ÇOK GÖVDELİ HAFİF METRO TAŞITLARININ TİTREŞİM ANALİZİ

Muzaffer METİN, Rahmi GÜÇLÜ, Gökhan KESKİN

Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü 34349, İSTANBUL
mmetin@yildiz.ed u.tr, guclu@yildiz.edu.tr, gkhnkskn@gmail.com

ÖZET

Bu çalışmada, İstanbul şehir içi ulaşımında kullanılan bir hafif metro aracına ait matematik model, düşey titreşimlerin incelenmesi amacıyla iki farklı yolla çıkarılmıştır. Raylı taşıt gövdesi ön ve arka kabin olmak üzere iki ayrı bölümden oluşmaktadır. Bu gibi çok gövdeli raylı taşıtların matematiksel modelinin çıkarılmasında karşılaşılan en önemli problem, gövde hareketlerinin ve etkileşiminin doğru tanımlanmasıdır. Çalışmanın ilk bölümünde, ele alınan modele ait araç gövdelerinin bağlantı noktasında birbirleri ile olan etkileşimi temsil eden düşey bir yay kullanılmıştır. İkinci modelde ise, iki gövdenin birbirlerine özel bir mafsal ile bağlandığı göz önüne alınarak yalnızca açısal harekete müsaade eden bir şekil bağı tanımlanmıştır. Sonuç olarak, farklı yol düzensizliklerinde meydana gelen titreşimler zaman alanında incelenerek oluşturulan iki farklı model için karşılaştırılmıştır. Aynı zamanda, gövdelere ait titreşimlerin yer değişim ve ivme genlikleri frekans alanında da analiz edilerek karşılaştırma yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Raylı taşıt, dinamik model, titreşim analizi.

VIBRATION ANALIYSIS OF MULTI-BODY LIGHT RAIL VEHICLE

ABSTRACT

In this study, a mathematical model for a light rail vehicle which is used in Istanbul urban transportation system is generated to analyse the vertical vibrations by two different approaches. Rail vehicle body consists of two separate parts as front and rear car. The most important problem encountered during generating mathematical model of multi body rail vehicles is defining the body movements and interactions correctly. In the first section of this study, a spring which is running in the vertical direction represents the interaction between front and rear body at the connection point. By taking into account of the connection of two bodies with a special hinge, a joint which only allows angular motion is defined in the second model. As a result, rail vehicle body vibrations that occur under different rail irregularities are analysed in time domain and compared for two different built models. At the same time, the displacements and accelerations of rail vehicle body vibrations are analysed in frequency domain and compared for these models.

Keywords: Rail vehicle, dynamic model, vibration analysis.

1. GİRİŞ

Birden fazla gövdeye sahip raylı taşıtlara ait dinamiğin doğru biçimde ortaya konulması için, tekerlek-ray etkileşiminin, çok gövdeli sistemlerin etkileşimli kinematiğinin, raylı taşıt elemanlarına (boji, tekerlek setleri vs.) ait dinamiğin ve sisteme ait hareketlerin detaylı biçimde incelenmesi gereklidir. Bu nedenle, bu çalışmada öncelikle hareket denklemlerinin nasıl çıkarıldığı anlatıldıktan sonra, hafif metro aracına ait yarım taşıt (yan görünüş) modeli iki farklı şekilde kurularak, gerçek yol düzensizliklerine karşı gövde üzerinde oluşan düşey yer değiştirme ve ivmeler zaman ve frekans alanlarında karşılaştırılmıştır. Kurulan iki modele ait cevapların karşılaştırılması için, öncelikle raylı taşıt modeli en sade haliyle ele alınmıştır. Bu, raylı taşıt üzerinde boji ve tekerlek setlerinin çıkarılmasıyla sağlanmıştır. Böylece farklı modelleme yaklaşımları, düşük serbestlik derecesi ile daha yalın bir şekilde analiz edilebilmektedir. Daha sonra, boji ve tekerlek setlerinin de içinde bulunduğu farklı

yaklaşımlarla oluşturulan yarım taşıt modelleri de karşılaştırılmıştır. Burada, yapılan çalışmayla iki gövdeden oluşan bu taşıtın en doğru biçimde nasıl modelleneceği anlatılmıştır. Modellemeler için gerekli olan tüm tasarım parametreleri İstanbul Ulaşım A.Ş. Ar-Ge müdürlüğünden elde edilmiştir.

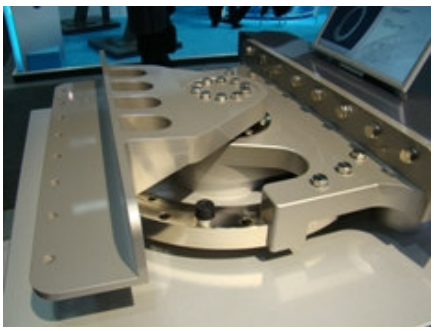
Son yıllarda, birçok araştırmacı çalışmalarında raylı taşıtta titreşim analizleri için çeşitli matematik modeller kullanmış olsalar da, çok gövdeli raylı taşıtları modelleyerek yapılan analizlerin sayısı azdır. Xia ve diğerleri yüksek hızlı bir trenin köprü üzerinden geçerken etkileşim sonucu oluşan dinamiği incelerken çok gövdeden oluşan bir hızlı trenin matematik modelini oluşturmuşlardır [1]. Shieh ve diğerleri ise, hafif raylı taşıtlarda pasif düşey süspansiyonların sistematik ve etkili bir optimizasyon süreci geliştirmeyi amaçladıkları çalışmalarında 3 gövdeli bir raylı taşıtın dinamik modelini çıkarmışlardır [2]. Raylı taşıt titreşimlerini yolcu konforu ve güvenli seyahat açısından bastırarak azaltmak için yapılan kontrol çalışmalarında da çeşitli raylı taşıtlar için modellemeler gerçekleştirilmiştir. Stribersky ve diğerleri raylı sistem titreşimleri için yarı aktif sönümleme sistemi üzerinde çalışmalar yapmışlardır [3]. Bu şekilde raylı taşıtta seyir konforunu geliştiren çeşitli uygulamalar gerçekleştirmişlerdir. Foo ve Goodall, raylı taşıta ait ikincil süspansiyonlara aktif kontrolör uygulayarak taşıt gövdesinin düşey ivmelenmelerini minimize etmişlerdir [4]. Raylı taşıt ve yol yapısına ait dinamik model sonlu elemanlar yöntemiyle X. Lei ve N.-A. Noda tarafından çıkarılıp dinamik açıdan incelenmiştir [5]. Güçlü, 8 serbestlik dereceli tam taşıt modeline ait dinamik davranışları, PID kontrolörlü aktif süspansiyon sistemine sahip yolcu koltuğu için incelemiştir [6]. Bir başka çalışmasında ise, aynı modelin bulanık mantık kontrolörlü aktif süspansiyon sistemine sahip yolcu koltuğunun dinamik davranışlarını incelemiştir [7]. Rao ve Prahlad raylı taşıtlar için ayarlanabilen bir bulanık mantıklı kontrolör uygulaması gerçekleştirmiştir [8]. Yağız ve Gürsel, esnek modellenmiş bir raylı taşıt vagonuna ait sürüş konforunun iyileştirilmesi için bir kayan kipli kontrolör uygulamışlardır [9]. Metin ve Güçlü, ondülasyonlu bir ray üzerinde hareket eden hızlı tren titreşimlerini Bulanık Mantık Kontrolör (BMK) ile kontrol etmişlerdir [10]. 6 Serbestlik dereceli olarak modellenen bir raylı taşıta ait titreşimler ise Bulanık PID kontrolör tasarlanarak kontrol edilmiştir [11]. Bir başka çalışmalarında ise, yarım raylı taşıt modelinde sinüzoidal bir yol bozukluğu etkisi altında oluşan titreşimleri BMK ve klasik PID kontrolör ile ayrı ayrı kontrol edilerek performansları karşılaştırılmıştır [12, 15]. Daha sonra, yine 6 serbestlik dereceli çeyrek raylı taşıt modeli üzerinde titreşimlerin kontrolü için, PID, Bulanık PID ve ölçekleme çarpanları kendiliğinden ayarlanabilen bir Bulanık PID kontrolör uygulaması yapılarak performansları karşılaştırılmıştır [13]. Metin, Güçlü ve Duman çeyrek raylı taşıt modelinde ikincil süspansiyona PID ve parametre uyarlamalı PID tipli kontrolörler uygulayarak performanslarını karşılaştırmışlardır [14].

2. RAYLI TAŞIT MODELİNİN ÇIKARTILMASI

Matematik modeli çıkarılan raylı taşıt Şekil 1'de görüldüğü gibi birbirine eklemlenmiş iki farklı araç gövdesinden oluşmaktadır. Ön gövde makinist kabininin bulunduğu kısım olarak düşünülürse, arka gövde de diğer kısım olmaktadır. Araçta, ön ve arka gövde bölümlerinin birleştiği körük bölgesinde bir taşıyıcı boji, uç kısımlarında birer motorlu çekici boji olmak üzere toplam 3 boji bulunmaktadır. Her bojide ikişer adet tekerlek seti bulunduğu için toplamda 6 adet tekerlek seti vardır.



Şekil 1. Modellenen hafif metro aracı



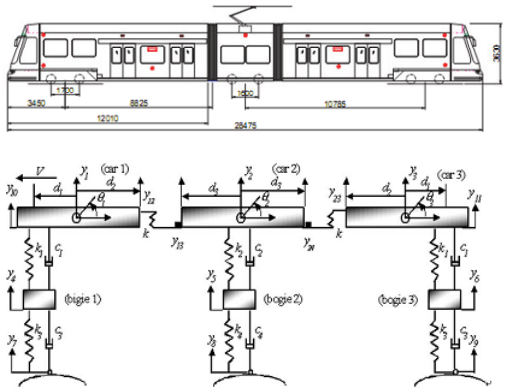
Şekil 2. Gövdelerin bağlanma şekli (Küresel mafsal)

Ön ve arka araç gövdeleri arasındaki birleşim mafsallı bir yapıdır. Araç bir kavisten geçerken, bir bölüm diğer bölümle bağlantılı olarak hareket eder. Bu hareket taşıyıcı boji üzerindeki döner halka vasıtasıyla sağlanır. Düşey hareketler ise mafsal yoluyla birbirine iletilir (Şekil 2).

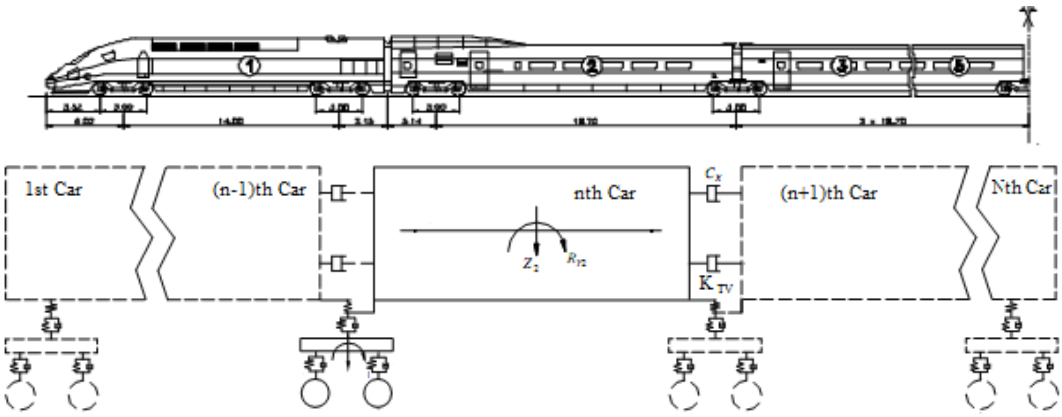
Birbirlerine mafsallarla bağlı çok gövdeli sistemlerin hareketlerini belirleyecek matematik modelin doğru bir şekilde çıkarılması, mafsalsız, yalnızca katılık ve sönüm elemanlarıyla birbirlerine bağlı gövdelerin hareketlerini tanımlayan matematik modeli elde etmekten çok daha zordur. Bu nedenle problemi kolaylaştırmak için, gövdelerin birbirlerine mafsallarla bağlı olduğu bu ve benzeri çok gövdeli sistemlerin matematiksel modellerinin çıkarılmasında ağırlıklı olarak izlenen yol, mafsal bölgesinde gövdelerin birbirlerine düşey hareketleri katılık içeren bir bağlantı elemanı (yay) ile ilettiği varsayılarak modelin oluşturulmasıdır. Xia vd., yüksek hızlı bir trenin köprü üzerinden geçerken etkileşim sonucu oluşan dinamiği inceledikleri çalışmalarında oluşturdukları raylı taşıta ait model Şekil 3'te görülmektedir [1].

Bu tip çok gövdeli yapılarda gövdelerin bir katılık ifadesi ile birbirlerine bağlanarak modellenmesi ile yalnızca şekil bakımından bir bağ tanımlanarak modellenmesi arasında önemli farklılıklar vardır. Sistemlerin matematik modellerinin çıkarılmasında en önemli nokta sisteme ait bütün elemanların hareketlerinin doğru şekilde tanımlanması ve topografyanın doğru çıkarılmasıdır. Bu nedenle, raylı taşıta ait düşey hareketlerin incelenmesinde kullanılan yarım raylı taşıt modelini çıkarmadan önce, modeli biraz daha basitleştirerek çok gövdeli sistemlere ait temel bir model üzerinde sözü geçen iki farklı modelleme metodunu karşılaştırmak, problemin çözümünde daha sade ve anlaşılır bir yol olacaktır.

Shieh vd., hafif raylı taşıtlarda pasif düşey süspansiyonların sistematik ve etkili bir optimizasyon süreci geliştirmeyi amaçladıkları çalışmalarında 3 gövdeli bir raylı taşıtın dinamik modelini çıkarmışlardır (Şekil 4) [2].



Şekil 4. Bir hafif raylı taşıtın yandan görünüşü ve yarım taşıt modeli [2]



Şekil 3. Yüksek hızlı bir trenin yandan görünüşü ve yarım taşıt modeli [1]

2.1. İki Gövde Arasında Yay Bağlantısı Olan Raylı Taşıt Modeli

İki gövdeden oluşan bir raylı taşıta ait basitleştirilmiş birinci temel model, Şekil 5'te görüldüğü gibi 4 serbestlik dereceli olarak düşünülmüştür. Bu modelde, raylı taşıt yalnızca gövdelerden oluşmakta ve bojiler ve

tekerlek setleri gözönüne alınmamaktadır. Bu şekilde, oluşturulan diferansiyel denklem sayısı azaltılarak, diğer model ile yapılacak karşılaştırma açısından farklılıklar daha net ortaya konmaktadır.

Burada, M_1, J_1 ve M_2, J_2 raylı taşıt gövdesinin 1. (ön) ve 2. (arka) kısmına ait kütleleri ve atalet momentlerini, k_1, k_2, k_3, k_4 ve c_1, c_2, c_3, c_4 gövdelerin altına yerleştirilen süspansiyon katılık ve sönümlerini, k_t ön ve arka gövde arasındaki temas katılığını, L_1, L_2, L_3, L_4 gövde ağırlık merkezlerinin yerlerini gösteren mesafeleri, V taşıt hızını, Z_1, Z_2 ve θ_1, θ_2 ön ve arka taşıt gövdelerinin düşey ve açısal hareketlerini belirten koordinatları, Z_{y1}, Z_{y2}, Z_{y3} ve Z_{y4} ise sisteme bozucu etki olarak etkiyen yol girişlerini temsil etmektedir.

Demiryolu taşıtına ilişkin hareket denklemleri Lagrange Eşitliği kullanılarak elde edilmiştir. Sistemin hareket denklemi:

$$[\mathrm{M}]\ddot{\mathrm{z}}+[\mathrm{C}]\dot{\mathrm{z}}+[\mathrm{K}]\mathrm{z}=\mathrm{F}_{\mathrm{z}} \qquad (1)$$

Sistemin hareket denklemi (1) deki gibi oluşturulmuştur.

Burada, $z = [Z_1 \;\; Z_2 \;\; \theta_1 \;\; \theta_2]^T$ olur. Kütle, sönüm ve katılık matrisleri ise Ek'te gösterilmiştir.

Sisteme ait toplam kinetik enerji (ΣE_k), toplam potansiyel enerji (ΣE_p) ve toplam sönüm enerjisi (ΣE_s) aşağıdaki gibidir (2).

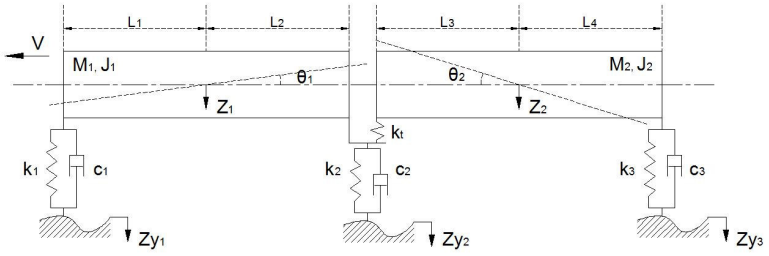
Burada, birinci ve ikinci gövdelerin θ_1 ve θ_2 hareketlerinde meydana gelen atalet momentleri olan J_1 ve J_2, aşağıdaki gibidir.

$$\left.\begin{aligned}\sum E_k &= \frac{1}{2}\left[M_1\dot{Z}_1^{\,2}+M_2\dot{Z}_2^{\,2}+J_1\dot{\theta}_1^{\,2}+J_2\dot{\theta}_2^{\,2}\right]\\ \sum E_p &= \frac{1}{2}\left[\begin{aligned}&k_1(Z_1-Zy_1+L_1\theta_1)^2+k_2(Z_1-Zy_2-L_2\theta_1)^2\\&+k_3(Z_2-Zy_3+L_4\theta_2)^2+kt(Z_2-Z_1-L_3\theta_2+L_2\theta_1)^2\end{aligned}\right]\\ \sum E_s &= \frac{1}{2}\left[\begin{aligned}&c_1(\dot{Z}_1-\dot{Zy}_1+L_1\dot{\theta}_1)^2\\&+c_2(\dot{Z}_1-\dot{Zy}_2-L_2\dot{\theta}_1)^2+c_3(\dot{Z}_2-\dot{Zy}_3+L_4\dot{\theta}_2)^2\end{aligned}\right]\end{aligned}\right| \qquad (2)$$

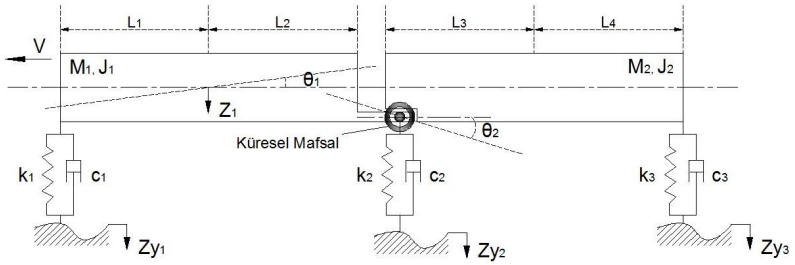
$$J_1=\frac{M_1(L_1+L_2)^2}{12}\quad J_2=\frac{M_2(L_3+L_4)^2}{12}\quad \left[kg.m^2\right] \qquad (3)$$

2.2. İki Gövde Arasında Mafsal Bağlantısı Olan Raylı Taşıt Modeli

İki gövdeden oluşan bir raylı taşıta ait basitleştirilmiş 2. temel model, Şekil 6'da görüldüğü gibi 3 serbestlik dereceli olarak düşünülmüştür. Bir önceki modelden temel farkı, iki gövde bağının belli bir katılığa sahip düşey yönde çalışan bir yay gibi düşünülmeyip, yalnızca yanal eksen etrafında dönme (kafa vurma) hareketine müsaade eden bir mafsal ile sağlandığı göz önüne alınarak matematiksel model oluşturulmuştur. Bu nedenle arkada yer alan ikinci gövdenin tek başına bağımsız bir düşey hareketi söz konusu olmamaktadır. Z yönündeki düşey hareketi (Z_2) 1. gövdenin Z_1 koordinatı ile tanımlanan düşey hareketine ve θ_1 koordinatı ile tanımlanan yanal eksen etrafında yaptığı açısal harekete bağlıdır. Buna rağmen, θ_2 koordinatı ile tanımlanan ikinci gövdenin yanal eksen etrafında yaptığı açısal hareket birinci gövde kütlesinin hareketlerinden bağımsızdır.



Şekil 5. İki gövde arasında bir katılık tanımlanan 4 serbestlik dereceli basit model



Şekil 6. İki gövde arasında yalnızca açısal harekete müsaade eden mafsallı 3 serbestlik dereceli basit model

Sistemin hareket denklemi (1) deki gibi oluşturulmuştur.

Burada, $z = [z_p \;\; z_c \;\; z_b \;\; \theta_b \;\; z_{w1} \;\; z_{w2}]^T$ olur.

Sisteme ait toplam kinetik enerji (ΣE_k), toplam potansiyel enerji (ΣE_p) ve toplam sönüm enerjisi (ΣE_s) aşağıdaki gibidir (4).

$$\sum E_k = \frac{1}{2}\left[M_1 \dot{Z}_1^{\,2} + M_2(\dot{Z}_1 + L_2\dot{\theta}_1)^2 + J_1\dot{\theta}_1^{\,2} + J_2\dot{\theta}_2^{\,2} \right]$$

$$\sum E_p = \frac{1}{2}\left[\begin{matrix} k_1(Z_1 - Zy_1 - L_1\theta_1)^2 + k_2(Z_1 - Zy_2 + L_2\theta_1)^2 \\ +k_3(Z_1 + L_2\theta_1 + (L_3 + L_4)\theta_2 - Zy_3)^2 \end{matrix} \right] \quad (4)$$

$$\sum E_s = \frac{1}{2}\left[\begin{matrix} c_1(\dot{Z}_1 - \dot{Zy}_1 - L_1\dot{\theta}_1)^2 + c_2(\dot{Z}_1 - \dot{Zy}_2 + L_2\dot{\theta}_1)^2 \\ +c_3(\dot{Z}_1 + L_2\dot{\theta}_1 + (L_3 + L_4)\dot{\theta}_2 - \dot{Zy}_3)^2 \end{matrix} \right]$$

Burada, birinci ve ikinci gövdelerin θ_1 ve θ_2 hareketlerinde meydana gelen atalet momentleri olan J_1 ve J_2, aşağıdaki gibidir.

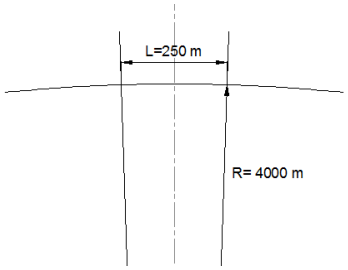
$$J_1 = \frac{M_1(L_1 + L_2)^2}{12} \quad J_2 = \frac{M_2(L_3 + L_4)^2}{3} \quad \left[kg.m^2 \right] \quad (5)$$

2.3. Gerçek Yol Girişi İçin Titreşim Sonuçları

Aynı seyahat hızı ve yol düzensizliklerine karşı raylı taşıt birinci ve ikinci gövdesinde meydana gelen düşey ve açısal titreşimlerin zaman alanındaki cevapları kurulmuş olan 3 ve 4 serbestlik dereceli modeller üzerinde incelenerek karşılaştırılmıştır.

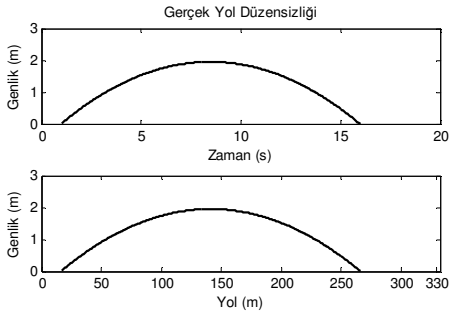
Bir hafif metro aracı gözönüne alınarak gerçekleştirilen benzetimlerde, raylı taşıtta meydana gelen titreşimler 60 km/h seyahat hızında gerçek yol girişi altında analiz edilmiştir. Gerçek yol girdisi, İstanbul şehiriçi ulaşımında hafif metro araçlarının kullanıldığı Edirnekapı-Sultançiftliği güzergahında bulunan birinci yolda, Mescidiselam-Edirnekapı istikametinde İstanbul Ulaşım A.Ş. tarafından ölçülmüş bulunan topografik yapılar arasında en kötü yol şartı baz alınarak gerçekleştirilmiştir.

Şekil 7'de gerçek yol düzensizliği olarak ele alınan kurba ait topografik yapı gösterilmektedir.



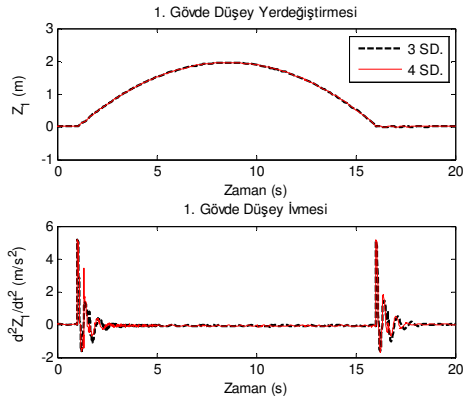
Şekil 7. Düşey kurba ait topografik yapı

Şekil 8'de modellerde bozucu giriş olarak yer düşey kurbun yola ve zamana göre değişimi yer almaktadır. Burada görülen yol düzensizliğinde tepe noktası 1,954 metredir. Tepe noktası, yolun 141,3'üncü metresinde ve benzetimin 8,54'üncü saniyesinde ortaya çıkmaktadır.

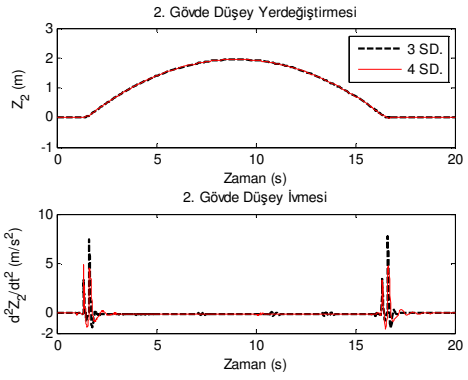


Şekil 8. Bozucu giriş (Gerçek yol düzensizliği)

Şekil 9 ve 10'da gerçek yol düzensizliği altında birinci ve ikinci gövdeye ait düşey yer değiştirme ve ivme cevapları yer almaktadır.

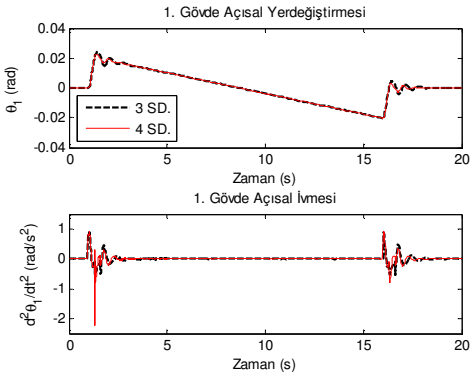


Şekil 9. Gerçek yol düzensizliği altında birinci gövdenin düşey yer değiştirme ve ivme cevapları (V=60 km/h)

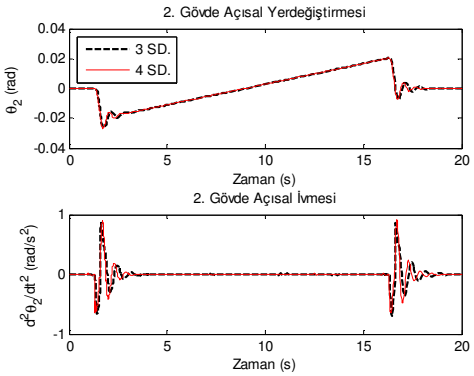


Şekil 10. Gerçek yol düzensizliği altında ikinci gövdenin düşey yer değiştirme ve ivme cevapları (V=60 km/h)

Şekil 11 ve 12'de, gerçek yol düzensizliği altında birinci ve ikinci gövdeye ait açısal yer değiştirme ve ivme cevapları yeralmaktadır.



Şekil 11. Gerçek yol düzensizliğinde birinci gövdenin açısal yer değiştirme ve ivme cevapları (V=60 km/h)



Şekil 12. Gerçek yol düzensizliğinde ikinci gövdenin açısal yer değiştirme ve ivme cevapları (V=60 km/h)

Tablo 1'de, 3 ve 4 serbestlik dereceli olarak modellenen raylı taşıtın gerçek yol düzensizliği etkisi altında yapılan benzetimlere ait titreşim eğrilerinin maksimum değerleri görülmektedir.

Tablo 1. Şekil 9-12'de görülen titreşim eğrilerine ait maksimum değerler

Maksimum titreşim değerleri		
Titreşim Hareketi	3 SD. Sist	4 SD. Sist.
Z_1 (m)	1,953	1,953
d^2Z_1/dt^2 (m/s^2)	5,184	5,173
Z_2 (m)	1,953	1,953
d^2Z_2/dt^2 (m/s^2)	7,742	4,898
θ_1 (rad)	0,02418	0,02305
$d^2\theta_1/dt^2$ (rad/s^2)	0,91102	2,219
θ_2 (rad)	0,02675	0,02727
$d^2\theta_2/dt^2$ (rad/s^2)	0,8616	0,9138

Şekil 9-12'den de görüldüğü gibi, iki farklı yaklaşımla oluşturulan raylı taşıt modellerine ait gerçek yol düzensizliği etkisi altında meydana gelen titreşim formları ve düzeyleri birbirlerine oldukça benzemektedirler. Bu modellerin, her ne kadar farklı yaklaşımlarla modellenseler de birbirlerine yakın sonuçlar ürettiklerini göstermektedir. Ancak, ikinci gövdenin düşey ve birinci gövdenin açısal ivmesine ait sonuçların maksimum değerlerinde belirgin farklılıklar ortaya çıkmıştır.

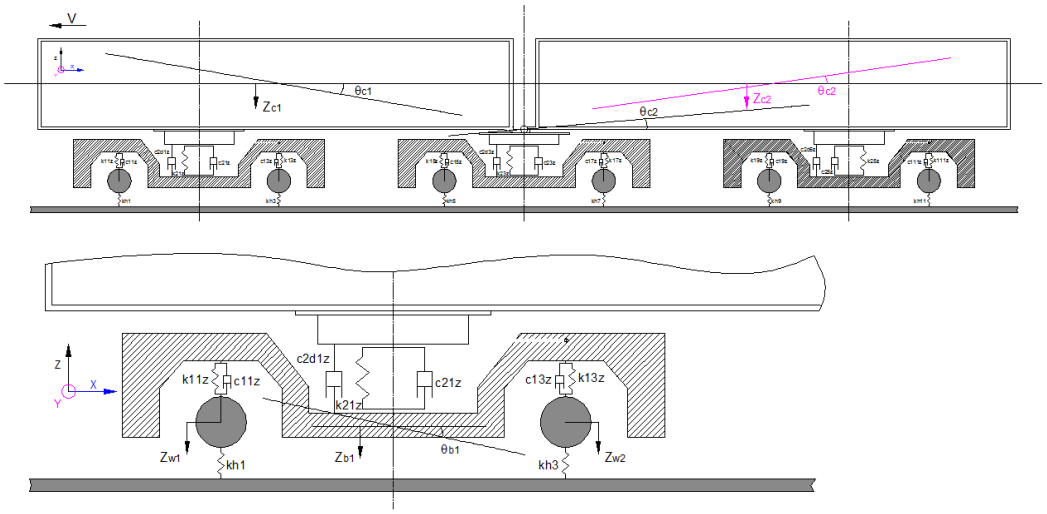
2.4. İki Farklı Yarım Taşıt Modeline Ait Titreşimlerin Karşılaştırılması

Şekil 13'te raylı taşıta ait yarım taşıt modeli görülmektedir. Oluşturulan yarım taşıt modeli 15 serbestlik derecelidir. İki gövde arasındaki etkileşim düşey yönde çalışan bir yay ile modellendiğinde elde edilen model ise 16 serbestlik dereceli olacaktır. Oluşturulan modellere ait tüm parametreler Ek'te verilmiştir.

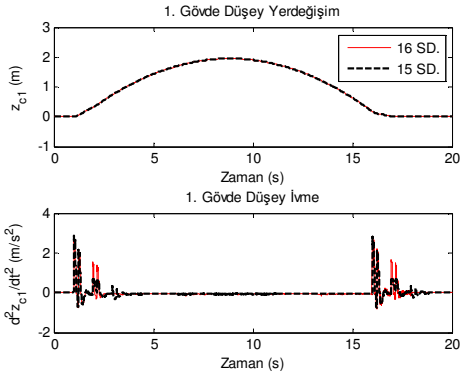
Burada, Mc_1, Jc_1 ve Mc_2, Jc_2 raylı taşıt gövdesinin 1. (ön) ve 2. (arka) kısmına ait kütleleri ve atalet momentlerini, k_{11z}, k_{13z} ve c_{11z}, c_{13z} birinci boji-tekerlek setleri arasında bulunan birincil süspansiyon katılık ve sönümlerini, k_{21z}, k_{13z} ve c_{11z}, c_{2d1z}, c_{21z} birinci gövde-birinci boji arasında bulunan ikincil süspansiyon katılık ve sönümlerini k_t ön ve arka gövde arasındaki temas katılığını, k_{h1} ve k_{h3} Hertz yay katılıklarını, V taşıt hızını, Z_{c1}, Z_{c2} ve θ_{c1}, θ_{c2} ön ve arka taşıt gövdelerinin düşey ve açısal hareketlerini belirten koordinatları, Z_{b1} ve θ_{b1} birinci boji düşey ve açısal hareketlerini belirten koordinatları, Z_{w1} ve Z_{w2} birinci ve ikinci tekerlek seti düşey hareketlerini temsil etmektedir. Sisteme bozucu etki olarak etkiyen yol girişlerini ise, Zy_1, Zy_2, Zy_3, Zy_4, Z_{y5} *ve* Z_{y6} temsil etmektedir.

Sistemin hareket denklemi (1) deki gibi oluşturulmuştur. Burada 16 serbestlik dereceli sistem için, $z = [Zc_1\ Zc_2\ \theta c_1\ \theta c_2\ Z_{b1}\ \theta_{b1}\ Z_{b2}\ \theta_{b2}\ Z_{b3}\ \theta_{b3}\ Z_{w1}\ Z_{w2}\ Z_{w3}\ Z_{w4}\ Z_{w5}\ Z_{w6}]^T$ olur. 15 serbestlik dereceli sistem için ise sistemde Z_{c2} hareketi bulunmamaktadır.

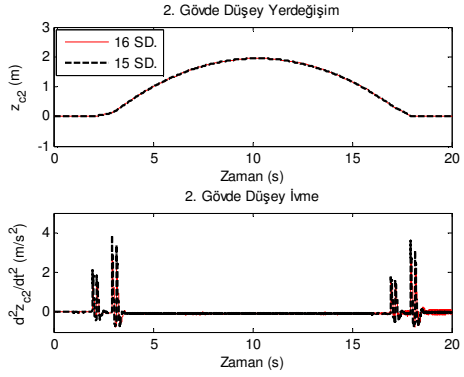
Benzetimler için gerçek yol düzensizliğini temsilen Şekil 8'deki yol düzensizliği kullanılmıştır. Gerçek yol düzensizliğine karşılık yarım taşıt modelinde görülen titreşim değerleri, Şekil 14-17'de gösterilmektedir.



Şekil 13. Yarım raylı taşıt modeli

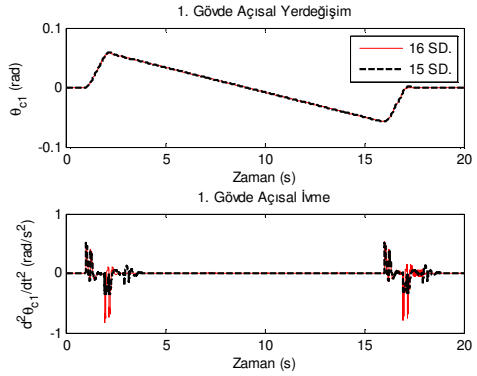


Şekil 14. Yarım taşıt modelinde birinci gövdede görülen düşey titreşim değerleri (60km/h)

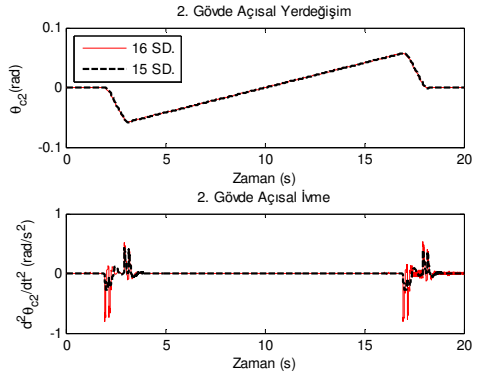


Şekil 15. Yarım taşıt modelinde ikinci gövdede görülen düşey titreşim değerleri (60km/h)

Şekil 14-17'de görüldüğü gibi gövdelere ait düşey yer değişimi ve ivmeleri gösteren iki modele ait sonuçlar ise birbirlerine çok yakın çıkmıştır. Açısal hareketlerde ise, 16 serbestlik dereceli, gövdeler arası etkileşimin düşey bir yay ile temsil edildiği modele ait sonuçlar diğer modele ait sonuçlara göre bir miktar yüksek çıkmaktadır.



Şekil 16. Yarım taşıt modelinde birinci gövdede görülen açısal titreşim değerleri (60km/h)

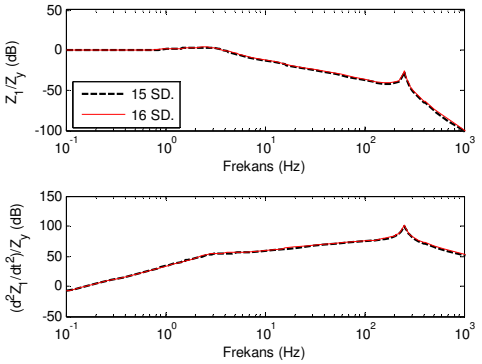


Şekil 17. Yarım taşıt modelinde ikinci gövdede görülen açısal titreşim değerleri (60km/h)

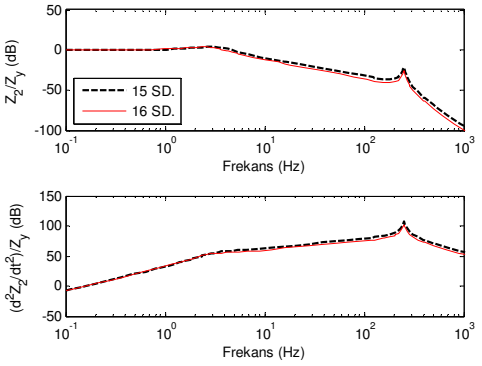
Ayrıca, 15 serbestlik dereceli mafsallı modele ait titreşimlerin ivme cevapları diğer modele göre daha az çatırtılıdır. Bu, mafsallı modelin daha kolay çözümlenen bir model olduğunu göstermektedir.

Tablo 2. Şekil 14-17'de görülen titreşim eğrilerine ait maksimum değerler

Maksimum titreşim değerleri		
Titreşim Hareketi	15 SD. Sist	16 SD. Sist.
Zc_1 (m)	1,948	1,947
d^2Zc_1/dt^2 (m/s^2)	2,891	2,878
Zc_2 (m)	1,947	1,947
d^2Zc_2/dt^2 (m/s^2)	3,895	2,857
θc_1 (rad)	0,05916	0,05803
$d^2\theta c_1/dt^2$ (rad/s^2)	0,5071	0,8191
θc_2 (rad)	0,05775	0,05812
$d^2\theta c_2/dt^2$ (rad/s^2)	0,423	0,8161

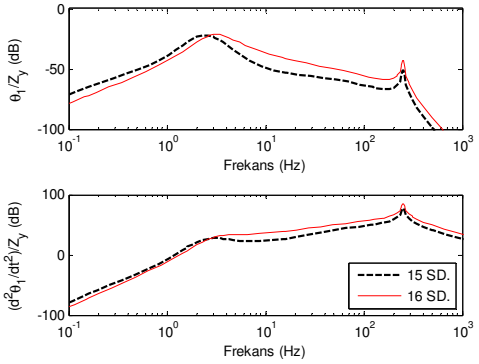


Şekil 18. Yarım taşıt modellerinde birinci gövde düşey titreşim değerlerine ait frekans cevapları

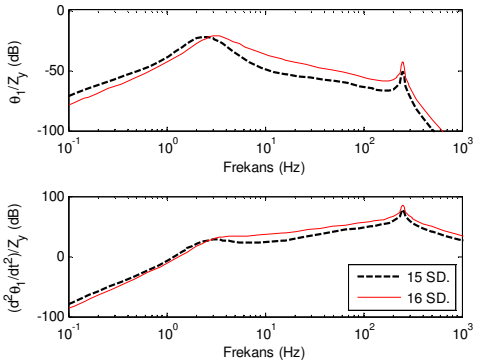


Şekil 19. Yarım taşıt modellerinde ikinci gövde düşey titreşim değerlerine ait frekans cevapları

Gövdeler arası etkileşimin düşey bir yayla ifade edildiği 16 serbestlik dereceli yarım raylı taşıt modeli ile etkileşimin yalnızca mafsal bağlantısı ile temsil edildiği 15 serbestlik dereceli yarım raylı taşıt modeline ait frekans cevapları, Şekil 18-21'de gösterilmektedir. Buradaki frekans cevapları özellikle düşey titreşim sonuçlarında birbirlerine çok yakın çıkmaktadır.



Şekil 20. Yarım taşıt modellerinde birinci gövde açısal titreşim değerlerine ait frekans cevapları



Şekil 21. Yarım taşıt modellerinde ikinci gövde açısal titreşim değerlerine ait frekans cevapları

3. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada, birden fazla gövdeye sahip raylı taşıtlara ait dinamiğin doğru biçimde ortaya konulması için çok gövdeli sistemlerin etkileşimli kinematiğini inceleyen iki farklı modelleme yaklaşımı üzerinde durulmuştur. Modeller, Lagrange Metodu kullanılarak çıkarılmıştır. Modelleme yaklaşımları arasındaki farkın net bir şekilde ortaya konulması için çok gövdeli raylı taşıt, boji ve tekerlek setleri ihmal edilerek mümkün olduğunca az serbestlik dereceli olarak ele alınarak basit bir şekilde modellenmiştir. İlk modelleme yaklaşımı, literatürde rastlanıldığı gibi gövdeler arası etkileşimin düşey doğrusal bir yayla ifade edildiği yöntem olmuştur. Bu yöntemle, modelleme kolaylaşırken, gövdeler arasında kullanılan düşey yaya ait katılık parametresinin tespit edilmesi problemi ortaya çıkmaktadır. Gerçekte, gövdeler arasında bir yay bulunmadığı için düşeyde izafi bir yerdeğişim olmayacaktır. Dolayısıyla, gövdeler arası etkileşimin yay ile modellendiği yaklaşımda, etkileşimi temsil eden k_t son derece katı kabul edilmiştir. Diğer yaklaşımda

ise, gövdeler birbirlerine mafsalla bağlı olduğu için literatürde rastlanan modellerden farklı olarak modelde doğrudan mafsal kullanılmış ve diferansiyel denklemler buna göre çıkarılmıştır. Bu iki farklı yaklaşımla oluşturulan modeller ile gerçekleştirilen benzetimler sonucu, gerçek yol girişine karşı raylı taşıt gövdelerine ait titreşim cevaplarında büyük ölçüde benzerlik gözlenmiştir. Bu benzerlik, daha karmaşık olan yarım raylı taşıt modelinde de ortaya çıkmıştır.

Bu iki modelleme yaklaşımlarının karşılaştırılması sonucu, diferansiyel denklemlerdeki farklılıkların yanı sıra, gerçek yol düzensizlikleri altında yapılan benzetim sonuçlarında ortaya çıkan farklılıklar da gösterilmiştir. Tüm bu analiz ve benzetim sonuçları göz önüne alındığında iki gövde arası etkileşimin, yalnızca şekil bağı içeren mafsallı modelin, gövdeler arasında düşey doğrusal bir yay ile temsil edildiği modele nazaran daha güvenilir sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu modelle, gövdeler arasında kullanılan yaya ait katılık değerini tespit etme problemi ortadan kalkmakta ve yüksek katılık değerleri söz konusu olmadığı için benzetimlere ait çözümler de kolaylaşmaktadır.

4. KAYNAKLAR

1. Xia, H., Zhang, N., Cao, Y.M., "Experimental Study of Train –Induced Vibrations of Environments and Buildings", Journal of Sound and Vibration, 280, 1017-1029, (2005).
2. Shieh, N.C., Lin, C.L., Lin, Y.C., Liang, K.Z., "Optimal Design for Passive Suspension of a Light Rail Vehicle using Constrained Multiobjective Evolutionary Search", Journal of Sound and Vibration, 285, 407-424, (2005).
3. Stribersky, A., Kienberger A. and Muller, H., "Design and Evaluation of a Semi-Active Damping System for Rail Vehicles", Vehicle System Dynamics Supplement, 28, 669-681 (1998).
4. Foo, E. and Goodall, R.M., "Active Suspension Kontrol of Flexible-Bodied Railway Vehicles Using Electro-Hydraulic and Electro-Magnetic Actuators", Control Eng. Practice, 8, 507-518 (2000).
5. Lei, X., Noda, N.-A., "Analyses of Dynamic Response of Vehicle and Track Coupling Systemwith Random Irregularityof Track Vertical Profile", Journal of Sound and Vibration, 258(1), 147–165 (2002).
6. Guclu, R., "Active Kontrol of Seat Vibrations of a Vehicle Model Using Various Suspension Alternatives", Turkish J. Eng. Env. Sci., 27, 361- 373 (2003).
7. Guclu, R., "Fuzzy Logic Kontrol of Seat Vibrations of a Non-Linear Full Vehicle Model", Nonlinear Dynamics, 40, 21-34 (2005).
8. Rao, M.V.C. and Prahlad, V., "A Tunable Fuzzy Logic Kontroller for Vehicle-Active Suspension Systems", Fuzzy Sets and Systems, 85, 11-21 (1997).
9. Yagiz, N. and Gursel, A., "Active Suspension Kontrol of a Railway Vehicle with a Flexible Body", Int. J. Vehicle Autonomous Systems, 3(1), 80-94 (2005).
10. Metin, M., Guclu, R., Yazici, H. ve Yalcin, N. S., (2007), "Fuzzy Logic Control of High Speed Rail Vehicle Vibrations on Corrugated Rail", The 36th International Congress & Exhibition on Noise Control Engineering, Inter-noise 2007, Aug. 28-31 2007, Istanbul, Turkey, 37.
11. Metin, M., Güçlü R., Yazici, H. ve Yalcin, N.S., (2007), "Rayli Tasit Titresimlerinin Bulanik PID Kontrolör ile Kontrolü", TOK'07 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantisi, 4-7 Eylül, Sabanci Üniversitesi, Istanbul, 312-317.
12. Metin, M., Guclu R., Yazici, H. ve Yalcin, N.S., (2008), "A Comparison of Control Algorithms for a Half Rail Vehicle Model under Track Irregularity Effect", Mechanics Conference and 100th Anniversary of Engineering of Science and Mechanics Department, Jun. 29-30 2008, Virginia Polytechnic and State University, Blacksburg-VA, USA.
13. Metin, M., Güçlü R., "Ölçekleme Çarpanları Kendiliğinden Ayarlanabilen PID Tipli Bulanık Kontrolör ile Bir Hafif Metro Aracına Ait Düşey Titreşimlerin Aktif Kontrolü", TOK'08 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, İTÜ, S.551-556, İstanbul, 13-15 Kasım, 2008.
14. Metin, M., Duman, F., Güçlü, R., "Vibration Controls of a Rail Vehicle Body Using Parameters Adaptive PID Controller", AzCIFToMM, 5-8 October,

Izmir Institute of Technology, Izmir, Turkey.

15. Güçlü, R., Metin, M., "Fuzzy Logic Control of Vibrations of a Light Rail Transport Vehicle in Use in Istanbul Traffic", Journal of Vibration and Control, Sep 2009; vol. 15: pp. 1423 – 1440.

5. TEŞEKKÜR

Bu çalışma, İstanbul Ulaşım A.Ş. tarafından desteklenmektedir. Kullanılan tüm parametrik veriler İstanbul Ulaşım A.Ş.'den alınmıştır.

6. EK

4 Serbestlik dereceli sisteme ait kütle, sönüm, katılık ve bozucu giriş matrisleri sırasıyla aşağıdaki gibidir.

$$[M]=\begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_2 \end{bmatrix}$$

$$[C]=\begin{bmatrix} (c_1+c_2) & 0 & (c_1L_1-c_2L_2) & 0 \\ 0 & c_3 & 0 & c_3L_4 \\ (c_1L_1-c_2L_2) & 0 & (c_1L_1^2+c_2L_2^2) & 0 \\ 0 & c_3L_4 & 0 & c_3L_4^2 \end{bmatrix}$$

$$[K]=\begin{bmatrix} (k_1+k_2+k_t) & -k_t & (k_1L_1-k_2L_2-k_tL_2) & k_tL_3 \\ -k_t & (k_3+k_t) & k_tL_2 & (k_3L_4+k_tL_3) \\ (k_1L_1-k_tL_2-k_tL_2) & k_tL_2 & (k_1L_1^2+k_2L_2^2+k_tL_2^2) & -k_tL_2L_3 \\ k_tL_3 & (k_3L_4+k_tL_3) & -k_tL_2L_3 & k_3L_4^2+k_tL_3^2 \end{bmatrix}$$

$$[F_z]=\begin{bmatrix} (k_1Zy_1+k_2\dot{Z}y_2+c_1\dot{Z}y_1+c_2\dot{Z}y_2) \\ (k_3Zy_3+c_3\dot{Z}y_3) \\ (k_1L_1Zy_1+k_2L_2Zy_2+c_1L_1\dot{Z}y_1+c_2L_2\dot{Z}y_2) \\ (k_3L_4Zy_3+c_3L_4\dot{Z}y_3) \end{bmatrix}$$

3 Serbestlik dereceli sisteme ait kütle, sönüm, katılık ve bozucu giriş matrisleri sırasıyla aşağıdaki gibidir.

$$[M]=\begin{bmatrix} (M_1+M_2) & M_2L_2 & 0 \\ M_2L_2 & M_2L_2^2+J_1 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 \end{bmatrix}$$

$$[C]=\begin{bmatrix} (c_1+c_2+c_3) & (-c_1L_1+c_2L_2+c_3L_2) & c_3(L_3+L_4) \\ (-c_1L_1+c_2L_2+c_3L_2) & (c_1L_1^2+c_2L_2^2+c_3L_2^2) & c_3L_2(L_3+L_4) \\ c_3(L_3+L_4) & c_3L_2(L_3+L_4) & c_3(L_3+L_4)^2 \end{bmatrix}$$

$$[K]=\begin{bmatrix} (k_1+k_2+k_3) & (-k_1L_1+k_2L_2+k_3L_2) & k_3(L_3+L_4) \\ (-k_1L_1+k_2L_2+k_3L_2) & (k_1L_1^2+k_2L_2^2+k_3L_2^2) & k_3L_2(L_3+L_4) \\ k_3(L_3+L_4) & k_3L_2(L_3+L_4) & k_3(L_3+L_4)^2 \end{bmatrix}$$

$$[Fz]=\begin{bmatrix} k_1Zy_1+k_2Zy_2+k_3Zy_3+c_1\dot{Z}y_1+c_2\dot{Z}y_2+c_3\dot{Z}y_3 \\ -k_1L_1Zy_1+k_2L_2Zy_2+k_3L_2Zy_3-c_1L_1\dot{Z}y_1+c_2L_2\dot{Z}y_2+c_3L_2\dot{Z}y_3 \\ k_3(L_3+L_4)Zy_3+c_3(L_3+L_4)\dot{Z}y_3 \end{bmatrix}$$

Tablo 3. Yarım raylı taşıt modellerine ait parametreler, değerleri ve tanımları.

Parametreler	Değerler	Tanımlar
M_{c1}, M_{c2}	3725 [kg]	Raylı taşıt ön ve arka gövde kütleleri
M_{b1}, M_{b3}	2000 [kg]	Motorlu Boji kütleleri
M_{b2}	1150 [kg]	Taşıyıcı Boji kütlesi
M_{w1}, M_{w2}, M_{w3}, M_{w4}, M_{w5}, M_{w6}	400 [kg]	Tekerlek seti kütleleri
k_t	1.10^{12} [N/m]	Taşıt gövdeleri bağlantı noktası yay katsayısı
k_{21}, k_{22}, k_{23}, k_{24}, k_{25}, k_{26}	373605 [N/m]	İkincil süspansiyon yay katsayıları
c_{21}, c_{22}, c_{23}, c_{24}, c_{25}, c_{26}	418942 [Ns/m]	İkincil süspansiyon sönüm katsayıları
k_{11}, k_{12}, k_{13}, k_{14}, k_{15}, k_{16}	732000 [N/m]	Birincil süspansiyon yay katsayıları
c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{15}, c_{16}	30000 [Ns/m]	Birincil süspansiyon sönüm katsayıları
k_{h1}, k_{h2}, k_{h3}, k_{h4}, k_{h5}, k_{h6}	1.10^{9} [N/m]	Tekerlek-ray etkileşimi Hertz-yay katsayıları
$2.L_a$	1,8 [m]	Aynı bojideki tekerlek setleri arası mesafe
2.L	6,2 [m]	Bojiler arası mesafe
V	60 [km/h]	Hafif metro taşıtının hızı