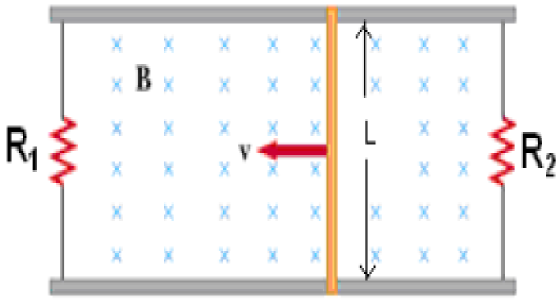
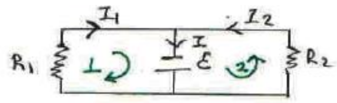
FIZIK 2
UYGULAMA 7
(FARADAY YASASI)

1. **Şekil 1**'de görüldüğü gibi *L* uzunluklu iletken bir çubuk iki paralel iletken çubuk üzerinde serbestçe kayabilmektedir. R_1 ve R_2 dirençleri bir halka oluşturacak biçimde rayların zıt uçlarına bağlanmıştır. *B* sabit bir manyetik alan sayfa düzlemine dik içe doğru uygulanmıştır. Dış bir etken, çubuğu sabit bir $\vec{v}$ hızı ile sola doğru çekiyor,

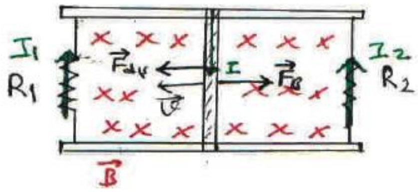


Şekil 1

a) dirençlerden geçen akımı,
b) devrenin direncinde sağlanan toplam gücü,
c) hızın büyüklüğünü koruyabilmesi için çubuğa uygulanması gereken dış kuvvetin büyüklüğünü bulun.



1) $\mathcal{E} - I_1 R_1 = 0$
2) $\mathcal{E} - I_2 R_2 = 0$



a) $\mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = -BLv$

$$I_1 = \frac{|\mathcal{E}|}{R_1} = \frac{BLv}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{|\mathcal{E}|}{R_2} = \frac{BLv}{R_2}$$

b) $P_R = I_1|\mathcal{E}| + I_2|\mathcal{E}| = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R_{eş}}$

$$= (I_1 + I_2)|\mathcal{E}| = \mathcal{E}^2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{P_R = B^2 L^2 v^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

c) $I = I_1 + I_2$; $\vec{F}_B = I\,\vec{L} \times \vec{B}$

$$F_B = ILB = |\mathcal{E}|LB\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{F_B = B^2 L^2 v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$ yönü sağa doğru

O zaman hızın sabit olabilmesi için ters yönde bir kuvvet: $\vec{v}$ sabit olduğundan

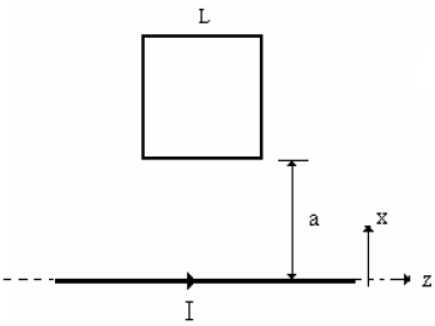
$\vec{F}_B + \vec{F}_{dış} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{F}_{dış} = -\vec{F}_B}$

2. **Şekil 2**'de görülen I akımı taşıyan sonsuz uzun doğrusal bir telin yakınında bir kenarı L olan kare çerçeve bulunmaktadır.

a) Çerçeve içinden geçen manyetik akıyı,

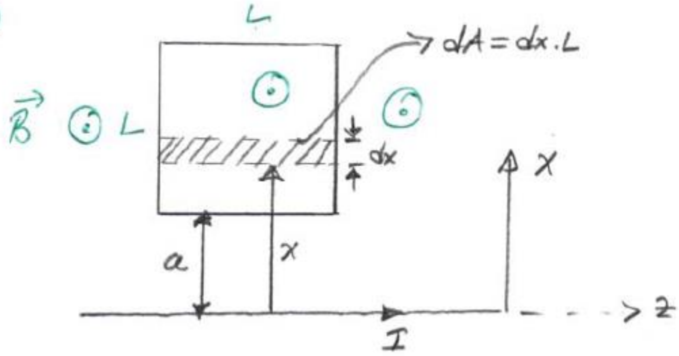
b) Çerçeve tele dik olarak $\vec{v}$ hızıyla uzaklaştığında emk'yı,

c) Çerçeve tele paralel sağa doğru $\vec{v}$ hızıyla çekilirse emk'yı bulunuz.



Şekil 2

a)



$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\hat{j}$$

$$d\vec{A} = L\,dx\,\hat{j}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\int_a^{a+L}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\ln\left(\frac{a+L}{a}\right) = \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\ln\left(1+\frac{L}{a}\right)$$

b) çerçeve $\vec{v} = v\hat{i}$ ile ilerlerken $a \neq sbt$; $a = x$ olacaktır.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \qquad \phi = \frac{\mu_0 I L}{2\pi}\ln\left(1+\frac{L}{x}\right) \text{ olur.}$$

$$\varepsilon = -\frac{\mu_0 I L}{2\pi}\frac{d}{dt}\left(\ln\left(1+\frac{L}{x}\right)\right)$$

$$\frac{d\ln\left(1+\frac{L}{x}\right)}{dt} = \frac{d\ln\left(1+\frac{L}{x}\right)}{dx}\cdot\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v} = \frac{-\frac{L}{x^2}}{\frac{x+L}{x}}\cdot v = -\frac{L.v}{x(x+L)}$$

$$\varepsilon = -\frac{\mu_0 I L}{2\pi}\left(-\frac{Lv}{x(x+L)}\right) = \frac{\mu_0 I L^2 v}{2\pi x(x+L)} \text{ olur.}$$

Lenz yasasına göre

I saat ibresinin tersi yönünde akar.

c) $\vec{v} = v\hat{k}$ $\quad \phi \rightarrow$ değişmez , $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = 0$ olur.

3. **Şekil 3**'de görüldüğü gibi, uzunluğu $L=10\ cm$ olan iletken bir çubuk, yatay bir ray sistemi üzerinde sabit bir $v=5\ m/s$ hızı ile hareket ettirilmektedir. Çubuğun hareket ettiği bölgede etkin olan manyetik alan, düzgün olmayıp, raylara paralel olan uzun bir iletken telden geçen $I=100\ A$ akımı ile elde edilmektedir ($a=10\ mm$).

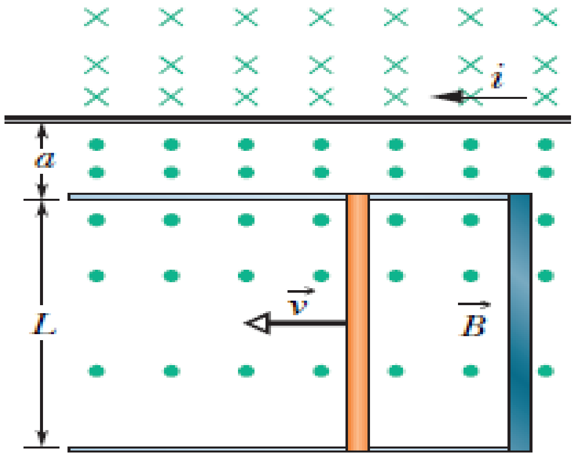
a) Çubukta oluşan indüksiyon emk'sını hesaplayınız.

b) Çubuğun direnci $R=0.4\ \Omega$ ise iletken devreden geçen indüksiyon akımının şiddetini bulunuz (rayların direncini ihmal ediniz).

c) Çubukta birim zamanda oluşan ısı enerjisi miktarını ve

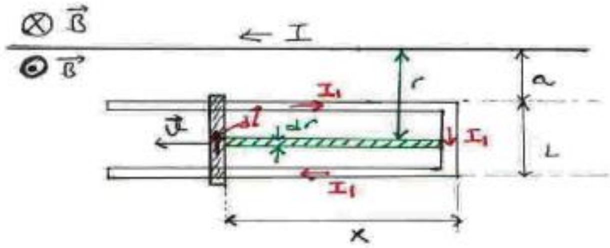
d) Çubuğun hareketine aynen devam etmesi için kendisine etkimesi gereken dış kuvveti bulunuz.

e) Dış kuvvetin çubuk üzerinde yaptığı işin zamana göre değişimi nedir?



Şekil 3

a)



$dA = x\,dr$

Sonsuz uzun doğrusal akım taşıyan telin oluşturduğu manyetik alan

$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$\downarrow$

çubuk-ray sisteminin düzleminden dışarı doğru ⊙

$$\phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int B\,dA = \frac{\mu_0 I x}{2\pi}\int_a^{a+L}\frac{dr}{r}$$

$$\boxed{\phi_B = \frac{\mu_0 I x}{2\pi}\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)\left[\frac{dx}{dt}\right] \to v$$

$$\mathcal{E} = -\frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot100\cdot5}{2\pi}\ln\left(\frac{1,0+10}{1,0}\right) = 0,24\ mV$$

b) $$I_{ind.} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0,24\cdot10^{-3}}{0,40} = \boxed{0,60\ mA}$$

c) $$P_{ısı} = I_{ind}^2 R = (6\cdot10^{-4})^2\cdot0,40 = 0,14\ \mu W$$

d) $$\int d\vec{F}_B = \int I_{ind}\, d\vec{l}\times\vec{B} \rightarrow \vec{F}_B = \int I_{ind}\, d\vec{l}\times\vec{B}$$ (yönü sağa doğru)

$$F_B = \int_{L+a}^{a} I_{ind}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,dl \rightarrow dl = -dr$$ olduğuna göre

$$= -\frac{\mu_0 I I_{ind}}{2\pi}\int_{L+a}^{a}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I I_{ind}}{2\pi}\int_a^{L+a}\frac{dr}{r}$$

$$\boxed{F_B = \frac{\mu_0 I_{ind} \cdot I}{2\pi} \ln\left(\frac{L+a}{a}\right)}$$

$\vec{F}_{dış} + \vec{F}_B = 0 \Rightarrow \vec{F}_{dış} = -\vec{F}_B$ yönü $(\vec{v})$ hız yönündedir.

$$\boxed{F_{dış} = 2{,}88 \cdot 10^{-8}\ N}$$

e) Dış kuvvetin sağladığı güç

$$P = \vec{F}_{dış} \cdot \vec{v}$$

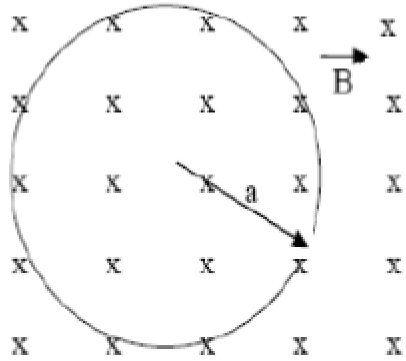
$$\boxed{P = 2{,}88 \cdot 10^{-8} \cdot 5 = 1{,}44 \cdot 10^{-7}\ W}$$

4. **Şekil 4**'de a yarıçaplı çembersel bir kablo düzgün bir B manyetik alanına yerleştirilmiştir. Manyetik alan zamana bağlı olarak $B(t) = B_0 + bt$ şeklinde değişmektedir. Burada B_0 ve b pozitif sabitlerdir.

a) $t = 0$ anında çemberde oluşan manyetik akıyı hesaplayınız.

b) Çemberde oluşan indüksiyon emk'yı hesaplayınız.

c) Oluşan indüksiyon akımının büyüklüğü nedir ve eğer çemberin toplam direnç R ise akımın yönü nedir?



Şekil 4

d) Çember üzerinde direnç tarafından harcanan güç nedir?

a) $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$

$t = 0$ için $\rightarrow$ $B(t) = B_0$

$\phi_B = B \cdot A \cdot \cos 0°$

$\boxed{\phi_B = \pi B_0 a^2}$

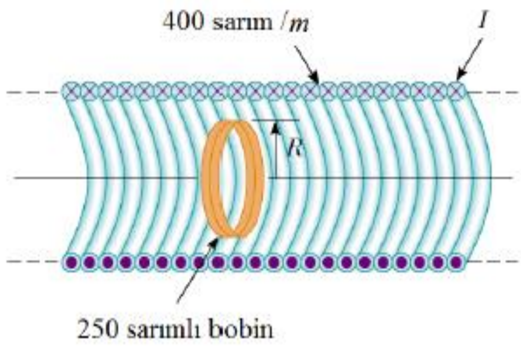
b) $\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -A\frac{dB}{dt} = -\pi a^2 \frac{d}{dt}(B_0 + bt)$

$\boxed{\mathcal{E} = -\pi b a^2}$

c) $I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{\pi b a^2}{R}$ $\Rightarrow$ akımın yönü, saat ibrelerinin tersi yöndedir.

d) $P_R = I^2 R = \left(\frac{\pi b a^2}{R}\right)^2 R = \frac{(\pi b a^2)^2}{R}$

5. Uzun bir solenoid metre başına *400* tane sarıma sahip olup, $I = 30(1 - e^{-1.6t})\ (A)$ akımı taşımaktadır. Bu solenoidin içinde ve onunla aynı eksene sahip, *250* sarımlı ve *6 cm* yarıçaplı bir bobin bulunmaktadır (**Şekil 5**). Bobinde indüklenen elektromotor kuvvetini hesaplayınız ($\mu_0 = 4\pi x 10^{-7} Wb/A.m$).



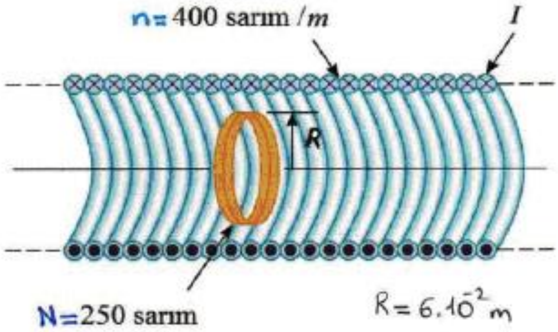
Şekil 5

Solenoidin ekseni boyunca manyetik alanı :

$$B = \mu_0 n I$$

$$B = 4\pi . 10^{-7} . 400 . 30 (1 - e^{-1,6t})$$

$$B = 1,5 . 10^{-2} (1 - e^{-1,6t}) \quad (T)$$



$$\Phi_B = \int \vec{B} . d\vec{A} = \int B\, dA \cos 0^\circ$$

$$\Phi_B = \int_0^R 1,5 . 10^{-2} (1 - e^{-1,6t}) (2\pi r\, dr)$$

$$\Phi_B = 1,5 . 10^{-2} (1 - e^{-1,6t}) . 2\pi \int_0^{6.10^{-2}} r\, dr = 1,5 . 10^{-2} (1 - e^{-1,6t}) 2\pi \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^{6.10^{-2}}$$

$$\Phi_B = 1,7 . 10^{-4} (1 - e^{-1,6t}) \quad (Wb)$$ (Bobinden geçen manyetik akı)

Solenoidin akımı zamanla değiştiğinden, bobinde indüklenen emk ;

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

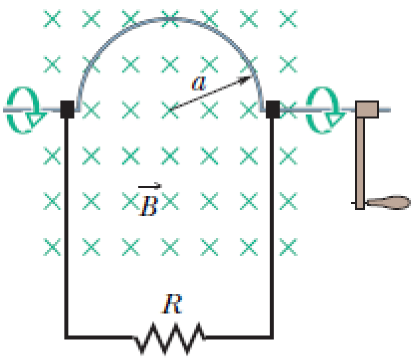
$$\mathcal{E} = -250 . \frac{d}{dt} \left[1,7 . 10^{-4} (1 - e^{-1,6t}) \right]$$

$$\mathcal{E} = -250 . 1,7 . 10^{-4} . 1,6 . e^{-1,6t}$$

$$\mathcal{E} = -6,8 . 10^{-2} . e^{-1,6t} \quad (V)$$

$$\boxed{\mathcal{E} = -68 . e^{-1,6t} \quad (mV)}$$

6. Sert bir telden yapılmış ve yarıçapı *a* olan yarım çember şeklinde bükülmüş bir devre **Şekil 6**'da gösterildiği gibi düzgün bir manyetik alan içinde *f* frekansı ile döndürülmektedir. Devrede oluşan indüksiyon emk'sını zamanın fonksiyonu olarak yazınız.



Şekil 6

$$\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} = BA\cos\theta$$

$$\theta = \omega t \qquad\qquad \Phi_B = BA\cos(\omega t)$$

$$A = \pi\frac{a^2}{2}$$

$$\Phi_B = B\frac{\pi a^2}{2}\cos(\omega t)$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left\{B\frac{\pi a^2}{2}\cos(\omega t)\right\}$$

$$\varepsilon_i = B\frac{\pi a^2}{2}\omega\sin(\omega t) \qquad\qquad \omega = 2\pi f$$

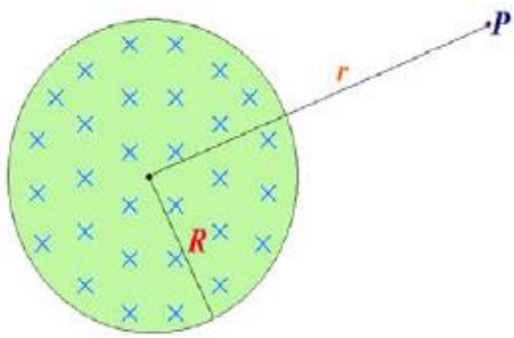
$$\varepsilon_i = B\pi^2 a^2 f\sin(2\pi ft)$$

$$\varepsilon_i = B\pi^2 a^2 f\sin(\omega t)$$

7. Şekil 7'de tanımlanan durum için, manyetik alan $B = (2t^3 - 4t^2 + 1)\ T$ şeklinde değişmekte olup, *r=2R=5cm* dir.

a) *P*'ye yerleşmiş olan elektrona *t=2s* olduğu anda etkiyen kuvvetin yönünü ve büyüklüğünü hesaplayınız.

b) Hangi anda bu kuvvet sıfıra eşittir?



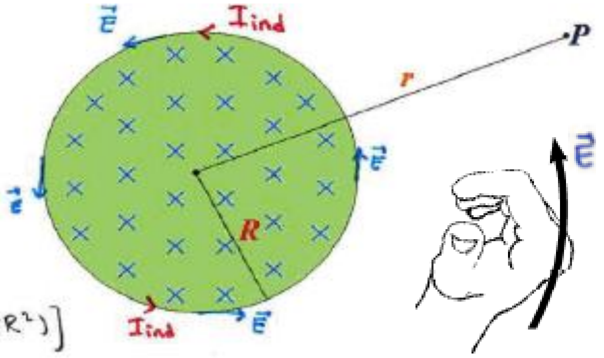
Şekil 7

a)

$\Phi_B = \vec{B}.\vec{A} = BA\cos 0^\circ$

$\Phi_B = (2t^3 - 4t^2 + 1)(\pi R^2)$

$\oint \vec{E}.d\vec{s} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$



$r = 2R = 5cm$

$E.(2\pi r) = -\dfrac{d}{dt}\left[(2t^3 - 4t^2 + 1)(\pi R^2)\right]$

$E.(2\cancel{\pi} r) = -(\cancel{\pi} R^2)(6t^2 - 8t)$

$E = -\dfrac{R^2}{2r}(6t^2 - 8t)$

$t = 2s$ için: $E = -\dfrac{2{,}5.10^{-2}}{4}(6.2^2 - 8.2)$

$E = -0{,}05\ (V/m)$

$F = -eE$

$F = (-1{,}6.10^{-19}).(-0{,}05)$

$\boxed{F = 8.10^{-21}\ (N)}$ (saat yönünde)

b) $E = 0$ için $F = 0$ olur.

$\dfrac{d\Phi_B}{dt} = 0$; $\dfrac{dB}{dt} = 0$

$\dfrac{d}{dt}(2t^3 - 4t^2 + 1) = 0$

$6t^2 - 8t = 0$

$t = \dfrac{4}{3}$

$\boxed{t = 1{,}33\ (s)}$