgulardan hareketle, Armağan Öğretmen'in görevlerin bilişsel talep düzeyini sürdürme eğiliminde olduğu söylenebilir. Armağan Öğretmen'in görevin düzeyini düşürdüğü görevlerin tamamı üst düzey görevlerdir. Buna göre, MG4'ün sunum, MG8'in ise uygulama aşamasında istenen düzeyde kalamadığı görülmektedir. MG7 görevinde ise değişim olumlu yönde olmuş, öğretmen, bilişsel talebi düşük bir görevi sunum ve uygulama aşamalarında yükseltmiştir.

4.1.1.2. Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar

Armağan Öğretmen'in uyguladığı görevler bağlamında, bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesini sağlayan davranışlarına ilişkin bulgular Tablo 4.3'de ilgili davranışın tüm görevler boyunca öğretmen tarafından sergilenme frekansı verilerek sunulmuştur.

Tablo 4.3: Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	**MG1**	**MG2**	**MG3**	**MG4**	**MG5**	**MG6**	**MG7**	**MG8**	**MG9**	**Toplam**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi. (*f*)	8	4	6	-	3	2	13	5	2	**43**
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi. (*f*)	-	-	-	-	-	2	1	-	-	**3**
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi. (*f*)	-	2	-	-	-	1	5	1	-	**9**
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi. (*f*)	2	2	2	-	1	3	15	9	-	**34**
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması. (*f*)	-	-	-	-	1	-	3	-	-	**4**
Toplam (*f*)	**10**	**8**	**8**	**0**	**5**	**8**	**37**	**15**	**2**	

Tablo 4.3'de sunulan bulgular incelendiğinde Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyini sürdüren davranışlardan en fazla *öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi* davranışını sergilediği görülmektedir. Bu davranışı, *öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi* davranışı takip etmiştir. Bilişsel talep düzeyini sürdüren davranışlardan en az kullanılan davranışlar ise *öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi* ile *öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması* olmuştur.

Aşağıda Armağan Öğretmen'in öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerini desteklediği bir ders bölümü örnek olarak sunulmuştur:

> *Armağan Öğretmen:* Peki bazılarınız şöyle bir şey söyledi, dörtte bir, bir bölü dört, bir bölü on altı, on altıda bir gibi ifadeler kullanıldı. Neden böyle ifadeler kullanıldı?
> *Elif:* Çünkü geçen yıl, ondan önceki yıl, ondan önceki yıl öğrenmiştik.
> Öğretmen: Peki neden diyoruz? Anlam değişikliği oldu mu?, ikisi de aynı mı? Yani nedir? Bana kendi cümlelerinle bir anlat bakalım.
> *Elif:* on altıda bir dememizin nedeni on altı parçaya bölüp bir tane veririz, o yüzden on altıda bir, ya da bir bölü on altının nedenini bilmiyorum ama on altıda biri biliyorum.
> *Armağan Öğretmen:* Peki, anlam olarak aynı şeyi mi ifade ediyor? Farklı mı?
> *Öğrenciler:* Evet (ilk sorudan sonra)
> *Armağan Öğretmen:* Aynı. Birini okurken nasıl okuyoruz?
> *Toprak:* On altıda bir, diğeri...
> *Armağan Öğretmen:* Yani, aşağıdan yukarıya
> *Toprak:* diğeri, yukarıdan aşağıya
> *Armağan Öğretmen:* Peki yukarıdan aşağıya derken nasıl diyoruz
> *Toprak:* Bir bölü dört ya da on altı. Payı kaça böldüysek.

Bu örnekte Armağan Öğretmen'in, Elif'in soruya verdiği ilk yanıtı yeterli bulmadığı ve öğrencileri daha fazla düşünmeye yönlendirdiği görülmektedir. Başka bir deyişle, Armağan Öğretmen'in desteğiyle öğrenciler, alt sınıflardan bu yana kullandıkları bir ifadeyi neden o şekilde kullandıklarını akıl yürüterek bulmuşlardır.

Armağan Öğretmen'in öğrencileri fikirlerini savunmaları, açıklamaları, sorgulama yoluyla anlam aramaları, yorum yapmaları ve geribildirimde bulunmaları yönünde desteklediği bir tartışma örneği ise aşağıda verilmiştir:

> *Armağan Öğretmen:* Bu iplerden hangisi acaba daha uzun olabilir? şimdi uçurtma yapacağız. Herkese farklı uzunlukta ip gerekiyor. Birincisi ipin uzunluğunun sekizde ikisini almak istiyor, kullanmak istiyor. Bir diğeri sekizde üçünü almak istiyor, ya da sekizde altısını almak istiyor. Yazayım isterseniz, diğeri sekizde altısını bir diğeri de sekizde dokuzu. Böyle baktığımızda acaba hangisinin ipi daha uzun olabilir?
> *Nazlı:* Öğretmenim alacağı mı tamamı mı?
> *Armağan Öğretmen:* Bak diyorum ki, hangisinin ipi daha uzundur? Yani alıp almamak önemli değil. Burada, buradaki verilenlerden hangisi daha uzun olabilir? Neden? Açıklamalı istiyorum. Mete'den başlayalım
> *Mete:* iki bölü sekiz
> *Armağan Öğretmen:* İki bölü sekiz daha büyüktür diyorsun. Neden öyle düşündün?
> *Mete:* Çünkü, onun parçaları daha büyük olabilir.

Armağan Öğretmen: Parçaları. Peki hepsinin paydası kaç?
Mete: sekiz
Armağan Öğretmen: Hepsinin paydası eşit değil mi?
Mete: Evet
Armağan Öğretmen: Paydalar eşit mi? Eşit. Ne farklı burada?
Mete: Pay
Armağan Öğretmen: Paylar farklı. Peki Mete sekizde ikiyi dedi, peki Ümit?
Ümit*:* Bence dokuz bölü sekiz. Çünkü, öğretmenim, benim dediğim kesir bileşik olduğu için iki ayrı bütünü var. Biz de onun dokuz parçasını aldığımıza göre hani biz bunlar sadece sekizin içindeki parçaları, burada biz sekizi de alıyoruz, onun dışına çıkıyoruz, o yüzden büyük.

Bu örnekte ise Armağan Öğretmen net bir biçimde öğrencilerin açıklama yapmasını istediğini dile getirmiştir. Bunun sonucunda, öğrencilerin, başlangıçta kısa cevaplı yanıtlar verirken sonrasında 'çünkü' ile başlayan cümleler kurdukları, en sonunda Ümit'in oldukça ayrıntılı bir açıklama yaptığı görülmektedir.

Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışları ise ilgili davranışın tüm görevler boyunca öğretmen tarafından sergilenme frekansı verilerek Tablo 4.4'de sunulmuştur.

Tablo 4.4: Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar

Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	**MG1**	**MG2**	**MG3**	**MG4**	**MG5**	**MG6**	**MG7**	**MG8**	**MG9**	**Toplam**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması. *(f)*	2	-	-	2	2	-	-	1	-	**7**
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması. *(f)*	3	-	1	1	3	1	6	1	1	**17**
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması. *(f)*	-	-	-	-	-	-	-	-	-	**0**
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi. *(f)*	3	-	2	-	2	1	4	1	-	**13**
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi. *(f)*	2	-	2	2	1	-	2	1	-	**10**
Toplam *(f)*	**10**	**-**	**5**	**5**	**8**	**2**	**12**	**4**	**1**	

Tablo 4.4 incelendiğinde, Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyini düşüren davranışlardan en fazla *öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması* davranışını sergilediği görülmektedir. Bu durum, uygulama sırasında öğretmenin sıklıkla sorduğu kapalı uçlu sorular ile kendini göstermiştir. Böyle bir durumda hem öğrencilerden beklenen bilişsel talep hem de ilişkili olarak öğrencilerin uygulamaya geçirdiği bilişsel süreçlerin düzeyi düşmektedir. Aşağıdaki örnekte Armağan Öğretmen'in sonucun doğruluğuna odaklandığı bir ders bölümü yer almaktadır:

> *Armağan Öğretmen*: Peki şöyle, yapalım tamam. İki tane bütün var elimizde. İki kâğıt var elimde, birincisini dörde böldüm. Burada da dörde bölüyoruz. İkisini de dörde böldüm. Bunun dört tanesini aldım, bunun da (kaç tanesini alayım?) iki tanesini aldım. Peki kesir sayısıyla ben nasıl gösterebilirim? Bir hatırlayalım evet, kaç parçasını aldım?
> *Duru:* Şimdi, yazabilir miyim? Anlatamıyorum
> *Armağan Öğretmen*: Ama iki tane tam mı var şimdi burada? (Unutmuşlar) Şimdi burada şöyle düşün, kesir çizgini çiz. Ben bir bütünü kaç eşit parçaya böldüm.
> Öğrenciler: 4
> *Armağan Öğretmen*: 4, paydası ne olmalı?
> Öğrenciler: 4
> *Armağan Öğretmen*: Peki pay, kaç tane aldım?
> *Diğer öğrenciler:* 6
> *Armağan Öğretmen*: 6 evet, ne oldu kesrimiz. 6 bölü 4. Bir bütünden fazla mı?
> Öğrenciler: Hayır
> *Armağan Öğretmen*: Bir bütünden...
> Öğrenciler: Evet

Bu örnekte Armağan Öğretmen'in tek yanıtı olan sorulara yöneldiği görülebilmektedir. Kavramsal anlamaya ilişkin herhangi bir yönlendirmede bulunulmayan bu bölümde, öğrencilerin tek kelimelik ya da evet/hayır yanıtları vermeleri Armağan Öğretmen'e yeterli gelmiştir.

Armağan Öğretmen'in matematiksel görevleri uygularken *öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi* davranışını da sıklıkla sergilediği görülmektedir. Bu davranış bazı durumlarda öğretmenin öğrencinin bir yorumunu duymaması biçiminde kendini göstermiş, bazı durumlarda ise öğretmen yorumu duymasına rağmen, öğrencinin yanlışını ya da eksiğini kimi yerlerde fark etmemiş kimi yerlerde ise fark etmesine rağmen üzerine gitmeyi tercih etmemiştir. Aşağıdaki örnekte bu davranışın sergilendiği bir ders bölümü yer almaktadır:

> *Ümit:* Öğretmenim şimdi yemek olarak düşünsek orada yiyecek kişi orada yiyecek kişiden daha fazla yemek yer.
> *(Öğrencilerden anlaşılmayan yorumlar, tartışma var)*
> *Efe:* Ama fark edersen yarısına bölmüş olabilirsin ama paydalar eşit değil.
> *Öğrenciler:* büyük, eşit
> *Armağan Öğretmen:* İyice karıştılar.
> *Doruk:* Öğretmenim sizden bir açıklama isteyebilir miyim?
> *Armağan Öğretmen:* Benden? Yapmayacağım açıklama

Bu örnekte öğrenciler denk kesir kavramı ile ilgili kafa karışıklığı yaşamış, ½ kesri ile 3/6 kesrinin nasıl aynı sayıyı ifade edebileceği konusunda fikir ayrılığına düşmüşlerdir. Öğrenciler, kesir kavramının parça-bütün anlamına odaklanmışlar, bu nedenle, denk kesirleri, başka bir deyişle, bir kesrin oransal olarak göreceli büyüklükler ifade edebilme durumunu bu alt yapıdan yola çıkarak algılamakta güçlük yaşamışlardır. Armağan Öğretmen de parça-bütün anlamı dışındaki diğer anlamlara ulaşmaya öğrencileri yönlendirmediği için öğrenciler arasında bir kavramsal kargaşa yaşanmıştır. Başka bir deyişle, Armağan Öğretmen'in bir belirsizlik oluşturarak öğrencileri düşünmeye teşvik etme girişimi, öğrencilerin kavramsal alt yapıları yetersiz kaldığından daha fazla kafa karışıklığına neden olmuş ve bir öğrencinin net bir şekilde öğretmeninden bir açıklama talep etmesiyle sonuçlanmıştır. Bu noktada, Armağan Öğretmen'in, açıklama yapmamayı tercih etmektense, öğrencilerin kavramsal alt yapısını güçlendirmeye yönelik sorular sorması ya da yönlendirmelerde bulunmasının, öğrencilerin daha derinlemesine bir anlayış geliştirmelerine olanak sağlayacağı düşünülmektedir.

Bilişsel talep düzeyinin düşmesine ilişkin en az rastlanan davranış ise *görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması* olmuştur. Armağan Öğretmen, bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesinde *sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması* ile ilgili ise hiç sorun yaşamamıştır. Bu durumun nedeni olarak Armağan Öğretmen'in birinci sınıftan itibaren öğrencilerle olumlu bir iletişimi olması, öğretmen ve öğrencilerin birbirlerini iyi tanımaları ve kendilerinden beklenenleri farkında olmaları gösterilebilir.

4.1.2. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 2

Bu bölümde Şube 2 sınıf öğretmeni Deniz Öğretmen'in uyguladığı matematiksel görevler ve süreç içerisindeki değişimleri ile bilişsel talep düzeyi üzerinde etkili olan davranışlarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

4.1.2.1. Matematiksel Görevlerin Bilişsel Talep Düzeyleri

Deniz Öğretmen'in sınıfında uyguladığı matematiksel görevlerin matematiksel görev çerçevesinde belirtilen aşamalara göre uğradığı değişimlere ilişkin bulgular Tablo 4.5'te sunulmuştur. Öğretmenin uyguladığı görevler (a) bilişsel talep düzeyi sürdürülen görevler ve (b) bilişsel talebi düşen görevler olarak gruplandırılmıştır.

Tablo 4.5: Şube 2 Matematiksel Görevlerin Uygulama Süreci

Matematiksel Görev (MG)	**Uygulama Planındaki Yeri**	**Aşama 1** Öğretim Materyalinde Yer Alan	**Aşama 2** Sunulan	**Aşama 3** Uygulanan	**Durum**
A. Bilişsel Talep Düzeyi Sürdürülen Görevler					
MG3. Kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterimi	Birinci Uygulama Etkinlik 2	2.Düzey	2.Düzey	2.Düzey	Sürdürme
MG5. Kesir problemlerinin çözülmesi	Üçüncü Uygulama Etkinlik 1	2.Düzey	2.Düzey	2.Düzey	Sürdürme
B. Bilişsel Talep Düzeyi Düşen Görevler					
MG2. Kaplumbağa örneği ile tahmin	Birinci Uygulama Etkinlik 1	3.Düzey	2.Düzey	1.Düzey	Düşme
MG1. Kesirlerle ilgili ön bilgilerin hatırlanması	Ön Gözlem Etkinlik 1	2.Düzey	2.Düzey	1.Düzey	Düşme
MG4. Strafor üzerine çizilmiş sayı doğrusunda kesirlerin gösterimi	İkinci Uygulama Etkinlik 1	2.Düzey	1.Düzey	1.Düzey	Düşme

Tablo 4.5'te öğretmenin ön gözlemler ve uygulama sürecinde gerçekleştirdiği etkinliklerden bir matematiksel görev niteliğinde olanlar sunulmuştur. Öğrencilerin masa başında bireysel olarak çalıştıkları, öğretmenin sıraları dolaşarak yönlendirmelerde bulunduğu, bir büyük grup tartışması içermeyen, öğrenci düşüncesini ortaya çıkarmaya yönelik olmayan etkinlikler matematiksel görev analizine dahil edilmemiştir. Bu kapsamda, Deniz Öğretmen gözlenen dört (4) ders boyunca toplam beş (5) matematiksel görev uygulamıştır.

Deniz Öğretmen'in uyguladığı matematiksel görevlerin ders süreci içerisindeki değişimlerine ilişkin özet bilgiler ise Tablo 4.6'da sunulmuştur.

Tablo 4.6: Matematiksel Görevlerin Ders Süreci İçerisindeki Değişimleri

Görevin Ders Süreci İçerisindeki Değişimi	Frekans	Yüzde
Bilişsel Talep Düzeyi *Sürdürülen* Görevler	2	%40
Bilişsel Talep Düzeyi *Düşen* Görevler	3	%60
Toplam	5	%100

Tablo 4.6'daki bulgulardan takip edilebileceği gibi, Deniz Öğretmen, uyguladığı matematiksel görevlerin çoğunun bilişsel talep düzeyini sunum ya da uygulama aşamasında düşürmüştür. Bilişsel talep düzeyinin değiştiği matematiksel görevler incelendiğinde, üst bilişsel talep düzeyine sahip MG2'nin sunum ve uygulama aşamalarında birer basamak düşerek üçüncü düzeyden birinci düzeye düştüğü görülmüştür. Sürece bilişsel talep düzeyi olarak düşük düzey başlayan MG1'in uygulama, MG4'ün ise sunum aşamasında, düzeyleri birinci düzeye düşmüştür.

4.1.2.2. Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar

Deniz Öğretmen'in uyguladığı görevler bağlamında, bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesini sağlayan davranışlarına ilişkin bulgular ilgili davranışın tüm görevler boyunca sergilenme frekansı verilerek Tablo 4.7'de sunulmuştur.

Tablo 4.7: Bilişsel Talebin Sürdürülmesine Yönelik Davranışlar

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	**MG1**	**MG2**	**MG3**	**MG4**	**MG5**	**Toplam**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi. *(f)*	4	1	4	4	9	**22**
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi. *(f)*	-	-	1	-	-	**1**
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi. *(f)*	-	-	-	-	-	**0**
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi. *(f)*	4	1	6	2	8	**21**
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması. *(f)*	1	-	-	-	-	**1**
Toplam *(f)*	**9**	**2**	**11**	**6**	**17**	

Tablo 4.7'de sunulan bulgulardan hareketle, Deniz Öğretmen'in bilişsel talep düzeyini sürdüren davranışlardan en fazla *öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi* davranışını sergilediği görülmektedir. Bu davranışı, *öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi* davranışı takip etmiştir. Aşağıda Deniz Öğretmen'in öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerini desteklediği bir ders bölümü örnek olarak sunulmuştur:

Deniz Öğretmen: Bu nasıl bir kesir?
Ceylin: Bileşik kesir
Deniz Öğretmen: Bileşik kesir bileşik kesirler sayı doğrusunda hangi sayılar arasındadır?
Görkem: İkiyle bir arasında
Deniz Öğretmen: Ben Ceylin'e soruyorum şu anda
Ceylin: birle iki
Deniz Öğretmen: Birle iki arasında, peki ikiyle üç arasında olabilir mi?
Ceylin: Evet
Deniz Öğretmen: Nasıl olabilir? Olması için ne yapmamız lazım. Fikri olan var mı? Sayı doğrusunda iki ile üç arasında olması için bu kesirde nasıl bir değişiklik yapmalıyız?
Yusuf: Paydayı büyütebiliriz
Deniz Öğretmen: Paydayı mı büyütürüz? Bunu mu büyütürüz?
Zerrin: Payı
Yusuf: Paydayı
Deniz Öğretmen: Paydayı büyütürüz diyor. Katılmayan? Bu fikre katılmayan? hepiniz katılıyorsunuz yani
Görkem: Katılmıyorum
Zerrin: Öğretmenim ben de katılmıyorum
Deniz Öğretmen: Haluk ne yapmamız lazım?
Haluk: Payı büyüteceğiz
Deniz Öğretmen: Payı büyütürüz diyorsun
Özcan: Öğretmenim bence sayı doğrusunu büyütürüz
Deniz Öğretmen: yani üçü mü büyütürüz?
Haluk: Öğretmenim hayır
Deniz Öğretmen: Ayy yukarıdaki. Evet payı büyütürsek ikiyle üçün arasına gelebilir. Biraz soruyu çözelim de görelim tamam mı Ceylin?
Rengin: Evet çünkü bir bütünden daha fazla bütün olursa
Deniz Öğretmen: Aynen. Devam edelim.

Bu örnekte Deniz Öğretmen öğrencilerine bileşik kesirlerin sayı doğrusunda hangi sayılar arasında bulunduğunu düşünmeleri için sorular sormuştur. Öğrenciler bazı tahminlerde bulunarak soru üzerinde düşünmüşler, ancak öğretmen yeterli yönlendirmeyi yapamadığı için tartışma tam olarak bir sonuca bağlanmamıştır. Nitekim, öğrenciler sayı doğrusunda kesrin pozitif yönde ilerlemesi için payının neden büyümesi gerektiği konusunda herhangi bir anlam arayışında bulunma olanağı yakalayamamışlardır.

Deniz Öğretmen'in öğrencileri *fikirlerini savunmaları, açıklamaları, sorgulama yoluyla anlam aramaları, yorum yapmaları ve geribildirimde bulunmalarını desteklediği* bir tartışma örneği ise aşağıda verilmiştir.

Deniz Öğretmen: Peki şu modeli vermeseydi beş bölü üç ya da üçte beş kesrinin hangi sayılar arasında olduğunu nasıl bulabilirdik? hangi iki sayının arasında ya da sayı doğrusunda nerede olduğunu nasıl bulabilirdik? Modeli vermeseydi? örnek veriyorum, yedide üç kesrinin hangi sayılar arasında olduğunu nasıl bulabiliriz?
Erdem: Öğretmenim yedide üç değil
Deniz Öğretmen: Pardon üçte yedi kesrinin sayı doğrusunda hangi sayılar arasında olduğunu nasıl bilebilirim? Bak burada model vermiş bir tam kesir, bir tam var ve kesir kadarı var birle iki arasında olduğunu söyleyebiliyoruz. Peki model vermeseydi nasıl bulabilirdik biz bunu, sayı doğrusunda nerede olduğunu?
Erdem: O kesri şeye dönüştürürdük.
Deniz Öğretmen: Neye dönüştürürdük?
Erdem: Şekillere, şekil haline getirirdik.
Deniz Öğretmen: şekil çizerdik diyorsun. Peki şekil çizmek birinci mantıklı, şekil çizip bakabilirim. Peki şekil çizmeden başka. Çiçek?
Çiçek: Öğretmenim önce payı paydaya bölerdik.
Deniz Öğretmen: Payı paydaya bölüp neyi bulacaksın?
Çiçek: Bölerdik, sonra...
Deniz Öğretmen: Payı paydaya bölüp neyi bulacaksın peki
Çiçek: Payı paydaya bölünce kalan fark oluyor.
Deniz Öğretmen: Bölme işlemini bir yapalım o zaman. Yedide üç kaç kere var?
Çiçek: İki kere var. Altı. Şimdi bir pay oluyor, iki tam oluyor, üç de zaten üç oluyor.
Deniz Öğretmen: Bu ne oluyor?
Çiçek: Pay oluyor. Pardon işte tam oluyor.
Deniz Öğretmen: tam kısım oluyor. Hıı yedi bölü üç kesrini diyorsun neye çevirdin sen?
Çiçek: Şeye çevirdim tam sayılı
Deniz Öğretmen: Tam sayılı kesre çevirdin. İki tam bir bölü üç dedin.
Çiçek: Sonra orada tam ile ondan sonraki sayının arasında
Deniz Öğretmen: Yani şuraya göre tam sayılı kesre çevirerek, yani ikiyi geçmiş bu sayı ikiyle üç arasında bir sayı olduğuna karar veriyorsun. Doğru mu sizce?

Bu örnekte ise Deniz Öğretmen'in, öğrencilerin ifadelerini açmaları ve cümlelerini tamamlamaları için bolca yönlendirme yaptığı görülmektedir. Öğretmenin desteklemesi sonucunda Çiçek düşüncesini daha net bir biçimde açıklayabilmiştir.

Bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesini sağlayan davranışlardan en az kullanılan davranış, *öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi* ve *öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması* olmuştur. Deniz Öğretmen, tüm görevler boyunca *yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi* davranışını ise hiç göstermemiştir.

Deniz Öğretmen'in, uyguladığı matematiksel görevlerde, bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışları ise Tablo 4.8'de ilgili davranışın tüm görevlere ilişkin sergilenme frekansı verilerek sunulmuştur.

Tablo 4.8: Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar

Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	**MG1**	**MG2**	**MG3**	**MG4**	**MG5**	**Toplam**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması. *(f)*	-	1	-	4	6	**11**
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması. *(f)*	4	4	8	10	12	**38**
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması. *(f)*	-	-	-	-	-	**0**
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi. *(f)*	4	2	6	-	2	**14**
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi. *(f)*	-	-	-	2	1	**3**
Toplam*(f)*	**8**	**7**	**14**	**16**	**21**	

Tablo 4.8 incelendiğinde, Deniz Öğretmen'in, bilişsel talep düzeyini düşüren davranışlardan en fazla *öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması* davranışını sergilediği görülmektedir. Bu durum, uygulama sırasında öğretmenin sıklıkla sorduğu kapalı uçlu ve tek yanıtlı sorular ile kendini göstermektedir. Böyle bir durumda hem öğrencilerden beklenen bilişsel talep hem de ilişkili olarak öğrencilerin uygulamaya geçirdiği bilişsel süreçlerin düzeyi düşmektedir. Aşağıdaki örnekte Deniz Öğretmen'in sonucun doğruluğuna odaklandığı bir ders bölümü yer almaktadır:

Deniz Öğretmen: Ceylin'ciğim sen bana 2/2 kesrini sayı doğrusunda gösterir misin? bunu için sana raptiye vereceğim ortaları çizmeye gerek yok sadece raptiye koyacaksın yani şu şekilde raptiyelerle yapacağız. Mesela kaça böleceksin şimdi? Örnek veriyorum bir tane ben göstereyim, bir bütünü kaç eşit parçaya böleceğim?
Bazı Öğrenciler: 2
Deniz Öğretmen: Nereden anlamıştık?
Bazı Öğrenciler: Paydaya baktık.
Deniz Öğretmen: Paydaya bakmıştık. İki demek ne demekti?
Ceylin: Yarım
Deniz Öğretmen: Yarım demekti değil mi? ve şunu söylüyorum size dokuza ya da sekize bölerken ilk önce her zaman ikiye bölün daha sonra o ikiye böldüklerinizin üzerinden gidin, o zaman daha eşit paylaştırmış olursunuz. Yarısı demek tahminen şuralarda bir yerlerdedir. Doğru mu?
Ceylin: Evet
Deniz Öğretmen: Şimdi iki eşit parçaya böldüm mü? sıfırla bir arasını
Bazı Öğrenciler: Evet
Deniz Öğretmen: Evet, sıfırla bir arasını iki eşit parçaya böldüm. Peki bu nasıl bir kesirdi?
Ceylin: Bileşik
Selin: Basit
Sarp: Bir tam
Deniz Öğretmen: Yerine bir koyayım
Haluk: Bileşik tam
Deniz Öğretmen: Şurası 0/2 midir? 0/2, peki şurası bu noktanın kesir değeri?
Ceylin: 0/1
Berk: Öğretmenim 2/1
Rengin: İkide bir
Deniz Öğretmen: Bu olmasın? Peki iki bölü iki neresi? Şurası mıdır?
Ceylin: Evet
Deniz Öğretmen: Oldu mu? Yani bir bütünü kaç eşit parçaya böldüm?
Ceylin: İki
Deniz Öğretmen: Kaçıncıya gitmem gerekiyor?
Ceylin: İki
Deniz Öğretmen: Peki şu aralıklara ne diyelim? Şu iki aralığa ne diyelim? Oraya da bir şey yapıştıralım.
Ceylin: Aralık
Selin: Boşluk
Deniz Öğretmen: Onlar neydi, neydi onlar?
Ceylin: Kesrin bölündüğü
Bazı Öğrenciler: Birim kesir
Deniz Öğretmen: Birim kesir. Yani bu aralık bu mudur?
Ceylin: Evet
Deniz Öğretmen: Yani iki eşit aralık değerleri birim kesir değerinde değil mi?

Bu örnekte Deniz Öğretmen, sorduğu oldukça yönlendirici sorularla öğrencilere doğru yanıtı buldurmaya çalışmıştır. Bunun sonucunda, öğrenciler, tartışma sürecine evet,

hayır ya da tek kelimelik yanıtlarla dâhil olmak durumunda kalmışlardır. Süreç içerisinde birim kesir, sıfır noktasının kesirle gösterimi, sayı doğrusundaki aralıklara verilen kesir değeri vb. kavramlarla ilgili tartışılabilecekken Deniz Öğretmen, sürecin doğru bir şekilde ilerlemesi için öğrencilerden gelecek anlık doğru yanıtlara odaklanmıştır. Bu nedenle, öğretmen, öğrencilerden gelen "bileşik tam", "boşluk", "kesrin bölündüğü" vb. eksik ya da hatalı yorumları görmezden gelmiş, bu yorumların üzerine kavramsal bir tartışma bağlamında gidememiştir. Nitekim, Deniz Öğretmen'in bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlardan sıklıkla gösterdiği bir diğer davranış da *öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi* davranışıdır.

Deniz Öğretmen'in bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesinde *sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması* konusunda hiç sorun yaşamamıştır. Bu durumun nedeni olarak, Şube 1'de olduğu gibi, öğretmen ve öğrencilerin birbirlerini iyi tanımaları ve kendilerinden beklenenleri farkında olmaları gösterilebilir.

4.1.3. Araştırmanın Birinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet

Bu bölümde, Şube 1 ve Şube 2'ye ilişkin bulgular seçilen matematiksel görevler, matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin ders süresince uğradığı değişimler ve bilişsel talep düzeylerinin değişimi ile ilgili olan davranışlar başlıkları altında özetlenerek Tablo 4.9'da sunulmuştur.

Tablo 4.9: Araştırmanın Birinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet Tablo

	Şube 1	**Şube 2**
Seçilen matematiksel görevler	Armağan Öğretmen'in seçtiği görevlerin yarısına yakını bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey sayılan bağlantılı prosedürler düzeyindedir (%44). Armağan Öğretmen'in seçtiği görevlerin geri kalanı bilişsel talep düzeyi olarak alt düzey sayılan bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindedir (%56).	Deniz Öğretmen'in seçtiği görevlerin bir tanesi bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey sayılan bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindedir (%20). Deniz Öğretmen'in seçtiği görevlerin geri kalanı bilişsel talep düzeyi olarak alt düzey sayılan bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindedir (%80).
Matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin ders süresince uğradığı değişimler	Armağan Öğretmen uyguladığı görevlerin çoğunluğunda görevlerin bilişsel talep düzeyini sürdürmüş ya da yükseltmiştir (%78). Armağan Öğretmen'in düzeyini sürdürdüğü görevlerin iki tanesi bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey sayılan bağlantılı prosedürler seviyesindedir. Düzeyi uygulama ve sunum aşamasında aynı kalan diğer görevler ise bilişsel talep düzeyi olarak alt düzey kabul edilen bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindedir. Armağan Öğretmen bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindeki bir görevin düzeyini ise bağlantılı prosedürler düzeyine yükseltmiştir. Armağan Öğretmen iki görevin düzeyini bağlantılı prosedürler düzeyinden bağlantılı olmayan prosedürler düzeyine düşürmüştür.	Deniz Öğretmen uyguladığı görevlerin yarısına yakının bilişsel talep düzeyini sürdürmüştür (%40). Deniz Öğretmenin düzeyini sürdürdüğü görevlerin her ikisi de bilişsel talep düzeyi olarak alt düzey sayılan bağlantılı olmayan prosedürler seviyesindedir. Deniz Öğretmen üç görevin düzeyini düşürmüştür. Bu görevlerden biri bağlantılı prosedürler düzeyinden, ezberleme düzeyine, ikisi bağlantılı olmayan prosedürler düzeyinden ezberleme düzeyine düşmüştür.

Tablo 4.9 - devam

Bilişsel talep düzeylerinin değişimi ile ilgili olan faktörler	Bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesini sağlayan davranışlar	Armağan Öğretmen en fazla *öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi* davranışını kullanmıştır. Armağan Öğretmen en az *öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsat verilmesi* davranışını kullanmıştır. Armağan Öğretmen bilişsel talebin sürdürülmesine yönelik olarak belirlenen davranışların tamamını en az bir kere sergilemiştir. Armağan Öğretmen'in bilişsel talebin değişmesine neden olan davranışlarından %67'si bilişsel talebin sürdürülmesine yönelik davranışlardır.	Deniz Öğretmen en fazla *öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi* davranışını kullanmıştır. Deniz Öğretmen en az *öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsat verilmesi* ile *öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması* davranışlarını sergilemiştir. Deniz Öğretmen *yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi* ile davranışını hiç sergilememiştir. Deniz Öğretmen'in bilişsel talebin değişmesine neden olan davranışlarından %41'i bilişsel talebin sürdürülmesine yönelik davranışlardır.
	Bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlar	Armağan Öğretmen bilişsel talebi düşüren davranışlardan en fazla *öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması* davranışını sergilemiştir. Armağan Öğretmen bilişsel talebi düşüren davranışlardan en az *görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması* davranışını sergilemiştir. Armağan Öğretmen uyguladığı görevler boyunca *sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve*	Deniz Öğretmen bilişsel talebi düşüren davranışlardan en fazla *öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması* davranışını sergilemiştir. Deniz Öğretmen bilişsel talebi düşüren davranışlardan en az *görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi* davranışını sergilemiştir.

Tablo 4.9 - devam

Bilişsel talep düzeylerinin değişimi ile ilgili olan faktörler (devam)		*odaklanmasını zorlaştırması* bakımından hiç sorun yaşamamıştır. Armağan Öğretmen'in bilişsel talebin değişmesine neden olan davranışlarından %33'ü bilişsel talebin düşmesine neden olan davranışlardır.	Deniz Öğretmen uyguladığı görevler boyunca *sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması* bakımından hiç sorun yaşamamıştır. Deniz Öğretmen'in bilişsel talebin değişmesine neden olan davranışlarından %59'u bilişsel talebin düşmesine neden olan davranışlardır.

4.2. Araştırmanın İkinci Alt Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi bağlamında, matematiksel iletişim ortamının sağlanmasında öğretmenler hangi davranışları ve hangi soru türlerini kullanmaktadırlar?, sorusuna yanıt aranmıştır. Bu sorunun yanıtı için öncelikle öğretmenlerin matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışları, sonrasında ise matematiksel tartışmalar esnasında kullandıkları soru türlerine ilişkin bulgular sunulmuştur.

Söz konusu alt probleme ilişkin bulgulara sınıf gözlemlerine ilişkin veriler aracılığıyla ulaşılmış ve her iki şube için ayrı ayrı durum analizi yapılmıştır. Bölüm sonunda her iki şube için elde edilen bulgular özetlenmiştir.

4.2.1. Araştırmanın ikinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 1

Bu bölümde Şube 1 sınıf öğretmeni Armağan Öğretmen'in matematiksel iletişim ortamını sağlamak üzere sergilediği davranışlar ve kullandığı sorulara ilişkin bulgular sunulmuştur.

4.2.1.1. Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar

Armağan Öğretmen'in sınıftaki matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik gerçekleştirdiği davranışlar ilgili davranışın tüm görevler boyunca sergilenme frekansı verilerek Tablo 4.10'da sunulmuştur.

Tablo 4.10: Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	**MG1**	**MG2**	**MG3**	**MG4**	**MG5**	**MG6**	**MG7**	**MG8**	**MG9**	**Toplam**
2A1. Yeniden seslendirme *(f)*	3	12	3	2	8	16	28	11	2	**85**
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma (*f)*	-	-	-	-	-	-	-	-	-	**0**
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme *(f)*	1	2	2	-	-	2	5	3	-	**15**
2A4. Daha fazla katılım için destekleme (*f)*	1	5	-	-	3	3	6	5	-	**23**
Toplam *(f)*	**5**	**19**	**5**	**2**	**11**	**21**	**39**	**19**	**2**	

Tablo 4.10'da sunulan bilgiler ışığında Armağan Öğretmen'in en fazla kullandığı davranışın *yeniden seslendirme* olduğu görülmektedir. Armağan Öğretmen tüm görevlerde en az bir defa yeniden seslendirme davranışını kullanmıştır. Bu durum, çoğunlukla, tartışmalarda, öğrenciler tarafından ifade edilen fikirlerin öğretmen tarafından üzerinde daha fazla konuşulmak üzere tekrarlanması şeklinde kendini göstermiştir. Aşağıda Armağan Öğretmen'in yeniden seslendirmeyi kullandığı bir ders bölümü örnek olarak sunulmuştur:

> *Özlem:* Dokuz bölü sekizi seçerim çünkü dokuz bölü sekiz bir tamla birlikte diğerinden de biraz alıyoruz.
> *Armağan Öğretmen:* İkinci bütünden tekrar pay alıyoruz diyorsun. Evet.
> *Nehir: Bence* de dokuz bölü sekiz, çünkü o ip bize yetmiyor dokuz tane almamız gerekiyor, bir tane daha alıyoruz, o yüzden daha çok.
> *Beste:* Özlem ve Nehir'in dediği gibi, buradaki bütün kesirlerin paydaları aynı. Dokuz bölü sekiz diyorum çünkü burada bir tamı almışız o yetmemiş bir tane daha tam almışız, ama diğerlerinde hep bir tam var, o yüzden daha büyük.

Bu örnekte Armağan Öğretmen Özlem'in düşüncesini yüksek sesle tekrarlamış, bu düşünceye katıldığını farklı ifadelerle dile getiren Nehir'in sonrasında, Beste hem Nehir'in hem de Özlem'in düşüncelerine katıldığını ifade etmiş ve gerekli açıklamayı yapmıştır. Bu noktada, öğretmenin bir öğrencinin düşüncesini yüksek sesle tekrarlaması, diğer öğrencilerin bu düşünceye katıldıklarını farklı cümlelerle ifade etmelerini ve tartışmanın devam etmesini desteklemiştir.

Armağan Öğretmen'in matematiksel iletişimin arttırılmasına yönelik en az kullandığı davranış ise *düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme* davranışı olmuştur. *Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma* davranışı ise Armağan Öğretmen tarafından hiç sergilenmemiştir.

4.2.1.2.Soru Türleri

Sınıf içi matematiksel iletişim çerçevesinde Armağan Öğretmen'in öğrencilere yönlendirdiği soru türlerine ilişkin frekans bilgileri Tablo 4.11'de yer almaktadır.

Tablo 4.11: Soru Türleri

Soru Türleri	**MG1**	**MG2**	**MG3**	**MG4**	**MG5**	**MG6**	**MG7**	**MG8**	**MG9**	**Toplam**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik *(f)*	19	3	11	2	14	10	17	9	9	**94**
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik *(f)*	4	-	-	-	3	-	3	2	1	**13**
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik (*f)*	2	-	1	-	-	-	7	2	2	**14**
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik *(f)*	1	2	2	-	-	3	16	3	1	**28**
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme) *(f)*	1	-	2	-	-	2	4	1	-	**10**
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik *(f)*	-	-	-	-	-	-	1	-	-	**1**
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik *(f)*	-	2	2	-	-	-	-	1	-	**5**
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik *(f)*	-	-	1	-	-	-	1	-	-	**2**
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik *(f)*	1	1	-	-	-	1	-	-	-	**3**
Toplam *(f)*	**28**	**8**	**19**	**2**	**17**	**16**	**49**	**18**	**13**	

Tablo 4.11'de sunulan bilgiler incelendiğinde Armağan Öğretmen'in en fazla kullandığı iki soru türünün *bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik* ve *öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik* sorular olduğu görülmektedir. Armağan Öğretmen bilgi toplamaya yönelik soruları diğer soru türlerine oranla oldukça fazla kullanmaktadır. Aşağıda öğretmenin bu soru türünü kullandığı bir diyalog örneği sunulmuştur:

Armağan Öğretmen: Parçaları. Peki hepsinin paydası kaç?
Mete: Sekiz
Armağan Öğretmen: Hepsinin paydası eşit değil mi?
Mete: Evet
Armağan Öğretmen: Paydalar eşit mi? Eşit. Ne farklı burada?
Mete: Pay
Armağan Öğretmen: Paylar farklı

Bu örnekte, Armağan Öğretmen'in bir işlem bağlamında sorduğu tek yanıtlı ve kapalı uçlu sorular görülebilmektedir. Öğrenciler de beklenen şekilde sorulara tek kelimelik yanıtlar vermişlerdir.

Öğrencilerin düşüncelerini açımlamaya yönelik sorulara ilişkin bir örnek bölüm ise aşağıda sunulmuştur:

Nehir: 1/2'nin bir tane parçası ¼'ün iki tane parçasına eşittir.
Armağan Öğretmen: Hmm, buradan nereye geldi?
Nehir: 1/2'nin bir parçası, 1/4'ün iki parçasına eşittir.
Armağan Öğretmen: Neden öyle düşündün?
Nehir: Öyle düşündüm çünkü hepsinin normalde parçalar bölünmemiş bütün hali aynı ama farklı parçalara bölündüğü için bir tanesi daha fazla bir tanesi daha az olabilir.

Bu örnekte Armağan Öğretmen Nehir'in denk kesirlerle ilgili ulaştığı bir sonucu açıklamasını desteklemek için neden bu şekilde düşündüğünü sormuş, Nehir ise bu soruya yanıt vermek için düşüncesini daha da açmaya ve farklı bir şekilde ifade etmeye çalışmıştır.

Armağan Öğretmen'in en az kullandığı soru türleri ise *bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik sorular* ile *yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik* sorulardır. Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine yönelik davranışlarına bakıldığında da kavramsal bağlantıları daha az kurduğu görülmektedir. Şube 1 öğrencileri çoğunlukla görev odaklı bir biçimde çalışabildikleri ve konuşabildikleri için Armağan Öğretmen'in *yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik* sorulara çok fazla ihtiyaç duymadığı söylenebilir.

4.2.2. Araştırmanın İkinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 2

Bu bölümde Şube 2 sınıf öğretmeni Deniz Öğretmen'in matematiksel iletişim ortamını sağlamak üzere sergilediği davranışlar ve kullandığı sorulara ilişkin bulgular sunulmuştur.

4.2.2.1.Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar

Deniz Öğretmen'in sınıftaki matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik gerçekleştirdiği davranışlara ilişkin frekans bilgileri Tablo 4.12'de sunulmuştur.

Tablo 4.12: Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	**MG1**	**MG2**	**MG3**	**MG4**	**MG5**	**Toplam**
2A1. Yeniden seslendirme *(f)*	7	3	15	14	15	**54**
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma *(f)*	-	-	-	-	-	**-**
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme *(f)*	1	1	5	-	4	**11**
2A4. Daha fazla katılım için destekleme (*f)*	4	4	8	3	6	**25**
Toplam *(f)*	**12**	**8**	**28**	**17**	**25**	

Tablo 4.12'de sunulan bulgular ışığında Deniz Öğretmen'in en fazla kullandığı davranışın *yeniden seslendirme* olduğu görülmektedir. Deniz Öğretmen yeniden seslendirmeyi kimi zaman öğrencilerin düşünme süreçlerini sürdürmek, kimi zamansa sadece söylenenleri tekrarlamak amacıyla kullanmıştır. Aşağıda Deniz Öğretmen'in yeniden seslendirmeyi kullandığı bir ders bölümü örnek olarak sunulmuştur:

Deniz Öğretmen: Peki şimdi a şıkkından itibaren çözmeye çalışalım, biz kesirleri nasıl gösteriyorduk?
Haluk: Sayı doğrusu
Deniz Öğretmen: Melek?
Melek: Sayı doğrusunda ya da modelle
Deniz Öğretmen: Modelle
Melek: Evet
Deniz Öğretmen: Peki hangisini yapmak daha mantıklı şu anda bu soruları çözebilmemiz için. Model mi sayı doğrusu üzerinde mi?
Melek: Modelle
Deniz Öğretmen: Modelle, o zaman beraber yapıyoruz ilk önce a şıkkından başlayalım. A şıkkı ilk önce modelimizi çizelim ne yapıyoruz? Toplam bütün var mı?
Sertaç: Var
Deniz Öğretmen: nedir bütünümüz?

Sertaç: 54
Deniz Öğretmen: bütün? 54 bu bütünü aldım. (modeli çiziyor) bunun tamamı kaçtı bütünün?
Bazı Öğrenciler: 54
Deniz Öğretmen: 54. Şimdi bu bütünü kaç eşit parçaya böleceğiz?

Bu örnekte Deniz Öğretmen'in yeniden seslendirme davranışını kullandığı görülmektedir. Ancak, yapılan yeniden seslendirmeler sadece öğrencinin söylediğini tekrarlamak niteliğinde gerçekleşmiş, büyük grup tartışmasında düşüncenin gelişmesi bakımından herhangi bir katkıda bulunmamıştır.

Deniz Öğretmen'in matematiksel iletişimin arttırılmasına yönelik en az kullandığı davranış ise *düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme* davranışı olmuştur. Deniz Öğretmen'in *başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma* davranışını ise tüm görevler boyunca hiç kullanmadığı bulunmuştur.

4.2.2.2. Soru Türleri

Sınıf içi matematiksel iletişim çerçevesinde Deniz Öğretmen'in öğrencilere yönlendirdiği soru türlerine ilişkin frekans bilgileri ise Tablo 4.13'te yer almaktadır.

Tablo 4.13: Soru Türleri

Soru Türleri	**MG1**	**MG2**	**MG3**	**MG4**	**MG5**	**Toplam**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik *(f)*	20	5	20	43	45	**133**
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik *(f)*	3	-	-	-	-	**3**
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik *(f)*	3	-	2	-	1	**6**
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik *(f)*	1	-	8	2	9	**20**
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme) *(f)*	1	2	3	1	6	**13**
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik *(f)*	-	-	-	-	-	**0**
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik *(f)*	-	-	-	1	-	**1**
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik *(f)*	-	-	-	-	-	**0**
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik *(f)*	-	1	-	-	-	**1**
Toplam *(f)*	**28**	**8**	**33**	**47**	**61**	

Tablo 4.13'te sunulan bilgiler incelendiğinde Deniz Öğretmen'in en fazla kullandığı iki soru türünün *bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik* ve *öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik* sorular olduğu görülmektedir. Deniz Öğretmen bilgi toplamaya yönelik soruları diğer soru türlerine oranla oldukça fazla kullanmıştır. Aşağıda öğretmenin bu soru türünü kullandığı bir diyalog örneği sunulmuştur:

Kutay: 228'i dörde böleceğiz.
Deniz Öğretmen: Neden? İndir parmakları, neden?
Kutay: Çünkü dört tanesinden birini almışız.
Deniz Öğretmen: Peki neyi bulacağız bu yaptığımız işlemle
Kutay: Dörtte birini
Deniz Öğretmen: Peki başka, sonra cevabı bu mu?
Kutay: Bulduğumuz sayıyı altıya böleceğiz.
Deniz Öğretmen: Neden?
Kutay: Çünkü altı eşit parçaya bölünmüş.
Deniz Öğretmen: Sonra?
Kutay: bulduğumuz sonuçla ikiyi çarpacağız
Deniz Öğretmen: Bulduğumuz sonuç bize neyi verecek?
Kutay: Altıda ikisini
Deniz Öğretmen: Altıda ikisini sonra?
Kutay: Bu ikisini toplayacağız.

Bu örnekte Deniz Öğretmen bir problem bağlamında, öğrenciyi bilgi toplamaya yönelik, kapalı uçlu sorularla yönlendirmiştir. Başka bir deyişle, Deniz Öğretmen, bu ders bölümündeki öğretimini sorularla yapılandırmıştır.

Deniz Öğretmen'in en az kullandığı soru türleri ise *düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik* ve *bağlam oluşturmaya yönelik* sorulardır. *Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik* ve *yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik* sorular ise tüm görevler boyunca Deniz Öğretmen tarafından hiç kullanılmamıştır.

4.2.3. Araştırmanın İkinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet

Bu bölümde, Şube 1 ve Şube 2'ye ilişkin matematiksel iletişim ortamı bağlamında elde edilen bulgular özetlenerek Tablo 4.14'te sunulmuştur.

Tablo 4.14: Araştırmanın İkinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet Tablo

	Şube 1	**Şube 2**
Matematiksel iletişimin arttırılmasına yönelik davranışlar	Armağan Öğretmen en fazla *yeniden seslendirme* davranışını kullanmıştır. *Yeniden seslendirme* davranışı çoğunlukla tartışmanın devamına yönelik bir biçimde uygulanmıştır. Armağan Öğretmen en az *düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme* davranışını kullanmıştır. Armağan Öğretmen *başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma* davranışını hiç kullanmamıştır. Armağan Öğretmen uyguladığı görevler boyunca, matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışların üçünü hayata geçirmiştir.	Deniz Öğretmen en fazla *yeniden seslendirme* davranışını kullanmıştır. *Yeniden seslendirme* davranışı çoğunlukla öğrencilerin söylediklerini tekrarlama amaçlı kullanmıştır. Deniz Öğretmen en az *düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme* davranışını kullanmıştır. Deniz Öğretmen *başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma* davranışını hiç kullanmamıştır. Deniz öğretmen uyguladığı görevler boyunca, matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışların üçünü hayata geçirmiştir.
Soru türleri	Armağan Öğretmen en fazla *bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik* soruları kullanmıştır. Bu soru türünü takiben *öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik* soruları gelmektedir. Armağan Öğretmen en az *bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik* soruları kullanmıştır. Armağan Öğretmen uyguladığı görevler boyunca her soru türünden en az bir adet kullanmıştır.	Deniz Öğretmen en fazla *bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik* soruları kullanmıştır. Bu soru türünü takiben *öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik* soruları gelmektedir. Deniz Öğretmen en az *düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik* ve *bağlam oluşturmaya yönelik* soruları kullanmıştır. Deniz Öğretmen uyguladığı görevler boyunca *bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik* ile *yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik* soruları hiç kullanmamıştır.

4.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular

Bu bölümde araştırmaya katılan öğretmenlerin dersler sırasında uyguladıkları matematiksel görevler ders sürecinde uğradığı değişimler çerçevesinde incelenmiştir. Ders sürecindeki değişimlerine göre matematiksel görevler gruplandırılarak her bir kategori için örnek bir matematiksel görev sunulmuştur. Bu şekilde, bir matematiksel görevin ders süresince etkili bir şekilde uygulanabilmesine ilişkin araştırma kapsamında ele alınan değişkenler birbirleriyle ilişkili bir biçimde incelenebilmiştir.

4.3.1. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular -Şube 1

Araştırmanın birinci alt probleminde de ele alındığı üzere, sınıf gözlemlerinden elde edilen verilere göre, Armağan Öğretmen'in uyguladığı matematiksel görevler, ders süreci içerisindeki uğradığı değişimlere göre aşağıdaki kategorileri oluşturmuştur:

- *Bilişsel talep düzeyi yükselen görevler*
  - Düşük düzeyde başlayıp sunum ve uygulama aşamasında düzeyi yükselen görevler: MG7
- *Bilişsel talep düzeyi sürdürülen görevler*
  - Yüksek düzeyde başlayıp yüksek düzeyde devam eden görevler: MG2 ve MG6
  - Düşük düzey başlayıp düşük düzeyde devam eden görevler: MG1, MG3, MG5, MG9
- *Bilişsel talep düzeyi düşen görevler*
  - Yüksek düzeyde başlayıp sunum aşamasında düzeyi düşen görevler: MG4
  - Yüksek düzeyde başlayıp uygulama aşamasında düzeyi düşen görevler: MG8

Bu bölümde, söz konusu tüm görevler bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramları çerçevesinde analiz edilmiş ve her kategoriden bir matematiksel görev analizi örnek olarak sunulmuştur.

4.3.1.1. Bilişsel Talep Düzeyi Yükselen Görevler

Düşük bilişsel talep düzeyi ile başlayıp sunum ve uygulama aşamasında düzeyi yükselen görevler: Armağan Öğretmen, öğretim materyali üzerinde düşük düzeye sahip olan bir görevin bilişsel talep düzeyini sunum ve uygulama aşamalarında

yükseltmiştir. Bu yükselmenin nedeninin Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyini sürdürmek için kullandığı davranışlar ve oluşturduğu verimli matematiksel iletişim ortamı olduğu düşünülmektedir. Bu durum kendini ilgili değişkenlere yönelik davranış sayılarında da göstermektedir.

Armağan Öğretmen, bilişsel talep düzeyini yükseltmek ve öğrencileri kavramlar arasındaki ilişkilerin konuşulduğu tartışmalara katılmaya cesaretlendirmek için çaba sarf etmiştir. Ancak, diğer yandan yapılan kimi tartışmalarda öğretmenin kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgisinin yeterli gelmemesi sebebiyle, kavramsal olarak eksik veya hatalı yönlendirmeler olabilmiştir. Söz konusu görevde Armağan Öğretmen kendi zihnindeki denk kesir kavramı ve açıklamasını öğrencilere sorgulatarak buldurmaya çalışmış, öğrencilerin bu açıklamanın dışına çıkarak daha derinlemesine anlayışlara ulaşabilecekleri bir alan oluşturmakta bazı noktalarda yetersiz kalabilmiştir.

Armağan Öğretmen'in bağlantılı olmayan prosedürler düzeyinde seçtiği, ancak sunum ve uygulama aşamalarında bağlantılı prosedürler düzeyine yükselttiği MG7 görevi aşağıda sunulmuştur.

MG7. Alan modelleri yardımıyla karşılaştırma yapma: Bu görevde Armağan Öğretmen çocuklara üzerinde bir tamı gösteren ve farklı parçalara bölünmüş alan modellerinin bulunduğu bir çalışma kâğıdı dağıtmıştır. Öğrencilerden, verilen alan modellerinin önce birer parçasını, sonra ikişer parçasını boyamalarını istemiştir. Bu şekilde, öğrencileri, payları eşit, paydaları farklı olan kesirlerde sıralama kuralını bulmaları konusunda yönlendirmiştir. Öğretim materyali üzerinde yer alan şekliyle görev, öğretmenin yaptığı yönlendirmeler doğrultusunda öğrencilerin süreçle ilgili bir sorgulama yapmadan boyamaları gerçekleştirmesi ve taranan bölgelerin büyüklüklerinden yola çıkarak kesirleri karşılaştırmasını içermektedir. Bu haliyle öğrencilerin fazlaca bir bilişsel çabaya ihtiyaç duymadan tamamlayabilecekleri bir nitelik taşımaktadır ve bu nedenle bilişsel talep düzeyi olarak bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyinde değerlendirilmiştir. Matematiksel görevin bilişsel talep düzeyi Armağan Öğretmen'in görevi öğrencilere sunması ve uygulamayı yönlendirmesi aşamalarında artmış ve bağlantılı prosedürler (3) düzeyine yükselmiştir.

Armağan Öğretmen'in ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 4.15'de sunulmuştur:

Tablo 4.15: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG7)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	13
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	1
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	5
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	15
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	3
Toplam	**37 (%75)**
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	-
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	6
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	4
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	2
Toplam	**12 (%25)**

Bilişsel talep düzeyini düşüren ve yükselten davranışlara bakıldığında eldeki matematiksel görevde Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine yönelik davranışlarının, düzeyin düşmesine neden olan davranışlarından oldukça fazla olduğu görülmektedir. Buna ek olarak, ilgili matematiksel görevin, Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesinde etkili olan davranışları en fazla kullandığı görev olması da göze çarpmaktadır. Diğer bir deyişle, Armağan Öğretmen'in bu görev kapsamında kullandığı söz konusu davranışlar sayı ve çeşitlilik bakımından diğer görevlerden daha üstün konumdadır. Bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine yol açan davranışlar bakımından Armağan Öğretmen'in en fazla sergilediği davranış, *öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi* (1A4) davranışı olmuştur. Bu davranışı Armağan Öğretmen'in diğer görevlerde en fazla sergilediği *öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi* (1A1) davranışı takip etmiştir. Diğer

görevlerden farklı olarak öğretmen, eldeki görevde, bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik diğer tüm davranışları da görev boyunca sergilemiştir. Armağan Öğretmen matematiksel tartışmalar kapsamında, belli noktalarda öğrencileri *kavramsal bağlantılar kurmaya* (1A5) da yönlendirmiştir. Aşağıdaki ders bölümünde bu duruma ilişkin örnek bir tartışma yer almaktadır:

> *Özlem:* Öğretmenim hepsi yarısını gösteriyor.
> *Armağan Öğretmen*: Hepsi yarısını gösterdiği için eşittir diyorsunuz.
> *Mete:* Öğretmenim, neydi paydaları, öğretmenim onların hepsi çift sayı
> *Armağan Öğretmen*: Nehir bir şey söyleyecek, bir dakika
> *Nehir:* Öğretmenim bence eşit olmasının bir sebebi daha var, hani başta demiştim ya ben bunların hepsi aynı santimetreye gelecek,
> *Armağan Öğretmen*: Santimetre, hıı kesir şeritleri, hepsi aynı boyda
> *Nehir:* Evet, hepsinin yarısı mesela bir bütün bunu ikiye böldüğümüzde bu bütünün yarısı oluyor ve bütünün yarısını böyle devam ettirdiğimizde bütün çizgiler aynı ve aynı olduğu için hepsi yarısı aynı olur.
> *Armağan Öğretmen*: Yani iki bölü dört altıda üçe eşittir, diyebiliyor muyuz?
> *Evren:* Evet
> *Armağan Öğretmen*: Diyebiliyoruz dedin.
> *Evren*: Bunların eşit olmasında bence bunun hepsini ikiye bölerek buldum ve…
> *Armağan Öğretmen*: ikiye bölerek buldun
> *Evren*: Evet, öğretmenim ikiye bölerek...
> *Armağan Öğretmen*: Peki şöyle dersem, iki bölü dört ya da dörtte iki, bu iki kesir için ne diyebilirim?
> *Evren:* Eşit
> *Armağan Öğretmen*: Eşit diyorum ama buna da eşit diyorum, bu 3/6 bu 2/4, benim kafam karıştı
> *Evren:* Bu bundan iki fazla olsa da ya da bu bundan bir fazla olsa da
> *Armağan Öğretmen*: Sonuçta, bununla bu kesirle bu kesir yarısı olduğu için eşit. Bütünün yarısı olduğu için eşit sayılırlar diyorsunuz.

Bu örnekte öğretmen, öğrencilerden yarımı gösteren tüm kesirlerin kesir şeritlerinde nasıl aynı büyüklükte olabileceğini düşünmelerini istemiştir. Bununla birlikte konuşmanın içerisinde yarım, bütün, eşit vb. kavramlarla ilişkileri üzerinden denk kesir kavramını öğrencilere buldurtmaya çalışmıştır. Öğrenciler bu noktada, kesirlerin parça/bütün anlamından hareket ettikleri için, farklı sayılarla ifade edilen kesirlerin nasıl eşit büyüklükleri gösterebileceğini, bir kesir sayısının oransal, göreceli büyüklükleri nasıl ifade edebileceğini anlamakta zorluk yaşamışlardır. Armağan Öğretmen, bu noktada konunun daha çok üstüne gidebilir, bütünlerin büyüklükleri farklı olduğunda, yarımı ifade eden iki kesrin, alan modeli ile gösterildiğinde farklı büyüklükte olabileceği vb. örnekler üzerinden kesirlerin oran anlamı hakkında öğrencilerde bir farkındalık geliştirebilirdi. Ancak, Armağan Öğretmen'in bu konudaki bilgisi görev boyunca ilgili tartışmaları bu anlamda sürdürmek için yeterli gelmemiş, öğrencilere kurdurmaya çalıştığı kavramsal bağlantı, "farklı sayılarla ifade edilen fakat aynı büyüklükleri gösteren kesirlere denk kesirler denir" ifadesi ile sınırlı kalmıştır.

Bilişsel talep düzeyini düşüren davranışlar incelendiğinde ise Armağan Öğretmen'in bu bölümde ele alınan diğer görevlere göre daha fazla davranış sergilediği görülmüştür. Bunun nedeni, Armağan Öğretmen'in öğrencileri düşünmeye, kavramlar üzerinde konuşturmaya yönelik gayretine rağmen kavramlar hakkındaki kendi bilgisinin belli noktalarda yeterli gelmemesi ile açıklanabilir. Bu durum, en fazla *öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması* (1B2) olmak üzere, *öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi* (1B4) *ve görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi* (1B5) davranışlarının sergilenmesine neden olmuştur. Örneğin, aşağıdaki bölümde Armağan Öğretmen öğrencileri kendilerini ifade etmesi yönünde desteklemiş, ancak öğrencilerin kurdukları kavramsal bağlantıları yeterli düzeyde takip edemediği için denk kesir kavramı üzerinde getirdikleri yorumların üzerine gidememiştir.

> *Armağan Öğretmen:* Aynı bütün diyorsun, birini altıya böldük, paylar daha küçük ama yarım dediğimiz için eşit oluyor diyorsun.
> *Ümit:* Öğretmenim, şöyle yapamaz mıyız? Mesela şunu atıyorum, bir kare daha buraya çizdik, o zaman aynı yere denk gelmiyor.
> *Armağan Öğretmen*: Nasıl yediye mi bölmüş oluyorsun?
> *Ümit:* Hayır, öyle değil
> *Armağan Öğretmen:* Nasıl?
> *Ümit:* Şimdi biz bunu tam eşit çizdik ya ikisi de üst üste geldi. Peki bunu biraz daha kaydırmış olsan...
> *Armağan Öğretmen:* İşte ama orada...
> *Nehir:* Ama aynı şekil olmaz ki, o zaman aynı şekil olması gerek

Bu örnekte Ümit, bütünler eşit olmadığında ½ ve 3/6 kesirlerinin aynı büyüklüğü göstermeyebileceğini ifade etmiştir. Bu kesirlerin oran alt yapısı ve kesirlerde birim kavramı bakımından oldukça önemli bir ifadedir. Nehir de benzer şekilde, üzerine gidilse önemli bir kavramsal bağlantıya ulaşılacak hatalı bir yorumda bulunmuştur ('*denk kesir olabilmesi için bütünlerin aynı büyüklükte olması gerekir.'*). Armağan Öğretmen bu noktada öğrencilerden gelen bu yorumların üzerine gidememiş ve tartışmayı daha derinlemesine matematiksel anlamlara ulaşacak bir biçimde sürdürememiştir.

Armağan Öğretmen'in sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri ise Tablo 4.16'da yer almaktadır:

Tablo 4.16: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG7)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
2A1. Yeniden seslendirme	28
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme	5
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	6
Toplam	**39**
Soru Türleri	
Soru Türü	**f**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	17
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	3
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	7
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik	16
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	4
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	1
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	-
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	1
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	-
Toplam	**49**

Armağan Öğretmen, matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışları en yoğun bu görevde sergilemiştir. Bu davranışlar arasında en fazla *yeniden seslendirme*yi (2A1) kullanmakla birlikte, *daha fazla katılım için destekleme* (2A4) ile *düşüncelerini arkadaşlarıyla karşılaştırma olanağı verme* (2A3) davranışlarını da sergilemiştir.

Aşağıdaki örnekte öğrencilerin tartışma sırasında fikirlerini ifade ederken birbirlerinin görüşlerini kullandıkları (2A3) bir durum yer almaktadır:

> *Doruk:* ½ daha büyük çünkü paydası en az olan daha büyük oluyor.
> Armağan Öğretmen: Baktığında pay daha büyük göründü. Peki, başka Ümit?
> *Ümit:* Öğretmenim, ama aslında en büyüğü burada 1/1 çünkü, öğretmenim...
> *Armağan Öğretmen*: Bunları söylüyorum ben sana, kesirleri söyle, o bütün zaten
> *Ümit:* Evet
> *Armağan Öğretmen*: Tamam onu demiyoruz
> *Ümit:* Öğretmenim, Doruk'un dediği de bir yerde mantıklı ama, ıı, Doruk'un dediği şuradan mantıklı çünkü, en büyük bir bölü bir olduğu için onun yarısı ikinci en büyük olabilir ama burada paydalarımızın büyüklüğü azalmış.
> *Armağan Öğretmen*: bir daha anlat anlayamadım
> *Ümit:* Buradaki en büyük kesir bir bölü bir yani bir bütün,
> *Armağan Öğretmen*: Bütünü kaça bölünmüş orada
> *Ümit:* Buradaki bütün bire bölünmüş ama
> *Armağan Öğretmen*: Şunu diyorum ben, ikinci bütün kaça bölünmüş?
> *Ümit:* ikinci bütün ikiye bölünmüş
> *Armağan Öğretmen*: Evet
> *Ümit:* bu nedenle en çok bu oluyor, çünkü paydası hem en az olan bu hem de en büyük kesre en yakın olan bu

Armağan Öğretmen: hmm, yani payı daha büyük diyorsun diğerlerinden
Ümit: Paydası daha büyük.
Armağan Öğretmen: Peki.
Ümit: paydası daha küçük, payı daha büyük. Öğretmenim payları eşit
Armağan Öğretmen: Payları eşit evet, hepsinin payları eşit, ama paydası küçük olduğu için daha büyük diyorsun. Peki
Esra: Öğretmenim ben Nehir'in dediği gibi burada bütün paylar farklı ama paydalar aynı şeye boyanmış, her birinden bir tanesini boyamışız.

Bu örnekte öğrenciler, öğretmenin oluşturduğu tartışma ortamı sayesinde birbirlerinin fikirleri üzerine konuşma olanağı bulmuşlardır. Tartışmada öğrencilerin başka arkadaşlarının fikirlerini dayanak olarak aldığı, '*Doruk'un dediği de mantıklı'*, '*Nehir'in dediği gibi*' ifadelerinden anlaşılabilmektedir.

Armağan Öğretmen'in tartışmaları yönlendirirken kullandığı soru türlerine bakıldığında, diğer görevlere göre soru türlerinin daha çok çeşitlendiği görülebilmektedir. Armağan Öğretmen, diğer görevlerle benzer şekilde en fazla *bilgi toplamaya yönelik soruları* (2B1) kullanmıştır. Bu soru türünün yanı sıra, Armağan Öğretmen'in *düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik* (2B4), *matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik* (2B3) ve *tartışmaya yönelik* (2B5) soruları da kullandığı gözlenmiştir. Aşağıdaki örnekte Armağan Öğretmen'in matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye ve düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik sorular kullandığı bir ders bölümü verilmiştir:

Armağan öğretmen: Şimdi birincisinde iki bölü dört dedik, bütünün kaçta kaçını boyadık? Dörtte ikisini boyadık. Diğer kesrimizde… (tüm kesir şeritlerinde yarımı göstermek için kaçta kaçını boyadıklarını tekrarlıyor.) Şimdi ne diyebiliriz? Bununla ilgili ne söyleyebiliriz? Aslı, Emre? Önünüzdekilere bakarak ne söyleyebilirsiniz? Bakın yarısı dediniz az önce değil mi? Hepsi yarısı oluyor.
Özlem: Hepsi yarısı ve şimdi öğretmenim, yine en büyüğü filan mı soracaksınız?
Armağan öğretmen: Burada kesir sayıları farklı bak paydası da farklı payları da farklı, ama bir bütünün hepsi yarısı oluyor diyoruz. Onu nereden anladınız? Onur?
Onur: Hepsi ikiye bölündüğü için
Armağan öğretmen: Ama ikiye bölünmedi ki hepsi, bak 10 parçada beş parçası alınmış, sekizde dördü nasıl (diğer öğrencilere: bir dakika anlatsın) söyle
Onur: Dördü ikiye bölersek iki çıkıyor, altıyı ikiye bölersek üç çıkıyor, ….
Armağan öğretmen: Neden hepsini ikiye böldün
Onur: Çünkü yarısı
Armağan öğretmen: Yarısı olduğu için, yarısını bulmak için. Buradan o zaman bu kesir şöyle nasıl ifade ederiz matematik diliyle konuşursak nasıl ifade edersin. Tamam doğru söyledin, nasıl ifade edersin. Bunun adı neydi? payda bu pay buna göre anlatırsan nasıl anlatırsın? Biraz toparlayamadım diyorsun, düşünün bakalım nasıl söyleriz?
Doruk: Öğretmenim pay paydanın yarısı
Armağan öğretmen: Pay paydanın yarısı olduğu zaman o kesir sayısı bize neyi ifade ediyor, o kesrin yarımı olduğunu tamam.

Bu örnekte Armağan Öğretmen öğrencileri düşüncelerini daha net bir biçimde ifade etmeye teşvik etmek amacıyla sorular yöneltmiş ve yine denk kesir kavramını buldurmak için öğrencilere sorular sormuştur.

4.3.1.2. Bilişsel Talep Düzeyi Sürdürülen Görevler

Yüksek bilişsel talep düzeyiyle başlayıp düzeyi sürdürülen görevler: Armağan Öğretmen, bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey kabul edilen bağlantılı prosedürler düzeyinde başlayan iki görevin bilişsel talep düzeyini sürdürebilmiştir. Armağan Öğretmen, öğrencilerin fikirlerine müdahalede bulunmadan tartışmaları yönetmiş, öğrencileri düşüncelerini açıklamaları yönünde cesaretlendirmiş ve belli noktalarda öğrencileri ilgili görev bağlamında düşünmeye teşvik etmiştir. Bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik gösterdiği davranışların yanı sıra, bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan daha az davranış sergilemiş, bu şekilde, öğrencilerin doğru yanıta ve doğru kavramsal bağlantıya kendilerinin ulaşmasına, kendi ön bilgilerini kullanarak mantıklı tahminlerde bulunmalarına destek olmuştur. Tartışmaları yönetirken öğretmen sıklıkla yeniden seslendirme davranışını olumlu bir biçimde kullanmış, bu sayede öğrenciler arkadaşlarının düşüncelerini daha rahat takip edebilmiş ve tartışmalar kesintisiz bir biçimde ilerleyebilmiştir. Bu noktada, görevlerin üst düzey niteliği nedeniyle öğrencilere sunduğu belirsizlik ve açık uçlu yapı, öğrencilerin ön bilgilerini kullanarak tahminlerde bulunmalarına, farklı yanıtlar üzerinde düşünmelerine ve birbirlerinin görüşlerini dinleyerek fikirlerini gözden geçirmelerine olanak sağlamıştır.

Söz konusu görevler kapsamında Armağan Öğretmen'in kavramsal bağlantıların kurulması bakımından öğrencileri daha fazla destekleyebileceği düşünülmektedir. Ancak, Armağan Öğretmen pedagojik alan bilgisinin de sınırlı olması nedeniyle belli noktalarda, verimli kavramsal tartışmalar yapma ve bu şekilde daha üst düzey matematiksel anlamlara ulaşma olanağını kaçırmıştır.

Armağan Öğretmen'in bağlantılı prosedürler düzeyinde seçtiği ve sunum ile uygulama aşamalarında görevin düzeyini sürdürebildiği iki görevden biri olan MG2 örnek olması bakımından aşağıda sunulmuştur.

MG2. Kaplumbağa örneği ile tahmin etkinliği: Bu görevde Armağan Öğretmen tahtaya, başlangıç ve bitiş noktaları belirlenmiş bir doğru parçası üzerinde belirli bir yere bir kaplumbağa görseli yapıştırmış ve öğrencilerden bu görseli inceleyerek kaplumbağanın yolun kaçta kaçını gitmiş olabileceğini tahmin etmelerini istemiştir. Öğrenciler yaptıkları tahminleri büyük grup ile paylaşmışlardır. İlk tahminlerden sonra, öğretmen kaplumbağanın yerini değiştirerek tartışma sürecini devam ettirmiştir. Görev, belli ölçüde belirsizlik ve açık uçluluk içermesi ve öğrencilerin matematiksel

ilişkileri kullanarak fikir üretmelerini desteklemesi nedeniyle öğretim materyali üzerinde, bilişsel talep düzeyi olarak bağlantılı prosedürler (3) düzeyinde değerlendirilmiştir. Armağan Öğretmen tartışmaları, öğrencilerin düşünme süreçlerini destekleyerek etkili bir biçimde yönetmiş, öğrenciler ise fikirlerini çoğunlukla, ön bilgileriyle ilişkilendirerek ve matematiksel anlamlara odaklanarak belirtmişlerdir. Bu özelliklerinden dolayı, görev sunum ve uygulama aşamalarında düzeyi değişmeden bağlantılı prosedürler (3) düzeyinde devam etmiştir.

Armağan Öğretmen'in ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 4.17'de yer almaktadır:

Tablo 4.17: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG2)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	4
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	2
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	2
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	-
Toplam	**8 (%100)**
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	-
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	-
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	-
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	-
Toplam	**0 (%0)**

Tablodaki veriler ışığında bilişsel talebi sürdüren ve düşüren davranışlar incelendiğinde Armağan Öğretmen'in bilişsel talebi yükselten kimi davranışları sergilediği, bilişsel talebi düşürme yönünde ise herhangi bir davranışta bulunmadığı görülmektedir. Armağan Öğretmen bu görevde en fazla *öğrenciyi düşünmeye yönlendiren davranışları* (1A1) kullanmış, bunun yanı sıra *yüksek düzeyde performansın öğretmen ve öğrenciler tarafından modellenmesi* (1A3) ve *öğrencilerin fikirlerini savunmalarının desteklenmesi* (1A4) davranışlarını da göstermiştir.

Aşağıda, Armağan Öğretmen'in öğrencilerin düşünmelerine ve fikirlerini ifade etmelerine olanak sağladığı bir ders bölümü örnek olarak verilmiştir:

Armağan Öğretmen: Evet, şimdi yolun başlangıcı burası, bitişi burası. Buraya baktığımızda kaplumbağa bu yolun acaba kaçta kaçını gitmiş olabilir? Evet Yağız?
Yağız: Dörtte ikisini ya da üçünü
Armağan Öğretmen: Dörtte ikisini dedin, yani...
Yağız: Yarısını
Armağan Öğretmen: Yarısını. Yani yolu yarılamış diye düşünüyorsun. Peki Nehir?
Nehir: Öğretmenim ben beşte üçünü diyorum.
Armağan Öğretmen: Sen beşte üçünü diyorsun
Melisa: Ben de beşte üçünü diyorum.
Ümit: Sekizde dört
Armağan Öğretmen: Peki sekizde dört aynı zamanda...
Öğrenciler: Yarım
Armağan Öğretmen: Yağız ile söylediğin örtüşüyor mu bak o da dörtte ikisi dedi.
Ümit: Evet, o da yarım. Sekizde dört de yarım ama yukarıyı saydım sekiz tane var, o yüzden sekiz dedim.
Armağan Öğretmen: Ama burası değil. Burası nedir? Bitiş noktası. Biz şuraya bakıyoruz bak, başlangıç noktası burası sıfır, bitiş noktası burası
Ümit: Öğretmenim, ben orası kare olduğu için
Armağan Öğretmen: Peki Aslı?
Aslı: Öğretmenim bence üçte ikisini gitmiş, çünkü Yağız'ın da dediği gibi dörtte ikisini gitseydi tam şurada olması gerekiyordu. (Tahtada gösteriyor)
Armağan Öğretmen: Yarısı burası olur diyorsun. Tam yarım olmamış diye düşünüyorsun. Evet peki Mete?
Mete: Bence bunu bulmanın bir yolu var öğretmenim kenarlardaki kareler var ya öğretmenim, işte öğretmenim onları teker teker yerleştirip böyle ikiye böldüğümüzde, ayy, baktığımızda kaçta kaçı olduğunu bulabiliriz.
Armağan Öğretmen: Burayı diyorsunuz siz değil mi, buraya göre düşündünüz? Neden buraya göre düşündünüz?
Mete: Öğretmenim, çünkü alttaki nokta böyle cetvelle ölçüp sonra ne kadar gittiğini bulacağız, sonra geri kalan yolu da bulacağız.
Armağan Öğretmen: Yani yanlış mı anladım? Şöyle, yolun uzunluğunu bulacaksın önce
Mete: Evet ondan sonra kaplumbağanın ne kadar gittiğini ölçerek bulabilirim.

Bu bölümde Armağan Öğretmen'in öncelikli olarak, öğrencileri sorduğu soru ile ilgili tahminde bulunmaya yönlendirdiği görülebilmektedir. Tahminde bulunurken öğrencileri sınırlamamış, bu nedenle bir süre sonra öğrencilerin kaplumbağanın yerini bulmak için ölçüm yapma, yarım kavramından hareketle düşünme vb. yöntemlerden faydalanarak fikirlerini ifade ettikleri gözlenmiştir. Öğrencileri herhangi bir yönlendirme yapmadan fikirlerini ifade etmelerine izin vermesi olumlu olmakla birlikte, öğretmenin, öğrencilerin düşüncelerindeki kavramsal bağlantıları ortaya çıkarmak için daha fazla çaba sarf etmesinin tartışmanın verimliliğini arttırabileceği düşünülmektedir. Ancak, Tablo 4.17'deki bulgulardan da takip edilebileceği gibi Armağan Öğretmen, bu görevde kavramsal bağlantılar kurma konusunda yetersiz kalmıştır.

Armağan Öğretmen'in bu görev kapsamında öğrencilerin fikirlerini ifade etmelerine izin vermesi, kimi öğrencilerin tahminlerini en iyi şekilde yapabilmek

için önerilerde bulunmasına yol açmıştır. Bu şekilde Armağan Öğretmen'in *yüksek düzeyde performansın öğretmen veya öğrenciler tarafından modellenmesi* (1A3) konusunda da bir olanak sağladığı söylenebilir. Örneğin, aşağıdaki ders bölümünde Armağan Öğretmen farklı şekillerde düşünmeleri yönünde öğrencileri cesaretlendirmiş, bunun sonucunda bir öğrenci akıl yürüterek kaplumbağanın yerinin ölçüm yaparak en iyi şekilde tahmin edileceği konusunda diğer arkadaşlarına model olmuştur:

> *Armağan Öğretmen:* Peki her zaman böyle diyebilir miyiz yoksa daha farklı şekillerde diyebilir miyiz?
> *Ümit:* Öğretmenim az önce dediğimiz yanlıştı, altıda beş yanlıştı çünkü öğretmenim oraya gitsek, orayı beşe bölsek, her bir minik parçayı koysak o zaman daha fazla ya da daha az çıkabilir. Öğretmenim şimdi...
> *Armağan Öğretmen:* Şimdi benim koyduğum yer mi yanlıştı?
> *Ümit:* (cetveli alarak) Orayı beşe bölüyorum, bir tanesi beşte biri olur
> *Armağan Öğretmen: Ümit* şimdi en doğru sonucu ölçüm yaparak bulabileceğimizi mi söylüyor? diğer türlü net sonuçlar söyleyemeyiz diyor.

Armağan Öğretmen'in sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri ise Tablo 4.18'de yer almaktadır:

Tablo 4.18: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG2)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
2A1. Yeniden seslendirme	12
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme	2
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	5
Toplam	**19**
Soru Türleri	
Soru Türü	**f**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	3
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	-
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	-
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik	2
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	-
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	2
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	1
Toplam	**8**

Armağan Öğretmen'in matematiksel iletişimi arttıran davranışlardan en fazla *yeniden seslendirme* (2A1) davranışını sergilediği görülmektedir. Bunun yanı sıra, *daha fazla katılım için destekleme* (2A4) ve *düşüncesini bir arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme* (2A3) matematiksel tartışmaları zenginleştirmek bakımından Armağan Öğretmen'in sergilediği davranışlar arasındadır. "*Yağız ile söylediğin örtüşüyor mu*

bak o da dörtte ikisi dedi" ve "*Özlem'in dediği gibi de olur mu*?" ifadeleri Armağan Öğretmen'in gerçekleştirdiği matematiksel tartışmalar bağlamında, öğrencilerin fikirlerini arkadaşlarınınkiyle karşılaştırma olanağı verdiğinin göstergesi olarak yorumlanabilir.

Armağan Öğretmen'in kullandığı soru türlerine bakıldığında ise *bilgi toplamaya yönelik sorular* (2B1) çoğunlukta olmakla birlikte *öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik* (2B4), *düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik* (2B7) ve *bağlam oluşturmaya yönelik* (2B9) sorulara da görev boyunca yer verdiği görülebilmektedir. Armağan Öğretmen'in, öğrencilerin çizgiyi çoğunlukla dörde bölerek tahminde bulunduklarını fark ederek "*neden hep dört olarak düşünüyoruz? Daha fazla ya da daha az bölemez miyiz?*" şeklindeki sorusu öğrencilerin düşüncelerini genişletmeye yönelik bir soru örneği olarak verilebilir.

Düşük bilişsel talep düzeyi ile başlayıp düzeyi sürdürülen görevler: Bu kategoride ele alınan dört görev, öğretim materyali üzerinde bilişsel talep düzeyi olarak düşük düzey kabul edilen bağlantılı olmayan prosedürler düzeyinde öğretim sürecine başlayarak, sunum ve uygulama aşamalarında aynı bilişsel talep düzeyinde devam etmiştir. Görevlerin öğretim materyali üzerinde düşük düzeyde olması, görev boyunca yapılan tartışmaları da sınırlandırmıştır. Öğretmen, kimi noktalarda görevin bilişsel talep düzeyini sürdürmeye ve matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışlar sergilese de görevin niteliği, öğrencilerin kavramsal bağlantılar kurmaya yönelik bir bilişsel çaba içerisine girmesini engellemiştir. Nitekim öğrenciler tartışmalar sırasında çoğunlukla tek kelimelik yanıtlar vermişler ya da bir anlam arayışında bulunmadan ilgili prosedürü nasıl uyguladıklarını öğretmenlerine aktarmışlardır. Öte yandan Armağan Öğretmen, öğrencilerin yaptıkları yorumlarda yanıtın doğruluğuna odaklanmış ve öğrencilerin hatalı veya eksik yorumlarının üzerine yeterince gitmemiştir. Bu kategori altında incelenen son görevde (MG9) ise sınıf içi değişkenler bakımından oldukça sınırlı bir süreç gözlenmiştir. Bunun nedeninin, Armağan Öğretmen'in denk kesir konusuna daha önceki görevlerde yeterli düzeyde zaman ayırmış olması ile açıklanabileceği düşünülmektedir.

Armağan Öğretmen'in bağlantılı olmayan prosedürler düzeyinde seçtiği ve sunum ile uygulama aşamalarında görevin düzeyini sürdürdüğü dört görevden biri olan MG5 örnek olması bakımından ilerleyen bölümlerde detaylı bir biçimde incelenmiştir.

MG5.Öğrencilerin sayı doğrusu üzerinde kendi belirledikleri kesirleri göstermeleri: Öğretmen bu görevde öğrencilerden bir sayı doğrusu çizmelerini ve bu sayı doğrusunu diledikleri sayıda parçaya bölerek belirledikleri kesir sayılarını sayı doğrusu üzerinde işaretlemelerini istemiştir. Görev, doğrudan kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterimine ilişkin bir prosedürün uygulanmasını içermektedir. Öğrencilere sayı doğrusunu istedikleri sayıda parçaya bölmekte tanınan bağımsızlık, onların daha derinlemesine bir anlayışa ulaşmalarını sağlamaya yönelik bir alan oluşturmamıştır. Bunun yanı sıra, aynı ders içerisindeki diğer görevler (MG3 ve MG4) aynı prosedüre odaklandığından ders kapsamında bu göreve gelindiğinde öğrencilerin bilişsel bir çaba göstermesine ihtiyaç olmamıştır. Özetle, Armağan Öğretmen söz konusu görevler boyunca prosedürü doğru bir şekilde uygulamaları için öğrencileri yönlendirmiş, öğrenciler de kendilerinden beklendiği şekliyle prosedürü yerine getirmişlerdir. Bu şekilde görevin düzeyi tüm aşamalar boyunca aynı kalmıştır.

Armağan Öğretmen'in ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 4.19'da yer almaktadır:

Tablo 4.19: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG5)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	3
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	-
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	1
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	1
Toplam	**5 (%38)**
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	f
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	2
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	3
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	2
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	1
Toplam	**8 (%62)**

Bilişsel talebi etkileyen davranışlara bakıldığında Armağan Öğretmen, bilişsel talep düzeyini sürdürmek amacıyla en çok öğrencileri *düşünmeye ve akıl yürütmeye teşvik etme davranışını sergilemiştir* (1A1). Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyini sürdürmek amacıyla kullandığı diğer davranışlar ise *öğrencilerin fikirlerini ifade etmelerini, açıklama yapmalarını ve savunma yapmalarını destekleme* (1A4) ve *öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması* (1A5) davranışlarıdır. Aşağıdaki ders bölümünde Armağan Öğretmen'in öğrencilerin fikirlerini açıklamasını desteklediği ve aynı zamanda kavramlar arasında bağlantı kurmaya yönelik bir girişimde bulunduğu bir ders bölümü örnek olarak verilmiştir:

> *Armağan Öğretmen*: Peki payda neydi, ben unuttum neye payda diyorduk? Aslı söylesin.
> *Aslı*: Şurada göstereceğim (tahtada) 6 eşit parçaya bölünmüş ama üç tanesini aldıysak bu üç pay oluyor.
> *Armağan Öğretmen*: 3 pay oluyor. Yani pay aldığımız oluyor. Payda?
> *Aslı*: Alınan, kalan.
> *Armağan Öğretmen*: Payda ne oluyordu? Şu nedir? Tamam da bu neydi böyle?
> *Aslı*: Bütün
> *Armağan Öğretmen*: Bütünü
> *Aslı:* Eşit parça
> *Armağan Öğretmen*: Evet, kaç eşit parçaya böldüğünü, değil mi? Mete şimdi de sen ifade et
> *Mete:* Öğretmenim söylüyorum. Mesela şimdi elimizde bir tane parça var. Onu böyle birkaç parçaya böldük mesela...
> *Armağan Öğretmen*: Ama hem diyorsun ki elimizde bir parça var, hem onu birkaç parçaya böleriz. Bunu parça diye kullandın şimdi kafam karıştı.
> *Mete:* Öğretmenim, bakın şöyle, sizin anlayacağınız şekilde matematik dilinde anlatıyorum
> *Armağan Öğretmen*: Şimdi ben anlayamadım, bana nasıl anlatırsın?
> *Mete:* Şimdi şöyle diyelim ki elimizde bir parça var onu böldük
> Armağan Öğretmen: Anlayamıyorum kafam karıştı.
> *Mete:* Elimizde bir parça var onu kaça böldüysek o payda sayılıyor. Mesela beşe böldük, dörde böldük, o böldüğümüz parçaların sayısı payda...
> *Armağan Öğretmen*: Payda oluyor.
> *Mete:* Paydayı da anlatıyorum bakın. Payda da o payda mesela dört tane var bizde, biz iki tanesini aldık, mesela o pay. Çünkü alıyoruz geriye de iki tane kalıyor.

Bu bölümde Armağan Öğretmen oldukça net bir şekilde öğrencileri konuşmaya ve fikirlerini ifade etmeye davet etmiştir. Bunun sonucunda Mete, ilgili konu üzerindeki açıklamasını gayretli ve istekli bir biçimde yapmıştır. Armağan Öğretmen aynı zamanda pay, payda, parça, bütün vb. kesirlere ilişkin kavramsal bir konuşma başlatmaya çalışmış, ancak yine öğrenci yorumlarının üzerine gitmediği için konuşma kavramsal olarak yeterli bir düzeyde gerçekleşmemiştir. Görevin bilişsel talep düzeyinin de düşük olmasıyla, derinlemesine tartışmaların gerçekleşmesi için bir zemin bulunamamıştır.

Armağan Öğretmen, bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlardan, *sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması* (1B3) dışındaki diğer davranışları birbirine yakın miktarlarda sergilemiştir.

Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması (1B2) Armağan Öğretmen'in en sık gösterdiği davranış olmuş, bu davranışı *öğrencilere görevin üstesinden gelebilmeleri için rutin öneriler sunulması* (1B1) ve *hatalı/eksik yorumların üzerine gidilmemesi* (1B4) takip etmiştir. Aşağıdaki ders bölümünde, Armağan Öğretmen'in hem öğrencilere rutin bir yol sunduğu hem de doğru yanıta odaklandığı bir örnek tartışma bulunmaktadır.

> *Armağan Öğretmen:* Dört eşit parçaya bölmem lazım. Dörde böldüm. Şimdi burada kesir sayılarını nasıl yazabilirim? Şuradan başlayıp yazacağız değil mi? Nasıl yazabilirim? Bir düşüncesi olan var mı? Evet Yağız?
> *Yağız:* Sekiz bölü...
> *Armağan Öğretmen:* Şurada, şurası. Şimdi önce payı yazıyoruz. Kaça bölmüştüm bir bütünü? dörde. Paydaya ne yazıyorum? 4 yazıyorum. Bu aralık şimdi1/4, burası 2/4, … Şimdi 4/4, bu nedir buraya kadar olan?
> *Öğrenciler:* Bütün
> *Armağan Öğretmen:* Doruk burası nedir?
> *Doruk:* Bir bütün
> *Armağan Öğretmen:* Bir bütün değil mi? Bir bütünü aldım. Ama şimdi devam ediyorum, ikinci bütünden de alacağım ya bir parça. O zaman 4/4se buraya nasıl devam edeceğiz? 5/4

Bu örnekte Armağan Öğretmen'in öğrencilere görevi nasıl tamamlayacaklarına ilişkin detaylı bir prosedür verdiği ve öğrencilerin söz konusu prosedürü doğru bir şekilde uygulamalarına odaklandığı görülmektedir.

Armağan Öğretmen'in sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri ise Tablo 4.20'de yer almaktadır:

Tablo 4.20: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG5)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
2A1. Yeniden seslendirme	8
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme	-
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	3
Toplam	**11**
Soru Türleri	
Soru Türü	**f**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	14
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	3
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	-
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik	-
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	-
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	-
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	-
Toplam	**17**

Matematiksel iletişim bağlamında Armağan Öğretmen'in en fazla kullandığı davranışın *yeniden seslendirme* (2A1), en çok sorduğu soru türünün ise *bilgi toplamaya yönelik sorular* (2B1) olduğu bulunmuştur. Sınıf içi matematiksel iletişimi arttırmak amacıyla Armağan Öğretmen'in diğer kullandığı davranış *daha fazla katılım için öğrencileri destekleme* (2A4) ve soru türü ise *terimlerin doğru kullanımına yönelik* sorular (2B2) olmuştur.

4.3.1.3. Bilişsel Talep Düzeyi Düşen Görevler

Yüksek bilişsel talep düzeyi ile başlayıp sunum aşamasında düzeyi düşen görevler: Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey kabul edilen bağlantılı prosedürler düzeyinde seçtiği MG4 görevinin düzeyi sunum ve uygulama aşamasında bağlantısız prosedürler düzeyine düşmüştür. Başka bir deyişle, öğretim materyali üzerinde kavramsal bağlantılar kurma açısından olanaklar barındıran, kesirler ünitesinin bundan sonraki kavramları bakımından da bir altyapı sağlayabilecek olan bu görev, Armağan Öğretmen tarafından bilişsel talep düzeyini sürdürecek biçimde yönlendirilememiştir. Bu şekilde, görev öğrencilerin bireysel olarak yönergeleri yerine getirdikleri, büyük grup tartışmalarının yapılmadığı, Armağan Öğretmen'in öğrencilere birebir olarak yapması gerekenleri söylediği bir görev olarak sonlanmıştır. Aşağıda ilgili görev detaylı bir biçimde incelenmiştir.

MG4. Alan modelleri ile sayı doğrusunu eşleştirme: Bu görevde öğretmen öğrencilere eş parçalara bölünmüş kâğıttan şeritler dağıtmış ve bu şeritler ile kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi ile ilgili ilişki kurmalarını istemiştir. Görev, öğretim materyalinde bulunduğu haliyle, kesirlerin parça-bütün altyapısı ile sayı altyapısı arasında öğrencilerin bir ilişki kurmasını gerektirdiğinden bilişsel talep düzeyi olarak bağlantılı prosedürler (3) düzeyinde değerlendirilmiştir. Ancak sürece üst düzey bilişsel talep ile başlayan görevin düzeyi, sunum ve uygulama aşamalarında düşmüştür. Armağan Öğretmen, sunum aşamasında oldukça yönlendirici davranışlar sergilemiş, sayı doğrusunu alan modeliyle nasıl ilişkilendireceklerini, sıfır noktası ve bir noktasını nereye koyacaklarını yönergelerle öğrencilere detaylı bir biçimde aktarmıştır. Armağan Öğretmen'in bu sunumu, uygulama aşamasına, öğrencilerin, kavramsal sorgulamalar yapmak ve ilişkileri ortaya çıkarmak yerine, verilen yönergeleri doğru bir şekilde yerine getirmeleri şeklinde yansımıştır. Bu nedenlerle, görev sunum ve uygulama aşamalarında bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyine düşmüştür.

Armağan Öğretmen'in ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 4.21'de yer almaktadır:

Tablo 4.21: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG4)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	-
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	-
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	-
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	-
Toplam	**0 (%0)**
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	2
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	1
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	-
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	2
Toplam	**5 (%100)**

Tabloda sunulan veriler incelendiğinde hem bilişsel talep düzeyinin sürmesine neden olan davranışlar hem de matematiksel iletişim stratejileri bakımından Armağan Öğretmen'in girişimlerinin yeterli düzeyde olmadığı görülmektedir. Nitekim, Armağan Öğretmen bilişsel talebi sürdürmek için herhangi bir davranış sergilememiş, bununla birlikte *görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğrencilere rutin çözüm yolları sunma* (1B1), *görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verme* (1B5) ve *odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırma* (1B2) olmak üzere bilişsel talep düzeyinin düşmesine yönelik davranışlar sergilemiştir.

Aşağıdaki ders bölümlerinde Armağan Öğretmen'in görevin bilişsel talep düzeyini düşüren söz konusu davranışlarına ilişkin örnekler yer almaktadır:

> *Armağan Öğretmen:* Şimdi dosya kâğıdı dağıtacağım size, burada... Şimdi çocuklar... Bu kâğıttan herkes alsın... Şimdi geçen dersimizde yapmıştık böyle ayrı ayrı boyamıştık, bu sefer

bir bütün olarak düşünüyoruz, önce bunu yapıştıracağız, sonrasında ben size diyeceğim. Onun altına da bunun başlangıç noktasını ve bitiş noktasına belirteceğiz ve bir doğru çizeceğiz altına. Tamam mı? Önce yapıştıralım. Yalnız öncelikle kâğıdı böyle tutmamız gerekiyor, şu şekilde. Ben göstereceğim tahtada. Şimdi, ben şöyle vereceğim, aranızda seçin.

…

Armağan Öğretmen: Yapıştıranlar, cetvelle altına doğruyu çiziyoruz. Arasında biraz boşluk bırakıp aynı hizada bir doğru çiziyoruz. Doğru parçası demiyorum, doğru. Bakın, doğruda biz nasıl çiziyorduk her iki tarafına. Şimdi sınırlayacağız, her iki ucu. Şimdi böyle çizdik ya unuttunuz yine. Bakar mısın, önce doğruyu çiziyoruz, sonra sınırlıyoruz uçlarını. Şimdi üzerinde yaptık ya kağıdımızı yapıştırdık. Her iki ucu sınırlıyoruz. Buraya sıfır diyoruz başlangıca, buraya da bir, bu bir bütün oldu mu? Oldu? Peki biz bu bütünü parçalara ayırdık mı şu anda? Ayırmadık. Üstteki bu yapıştırdığımız parça bir bütün, parçalara ayrılmamış hali, şimdi sayı doğrusuyla nasıl gösterdik? Bakabilir misin buraya? Bir bütünü sayı doğrusunda göstermiş olduk mu?

...
Armağan Öğretmen: O zaman bizim çizdiğimiz sayı doğrusunda yine ne yapacağız çocuklar? Çizdiğimiz zaman yine... Bakın şunu yapıştırdınız ya, kağıdınıza, yine aynı şekilde, bakın başlangıç burası, bitişi burası, yine buraya ne yazıyoruz? Buraya sıfır buraya 1. Sıfırla bir arasını, o bütünü, kaç eşit parçaya böleceğiz? Altı. Altı eşit parçaya bölelim. Bir de şu kağıdımızın içinde her bir parçası kaçta kaçı?
Öğrenciler: Altıda biri
Armağan Öğretmen: Altıda bir diye yazıyoruz. Her birine altıda bir diye yazalım.

…
Armağan Öğretmen (Eda'ya): Şimdi sayı doğrumuzu çiz buradaki gibi altı eşit parçaya bölüyorsun. 0 ile 1'in arasını altı eşit parçaya böleceksin. Bir de bunun her birine ne yazacağız demiştik? altıda bir. Ondan sonra peki, kesirleri böldük ya, alttaki sayı doğrusunu, oraya nasıl yazmamız gerekiyor? Düşünün, nasıl yazabiliriz?
Buraya ne yazıyoruz? Buraya 0/6, Buraya ⅙, … Kaç tane pay 2/6 olur ya da 2/6'nın içinde kaç tane ⅙ var?
Eda: 2 tane
Armağan Öğretmen: Peki 4 tane ⅙'nın içinde kaç tane, 4/6'nın içinde kaç tane ⅙ var? Şimdi bak 3/6, 3/6'nın içinde kaç tane ⅙ var? 3 peki 4/6'nın içinde kaç tane pay var burada? 4 değil mi? Sayalım. Yani burası ⅙, ne yapıyor 4/6 sonra burası ⅚ yazıyoruz. Bir bütüne eşit olan kesir sayısını nasıl ifade ediyoruz.
Öğrenciler: 6/6
Armağan Öğretmen: 6/6 bakın aynı zamanda da bir bütüne eşit olmuş oluyor.

Yukarıda örnek olarak verilen bölümlerde Armağan Öğretmen'in, materyalin dağıtımından itibaren, öğrencilerin herhangi bir bilişsel çaba harcamalarına fırsat bırakmadan, detaylı yönergelerle, alan modeli ile sayı doğrusu arasında nasıl ilişki kuracaklarını prosedürlere dayalı olarak öğrencilere açıkladığı görülmektedir. Öğrencilerin yalnızca sorulan kapalı uçlu sorulara yanıt verdikleri, bunun dışında hemen hemen hiç konuşmadıkları da bu örneklerden yapılabilecek çıkarımlar arasındadır. Özetle, Armağan Öğretmen verdiği yönergelerle öğrencilere görevi tamamlamaları için bir rutin önermiş ve öğrencilerin bu rutini doğru bir biçimde gerçekleştirmeleri için sürekli olarak geribildirimde bulunmuştur. Öğrenciler ise görevi verilen yönergeler doğrultusunda tamamlamaya odaklanmıştır. Bu şekilde, niteliği dolayısıyla kavramsal olarak zengin tartışmalara zemin oluşturabilecek bir

görev, öğrencilerin kesir kavramının farklı anlamları arasında herhangi bir bağ kuramadıkları bir göreve dönüşmüştür.

Armağan Öğretmen'in sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri ise Tablo 4.22'de yer almaktadır:

Tablo 4.22: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG4)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
2A1. Yeniden seslendirme	2
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme	-
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	-
Toplam	**2**
Soru Türleri	
Soru Türü	**f**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	2
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	-
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	-
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik	-
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	-
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	-
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	-
Toplam	**2**

Matematiksel iletişim ortamı açısından bakıldığında ise Armağan Öğretmen'in *yeniden seslendirme* (2A1) davranışını, soru türü olarak ise *bilgi toplamaya yönelik* (2B1) soruları yine oldukça az bir şekilde kullandığı görülmektedir. Yukarıda ele alınan örneklerde, Armağan Öğretmen'in *yeniden seslendirme* davranışını öğrencilerden aldığı yanıtları teyit etmek amaçlı kullandığı da gözlenmiştir.

Yüksek bilişsel talep düzeyi ile başlayıp uygulama aşamasında düzeyi düşen görevler: Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey kabul edilen bağlantılı prosedürler düzeyinde seçtiği MG8 görevinin düzeyi uygulama aşamasında

bağlantısız prosedürler düzeyine düşmüştür. Öğretim materyali üzerinde üst düzey bilişsel talep düzeyine sahip olan bu görev, Armağan Öğretmen'in, bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik ve matematiksel iletişim ortamını sağlama bakımından gösterdiği olumlu davranışlar sayesinde sunum aşamasında da sahip olduğu üst düzey niteliği sürdürebilmiştir. Ancak uygulama aşamasında, bilişsel talep düzeyi öğrencilerin denk kesir kavramının özelliklerine ve kesirlerin farklı anlamlarına ilişkin derinlemesine anlayışa ulaşamadıkları bağlantılı olmayan prosedürler düzeyine düşmüştür. Bu durumun nedeni olarak, Armağan Öğretmen'in ilgili kavramlara ilişkin pedagojik alan bilgisinin yeterli düzeyde olmaması ve bunun sonucunda çaba göstermesine rağmen öğrencileri derinlemesine tartışmalara yönlendirememesi gösterilebilir. Aşağıda ilgili görev detaylı bir biçimde incelenmiştir.

MG8. Geometri şeritleri ile denk kesirlerin gösterimi: Bu görevde Armağan Öğretmen öğrencileri 2-3 kişilik gruplara ayırmış, her gruba farklı parçalara bölünmüş üç tane sayı doğrusu oluşturmaları için geometri şeritlerini dağıtmıştır. Görevin amacı, öğrencilerin her üç sayı doğrusunda yarım noktasını göstermelerini sağlayarak, denk kesir kavramını buldurmak, öğrencileri farklı pay ve paydası olan kesirlerin aynı sayıyı ifade edebileceği anlayışına ulaştırmaktır. Armağan Öğretmen görevin sunum aşamasında, öğrencilerden her sayı doğrusu için yarım noktasını bulmalarını istemiş ve öğrencilerin buradan yaptıkları çıkarımları büyük grupta tartışmalarını istemiştir. Görevin bilişsel talep düzeyi, sunum aşamasında Armağan Öğretmen'in de çabasıyla değişmemiştir. Ancak, uygulama aşamasında, öğrencilerin matematiksel anlamaya ilişkin üst düzey süreçleri işe koşmadıkları ve çoğunlukla prosedürel yanıtlara yöneldikleri görülmüştür. Armağan Öğretmen öğrencileri her ne kadar düşünmeye, tartışmaya, yönlendirse de tartışmalar, öğrencilerin kesirlerin göreceli oranları ifade etme yapısını anlayamadıkları, kesirlerin parça-bütün yapısının dışına çıkamadıkları, bunun yerine denk kesirlerin nasıl oluşturulacağına ilişkin prosedürlerin konuşulduğu bir çerçevede gerçekleşmiştir. Bu nedenle, görev, uygulama aşamasında bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyine düşmüştür.

Armağan Öğretmen'in ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 4.23'te yer almaktadır:

Tablo 4.23: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG8)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	5
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	1
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	9
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	-
Toplam	**15 (%79)**
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	1
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	1
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	1
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	1
Toplam	**4 (%21)**

Tablo 4.22'deki bulgular incelendiğinde, Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik çaba gösterdiği görülmektedir. Nitekim bilişsel talebi sürdürme konusunda en fazla gösterdiği davranış bu görev için, *öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını destekleme* (1A4) olmuştur. Bu davranışı takiben Armağan Öğretmen'in *öğrencileri düşünmeye teşvik etmeye* yönelik (1A1) girişimlerde bulunduğu da gözlenmiştir.

Aşağıdaki ders bölümünde Armağan Öğretmen'in öğrencileri düşünmeye (1A1) ve düşüncelerini paylaşmaya (1A4) yönelik davranışlarına ilişkin örnekler yer almaktadır.

Özlem: Hepsi birbirine eşit çünkü hepsi ½ gibi çünkü hepsi yarımı gösteriyor.
Armağan Öğretmen: Ama hepsinde ½ yazmıyor.
Özlem: Hayır ama, hepsi yarısını gösteriyor
Armağan Öğretmen: Bir bütünün yarısını
Özlem: ½ de bir yarım, 4/8 de, 3/6 da ½ de

Armağan Öğretmen: Kesir sayıları farklı olmasına rağmen hepsi de bir bütünün yarısını gösteriyor. Peki neden böyle?
Özlem: Çünkü, dediğim gibi hepsi yarısı sadeleştirirsek zaten ½ olduğunu da görürüz.
Armağan Öğretmen: Ama bütünlerin hepsini, aynı sayıda, eşit şekilde böldük mü?
Özlem: Evet, hayır farklı
Ümit: Hayır öğretmenim farklı
Armağan Öğretmen: Peki tek tek konuşalım, tamam Özlem, biraz Ümit konuşsun
Ümit: Öğretmenim, şimdi birini sekize böldük, diğerini altıya böldük diğerini dörde böldük, diğerini de ikiye böldük, her birinin yarımını aldık yani birincinin dört bölü sekizini ikincinin üç bölü altısını üçüncünün iki bölü dördünü, dördüncünün de bir ikisini aldık, yani hepsinin yarımını aldık buradaki hepsi birbirine eşit, ama hiçbirinin paydası ya da payı birbirine eşit değil.
Armağan Öğretmen: Ama değerleri?
Ümit: Birbirlerine denkler
Armağan Öğretmen: Peki Nehir
Nehir: Öğretmenim, bence bunların hepsi denk sayılır
Armağan Öğretmen: Denk sayılır
Nehir: Çünkü bunların hepsini sadeleştirirsek hepsi ½ olur.
Armağan Öğretmen: Hepsi 1/2'nin yarısı olur diyorsunuz. Evet Berçem?
Berçem: Buradaki kesirlerin hepsi yarımı gösteriyor. Mesela 4/8 yarımı gösteriyor, 3/6, 2/4, ½ hepsi yarımı gösteriyor ve burada mesela sekizde dörtte paydası 8, payı da 4 yani 4 parçasını aldık gibi, altıda üçte de üç parçasını aldık, dörtte ikide iki parçasını, ikide birde de bir parçasını,
Armağan Öğretmen: Her bir bütünün ne kadarını almış olduk?
Berçem: Yarım
Armağan Öğretmen: Yarısını almış olduk. Yağız sen ne düşünüyorsun?
Yağız: Öğretmenim ilk önce buradaki büyük olan mavide sekiz parçamız vardı, biz dördünü aldık, yani yarısını aldık, 4/8, ikincisinde altı parçamız vardı, biz bunun yine yarısını aldık yani 3/6sını, bir tane daha parçamız vardı o da iki parçaydı onun da 1/2sini yani yarımını aldık.
Armağan Öğretmen: Yarımını aldık. Yani burada 4/8, 3/6, 2/4, ½ kesir sayıları yarımı gösteriyor. Kesir değeri olarak değerleri aynı mı hepsinin?
Yağız: Hayır
Öğrenciler (1-2 öğrenci): Evet

Bu ders bölümünde Armağan Öğretmen bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik davranışları sergilemiş, öğrencilerin yorumlarını dinlemiş, farklı öğrencilerin söz alması yönünde onları desteklemiş ancak denk kesirlerle ilgili öğrencilerin ulaşması gereken kavramsal bağlantı bakımından tartışmaların düzeyi yetersiz kalmıştır. Verilen bu örnekteki öğrenci yanıtları incelendiğinde, öğrenci yorumlarının verilen kesirlerin tamamının yarımı ifade ettiği yönünde odaklandığı görülmektedir. Yapılan açıklamalar ise bu yarımın nasıl oluştuğu (sekizin yarısı dört, altının yarısı üç vb.) şeklindedir. Başka bir deyişle kesrin oran altyapısı sebebiyle iki büyüklük arasındaki göreceli ilişkiyi ortaya çıkarma yönünde herhangi bir açıklama ya da sorgulamaya rastlanmamıştır. Bu noktada, denk kesirler konusunda Armağan Öğretmen'in pedagojik alan bilgisinin yeterli olmaması, tartışmaların sınırlı bir alanda gerçekleşmesine neden olmuştur. Nitekim dersin ilerleyen bölümlerinde tartışmalar, denk kesirlerin nasıl oluşturulacağı yönünde, başka bir deyişle bağlantı olmayan prosedürler düzeyinde gerçekleşmiştir. Aşağıdaki ders bölümü bu duruma bir örnek olarak sunulmuştur.

Armağan Öğretmen: Evet, peki 2/8 kesrine başka hangi kesirler denktir? ¼ denktir dedik. Başka?
Doruk: 20/4
Ümit: Hayır 12/3
Gediz: Hayır 4/25
Ümit: 12/3
Armağan Öğretmen: 12/3 mü
Ümit: 12'de 3
Doruk: hayır öğretmenim 4/20
Ümit: Çünkü çeyrek oluyor öğretmenim
Gediz: Hayır 5/20 yanlış söylüyorsun
Armağan Öğretmen: 5/20 diyorsun.
Armağan Öğretmen: İşte bunu nasıl yapabiliyoruz? Denk kesirleri...
Ahmet: 5/60
Armağan Öğretmen: 5/60
Gaye: Olmuyor ki
Duru: 15/60
Armağan Öğretmen: 15/60
Alper: 100/400

Armağan Öğretmen, bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlardan *sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması* (1B3) dışındaki davranışları söz konusu matematiksel görev kapsamında birer defa göstermiştir.

Armağan Öğretmen'in sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri ise Tablo 4.24'te yer almaktadır:

Tablo 4.24: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG8)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
2A1. Yeniden seslendirme	11
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme	3
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	5
Toplam	**19**
Soru Türleri	
Soru Türü	**f**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	9
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	2
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	2
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik	3
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	1
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	1
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	-
Toplam	**18**

Sınıf içi matematiksel iletişim ortamını sağlama bakımından Armağan Öğretmen yine en fazla *yeniden seslendirme* (2A1) davranışını sergilemiştir. Yeniden seslendirme

davranışını, *daha fazla katılım için destekleme* (2A4) ve *düşüncesini bir arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme* (2A3) davranışları takip etmiştir. Aşağıdaki örnek ders bölümünde Armağan Öğretmen, iki öğrencinin birbirlerinin görüşlerini karşılaştırmalarına ve bu farklı fikirleri ile ilgili tartışma yapmalarına izin vermiştir.

> *Mete:* İtirazım var
> *Armağan Öğretmen:* Evet
> *Mete:* Öğretmenim, Ümit'e itirazım var. Hepsi eşit dedi ya
> *Ümit:* Eşit demedim ben
> *Mete:* Bazıları eşit dedin ya
> *Ümit:* Hiçbirine eşit demedim.
> *Mete:* Ümit üstler eşit diyorum üstler
> *Armağan Öğretmen:* Paylar eşit.
> *Mete:* Evet ama, en sonuncuya bakarsan paylar eşit mi?
> *Ümit:* Evet payda eşit
> *Mete:* Hayır, ben ortadan diyorum. Sen ...onu ikiye bölmüş olmuyorsun ki tamamını almış oluyorsun
> *Ümit:* Evet tamamını aldım
> *Mete:* Tamamını almıyorsun ki, o sayının ikisini alıyorsun.
> *Doruk:* Mete arkadaşıyla kavga ediyor.
> *Mete:* Arkadaşım olsun ya da olmasın yine de itiraz ederim.
> *Armağan Öğretmen:* Bir dakika tamam anlatsın
> *Ümit:* Şimdi bölünmüş hepsi, hepsinin iki parçasını alıyoruz, iki parçasını işaretliyoruz, burada da ikiye bölmüşüz iki parçasını almışız, bu yüzde en büyük parça bu olur, en küçüğü de bu oluyor, çünkü parçalar gittikçe küçülüyor, daha fazla parçaya bölünmüş
> *Mete:* Ama onun tamamını alıyorsun.
> *Armağan Öğretmen:* peki siz yazmamışsınız onun için. Peki tamam 2/8 kesrine denk olan başka bir kesir sayısı söyleyebilir miyiz? Değer olarak aynı ama kesir sayısı olarak farklılık gösterecek.

Bu örnekte, Armağan Öğretmen'in, verimli bir matematiksel iletişim ortamı sağlama bakımından, öğrencilerin kendi görüşlerini arkadaşlarıyla kıyaslayarak gözden geçirmelerine olanak sağladığı görülmektedir. Ancak, gerçekleşen konuşmalardan da anlaşılabileceği gibi, tartışma istenen düzeyde gerçekleşmemiş, Armağan Öğretmen'in de sınırlı yönlendirmeleri sonucunda, herhangi bir sonuca ulaşmadan sona ermiştir. Başka bir deyişle, Armağan Öğretmen'in matematiksel iletişim bakımından gerçekleştirdiği bu olumlu girişim, öğrenci anlayışı bakımından beklenen karşılığı bulamamıştır.

Armağan Öğretmen'in kullandığı soru türleri incelendiğinde ise ilgili görev kapsamında sorulan soruların çeşitlilik gösterdiği söylenebilir. Yine en yoğun olarak, *bilgi toplamaya yönelik* (2B1) sorular olmakla birlikte, Armağan Öğretmen'in *terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik* (2B2), *matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik* (2B3), *öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik* (2B4), *tartışmaya yönelik* (2B5) ve *düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer*

etmeye yönelik (2B7) soru türlerini kullandığı görülebilmektedir. (2B7) soru türü Armağan Öğretmen'in görece az kullandığı bir soru türüdür. Aşağıdaki örnekte Armağan Öğretmen'in düşünceyi genişletmeye ve yeni durumlara transfer etmeye yönelik olarak kullandığı soru yer almaktadır.

Armağan öğretmen: Peki, biz şimdi yarımdan yola çıkarak böyle dedik de diğer bölümlerde aynı şeyi yapabilir miyiz acaba, mesela 2/8'i gösterin bana birinci şeyde, kağıtları yazalım, 2/8'i koyalım.
Özlem: ¼ var, ondan sonra 2/6 var, sonra da 2/8 var.
Armağan Öğretmen: Peki en küçüğü hangisi? En küçüğü?
Mete: En küçüğü tabi böldüğümüzde şu anda altı bölü iki şu anda böldüğümüzde
Armağan Öğretmen: 6/2 mi
Mete: 2/6, tabii onun bir altı var aslında 2/4, tabii onun zaten yarısını aldık
Armağan öğretmen: Bizim buraya koyduğumuz kesir sayılarını tekrar söyler misin sırayla? 2/8 var, 2/6 var, 2/4 var bir de 2/2 var dedik bütün var dedik. Bunları sıralama yaptık,
Mete: Öğretmenim, 2/2 diyemezsiniz ki öğretmenim, onu yarısına böldüğünüzde eğer o parçaları da filan koymazdık öğretmenim, parçaları koyunca zaten bölmüş oluyoruz.
Armağan Öğretmen: Hayır büyükten küçüğe doğru sıralıyoruz ya şimdi, baktığımız zaman 2/2 dedim, en büyük odur dedi arkadaşın.
Ümit: Evet en büyük bu
Armağan Öğretmen: Ondan sonra
Mete: En büyük en küçük filan demedi
Ümit: Öğretmen en küçük kesir hangisi dedi şu an böldüğümüzde, 2/8 en küçük çünkü sekiz daha küçük parçalara bölünmüş...
Mete: Evet, onlar küçük ya da büyük demedim ki
Ümit, Özlem: Öğretmen dedi ya.
Mete: Bölemezsin dedim Ümit küçük demedim.
Armağan Öğretmen: Tamam sen anlatmak istediğini anlat… Büyükten küçüğe, sıralarsan buradaki kesir sayılarını nasıl sıralarsın?
Mete: 2/8, 2/6, 2/4, ½
Armağan Öğretmen: en büyüğü hangisi olmuş oldu?
Mete: ½
Armağan Öğretmen: ½, neden?
Mete: Çünkü onun yarısı ve onu bölmedik eğer bölersek zaten tamamını almış alırız o yüzden
Armağan Öğretmen: Diyorsun... Peki başka bu konuda... Evet Ümit
Ümit: Öğretmenim, en küçük kesir 2/8 çünkü öğretmenim burada en küçük parçalara bölünen 2/8 zaten öğrenmiştik payları eşit olunca paydası en küçük olan en büyük oluyor, kitabımızda da vardı, o yüzden 2/8 en küçüğü
Armağan Öğretmen: En küçük oluyor diyorsun

Armağan Öğretmen görevin dersin bu kısmına kadarki bölümünde denklik kavramını yarım kavramı üzerinden tartışmaya çalışmış, buradaki sorusuyla tartışmayı sayı değeri farklı olan kesirlere doğru yönlendirmeyi amaçlamıştır. Ancak sunulan örnekten de takip edilebileceği gibi tartışma denk kesirler üzerinden değil, kesirlerde karşılaştırma üzerinden devam etmiştir. Nitekim bu durumun öğrencilerde bir kafa karışıklığı oluşturduğu, yapılan yorumlardan da izlenebilmektedir. Son olarak Ümit de bir açıklama yapma yönünde çaba göstermesine rağmen getirdiği yorum sınırlı düzeyde kalmıştır.

4.3.2. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular -Şube 2

Araştırmanın birinci alt probleminde de ele alındığı üzere, sınıf gözlemlerinden elde edilen verilere göre, Deniz Öğretmen'in uyguladığı matematiksel görevler, ders süreci içerisindeki uğradığı değişimlere göre aşağıdaki kategorileri oluşturmuştur:

- *Bilişsel talep düzeyi sürdürülen görevler*
  - Düşük düzey başlayıp düşük düzeyde devam edem görevler: MG3 ve MG5
- *Bilişsel talep düzeyi düşen görevler*
  - Yüksek düzeyde başlayıp sunum ve uygulama aşamasında düzeyi düşen görevler: MG2
  - Düşük düzeyde başlayıp sunum aşamasında düzeyi düşen görevler: MG4
  - Düşük düzeyde başlayıp uygulama aşamasında düzeyi düşen görevler: MG1

Bu bölümde, söz konusu tüm görevler bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramları çerçevesinde analiz edilmiş ve her kategoriden bir matematiksel görev analizi örnek olarak sunulmuştur.

4.3.2.1. Bilişsel Talep Düzeyi Sürdürülen Görevler

Düşük bilişsel talep düzeyi ile başlayıp düzeyi sürdürülen görevler: Deniz Öğretmen bilişsel talep düzeyi olarak düşük düzey olarak kabul edilen bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindeki MG1 ve MG5 görevlerinin bilişsel talep düzeylerini sürdürebilmiştir. Bu görevler çerçevesinde, Deniz Öğretmen, bilişsel talep düzeyini arttırmaya yönelik davranışlarda bulunsa da tartışmaların içeriği kavramsal derinlik olarak yetersiz kalmıştır. Benzer şekilde Deniz Öğretmen'in oluşturduğu matematiksel iletişim ortamı, tartışmalara daha çok öğrenci katılımını sağlamasına rağmen, öğrencilerin prosedürlerin temelinde bulunan anlamlarla ilgili bir tartışma içerisine girmelerini desteklememiştir. Söz konusu görevler bağlamında, kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi ve kesir problemleri ile ilgili belli bir prosedürü öğrencilere aktarmaya odaklanan Deniz Öğretmen, bu yolda öğrencilerin bazı hatalı ve eksik yorumlarını da görmezden gelmiştir.

Düşük bilişsel talep düzeyi ile başlayarak, düzeyi uygulama boyunca değişmeyen bir görev örneği olarak MG5 görevi aşağıda sunulmuştur.

MG5. Kesir problemleri: Deniz Öğretmen bu görevde öğrencilerle birlikte kesirlerin kullanımına ilişkin problemler çözmüştür. Son ders gözleminde gerçekleşen bu görevde öğrencilerin bu zamana kadar öğrendikleri bilgileri kullanarak verilen problemleri çözmeleri beklenmektedir. Öğrencilere sunulan problemler, nitelik bakımından öğrencileri düşünmeye teşvik etmeden, bildikleri prosedürleri uygulamaya yönlendirdiğinden, bilişsel talep düzeyi olarak bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyinde değerlendirilmiştir. Deniz Öğretmen uygulama boyunca öğrencilere öğrettiği prosedürlerin doğru kullanımı konusunda öğrencileri yönlendirmiş, öğrenciler de kendilerinden beklenen ile uyumlu olarak, verilen prosedürler doğrultusunda problemleri çözmüşlerdir. Bu nedenle, görevin düzeyi sunum ve uygulama aşamalarında da bağlantılı olmayan prosedürler düzeyinde kalmıştır.

Deniz Öğretmen'in ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 4.25'te yer almaktadır:

Tablo 4.25: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 2-MG5)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	9
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	-
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	8
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	-
Toplam	**17 (%45)**
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	6
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	12
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	2
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	1
Toplam	**21 (%55)**

Bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine katkıda bulunan davranışlara bakıldığında, öne çıkan davranışların *öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi* (1A1) ile *öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi* (1A4) davranışları olduğu görülmektedir. Deniz Öğretmen bu davranışları birbirine yakın sayıda sergilemiştir. Bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine yol açan diğer davranışlar ise öğretmen tarafından bu görev kapsamında sergilenmemiştir.

Bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlarda ise Deniz Öğretmen en çok *öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması* (1B2) davranışını sergilemiştir. Bu davranışı takip eden davranış ise, *görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması* (1B1) olmuştur. Deniz Öğretmen'in problemlerin çözümü için özellikle model çizme prosedürünü yoğunlukla vurgulaması, bu davranışın ön plana çıkmasının nedeni olarak gösterilebilir. Örneğin aşağıdaki diyalogda, Deniz Öğretmen öğrencileri problemleri modelle çözmeleri konusunda yönlendirmektedir.

> *Tuna:* Beşte ikisini bulmamızı istiyor, soruda da söylüyor zaten, 135 bölü beş yapıyoruz. 27, 27yi ikiyle çarpıyoruz. Cevap 54
> *Deniz Öğretmen:* Peki Tuna ben bunu bu şekilde anlayamadım, bana daha iyi nasıl anlatabilirsin, böyle işlem değil de 3-4 tane işlem yaptın, neden çarptın ben anlamadım yani
> *Tuna:* Modelle mi anlatayım yani?
> *Deniz Öğretmen:* Evet, hala inatsınız yani modelle anlatmamakla, çizmemekte.

Deniz Öğretmen'in sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri ise Tablo 4.26'da yer almaktadır:

Tablo 4.26: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 2-MG5)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
2A1. Yeniden seslendirme	15
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme	4
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	6
Toplam	**25**
Soru Türleri	
Soru Türü	**f**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	45
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	-
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	1
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik	9

Tablo 4.26 - devam

2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	6
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	-
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	-
Toplam	**61**

Matematiksel iletişimin arttırılması yönündeki davranışlara bakıldığında Deniz Öğretmen en fazla *yeniden seslendirme* (2A1) davranışını sergilemiş, bu davranışı takiben, *daha fazla katılım için destekleme* (2A4) ve *düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme* (2A3) davranışlarını birbirine yakın sayılarda kullanmıştır.

Soru türleri bakımından Deniz Öğretmen'in en fazla kullandığı soru türü *bilgi toplamaya yönelik* sorular olmuştur (2B1). Bu soru türünü yine *öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik* (2B4) ve *tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)* (2B5) sorular takip etmiştir. Bu soru türleriyle birlikte Deniz Öğretmen matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik (2B3) bir soruyu da öğrencilere yöneltmiştir. Bu soru kapsamında öğretmen, öğrencilerin iki problem arasındaki benzerlik ve farklılıkları bulmasını istemiştir.

4.3.2.2. Bilişsel Talep Düzeyi Düşen Görevler

Yüksek bilişsel talep düzeyi ile başlayıp sunum ve uygulama aşamasında düzeyi düşen görevler: Deniz Öğretmen'in bilişsel talep düzeyi olarak yüksek kabul edilen bağlantılı prosedürler düzeyindeki bir görevin düzeyini sunum aşamasından itibaren düşürmüştür. Sunum aşamasında öğrencilere verdiği yönlendirici ipuçları görevin açık uçlu niteliğinden uzaklaşmasına neden olmuştur. Öğrencilerin, tahminlerinin nedenlerini açıklamalarına olanak bulamamaları ise tahminlerin niteliğini düşürmüş, başka bir deyişle, öğrencilerin herhangi bir mantıksal temeli olmayan tahminler yürütmesi ile sonuçlanmıştır. Bu nedenlerle öğretim materyali üzerinde bağlantılı prosedürler düzeyinde olan söz konusu matematiksel görev, sunum aşamasında bağlantılı olmayan prosedürler düzeyine, uygulama aşamasında ise ezberleme düzeyine düşmüştür. Aşağıda ilgili görevin analizi sunulmuştur.

MG2. Kaplumbağa ile tahmin etkinliği: Bu görevde Deniz Öğretmen, tahtaya başlangıç ve bitişi belli bir doğru parçası ve bu doğru parçası üzerinde belirli bir yere kaplumbağa görseli çizmiştir. Öğrenciler kaplumbağanın yolun kaçta kaçını gitmiş olabileceğini tahmin etmişler ve tahminlerini büyük grupta paylaşmışlardır. Görev,

belli ölçüde belirsizlik ve açık uçluluk içermesi ve öğrencilerin matematiksel ilişkileri kullanarak fikir üretmelerini desteklemesi nedeniyle öğretim materyali üzerinde bilişsel talep düzeyi olarak bağlantılı prosedürler (3) düzeyinde değerlendirilmiştir. Deniz Öğretmen, sunum aşamasında görevin açık uçlu niteliğini azaltan soru ve yönlendirmelerde bulunmuş, kaplumbağanın yerini nasıl bulabilecekleri konusunda öğrencilere doğrudan yol göstermiştir. Tahminlerde bulunan öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarına da fazla olanak verilmemesi nedeniyle, öğrenciler tartışma süresince yalnızca "beşte üç", "ikide bir" vb. kesir tahminlerinde bulunmuşlardır. Öğrencilerden düşüncelerini açıklamaları beklenmediği için, yapılan tahminler zamanla bir temeli olmayan paylaşımlara dönüşmüştür. Bu nedenle görevin bilişsel talep düzeyi sunum aşamasında bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyine, uygulama aşamasında ise ezberleme (1) düzeyine düşmüştür.

Deniz Öğretmen'in ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 4.27'de yer almaktadır:

Tablo 4.27: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 2-MG2)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	1
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	-
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	1
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	-
Toplam	**2 (%22)**
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	1
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	4
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	2
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	-
Toplam	**7 (%78)**

Bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine katkıda bulunan davranışlara bakıldığında Deniz Öğretmen'in ilgili görev kapsamında bu davranışlardan oldukça az sergilediği

görülmektedir. Nitekim, öğretmen *öğrencileri düşünmeye yönlendirme* (1A1) ve *öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarını destekleme* (1A4) davranışlarını birer defa göstermiş, bu kategorideki diğer davranışları ise hiç kullanmamıştır. Öğrencileri düşünmeye yönlendirme davranışı görevin başında öğretmenin '*bizden tahmini bir sonuç isteseler, bunu kesirle isteseler, (kaplumbağa) yolun kaçta kaçını gitmiştir? deseler*' şeklindeki sorusuyla gerçekleşmiştir. Öğrencilerin düşüncelerini açıklamasının desteklenmesi bakımından ise Deniz Öğretmen, bir öğrenciye tahminine nasıl ulaştığını sormuştur.

Bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlarda ise daha önceki görevler ile benzer şekilde en çok *öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması* (1B2) davranışı görülmüştür. Bu davranışın dışında Deniz Öğretmen sırasıyla, *öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi* (1B4) ve *görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması* (1B1) davranışlarını sergilemiştir.

Deniz Öğretmen'in sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri ise Tablo 4.28'de yer almaktadır:

Tablo 4.28: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 2-MG2)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
2A1. Yeniden seslendirme	3
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme	1
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	4
Toplam	**8**
Soru Türleri	
Soru Türü	**f**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	5
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	-
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	-
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik	-
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	2
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	-
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	1
Toplam	**8**

Matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışlar incelendiğinde, Deniz Öğretmen'in bu görev kapsamında en fazla *daha fazla katılım için destekleme* (2A4)

davranışını sergilediği görülmüştür. Deniz Öğretmen, tahmin sürecine daha fazla öğrencinin katılması için destekleyici olmuş, bu sayede tahminlerinin nedenlerini açıklamasalar da birçok öğrenci kaplumbağanın yolun kaçta kaçını gitmiş olabileceği üzerine tahminini dile getirme olanağı bulmuştur. Daha fazla katılım için destekleme davranışını ise Deniz Öğretmen'in diğer görevlerde de sıklıkla kullandığı *yeniden seslendirme* (2A1) davranışı takip etmiştir. Bu davranışlar dışında Deniz Öğretmen *düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme* (2A3) davranışını da bir defa kullanmıştır. Bu davranışı öğretmen, bir öğrencinin tahminine diğer öğrencilerin katılıp katılmadığını sorarak göstermiştir: "Peki Tarık'a katılmayıp kendi fikrini söylemek isteyen var mı?"

Daha önceki görevler ile benzer şekilde Deniz Öğretmen bu görev kapsamında en fazla *bilgi toplamaya yönelik* (2B1) soruları kullanmıştır. Bu soruları takiben *tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)* (2B5) sorular gelmektedir. Bu durum, Deniz Öğretmen'in matematiksel iletişimi arttıran davranışlardan en fazla *daha fazla katılım için destekleme* davranışını sergilemesi ile de uyumludur.

Düşük bilişsel talep düzeyiyle başlayıp sunum aşamasında düzeyi düşen görevler: Deniz Öğretmen düşük bilişsel talep düzeyi olarak kabul edilen bağlantısız prosedürler düzeyiyle başladığı bir görevde bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik davranışları az kullanarak, öğrencilere yönlendirici soru ve yönergeler sunarak, zihnindeki doğru yanıtlara öğrencilerin ulaşmasını bekleyerek görevin bilişsel talep düzeyini sunum aşamasından itibaren düşürmüştür. Bu şekilde görev sunum ve uygulama aşamalarında ezberleme düzeyinde devam etmiştir. Aşağıda ilgili görevin analizi sunulmuştur.

MG4. Strafor üzerine çizilmiş sayı doğrusunda kesirlerin gösterimi: Bu görevde Deniz Öğretmen, büyükçe kesilmiş bir straforu tahtaya asarak, öğrencilerden, verilen kesir sayılarını strafora raptiyeleyerek göstermelerini istemiştir. Öğrenciler tek tek tahtaya gelerek öğretmenin verdiği kesrin yerini ve bu kesrin birim kesirlerini bulmuşlardır. Öğrencilerin yaptıkların doğru olup olmadığı büyük grupta tartışılmıştır. Öğrenciler kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi ile ilgili önceki görevlerde de uygulama yaptıkları için görev, öğrencilerden bildikleri prosedürleri uygulamalarını beklemektedir. Prosedürün uygulanması ise herhangi bir açık uçluluk ya da belirsizlik içermemektedir. Bu nedenle, görevin düzeyi öğretim materyali üzerinde bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyinde değerlendirilmiştir. Sunum aşamasında Deniz Öğretmen, öğrencilere görevi tamamlamaları için çok detaylı yönergeler vermiş ve

öğrenciler tahtada kesirlerin yerlerini bulmaya çalışırken sorularla onları yönlendirmiştir. Bunun sonucunda öğrenciler, öğretmenin yönergelerini doğru bir şekilde yerine getirmeye çalışarak verilen kesrin sayı doğrusu üzerindeki yerini bulmuşlardır. Bu nedenlerle görevin düzeyi sunum ve uygulama aşamalarında ezberleme (1) düzeyine düşmüştür.

Deniz Öğretmen'in ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 4.29'da yer almaktadır:

Tablo 4.29: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 2-MG4)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	4
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	-
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	2
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	-
Toplam	**6 (%28)**
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	4
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	10
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	-
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	2
Toplam	**16 (%72)**

Bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar incelendiğinde Deniz Öğretmen'in bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine yol açan davranışları düşüren davranışlardan çok daha az sergilediği görülebilmektedir. Bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesi için Deniz Öğretmen, sırasıyla *öğrencileri düşünmeye teşvik etme* (1A1) ve *düşüncelerini açıklamaları için öğrencilere destek olma* (1A4) davranışlarını göstermiştir. Deniz Öğretmen bu davranışları kullanmış olsa da görevin niteliği nedeniyle açık uçluluk içermemesi, öğrencilerin düşünme süreçlerini sınırlandırmış, öğretmenin beklediği

doğru yanıtların öğrenciler tarafından bulunmasıyla sonuçlanmıştır. Aşağıda bu duruma ilişkin örnek bir ders bölümü yer almaktadır:

> *Bülent:* Öğretmenim onları niye yapıştırıyoruz? (birim kesirleri)
> *Deniz Öğretmen:* Niye yapıştırıyoruz acaba? Fikri olan var mı? Bülent bir şey sordu, bunu niye yapıştırıyoruz diyor? Niye yapıştırıyoruz *Nilgün*?
> *Nilgün:* Belli etsin diye
> *Deniz Öğretmen:* Neyi belli etsin diye
> *Nilgün:* Bir dörtse dört olduğu için dört tane olduğunu belli etsin diye
> *Özcan:* Dört kez olduğunu belli etmek için
> *Ceylin:* Birim kesir olduğu için
> *Deniz Öğretmen:* Ceyda söyler misin?
> *Ceylin:* Birim kesir olduğunu belirtmek için
> *Deniz Öğretmen:* Her bir parçanın eşit ve birim ve kesir kadar olduğunu göstermek için yapıştırıyoruz. Neymiş?
> *Bülent:* Eşit ve birim kesir olduğu için
> *Deniz Öğretmen:* Birim kesir kadar olduğunu göstermek için. Evet anlamayan var mı? soru sormak isteyen var mı? neden ¼ koyduk aralara?
> *Görkem:* Çünkü birim kesir?
> *Deniz Öğretmen:* Başka? Neden koyduk?
> *Kutay:* Çünkü dört tane var, dört taneden bir tane var.
> *Deniz Öğretmen:* Birim kesir olduğunu göstermek için de başka?
> *Rengin:* Dört tane var.
> *Deniz Öğretmen:* Bir daha söyler misin Ceylin?
> *Ceylin:* Eş parçaya bölündüğü için
> *Deniz Öğretmen:* Eş parça olduklarını göstermek için. Peki ben senden hangi kesri göstermeni istedim?

Bu örnekte Deniz Öğretmen, öğrencilerin, kesrin yerini bulurken birim kesirleri neden yapıştırdıklarını düşünmelerini istemiş ancak öğrencilere fazlaca düşünme olanağı vermeden kendi zihnindeki doğru yanıta odaklanmıştır. Bu yanıtın temelinde bulunan matematiksel anlam ve kavramlar ise tartışma dışı kalmıştır.

Bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlarda ise daha önceki görevler ile benzer şekilde en çok *öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması* (1B2) davranışı görülmüştür. Deniz Öğretmen, bu davranışa göre daha az olmakla birlikte *görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması* (1B1) ve *görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi* (1B5) davranışlarını da göstermiştir.

Deniz Öğretmen, matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışlardan, diğer görevlerde olduğu gibi yine en fazla *yeniden seslendirme* (2A1) davranışını göstermiştir. Deniz Öğretmen'in bu kategoride gösterdiği diğer davranış ise yeniden seslendirmeye göre oldukça az olmakla birlikte *daha fazla katılım için destekleme* (2A4) davranışı olmuştur.

Deniz Öğretmen'in sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri Tablo 4.30'da yer almaktadır.

Tablo 4.30: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 2-MG4)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
2A1. Yeniden seslendirme	14
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme	-
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	3
Toplam	**17**
Soru Türleri	
Soru Türü	**f**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	43
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	-
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	-
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik	2
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	1
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	1
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	-
Toplam	**47**

Yeniden seslendirme davranışı diğer görevlerde de olduğu gibi çoğunlukla öğrencilerin söylediklerini tekrar etme niteliğinde gerçekleşmiştir. Deniz Öğretmen öğrencileri daha fazla katılım için desteklese de paylaşım ve tartışmaların düzeyi görevin sınırlayıcılığı nedeniyle yetersiz kalmıştır. Örneğin, aşağıdaki ders bölümünde Deniz Öğretmen'in öğrencinin söylediklerini tekrarlaması tartışmanın sürmesine, derinleşmesine ya da başka öğrencilerin fikirlerini belirtmesine katkı sunmamakta, yalnızca tekrar niteliği taşımaktadır.

> *Deniz Öğretmen:* Peki şunu yazdığım vakit ben size söylemedim ama şöyle diyebiliriz peki bileşik kesri hangi kesirler demiştik, tanımını yaparken ne dedik biz bileşik kesirde ne dedik? Özcan, tanımını yaparken bileşik kesrin ne demiştik hatırlıyor musun? Hangi kesirler bileşik kesirlerdi?
> *Özcan:* Payı paydasından büyük olan
> *Deniz Öğretmen:* Büyük olan, peki eşit olursa ne olacak peki
> *Özcan:* Yine bileşik kesir
> *Deniz Öğretmen:* Yine bileşik kesir, o zaman şunu düzeltelim payı paydasına eşit ya da payı paydasından büyük olan kesirlere bileşik kesirler demiştik.

Deniz Öğretmen bu görev kapsamında diğer görevlere oranla *bilgi toplamaya yönelik* (2B1) soruları çok fazla kullanmıştır. Bu durum öğretmenin doğru yanıtlara odaklanması ve zihnindeki yanıtları öğrenciye buldurmaya çalışması ile de uyumludur. Bilgi toplamaya yönelik sorular dışında Deniz Öğretmen, görev kapsamında, *öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik* (2B4), *tartışmaya*

yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme) (2B5) ve *düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik* (2B7) soruları da kullanmıştır. Deniz Öğretmen'in ilgili kesrin sıfıra mı bire mi daha yakın olmasının bulunması konusunu öğrencilerin başka nerelerde kullanabileceğine ilişkin 'Peki bunu nerede kullanabiliriz? Kesirlerle bir sonraki konumuz var da hangi konu olabilir sizce? Hangi konuda kullanabiliriz?' sorusu *düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik* (2B7) soru türü olarak değerlendirilmiştir.

Düşük bilişsel talep düzeyiyle başlayıp uygulama aşamasında düzeyi düşen görevler: Düşük düzeyde başlayıp uygulama aşamasında düzeyi düşen bu görevde, Deniz Öğretmen süreç boyunca seçtiği ve uyguladığı görevlerle benzer bir profil göstermiştir. Görevin bir bölümü kesirlere ilişkin kavramlara ayrılmış ve bu bölümde matematiksel anlamlara odaklanan bazı diyaloglar gerçekleşmiş olmasına rağmen, bir noktadan sonra tanım ve hatırlama düzeyindeki süreçler daha fazla vurgulanmaya başlanmıştır. Bu nedenle sunum aşamasında, kimi noktalarda bilişsel talep düzeyini sürdüren davranışlar gözlenirken, uygulama aşaması öğrencilerin hatırlama düzeyindeki yorumları ve Deniz Öğretmen'in hatırlatıcı sorularına yanıt verme düzeyinde gerçekleşmiştir. Bunun sonucunda, görevin düzeyi uygulama aşamasında ezberleme düzeyine düşmüştür. Aşağıda ilgili göreve ilişkin analiz sunulmuştur.

MG1. Kesir kavramı ile ilgili ön bilgileri hatırlama ve tanımların yapılması: Deniz Öğretmen bu görevde 'kesir denince aklınıza ne geliyor?' sorusu üzerinden öğrencilerin kesirlerle ilgili ön bilgilerini harekete geçirmiş ve öğrencilerle birlikte kesir kavramına ilişkin bir kavram haritası oluşturmuştur. Öğrenciler, ön bilgilerini hatırlayarak önceki yıllarda kesir kavramı bağlamında hangi kavramları öğrendiklerini öğretmenleriyle paylaşmışlardır. Öğrencilerden, daha önceden bildikleri kavramlarla ilgili paylaşımlarda bulunmaları beklenen bu görev bir açık uçluluk ve belirsizlik içermediğinden bilişsel talep düzeyi olarak öğretim materyali üzerinde, bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyinde değerlendirilmiştir. Görevin bilişsel talep düzeyi sunum aşamasında da aynı kalmıştır. Öğrencilerin kesirlere ilişkin kavramlara yönelik paylaşımları ise hatırlama niteliğinde gerçekleştiğinden, görevin bilişsel talep düzeyinin uygulama aşamasında ezberleme (1) düzeyine düştüğü belirlenmiştir.

Deniz Öğretmen'in ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 4.31'de yer almaktadır:

Tablo 4.31: Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 2-MG1)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	4
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	-
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	4
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	1
Toplam	**9 (%53)**
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	-
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	4
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	4
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	-
Toplam	**8 (%47)**

Bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine yol açan davranışlarda Deniz Öğretmen diğer görevlerle benzer şekilde en fazla *öğrencileri düşünmeye teşvik etme* (1A1) ve *öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarını destekleme* (1A4) davranışını kullanmıştır. Deniz Öğretmen görev boyunca bir noktada öğrencilerin kesirlerle ilgili kavramlar üzerinde düşünmelerini istemiş ve düşüncelerini net bir biçimde açıklamaları için cesaretlendirici olmuştur. Deniz öğretmen görevin bir bölümünde ise *öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması* (1A5) davranışını sergilemiştir:

> *Deniz Öğretmen:* Eşitlik, eşit paylaştırma. Paylaştırmakla eşitlik aynı şey mi Melda? Paylaştırırken eşit olmuyor mu? Peki eşit paylaştırma diyebilir miyiz?
> *Melda:* Evet
> *Deniz Öğretmen:* Başka?
> *Ceylin:* Elemek
> *Deniz Öğretmen:* Ne gibi şeylerle eliyoruz, nasıl eliyoruz? Elekten mi eliyoruz?
> *Ceylin:* Hayır, bir şeyden bir şeyi çıkarmak

Deniz Öğretmen: Çıkarmak, Ceylin şunu söylüyor, paylaştırırken uzun bir yol yapıyorduk hatırlıyor musunuz matematikte, hani dörder dörder dağıtırken, paylaştırırken, bütünden her paylaştırdığımızda dört çıkarıyorduk uzun yoldan onu söylüyorsun. Evet, Çiçek?
Çiçek: Bölme
Deniz Öğretmen: Bölmeyle ne gibi bir ilişkisi var peki?
Çiçek: Öğretmenim bölme bölmede de paylaştırıyoruz, kesirde de paylaştırıyoruz.

Bilişsel talep düzeyini düşüren davranışlar incelendiğinde ise yine diğer görevlerle benzer bir biçimde *öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması* (1B2) ve *öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi* (1B4) davranışları gözlenmiştir.

Deniz Öğretmen'in sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri ise Tablo 4.32'de yer almaktadır:

Tablo 4.32: Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 2-MG1)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	**f**
2A1. Yeniden seslendirme	7
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı verme	1
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	4
Toplam	**12**
Soru Türleri	
Soru Türü	**f**
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	20
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	3
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	3
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik	1
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	1
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	-
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	-
Toplam	**28**

Matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışlarda yine *yeniden seslendirme* (2A1) ve *daha fazla katılım için destekleme* (2A4) davranışları ön plana çıkmıştır. Bu davranışlarla birlikte Deniz Öğretmen, dersin bir bölümünde *öğrencilere düşüncesini bir başka arkadaşınınkiyle karşılaştırma olanağı* (2A3) da vermiştir.

Soru türlerine bakıldığında Deniz Öğretmen'in diğer görevlerde olduğu gibi bilgi toplamaya yönelik (2B1) soruları kullandığı görülmektedir. Bu soru türünü *terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik* (2B2) ve *matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik* (2B3) sorular takip etmektedir. Görev kesirlere ilişkin ilk ders

kapsamında gerçekleştirildiğinden Deniz Öğretmen bazı noktalarda terimlerin kullanımına ilişkin sorular sormuştur. Öğretmenin sorduğu ‘Paylaştırmakla eşitlik aynı şey mi?’, ‘Bölmeyle kesirlerin ne gibi bir ilişkisi var?’, vb. sorular ise *matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik* (2B3) olarak değerlendirilmiştir.

4.3.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet

Armağan Öğretmen ve Deniz Öğretmen’in uyguladığı matematiksel görevlerin analizlerine ilişkin ulaşılan sonuçların özeti Tablo 4.33’te sunulmuştur.

Tablo 4.33: Araştırmanın Üçüncü Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet Tablo

	Şube 1	**Şube 2**
Bilişsel Talep Düzeyi Yükselen Görevler	-Armağan Öğretmen uygulama sürecinde bir matematiksel görevin bilişsel talep düzeyini yükseltmiştir. -Matematiksel görevin bilişsel talep düzeyinin sunum ve uygulama aşamasında yükselmesinin nedeni Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik gösterdiği olumlu davranışlar ve oluşturduğu verimli matematiksel iletişim ortamıdır. Öğretmenin görev boyunca bilişsel talep düzeyini sürdüren davranışları matematiksel iletişim stratejileri ile birleştirerek kullandığı gözlenmiştir. -Öğretmen görev boyunca kullandığı matematiksel iletişim stratejileri ile öğrencilerin düşünme süreçlerini takip etmiş ve öğrencilerin düşüncelerini kanıta dayalı olarak açıklamalarına olanak sağlamıştır.	Deniz Öğretmen uygulama boyunca hiçbir matematiksel görevin bilişsel talep düzeyini yükseltmemiştir.
Bilişsel Talep Düzeyi Sürdürülen Görevler	*Sürece Üst Düzey Başlayan Görevler* -Armağan Öğretmen bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey başlayan iki görevin düzeyini sürdürebilmiştir. -Söz konusu görevlerde Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlardan hiç sergilemediği ya da az sergilediği göze çarpmaktadır. -Armağan Öğretmen her iki görevde de bilişsel talep düzeyini sürdürmek amacıyla matematiksel iletişim stratejilerini yoğun bir şekilde kullanmıştır. -Sonuç olarak, Armağan Öğretmen bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey seçtiği bu görevleri düzeyi düşürmeye yönelik fazla hataya düşmeden ve matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışları sergileyerek tamamlamıştır. Bu şekilde, görevlerin düzeyi sunum ve uygulama aşamalarında da devam etmiştir.	*Sürece Üst Düzey Başlayan Görevler* -Deniz Öğretmen sürece üst düzey başlayan hiçbir matematiksel görevin bilişsel talep düzeyini sürdürmemiştir.

Tablo 4.33 - devam

Bilişsel Talep Düzeyi Sürdürülen Görevler (devam)	*Sürece Düşük Düzey Başlayan Görevler* -Armağan Öğretmen'in uyguladığı ve düzeyini sürdürdüğü diğer dört görev, bilişsel talep düzeyi olarak düşük kabul edilen bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindedir. -Bu görevlerde, Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik davranışlardan sergilediği ancak görevin düzeyi nedeniyle, öğrencilerin üzerinde düşünmeleri, yorum yapmaları vb. beklenen konuların da sınırlı kaldığı görülmektedir. -Matematiksel iletişim stratejilerine bakıldığında Armağan Öğretmen'in, sürece üst düzey başlayan görevlerden daha az miktarda matematiksel iletişim stratejisi kullandığı görülmektedir. Soru türleri bakımından da çeşitlilik üst düzey görevlere göre daha azdır. -Sonuç olarak, Armağan Öğretmen bilişsel talep düzeyi olarak düşük düzey seçtiği bu görevlerde öğrencileri düşünmeye teşvik etme, açıklama yapmaya yönlendirme vb. davranışlarla birlikte belli oranda matematiksel iletişim stratejisi kullanmıştır. Ancak görevin düzeyi nedeniyle öğrenciler sınırlı matematiksel anlayışlara ulaşmışlardır. Yine görevin niteliğinden kaynaklı olarak Armağan Öğretmen soru türlerinde daha çok bilgi toplamaya yönelik soruları kullanmak durumunda kalmış, soruları çeşitlendirme olanağı bulamamıştır.	*Sürece Düşük Düzey Başlayan Görevler* -Deniz Öğretmen bilişsel talep düzeyi olarak düşük kabul edilen bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindeki iki matematiksel görevin düzeyini sürdürmüştür. -Deniz Öğretmen her iki görevde bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine yönelik davranışları birbirine yakın sayılarda sergilemiştir. Ancak, görevin niteliği ile bağlantılı olarak tartışmalar kavramsal derinlik anlamında yetersiz kalmıştır. -Deniz Öğretmen'in bu görevler kapsamında kullandığı matematiksel iletişim stratejileri tartışmalara daha çok öğrenci katılımını sağlamış, ancak, öğrencilerin prosedürlerin temelinde bulunan anlamlarla ilgili bir tartışma içerisine girmelerini desteklememiştir. -Sonuç olarak, Deniz Öğretmen'in, bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine ve matematiksel iletişimin arttırılmasına yönelik sergilediği davranışlar sonucunda görevlerin bilişsel talep düzeyi değişmemiştir. Ancak, görevlerin niteliği öğrencilere bir bilişsel çaba içerisine girmeleri yönünden fazla olanak sağlamadığından tartışmalar ve öğrenci paylaşımları sınırlı düzeyde gerçekleşmiştir.

Tablo 4.33 - devam

Bilişsel Talep Düzeyi Düşen Görevler	*Sürece Üst Düzey Başlayan Görevler* -Armağan Öğretmen, sürece bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey başlayan iki görevin düzeyini biri sunum biri uygulama aşamasında olmak üzere düşürmüştür. -Sunum aşamasında düzeyini düşürdüğü görevde, Armağan Öğretmen, bilişsel talebi sürdürmeye yönelik davranışlardan hiç sergilememiş ve bilişsel talep düzeyinin düşmesine yönelik hatalar yapmıştır. -Görev matematiksel iletişim stratejileri ve soru türleri bakımından da yetersiz kalmıştır. -Uygulama aşamasında düzeyi düşen görevde ise, Armağan Öğretmen bilişsel talep düzeyini matematiksel iletişim stratejileri ve soru türleri ile destekleme yönünde çaba sarf etmiş, ancak görevin konusu olan denk kesirler konusuna bu göreve gelene kadar fazla zaman ayırdığı için tartışmalardaki öğrenci yorum ve yanıtları içeriği tekrar niteliğinde gerçekleşmiştir. Bu nedenle görevin düzeyi uygulama aşamasında düşmüştür. *Sürece Düşük Düzey Başlayan Görevler* Armağan Öğretmen sürece düşük düzey başlayan matematiksel görevlerden hiçbirinin bilişsel talep düzeyini düşürmemiştir.	*Sürece Üst Düzey Başlayan Görevler* -Deniz Öğretmen sürece bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey başlayan bir görevi sunum ve uygulama aşamalarında birer düzey olmak üzere düşürmüştür. -Deniz Öğretmen bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine ilişkin çok az davranış sergilemiş, bunun yanı sıra düzeyin düşmesine neden olan davranışlar sergilemiştir. - Görev kullanılan matematiksel iletişim stratejileri ve soru türleri bakımından da yetersiz kalmıştır. - Sunum aşamasında Deniz Öğretmen'in öğrencilere verdiği yönlendirici ipuçları görevin açık uçlu niteliğinden uzaklaşmasına neden olmuştur. -Öğrencilerin, tahminlerini açıklamaya olanak bulamaması, tahminlerin niteliğini düşürmüş, öğrencilerin herhangi bir mantıksal temeli olmayan tahminler yürütmesi ile sonuçlanmıştır. *Sürece Düşük Düzey Başlayan Görevler* -Deniz Öğretmen sürece düşük düzey başlayan matematiksel görevlerden iki görevin düzeyini birini sunum diğerini uygulama aşamasında olmak üzere düşürmüştür. Sunum aşamasında düzeyini düşürdüğü görevde, Deniz Öğretmen bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine ilişkin davranışları, düşmesine neden olan davranışlardan daha az sergilemiştir. -Kullandığı matematiksel iletişim stratejileri ile sorular sayıca fazla görünse de bu davranışların çoğunluğunu yeniden seslendirme ve bilgi toplamaya yönelik sorular oluşturmuştur.

Tablo 4.33 - devam

Bilişsel Talep Düzeyi Düşen Görevler (devam)		-<u>Uygulama aşamasında düzeyi düşen görevde</u> ise Deniz Öğretmen bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine ve düşmesine neden olan davranışlardan eşit sayıda göstermiştir. -Deniz Öğretmen sunum aşamasında matematiksel iletişim davranışları ve farklı soru türlerini kullanmış, ancak tartışmaları öğrencilerin bir bilişsel çaba içerisine girebilecekleri biçimde yönlendirememiştir. -Öğrencilerin yorumları hatırlama ve çağrışım düzeyinde gerçekleşmiştir.
Kaplumbağa ile Tahmin' isimli ortak matematiksel görevin uygulanması	*<u>Gözlem Bulguları:</u>* *Bilişsel Talep Düzeyini Sürdürmeye Yönelik Davranışlar*: f=8 *Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar:* f=0 *Matematiksel İletişimin Arttırılmasına Yönelik Davranışlar:* f=19 *Soru Türleri:* f=8 *<u>Görevin Bilişsel Talep Düzeyinin Süreç İçerisindeki Değişimi:</u>* *Öğretim Materyali:3* *Sunum:3* *Uygulama:3*	*<u>Gözlem Bulguları:</u>* *Bilişsel Talep Düzeyini Sürdürmeye Yönelik Davranışlar:* f=2 *Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar:* f=7 *Matematiksel İletişimin Arttırılmasına Yönelik Davranışlar:* f=8 *Soru Türleri:* f=8 *<u>Görevin Bilişsel Talep Düzeyinin Süreç İçerisindeki Değişimi:</u>* *Öğretim Materyali:3* *Sunum:2* *Uygulama:1*

Tablo 4.33 - devam

Kaplumbağa ile Tahmin' isimli ortak matematiksel görevin uygulanması (devam)	*Matematiksel Görevin Özeti:* Armağan Öğretmen tartışmaları, öğrencilerin düşünme süreçlerini destekleyerek etkili bir biçimde yönetmiş, öğrenciler ise fikirlerini çoğunlukla, ön bilgileriyle ilişkilendirerek ve matematiksel anlamlara odaklanarak belirtmişlerdir. Bu özelliklerinden dolayı, görev sunum ve uygulama aşamalarında düzeyi değişmeden bağlantılı prosedürler (3) düzeyinde devam etmiştir.	*Matematiksel Görevin Özeti:* Deniz Öğretmen, sunum aşamasında görevin açık uçlu niteliğini azaltan soru ve yönlendirmelerde bulunmuş, öğrencilere kaplumbağanın yerini nasıl bulabilecekleri konusunda yol gösterici olmuştur. Tahminlerde bulunan öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarına da fazla olanak verilmemesi nedeniyle, öğrenciler tartışma süresince yalnızca 'beşte üç', 'ikide bir', vb. kesirlerle tahminlerde bulunmuşlar, ancak bu tahminleri nasıl yaptıklarına ilişkin bir açıklama yapma fırsatı bulamamışlardır. Öğrencilerden düşüncelerini açıklamaları beklenmediği için yapılan tahminler zamanla bir temeli olmayan paylaşımlara dönüşmüştür. Bu nedenle görevin bilişsel talep düzeyi sunum aşamasında bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyine, uygulama aşamasında ise ezberleme (1) düzeyine düşmüştür.

4.4. Araştırmanın Dördüncü Alt Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmanın dördüncü alt problemi bağlamında, öğretmenlerin bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarına ilişkin uygulama öncesi ve sonrası görüşleri arasında nasıl farklılıklar bulunmaktadır? sorusuna yanıt aranmıştır. Bu probleme ilişkin bulgulara öğretmenlerle yapılan birebir görüşmeler aracılığıyla ulaşılmıştır. Araştırma kapsamında öğretmenlerle, uygulama öncesi ve sonrası olmak üzere iki defa birebir görüşme yapılmıştır. Ön görüşmelerde öğretmenler, araştırmanın değişkenleri ile ilgili ön bilgi ve deneyimlerine ilişkin paylaşımlarda bulunmuş, son görüşmelerde ise öğretmenler uygulamaya ilişkin görüşlerini dile getirmişlerdir.

Öğretmenlerle yapılan söz konusu birebir görüşmelerden elde edilen veriler, araştırmanın değişkenleri göz önünde bulundurularak matematiksel iletişim ve matematiksel görevlerin seçimi temaları altında incelenmiştir. Matematiksel görevlerin seçimi teması, öğretmenlerin bilişsel talep düzeyi bakımından üst düzey görevleri seçip uygulama bakımından sorunlar yaşadığı gözlendikten sonra belirlenmiştir. Başka bir deyişle, birebir görüşmelerde öğretmenlerin bilişsel talep düzeyi ile ilgili deneyimlerine ilişkin bir odak noktası oluşturmak amacıyla, daha çok bu görevleri nasıl seçtikleri üzerinde durulmuştur. Öğretmenlerin uygulamaya yönelik tutumları, bunun gelecekteki planlamalarına yansıyıp yansımadığı ise daha sonraki uygulamalara ilişkin görüşler başlığı altında incelenmiştir. İlerleyen bölümlerde, öncelikle, Armağan Öğretmen ve Deniz Öğretmen'in görüşmelerine ilişkin bulgular sunulmuştur. Sonrasında iki öğretmenin birebir görüşmelerinde elde edilen veriler ışığında, ulaşılan bulgular özetlenmiştir.

4.4.1. Armağan Öğretmen ile Yapılan Birebir Görüşmelere İlişkin Bulgular

4.4.1.1. Matematiksel İletişim

Sınıf içi matematiksel iletişimin tanımı ve niteliği: Matematiksel iletişim teması altında öncelikle Armağan Öğretmen'in ön ve son görüşmelerde matematiksel iletişim kavramına yönelik yaptığı tanımlamalar incelenmiştir. Buna göre ön görüşmede, Armağan Öğretmen, matematiksel iletişimi öğrencilerin derse katılma süreçlerine vurgu yaparak tanımlarken, son görüşmede farklı fikirlerin ortaya çıkması, uzlaşma ve tüm öğrencilerin görüşlerinin alınması başlıklarına değinerek daha detaylı açıklamalar yapmıştır.

Ön görüşmede yaptığı tanımlarda Armağan Öğretmen, genelde sorular sorma ve kavramların somutlaştırılması üzerinde durmuştur. Örneğin matematiksel iletişimin önemine ilişkin bir ifadesinde öğretmen, "*Konuları daha iyi kavramasını sağlıyor, çocukların. Sonra yine hayatla ilişkilendirmek gerekiyor bunları, daha iyi ilişkilendirilebiliyor. Konuyu tam kavrarsa kavramları da çok iyi yerleştirirse, hayatla da ilişkilendirebilir.*" şeklinde bir açıklamada bulunmuş, matematiksel iletişimin öğrencilerin konuyu kavramasında nasıl bir rolü olduğunu açması istendiğinde ise "*ne yapması gerektiği ile ilgili. Konuyla da alakalı, şimdi hangi kazanımı vermek istiyorsunuz, o konuyla da ilgili, şimdi sorduğunuz soruya göre çocuğun öğrenmesi açısından, sorular ona göre seçilmeli zaten."* ve görüşmenin ilerleyen bölümlerinde

> "Öğrencilerin matematikle ilgili düşüncelerini aktarmaları, konuşmaları ve iletişim kurmalarının öğrenme üzerinde elbette ki etkisi var, çünkü matematik çok soyut bir ders aslına bakıldığında, etkinliklerle ya da somut materyallerle bunu desteklediğinizde çocukların zihninde bir izlenim yaratabiliyoruz."

ifadelerini kullanmıştır. Bu söylemlerden de anlaşılabileceği gibi, Armağan Öğretmen matematiksel iletişimin önemli olduğunu belirtmiş, ancak sınıf içi tartışmalar ile soyut kavramları somutlaştırma, kavramları günlük yaşantıyla ilişkilendirme, soru sorma ve kavramların daha iyi öğrenilmesi arasında bağ kurmakta yetersiz kalmıştır.

Son görüşmede ise, Armağan Öğretmen'in sınıf içi matematiksel tartışmanın niteliğine ilişkin aşağıdaki açıklamalarda bulunması, uygulama sonrasında, öğrencilerin anlama süreçleri ile matematiksel iletişim arasında bağ kurmaya başladığına işaret etmektedir.

> "Şimdi, tabii ki daha iyi öğreniyor, daha iyi ifade etmeye başlıyor, ilk başta mesela bocalamışlardı, matematiksel, mesela onlara diyorum ya matematik cümlesi kurun falan, onda şey yaparken bu etkinliklerden sonra bakıyorum, daha iyi cümlelerle telaffuz edebiliyorlar, daha iyi ifade edebiliyor öğrendiğini, bizde de öyle değil mi, hakim olduğumuz konuyu daha iyi anlatırız. Çocuk da orada bakıyor, çok iyi anlıyorsa onu da çok iyi bir şekilde ifade edebiliyor."

Matematiksel iletişim ortamının öğrenci açısından faydaları: Sınıf içi matematiksel iletişimi öğrenci kazanımları açısından değerlendirmesi istendiğinde, Armağan Öğretmen, ön görüşmede matematiksel iletişimin konuları günlük hayatla ilişkilendirme, öğrencilerin soru sormasını sağlama, akran öğrenmesini destekleme, öğrencinin düşüncesini gözden geçirmesi ve değiştirmesi ile öğrencinin yanlışını görmesi başlıklarına değinmiştir. Son görüşmede ise öğretmen, kavramların derinlemesine bir şekilde öğrenilmesi, daha iyi öğrenme ve bakış açısının genişlemesi başlıklarını da yorumlarına eklemiştir.

Armağan Öğretmen ön görüşmede öğrenci kazanımlarına ilişkin "*çocuk katıldığı zaman mutlu oluyor*" benzeri açıklamalar yapmıştır. Son görüşmede ise, öğretmenin,

sınıfta sorulan soruların, yapılan tartışmaların kavramlar arası ilişkileri kurmada ve öğrencilerin kendi eksikliklerini fark etmelerinde nasıl etkili olduğunu, ön görüşmeye göre daha detaylı biçimde açıklayabildiği gözlenmiştir. Aşağıda, Armağan Öğretmen'in bu yöndeki örnek ifadelerine yer verilmiştir:

> "Mesela bugün bahsederken çocuklarda üç tane bir problemde tam üç sayfa çözüm yaptık, üç yolu bulduk çocuklarla birlikte mesela orada payda eşitlemeyi orada onlara sordum, dedim ki hani biz sıralama yaparken kesirlerin pay ve paydalarını aynı sayıyla çarparak ne yapıyoruz, genişletiyoruz, burada da benzer bir şey yapabilir miyiz? Paydaların aynı olması gerekiyor, ne yapabiliriz? Oradan yola çıkarak yaptılar. Denk kesirler oturunca, payda eşitlemede sıkıntı yaşamadık, güzel geçti, orayı kolay atlattık, işte onun için temel kavramların çok iyi oturması gerekiyor. Belki de o son yaptığım etkinlik de onu oturtturdu. Çok daha iyi oldu düşünüyorum."

> "Problemleri çözerken herkes anlatıyor neyi neden yaptığını, bunu böyle yaptım, şundan dolayı yaptım. Bir diğeri ben onu böyle yapmıştım. Sonra duruyor, aa öğretmenim ben yanlış yapmıştım, bu böyle olmaz böyle olmalı, oradan bulduğu zaman daha iyi oluyor."

> "O hem çocuk baktığında ne görüyor, orada nasıl yorumluyor, o yorumlamalarını alıyorsunuz. Daha geliştiriyor, bakış açısını çok geliştiriyor diye düşünüyorum. Ben de görüyorum, bir şeye baktığında ne görüyor, ne düşünüyor, sonra bir diğeri bir şey söylediğinde diğeri ona bakıyor, kendi yanlış söylemişse, aa düşünüyor, o niye öyle söyledi, ben niye öyle söyledim, bir daha bakıyor bu sefer kendisi. Hani bir şekilde yanlış söylemişse çocuk ona yanlış denmiyor ama o sonrasında kendiliğinden ortaya çıkarıyor kendi yanlışını aa evet öyleymiş diye. Hoşuma gidiyor öyle olması da. Derse katılmaları, kendilerini ifade ediyor, hem de kendilerinin de hoşuna gidiyor. Orada bir sonuç elde ediyor. Şimdi burada ne söyleyebiliriz bununla ilgili dediğimizde onlar kendi cümleleriyle yakalamış oluyorlar bir şeyi. Onlar da ondan keyif alıyor, ben de keyif alıyorum."

Armağan Öğretmen'in, ön görüşmede öğrenci kazanımlarına ilişkin yeterli düzeyde bir açıklama yapamazken, son görüşmede söz konusu ifadeleri kullanması, öğrencilerin matematiksel tartışmalar yoluyla ne tür kazanımlar elde edebileceği yönündeki görüşlerini uygulama sonrasında detaylandırdığını göstermektedir.

Özetle, öğretmenin matematiksel iletişim kavramına ilişkin ön ve son görüşmedeki görüşleri karşılaştırıldığında, son görüşmede daha detaylı tanım yapabildiği ve öğrenci kazanımlarında kavramların öğrenilmesi, bakış açısının genişlemesi vb. daha üst düzey becerilere vurgu yaptığı görülebilmektedir.

4.4.1.2. Matematiksel Görevlerin Seçimi

Ön ve son görüşmelerde etkinliklerin bilişsel talep düzeyi hakkındaki farkındalığını değerlendirmek için sınıfta uygulayacakları etkinliklerin seçiminde nelere dikkat ettikleri öğretmenlere sorulmuştur. Ön görüşmede Armağan Öğretmen, öğrencilere somut yaşantılar sağlayan, basitten karmaşığa ilerleyen ve eğlenceli etkinlikleri tercih ettiğini belirtirken, son görüşmede, seçilen etkinliklerin öğrencilere üst düzey becerileri kazanmaları konusunda olanak sağlaması gerektiğine vurgu yapmış, etkinliklerin öğrenci katılımını sağlaması gerektiğini paylaşmıştır.

Ön görüşmede kullandığı *"somut materyallerle yapmak çok daha önemli. Çünkü matematikte direkt geçip de bu iki bu bir şunla şunu topla değil, ezbere değil, somut materyallerle öncesinde bir uygulama bir etkinlik yapmak çok daha iyi oluyor."* ifadesi Armağan Öğretmen'in etkinlik seçiminde öğrencilere somut yaşantılar sunma konusundaki tercihine dikkat çekmektedir. Son görüşmede ise Armağan Öğretmen,

> "Çocuk matematiği nasıl en iyi şekilde öğrenir. Bir kere tasarlamak lazım yani konuyla ilgili ne olabilir, en iyi nasıl verebilirim, nasıl öğrenebilir? Onları düşünürüm, çocuğun bir de keyif alacağı hem keyif alacak eğlenecek hem de oradan öğrenecek, yani onlara dikkat ederim."

ifadelerini kullanarak odak noktasını somut yaşantılardan sağlamaktan, öğrenci öğrenmesine kaydırdığını göstermiştir. Bunun yanı sıra, Armağan Öğretmen'in, etkinlik seçimi ve öğrencilere sunulmasında planlamanın öneminden söz ettiği görülmektedir.

Özetle, ön görüşmede somut materyallere vurgu yapan Armağan Öğretmen, son görüşmede somut yaşantı sağlayan etkinliklere verdiği önemi yinelemiş ancak, bu noktada, doğrudan öğrencinin öğrenmesine ilişkin bir düşünme tarzı benimsediğini göstermiştir. Bununla birlikte, planlama yapmanın önemini de vurgulamış, etkinliklerin planlı bir biçimde ve öğrenciye nasıl yansıyacağı düşünülerek hazırlanması yönünde bir farkındalık yaşadığını ifade etmiştir.

Araştırma kapsamında matematiksel iletişim ve bilişsel talep kavramları birlikte ele alındığından öğretmenlerden, seçtikleri etkinliklerle sınıf içerisinde gerçekleşen matematiksel tartışma ortamını ilişkilendirmeleri istenmiştir. Bu noktada, Armağan Öğretmen son görüşmede aşağıdaki ifadeleri kullanmıştır:

> "tabii şimdi etkinlikle öğrenince, çocukta soru işaretleri de daha çok oluyor. diyelim daha iyi öğreniyor, daha iyi gözlem yapıyor, çünkü görüyor elinde somut bir şey var. Oradan yola çıkarak tabii soruları da ona göre daha iyi oluyor diye düşünüyorum ben. Çünkü görüyor çocuk, bunlar soyut kavramlar ne kadar böyle hayali anlatın tahtada çok kalmaz beyninde ama elinde yaptığı zaman daha kalıcı oluyor, ona göre soruları da daha iyi oluyor, anlaması da daha iyi oluyor. Kavramlar daha iyi oturuyor diye düşünüyorum."

Söz konusu ifadelerinden hareketle, Armağan Öğretmen'in seçtiği etkinlikler ile sınıf içi matematiksel iletişim arasında bir bağ kurabildiği düşünülmektedir. Bu kapsamda, seçilen etkinliklerin, öğrencilerin daha iyi soru sormasına, sorulan soruların ise kavramların daha iyi anlaşılmasına yol açtığı yönündeki görüşlerini dile getirmiştir. Başka bir deyişle, Armağan Öğretmen'in görüşleri, seçilen etkinliklerin matematiksel iletişimin niteliği yönünde bir etkisi olduğu ve nitelikli bir matematiksel iletişimin kavramların daha iyi anlaşılmasına yol açtığı yönünde gelişmiştir.

4.4.1.3. Sınıf İçi Uygulamalara ve Daha Sonraki Uygulamalara İlişkin Görüşler

Armağan Öğretmen son görüşmede uygulama sürecini iyileştirme ve uygulamayı matematik dersi kapsamındaki başka konular için kullanma konusunda istekli olduğunu belirtmiştir.

Armağan Öğretmen kendisine sorulmadan uygulamayı bir daha yapsa çok daha iyi yapacağını söylemiş ve şu ifadeleri kullanmıştır:

> "Yani işte dediğim gibi, elimdeki materyalleri daha iyi kullanırım, daha iyi şeyler bulmaya çalışırım öncesinde, ne bileyim çünkü bunu yaptıkça başka şeyler çağrıştırıyor aklınızda, şunu da yapsam daha iyi olurdu, o anda aklınıza geliyor zaten, şu anda bir daha bu konuyu versem nasıl, mesela ondalık kesirleri verirken bunu çok daha geliştirilmiş şekilde kullanabilirim. Diğer konuları da işlerken bana birçok şeye çağrışım yaptı."

Uygulamaya ilişkin geleceğe dönük planlarını da Armağan Öğretmen şu şekilde açıklamıştır:

> "Önümüzdeki yıl diyelim birinci sınıftan alacağım, şimdi bütün bunları kafamdan geçiriyorum, birinci sınıfta doğal sayıları verirken hangi alanda nerede nasıl kullanabilirim diye düşünüyorum kafamda sıralama yapıyorum. Mutlaka bana bunlar çok şey katacak, hani alt sınıftan başlayarak üst sınıflarda doğru bunu nasıl geliştirebilirim, neler yapabilirim diye."

Armağan Öğretmen bu ifadelerinde kendini geliştirme yönünde istekli olduğunu ve planlama konusuna daha çok özen göstereceğini dile getirmiştir. Benzer şekilde Armağan Öğretmen'in planlamanın ve öğrenci özelliklerinin planlamaya dahil edilmesinin önemini aşağıdaki ifadelerle açıklamıştır:

> "Çocukların kapasitesiyle de alakalı, bu sınıf zaten üst düzeyde diyelim yaş grubuna göre, diyelim ki normal düzeyde devlet okulunda farklı bir sınıf olsa, ben mesela onlarda ne yapardım? Şu ilk yaptığımız çalışmayı daha geniş alırdım, daha detaylı yapardım. Hani böyle tek bir çalışmayla bırakmazdım, yine böyle yapıştırma, kesme, kendisi bölerek öyle yaptırırdım. Yine önce kendi oluştursun basit kesri, onlara biraz daha yer verirdim. daha alt grup için. Basitten karmaşığa gitmek için. basit kesir oturduktan sonra bileşik, o da olduktan sonra tam sayılı. Böyle biraz da hızlı gittik, alabiliyor çocuklar. Ben şimdi tam sayılı ve bileşik kesirlerdeki toplama çıkarmada ben vermeden onların fikirlerini yoklamak istiyorum, bakalım nasıl yapmayı deneyecekler, neler yapacaklar, neler söyleyecekler, onu çok merak ediyorum mesela ilk yaptığımızda, mesela ne düşünüyor çocuk, karşısına çıktı. Mesela demin dediğim kesirde de a/15 a'ya hangisini yazarsan basit kesir olur? Orada ne düşünüyor, neler söylenir? Düşünceyi alıp ondan sonra anlatmak, bence bilmiyorum, öyle yapmak hoşuma gidiyor benim de."

Armağan Öğretmen'in bu açıklamalarında hem etkinlik seçimi hem de matematiksel iletişim bakımından detaylı örnekler verdiği görülmektedir.

Özet olarak, son görüşmede elde edilen bulgular ışığında, Armağan Öğretmen'in, matematik öğretiminde etkinliklerin ve bu etkinlikler kapsamında matematiksel iletişim ortamı oluşturulmasının önemine vurgu yapabildiği ve bu yönde kendisini geliştirmeye istekli olduğu sonucuna ulaşılabilmektedir.

Armağan Öğretmen uygulamayı değerlendirirken bazı eksik noktaları fark etmiş, bunu son görüşme sırasında şu şekilde ifade etmiştir:

> "Hani daha net açıklayabilmek adına biraz daha ellerinde etkinliklerle, kendi yapabilecekleri şeye daha çok yer vermek gerektiğini düşünüyorum, hepsinin kafasını karıştırmadan, bir de mesela o gün yaptığım şu parçaları birleştirmiştik ya, onu sonradan düşündüm ben çocuklarla da paylaştım onu zaten, mesela, orada aynı bütünü farklı parçalara bölerek göstermek daha doğru olacaktı……..öyle yapıp ondan sonra oraya kesir sayılarını yazdırdığımızda aynı büyüklükteki bir bütünün işte farklı şekilde bölündüğünde mesela, 4/8 ya da 3/6lar aynı hizaya gelecekti, şekil üzerinde orada çok net görecekti çocuk, orada kendimi eleştirdim."

Armağan Öğretmen, bu ifadeleriyle denk kesir kavramını öğrencilerin daha iyi anlayabileceği bir biçimde işleme yönünde istekli olduğunu belirtmiştir. Ancak, Armağan Öğretmen'in bu noktadaki önerisi kavramsal olarak hatalı bir niteliktedir. Kesir kavramının farklı anlamlarından uzak olan bu görüşte, öğretmen, kesirlerin oran alt yapısını görmezden gelmekte, denk kesir kavramını parça bütün ilişkisi üzerinden öğrencilere aktarmayı önermektedir. Başka bir deyişle, Armağan Öğretmen'in de zihninde denk kesirleri oluşturmak için aynı bütünü kullanmak gerektiği yönünde bir kavram yanılgısı bulunmaktadır. Bu durum öğretmenin, kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgisinin belli noktalarda yeterli olmadığına işaret etmektedir. Sınıf gözlemlerinden elde edilen bulgularda da öğretmenin alan bilgisi olarak yeterli olmadığı noktalara dikkat çekilmiştir.

4.4.2. Deniz Öğretmen ile Yapılan Birebir Görüşmelere İlişkin Bulgular

4.4.2.1. Matematiksel İletişim

Sınıf içi matematiksel iletişimin tanımı ve niteliği: Matematiksel iletişim teması altında öncelikle Deniz Öğretmen'in ön ve son görüşmelerde matematiksel iletişim kavramına yönelik yaptığı tanımlamalar incelenmiştir. Buna göre ön görüşmede, Deniz Öğretmen, matematiksel iletişimi daha çok tek yönlü (öğretmenden öğrenciye) bir şekilde tanımlarken, son görüşmede farklı fikirlerin ortaya çıkması, uzlaşma vb. başlıklarına değinerek görüşlerini ifade etmiştir.

Deniz Öğretmen, ön görüşmelerdeki tanımlamalarında sembollerin matematiksel ifadeye çevrilmesi, günlük hayatla ilişkilendirme, örnekler verme, anı anlatma, vb. başlıklara değinmiştir. Deniz Öğretmen'in, *"Matematik dersinin Türkçe ifadesini matematiksel olarak sembollerle göstermeye ve sembolle verilmiş bir şeyi matematiksel ifadeye çevirmede daha çok problem kurma ve çözmede özellikle tartışma yaparım."* ve *"hayatıyla ilişkilendiririm, örnekler veririm, çok önemli, daha kalıcı olur. Bir anım varsa onu anlatırım."* ifadeleri bu yöndeki görüşlerine ilişkin

örnek olarak verilebilir. Buradaki görüşlerinden hareketle Deniz Öğretmen'in matematiksel iletişimin yönünü daha çok öğretmenden öğrenciye doğru yorumladığı sonucuna da ulaşılabilmektedir. Sınıf içi tartışmanın niteliğine ilişkin Deniz Öğretmen'in yaptığı, *"fazla bir tartışma ortamı olmuyor, ama dediğim gibi çok konuşuyorlar, düşüncelerini örneklerini veriyor, adı üstünde tartışma olmuyor."* yorumu da öğrencilerin düşünceleri ve verdikleri örneklerin ilgili konunun tartışılmasına katkıda bulunmadığına işaret etmektedir.

Son görüşmede ise Deniz Öğretmen'in matematiksel iletişime yönelik açıklamalarda bulunurken öğrenci katılımı, farklı fikirlerin ortaya çıkması, vb. süreçlere değindiği gözlenmiştir. Öğretmenin,

> "biz matematikte açıkçası bu zamana kadar bu şekilde bir tartışma ortamı, böyle bir ders işlemedik. Diğer derslerde hep işliyoruz ama matematik farklıydı. O alanda işlememiştik. Bu şekilde daha fazla katılım, daha farklı fikirler uzlaşma, vs. gibi kazanımlar da çıktı ortaya güzel oldu."

ifadesi bu görüşlerine ilişkin bir örnek olarak verilebilir.

Matematiksel iletişim ortamının öğrenci açısından faydaları: Sınıf içi matematiksel iletişimi öğrenci kazanımları açısından değerlendirmesi istendiğinde, Deniz Öğretmen, öğrencilerin yanlışlarını görmesi, akranlarından öğrenmesi, kendini daha iyi ifade etmesi ve arkadaşlık ilişkilerinin gelişimi başlıklarına değinmiştir. Son görüşmede ise bu başlıklardan farklı olarak öğrencilerin farklı fikirlerini dile getirmesi ve uzlaşmanın sağlanması başlığı ön plana çıkmıştır.

Ön görüşmede, matematiksel tartışmaların öğrenci açısından nasıl faydaları olabileceği sorulduğunda Deniz Öğretmen aşağıdaki yanıtı vermiştir:

> "Şimdi şöyle oluyor. İlişkilendirebiliyorlar günlük hayattaki şeylerle. Onu alıp da ezberleme yerine fotoğrafını çekme yerine günlük hayatıyla ilişkilendiriyor çocuk markete gittiğinde alışverişe gittiğinde daha sıkıntı yaşamadan bunu daha iyi kullanıyor. Bir de kendini ifade etme becerisi kazanıyor, tartışma diyorsunuz ya mesela kendini rahat bir şekilde ifade edebiliyor, polemiğe girmeden o şekilde yanlışını da görüyor, o da güzel bir şey ve kabul ediyor, mantıklı bir cevap alırsa tabii karşı taraftan. doğru olduğuna inanırsa kabul ediyor, düşüncesini değiştirebiliyor, bu da çok önemli, çünkü günümüzde biliyorsunuz yaş ne olursa olsun, insanlara yanlışlarını gösterdiğiniz zaman kabul etmesi zor oluyor."

Bu ifadesinde öğretmenin, öğrencilerin kendini ifade etme ve farklı arkadaşlarının görüşleriyle karşılaştırarak yanlışını görme süreçlerine dikkat çektiği görülmektedir. Aşağıdaki ifadesinde verdiği örnekte ise, gerçekleştirdiği asistan öğretmen uygulaması ile öğrenciler arasındaki matematiksel iletişimi arttırdığını bu iletişimin akran öğrenmesine ve arkadaşlık ilişkilerinin gelişimine katkı sağladığını belirtmiştir.

> "Tartışmalarda, grup çalışmalarında asistan öğretmen tekniğim var, gruplarda iyi çocukları asistan ilan ediyorum, o kontrol ediyor, anlamadıkları ya da eksik oldukları yerleri o çocuklar anlatıyor, çok da güzel oluyor. ben oturuyorum, onlar anlatıyorlar, düzeltiyorlar, vs. Hem arkadaşlık ilişkilerini geliştiriyor hem de motive edici oluyor, o asistanlar sürekli değişiyor zaten sabit olmuyor."

Deniz Öğretmen, son görüşmede uygulamayı değerlendirirken, benzer kazanımları aşağıdaki açıklamalarında dile getirmiştir.

> "Cevabı doğru söylese bile durmadım diğer cevapları aldım. bu yönden doğru cevabın ne olduğunu bilmediği şekilde devam ettiler cevap vermeye, bu şekilde daha farklı yorumlar çıkıyor, bir de şu var çocuk yanlışını farkına vardı. Mesela fikrini söylüyor, şunu yapmalıyız, şu şekilde yapmalıyız, daha başka bir çocuk buna katılmadığını, şunu yapması gerektiğini söyleyince diğeri yanlışını ya da hatasını eksiğini görüyor, aa evet doğru diyor. Ben hiçbir uyarıda bulunmadan çocuk kendi kendine yanlışını arkadaşının düşüncesiyle görebiliyor ve daha güzel oluyor. Zaten yanlışı kendisi görmeli çocuk. Biz söylersek çocuk bu yanlışın farkına varmaz. Mühim olan kendisinin fark etmesi ve bu nedenle faydalı oldu."

Son görüşmede matematiksel iletişim ile ilgili tanımlamalarında Deniz Öğretmen daha fazla katılım ve farklı fikirlerin uzlaşması kazanımlarına değinmiştir. Öğretmenin buna ilişkin ifadesi, matematiksel iletişim tanımı başlığı altında verilmiştir.

Deniz Öğretmen'in matematiksel iletişime yönelik ifadelerine bakıldığında ön ve son görüşmede birbirine benzer tanımlamalar yaptığı görülebilmektedir. Tanımlamalar bakımından son görüşmelerdeki farklılık, Deniz Öğretmen'in öğrenci katılımı ve farklı fikirlerin dile getirilmesi konularını gündeme getirmiş olmasıdır.

4.4.2.2. Matematiksel Görevlerin Seçimi

Ön ve son görüşmelerde etkinliklerin bilişsel talep düzeyi hakkındaki farkındalığını değerlendirmek için sınıfta uygulayacağı etkinliklerin seçiminde nelere dikkat ettikleri öğretmenlere sorulmuştur. Ön görüşmede Deniz Öğretmen, etkinlikleri seçerken basitten karmaşığa gidip gitmediğine, etkinliğin resim ve renklerle öğrenci açısından daha anlaşılır ve keyifli hale getirilip getirilmediğine dikkat ettiğini belirtmiştir. Son görüşmede ise Deniz Öğretmen'in etkinlik seçiminde oyun vurgusu yapmış ve etkinlikleri farklı materyallerle desteklemenin önemine dikkat çekmiştir.

Deniz Öğretmen'in ön görüşmede dile getirdiği aşağıdaki ifadeleri etkinlik seçimini nasıl yaptığını açıklamaktadır:

> "Basitten karmaşığa mı diye bakıyorum. Çünkü her çocuk aynı seviyede değil, iyi çocuklar da var vasat çocuklar da var ya da altyapısı çok iyi olmayan çocuklar, çünkü biz bunları 1'den 4'e getirmedik, geçen sene 6 öğrenci katıldı bu sene 2 öğrenci katıldı bundan dolayı sıfırdan başlıyoruz, basitten karmaşığa doğru. Etkinliklere bakarken, bir, çocuğun yapısına uygun mu? isteğini karşılıyor mu ve eğlenceli mi, özellikle eğlenceli olmasına dikkat çekiyorum ve basitten karmaşığa doğru gitmesini ve sıradanlık evet bir kaynak kitapta mesela bir sayfada 30 tane toplama işlemi var, çocuk sıkılıyor. O tarz mı değil mi diye bakıyorum az olmalı öz olmalı, resimlerle olmalı, resimlerle ifade etmesi çocukların daha çok dikkatini çekiyor, renkli olması çok önemli. Etkinlikleri ona göre seçiyorum ya da ayarlıyorum."

Deniz Öğretmen'in, etkinlik seçimine ilişkin açıklamalarını yaparken, sınıfının yaş düzeyinin küçük olmasından ve sınıfın karma yapısından kaynaklı kaygılarına sıklıkla değindiği gözlenmiştir. Örneğin, öğretmenin aşağıdaki ifadesinde bu durum açık bir şekilde görülebilmektedir.

> "Yönerge almada sorun yaşıyorlar. Benim sınıfım bir yaş küçük, diğer sınıftan. Bu yaş seviyesiyle çalışmak çok zor. Onun üzerine bir eğitim vermeye çalıştım. Rehberlikle ortak çalıştım, biraz geliştiler. Ne yapacaklarını anlamakta, etkinliklerdeki yönergeleri anlayamıyorlar. Onu izah ederken biraz zorlanıyorsunuz. Süre de ondan uzuyor, yetmiyor."

Son görüşmede ise Deniz Öğretmen, etkinlik seçimiyle ilgili aşağıdaki açıklamalarda bulunmuştur:

> "Farklı bir şey olsun dedim, kâğıt ve kalemin dışında farklı bir materyal daha çok dikkatlerini çekecekti, biraz da ne diyelim, devinimsel bir etkinlikti yani tahtaya geldik, kalemlerin ve kâğıdın dışında oyun tarzı geldi çocuklara, bu yapma ve bozma oyunlarını çok severler çocuklar. Bunu düşünerek onu yaptım. Diğer derslerle ilgili de benim materyal geliştirme kitaplarım var, onları da inceliyorum. Strafor uygun geldi bana."

Bu açıklamalarında Deniz Öğretmen'in ön görüşmeden farklı olarak materyal kullanımına ve etkinliğin öğrenciye oyun gibi gelmesi konusuna değindiği görülmektedir.

Deniz Öğretmen, etkinlik seçimine ilişkin ön ve son görüşmelerdeki açıklamalarında sınıf içerisinde uyguladığı etkinlikler ile oluşturulan matematiksel iletişim ortamı arasında bir bağ kuramamıştır. Nitekim, öğretmenin, söylemlerinde gerçekleştirdiği etkinlikler ile matematiksel tartışma ortamını ayrı ayrı değerlendirdiği gözlenmiştir.

4.4.2.3. Sınıf İçi Uygulamalara ve Daha Sonraki Uygulamalara İlişkin Görüşler

Deniz Öğretmen söylemlerinde uygulamayı genel olarak olumlu değerlendirmiştir. Uygulamanın, öğrencilerin kesir kavramını anlamaları yönünde olumlu katkısı olduğunu şu ifadeleriyle dile getirmiştir: *"İkinci sınıftan beri biz kesirleri işliyoruz. Yaş biraz küçük olduğu için bu sene daha iyi kavrandığını gördüm, konunun daha iyi pekiştirdiğini gördüm. Bu yaptığımız çalışmalarla daha iyi kavradılar."* Neden bu şekilde düşündüğü sorulduğunda ise, Deniz Öğretmen,

> "zihinlerinde daha kalıcı oldu. Problem çözmede iyi oldu, çünkü problem çözme başlı başına bir sorun. Okurken zihinlerinde canlandırarak ve bunu tartışarak daha kalıcı oldu ve problemlerde sıkıntı yaşamıyoruz, hepsi yüzde yüz bir başarı alıyoruz problem çözümlerinde ve görsel modelleştirerek o daha fazla etkili oldu, çocuk en azından hangi işlemi yapacağını görüyor. Problemlerde daha basitleştirip kalıcı oldu."

yanıtını vermiştir.

Benzer bir uygulamayı tekrarlayıp tekrarlamayacağı sorulduğunda ise Deniz Öğretmen, uygulamayı tekrarlayabileceğini dile getirmiş, ancak zaman kısıtı,

öğrencilerin nitelikleri, vb. sınırlayıcı öğelere dikkat çekmiştir. Aşağıda Deniz Öğretmen'in zaman sıkıntısına ilişkin görüşleri yer almaktadır:

> "Tabii ki ama dediğim gibi zaman çok kısıtlı. Müfredatı yetiştirme, sıkışınca bu süreç yetiştiremiyoruz. Şöyle bir şey, mesela devlet okulları bizden önde, o da çok etkiliyor bizde, veliler devlet okulunda onlar şuradalar, siz şuradasınız diyebiliyorlar. Bilmiyorlar ki biz ders saati diyelim ki haftada beş saatse matematik, biz daha fazla yapamıyoruz, çünkü branş dersleri vs. var, ama devlet okullarında müzik dersi, beden dersi, bütünüyle öğretmen, yağmurluysa dışarı çıkartmıyor, matematik yapıyor ya da branş derslerine sınıf öğretmeni girdikleri için onlar daha avantajlı bizden, daha ilerleyebiliyorlar, daha kapsamlı gidebiliyorlar. Bizim gerçekten zamanımız yok. Dua ediyoruz, branş öğretmeni gelmese de onların dersini biz alsak diye."

Deniz Öğretmen uygulamayı ve benzer bir uygulamayı tekrar yapmak isteyip istemediğini değerlendirirken öğrencilerine ilişkin kaygılarını da aşağıdaki ifadeleriyle yeniden gündeme getirmiştir:

> "Ben ikinci sınıfta aldım, birinci sınıfta emekli bir öğretmen baş edememiş, akademik olarak fazla bir şey verememiş, ben aldığımda çok kötü durumdaydı. Okuma yazma sıkıntılıydı. Kitapları bomboştu, zapt edememiş. (Ara sınıf düzeylerinde sınıfa katılan öğrenciler için) sınıf düzeni çok bozuldu, çocukların düzeyini ölçemedik, davranışları uyum sağlayamadılar. Kötü oldu geçen sene. Onları aynı seviyeye getirirken diğerlerini kaybediyorsunuz. Planlı çalışma yok."

Özet olarak, Deniz Öğretmen, yapılan uygulamaya ve geleceğe yönelik söylemlerinde çoğunlukla, zaman kısıtı, öğrenci özellikleri, vb. dış etkenlere değinmiş, kendini geliştirmeye yönelik herhangi bir açılımda bulunmamıştır.

Deniz Öğretmen, uygulama sürecinde bazı konuları planladığı gibi işleyemediğini ve ele almak istediği bazı konuları zaman kısıtı nedeniyle işleyemediğini de dile getirmiştir. Deniz Öğretmen'in bu duruma ilişkin görüşleri aşağıda yer almaktadır:

> "Birim kesir kavramı belki hala ezbere olacak ama ne olduğunu tam anlayamadılar. Onu hissediyorum ben daha iyi kavratabiliriz mesela birim kesri. Mesela modelle gösterirken her bir parçaya birim kesir değerini yazdığımızda neden bunlar kavrayamamış olabilirler? Mesela üç bölü dördün üç tane bir dörtten oluştuğunu onu biraz ezber tarzı, canlandırarak kafasında tam oluştuğunu hissetmedim. Eksik kaldı gibi geldi bana."

> "Şeyi yetiştiremedik. Problem çözerken, kesirlerle ilgili problemlerde bütünden parçayı bulmayı çözdük ama parçadan bütüne ulaşmayı yetiştiremedik. Müfredatımızda yok ama ben yine de vermek istedim, görmek istedim en azından ne yapıyorlar diye veremedik. Onu görmek isterdim acaba gerçekten yapabilecekler mi? Örneğin, bütünün parçasının parçasını bulmayla ilgili hiçbir beklentim yoktu, çok şaşırttılar beni."

Deniz Öğretmen'in de Armağan Öğretmenle benzer bir biçimde kesirlere ilişkin pedagojik alan bilgisi konusunda sınırlılıkları olduğu bu ifadelerden yola çıkarak söylenebilir. Birim kesir kavramında öğrencilerin derinlemesine bir anlayışa ulaşamadıklarını fark eden Deniz Öğretmen'in birim kesir kavramını model üzerinde gösterim ile sınırladığı görülmektedir. Bu noktada yine, öğretmenlerin kesirlere yönelik alan bilgisinin parça-bütün ilişkisi ile sınırlı olduğu ön plana çıkmaktadır.

Diğer ifadesinde Deniz Öğretmen, öğretim programında yer almayan bir konuyu zaman kısıtı nedeniyle işleyemediklerini belirtmiştir. Bu durum da öğretmenin öğretim programında yer alan içeriği zenginleştirme ve derinleştirme konusunda yeterli ya da istekli olmadığına, bunun yerine yüzeysel bir biçimde öğrenciye düzeyiyle uygun olmayabilecek yeni içerikler sunmayı tercih ettiğine işaret etmektedir.

4.4.3. Araştırmanın Dördüncü Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet

Armağan Öğretmen ve Deniz Öğretmen ile gerçekleştirilen birebir görüşmeler sonucunda elde edilen bulguların özeti Tablo 4.34'te sunulmuştur.

Tablo 4.34: Araştırmanın Dördüncü Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet Tablo

		Armağan Öğretmen	**Deniz Öğretmen**
Matematiksel İletişim	Sınıf içi matematiksel iletişimin tanımı ve niteliği	*Ön Görüşme* Öğretmen, matematiksel iletişimi öğrencilerin derse katılma süreçlerine vurgu yaparak tanımlamıştır. *Son Görüşme* Öğretmen, tanımlamalarında farklı fikirlerin ortaya çıkması, uzlaşma ve tüm öğrencilerin görüşlerinin alınması başlıklarına değinmiştir.	*Ön Görüşme* Öğretmen, matematiksel iletişimi daha çok tek yönlü (öğretmenden öğrenciye) bir şekilde tanımlamıştır. *Son Görüşme* Öğretmen, tanımlamalarında farklı fikirlerin ortaya çıkması ve uzlaşma başlıklarına değinmiştir.
	Matematiksel iletişimin öğrenci kazanımları açısından değerlendirilmesi	*Ön Görüşme* -Günlük hayatla ilişkilendirme - Öğrencilerin soru sormasını sağlama - Akran öğrenmesini destekleme - Öğrencinin düşüncesini gözden geçirmesi ve değiştirmesi - Öğrencinin yanlışını görmesi *Son Görüşme* - Kavramların derinlemesine bir şekilde öğrenilmesi - Daha iyi öğrenme - Bakış açısının genişlemesi Öğretmenin son görüşmede daha detaylı tanım yapabildiği ve öğrenci kazanımlarında kavramların öğrenilmesi, bakış açısının genişlemesi vb. daha üst düzey becerilere vurgu yaptığı görülebilmektedir.	*Ön Görüşme* -Öğrencinin yanlışını görmesi, -Akran öğrenmesini destekleme -Kendini daha iyi ifade etme -Arkadaşlık ilişkilerinin gelişimi *Son Görüşme* -Öğrencilerin farklı fikirlerini dile getirmesi -Uzlaşmanın sağlanması Deniz Öğretmen'in matematiksel iletişime yönelik ifadelerine bakıldığında ön ve son görüşmede birbirine benzer tanımlamalar yaptığı görülebilmektedir. Tanımlamalar bakımından son görüşmelerdeki farklılık, Deniz Öğretmen'in öğrenci katılımı ve farklı fikirlerin dile getirilmesi konularını gündeme getirmiş olmasıdır.

Tablo 4.34 - devam

Matematiksel Görevlerin Seçimi	*Ön Görüşme* -Somut yaşantılar -Basitten karmaşığa -Eğlenceli *Son Görüşme* -Öğrencilere üst düzey beceriler kazanma olanağı sunma -Öğrenci katılımına olanak sağlama Armağan Öğretmen'in görüşleri, seçilen görevlerin matematiksel iletişimin niteliği yönünde bir etkisi olduğu ve nitelikli bir matematiksel iletişimin kavramların daha iyi anlaşılmasına yol açtığı yönünde gelişmiştir.	*Ön Görüşme* -Basitten karmaşığa -Kullanılan resim ve renkler *Son Görüşme* -Oyun -Somut materyaller Deniz Öğretmen, matematiksel görevlerin seçimine ilişkin ön ve son görüşmelerdeki açıklamalarında sınıf içerisinde uyguladığı etkinlikler ile oluşturulan matematiksel iletişim ortamı arasında bir bağ kuramamıştır. Nitekim, öğretmenin, söylemlerinde, gerçekleştirdiği etkinlikler ile matematiksel tartışma ortamını ayrı ayrı değerlendirdiği gözlenmiştir.
Sınıf İçi Uygulamalara ve Daha Sonraki Uygulamalara İlişkin Görüşler	-Armağan Öğretmen son görüşmede uygulama sürecini iyileştirme ve uygulamayı matematik dersi kapsamındaki başka konular için kullanma konusunda istekli olduğunu belirtmiştir. -Armağan Öğretmen kendini geliştirme yönünde istekli olduğunu ve planlama konusuna daha çok özen göstereceğini dile getirmiştir.	-Deniz Öğretmen, yapılan uygulamaya ve geleceğe yönelik söylemlerinde çoğunlukla, zaman kısıtı, öğrenci özellikleri vb. dış etkenlere değinmiş, kendini geliştirmeye yönelik herhangi bir açılımda bulunmamıştır.

4.5. Araştırmanın Beşinci Alt Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmanın beşinci alt problemi bağlamında, öğrenciler uygulama sürecini nasıl algılamışlardır? sorusuna yanıt aranmıştır. Bu probleme ilişkin bulgulara öğrencilerle yapılan odak grup görüşmeleri aracılığıyla ulaşılmıştır. Uygulama sonunda her iki sınıftan birer grup öğrenciyle, uygulamaya ilişkin görüşmelerini almak üzere odak grup görüşmeleri yapılmıştır. Odak grup görüşmelerinde ortaya çıkan bulgular uygulamaya ilişkin görüşler, derse katılım ile ilgili görüşler ve öneriler başlıkları altında ele alınmıştır. İlerleyen bölümlerde, öncelikle, Şube 1 ve Şube 2'ye ilişkin bulgular sunulmuştur. Sonrasında iki sınıfın odak grup görüşmelerinde elde edilen veriler ışığında, ulaşılan bulgular özetlenmiştir.

4.5.1. Araştırmanın Beşinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 1

4.5.1.1 Uygulamaya İlişkin Görüşler

Uygulama kapsamında gerçekleştirilen etkinliklerin eğlenceli olduğunu belirten Şube 1 öğrencileri, somut materyallerle yapılan etkinliklerin, soyut kavramları anlamlandırmada, neden-sonuç ve kavramlar arası ilişkileri kurmada kendilerine yardımcı olduğunu ve farklı fikirlerin dile getirilmesine olanak sağladığını paylaşmışlardır. Kesirler ünitesi kapsamında kitaptan daha az etkinlik yaptıklarını, daha çok somut materyallere dayalı etkinlik bulunduğunu, öğrencilerin serbest çalışmasının ve katılımının desteklendiğini belirtmişlerdir. Aşağıda öğrencilerin bu konuyla ilgili ifadelerinden örnekler verilmiştir:

> "Hepsi çok eğlenceli geçti, keşke bütün konuları böyle yapsak. Çünkü mesela öyle bir kâğıtta aktivite yapmak yerine problemler de eğlenceli de kâğıtta bir aktivite yapmak yerine böyle eğlenceli bir şekilde modellerle öğrenerek yapmak daha eğlenceli. "-Özlem

> "En eğlenceli zamanlardan biri böyle mantıkla yürüttüğümüz şeylerdi, çünkü mantıkla yürüttüğümüzde her şeyin bir nedeni ve sonucu oluyordu." -Nehir

> "Nehir'in dediğine ben de katılıyorum. Problemlerde özellikle herkes böyle farklı yollardan falan söylüyordu ve o çok eğlenceli oluyordu bence." -Özlem

> "Bence güzel oldu. Düşünebildik en azından, en azından fikir yürüttük, sonra da doğrusunu öğrendik." -Doruk

Bu ifadelerinden hareketle, öğrencilerin etkinlikleri sadece eğlenceli olarak algılamadıkları, etkinlik kapsamında düşünmek, fikir yürütmek, kendi katıldıkları bir faaliyette bulunmak, vb. süreçlerinin bilincinde oldukları söylenebilir.

4.5.1.2. Derse Katılım Sürecine İlişkin Görüşler

Öğrencilerin matematiksel tartışmalara katılıp katılmadıkları ve sebebi sorulduğunda, derse katılmanın arkadaşlarından öğrenmeyi ve arkadaşlarına öğretmeyi sağladığını belirtmişlerdir. Matematiksel tartışmalarda arkadaşlarını dinleyerek yanlışlarını fark edebildikleri ve farklı fikirler edinerek kendilerini geliştirebildiklerini dile getirmişlerdir. Öğrencilerin derse katılmanın önemiyle ilgili paylaştıkları düşüncelerinden aşağıda örnekler verilmiştir:

> "Çünkü biz de arkadaşlarımızdan öğrenebiliriz, mesela biz bir şey dedik belki yanlış söylemişizdir, arkadaşımız da başka bir şey iddia eder, arkadaşımız biraz öğretmenimizden daha yakın olabiliyor, çünkü sonuçta bizim bakış açımızdan bakan bir kişi kardeşimiz gibi o yüzden onun söylediği de önemli olması gerek." -Nehir

> "Arkadaşımızı dinlersek hem ondan bir şey alırız hem de biz de tabi bir yanlış yapmış olabiliriz onun sayesinde de öğrenebiliriz. Öğretmen sürekli bize şöyle diyor, ben de sizden öğreniyorum falan diyor öyle biz de arkadaşlarımızdan öğreniyoruz." -Özlem

> "(Derse katılıyorum) çünkü şöyle bir şey var ben yeni şeyler öğrenmek istiyorum bunun sonucunda daha güzel meslekler edinmek istiyorum". -Doruk

4.5.1.3. Öneriler

Öğrenciler matematik derslerinde daha fazla somut materyal içeren etkinlikler olmasını, etkinliklerin aşamalı bir biçimde sıralanmasını ve konu ve kavramlar arasında daha fazla bağlantı kurulmasını önermişlerdir.

> "Ayrıca böyle yaparken kesirlerde yani bu şekilde yaparken yeni konuya atladığımızda daha güzel oluyor çünkü mesela biz bileşik kesirlere geçtik. Bileşik kesirlere geçtiğimiz zaman çok eğlenceli olmuştu mesela ya da denk kesirler. ilk önce ortasını öğreniyoruz ana konuyu sonra böyle bir konu daha atladığımızda daha eğlenceli oluyor, sonra daha eğlenceli..."-Nehir

> "Ve şöyle şeyler oluyor. Mesela biz böyle bir oyun oynadığımızda bilme oyununu çok sevdik, onun kademeleri olabilir mesela, benim oynadığım bir oyunda vardı kademe kademe gidiyordu. onları sürekli hatırlıyordum oyun bittiğinde yine hepsini hatırlıyordum. bu kesirler de öyle bir şey sürekli böyle kademe kademe Nehir'in de dediği gibi sırayla gidiyoruz ve sonunda hepsini hatırlamış oluyoruz hem de daha güzel bir şekilde yani eğlenerek öğreniyoruz." -Özlem

Öğrencilerin yorumlarında etkinliklerin farklı düzeyleri olduğunu ve etkinliklerin içerdiği kavramlar arasında bir aşamalılık ve ilişki bulunması gerektiğinin altını çizmeleri bilişsel talep kavramı kapsamında ele alınan matematiksel ilişkilerin sunulması, seçilen etkinliklerin öğrencilerden beklediği farklı düşünme düzeylerine ilişkin farkındalık geliştirilmesi, vb. temalar ile de uyum göstermektedir.

4.5.2. Araştırmanın Beşinci Alt Problemine İlişkin Bulgular-Şube 2

4.5.2.1 Uygulamaya İlişkin Görüşler

Şube 2 öğrencileri uygulama kapsamında gerçekleştirilen etkinlikleri genel olarak keyifli bulduklarını aktarmışlardır. Öğrenciler, kesirler ünitesinde gerçekleştirdikleri uygulamaların diğer derslerden farklı yönünü somut materyallerle yaptıkları etkinlikler olarak yorumlamışlardır. Öğrencilerin konuya ilişkin örnek ifadeleri aşağıda sunulmuştur:

> "Evet, etkinlik vardı, bir tane boyayıp kartona yapıştırıyorduk, işte oraya kesrini yazıyordun, iki tane filan hem basit hem bileşil hem de tam sayılı kesir yapman gerekiyordu. Onu yapmıştık, güzel gelmişti, etkinlik."-Rengin

> "Sayı doğrusunda modelle göstermek işimizi kolaylaştırdı, toplamalarda da öyle toplama, çıkarma, hepsi keyifliydi bence."-Rengin

> "Bir şey asmıştı tahtaya. O garip gelmişti bana. Sayı doğrusu, beyaz iğneleri nereye yapıştıracağımı anlamamıştım. Sonra kırmızıları tam sayılı kesirlere yapıştırdık." –Çiçek

Bu ifadelerinden hareketle, öğrencilerin öğretmenlerinin somut materyaller kullanarak gerçekleştirdiği etkinlikleri diğer derslerden farklı olduğunun bilincinde oldukları söylenebilir. Ancak, öğrenciler bu noktada sınıfta gerçekleşen matematiksel tartışmalara ilişkin bir yorum yapmamışlardır. Bu durum, sınıf gözlemleri ile uyum göstermektedir. Nitekim, Deniz Öğretmen uyguladığı matematiksel görevler kapsamında nitelikli matematiksel tartışmalar oluşturma ve yönetme konusunda yetersiz kalmıştır.

4.5.2.2. Derse Katılım Sürecine İlişkin Görüşler

Öğrencilere matematiksel tartışmalara katılıp katılmadıkları ve sebebi sorulduğunda, derse katılmayı sevdiklerini, bu şekilde bir şeyler öğrendiklerini, arkadaşlarına bilgi verdiklerini ve farklı fikirleri duyabildiklerini dile getirmişlerdir. Aşağıda konuya ilişkin örnek öğrenci yorumları sunulmuştur:

> *"Bir şeyler öğrenmek için"*-Özcan

> *"Hem öğreniyoruz hem de bilgi veriyoruz"*-Rengin

> *"Bilgi verince kendi bilgimizi düzeltiyoruz"*-Çiçek

Araştırmacının, derse katılma ile öğrenme arasında nasıl bir bağ kurduklarına ilişkin sorusuna ise öğrenciler ilişkisiz yorumlarda bulunmuşlar, somut bir bağlantı kuramamışlardır. Görüşmenin ilerleyen bölümlerinde öğrenciler derse

katılma ile ilgili aşağıdaki görüşlerini dile getirmişlerdir:

"Genellikle zaten herkes aynı fikre geliyor ama bazen böyle farklı farklı olabiliyor"-Rengin

"Mesela iki tane kişi farklı düşünebiliyor, sonra öğretmen diyor ki gelin gösterin. Katılıyor musunuz, katılmıyor musunuz diye bize soruyor"-Özcan

"Evet herkesin düşüncesi alınmalı sonuç olarak. Herkes öbürünün düşüncesine saygı duymalı sonra da doğruyu bulmalı"-Rengin

4.5.2.3. Öneriler

Öğrenciler, gelecek uygulamalara ilişkin önerilerde bulunurken eğlence ve oyun kavramlarına vurgu yapmışlardır. Aşağıda öğrencilerin bu yöndeki görüşlerine ilişkin ifadeleri yer almaktadır:

"Matematik dersinde bunların hepsini hem bilgilendirici hem de eğlenceli olarak yapabiliriz."-Rengin

"Oyun olarak anlatınca daha iyi oluyor, akılda kalıcı"-Rengin

"Kesirlerle ilgili bir oyun yapsa, biz de teneffüslerde oynasak" –Özcan

Yukarıdaki ifadelerden hareketle, öğrencilerin uygulamaya ilişkin geliştirdikleri önerilerde, oyun ve eğlence ile öğrenme süreci arasında bir bağ kuramadıkları ve oldukça yüzeysel önerilerde bulundukları görülmektedir.

4.5.3. Araştırmanın Beşinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet

Şube 1 ve Şube 2 öğrencilerinin odak grup görüşmelerine ilişkin ulaşılan bulguların özeti Tablo 4.35'te sunulmuştur.

Tablo 4.35: Araştırmanın Beşinci Alt Probleminden Elde Edilen Bulgulara İlişkin Özet Tablo

	Şube 1	**Şube 2**
Uygulamaya İlişkin Görüşler	Uygulama kapsamında gerçekleştirilen etkinliklerin eğlenceli olduğunu belirten Şube 1 öğrencileri, somut materyallerle yapılan etkinliklerin, soyut kavramları anlamlandırmada, neden-sonuç ve kavramlar arası ilişkileri kurmada kendilerine yardımcı olduğunu ve farklı fikirlerin dile getirilmesine olanak sağladığını paylaşmışlardır.	Şube 2 öğrencileri uygulama kapsamında gerçekleştirilen etkinlikleri genel olarak keyifli bulduklarını aktarmışlardır. Öğrenciler, kesirler ünitesinde gerçekleştirdikleri uygulamaların diğer derslerden farklı yönünü somut materyallerle yaptıkları etkinlikler olarak yorumlamışlardır.
Derse Katılım Sürecine İlişkin Görüşler	Öğrenciler, derse katılmanın arkadaşlarından öğrenmeyi ve arkadaşlarına öğretmeyi sağladığını belirtmişlerdir. Matematiksel tartışmalarda arkadaşlarını dinleyerek yanlışlarını fark edebildikleri ve farklı fikirler edinerek kendilerini geliştirebildiklerini dile getirmişlerdir.	-Derse katılmayı sevdiklerini, bu şekilde bir şeyler öğrendiklerini, arkadaşlarına bilgi verdiklerini ve farklı fikirleri duyabildiklerini dile getirmişlerdir. - Araştırmacının, derse katılma ile öğrenme arasında nasıl bir bağ kurduklarına ilişkin sorusuna ise öğrenciler ilişkisiz yorumlarda bulunmuşlar, somut bir bağlantı kuramamışlardır.
Öneriler	Öğrenciler matematik derslerinde daha fazla somut materyal içeren etkinlikler olmasını, etkinliklerin aşamalı bir biçimde sıralanmasını ve konu ve kavramlar arasında daha fazla bağlantı kurulmasını önermişlerdir.	Öğrenciler, gelecek uygulamalara ilişkin önerilerde bulunurken eğlence ve oyun kavramlarına vurgu yapmışlardır.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Çalışmanın bu bölümünde araştırma soruları kapsamında elde edilen bulgulardan yola çıkarak ulaşılan sonuçlar, bu sonuçların alan yazına dayalı olarak tartışılması ve sonraki araştırmalar ile uygulamaya ilişkin öneriler yer almaktadır.

5.1. Araştırmanın Birinci Alt Problemine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde araştırma kapsamında öğretmenler tarafından uygulanan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleriyle ilgili olan aşağıdaki alt problem bağlamında ulaşılan sonuçlar ve tartışma yer almaktadır.

- Sınıf içerisinde uygulanan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri nelerdir ve öğretmenlerin hangi davranışları bilişsel talebin sürdürülmesinde ya da düşmesinde rol oynamaktadır?

Söz konusu alt probleme ilişkin aşağıdaki genel sonuçlara ulaşılmıştır.

- *Seçilen Matematiksel Görevlerin Bilişsel Talep Düzeyleri:* Araştırmaya katılan her iki öğretmenin, uygulama için seçtiği matematiksel görevlerin çoğunluğu bilişsel talep düzeyi olarak alt düzey kabul edilen bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindedir. Şube 1'de görev yapan Armağan Öğretmen, Şube 2'de görev yapan Deniz Öğretmen'e göre görece daha fazla üst bilişsel talep düzeyine sahip görev seçmiştir.
- *Matematiksel Görevlerin Bilişsel Talep Düzeylerinin Ders Süresince Uğradığı Değişimler:* Armağan Öğretmen seçtiği matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin çoğunluğunu uygulamada da sürdürebilirken, Deniz Öğretmen seçtiği görevlerin yarısından azının bilişsel talep düzeyini sürdürmüştür. Seçilen üst düzey görevlerin ders sürecindeki durumuna bakıldığında Armağan Öğretmen söz konusu görevlerin yarısını düzeyini düşürmeden uygulayabilirken, Deniz Öğretmen seçtiği bir üst düzey görevin düzeyini sunum aşamasından itibaren düşürmüştür.

- *Bilişsel talep düzeylerinin değişimi ile ilgili olan öğretmen davranışları:* Armağan Öğretmen uygulamalar sırasında matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerini sürdürme anlamında, bilişsel talep düzeyini düşüren davranışlara oranla daha fazla *davranış* sergilemiştir. Deniz Öğretmen için ise bu durumun tersi bir durum söz konusudur. Her iki öğretmen bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesi için en fazla *öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi* davranışını kullanmıştır. Bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlarda ise her iki öğretmenin de en sık yaptığı hata *odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması* davranışıdır.

Bir matematiksel görevin uygulanmasında öğrenciler açısından en güçlü kazanım, bilişsel talebi yüksek görevlerin uygulanmasının yanı sıra bu talebin ders boyunca yüksek tutulmasıyla gerçekleşmektedir (Stein & Lane, 1996). Başka bir deyişle, görevin öğretmen tarafından nasıl uygulandığı öğrenci öğrenmesi açısından belirleyici olmaktadır (Charalambous, 2010). Stein ve Smith (1998), bu duruma oluşturdukları Matematiksel Görev Çerçevesi ile dikkat çekmişlerdir. Bu noktada ilk basamak olarak öğretmenlerin öğrencilerin üst düzey bilişsel çaba içerisine girmelerine olanak sağlayan görevleri tanıma ve seçme sorumlulukları ön plana çıkmaktadır (Kilpatrick, Swafford, Findell, 2001; Niss, Højgaard, 2011; Shimizu ve diğ., 2010; Turner, Blum, Niss, 2015). Mevcut araştırmada matematiksel görevleri seçme bakımından her iki öğretmenin de yeterli düzeyde olmadığı gözlenmiştir. Elde edilen bulgularda öğretmenlerin seçtiği ve uyguladığı görevlerin büyük kısmının alt düzey görevler olduğu görülmüştür. Nitekim, Armağan Öğretmen'in uyguladığı dokuz görevin dördü, Deniz Öğretmen'in uyguladığı beş görevin biri başlangıç aşamasında bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey kabul edilen görevlerdir. Bu bulgu, alan yazında bulunan birçok çalışma tarafından desteklenmektedir. Örneğin, Boasen ve diğ. (2014), matematik derslerinin %79'unda prosedürlerin sorgulanmadan uygulanmasını içeren görevlere yer verildiğini dile getirmişlerdir. Araştırmacıların ulaştığı bu sonuç, farklı ülkelerde yapılan araştırmalar ile de örtüşmektedir (Hiebert ve diğ., 2003; Kaur, 2010; Palm, Boesen, Lithner, 2011). McCormick (2016) da araştırmasına katılan matematik öğretmenlerinin çok azının üst düzey bilişsel talebe sahip görevler seçtiğini, seçilen üst düzey görevlerin bilişsel talebinin ise uygulama süresince düştüğünü belirtmiştir. Derslerde oluşan bu durumun açıklanmasında öğretmenlerin bu konudaki yeterlikleri, matematik öğrenimine ve öğretim programlarına yönelik tutum ve inanışları ile

öğretim programlarında yer alan matematiksel görevlerin nitelikleri başlıkları ön plana çıkmaktadır.

Öğretmenlerin bilişsel talep düzeyi konusunda yeterlik kazanması alan yazındaki diğer çalışmalara bakıldığında uzun bir öğrenme süreci gerektirmektedir (Arbaugh, Brown, 2005; Boston, Smith, 2009; Boston, Smith, 2011; Crespo, 2003). Örneğin Arbaugh ve Brown (2005) araştırmalarında, sekiz aylık bir profesyonel gelişim çalışmasından sonra öğretmenlerin matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri konusundaki bilgi ve becerilerinin geliştiğini dile getirmişlerdir. Bu eğitimin sonunda öğretmenler uyguladıkları matematiksel görevler ile öğrenci öğrenmesi arasında bağ kurmaya başlamışlardır. Öğretmenlerin bu tür bir bağ kurması ise matematiksel görev seçimlerinin olumlu yönde değişmesine katkıda bulunmuştur. Benzer şekilde, Boston (2013), bir yıllık bir profesyonel gelişim eğitimi sonucunda öğretmenlerin matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri ile ilgili farkındalıklarının geliştiğini dile getirmiştir. Buna göre öğretmenler, katıldıkları bu eğitim sonrasında matematiksel görevleri bilişsel talep düzeylerine göre daha doğru bir biçimde sınıflandırabilmişlerdir. Ancak, araştırmacı bu konuda öğretmenlerin görev sınıflandırmasında en çok üst düzey görevlerde zorlandıklarına da dikkat çekmiştir. Başka bir deyişle, öğretmenler özellikle bağlantılı prosedürler düzeyinde olmak üzere, üst düzey matematiksel görevlerin niteliklerini tanımlamakta ve söz konusu görevlerin, öğrencilere sunduğu matematiksel düşünme olanaklarını tespit etmekte zorlanmışlardır. Buradan hareketle, öğretmenlerin bilişsel talep kavramı ile ilgili farkındalıkları artsa dahi üst düzey görevlerin özellikleri ve bu görevlerin öğrenciyi hangi düşünme süreçlerine yönlendireceği konusunda zorluk yaşamaya devam ettikleri sonucuna ulaşmışlardır. Öğretmenlerin matematiksel görevleri üst ve alt düzey olarak sınıflandırma yönünde yaşadığı zorluğa Pettersen ve Nordvet (2017) de dikkat çekmişlerdir. Araştırmacılar, öğretmenlerden verilen matematiksel görevleri tamamlamak için öğrencilerin işe koşması beklenen becerileri listelemelerini ve buna göre görevleri üst düzey veya alt düzey olarak sınıflandırmalarını istemişlerdir. Öğretmenlerin, görevin tamamlanması için gerekli becerileri sıralayabilirken, görevlerin üst ve alt düzey olarak sınıflandırılmasında zorluk yaşadıkları bulunmuştur. Araştırmacılar öğretmenlerin yaşadığı bu zorluğu, öğretmenlere matematiksel yeterlikler ve yeterlik düzeyleri ile ilgili verilen bir günlük eğitimin kısa oluşuna bağlamışlardır. Son ve Kim'in (2016) yaptığı çalışmada ise derslerinde uygulamak

üzere üst düzey matematiksel görevler seçip bu görevlerin düzeyini sürdürebilen öğretmenlerin görevlerin düzeyini sürdüremeyen ya da daha alt düzey görevleri uygulamayı tercih eden öğretmenlere göre daha fazla profesyonel gelişim eğitimine katıldıkları dile getirilmiştir. Araştırmacılar, profesyonel gelişim eğitiminin öğretmenlere sunduğu bu katkıyı öğretmenlerin katıldıkları eğitimler sonucunda öğrenmeye ilişkin güncel konuları daha fazla içselleştirmeleri ve bunu uygulamaya yansıtabilmeleri olarak nitelendirmişlerdir. Alan yazındaki bu çalışmalardan yola çıkarak, mevcut araştırmada öğretmenlerin çoğunlukla alt düzey bilişsel talebe sahip matematiksel görevleri seçip uygulamaları, öğretmenlerin bu konuyla ilgili deneyimlerinin ve aldıkları eğitimlerin yeterli düzeyde olmaması ile açıklanabilir. Bu noktada ise öğretmenlere matematiksel görevlere odaklanan bir profesyonel gelişim eğitimi sunulması gerekliliğine dikkat çekilmiştir (Boston, 2013; Pettersen, Nordvet, 2017). Bu tarz bir profesyonel gelişim anlayışının, pedagojik alan bilgisini geliştirerek öğretmenlerin ilgili görevler bağlamında, öğrencilerinin işe koştukları düşünme süreçlerini daha doğru bir biçimde tanımlayabilmelerine olanak sağlayacağı belirtilmiştir (Son, Kim, 2015).

Matematiksel görevlerin sınıf içerisinde uygulanması sürecinde ön plana çıkan bir diğer önemli konu öğretmenlerin matematik öğrenimine ve öğretim programlarına yönelik tutum ve inanışlarıdır. Örneğin Son ve Kim (2015) üç öğretmenin matematiksel görevleri uygulama profilini inceledikleri çalışmalarında, yapılandırmacı bir anlayışa sahip ve öğrencinin anlama süreçlerine odaklı öğrenme amaçları olan öğretmenin üst düzey matematiksel görevler seçip, bu görevlerin düzeyini düşürmeden uygulayabildiğini ortaya koymuştur. Görevleri üst düzey seçip uygulamada düzeyi düşüren öğretmenin ise öğretim programını yapılandırmacı olarak değerlendirdiği ancak, prosedür odaklı öğrenme amaçları olduğu ve öğretmen-öğrenci rollerinde geleneksel bir anlayış benimsediği dile getirilmiştir. Son olarak hem öğretim programı hem de öğretmen-öğrenci rolleri bakımından geleneksel yaklaşıma sahip ve prosedür odaklı öğrenme amaçları olan öğretmen düşük düzey görevler seçip uygulamıştır. Öğretmenlerin matematiğin nasıl öğrenildiğine ve öğrenme-öğretme sürecine yönelik görüşlerinin, öğretim programına ilişkin materyalleri nasıl kullandıkları bakımından bir aracı olduğu başka araştırmalarda da ele alınmıştır (Collopy, 2003; Lloyd, 1999; Remillard, 1999, Remillard, Bryans, 2004). Özetle, öğretmenlerin öğretim programını nasıl yorumladıkları ve bu bağlamda öğrencileri

için ne tür öğrenme amaçları benimsedikleri, matematiksel görevlerin seçimi ve uygulanmasında belirleyici olmaktadır (Hiebert ve diğ., 1997; Remillard, 2005; Slavin, Lake, 2008). Alan yazındaki söz konusu bilgilerden hareketle, mevcut çalışmada Armağan ve Deniz Öğretmen'in matematiksel görevlerin seçimi ve uygulanması bakımından oluşturdukları profillerin, öğretmenlerin öğretim programına, matematik öğrenme sürecine ve öğretmen-öğrenci rollerine ilişkin inanışları ile açıklanabileceği söylenebilir. Çalışmaya katılan öğretmenlerin bu yöndeki görüşleri öğretmenlerle yapılan birebir görüşmelerin tartışılmasında daha detaylı bir biçimde ele alınacaktır.

Üst düzey matematiksel görevlerin seçilip uygulanmasında bir diğer önemli faktör, öğretmenlerin sınıfta uygulamak üzere seçtikleri görevler için kullandıkları kaynaklardır (Son, Kim, 2016). Alan yazında matematik öğretim programı ve ders kitaplarıyla ilgili farklı bulgulara ulaşan çalışmalar bulunmaktadır. Kimi çalışmalar ders kitaplarında öğretmenlere sunulan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin çoğunlukla alt düzey olduğuna işaret etmektedir. Örneğin, Jones ve Tarr (2007) ilköğretim düzeyindeki matematik ders kitaplarını tarihsel bir bakış açısıyla incelemişler, buna göre ders kitaplarında öğretmenlere sunulan matematiksel görevlerin sayısının arttığını ama bu görevlerin düzey olarak büyük bir değişime uğramadığını dile getirmişlerdir. Bu duruma örnek olarak, söz konusu kitapların çoğunda bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindeki görevlere daha fazla yer verildiğini dile getirmişlerdir. Bu duruma bir istisna olarak son yıllarda çıkan, standart temelli alternatif bir dizi kitabı örnek göstermişler, bu kitaplarda diğerlerine göre daha çok üst düzey bilişsel talebe sahip matematiksel görev olduğunu paylaşmışlardır. Benzer şekilde Son (2012), ABD ve Güney Kore'deki ders kitaplarının kesirler ünitesine ilişkin içeriklerini karşılaştırmış, her iki ülkede kullanılan kitapların büyük bölümünde düşük düzey bilişsel talebe sahip matematiksel görevler olduğunu ortaya çıkarmıştır. Söz konusu düşük düzey görevlerin hatırlama ve basit düzeyde uygulama süreçleri içerdiğini de eklemiştir. Türkiye'deki ders kitaplarını ve öğretmen kılavuz kitaplarını inceleyen çalışmalarda ise söz konusu materyallerdeki matematiksel görevlerin çoğunlukla üst düzey bilişsel talebe sahip olduğu bulunmuştur. Örneğin Bayazıt (2013), oran-orantı ünitesini incelediği ders kitaplarındaki matematiksel görevlerin önemli bir çoğunluğunun üst düzey olduğunu aktarmıştır. Söz konusu görevleri, belli düzeyde yorumlama içeren, bilgi ve prosedürler arasında bağlantı

kuran, açıklama gerektiren, algoritmik olmayan düşünce süreçlerini içeren görevler olarak nitelendirmiştir. Üst düzey görevlerin bilişsel talep düzeylerine göre dağılımında ise en üst düzey olan matematik yapma düzeyindeki görevler oldukça az yer kaplamaktadır. Türkiye'den benzer bir bulguya Ubuz ve diğ. (2010) de araştırmaları kapsamında ulaşmışlardır. İlköğretim matematik öğretmen kılavuzlarındaki cebir ünitesine ait matematiksel görevleri inceleyen araştırmacılar, bu görevlerin büyük çoğunluğunun bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey kabul edilen bağlantılı prosedürler düzeyinde olduğunu belirtmişlerdir. Bu bölümde ele alınan çalışmaların tamamında bilişsel talep düzeyi olarak en üst düzey kabul edilen matematik yapma düzeyindeki görevler, öğretim materyallerinde en az yeri kaplamaktadır. Mevcut çalışmada öğretmenler kullandıkları ders kitapları içerisinden daha çok düşük düzey görevler seçmişlerdir. Herhangi bir kitaptan faydalanmadıkları, kendilerinin oluşturduğu görevler de yine çoğunlukla düşük düzey niteliğe sahiptir. Bu noktada öğretmenlerin, öğretim materyallerinde yer alan görevlerin öğrencilere sunduğu olanakları değerlendirme konusunda yetersiz kalabildikleri, kendi oluşturdukları görevlerde de öğrencinin üst düzey düşünme becerilerini sürece dâhil etmede sorun yaşayabildikleri sonucuna ulaşılabilir. Nitekim Boston (2013) de çalışmasında bu noktaya dikkat çekmiş, öğretmenlerin kaynak kitaplarda bulunan matematiksel görevlerin öğrencilere sunduğu öğrenme olanaklarını değerlendirmede yetersiz kalabildiklerini dile getirmiştir. Çalışmada öğretmenler, bağlantılı prosedürler düzeyinde bulunan görevleri, bir prosedür içerdiği için doğrudan bağlantısız prosedürler düzeyi olarak değerlendirmişler, söz konusu görevler bağlamında, öğrencilere sunulan kavramlar arasında bağlantı kurma, prosedürlerin temelinde bulunan anlamlara ulaşma vb. olanakları görememişlerdir.

Mevcut araştırma kapsamında öğretmenlerin uygulama sürecine daha detaylı bir biçimde bakıldığında, öğretmenlerin üst düzey görevlerin düzeyini düşürmeden uygulamakta zorlandıkları ve bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan kimi hatalı davranışları sergiledikleri görülmüştür. Başka bir deyişle, katılımcı öğretmenlerin çoğunlukla alt düzey olan görevlerin bilişsel talebini sürdürebildikleri, üst düzey görevlerin bilişsel talebinin sürdürülmesinde ise sorun yaşandığı söylenebilir. Stein, Groover ve Henningsen (1996) da çalışmalarında düşük düzey başlayan görevlerin bilişsel taleplerinin sürdürülme olasılığının daha fazla olduğunu, üst düzey başlayan matematiksel görevlerin ise uygulama içerisinde bilişsel talep düzeyi bakımından

düşmeye eğilimli olduğunu belirtmişlerdir. Mevcut çalışmada, araştırmaya katılan öğretmenlerin matematiksel görevleri uygulama profillerinin birbirinden farklı yönleri olduğu söylenebilir. Nitekim Armağan Öğretmen uygulama sürecinde görevlerin düzeyini sürdürme ve yükseltme bakımından Deniz Öğretmen'e göre daha etkili bir performans sergilemiştir. Son ve Kim (2015), matematiksel görevleri uygulama bakımından farklılık gösteren üç öğretmeni inceledikleri araştırmalarında üst düzey görevlerin düzeyini düşüren ve düşük düzey görev seçip düzeyi sürdüren öğretmenlerin üst düzey bir problemi tamamlayıcı birçok soru ve uygulamayı sürece dâhil ettiklerini, bağlamı ortadan kaldırdıklarını ve problemin çözümü için yol ve adımlar önerdiklerini bulmuşlardır. Ayrıca, öğretmenlerin, yanlış yanıtın üstüne gitmeme, öğrenci yorumlarını görmezden gelme, doğru yanıtı öğrencilere söyleme, verilen doğru yanıtı açıklama olanağı vermeden kabul etme vb. bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışları sergilediği belirtilmektedir. Blum ve Ferri (2009) de araştırmalarında, öğretmenlerin matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin düşmesine neden olan davranışlarını, öğrencilere yapması gerekenleri adım adım aktarmak ve kendi tercih ettikleri çözüm yollarını öğrencilere dayatmak olarak nitelendirmişlerdir. Mevcut araştırmada da özellikle Deniz Öğretmen'in kesir problemlerinin çözümünde çocukları model çizmeye yönlendirmesi bu bulguyla örtüşmektedir. Üst düzey görevler seçip düzeyi sürdüren öğretmenler ise öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini desteklemekte ve öğrencileri fikirleri açıklama yönünde teşvik etmektedir. Öğretmenin düşük düzey bir görevi üst düzeye dönüştürebilmesi için çok çaba sarf etmesi gerektiğinin altı çizilmiştir (Son, Kim, 2015). Son ve Kim (2016) yılında yaptıkları bir diğer araştırmada alt düzey bir görevin uygulamada üst düzeye ulaşabilmesi için öğretmenin alan ve program bilgisinin yüksek olması gerektiğini belirtmişlerdir. Mevcut araştırmada Armağan Öğretmen, düzeyini yükselttiği görevde hem bilişsel talep düzeyini etkileyen faktörler hem de matematiksel iletişim ortamı bakımından diğer görevlere göre çok fazla çaba sarf etmiştir. Bununla birlikte ilgili görevin konusu olan denk kesirler konusu öğretmenin diğer konulara göre kendini daha güvenli hissettiği bir alandır. Bu bölümde ele alınan araştırmanın bulguları, mevcut çalışmadaki öğretmenlerin bilişsel talep düzeyi bakımından sergiledikleri olumlu ve olumsuz ortak davranışlar bakımından elde edilen bulgular ile örtüşmekte ve aynı zamanda iki öğretmenin uygulama sürecindeki farklılıkların nedenlerine yönelik ipuçları vermektedir.

Özetle, araştırma kapsamında uygulanan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin seçimi ve süreç içerisinde uğradığı değişimler açısından elde edilen bulgular öğretmen yeterliği, öğretmenlerin konuyla ilgili aldığı eğitimler, öğretmenlerin öğretim programlarına ve matematik öğrenimine ilişkin tutumları ve ders kitaplarındaki matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerini ele alan çalışmalar bağlamında tartışılmıştır. Söz konusu başlıklardan öğretmen yeterliği ve öğretmenlerin konuya ilişkin bilgilerinin yetersiz oluşu mevcut araştırmaya katılan her iki öğretmen için de geçerlidir. Mevcut çalışmada, iki sınıf öğretmenin görevlerin seçilmesi ve uygulama sürecinde gösterdikleri farklılıklar ise öğretmenlerini öğretim programlarına ve matematik öğretimine yönelik tutum ve inanışlarından yola çıkarak yorumlanmıştır.

5.2. Araştırmanın İkinci Alt Problemine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde araştırma kapsamında öğretmenler tarafından oluşturulan matematiksel iletişim ortamı ile ilgili olan aşağıdaki alt problem bağlamında ulaşılan sonuçlar ve tartışma yer almaktadır.

- Matematiksel iletişim ortamının sağlanmasında öğretmenler matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik hangi davranışları ve hangi soru türlerini kullanmaktadırlar?

Söz konusu alt probleme ilişkin aşağıdaki genel sonuçlara ulaşılmıştır.

- *Matematiksel iletişimin arttırılmasına yönelik davranışlar:* Araştırmaya katılan her iki öğretmen matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışlardan en çok yeniden seslendirme davranışın kullanmışlardır. Her iki öğretmen de uygulama boyunca *başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma* davranışını hiç sergilememiştir.
- *Öğretmenlerin kullandıkları soru türleri:* Araştırmaya katılan her iki öğretmen gözlenen derslerde en fazla *bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik* soruları kullanmışlardır. Öğretmenler, bu soru türünü takiben *öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik* soruları bilgiye toplamaya yönelik sorulara göre oldukça az da olsa kullanmışlardır. Armağan Öğretmen en az *bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik* soruları kullanmıştır. Deniz Öğretmen en az *düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye*

yönelik ve *bağlam oluşturmaya yönelik* soruları kullanmıştır. Armağan Öğretmen uyguladığı görevler boyunca her soru türünden en az bir adet kullanmıştır. Deniz Öğretmen uyguladığı görevler boyunca *bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik* ile *yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik* soruları hiç kullanmamıştır.

Sınıfta etkili bir matematiksel iletişim ortamının oluşturulmasının, matematiksel fikirlerin çeşitlenmesi ve irdelenmesi, uygun derecede zorlayıcı görevlerin sunulması ve öğrencileri öğrenme süreçlerine dahil etmesi bakımından matematik öğretimi adına olumlu sonuçlara yol açacak nitelikte olduğu alan yazında birçok araştırmacı tarafından dile getirilmiştir (Lee, 2006; Palincsar, Anderson, David, 1993). Sfard (2001) sınıf içi matematiksel iletişimi düşünmeye yardımcı olmaktan öte düşünme eyleminin kendisi olarak nitelendirmiş, Güçler (2016) ise benzer şekilde, matematik öğrenimini, öğrencilerin matematiksel tartışmalar içerisine girmeleri ve bu tartışmalardaki ifadelerinin değişimi olarak tanımlamıştır. Özetle, öğrenciler arası etkileşim matematik öğretiminin en önemli boyutlarından biri olarak nitelendirilmektedir (Bruce, 2007). Diğer bir deyişle, sınıf içerisinde verimli bir matematiksel iletişim ortamı oluşturulmasının, öğrencilerin matematik alanında derinlemesine bir anlayışa ulaşması bakımından kilit öneme sahip olduğu dile getirilmiştir (Cobb ve diğ., 1997; Kostos, Shin, 2010; Pape, Bell, Yetkin, 2003).

Sınıf içerisinde verimli bir matematiksel iletişim ortamı oluşturulmasında öğretmenin önemli sorumlulukları bulunmaktadır. Bu sorumluluklara alan yazında birçok araştırma kapsamında dikkat çekilmiştir. Örneğin Franke ve diğ. (2015), ilköğretim düzeyinde matematik derslerine giren öğretmenlerin sınıf uygulamalarını gözlemledikleri çalışmalarında, öğretmenin sınıf içerisindeki matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışlarını incelemişlerdir. Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin, %82'sinin öğrencilerinin kendi fikirleri ile başka arkadaşlarının fikirleri arasında bağ kurmalarını istediği sonucuna ulaşılmıştır. Bu davranışı takiben ise öğrenciye başka arkadaşının çözümünü açıklatmak ve öğrencilerin arkadaşlarıyla birlikte bir çözüm üretmelerini desteklemek gelmiştir. Araştırmacılar, çalışma kapsamındaki gözlemlerinden yola çıkarak öğretmenlerin öğrencileri tartışmaya davet eden başlatıcı hareketlerinin verimli bir tartışma ortamı oluşturmada yeterli gelmediğinin altını çizmişlerdir. Örneğin öğrenciler, bir arkadaşlarının fikrine katkıda bulunmak, kendi fikriyle başka arkadaşınınkini paylaşmak vb. süreçlerle ilgili ne yapacaklarını bilmemektedirler. Bu noktada, araştırmacılar yine sınıf gözlemlerinden

yola çıkarak, tartışmaların verimli bir biçimde devam etmesine neden olan üç temel davranışa işaret etmişler ve bu davranışları, (1) sordukları sorularla öğrencilerin açıklamalarını derinleştirmelerini sağlamak, (2) verdikleri ek örnekler, örnek olmayan durumlar veya bağlamlarla öğrenme sürecine destek olmak ve (3) öğrencilerin fikirlerinin büyük matematiksel anlamlar içerisindeki yerini oluşturmak olarak sıralamışlardır. Öğretmenlerin konuşmayı başlatan ilk hareketlerinin verimli bir matematiksel iletişim sağlama konusunda yeterli gelmediği, öğretmenlerin öğrencileri tartışmaya yönlendirmek için bir dizi doğrulayıcı ve açıklamaya teşvik edici sorular sormaları gerektiği de çalışmalarda ele alınan konular arasındadır (Franke ve diğ., 2009). Benzer şekilde, Kazemi ve Stipek (2011), O'Connor (2002), O'Connor ve Michaels (1996), Seymour ve Lehrer (2006) ile Truxaw ve DeFranco (2008) de çalışmalarında öğretmenlerin sınıf içerisinde gerçekleşen matematiksel tartışmaların verimliliğini sağlayabilmek için sürekli bir çaba içerisinde olmaları gerektiğini belirtmişlerdir. Mevcut çalışmada öğretmenler, matematiksel iletişime ilişkin ele alınan ilgili çalışmalarda, iletişimi arttırmaya yönelik olarak belirtilen davranışları belli bir ölçüde sergilemiş olmalarına rağmen, bazı durumlarda tartışmanın verimliliği sağlanamamıştır. Bunun nedeni olarak öğretmenlerin, tartışmanın niteliğini sürdürme bakımından yeterli düzeyde destekleyici davranış sergilememeleri gösterilebilir. Bu noktada, alan yazındaki diğer çalışmalardan da hareketle, matematiksel tartışmaların niteliği ve bu konudaki öğretmen yeterlikleri ile özellikleri konuları gündeme gelmektedir. Sınıf içerisindeki matematiksel iletişimin niteliğine birçok araştırmacı tarafından dikkat çekilmiştir. Örneğin, Williams ve Baxter (1996) bu durumu, en temel şekliyle, matematiksel iletişimin yalnızca sosyal normların oluşturularak öğrencilerin tartışma yapmasını değil, özenle tasarlanmış tartışmalar sonucunda yeni bilgi üretilmesini kapsadığını belirterek tanımlamıştır. Mendez, Sherin ve Louis (2007) bu görüşün üzerine, matematiksel iletişimin tartışma ve içerik olmak üzere iki boyutunu birbirinden ayırmışlar, öğrencilerin tartışmalarını sağlamanın yanı sıra bu tartışmaların içerik olarak derinliğinin de düşünülmesi gerektiğine vurgu yapmışlardır. Kazemi ve Stipek (2001) de matematiksel tartışmaların içeriğine dikkat çekmişler ve etkili bir matematiksel iletişim ortamının aşağıdaki özelliklere sahip olması gerektiğini dile getirmişlerdir:

- Öğrencinin yaptığı bir açıklama, matematiksel bir argüman içermeli sadece bir işlemin nasıl yapıldığına ilişkin yüzeysel açıklamalardan uzak olmalıdır.

- Matematiksel düşünme farklı çözüm yolları ve stratejiler arasındaki ilişkileri anlamayı kapsamaktadır.
- Hatalar bir problem bağlamında gündeme gelen kavramların yeniden düzenlenmesine ilişkin olanaklar sağlamalıdır.

Belirtilen maddelerde de ele alındığı gibi öğretmenlere, sınıf içerisinde gerçekleştirilen tartışmalarda kavramlara odaklanmaları ve öğrencileri kavramsal bağlantılar kurma yönünde cesaretlendirmeleri önerilmekte, öğrencilerin akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi gerektiğine işaret edilmektedir (Cengiz, Kline, Grant, 2011; Wood, Cobb, Yackel, 1995). Ancak kimi araştırmalarda öğretmenlerin matematiksel iletişimin niteliği ile ilgili bilgi sahibi olmadığı da görülmektedir. Örneğin, Kabael ve Baran (2016), matematik öğretmenleri ile gerçekleştirdiği araştırmalarında, öğretmenlerin matematiğin bir dil oluşuna ilişkin farkındalığa sahip olduklarını, ancak bu dilin anlamsal yapısına ilişkin temel unsurları göz ardı ettiklerini ifade etmişlerdir. Başka bir deyişle, öğretmenler, matematiğin kendine özgü, sembolleri, formülleri ve terimleri olmasını bir dil oluşturması bakımından yeterli bulmuşlardır. Mevcut çalışmada da öğretmen görüşmelerinden elde edilen bilgilere dayanarak öğretmenlerin matematiksel iletişim ile ilgili temel düzeyde farkındalıkları olduğu, ancak nitelikli bir matematiksel tartışma ortamını sürdürebilmek için neler yapabilecekleri konusunda yetersiz kaldıkları gözlenmiştir. Bu duruma öğretmen görüşmelerinde elde edilen sonuçların tartışıldığı bölümde daha detaylı yer verilmiştir.

Ele alınan araştırmalardan hareketle, sınıf içi matematiksel iletişim ortamında anlamaya odaklı kavramsal tartışmaların yapılması konusu ön plana çıkmaktadır. Bu noktada ise öğretmenlerin bu nitelikteki tartışmaları gerçekleştirme yönünde ne kadar yeterli oldukları konusu gündeme gelmektedir. Nitekim, mevcut çalışmada tartışmaların bir bölümünün istenen düzeyde gerçekleşmemesinin nedeninin matematik alan bilgisinin yetersizliği ve öğrencilerin düşünme süreçlerinin takip edilememesi olduğu düşünülmektedir. Matematiksel tartışmalar sırasında öğrencilerin düşünme süreçlerinin anlık bir şekilde takip edilmesi ve gerekli yönlendirmelerin yapılması birçok araştırmada dile getirilen bir unsur olmuştur (Franke ve diğ., 2015; Fraivillig, Murphy, Fuson, 1999; Gillies, 2004, Hiebert, Grouws, 2007; Mercer, Wegeriff, Daves, 1999; Sherin, 2002; Stein ve diğ., 2008). Örneğin, Hiebert ve Grouws (2007), öğrencilerin kavramsal düzeyde tartışma yapmasının desteklenmesi için öğretmenlerin, öğrencilerinin dile getirdiği fikirler, olgular ve prosedürler arasında

ilişki kurma yönünde çaba göstermesi ve önemli matematiksel anlamlara ulaşma konusunda zorluk yaşayan öğrencilere destek olması gerektiğini belirtmiştir. Bu noktada O'Connor (2002), verimli bir iletişimin sağlanabilmesi açısından, öğretmenlerin öğrencilerine bu desteği sunabilmeleri için öğrencilerin ilgili kavramlara ilişkin ne tür düşünceleri, problemlere ilişkin ne tür çözüm önerileri geliştirebileceğini öngörmeleri gerektiğinin altını çizmiştir. Öğretmenlerin bunu yapabilmeleri için ise, öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl öğrendiğini ele alan kaynaklara ihtiyaç duyulmaktadır (Fraivillig, Murphy, Fuson, 1999)

Öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ya da belli kavramlara ilişkin anlayışlarını takip edebilmek ve bu doğrultuda planlama yapabilmek için ise öğretmenlerin ilgili konu ya da kavrama ilişkin pedagojik alan bilgilerinin yeterli düzeyde olması gerekmektedir (Battey, Franke, 2015; Brendefur, Frykholm, 2000; Cengiz, Kline, Grant, 2011; Gillies, 2004; Horn, 2005; Kabael, Baran, 2017). Başka bir deyişle, öğretmenin kendisinin konuyla ilgili derinlemesine bir anlayışa ulaşmış olması, bu noktadan hareketle, öğrencilerin hangi düşünce süreçlerinden geçeceğini genel hatlarıyla bilmesi önemli kabul edilmektedir. Araştırmalarında bu konunun altını çizen Kabael ve Baran (2017), öğretmenlerin 'değişken' kavramıyla ilgili algıları ile sınıf içerisinde bu kavrama ilişkin gerçekleşen tartışmaları nasıl yönettiklerini karşılaştırmış, değişken kavramıyla ilgili daha derinlemesine bir anlayışa sahip olan öğretmenin, öğrencilerin düşünce süreçlerini ve hatalı yorumlarını takip ederek, söz konusu yorum ve hataları kavramsal tartışmaları yönetmede kullanabildiğini ifade etmişlerdir. Kavramla ilgili daha yüzeysel bir kavrayışa sahip olan öğretmen ise öğrencilerin yorumlarına geribildirim verme ve tartışma sürecini genişletme konusunda daha fazla zorluk yaşamıştır. Öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerinin geliştirilmesi ve bu bilgiyi matematiksel tartışmaları daha verimli bir biçimde yönetmek için kullanmaları için öğretmen eğitiminin önemine vurgu yapılmıştır. Benzer araştırmalarda da öğretmen eğitiminin önemine dikkat çekilmiştir (Esty, Teppo, 1994; Gillies, Khan, 2008). Nitekim, Franke ve diğ. (2015), matematiksel iletişim konusunda deneyim kazandıkça, öğretmenlerin içerik bilgilerinin, öğrencilerin düşünce süreçlerini nasıl takip edebileceklerine ve bu yolda onlara nasıl destek olabileceklerine yönelik becerilerinin ve öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiklerine ilişkin bilgilerinin geliştiğini dile getirmiştir.

Sınıf içerisinde nitelikli bir matematiksel iletişimi oluşturulmasında öğrenciler arasındaki etkileşimin arttırılabilmesi için grup çalışmalarından faydalanılabileceği birçok araştırmacı tarafından dile getirilmiştir (Lee, 2006; Williams, Baxter, 1996). Bu şekilde, öğrencilerin ortak bir sonuca ulaşmak için işbirlikli tartışmalar içerisine girmelerinin desteklendiği belirtilmiştir (Williams, Baxter, 1996). İşbirlikli tartışmada bir problem ya da görevin sunulması, küçük grupta çözüm yollarının karşılaştırılması, açıklanması ve savunulması, grup içerisinde bir anlaşmaya varılması ve grubun fikir ve çözüm yollarının tüm sınıfla paylaşması süreçleri bulunmaktadır (Brown, Renshaw, 1999). Araştırmacılar tarafından tanımlanan söz konusu süreçler öğrenciler arasında verimli tartışmaların yaşanmasına yol açmaktadır van Boxtel ve diğ. (2002) de ortak materyaller üzerinde çalışmanın iletişim yoluyla ortak anlamlar oluşturulması açısından önemli olduğunu belirtmişlerdir. Mevcut çalışmada, Armağan Öğretmen'in sınırlı uygulamaları dışında, görevler bağlamında, etkili bir grup çalışması uygulamasına rastlanmamıştır. Bu noktada öğretmenlere nitelikli bir matematiksel iletişim ortamı sağlanmasında grup çalışmalarını daha fazla kullanmaları önerilebilir.

Mevcut çalışmanın bu bölümünde ele alınan alt problemi bağlamında, öğretmenlerin sınıf içerisinde oluşturdukları matematiksel iletişim ortamı, iletişimi geliştirmek için kullandıkları davranışlar ve kullandıkları soru türleri bağlamında tanımlanmaya çalışılmıştır. Matematiksel iletişim ortamlarının tanımlanması ve öğretmenlerin bu ortamlarda öğrenciyi destekleme bakımından rollerinin belirlenmesinin verimli iletişim ortamlarının sağlanmasındaki önemine dikkat çekilmiştir. Bu şekilde, öğrencilerin, kendilerini matematiksel fikirlerini ifade etme konusunda güvende hissettikleri ve fikirlerini ifade ederek, paylaşarak, farklı fikirlerden ilham alarak matematik öğrenebileceklerine inandıkları öğrenme ortamlarının oluşmasına katkı sağlandığı (Esmonde, 2009; Franke ve diğ., 2015; Walshaw, Anthony, 2008) düşünülmektedir.

5.3. Araştırmanın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde araştırma kapsamında öğretmenler tarafından oluşturulan matematiksel iletişim ortamı ile ilgili olan aşağıdaki alt problem bağlamında ulaşılan sonuçlar ve tartışma yer almaktadır.

- Matematiksel görevlerin amacına uygun bir şekilde uygulanmasında bilişsel talep düzeyi ve matematiksel iletişim ortamı arasında nasıl bir etkileşim bulunmaktadır?

Söz konusu alt problemlere ilişkin aşağıdaki genel sonuçlara ulaşılmıştır.

- *Bilişsel Talep Düzeyi Yükselen Görevler:* Armağan Öğretmen bir matematiksel görevin uygulama sürecinde bilişsel talep düzeyini yükseltmiştir. Matematiksel görevin bilişsel talep düzeyinin sunum ve uygulama aşamasında yükselmesinin nedeni Armağan Öğretmen'in bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik gösterdiği olumlu davranışlar ve oluşturduğu verimli matematiksel iletişim ortamıdır. Öğretmenin görev boyunca bu davranışları yoğun bir şekilde, bilişsel talep düzeyini sürdüren davranışları matematiksel iletişim stratejileri ile birleştirerek kullandığı gözlenmiştir. Öğretmen görev boyunca kullandığı matematiksel iletişim stratejileri ile öğrencilerin düşünme süreçlerini takip etmiş ve öğrencilerin düşüncelerini kanıta dayalı olarak açıklamalarına olanak sağlamıştır. Deniz Öğretmen uygulama boyunca hiçbir matematiksel görevin bilişsel talep düzeyini yükseltmemiştir.
- *Bilişsel Talep Düzeyi Sürdürülen Görevler (Sürece Üst Düzey Başlayan Görevler):* Armağan Öğretmen bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey başlayan iki görevin düzeyini sürdürebilmiştir. Armağan Öğretmen bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey seçtiği bu görevleri düzeyi düşürmeye yönelik fazla hataya düşmeden ve matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışları sergileyerek tamamlamıştır. Bu şekilde, görevlerin düzeyi sunum ve uygulama aşamalarında da devam etmiştir. Deniz Öğretmen sürece üst düzey başlayan hiçbir matematiksel görevin bilişsel talep düzeyini sürdürmemiştir.
- *Bilişsel Talep Düzeyi Sürdürülen Görevler (Sürece Düşük Düzey Başlayan Görevler):* Armağan Öğretmen'in uyguladığı ve düzeyini sürdürdüğü dört görev, bilişsel talep düzeyi olarak düşük kabul edilen bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindedir. Sonuç olarak, Armağan Öğretmen bilişsel talep düzeyi olarak düşük düzey seçtiği bu görevlerde öğrencileri düşünmeye teşvik etme, açıklama yapmaya yönlendirme vb. davranışlarla birlikte belli oranda matematiksel iletişim stratejisi kullanmıştır. Ancak görevin düzeyi nedeniyle öğrenciler sınırlı matematiksel anlayışlara ulaşmışlardır. Yine görevin niteliğinden kaynaklı olarak Armağan

Öğretmen soru türlerinde daha çok bilgi toplamaya yönelik soruları kullanmak durumunda kalmış, soruları çeşitlendirme olanağı bulamamıştır. Deniz Öğretmen bilişsel talep düzeyi olarak düşük kabul edilen bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindeki iki matematiksel görevin düzeyini sürdürmüştür. Deniz Öğretmen her iki görevde bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine yönelik davranışları birbirine yakın sayılarda sergilemiştir. Ancak, görevin niteliği ile bağlantılı olarak tartışmalar kavramsal derinlik anlamında yetersiz kalmıştır. Deniz Öğretmen'in bu görevler kapsamında kullandığı matematiksel iletişim stratejileri tartışmalara daha çok öğrenci katılımını sağlamış, ancak, öğrencilerin prosedürlerin temelinde bulunan anlamlarla ilgili bir tartışma içerisine girmelerini desteklememiştir. Sonuç olarak, Deniz Öğretmen'in, bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine ve matematiksel iletişimin arttırılmasına yönelik sergilediği davranışlar sonucunda görevlerin bilişsel talep düzeyi değişmemiştir. Ancak, görevlerin niteliği öğrencilere bir bilişsel çaba içerisine girmeleri yönünden fazla olanak sağlamadığından tartışmalar ve öğrenci paylaşımları sınırlı düzeyde gerçekleşmiştir.

- *Bilişsel Talep Düzeyi Düşen Görevler (Sürece Üst Düzey Başlayan Görevler*): Armağan Öğretmen, sürece bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey başlayan iki görevin düzeyini biri sunum biri uygulama aşamasında olmak üzere düşürmüştür. Sunum aşamasında düzeyini düşürdüğü görevde, Armağan Öğretmen, bilişsel talebi sürdürmeye yönelik davranışlardan hiç sergilememiş ve bilişsel talep düzeyinin düşmesine yönelik hatalar yapmıştır. Görev matematiksel iletişim stratejileri ve soru türleri bakımından da yetersiz kalmıştır. Uygulama aşamasında düzeyi düşen görevde ise, Armağan Öğretmen bilişsel talep düzeyini matematiksel iletişim stratejileri ve soru türleri ile destekleme yönünde çaba sarf etmiş, ancak görevin konusu olan denk kesirler konusuna bu göreve gelene kadar fazla zaman ayırdığı için tartışmalardaki öğrenci yorum ve yanıtlarının içeriği tekrar niteliğinde gerçekleşmiştir. Bu nedenle görevin düzeyi uygulama aşamasında düşmüştür. Deniz Öğretmen sürece bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey başlayan bir görevi sunum ve uygulama aşamalarında birer düzey olmak üzere düşürmüştür. Deniz Öğretmen bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine ilişkin çok az davranış sergilemiş, bunun yanı sıra düzeyin düşmesine neden olan davranışlar sergilemiştir. Görev kullanılan matematiksel iletişim davranışları ve soru türleri

bakımından da yetersiz kalmıştır. Sunum aşamasında Deniz Öğretmen'in öğrencilere verdiği yönlendirici ipuçları görevin açık uçlu niteliğinden uzaklaşmasına neden olmuştur. Öğrencilerin, tahminlerini açıklamaya olanak bulamaması, tahminlerin niteliğini düşürmüş, öğrencilerin herhangi bir mantıksal temeli olmayan tahminler yürütmesi ile sonuçlanmıştır.

- *Bilişsel Talep Düzeyi Düşen Görevler (Sürece Düşük Düzey Başlayan Görevler*): Armağan Öğretmen sürece düşük düzey başlayan matematiksel görevlerden hiçbirinin bilişsel talep düzeyini düşürmemiştir. Deniz Öğretmen sürece düşük düzey başlayan matematiksel görevlerden iki görevin düzeyini birini sunum diğerini uygulama aşamasında olmak üzere düşürmüştür. Sunum aşamasında düzeyini düşürdüğü görevde, Deniz Öğretmen bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine ilişkin davranışları, düşmesine neden olan davranışlardan daha az sergilemiştir. Kullandığı matematiksel iletişim davranışları ile sorular sayıca fazla görünse de bu davranışların çoğunluğunu yeniden seslendirme ve bilgi toplamaya yönelik sorular oluşturmuştur. Uygulama aşamasında düzeyi düşen görevde ise Deniz Öğretmen bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine ve düşmesine neden olan davranışlardan eşit sayıda göstermiştir. Deniz Öğretmen sunum aşamasında matematiksel iletişim davranışları ve farklı soru türlerini kullanmış, ancak tartışmaları öğrencilerin bir bilişsel çaba içerisine girebilecekleri biçimde yönlendirememiştir. Öğrencilerin yorumları hatırlama ve çağrışım düzeyinde gerçekleşmiştir.

Yukarıda verilen sonuçlar doğrultusunda, matematiksel görevlerin uygulanması bağlamında ulaşılabilecek ortak sonuçlar bulunmakta, bununla birlikte öğretmenler arasındaki uygulama farklılıkları da göze çarpmaktadır. Uygulanan matematiksel görevlerin ders içerisindeki değişiminin, bilişsel talep ve matematiksel iletişim çerçevesinden incelenmesiyle ulaşılan ortak sonuçlar bu bölümde tartışılmış, öğretmenlerin farklılıklarına yönelik tartışmaya ise öğretmen görüşmelerinden elde edilen sonuçlar bölümünde yer verilmiştir.

Bilişsel talebi üst düzey olan ve düzeyi değişmeden sürdürülebilen görevlerde, bilişsel talep düzeyini sürdüren davranışlarla birlikte matematiksel iletişim stratejilerinin de yoğun bir şekilde kullanıldığı gözlenmiştir. Sürece düşük düzey başlayan ve uygulamada düzeyi düşmeden devam eden görevlerde ise öğretmenler bilişsel talebi sürdürme yönünde, matematiksel iletişim stratejilerini de belli bir ölçüde kullanarak

çaba gösterseler de görevin niteliği nedeniyle istenen düzeyde matematiksel tartışmalar gerçekleşmemiştir. Düzeyi artan ya da düşen görevlerde ise öğretmenin ilgili yönde çokça çaba gösterdiği ya da diğer görevlere oranla daha fazla hatalı davranış sergilediği gözlenmiştir. Ele alınan matematiksel görevlerin sınıf içerisindeki bu değişimlerinden hareketle, görevin başlangıç bilişsel talep düzeyi ile uygulamada gerçekleşen matematiksel iletişim ortamının ilişkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Nitekim, öğrenci öğrenmesi bakımından en olumlu sonuçlar öğretmenin üst düzey matematiksel görevler seçip, uygulamada bilişsel talebi sürdürmeye yönelik davranışları matematiksel iletişim stratejileriyle desteklediği durumlarda ortaya çıkmıştır.

Matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin uygulamadaki değişimi ile matematiksel iletişim arasındaki bağlantıya alan yazında sıklıkla değinilmiştir. Bu noktada, Stein ve Smith (1998), öğretim materyallerinde yer alan görevler ile sunum aşamasına geçerken öğretmenin hedefleri, öğretmenlerin konuyla ilgili alan bilgisi ve öğretmenin öğrencilerle ilgili bilgisinin etkili olduğunu dile getirmişlerdir. Sunum aşamasından uygulamaya geçişte ise sınıf kuralları, öğretmenin öğretim sürecine yönelik tutum ve inanışları, öğrencilerin öğrenmeye yönelik tutumları ve sınıf içerisinde gerçekleşen matematiksel tartışmaların niteliği önem kazanmaktadır. Etkili bir şekilde tasarlanan matematiksel tartışmalar, üst düzey bilişsel talebe sahip görevlerde amaçlandığı gibi kavramların geliştirilmesi ve matematiksel fikirler arasında ilişki kurulması için güçlü bir araç olarak nitelendirilmektedir (Chapin, O'Connor, Anderson, 2009; Leino, 1990; Schoenfeld, 1994; Trafton, Claus, 1994). Lee (2006) da matematiksel tartışmaları yönetirken öğretmenin odak noktasını öğretim programın tamamlanması değil, öğrencilerin anlayarak öğrenmesi olarak belirlenmesi gerektiğinin altını çizmiştir. Matematiksel konuşma kavramsal öğrenmeyi geliştirmenin yanı sıra kavram yanılgılarını ve hatalı anlayışları ortaya çıkarmada etkilidir (Chapin, O'Connor, Anderson, 2009). Gresalfi ve diğ. (2009), çeşitli matematiksel görevlere göre öğrenci katılımını inceledikleri çalışmalarında üst düzey düşünme süreçlerini içeren yüksek bilişsel talepli görevlerin uygulanmasında öğrencilere ilgili içeriğe farklı açılardan yaklaşma, anlam oluşturma vb. olanaklar sunulduğunu, ezber ve prosedürlerin uygulanmasını içeren matematiksel görevlerde ise bu süreçlerin devreye girmediğini ifade etmişlerdir. Bu noktada, bilişsel talep ile matematiksel iletişim arasında çift yönlü bir etkileşim bulunduğundan söz etmek

mümkündür. Buna göre, bilişsel talep düzeyi yüksek görevlerin düzeyini sürdürülmesi için nitelikli bir matematiksel iletişimi ortamı oluşturulması önerilirken, iletişimin nitelikli olabilmesi için ilgili görevin buna izin veren üst düzey bir yapıda olması gerekmektedir (Georgius, 2013; Kysh, Thompson & Vicinus, 2007; Staples, 2007; Truxaw, DeFranco, 2008; Varol, Farran, 2006). Örneğin Son ve Kim (2016), çalışmalarında üst düzey bilişsel talebe sahip matematiksel görevlerde öğretmenlerin daha üst düzey sorular kullandıkları ve bu şekilde üst düzey matematiksel görevin düzeyinin uygulamada da sürdürülebildiği sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde Spillane ve Zeuli (1999) de matematiksel görevlerin uygulanmasında ortaya çıkan yapıları ele aldıkları çalışmalarında, öğrenciler bakımından en olumlu sonuç veren yapının kavramlara dayalı görevler ve kavram odaklı tartışmalar yapısı olduğunu paylaşmışlardır. Ancak, bu yapı, çalışmalarına katılan öğretmenlerin en az kullandığı yapıdır. Öğretmenler en çok kavramsal yönelimli görevler ve prosedüre odaklı tartışmalar yapısını bu yapıyı takiben ise, yüzeysel değişimler içeren görevler ve sabit bir yanıt etrafında yapılan tartışmalar yapısını kullanmışlardır. Araştırmacılar, öğretmenler tarafından daha çok kullanılan söz konusu yapıların öğrencilerin kavramsal düzeyde bir anlayışa sahip olmaları yönünde sınırlı olanaklar sağladığını belirtmişlerdir. Araştırma kapsamında görevlerin düzeyleri ile tartışma ortamının birlikte düşünülerek bir uygulama yapısı oluşturulduğu da göze çarpmaktadır. Imm ve Stylianou (2012), matematik derslerindeki iletişim ortamını düşük nitelikli, karma ve yüksek nitelikli olarak sınıflandırmışlardır. Araştırmacılar, söz konusu iletişim ortamlarını matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleriyle de ilişkilendirmişlerdir. Buna örnek olarak, üst düzey bir matematiksel görev uygulanırken öğretmenlerin terminoloji ve bilgi toplamaya yönelik sorular sormasının görevin düzeyini düşürmesini vermişlerdir. Öğretmenlerin tartışma sırasında kullandıkları ifadelerle öğrencileri kendi zihnindeki çözüm yoluna yönlendirmesinin de niteliği düşük iletişim ortamlarında görevin düzeyinin düşmesine neden olduğunu eklemişlerdir. Mevcut çalışmada da bu duruma rastlanmıştır. Öğretmenler bir üst düzey görev çerçevesinde sordukları düşük düzey sorular ve öğrenci yorumlarını kendi belirledikleri noktaya getirme davranışları ile söz konusu görevlerin düzeylerini düşürebilmişlerdir. Diğer taraftan, yüksek nitelikli tartışma ortamlarında öğretmenlerin öğrencilerin fikirlerini nasıl ifade edecekleri konusunda rol model olarak, farklı fikirlerin ifade edilmesini ve birbirleriyle karşılaştırılmasını sağlayarak ve öğrencilerin düşünme süreçlerini açımlamaya yönelik sorular sorarak üst düzey görevlerin düzeyini sürdürebildiklerini

dile getirmişlerdir. Araştırmacılar sonuç olarak sınıf içi uygulama ortamını tanımlamada bilişsel talep düzeyi ve matematiksel iletişim kavramlarını birlikte ele alan yapılar oluşturulması gerektiğinin altını çizmişlerdir. Eskelson (2013) de çalışmasında, öğrenci kazanımları bakımından en olumlu durumun, üst düzey bilişsel talebe sahip görevler üzerinde yapılan büyük grup tartışmaları olduğunu dile getirmiştir. Baxter, Woodward ve Olson (2001), de etkili bir matematik öğretimi için yüksek bilişsel talepli görevler kullanılmasının ve verimli matematiksel tartışmalar yapılmasının önemli olduğunu vurgulamışlardır.

Verimli bir matematiksel iletişim ortamının oluşturulması öğrencilere zengin görevler sunulması ile mümkün olabilmektedir (Bruce, 2007). Anlamlı öğrenme görevleri birden çok çözüm yolu içerdiğinden öğrencileri yorum yapmaya, akıl yürütmeye ve düşünmeye yönlendirmektedir. Başka bir deyişle, öğrencilere zorlayıcı görevler vermek öğrenciler arasındaki etkileşimi arttırmaktadır. (Silver, Smith, 1996). Öğrencilere, zengin görevler sunulan böylesi ortamlarda öğrencilerin matematiksel kavramlar, prosedürler ve problem çözme süreçleri ile ilgili konuşmalarının onları daha derinlemesine düşünmeye yönlendirdiği ve öğrendiklerini netleştirdiği ileri sürülmektedir (Chapin, O'Connor, Anderson, 2009; Mooney ve diğ., 2012). Bilişsel talep düzeyini sürdürmede öğretmenlerin sınıf içi matematiksel iletişim bağlamında sordukları soruların ve öğrenci fikirlerini takip ederek tartışmaları yönetmelerinin etkili olduğu Tekkumru-Kısa ve diğ. (2017) tarafından belirtilmiştir. Blum ve Ferri'nin (2009) öğrenciler bağımsız bir şekilde üst düzey görevler üzerinde çalışırken öğretmenlerin soracağı "Ulaştığın sonuçlar verilen durumla uyumlu mu?", "Eksik olan ne var?", "Bunu yaparken amacın ne?", vb. soruların öğrencilerin düşünme sürecini bölmeden etkili bir şekilde yönlendirme yapabildiği yönündeki bulgusu da bu durumu destekler niteliktedir.

Bu bölümde ele alınan ilgili araştırmalardan hareketle, katılımcı öğretmenlerinin sınıf içerisinde gerçekleştirdikleri matematiksel görevin değişim eğilimlerinin paralellik gösterdiği söylenebilir. Nitekim, üst düzey matematiksel görevlerin matematiksel iletişim davranışları ve uygun soru türleriyle desteklenerek uygulanması en olumlu sonucu veren durum olmuştur. Bunun yanı sıra, düşük düzey olarak seçilen görevlerde öğretmenlerin matematiksel iletişim ortamını oluşturmak üzere gösterdikleri çabalar öğrencinin daha derinlemesine anlayışlara ulaşması bakımından sonuçsuz kalabilmiştir. Sonuç olarak, mevcut araştırmada ortaya çıkan sonuçlar ve alan yazında

ele alınan ilgili araştırmalar bilişsel talep ve sınıf içi matematiksel iletişim ortamı kavramlarının birlikte düşünülmesi gerektiğinin altını çizmektedir.

5.4. Araştırmanın Dördüncü Alt Problemine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde araştırma kapsamında öğretmenlerin araştırma öncesi ve sonrasında matematiksel görevlerin uygulanması bağlamında bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramları ile ilgili görüşlerine ilişkin, aşağıdaki araştırma sorusunu temel alan, sonuç ve tartışma yer almaktadır:

- Öğretmenlerin bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarına ilişkin uygulama öncesi ve sonrası görüşleri arasında nasıl farklılıklar bulunmaktadır?

Söz konusu araştırma sorusuna ilişkin aşağıdaki genel sonuçlara ulaşılmıştır.

- ***Öğretmenlerin matematiksel iletişime ilişkin görüşleri (sınıf içi matematiksel iletişimin tanımı ve niteliği):*** Armağan Öğretmen ön görüşmede matematiksel iletişimi öğrencilerin derse katılım süreçlerine vurgu yaparak tanımlarken, son görüşmedeki tanımlamalarında farklı fikirlerin ortaya çıkması, uzlaşma ve tüm öğrencilerin görüşlerinin alınması başlıklarına değinmiştir. Deniz Öğretmen, ön görüşmelerde matematiksel iletişimi daha çok tek yönlü (öğretmenden öğrenciye) bir şekilde tanımlamıştır. Son görüşmede ise öğretmen, tanımlamalarında farklı fikirlerin ortaya çıkması ve uzlaşma başlıklarına da değinmiştir.
- ***Öğretmenlerin matematiksel iletişime ilişkin görüşleri (Matematiksel iletişimin öğrenci kazanımları açısından değerlendirilmesi):*** Matematiksel iletişimin öğrencilere ne tür katkıları olacağı sorulduğunda Armağan Öğretmen, günlük hayatla ilişkilendirme, öğrencilerin soru sormasını sağlama, akran öğrenmesini destekleme, öğrencinin düşüncesini gözden geçirmesi ve değiştirmesi, öğrencinin yanlışını görmesi başlıklarına değinmiştir. Son görüşmede ise Armağan Öğretmen, ön görüşmede belirttiği kazanımlardan farklı olarak, kavramların derinlemesine bir şekilde öğrenilmesi, daha iyi öğrenme ve bakış açısının genişlemesi başlıklarına değinmiştir. Deniz Öğretmen ise verimli bir matematiksel iletişim ortamının öğrenci açısından faydalarını öğrencinin yanlışını görmesi, akran öğrenmesini destekleme, kendini daha iyi ifade etme ve arkadaşlık ilişkilerinin gelişimi olarak nitelendirmiştir. Son görüşmede Deniz Öğretmen, öğrencilerin farklı fikirlerini

dile getirme olanağı bulması ve uzlaşma kazanımlarını da görüş olarak dile getirmiştir. Armağan Öğretmen, son görüşmede sınıf içi matematiksel iletişim ortamına ilişkin daha detaylı tanım yapabilmiş ve öğrenci kazanımlarında kavramların öğrenilmesi, bakış açısının genişlemesi vb. daha üst düzey becerilere vurgu yapmıştır. Deniz Öğretmen'in matematiksel iletişime yönelik ifadelerine bakıldığında ön ve son görüşmede birbirine benzer tanımlamalar yaptığı görülebilmektedir. Tanımlamalar bakımından son görüşmelerdeki farklılık, Deniz Öğretmen'in öğrenci katılımı ve farklı fikirlerin dile getirilmesi konularını gündeme getirmiş olmasıdır.

- ***Öğretmenlerin matematiksel görevlerin seçimine ilişkin görüşleri:*** Ön görüşmede Armağan Öğretmen, matematiksel görevlerin seçiminde, öğrenciye somut yaşantılar sunma, basitten karmaşığa ilerleme ve eğlenceli olma özelliklerine dikkat ettiğini belirtirken, son görüşmede, sınıf içerisinde uygulayacağı görevlerin öğrencilere üst düzey beceriler kazanma olanağı sunması ve öğrenci katılımına olanak sağlaması gerektiğini belirtmiştir. Armağan Öğretmen'in görüşleri, seçilen görevlerin matematiksel iletişimin niteliği yönünde bir etkisi olduğu ve nitelikli bir matematiksel iletişimin kavramların daha iyi anlaşılmasına yol açtığı yönünde gelişmiştir. Deniz Öğretmen ise ön görüşmede matematiksel görevlerin seçiminde basitten karmaşığa ilkesini benimsediğini ve etkinliklerin görsel açıdan zengin olması gerektiğini belirtmiştir. Son görüşmede ise görevlerin seçiminde öğrencilere oyun gibi gelen ve somut materyaller içeren etkinliklerden yararlanabileceğini dile getirmiştir. Deniz Öğretmen, matematiksel görev seçimine ilişkin ön ve son görüşmelerdeki açıklamalarında sınıf içerisinde uyguladığı görevler ile oluşturulan matematiksel iletişim ortamı arasında bir bağ kuramamıştır. Başka bir deyişle, öğretmenin, söylemlerinde, gerçekleştirdiği etkinlikler ile matematiksel tartışma ortamını ayrı ayrı değerlendirdiği gözlenmiştir.
- ***Sınıf içi uygulamalara ve daha sonraki uygulamalara ilişkin görüşler:*** Armağan Öğretmen son görüşmede uygulama sürecini iyileştirme ve uygulamayı matematik dersi kapsamındaki başka konular ya da farklı sınıf düzeyleri için kullanma konusunda istekli olduğunu belirtmiştir. Buna ek olarak, Armağan Öğretmen, sınıf içi uygulamalar bakımından kendini geliştirme yönünde istekli olduğunu ve planlama konusuna daha çok özen göstereceğini dile getirmiştir. Deniz Öğretmen

ise yapılan uygulamaya ve geleceğe yönelik söylemlerinde çoğunlukla, zaman eksikliği, öğrenci özellikleri vb. dış etkenlere değinmiş, kendini geliştirmeye yönelik herhangi bir açılımda bulunmamıştır.

- ***Öğretmenlerin kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgisi:*** Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde, öğretmenlerin kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgisine ilişkin bazı ipuçları yakalanmıştır. Örneğin her iki öğretmenin kesirleri yalnızca parça-bütün anlamı üzerinden kavramsallaştırdığı, uygulamanın yanı sıra, görüşmelerde de verdikleri örneklerden anlaşılmaktadır. Görüşmelerde, öğretmenlerin denk kesir ya da birim kesir ile ilgili yaptıkları açıklamalar aynı kesir sayısının farklı bütünler kullanıldığında farklı miktarları ifade edebileceği vb. konularda eksik kalmış, kesirleri tek yönlü bir biçimde görselleştiren alan modellerine bağlı kaldıkları gözlenmiştir. Öğretmenlerin görüşmeler sırasında, kesirlerle ilgili daha sonra yapacaklarını belirttikleri bölümlerde öğretim programında bulunmayan ya da öğrencilerin yaş düzeyleriyle uyumlu olmayan konuları planlarına dahil ettikleri de gözlenmiştir.

Yukarıda verilen sonuçlardan hareketle, uygulamaya katılan öğretmenler arasında bir farklılık oluştuğunu söylemek mümkündür. Buna göre, Armağan Öğretmen'in uygulama sonrasında araştırmanın üzerinde durduğu kavramlara ilişkin farkındalık düzeyinin ön görüşmeye göre arttığı söylenebilir. Armağan Öğretmen'in kavramları daha detaylı bir biçimde açıklayabilmesi, derslerinden somut örnekler verebilmesi, matematiksel tartışma ve görev seçimi bakımından daha üst düzey becerilere vurgu yapması bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Boston (2013) de benzer şekilde araştırmasında, görüşmelerde, öğretmenlerin matematiksel görevlerle ilgili daha detaylı açıklamalarda bulunmalarını ve ilgili terminolojileri kullanmalarını, öğretmenlerin bilişsel talep düzeyi kavramına ilişkin farkındalıklarının arttığı şeklinde yorumlamıştır. Daha önceki araştırma problemlerine ilişkin sonuç ve tartışma bölümlerinde uygulamada öğretmenler arasında oluşan farkın öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinden, öğretim programına ya da öğrenmeye ilişkin tutumlarından veya katıldıkları eğitimlerden kaynaklanabileceği alan yazından örneklerle açıklanmaya çalışılmıştır. Öğretmen görüşmeleri ile ilgili olan bu bölüm ise öğretmenlerin öğrenmeye ilişkin yaklaşımları, geleceğe dönük planlamaları ve uygulama sonrasında yaşadıkları farkındalıklar anlamında birbirinden ayrılan görüşleri ile ilgili kanıt oluşturmaktadır. Imm ve Stylianou (2012), çalışmalarında öğretmenlerin matematiksel

görevler bağlamında sınıfta oluşturdukları matematiksel tartışma ortamının öğretmenin nasıl bir öğrenme-öğretme yaklaşımı olduğundan etkilendiğini belirtmiştir. Başka bir deyişle, öğretmenler tartışmaları yönetme biçimleriyle öğrencilerine matematiğin nasıl öğrenildiği konusunda da mesaj vermektedirler. Mevcut çalışmada da, matematiksel iletişim ortamının oluşturulması konusunda benzer davranışlar sergilemekle birlikte, öğretmenlerin tartışma süreçlerini yönetmeleri açısından farklılıklar bulunmaktadır. Bu durum öğretmenlerin birebir görüşmelerde ilettikleri, farklı tutum ve alışkanlıklara işaret eden görüşleriyle açıklanabilir. Örneğin, Armağan Öğretmen, öğrencilere görece daha fazla bağımsızlık tanıyan somut etkinlikler çerçevesinde kazanımları gerçekleştirmeye hedeflemiş ve bu konuda kendini geliştirebileceğini dile getirmiştir. Deniz Öğretmen'in ise öğrencilere çoğunlukla bağımsızlık tanımadığı, öğrencilerinden üst düzey beklentileri olmadığı ve kendi zihnindeki yöntemleri öğrencilere aktarma yönünde bir eğilimi olduğu, sonucuna görüşmelerdeki ifadelerinden ulaşılabilmektedir. Uygulamaya yönelik görüşlerinde ise Deniz Öğretmen, kendini geliştirmeye yönelik herhangi bir söylemde bulunmamış, uygulamada yaşanan zorluklara ilişkin daha çok kendi dışındaki zaman, öğrencilerin düzeyi, sosyal özellikleri vb. faktörlerden söz etmiştir. Alan yazındaki kimi araştırmalar, öğretmenlerin yeniliklere karşın zaman, öğrenci özellikleri vb. dışsal faktörleri öne sürmesini öğretmen direnci kavramı ile açıklamışlardır (Terhart, 2013). Başka bir deyişle, öğretmenler değişim ve yeniliklere karşı farklı bakış açılarına sahip olabilmekte, söz konusu değişim ve yeniliklere ilişkin farklı tepkiler gösterebilmektedirler. Öğretmenlerin öğrenme-öğretme sürecine ilişkin inanışlarının eğitim alanındaki değişimlere gösterdikleri tepkilerle ilişkili olduğu birçok araştırma tarafından ele alınmış bir konudur (Ball, 1993; Eisenhart ve diğ., 1993; Nathan, Knuth, 2003; Putnam ve diğ., 1992). Nathan ve Knuth (2003), araştırmalarında, bir altıncı sınıf matematik öğretmeninin matematik öğrenme-öğretme sürecine ilişkin inanışlarının sınıf içi iletişim ortamını nasıl etkilediğini iki yıllık bir sürede incelemişlerdir. Araştırmacılar, öğretmenin matematiksel iletişim bakımından yaşadığı değişimi, öğrencilerin matematik problemlerini farklı yollarla çözebileceğine yönelik inanışı ve kendini otorite konumundan geri çekerek öğrencilerine daha fazla bağımsızlık tanıması ile ilişkilendirmişlerdir. Bu inanış ve uygulamaları sayesinde sınıf ortamında daha verimli tartışmalar yaşandığını öne sürmüşlerdir. Öğretmenlerin farklı inanışlarının uygulamayla ilişkisi bulunmaktadır, ancak Thompson (1992) ve Guskey (1986) tersi bir durumun da söz konusu olduğuna dikkat çekmişlerdir. Daha

açık bir ifadeyle, öğretmenlerin yenilik içeren uygulamalara katılmaları, tutum ve inanışlarını değiştirmeye yönünde etkili olabilmektedir. Örneğin, Hunter (2010) bir öğretmenle matematiksel iletişim ortamını geliştirme üzerine çalıştığı araştırmasında, öğretmenin başlangıçta, öğrencilerin derse katılımlarıyla ilgili düşük beklentilere sahip olduğunu ancak, kullandığı stratejilerle matematiksel iletişim ortamını geliştirdikçe bu düşüncesini değiştirdiğini ortaya koymuştur. Nitekim, çalışmaya katılan öğretmen, öğrencilerle ilgili endişeleri olmasına rağmen, onları tartışma sürecine dahil edecek grup çalışmaları, cümle kalıpları vb. stratejiler kullanmış, bu şekilde onlara her gün daha fazla bağımsızlık vermeye başlamıştır. Mevcut araştırmada Armağan Öğretmen'in yaşadığı farkındalık bu durumla ilişkili olarak yorumlanabilir. Ancak, bu durumun tersine, Deniz Öğretmen son görüşmede de öğrencilerinin akademik ve sosyal özelliklerinin yetersizliklerinden söz etmiş, onları bu sürece nasıl dahil edebileceği konusunda herhangi bir açılımda bulunmamıştır. Halbuki, verimli bir tartışma ortamı için öğretmenlerin tüm öğrencilerinden yüksek beklentileri olması ve farklı öğrencileri tartışma sürecine dahil edebilmek için çaba göstermeleri gerektiği alan yazında altı çizilen bir konudur (Boaler, 2002; Sowder, 2007; White, 2003). Yine öğretmenlerin zamanla ilgili endişeleri ile paralel olarak, Kaya ve Aydın'ın (2016), çalışmasında da matematik öğretmenleri, sınıf içi tartışmalara zaman yetersizliği nedeniyle yer veremediklerini dile getirmişler, öğretim programının sadeleştirilerek tartışmalara daha çok olanak verecek bir yapıya ulaşmasını önermişlerdir.

5.5. Araştırmanın Beşinci Alt Problemine İlişkin Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde araştırma kapsamında öğrencilerin uygulama sonrasındaki görüşlerine ilişkin, aşağıdaki araştırma sorusunu temel alan, sonuç ve tartışma yer almaktadır:

- Öğrenciler uygulama sürecini nasıl algılamışlardır?

Söz konusu araştırma sorusuna ilişkin aşağıdaki genel sonuçlara ulaşılmıştır:

- ***Uygulamaya ilişkin görüşler:*** Uygulama kapsamında gerçekleştirilen etkinliklerin eğlenceli olduğunu belirten Şube 1 öğrencileri, somut materyallerle yapılan etkinliklerin, soyut kavramları anlamlandırmada, neden-sonuç ve kavramlar arası ilişkileri kurmada kendilerine yardımcı olduğunu ve farklı fikirlerin dile getirilmesine olanak sağladığını paylaşmışlardır. Şube 2 öğrencileri uygulama kapsamında gerçekleştirilen etkinlikleri genel olarak keyifli bulduklarını

aktarmışlardır. Öğrenciler, kesirler ünitesinde gerçekleştirdikleri uygulamaların diğer derslerden farklı yönünü somut materyallerle yaptıkları etkinlikler olarak yorumlamışlardır.

- ***Derse katılım sürecine ilişkin görüşler:*** Şube 1 öğrencileri, derse katılmanın arkadaşlarından öğrenmeyi ve arkadaşlarına öğretmeyi sağladığını belirtmişlerdir. Matematiksel tartışmalarda arkadaşlarını dinleyerek yanlışlarını fark edebildikleri ve farklı fikirler edinerek kendilerini geliştirebildiklerini dile getirmişlerdir. Şube 2 öğrencileri ise derse katılmayı sevdiklerini, bu şekilde bir şeyler öğrendiklerini, arkadaşlarına bilgi verdiklerini ve farklı fikirleri duyabildiklerini dile getirmişlerdir. Araştırmacının, derse katılma ile öğrenme arasında nasıl bir bağ kurduklarına ilişkin sorusuna ise Şube 2 öğrencileri ilişkisiz yorumlarda bulunmuşlar ve somut bir bağlantı kuramamışlardır.
- ***Öneriler:*** Şube 1 öğrencileri matematik derslerinde daha fazla somut materyal içeren etkinlikler olmasını, etkinliklerin aşamalı bir biçimde sıralanmasını ve konu ve kavramlar arasında daha fazla bağlantı kurulmasını önermişlerdir. Şube 2 sınıfı öğrencileri ise gelecek uygulamalara ilişkin önerilerde bulunurken eğlence ve oyun kavramlarına vurgu yapmışlardır.

Öğretmen görüşmelerinde iki sınıf öğretmeni arasında ortaya çıkan farklılık öğrenci görüşlerinde de kendini göstermiştir. Nitekim, Şube 1 öğrencileri uygulamanın daha önceki matematik derslerinden farklılıklarını daha bilinçli bir şekilde açıklayabilmişler, yapılan etkinlikler çerçevesinde gerçekleştirdikleri matematiksel tartışmaları birbiriyle bağlantılı olarak açıklayabilmişlerdir. Öğretmenlerin sınıf içerisinde gerçekleştirdikleri uygulamalarının öğrencilere yansıması uzun bir süreç gerektirmesine rağmen, mevcut araştırmadaki bulgular ışığında, öğretmenlerin görüş ve uygulamalarındaki farklılığın öğrenci görüşlerine de yansıdığı sonucuna ulaşılabilir. Imm ve Stylianou (2012) öğrencilerin, matematiksel görevler üzerinde çalışmaya istekli duruma getirilmelerinin önemli olduğunu belirtmiş, bu istekliliğin, öğrencilerin matematik öğrenme sürecine daha çok katıldıkları, fikirlerini paylaşabildikleri bir öğrenme ortamı ile sağlanabileceğini ifade etmiştir. Benzer şekilde Georgius (2013), öğrencilerin matematiği anlamaları için kendi çalışmaları hakkında yansıtma yapabilmeleri ve başka arkadaşlarının da çalışmalarını değerlendirebilmeleri gerektiğinin altını çizmiştir. Mevcut çalışmada da öğrencilerin üst düzey bilişsel talebe sahip matematiksel görevler bağlamında anlamlı matematiksel

tartışmalar yapmaları beklenmiştir. Armağan Öğretmen, bu beklentiye, Deniz Öğretmen'e göre daha fazla yaklaşmış, bu durumla uyumlu olarak, Şube 1 öğrencileri de uygulama sürecine ilişkin daha bilinçli yorumlar getirmişlerdir.

Öğrenciler, görüşmede dile getirdikleri ifadelerinde, yapılan uygulamayı keyifli bulduklarını dile getirmişler ve matematik dersinde oyun tarzı uygulamaların arttırılmasını önermişlerdir. Öğrenciler farklılık olarak bu uygulamada kitaptan daha az alıştırma yaptıklarını ve somut materyallere dayalı oyun benzeri etkinliklere yer verildiğini belirtmişlerdir. Bragg (2003), derslerde keyif almayı motivasyon ve öğrencinin kendini başarılı hissetmesiyle ilişkilendirmiştir. Oyun ve etkinlik tabanlı öğrenme sürecine ilişkin öğrenci görüşlerini incelediği araştırmasında, öğrenciler tahtada öğretmenin dersi anlatması ya da kitaptan bireysel olarak yapılan etkinliklerden farklı olarak oyunlarla, derse farklı bir düzeyde katılabildiklerini dile getirmişlerdir. Başka bir deyişle, öğrenciler problemlerle ya da kavramlarla ilgili açıklamaların bir oyun bağlamında yapılmasının daha olumlu olduğunu paylaşmışlardır. Araştırmacı bu durumu, oyunların, öğrencilerin problem çözme stratejilerini paylaştığı bir tartışma bağlamı oluşturduğu şeklinde yorumlamıştır. Öğrencilerin, motivasyonu yüksek bir biçimde, bir oyun bağlamında konuya ilişkin tartışmalar yapmalarının onlara keyifli gelmiş olabileceğini belirtmiştir.

Sınıf içerisindeki iletişim ortamının niteliğini arttırmak ve bu şekilde öğrencilerin matematiğin tartışmalar yoluyla da öğrenilebileceği yönündeki inanışlarını geliştirmek çok kolay olmamaktadır. Young-Loveridge Taylor ve Hawera (2005), araştırmalarında beş ve altıncı sınıfa devam eden öğrencilere, matematik derslerinde problem çözüm yollarınızı arkadaşlarınıza anlatmak önemli midir? ve arkadaşlarınızdan çözüm yollarını dinlemek önemli midir? sorularını yöneltmişlerdir. Buna göre, öğrencilerin yarısından fazlası kendi çözüm yollarını anlatmayı, yarısına yakını ise arkadaşlarının çözüm yollarını dinlemeyi önemli bulduklarını dile getirmişlerdir. Öğrencilerin devam ettikleri okulların özelliklerine göre yukarıdaki sorulara ilişkin öğrenci görüşlerinin oldukça değiştiğinin de altını çizmişlerdir. Kendi çözüm yollarını anlatmayı neden önemli buldukları sorulduğunda, arkadaşlarına yardımcı olma, arkadaşlarına farklı bir çözüm yolu önerme, konuyu öğrendiğini/bildiğini gösterme ve sosyal ilişkileri geliştirme temaları ortaya çıkmıştır. Arkadaşlarının çözüm yollarını dinlemeyi önemli bulan öğrenciler ise farklı yolları duyabilme, arkadaşlarından öğrenme, yardım alma ve ilişkilerin gelişimi konularına

değinmişlerdir. Mevcut çalışmada da arkadaşına öğretme ve arkadaşından öğrenme, farklı çözüm yollarını duyabilme öğrencilerin ilettiği görüşler arasında yer almaktadır. Buna ek olarak, farklı çözüm yollarını duyma konusunda araştırmacıların da dikkat çektiği bir nokta olan, öğrencilerin soruların tek doğru yanıtı olduğuna dair inanışına mevcut çalışmada da rastlanmıştır. Nitekim, öğrenciler farklı fikirlerin duyulmasının önemli olduğunu ancak sonuç olarak tek bir doğruda uzlaşılması gerektiğini paylaşmışlardır. Bu durumun, öğrencilerin üst düzey bilişsel talebe sahip matematiksel görevlerin niteliği konusunda deneyim sahibi olmamalarıyla açıklanabileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin matematik öğrenimine ilişkin inanışlarının değiştirilmesinin bir süreç gerektirdiğine değinen bir diğer çalışma Kaya ve Altun'un (2014) çalışmasıdır. Öğrenciler bu araştırma kapsamında, matematiğin çoğunlukla öğretmeni iyi bir şekilde dinleyerek ve alıştırma yaparak öğrendiklerini belirtmişlerdir. Ancak, bunun yanı sıra sınıf içerisindeki matematiksel tartışma ortamının önemli olduğunu ifade etmişler ve bu tartışmaların öğrenme açısından ne tür faydaları olabileceğini sayabilmişlerdir. Buradan hareketle araştırmacılar, öğrencilerin matematiksel tartışmalar konusunda belli düzeyde farkındalıkları olduğunu ancak tartışmayı bir öğrenme aracı olarak henüz algılayamadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Jansen (2008) de çocukların inanışlarının derse katılmaya ilişkin tercihleri açısından belirleyici olduğunun altını çizmiştir. Daha açık bir ifadeyle, kimi öğrenciler yalnızca sosyal anlamda bir derse katılma motivasyonuna sahipken, kimi öğrenciler öğrenme ve tartışmalar arasında bağ kurabilmekte ve daha bilinçli bir şekilde tartışmalara katılabilmektedir.

5.6. Öneriler

Araştırma kapsamında ulaşılan sonuçlar doğrultusunda geliştirilen öneriler uygulayıcılar için öneriler ve araştırmacılar için öneriler başlıkları altında sunulmuştur.

5.6.1. Uygulayıcılar İçin Öneriler

- Sınıf içi uygulamalar için seçilen görevlerin düzeylerinin belirlenmesinde uygulayıcılar tarafından bilişsel talep kavramının ve bu kapsamda oluşturulmuş görev analiz rehberinin kullanılması önerilmektedir. Bu şekilde, uygulayıcıların, bir matematiksel görev bağlamında öğrencilere sunulan öğrenme olanaklarını daha

bilinçli bir biçimde değerlendirebilecekleri ve daha etkili uygulamalar yapabilecekleri düşünülmektedir.

- Seçilen matematiksel görevlerin ders sürecinde uğrayabileceği değişimlere ilişkin öğretmenlerin bilgi ve becerilerinin geliştirilmesi önerilmektedir. Öğretmenlerle, bir görevin bilişsel talebinin hangi aşamalarda, hangi faktörlerden etkilenerek değişebileceği konusunda kapsamlı profesyonel gelişim eğitimleri yapılması gerektiği düşünülmektedir.
- Öğretmenlerin sınıf içerisinde gerçekleştirdikleri etkinliklerin öğrenciye nasıl ulaştığı konusunda sürekli bir değerlendirme yapmaları önerilmekte, bu değerlendirmeyi yaparken matematiksel görev çerçevesinden faydalanabilecekleri düşünülmektedir.
- Öğretmenlerin uygulama sırasında gösterdikleri, bilişsel talebin düşmesine neden olan ve sürdürülmesini sağlayan davranışları hakkında bilinç kazanmaları önerilmektedir. Bunun için öğretmenlerin kendi derslerinin video kayıtlarına dayalı ve mevcut araştırmada kullanılan kodlama şemasına benzer değerlendirme araçlarının kullanıldığı uzun soluklu uygulamalı eğitimler gerçekleştirilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir.
- Uygulayıcılar, sınıf içerisinde verimli bir matematiksel iletişim ortamı oluşturmak için mevcut araştırmada ele alınan, matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışları ve soru türlerini uygun biçimde kullanabilirler.
- Sınıf içerisindeki matematiksel tartışmaların derinliği ve anlama odaklı olması bakımından uygulayıcıların pedagojik alan bilgisi önem kazanmaktadır. Matematiksel iletişim ortamına ilişkin bir çalışma yapılmadan önce uygulayıcıların ilgili kavramın öğrenilmesine ilişkin pedagojik alan bilgisi değerlendirmeli, gerekli görülürse bu alan bilgisini arttırmak için çalışmalar yapılmalıdır.
- Matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri ile sınıf içi matematiksel iletişim kavramları birlikte düşünülmesi gereken kavramlardır. Bu noktadan hareketle, öğretmenlerin uygulamak için seçtikleri etkinlikleri tartışmalarla nasıl destekleyeceklerini düşünmeleri, bu yönde ayrıntılı planlamalar yapmaları önerilmektedir. Alan yazında bu planlamaların nasıl yapılabileceğine ilişkin pek çok kaynak bulunmaktadır.

- Matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyi ile sınıf içi matematiksel iletişim kavramlarının birlikte ele alınabilmesi amacıyla öğretmenler için görev odaklı profesyonel gelişim çalışmaları önerilmektedir. Bu şekilde, öğretmenlerin, bir görev üzerinde, sınıf içerisinde yapacağı tartışmaları düşünerek, öğrencilerine üst düzey becerileri kazandırma konusunda daha uygulamaya dönük çalışmalar yapması sağlanabilir.
- Matematiksel görevlerin seçimi ve doğru bir iletişim ortamı oluşturularak uygulanmasının öneminden hareketle, içeriğinde daha nitelikli etkinliklere yer veren, bu etkinliklerin öğrencilere etkili bir biçimde nasıl ulaştırılabileceği konusunda yol gösterici kaynak materyallerin oluşturulması önerilmektedir.
- Bu çalışmada matematik dersleri temel alınmıştır, ancak araştırma kapsamında ele alınan kavramların diğer derslere yaygınlaştırılması önerilmektedir.

5.6.2. Araştırmacılar İçin Öneriler

- Bu araştırma matematik derslerinde üst düzey görevlerin uygulanmasında matematiksel iletişimin rolünü incelemek amacıyla yapılmıştır. Araştırma farklı dersler, sınıf düzeyleri ve daha geniş çalışma grupları belirlenerek tekrarlanabilir. Söz konusu çalışmalarda mevcut araştırmada oluşturulan kodlama şemalarından faydalanılabilir.
- Bilişsel talep ve matematiksel iletişim arasındaki etkileşimin daha net bir biçimde ortaya konması için daha uzun soluklu deneysel ya da betimsel çalışmalar yapılabilir.
- Sınıf içerisinde uygulanan görevlerin niteliği ve bu niteliğin sürdürülmesinde etkili olan diğer faktörlerle ilgili çalışmalar yapılabilir.
- Öğretmenlerin seçtikleri görevler ve bu bağlamda oluşturdukları matematiksel iletişim ortamıyla ilgili öz ve akran değerlendirmelerini daha detaylı bir biçimde, farklı değerlendirme araçları kullanarak yapmaları ilerleyen araştırmalar için önerilebilir.
- Yapılan etkinliklere ilişkin öğrenci görüşlerinin etkinlik bazlı olarak alındığı, bu şekilde öğretmenin üst düzey olarak seçtiği bir görevin öğrenciye nasıl ulaştığının belirlenmesini amaçlayan araştırmalar yapılabilir.
- Türkiye özelinde görece yeni olan bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarına yönelik bilgi düzeyinin arttırılması amacıyla kuramsal çalışmalar, literatür tarama ya da meta-analiz çalışmaları yapılabilir.

- Mevcut çalışmada öğretmenlerin öğrenme-öğretmeye ilişkin tutumları, pedagojik alan bilgileri, öğrencilerinden beklentileri, değişime ve kendini geliştirmeye açık olmaları vb. özelliklerinin uygulamaları üzerinde etkili olduğu yönünde sonuçlara ulaşılmıştır. Bu sonuçların desteklenmesi için söz konusu değişkenlerin ayrı ayrı incelendiği, farklı veri toplama araçlarının ve araştırma yöntemlerinin kullanıldığı çalışmalar yapılabilir.
- Üst düzey öğrenme görevlerinin araştırmacılar/öğretmenler tarafından bir ders/ünite planı bağlamında geliştirildiği ve bu ders planının uygulama sürecine odaklanan araştırmalar yapılabilir.
- Mevcut araştırmada öğretim programının nitelikli bir biçimde uygulanması bakımından etkili olduğu düşünülen iki kavram üzerinde durulmuştur. Bundan sonra yapılacak araştırmalarda, öğretim programının uygulanmasıyla ilgili daha fazla değişkenin ele alındığı model oluşturmaya yönelik çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

Acar, İbrahim H., Süleyman Yıldız, Şeyma Karan. 2013. Learner Teachers: Professional Development of Elementary School Teachers Through Peer Collaboration. 5.Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresi, 6-9 Haziran 2013. Çanakkale, Türkiye.

Ader, Engin. 2016. Investigating Classroom Teachers' Development of Quality of Implementation of Mathematical Tasks. 13th International Conference on Mathematical Education, 24-31 Temmuz 2016. Hamburg, Almanya.

Apple, Michael W. 1992. Do the Standards Go Far Enough? Power, Policy, and Practice in Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**. c.23.s.5: 412-431.

Arbaugh, Fran, Catherine A. Brown. 2005. Analyzing Mathematical Tasks: A Catalyst For Change? Journal of Mathematics Teacher Education. c. 8. s. 6:499–536.

Avalos, Beatrice. 2011. Teacher Professional Development in Teaching and Teacher Education Over Ten Years. **Teaching and teacher education**. c. 27. s. 1: 10-20.

Bailey, Kenneth D. 1982. **Methods of Social Research.** New York, NY: Free Press.

Bal, Pınar. 2008. Yeni İlköğretim Matematik Öğretim Programının Öğretmen Görüşleri Açısından Değerlendirilmesi. **Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi**. c. 17. s.1: 53-68.

Ball, Deborah L. 1993. With an Eye on the Mathematical Horizon: Dilemmas of Teaching Elementary School Mathematics. **The Elementary School Journal.** c.93.s.4: 373-397.

_____. 1990. Reflections and Deflections of Policy: The Case of Carol Turner. **Educational Evaluation and Policy Analysis.** c.*12. s.*3: 247-259.

Ball, Deborah L., Bass L. Hyman. 2000. Interweaving Content and Pedagogy in Teaching and Learning to Teach: Knowing and Using Mathematics. **Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning.** ed. Jo Boaler. Londra: Ablex Publishing: 83-104.

Ball, Deborah L., David K. Cohen. 1999. Reform by the book: What is—or might be—the Role of Curriculum Materials in Teacher Learning and Instructional Reform?. **Educational Researcher**. c.25.s.9: 6-14.

Ball, Deborah L., Sarah T. Lubienski, Denise S. Mewborn. 2001. Research on Teaching Mathematics: The Unsolved Problem of Teachers' Mathematical Knowledge. **Handbook of Research on Teaching (Fourth Edition).** ed.

Virginia Richardson. Washington, D.C: American Educational Research Association: 433-456

Bana, J., B. Farrell, A. McIntosh. 1997. Student Error Patterns in Fraction and Decimal Concepts. **Proceedings of the Twentieth Annual Conference of the Mathematics Research Group of Australasia, Rotorua, New Zealand.**

Başkale, Hatice. 2016. Nitel Araştırmalarda Geçerlik, Güvenirlik ve Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi. **Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi. c.**9.s.1: 23-28.

Barnett, Carne. 1998. Mathematics Teaching Cases as a Catalyst for Informed Strategic Inquiry. **Teaching and Teacher Education**. c.14.s.1: 81-93.

Battey, Dan, Megan Franke. 2015. Integrating Professional Development on Mathematics and Equity: Countering Deficit Views of Students of Color. **Education and Urban Society.** c.47.s.4: 433-462.

Baturo, Annette R. 2004. Empowering Andrea to Help Year 5 Students Construct Fraction Understanding. **Proceedings of the 28th PME Conference**. c.2: 95-102.

Baxter, Juliet A., John Woodward, Deborah Olson. 2001. Effects of Reform-Based Mathematics Instruction on Low Achievers in Five Third-Grade Classrooms. **The Elementary School Journal**. c.101.s.5: 529-547.

Baxter, Pamela, Susan Jack. 2008. Qualitative case study methodology: Study design and implementation for novice researchers. **The Qualitative Report**. c. *13*. s.4: 544-559.

Bayazıt, Ibrahim. 2011. Selection and Resolution of Function Problems and Their Effects on Student Learning. **Educational Research and Reviews**. c.6.s.17: 906-918.

_____. 2013. Quality of the Tasks in the New Turkish Elementary Mathematics Textbooks: The Case of Proportional Reasoning. **International Journal of Science and Mathematics Education.** s.11: 651-682.

Behr, Merlyn J., Guershon Harel, Thomas Post, Richard Lesh. 1993. Rational Numbers: Toward a Semantic Analysis-Emphasis on the Operator Construct. **Rational Numbers: An Integration of Research**. ed. Thomas P Carpenter, Elizabeth Fennema, Thomas A. Romberg. New Jersey, NY: Lawrence Erlbaum Associates: 13-47.

Bennett, Cory A. 2010. "It's Hard Getting Kids to Talk About Math": Helping New Teachers Improve Mathematical Discourse. **Action in Teacher Education**. c.*32. s.*3: 79-89.

Berg, Bruce L. 2001. **Qualitative Research Methods for the Social Sciences.** 4.bs. Boston, MA: Allyn & Bacon.

Berg, Bruce L, Howard Lune. 2015. **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.** 8.bs. çev. ed. Hasan Aydın. Konya: Eğitim Yayınevi.

Blum, Werner, Rita Borromeo Ferri. 2009. Mathematical Modelling: Can it be Taught and Learnt?. **Journal of Mathematical Modelling and Application. c.**1.s.1: 45-58.

Boaler, Jo. 2002. Exploring the Nature of Mathematical Activity: Using Theory, Research and Working Hypotheses' to Broaden Conceptions of Mathematics Knowing. **Educational Studies in Mathematics**. c.51.s.1: 3-21.

Boaler, Jo, Karin Brodie. 2004. The importance, nature and impact of teacher questions. **Proceedings of the Twenty-sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for Psychology of Mathematics Education**. ed. D.E. McDougall, J A.Ross. s.2: 773-782.

Boesen, Jesper, Ola Helenius, Ewa Bergqvist, Tomas Bergqvist, Johan Lithner, Torulf Palm, Björn Palmberg. 2014. Developing Mathematical Competence: From the Intended to the Enacted Curriculum. **The Journal of Mathematical Behavior.** s.33: 72-87.

Borasi, Raffaella, Judith Fonzi. 2002. **Professional Development that Supports School Mathematics Reform. Foundations: A Monograph for Professionals In Science, Mathematics, and Technology Education (Cilt 3)**. Arlington, VA: National Science Foundation.

Borko, Hilda, Jennifer Jacobs, Eric Eiteljorg, Mary Ellen Pittman. 2008. Video as a Tool for Fostering Productive Discussions in Mathematics Professional Development. **Teaching and Teacher Education**. c.24.s.2: 417-436.

Boston, Melissa D. 2013. Connecting Changes in Secondary Mathematics Teachers' Knowledge to Their Experiences in a Professional Development Workshop. **Journal of Mathematics Teacher Education.** c.16. s.1: 7-31.

Boston, Melissa D., Margaret S. Smith. 2009. Transforming Secondary Mathematics Teaching: Increasing the Cognitive Demands of Instructional Tasks Used in Teachers' Classrooms. **Journal for Research in Mathematics Education**. c.40. s.2: 119-156.

Boston, Melissa D., Margaret S. Smith. 2011. A 'Task-Centric Approach' To Professional Development: Enhancing and Sustaining Mathematics Teachers' Ability to Implement Cognitively Challenging Mathematical Tasks. **ZDM**. c. 43. s. 6–7: 965–977.

Boulet, Genevieve.1998. Didactical Implications of Children's Difficulties in Learning The Fraction Concept. **Focus on Learning Problems in Mathematics**. c. 20. s. 4: 19-34.

Bragg, Leicha. 2003. Children's Perspectives on Mathematics and Game Playing.

Brendefur, Jonathan, Jeffrey Frykholm. 2000. Promoting Mathematical Communication in The Classroom: Two Preservice Teachers' Conceptions

And Practices. **Journal of Mathematics Teacher Education.** c.3.s.2: 125-153.

Brophy, Jere (ed.). 2004. **Using Video in Teacher Education.** UK: Emerald Group Publishing.

Brown, Raymond A. J., Peter Renshaw, P. 1999. Speaking With Authority in Episodes of Mathematical Discourse. **Making The Difference (MERGA 1999)**. ed. John M. Truran, Kathleen M. Truran: 114-120.

Bruce, Catherine D. 2007. Student Interaction in the Math Classroom: Stealing Ideas or Building Understanding. *What Works?Research into Practice.* Toronto: Literacy and Numeracy Secreteriat.

Burghes, David. 1989. Mathematics Education for the Twenty-First Century: It's Time for a Revolution. **Mathematics Teaching The State of Art**. ed. Paul Ernest: Londra: The Falmer Press: 83-89

Büyüköztürk, Şener, Ebru Kılıç-Çakmak, Özcan Erkan Akgün, Şirin Karadeniz, Funda Demirel. 2013. **Bilimsel Araştırma Yöntemleri.** 15.bs. Ankara: Pegem Akademi.

Carraher, David William. 1996. Learning About Fractions. **Theories of Mathematical Learning.** ed. Leslie P. Steffe, Pearla Nesher, Paul Cobb, Gerard A. Goldin, Brian Greer. New Jersey, NY: Lawrence Erlbaum Associates: 241-266.

Casey, Dympna, Catherine Houghton. 2010. Clarifying Case Study Research: Examples From Practice. **Nurse Researcher.** c.17. s.3: 41-51.

Cengiz, Nesrin, Kate Kline, Theresa J. Grant. 2011. Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. **Journal of Mathematics Teacher Education**. c.14.s.5: 355-374.

Chapin, Suzanne H., Catherine O'Connor, Nancy C. Anderson. 2009. **Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn, Grades K-6.** Sausalito, CA: Math Solutions.

Chazan, Daniel, Deborah L. Ball. 1999. Beyond Being Told not to Tell. **For the Learning of Mathematics.** c.19.s.2: 2-10.

Charalambous, Charalambos Y. 2008. Preservice Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching and Their Performance in Selected Teaching Practices: Exploring a Complex Relationship. Doktora Tezi. University of Michigan.

_____. 2010. Mathematical knowledge for teaching and task unfolding: An exploratory study. **The Elementary School Journal**. c.110.s.3: 247-278.

Charalambous, Charalambos Y., Demetra Pitta-Pantazi. 2005. Revisiting a Theoretical Model on Fractions: Implications for Teaching and Research. **Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. c.2: 233-240.

Charalambous, Charalambos Y., Demetra Pitta-Pantazi. 2007. Drawing On A Theoretical Model To Study Students' Understandings Of Fractions. **Educational Studies in Mathematics.** c. 64. s.3: 293-316.

Clarke, David, Hilary Hollingsworth. 2002. Elaborating a Model of Teacher Professional Growth. **Teaching And Teacher Education.** c.18. s.8: 947-967.

Cobb, Paul, Ada Boufi, Kay McClain, Joy Whitenack. 1997. Reflective Discourse and Collective Reflection. **Journal for Research in Mathematics Education**. c.28. s. 3: 258-277.

Cobb, Paul, Terry Wood, Erna Yackel. 1993. Discourse, Mathematical Thinking And Classroom Practice. **Contexts for Learning: Sociocultural Dynamics in Children's Development. ed.** Ellice A.Forman, Norris Minick, C.Addison Stone. Oxford: Oxford University Press: 91-119.

Cochran-Smith, Marilyn, Kim Fries. 2008. Research On Teacher Education: Changing Times, Changing Paradigms. **Handbook of Research on Teacher Education: Enduring Questions in Changing Contexts.** ed. Marilyn Cochran-Smith, Sharon Feiman-Nemser, D. John McIntyre, Kelly E. Demers. New York, NY: Routledge/Taylor & Francis Group and the Association of Teacher Educators: 1050-1093.

Cohen, David K. 1990. A Revolution in One Classroom: The Case of Mrs. Oublier. **Educational Evaluation And Policy Analysis.** c. 12. s.3: 311-329.

Collopy, Rachel. 2003. Curriculum Materials as a Professional Development Tool: How a Mathematics Textbook Affected Two Teachers' Learning. **The Elementary School Journal.** c.103. s.3: 287-311.

Cooke, Bessie Davis, Dilek Buchholz. 2005. Mathematical Communication in The Classroom: A Teacher Makes a Difference. **Early Childhood Education Journal**. c. *32*. s. 6: 365-369.

Crespo, Sandra. 2003. Learning to Pose Mathematical Problems: Exploring Changes in Preservice Teachers' Practices. **Educational Studies in Mathematics.** c.52.s.3: 243-270.

Creswell, John W. 2012. **Educational Research: Planning, Conducting, And Evaluating Quantitative And Qualitative Research.** 4.bs. Boston: Pearson.

_____. 2013. **Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches** . 4.bs. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Creswell, John W., Dana L. Miller. 2000. Determining Validity in Qualitative Inquiry. **Theory Into Practice.** c.39.s.3: 124-130.

Davis, Gary, Robert P. Hunting, Catherine Pearn. 1993. What might a fraction mean to a child and how would a teacher know? **The Journal of Mathematical Behaviour**. c.12. s.1: 63-76.

Denzin, Norman K. 1978. **The Research Act: A Theoretical Introduction to Sociological Methods.** New York: McGraw-Hill

Denzin, Norman K., Yvonna S. Lincoln. 2005. Introduction: The Discipline and Practice of Qualitative Research. **The SAGE Handbook of Qualitative Research.** ed. Norman K. Denzin, Yvonna S. Lincoln. Thousands Oaks, CA: Sage Publications.

Derry, Sharon J. 1999. A Fish Called Peer Learning: Searching For Common Themes. **Cognitive Perspectives On Peer Learning**. ed. Angela M. O'Donnell, Alison King. Mahwah NJ: Erlbaum: 197-211.

Desimone, Laura M.,Andrew C. Porter, Michael S. Garet, Kwang Suk Yoon, Beatrice F.Birman. 2002. Effects of Professional Development on Teachers' Instruction: Results from a Three-Year Longitudinal Study. **Educational Evaluation and Policy Analysis.** c.24.s.2: 81-112.

Doyle, Walter. 1988. Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. **Educational Psychologist**. c.23.s.2: 167-180.

Duit, Reinders, David F. Treagust. 1998. Learning in Science: From Behaviorism Towards Social Constructivism And Beyond. **International Handbook Of Science Education.** ed. Barry J. Fraser, Kenneth George Tobin. London, UK:Kluwer: 3-25

Dursun, Şemsettin, Yüksel Dede. 2004. Öğrencilerin Matematikte Başarısını Etkileyen Faktörler Matematik Öğretmenlerinin Görüşleri Bakımından. **Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi.** c. *24* s.2: 217-230.

Eisenhart, Margaret, Hilda Borko, Robert Underhill, Catherine Brown, Doug Jones, Patricia Agard. 1993. Conceptual Knowledge Falls Through the Cracks: Complexities of Learning to Teach Mathematics for Understanding. **Journal for Research in Mathematics Education**. c.24. s.1: 8-40.

Eğitim Reformu Girişimi. 2017. **Eğitim İzleme Raporu 2016-2017.** İstanbul:Eğitim Reformu Girişimi Yayınları. www.egitimreformugirisimi.org [05.10.2017].

English, Lyn D, Graeme S. Halford. 1995. **Mathematics Education Models and Processes.** Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Eraslan, Ali. 2009. Finlandiya'nın PISA'daki Başarısının Nedenleri: Türkiye için Alınacak Dersler. **Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi**. c.3.s.2:238-248.

Erlandson, Davis A., Edward L.Harris, Barbara L.Skipper, Steve D. Allen. 1993. *Doing naturalistic inquiry: a guide to methods*. Sage: Beverly Hills, CA. Aktaran Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2013) *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Ersoy, Yaşar. 1996. Hizmetiçi Eğitim ve Yetiştirme Kursunu Geliştirme-I Amaçlar ve Matematik Öğretmenlerinin Görüşleri. **Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi.** s.12: 151-160.

Esmonde, Indigo. 2009. Ideas and Identities: Supporting Equity in Cooperative Mathematics Learning. **Review of Educational Research**. c.79.s.2: 1008-1043.

Eskelson, Samuel L. 2013. Exploring the Relationship Between Teachers' Participation in Modified Lesson Study Cycles and Their Implementation of High-Level Tasks. Doktora Tezi. University of Pittsburgh School of Education.

Esty, Warren W., Anne R. Teppo. 1994. A General-Education Course Emphasizing Mathematical Language and Reasoning. **Focus on Learning Problems in Mathematics.** c.16.s.1: 13-35.

Fazio, Lisa, Robert Siegler, R. 2011. **Teaching Fractions.** Belley, France: International Academy of Education.

Foster, Gerald William. 1999. **Elementary Mathematics and Science Methods: Inquiry Teaching and Learning.** Belmont, CA: Wadsworth

Fraivillig, Judith L., Lauren A. Murphy, Karen C. Fuson. 1999. Advancing Children's Mathematical Thinking in Everyday Mathematics Classrooms. **Journal for Research in Mathematics Education**. c.30.s.2: 148-70.

Franke, Megan L., Angela C.Torrou, Noreen W. Webb, Marsha Ing, Jacqueline Wong, Nami Shin, Cecilia Fernandez. 2015. Student Engagement With Others' Mathematical Ideas: The Role Of Teacher Invitation And Support Moves. **The Elementary School Journal. c.**116.s. 1: 126-148.

Franke, Megan L., Noreen M. Webb, Angela G. Chan, Marsha Ing, Deanna Freund, Dan Battey. 2009. Teacher Questioning To Elicit Students' Mathematical Thinking in Elementary School Classrooms. **Journal of Teacher Education.** c. 60. s.4: 380-392.

Garet, Michael S., Andrew C.Porter, Laura Desimone, Beatrice F.Birman, Kwang Suk Yoon. 2001. What Makes Professional Development Effective? Results from a National Sample of Teachers. **American Educational Research Journal**. c.38.s.4: 915-945.

Georgius, Kelly. 2013. Planning and Enacting Mathematical Tasks of High Cognitive Demand in the Primary Classroom. Doktora Tezi. University of Nebraska Graduate College.

Gillies, Robyn M. 2004. The Effects of Communication Training on Teachers' and Students' Verbal Behaviours During Cooperative Learning**. International Journal of Educational Research. c.**41.s.3: 257-279.

Gillies, Robyn M., Asaduzzaman Khan. 2008. The Effects of Teacher Discourse on Students' Discourse, Problem-Solving and Reasoning During Cooperative Learning. **International Journal of Educational Research**. c.47.s.6: 323-340.

Glatthorn, Allen A. 1987. Cooperative Professional Development: Peer Centered Options For Teacher Growth. **Educational Leadership**. c.3.s45: 31-35.

Gordin, Patricia C. 2006. An Instrumental Case Study of The Phenomenon of Collaboration in The Process of Improving Community College Developmental Reading And Writing Instruction. Doktora Tezi. University of South Florida Eğitim Fakültesi.

Gresalfi, Melissa, Taylor Martin, Victoria Hand, James Greeno. 2009. Constructing Competence: An Analysis of Student Participation in the Activity Systems of Mathematics Classrooms. **Educational Studies in Mathematics**. c.70.s.1: 49-70.

Guba, Egon G., Yvonna S. Lincoln. 1982. Epistemological and Methodological Bases Of Naturalistic Inquiry. **Educational Technology Research and Development**. c.30.s.4: 233-252.

Guskey, Thomas R. 1986. Staff Development and the Process of Teacher Change. **Educational Researcher**. c.15.s.5: 5-12.

_____. 2003. Analyzing Lists of the Characteristics of Effective Professional Development to Promote Visionary Leadership. **NASSP Bulletin**. c.87.s. 637: 4-20.

Güçler, Beste. 2016. Matematiksel Bilişe İletişimsel Yaklaşım. **Matematik Eğitiminde Teoriler.** ed. Erhan Bingölbali, Selahattin Arslan, İsmail Özgür Zembat. Ankara: Pegem Akademi: 629-641.

Gürbüz, Ramazan, Emrullah Erdem, Mehmet Gülburnu. 2013. Sınıf Öğretmenlerinin Matematik Yeterliklerini Etkileyen Faktörlerin İncelenmesi. **Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi.** c. 14. s.2: 255-272.

Güveli, Ebru, A. Sabri İpek, Ercan Atasoy, Hasan Güveli. 2011. Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematik Kavramına Yönelik Metafor Algıları. **Turkish Journal of Computer and Mathematics Education**. c. *2*. s. 2: 140-159.

Hatton, Neville, David Smith, D. 1995. Reflection in Teacher Education: Towards Definition and Implementation. **Teaching and Teacher Education**. c. 11. s.1: 33-49.

Haylock, Derek, Fiona Thangata. 2007. **Key Concepts in Teaching Primary Mathematics.** London: SAGE.

Hazır-Bıkmaz, Fatma. 2006. Yeni İlköğretim Programları ve Öğretmenler. **Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi.** c. 39. s.1: 97-116.

Heaton, Ruth M. 1992. Who is Minding The Mathematics Content? A Case Study of A Fifth-Grade Teacher. **The Elementary School Journal**. c.93. s.2: 153-162.

Henningsen, Marjorie, Mary Kay Stein. 1997. Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors that Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking And Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**. c.28.s.5: 524-549.

Hiebert, James ve diğ. 2003. **Teaching mathematics in seven countries: Results**

from the TIMSS 1999 video study. Washington, DC: National Center for Education Statistics.

Hiebert, James, Douglas A. Grouws. 2007. The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning. **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (vol.1).** ed. Frank K. Lester, Jr. Charlotte, NC : National Council of Teachers of Mathematics: 371-404.

Hiebert, James, Thomas P. Carpenter, Elizabeth Fennema, Karen C. Fuson, Diana Wearne, Hanlie Murray, Alwyn Olivier, Piet Human. 1997. **Making Sense: Teaching and Learning Mathematics With Understanding.** Portsmouth, NH: Heinemann.

Horn, Ilana Seidel. 2005. Learning on the Job: A Situated Account of Teacher Learning in High School Mathematics Departments. **Cognition and Instruction**. c.23.s.2: 207-236.

Huetinck, Linda, Sara N. Munshin. 2004. **Teaching Mathematics for the 21st Century Methods and Activities for Grades 6-12.** 2.bs. ABD: Pearson and Merrill Prentice Hall.

Hufferd-Ackles, Kimberly, Karen C. Fuson, Miriam Gamoran Sherin. 2004. Describing Levels And Components of a Math-Talk Learning Community. **Journal for Research in Mathematics Education**. c.35. s.2: 81-116

Hunter, Roberta. 2010. Changing Roles and Identities in the Construction of a Community of Mathematical Inquiry. **Journal of Mathematics Teacher Education**. c.13.s.5: 397-409.

Imm, Kara, Despina A. Stylianou. 2012. Talking Mathematically: An Analysis of Discourse Communities. **The Journal of Mathematical Behavior.** c.31.s.1: 130-148.

Jansen, Amanda. 2008. An Investigation of Relationships Between Seventh-Grade Students' Beliefs and Their Participation During Mathematics Discussions in Two Classrooms. **Mathematical Thinking and Learning. c.**10.s.1: 68-100.

Jaworski, Barbara. 1994. **Investigating Mathematics Teaching: A Constructivist Enquiry.** Londra: The Falmer Press.

Johnson, Burke, Larry Christensen. 2007. **Educational Research: Quantitative, Qualitative And Mixed Research.** Thousand Oaks, CA: Sage Publications

Jones, Dustin L., James E. Tarr. 2007. An Examination of The Levels of Cognitive Demand Required by Probability Tasks in Middle Grades Mathematics Textbooks. **Statistics Education Research Journal**. c.6.s.2: 4-27.

Jung, Hye Young, Stuart Reifel. 2011. Promoting Children's Communication: A Kindergarten Teacher's Conception and Practice of Effective Mathematics Instruction. **Journal of Research in Childhood Education.** c. 25. s.2: 194-210.

Kabael, Tangül, Ayla Ata Baran. 2017. Mathematical Discourse of a Middle School and a Senior Prospective Mathematics Teacher. **Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry.** c.8.s.2: 161-185.

Kabael, Tangül, Ayla Ata Baran. 2016. Matematik Öğretmenlerinin Matematik Dili Becerilerinin Gelişimine Yönelik Farkındalıklarının İncelenmesi. **İlköğretim Online.** c.15.s.3: 868-881.

Kaur, Berinderjeet. 2010. Mathematical Tasks from Singapore Classrooms. **Mathematical Tasks in Classrooms Around the World.** ed. Yoshinori Shimizu, Berinderjeet Kaur, Rongjin Huang, David Clarke. Rotterdam: Sense Publishers: 15–33.

Kaya, Defne, Hasan Aydın. 2016. Elementary Mathematics Teachers' Perceptions and Lived Experiences on Mathematical Communication. **Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education.** c.10. s.6: 619-629.

Kaya, Defne, Sertel Altun. 2014. Peer Problem Solving as an Instructional Strategy to Enhance Mathematical Discourse in 6th Grade Mathematics. **Asya Öğretim Dergisi [Asian Journal of Instruction].** c.2 s. 1(ÖZEL): 149-156

Kazemi, Elham, Deborah Stipek. 2001. Promoting Conceptual Thinking in Four Upper-Elementary Mathematics Classrooms. **The Elementary School Journal**. c.102. s.1: 59–80.

Kieren, Thomas E. 1976. On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foundations of Rational Numbers. **Number and Measurement: Papers From a Research Workshop.** ed. Richard A. Lesh, David A. Bradbard. Colombus, OH: 101-144.

_____. 1993. Rational and Fractional Numbers: From Quotient Fields To Recursive Understanding. **Rational Numbers: An Integration of Research.** ed. Thomas P. Carpenter, Elizabeth Fennema, Thomas A. Romberg. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 49-84.

Kilpatrick, Jeremy, Jane Swafford, Bradford Findell. 2001. **Adding It Up:** Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC: National Academy Press.

Kostos, Kathleen, Eui-Kyung Shin. 2010. Using Math Journals to Enhance Second Graders' Communication of Mathematical Thinking. **Early Childhood Education Journal**. c.*38. s.*3: 223-231.

Krefting, Laura. 1991. Rigor in Qualitative Research: The Assessment of Trustworthiness. **American Journal of Occupational Therapy.** c.45.s.3: 214-222.

Kysh, Judy, Anthony Thompson, Paul Vicinus. 2007. From the Editors: Welcome to the" MT" 2007 Focus Issue: Mathematical Discourse. **The Mathematics Teacher.** c.101.s.4: 245-245.

Lachance, Andrea, Jere Confrey. 2003. Interconnecting Content and Community: A Qualitative Study of Secondary Mathematics Teachers. **Journal of Mathematics Teacher Education.** c.6.s.2: 107-137.

Lamon, Susan J. 1993. Ratio and Proportion: Children's Cognitive and Metacognitive Process. **Rational Numbers: An Integration of Research.** ed. Thomas P. Carpenter, Elizabeth Fennema, Thomas A. Romberg. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 131-156

_____. 2001. Presenting and Representing: From Fractions to Rational Numbers. **The Roles of Representation in School Mathematics.** ed. Albert A. Cuoco, Frances R. Curcio. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics: 146-165.

_____. 2012. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding**. 3.bs.New York, NY: Routledge.

Lappan, Glenda, Pamela W. Schram. 1989. Communication and Reasoning: Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics. **New Directions for Elementary School Mathematics**. ed.Paul Trafton, Albert P.Shulte. Reston, VA: NCTM:14-30.

Lee, Clare. 2006. **Language for Learning Mathematics: Assessment for Learning in Practice: Assessment for Learning in Practice.** UK: McGraw-Hill Education.

Leino, Jarkko. 1990. Knowledge and Learning in Mathematics. **Transforming Children's Mathematics Education: International Perspectives.** ed. Leslie P.Steffe, Terry Wood. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 41-46.

Lincoln, Yvonna S., Egon G. Guba. 1985. **Naturalistic Inquiry.** 1. bs. Newbury Park, CA: Sage Publications.

Lloyd, Gwendolyn M. 1999. Two Teachers' Conceptions of a Reform-Oriented Curriculum: Implications for Mathematics Teacher Development. **Journal of Mathematics Teacher Education**. c.2. s.3: 227-252.

Loucks-Horsley, Susan, Katherine E. Styles, Susan Mundry, Nancy Lowe, Peter Hewson. 2010. **Designing Professional Development for Teachers of Science and Mathematics.** 3.bs. Thousand Oaks, CA: Corwin.

Loucks-Horsley, Susan, Katherine E. Styles, Peter Hewson. 1996. Principles of Effective Professional Development for Mathematics and Science Education: A Synthesis of Standards. **NISE brief**. c.1.s.1: 1-6.

Ma, Liping. 1999. **Knowing and Teaching Elementary Mathematics.** Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Manouchehri, Azita. 2002. Developing Teaching Knowledge Through Peer Discourse. **Teaching and Teacher Education**. c.18.s.6: 715-737.

Marshall, Sandra, P. 1993. Assessment of rational number understanding: A schema-based approach', **Rational Numbers: An Integration of Research.** ed. Thomas P. Carpenter, Elizabeth Fennema, Thomas A. Romberg. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 261-288

McCormick, Melody. 2016. Exploring the Cognitive Demand and Features of Problem Solving Tasks in Primary Mathematics Classrooms. **Opening up mathematics education research (Proceedings of the 39th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia). ed.** B. White, M. Chinnappan, S. Trenholm. Adelaide: MERGA:455–462.

Melnick, Steven A., Denise G. Meister. 2008. A Comparison of Beginning and Experienced Teachers' Concerns. **Educational Research Quarterly**. c.31.s.3: 39-56.

Mendez, Edith Prentice, Miriam Gomoran Sherin, David A. Louis. 2007. Multiple Perspectives on the Development of an Eighth-Grade Mathematical Discourse Community. **The Elementary School Journal**. c. 108. s.1: 41-61.

Mercer, Neil, Rupert Wegerif, Lyn Dawes. 1999. Children's Talk and the Development of Reasoning in the Classroom. **British Educational Research Journal.** c.25.s.1: 95-111.

Rogers, Meredith Park, Sandra Abell, John Lannin, Chia-Yu Wang, Kusalin Musikul, David Barker, Shannon Dingman. 2007. Effective Professional Development in Science and Mathematics Education: Teachers' and Facilitators' Views. **International Journal of Science and Mathematics Education**. c.5.s.3: 507-532.

Mewborn, Denise. 2003. Teaching, Teachers' Knowledge, and Their Professional Development. **A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics.** ed. Jeremy Kilpatrick, W. Gary Martin, Deborah Schifter. Reston, VA: NCTM: 45-52.

Miles, Matthew B., A.Michael Huberman, Johnny Saldana. 2014. **Qualitative Data Analysis: A Methods Sourcebook.** 3.bs. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Milli Eğitim Bakanlığı. 2009. **İlköğretim Matematik Dersi 1-5.Sınıflar Öğretim Programı.** Ankara.

Mooney, Claire, Mary Briggs, Mike Fletcher, Judith McCullouch, Alice Hansen. 2012. **Primary Mathematics: Teaching Theory and Practice.** 6.bs. Exeter:Learning Matters.

Moss, Joan, Robbie Case. 1999. Developing Children's Understanding of The Rational Numbers: A New Model And An Experimental Curriculum. **Journal for Research in Mathematics Education**. c. 30. s. 2: 122-147.

Naiser, Emilie A., Wendy E. Wright, Robert M. Capraro. 2003. Teaching Fractions: Strategies Used for Teaching Fractions to Middle Grades Students. **Journal of Research in Childhood Education.** c. 18. s.3: 193-198.

Nathan, Mitchell J., Eric J. Knuth. 2003. A Study of Whole Classroom Mathematical Discourse and Teacher Change. **Cognition and Instruction.** c.21.s.2: 175-207.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA.

Niss, Mogens A., Tomas Højgaard. (Ed.). 2011. **Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark.** Roskilde: Roskilde Universitet.

O'Connor, Mary Catherine. 2002. Can Any Fraction Be Turned Into a Decimal?: A Case Study of a Mathematical Group Discussion. **Learning Discourse: Discursive Approaches to Research in Mathematics Education.** ed. Carolyn Kieran, Ellice Forman, Anna Sfard. Dordrecht, NE: Springer Science + Business Media: 143-185.

O'Connor, Mary Catherine, Sarah Michaels.1996. Shifting Participant Frameworks: Orchestrating Thinking Practices in Group Discussion. **Discourse, Learning, and Schooling**. ed. Deborah Hicks. New York, NY: Cambridge University Press: 63-103.

Orton, Anthony. 1994. The Aims of Teaching Mathematics. **Issues in Teaching Mathematics. ed.** Anthony Orton, Geoffrey T. Wain, G. İngiltere: Cassell: 1-20.

Palincsar, Annemarie Sullivan, Charles Anderson, C., Yvonne M. David.1993. Pursuing Scientific Literacy in The Middle Grades Through Collaborative Problem Solving. **The Elementary School Journal**, c.93. s.5.: 643-658.

Palm, Torulf, Jesper Boesen, Johan Lithner. 2011. Mathematical Reasoning Requirements in Swedish Upper Secondary Level Assessments. **Mathematical Thinking and Learning**. c.13. s.3: 221–246.

Pape, Stephen J., Clare V. Bell, İffet Elif Yetkin. 2003. Developing Mathematical Thinking and Self-Regulated Learning: A Teaching Experiment in a Seventh-Grade Mathematics Classroom. **Educational Studies in Mathematics**. c. 53. s.3: 179-202.

Patton, Michael Quinn. 1987. **How to use Qualitative Methods in Evaluation.** Newbury Park, CA: Sage Publications.

Pearn, Catherine, Max Stephens, M, Gerard Lewis. 2003. Assessing Rational Number Knowledge in the Middle Years of Schooling. **Mathematics- Making Waves.** ed. T.Goos, M.Spencer. Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers Inc.: 170-178

Pearn, Catherine, Max Stephens. 2004. "Why you have to probe to discover what year 8 students really think about fractions." Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010 Konferansı, Townsville.

Pettersen, Andreas, Guri A. Nortvedt. 2017. Identifying Competency Demands in Mathematical Tasks: Recognising What Matters**. International Journal of**

Science and Mathematics Education, Published Online First March 2017: 1-17.

Polly, Drew, Chuang Wang, Jennifer McGee, Richard G. Lambert, Christie C. Martin. David Pugalee. 2014. Examining the Influence of a Curriculum-Based Elementary Mathematics Professional Development Program. **Journal of Research in Childhood Education.** c.28.s.3: 327-343.

Polly, Drew, Henry Neale, David K. Pugalee. 2014. How Does Ongoing Task-Focused Mathematics Professional Development Influence Elementary School Teachers' Knowledge, Beliefs and Enacted Pedagogies?. **Early Childhood Education Journal.** c.42.s.1: 1-10.

Post, Thomas R., Guershon Harel, Merlyn J. Behr, Richard Lesh. 1991. Intermediate Teachers' Knowledge of Rational Number Concepts. **Integrating Research on Teaching And Learning Mathematics.** ed. Elizabeth Fennema, Thomas P. Carpenteri Susan J. Lamon. New York: State University of New York Press: 177-198.

Putnam, Ralph T., Hilda Borko. 1997. Teacher Learning: Implications of New Views of Cognition. **International Handbook of Teachers and Teaching.** ed. Bruce J.Biddle, Thomas L. Good, Ivor F.Goodson. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers:1223-1296.

Putnam, Ralph T., Ruth M. Heaton, Richard S. Prawat, Janine Remillard. 1992. Teaching Mathematics for Understanding: Discussing Case Studies of Four Fifth-Grade Teachers. **The Elementary School Journal**. c.93.s.2: 213-228.

Remillard, Janine T. 1999. Curriculum Materials in Mathematics Education Reform: A Framework for Examining Teachers' Curriculum Development. **Curriculum Inquiry**. c.29.s.3: 315-342.

_____. 2005. Examining Key Concepts in Research on Teachers' Use of Mathematics Curricula. **Review of Educational Research**. c.75.s.2: 211-246.

Remillard, Janine T., Martha B. Bryans. 2004. Teachers' Orientations Toward Mathematics Curriculum Materials: Implications for Teacher Learning. **Journal for Research in Mathematics Education**. c.35. s.5: 352-388.

Resnick, Lauren B., Chris Zurawsky. 2006. Do the Math: Cognitive Demand Makes a Difference. **Research Points**. c.4.s.2: 1-4.

Richland, Lindsay E., James W. Stigler, Keith J. Holyoak. 2012. Teaching the Conceptual Structure of Mathematics. **Educational Psychologist.** c. 47. s. 3: 189-203.

Romberg, Thomas A., James J. Kaput. 1999. Mathematics Worth Teaching, Mathematics Worth Understanding. **Mathematics Classrooms That Promote Understanding.** ed. Elizabeth Fennema, Thomas A. Romberg. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 3-17.

Schifter, Deborah. 1996. **What's happening in Math Class? Enviosining New Practices Through Teacher Narratives (Cilt1-2).** New York, NY: Teachers College Press.

Schoenfeld, Alan H. 1994. Reflections on Doing and Teaching Mathematics. **Mathematical Thinking and Problem Solving**. ed. Alan H. Schoenfeld. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 53-70.

Seferoğlu, Süleyman Sadi. 2001. Elementary School Teachers Perceptions of Professional Development. **Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi.** s.20: 117-125.

Seymour, Jennifer R., Richard Lehrer. 2006. Tracing The Evolution of Pedagogical Content Knowledge as the Development of Interanimated Discourses. **The Journal of the Learning Sciences.** c.15.s.4: 549-582.

Sfard, Anna. 2001. There is More to Discourse Than Meets the Ears: Looking At Thinking as Communicating to Learn More About Mathematical Learning. **Educational Studies in Mathematics**. c.46. s.1-3: 13-57.

Sharts-Hopko, Nancy C. 2002. Assessing Rigor in Qualitative Research. **Journal of the Association of Nurses in AIDS Care.** c.13.s.4: 84-86.

Sherin, Miriam Gamoran. 2002. A Balancing Act: Developing a Discourse Community in a Mathematics Classroom. **Journal of Mathematics Teacher Education.** c.5.s.3: 205-233.

Shimizu, Yoshinori., Berinderjeet Kaur, Rongjin Huang, David Clarke 2010. The Role of Mathematical Tasks in Different Cultures. **Mathematical Tasks in Classrooms Around the World.** ed. Yoshinori Shimizu, Berinderjeet Kaur, Rongjin Huang, David Clarke. Rotterdam: Sense Publishers: 1–14.

Silver, Edward A. 1996. Moving Beyond Learning Alone and in Silence: Observations from the QUASAR Project Concerning Communication in Mathematics Classrooms. **Innovations in learning: New environments for education**. ed. Leona Schauble, Robert Glaser. New York, NY: Routledge: 127-159.

Silver, Edward A, Margaret Schwan Smith. 1996. Building discourse communities in mathematics classrooms. **Yearbook: Communication in Mathematics K–12 and Beyond.** ed. Portia C. Elliot, Margeret J.Kenney. Reston, VA: NCTM: 20-28

Silver, Edward A., Margaret Schwan Smith, Barbara Scott Nelson. 1995. The QUASAR Project: Equity Concerns Meet Mathematics Education Reform in the Middle School. **New Directions For Equity in Mathematics Education.** ed. Walter G. Secada, Elizabeth Fennema, Lisa Byrd Adajan. New York: Cambridge University Press: 9-56.

Slavin, Robert E., Cynthia Lake. 2008. Effective Programs in Elementary Mathematics: A Best-Evidence Synthesis. **Review of Educational Research**. c.78.s. 3: 427-515.

Smith, John P. 2002. The Development of Students' Knowledge of Fractions and Ratios. **Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions.** ed. Bonnie H. Litwiller, George W. Bright. Reston, VA: NCTM: 3-17.

Smith, Margaret S., Victoria Bill, Elizabeth K. Hughes. 2008. Thinking Through a Lesson: Successfully Implementing High-Level Tasks. **Mathematics Teaching in the Middle School**. c.14.s.3: 132-138.

Son, Ji-Won. 2012. A Cross-National Comparison of Reform Curricula in Korea And The US in Terms of Cognitive Complexity: The Case of Fraction Addition and Subtraction. **ZDM**. c.44.s.2:161-174.

Son, Ji-Won, Ok-Kyeong Kim. 2015. Teachers' Selection and Enactment of Mathematical Problems from Textbooks. **Mathematics Education Research Journal.** c. 27. s. 4: 491-518.

Son, Ji-Won, Ok-Kyeong Kim. 2016. Curriculum Enactment Patterns and Associated Factors from Teachers' Perspectives. **Mathematics Education Research Journal**. c. 28. s. 4: 585-614.

Sowder, Judith T. 2007. The Mathematical Education and Development of Teachers. **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (Vol.1).** ed. Frank K. Lester, Jr. Charlotte, NC : National Council of Teachers of Mathematics: 157–224.

Spillane, James P., John S. Zeuli. 1999. Reform and Teaching: Exploring Patterns of Practice in the Context of National and State Mathematics Reforms. **Educational Evaluation and Policy Analysis**. c.21.s.1: 1-27.

Stake, Robert E. 1978. The Case Study Method in Social Inquiry. **Educational Researcher**. c. 7. s. 2: 5-8.

_____. 1995. **The Art of Case Study Research.** Thousand Oaks, CA: Sage.

Stein, Mary Kay, Barbara W. Grover, Marjorie Henningsen. 1996. Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. **American Educational Research Journal**. c.33.s.2: 455-488.

Stein, Mary Kay, Gooyeon Kim. 2009. The Role of Mathematics Curriculum Materials in Large-Scale Urban Reform. **Mathematics Teachers At Work: Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction**. ed. Janine T. Remillard, Beth A. Herbel-Eisenmann, Gwendolyn M. Lloyd**.** New York, NY: Routledge: 37-55.

Stein, Mary Kay, Margaret Schwan Smith. 1998. Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School.** c.3.s.4: 268-275.

Stein, Mary Kay, Margaret Schwan Smith, Marjorie A. Henningsen, Edward A. Silver. 2009. **Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A**

Casebook for Professional Development. New York, NY: Teachers College Press.

Stein, Mary Kay, Randi A. Engle, Margeret S. Smith, Elizabeth K. Hughes. 2008. Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**. c.10.s.4: 313-340.

Stein, Mary Kay, Suzanne Lane. 1996. Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship Between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project. **Educational Research and Evaluation**.c. 2.s.1: 50-80.

Steinbring, Heinz. 2005. **The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: An epistemological perspective.** New York: Springer Science & Business Media.

Stevenson, Harold, James W. Stigler. 1992. **The Learning Gap: Why Our Schools are Failing and What We Can Learn From Japanese And Chinese Education.** New York: Simon & Schuster Paperbacks.

Streefland, Leen. 1993. Fractions: A Realistic Approach. **Rational Numbers: An Integration of Research**. ed. Thomas P Carpenter, Elizabeth Fennema, Thomas A. Romberg. New Jersey, NY: Lawrence Erlbaum Associates: 289-325.

Sudweeks, Fay, Simeon J. Simoff. 1999. Complementary Explorative Data Analysis. The Reconciliation of Quantitative and Qualitative Principles. **Doing Internet Research Critical Issues and Methods For Examining The Net.** ed. Steve Jones. Thousand Oaks, CA: Sage Publications: 29-56.

Tekkumru-Kisa, Miray, Christian Schunn, Mary Kay Stein, Bertha Reynolds. 2017. Change in Thinking Demands for Students Across The Phases of a Science Task: An Exploratory Study. **Research in Science Education.** Published Online First August 2017: 1-25.

Terhart, Ewald. 2013. Teacher Resistance Against School Reform: Reflecting an Inconvenient Truth. **School Leadership & Management**. c.33.s.5: 486-500.

Thompson, Alba G. 1992. Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.** ed. Douglas A. Grouws. New York, NY: Macmillan: 127–146.

Thompson, Charles L., John S. Zeuli. 1999. The frame and the tapestry: Standards-based reform and professional development. **Teaching as the Learning Profession: Handbook of Policy and Practice**. ed. Linda Darling Hammond, Gary Sykes. San Francisco, CA: Jossey-Bass: 341-375.

Trafton, Paul R., Alison S. Claus. 1994. A Changing Curriculum for a Changing Age. **Windows of Opportunity Mathematics for Students with Special Needs.** ed. Carol A. Thornton, Nancy S. Bley. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics: 19-39.

Truxaw, Mary P., Thomas C. DeFranco. 2008. Mapping Mathematics Classroom Discourse and Its Implications for Models of Teaching. **Journal for Research in Mathematics Education**. c.39.s.5: 489-525.

Turner, Ross, Werner Blum, Mogens Niss. 2015. Using Competencies to Explain Mathematical Item Demand: A Work in Progress. **Assessing Mathematical Literacy: The PISA Experience.** ed. Kaye Stacey, Ross Turner. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics: 3-17.

Ubuz, Behiye, Gülfem Sarpkaya. 2014. İlköğretim 6. Sınıf Cebirsel Görevlerin Bilişsel İstem Seviyelerine Göre İncelenmesi: Ders Kitapları ve Sınıf Uygulamaları. **İlköğretim Online**. c.13.s2: 594-606.

Ubuz, Behiye, Ayhan Kürşat Erbaş, Bülent Çetinkaya, Meriç Özgeldi. 2010. Exploring The Quality of the Mathematical Tasks in the New Turkish Elementary School Mathematics Curriculum Guidebook: The Case of Algebra. **ZDM**. c.42.s.5: 483-491.

Van Boxtel, Carla, Jos van der Linden, Erik Roelofs, Gijsbert Erkens. 2002. Collaborative Concept Mapping: Provoking and Supporting Meaningful Discourse. **Theory into Practice**. c. 41. s.1: 40-46.

Van de Walle, John A. 2007. **Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally.** 6.bs. Boston, MA: Pearson.

Varol, Filiz, Dale C. Farran. 2006. Early Mathematical Growth: How to Support Young Children's Mathematical Development. **Early Childhood Education Journal.** c. 33. s.6.: 381-387.

Voigt, Jörg. 1985. Patterns and routines in classroom interaction. **Recherches en Didactique des Mathématiques.** c.6: 69-118.

_____. 1994. Negotiation of Mathematical Meaning and Learning Mathematics. **Educational studies in mathematics**. c. 26. s.2-3: 275-298.

Vygotsky, Lev. 1986. **Thought and Language.** Revised edition. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

Walshaw, Margaret, Glenda Anthony. 2008. The Teacher's Role in Classroom Discourse: A Review of Recent Research into Mathematics Classrooms. **Review of Educational Research**. c.78.s.3: 516-551.

Wasburn, Mara H. 2007. Mentoring Women Faculty: An Instrumental Case Study of Strategic Collaboration. **Mentoring & Tutoring**. c.15.s.1: 57-72.

Wayne, Andrew J., Peter Youngs, Steve Fleischman. 2005. Improving Teacher Induction. **Educational Leadership**. c. 62. s. 8: 76-78.

Wertsch, James V. 1985. **Vygotsky and the Social Formation of Mind.** Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

White, Dorothy Y. 2003. Promoting Productive Mathematical Classroom Discourse with Diverse Students. **The Journal of Mathematical Behavior**. c.22.s.1: 37-53.

Williams, Steven R., Juliet A. Baxter. 1996. Dilemmas of Discourse-Oriented Teaching in One Middle School Mathematics Classroom. **The Elementary School Journal**. c.97. s.1.: 21-38.

Wilson, Suzanne M., Jennifer Berne. 1999. Teacher Learning and the Acquisition of Professional Knowledge: An Examination of Research on Contemporary Professional Development. **Review of Research in Education**. c.24.s.1: 173-209.

Witherspoon, Mary Lou. 1993. **Fractions: in Search of Meaning.** Arithmetic Teacher. c. 40. s.8: 482-485.

Wood, Terry, Paul Cobb, Erna Yackel. 1995. Reflections on Learning and Teaching Mathematics in Elementary School. **Constructivism in Education.** ed. Leslie P. Steffe, Jerry Gale. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 401-422.

Yenilmez, Kürşat, Nihan Sölpük. 2014. Matematik Dersi Öğretim Programı ile İlgili Tezlerin Incelenmesi (2004-2013). **Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi**. c.3.s.2: 33-42.

Yıldırım, Ali. 1999. Nitel Araştırma Yöntemlerinin Temel Özellikleri ve Eğitim Araştırmalarındaki Yeri ve Önemi. **Eğitim ve Bilim.** c.23. s.112: 7-17.

Yıldırım, Ali, Hasan Şimşek. 2004. **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.** 4.bs. Ankara:Seçkin

Yin, Robert K. 1984. **Case Study Research: Design and Methods.** Beverly Hills, CA: Sage Publications.

_____. 2009. **Case Study Research: Design and Methods.** 4.bs. Thousand Oaks, CA: Sage.

_____. 2012. **Applications of Case Study Research.** 3.bs. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Young-Loveridge, Jenny, Merilyn Taylor, Ngarewa Hawera. 2005. Going Public: Students' Views about the Importance of Communicating Their Mathematical Thinking and Solution Strategies. **Findings from the New Zealand Numeracy Development Project 2004.** Wellington, New Zealand: Ministry of Education: 97-106.

Zainal, Zaidah. 2007. Case Study as a Research Method. **Jurnal Kemanusiaan**. s.9: 1-6.

EKLER

Ek 1. Dördüncü Sınıf Matematik Öğretim Programı Kesirler Ünitesi

Öğretim programında yer aldığı şekliyle sayılar öğrenme alanı altında bulunan kesirler ünitesinin kazanımları *kesirler, kesirlerle toplama* ve *kesirlerle çıkarma* alt öğrenme alanları altında aşağıdaki gibi sıralanmıştır:

Kesirler Alt Öğrenme Alanı

1. Payı ve paydası en çok iki basamaklı doğal sayı olan kesirleri, kesrin birimlerinden elde ederek isimlendirir.

2. Payı ve paydası en çok iki basamaklı olan kesirleri sayı doğrusunda gösterir.

3. Kesirleri karşılaştırır.

4. Eşit paydalı en çok dört kesri, büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralar.

5. Payları eşit, paydaları birbirinden farklı en çok dört kesri, büyükten küçüğe veya küçükten büyüğe doğru sıralar.

6. Bir çokluğun belirtilen bir basit kesir kadarını belirler.

Kesirlerle Toplama İşlemi Alt Öğrenme Alanı

1.Paydaları eşit kesirlerle toplama işlemi yapar.

Kesirlerle Çıkarma İşlemi Alt Öğrenme Alanı

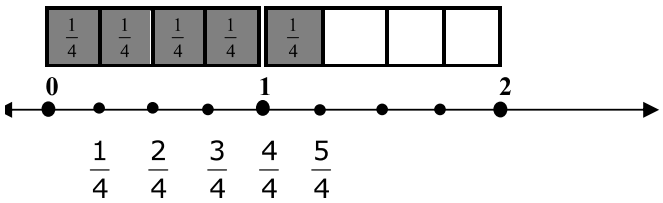
1. Paydaları eşit kesirlerle çıkarma işlemi yapar.

2. Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini gerektiren problemleri çözer ve kurar.

Yukarıda verilen kazanımlara ilişkin öğretim programında yer alan etkinlik önerileri incelendiğinde çoğunlukla alan modelleri kullanıldığı görülmüştür. Alan modelleri kesirlerin isimlendirilmesi, sayı doğrusunda gösterimi, karşılaştırma, sıralama, toplama ve çıkarma işlemlerinin öğrenciler tarafından anlaşılması için sıklıkla kullanılmıştır. Aşağıdaki şekilde kesirlerin sayı doğrusunda gösterimine ilişkin bir örnek etkinlik yer almaktadır.

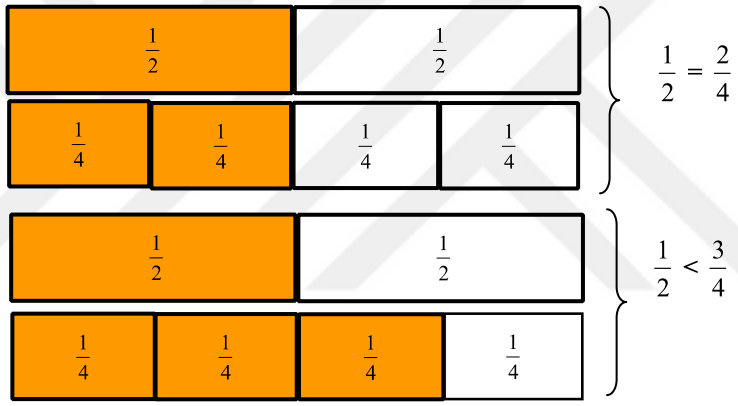
Kesir modelleri ile sayı doğrusu ilişkilendirilir.

Sayı doğrusunda, aralıklar dört eş parçaya bölünür. Beş tane $\frac{1}{4}$ sayılarak $\frac{5}{4}$ 'in 5 tane $\frac{1}{4}$ 'den oluştuğu aşağıdaki gibi gösterilir:



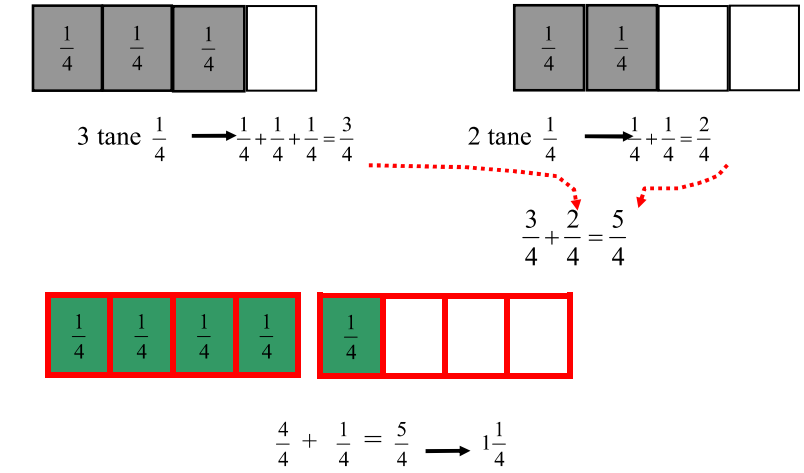
Benzer şekilde alan modelini temel alarak geliştirilen kesir takımları kesirlerin karşılaştırılması ve sırlanması için aşağıda verilen örnek etkinlikte kullanılmıştır.

Kesir takımı kullanılarak karşılaştırma etkinlikleri yaptırılır.



Kesirlerde toplama ve çıkarma işlemleri için de modellerin kullanılması önerilmiştir.

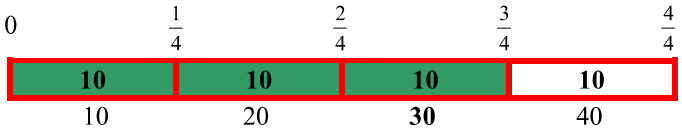
$\frac{3}{4}$ ve $\frac{2}{4}$'yi toplarken aşağıdakilere benzer modellemeler yaptırılır:



Bir çokluğun belirtilen bir kesir kadarını bulmada ise öncelikle aşağıdakine benzer bir model aracılığıyla işlemin görselleştirilmesi sonrasında benzer çalışmaların işlemle yapılması önerilmiştir.

Bir çokluğun belirtilen bir basit kesir kadarını bulma etkinliklerine model ile başlanır, daha sonra işlem yaptırılır.

Bir sınıftaki 40 öğrencinin $\frac{3}{4}$'ünün kaç öğrenci olduğunu bulmak için aşağıdaki model kullandırılabilir:



$40 \div 4 = 10$ $10 \times 3 = 30$ öğrencidir.

Kesirlerde problem çözme ve kurma kazanımına ilişkin ise problemlerin günlük hayatla bağlantılı olmasına özen gösterilmesi önerilmiş ve örnek olarak aşağıdaki probleme yer verilmiştir.

Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{1}{5}$'i basketbol takımına, $\frac{2}{5}$'si tiyatro grubuna seçiliyor.

Hiçbir etkinliğe katılmayan öğrenciler sınıfın kaçta kaçıdır?

Öğretim programında konu alanına ilişkin aşağıda yer alan bazı sınırlandırmalar da yer almaktadır:

- Bu sınıf düzeyinde bileşik kesir ile tam sayılı kesirler birbirine dönüştürülemez.
- Kesirlerin sıralanmasında öğrencilerin modellemede zorlanmamaları için paydası bir basamaklı kesirler seçilir.
- Tam sayılı kesirlerin tam kısmı bir basamaklı olmalıdır.
- Tam sayılı kesirlerle işlem yapılırken kesrin tam kısmı ve paydası bir basamaklı olmalıdır.

Ek 2. Ön-Görüşme Soruları

1. Sınıf içerisinde matematiksel iletişim ve matematiksel tartışmayı nasıl tanımlarsınız?
2. Matematik dersinde iletişimin/etkileşimin önemi nedir? Öğrenci ve öğretmenlere ne gibi faydaları vardır?
3. Öğrencilerin matematikle ilgili düşüncelerini aktarmaları, konuşmaları, iletişim kurmaları öğrenmeleri üzerinde etkili olabilir mi? Nasıl?
4. Öğrencilerin özellikle hangi konularda/hangi kazanımlar için söz almalarını uygun bulursunuz?
5. Matematiksel tartışma ve konuşmaları sınıfınızda ne sıklıkla kullanıyorsunuz? Örnek verebilir misiniz?
6. Öğrencilerinizin üst düzey (Daha yoğun düşünme ve akıl yürütme gerektiren) matematiksel becerileri kazanmasında matematiksel iletişimin rolü ile ilgili ne düşünüyorsunuz? Bununla ilgili deneyiminiz var mı? Örnek verebilir misiniz?
7. Öğrencilerinize üst düzey (Daha yoğun düşünme ve akıl yürütme gerektiren) becerilerinin gelişimine yönelik bir alıştırma veya ödev hazırlarken nelere dikkat ediyorsunuz?
8. Bu alıştırmaları planladığınız gibi uygulayabiliyor musunuz? Uygularken ne gibi sorunlarla karşılaşıyorsunuz? Bu sorunların temel nedeni sizce nedir?
9. Uygulamanız planladığınız gibi gitmediğinde hangi yollara başvuruyorsunuz? Neleri değiştiriyorsunuz?
10. Sınıf ortamında verimli bir matematiksel iletişim ve tartışmanın gerçekleştiğinin göstergeleri nedir? Verimli bir tartışmanın yaşandığını nereden anlaşılır?
11. Sınıf içerisinde matematiksel tartışmayı arttırmak için hangi yollar denenmeli? Bu iletişim ortamını sürdürmek için neler yapılmalı?
12. Matematiksel konuşma ve tartışma ortamı oluşturmak için ders planlarında dikkat edilmesi gereken konular neler olabilir?
13. Matematiksel tartışma ve konuşmalarla ilgili paylaşmak istediğiniz başka sınıf içi deneyimleriniz var mı?

Ek 3. Son Görüşme Soruları

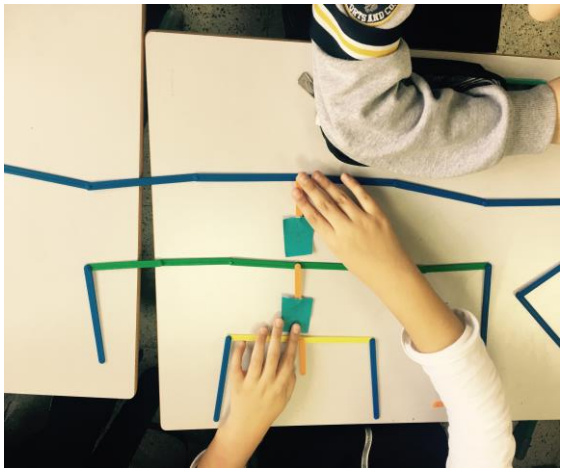
1. Uygulamanın tamamına baktığınızda nasıl değerlendirirsiniz? Olumlu ve olumsuz yönleri sizce neydi? Temel olarak nasıl sorunlar yaşadınız?
2. Daha önceki derslerinizden farkları neydi?
3. Sınıf içerisinde matematiksel iletişim ve matematiksel tartışmayı nasıl tanımlarsınız?
4. Öğrencilerin matematikle ilgili düşüncelerini aktarmaları, konuşmaları, iletişim kurmaları öğrenmeleri üzerinde etkili olabilir mi? Nasıl?
5. Öğrencilerinizin üst düzey (Daha yoğun düşünme ve akıl yürütme gerektiren) matematiksel becerileri kazanmasında matematiksel iletişimin rolü ile ilgili ne düşünüyorsunuz? Bununla ilgili yaptığımız uygulamadan örnek verebilir misiniz?
6. Öğrencilerinize üst düzey (Daha yoğun düşünme ve akıl yürütme gerektiren) becerilerinin gelişimine yönelik bir alıştırma veya ödev hazırlarken nelere dikkat edersiniz?
7. Sınıf ortamında verimli bir matematiksel iletişim ve tartışmanın gerçekleştiğinin göstergeleri nedir? Verimli bir tartışmanın yaşandığını nereden anlaşılır?
8. Sınıf içerisinde matematiksel tartışmayı arttırmak için hangi yollar denenmeli? Bu iletişim ortamını sürdürmek için neler yapılmalı?
9. Matematiksel konuşma ve tartışma ortamı oluşturmak için planlama yaparken dikkat edilmesi gereken konular neler olabilir?
10. Öğrencilerden beklediğiniz dönüşleri almadığınızda nasıl stratejiler izlediniz? Uyguladığınız etkinliğin düzeyinin düştüğünü hissettiğiniz oldu mu? Nasıl davrandınız?
11. Uygulamanın sizin ve öğrencileriniz açısından faydaları nelerdir?
12. Benzer bir uygulama yapmak ister misiniz? Neden?
13. Yeni bir uygulama yaparsanız nelere dikkat edersiniz? Yüksek bilişsel talebin sağlanması ve matematiksel iletişim ile ilgili olarak yeni ne öğrenmek istersiniz?
14. Dersinizi planlarken matematiksel tartışma üzerinde de düşünür müsünüz? Öğrencilerin nasıl ve ne üzerinde konuşacağını planlar mısınız?
15. Sınıf içi tartışmaların öğrenme açısından önemi nedir?

16. Süreçte en beğendiğiniz, öğrenciler için en faydalı bulduğunuz uygulama hangisiydi? Neden?

Ek 4. Odak Grup Görüşmesi Soruları

1. Kesirlerle ilgili yaptığınız etkinliklerde daha önceki matematik derslerinizden farklı olarak ne gördünüz?
2. Kesirlerle ilgili daha önce öğrenmediğiniz ne öğrendiniz? Örnek vermek ister misiniz?
3. Derslerde daha çok konuşmak, fikirlerinizi paylaşmak size nasıl geldi?
4. Matematik dersinde konuşmak/tartışmak gerekli mi?
5. En çok hangi etkinliği beğendiniz? Neden?
6. Eklemek istediğiniz başka bir şey var mı?

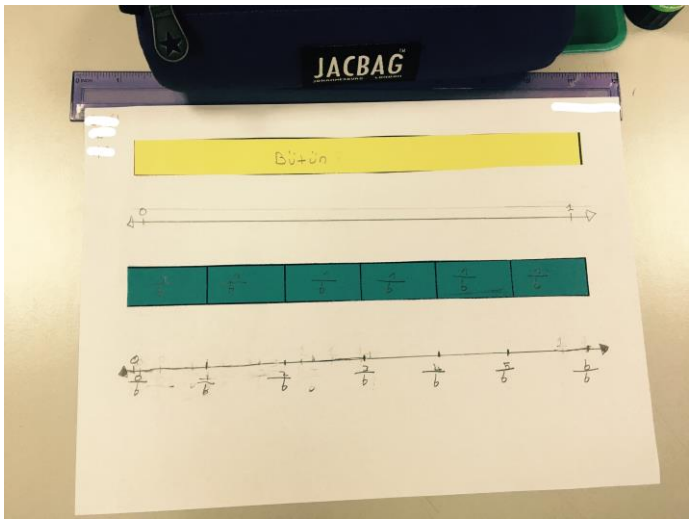
Ek 5. Sınıf Uygulamalarına İlişkin Fotoğraflar



Geometri şeritleri ile denk kesirlerin gösterimi



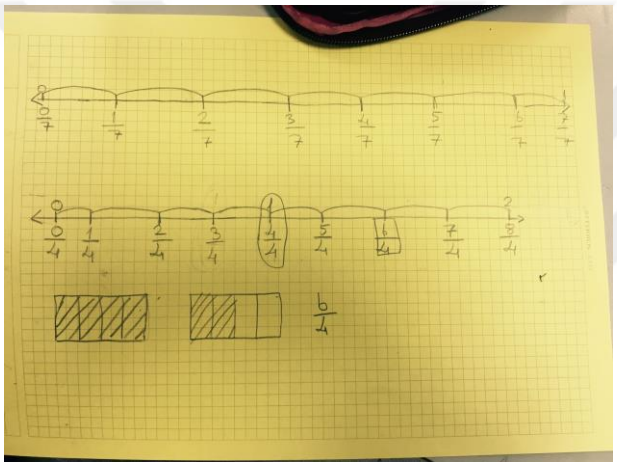
Kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterimi etkinliği



Alan modelleri ile sayı doğrusunu eşleştirme etkinliği



Alan modelleri yardımıyla karşılaştırma yapma etkinliği



Öğrencilerin bir sayı doğrusu üzerinde kendi belirledikleri kesirleri göstermeleri etkinliği

Ek 6. Okul İzin Yazısı

Sayın Okul Müdürü,

Yıldız Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Programları ve Öğretim Anabilim dalı bünyesinde Yrd.Doç.Dr. Sertel Altun danışmanlığında *İlkokul Matematik Dersinde Yüksek Bilişsel Talebin Sağlanmasında Matematiksel İletişimin Rolü: Örnek Olay Çalışması* isimli Doktora Tezini yürütmekteyim. Bu kapsamda okulunuz 4A ve 4B sınıflarında Şubat-Mart 2017 tarihleri arasında bir dizi uygulama gerçekleştirmeyi planlamaktayım.

Uygulama kapsamında matematik dersinde üst düzey öğrenme görevlerinin etkili bir şekilde sürdürülmesi için öğretmenlere önerilerde bulunacak ve bu öneriler doğrultusunda matematik dersi kesirler ünitesi kapsamında uygulamalar gerçekleştirilecektir. Uygulamalar sırasında araştırmacı olarak gözlemci statüsünde dersler izlenecek, uygulamaların başında ve sonunda öğretmenler ile uygulamanın sonunda ise gönüllü olan çocuklar ile uygulamalara dair fikirlerini belirttikleri görüşmeler yapılacaktır.

Çalışma süresince çocuk, öğretmen ve/veya veli gönüllü olmadığı durumlarda, herhangi bir yaptırıma maruz kalmadan katılımdan vazgeçme hakkına sahiptir.

Yapılacak uygulamalarla ilgili detaylı bilgi için Defne Yabaş'tan bilgi alabilirsiniz.

Saygılarımla,

Defne YABAŞ
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Ünv. Eğitim Bilimleri Bölümü Araştırma Görevlisi
Yıldız Teknik Üniversitesi Eğitim Programları ve Öğretim Anabilim Dalı Doktora Öğrencisi.
E-Posta: defne.yabas@msgsu.edu.tr
Ofis Tel: 0212 2460011-5062

Çalışma ile ilgili yukarıda verilen bilgiler doğrultusunda ilgili sınıfların velileri toplantı ve e-posta yoluyla bilgilendirilmiş ve bu doğrultuda 4A ve 4B şubesi sınıf öğretmenleri ile öğrencilerinin araştırmaya katılmasına izin verilmiştir.

Okul Müdürünün:

Adı-Soyadı: Dilek N. ÖZKAN

İmzası:

Tarih: 01.02.2017

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi :	05.04.1982	
Doğum Yeri :	Adana	
Eğitim Bilgileri		
Doktora :	2013-2018	Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Bilimleri ABD Eğitim Programları ve Öğretim
Yüksek Lisans :	2005-2008	Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Bilimleri ABD Eğitim Programları ve Öğretim
Lisans :	2000-2005	Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü
Lise :	1993-2000	Cağaloğlu Anadolu Lisesi
Çalıştığı Kurumlar :	2006-2010	Türkiye Eğitim Gönüllüleri Vakfı
	2010-2012	Özel Sezin Koleji
	2012-	Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi