17. ULUSAL ISI BİLİMİ ve TEKNİĞİ KONGRESİ
24 - 27 HAZiRAN 2009
CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ - SİVAS

KAPALI HACİMLERDE DOĞAL TAŞINIM ISI TRANSFERİNİN SAYISAL MODELLENMESİ

Dr. Nuri Alpay KÜREKCİ*, Dr. Hakan DEMİR**

*Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü

34349 Beşiktaş, İSTANBUL, kurekci@yildiz.edu.tr

** Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü

34349 Beşiktaş, İSTANBUL, hdemir@yildiz.edu.tr

Özet: Isı transferinde en ucuz yöntem doğal taşınımdır. Kapalı hacim içinde gerçekleşen doğal taşınım ısı transferi ise birçok cihazda karşımıza çıkan bir problemdir. Çift cam, fırın, buzdolabı, güneş kolektörleri, bilgisayar kasaları, yaşam mekânlarımız odalar hepsi kapalı hacim konumundadır. Bu tür sistemlerde gerçekleşen ısı transferi genelde doğal taşınımdır. Ama fırın, buzdolabı ve bilgisayar kasaları gibi sistemlerde doğal taşınımın yanında ısı transferini iyileştirmek için fanlar da kullanılmaktadır. Fanlar enerji harcaması, bakım gerektirmeleri, ilk yatırım maliyetini artırması gibi bazı sebeplerden kullanılması istenmez. Doğal taşınım ile gerçekleşen ısı transferini iyileştirilmesi fan ihtiyacını ortadan kaldıracaktır. Bu çalışmada kapalı hacimler içinde gerçekleşen doğal taşınım ısı transferi için bir sayısal bir model oluşturulmuştur. Kare ve küp şeklindeki iki ayrı model için, Fluent CFD programı yardımıyla sayısal olarak çözümler yapılmıştır. Bu modellerin düşey duvarlarda biri sıcak, karşı düşey duvarı soğuk, diğer duvarları adyabatik kabul edilmiştir. Sıcak duvar sıcaklığı T_h=305 K, soğuk duvar sıcaklığı T_c=295 K olarak kabul edilmiştir. 2D ve 3D için Ra=1.10^3 – 1.10^7 aralığında hız vektörleri ve sabit sıcaklık eğrileri çıkarılmıştır. Hem iki boyutlu hem de üç boyutlu modelde sıcak duvar için Nusselt sayıları hesaplanmış aynı Ra aralığı için Ra-Nu arasında korelasyon verilmiştir. Bulunan bu korelasyonlar literatürde bulunan sonuçlarla karşılaştırılmış ve sonuçların literatürle uyum içinde olduğu gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Doğal taşınım, Sayısal akışkanlar mekaniği, Kapalı hacim

A NUMERICAL MODEL OF NATURAL CONVECTION HEAT TRANSFER IN AN ENCLOSURE

Abstract: Natural convection is the most economical method in heat transfer and encountered in most cases in practical applications. Double-glasses, ovens, refrigerators, solar collectors, computer cases and residences are all enclosures and the heat transfer occurred in these applications is natural convection. Forced convection by means of fans can be used for improving the heat transfer in the applications of oven, refrigerator and computer cases. Nevertheless, it is not favorable because of extra initial and operational costs. The need for fan will be removed by improving the heat transfer coefficient in the enclosure. In this study, a numerical model has been used for the natural convection in the enclosures. Numerical solutions were obtained for square and cubical enclosures by using Fluent CFD software package. One of the enclosure walls is heated and the one at the opposite side is cooled while the others are adiabatic. Hot wall and cold wall temperatures are Th=305 K and Tc=295 K respectively. Velocity vectors and temperature distributions were obtained in two and three dimensional enclosures for Ra= 1.10^3 – 1.10^7. Nusselt numbers were calculated for two and three dimensional models and a Ra-Nu correlation was obtained. It is seen that the results are good agreement with the literature.

Keywords: Natural convection, Computational fluid dynamics, Enclosure

SEMBOLLER

A_R	Açıklık oranı (uzunluk/yükseklik)

α_∞	Referans ısıl yayılma katsayısı [$m^2\ s^{-1}$]
β	Isıl genleşme katsayısı [K^{-1}]
ΔT	Sıcaklık farkı [K]
g	Yerçekimi ivmesi [$m.s^{-2}$]
h_{eff}	Ortalama yüzey ısı transfer katsayısı [$Wm^{-2}\ K^{-1}$]
H	Hacim yüksekliği [m]
Gr_L	Hacim uzunluğuna göre tanımlanmış Grashof sayısı
k	Akışkanın ısıl iletim katsayısı [$W\ m^{-1}K^{-1}$]
L	Kapalı hacmin genişliği [m]
Nu	Nusselt sayısı [$Nu = h_{eff} \cdot L/k$]
υ_∞	Referans kinematik viskozitesi [$m^2\ s^{-1}$]
Pr	Prandtl sayısı
Ra	Rayleigh sayısı [$Ra = \frac{g.\beta.(T_h - T_c).L^3}{\nu_\infty . \alpha_\infty}$]
Ra_H	Kapalı hacim yüksekliğine göre tanımlanmış Rayleigh sayısı
Ra_L	Kapalı hacim uzunluğu göre tanımlanmış Rayleigh sayısı
q”	Isı akısı [$W\ m^{-2}$]
T	Sıcaklık [K]
T_c	Soğuk duvar sıcaklığı [K]
T_h	Sıcak duvar sıcaklığı [K]
x,y,z	Kartezyen koordinatlar

1. GİRİŞ

Yandan ısıtılan kapalı hacimler için oluşturulacak bir model çift camlar, fırın, buzdolabı, güneş kolektörleri, bilgisayar parçalarının soğutulması ve yaşadığımız mahaller için model oluşturacaktır. Bu nedenle kapalı hacimler içindeki hava hızları ve sıcaklık dağılımının bilinmesi gerekmektedir. Literatürde bu konuda yapılmış çalışmalara bakıldığında oldukça fazla sayıda çalışma olduğu görülmüştür. Yapılan çalışmalarda Ahmed ve Yovanovich (1992), diferansiyel ısıtılan açıklık oranı (A_R) 1/8 olan kapalı hacimlerde Ra_H= 3,4.10^5 ve Pr=0,71 için zamana bağlı çözümler yapmışlardır. Aktaş ve Farouk (2002), 1 atm basınç 300K sıcaklıkta, içinde Nitrojen ve Helyum gazı bulunan, 13x13mm olan kapalı hacimde termo-akustik dalga hareketlerinin sayısal simülasyonu üzerine çalışmışlardır. Hızlı ısıtılan duvarlarda, $Ra_L=10^4$ için sıkıştırılabilir akışta Navier-Stokes eşitliklerini kullanarak çözümler yapmışlardır. Sonuçta oluşan hız vektörlerini gösteren kontur çizimleri ile akım alanlarını göstermişlerdir. Arcidiacono vd. (2000), açıklık oranı (A_R) 1 olan kapalı hacimlerde iki boyutlu sayısal çalışma yapmışlardır. Akışkan olarak düşük Pr değerine sahip Li-17Pb (Pr=0,0321) seçilmiş, Gr_L sayısına göre akışın türü tespit edilmeye çalışılmıştır. Sonuçta $10^7<Gr_L<3.10^7$ akış simetrisinin kırıldığı, $3.10^7<Gr_L<5,4.10^7$ periyodik akış, $5,4.10^7<Gr_L<10^8$ kaotik akışa geçiş ve $Gr_L=10^9$'de tam kaotik akışın gerçekleştiği bulunmuştur. Aydın vd. (1998), düşey duvarı ısıtılmış, üst duvarı soğutulmuş bir kapalı hacimde açıklık oranının değişmesinin, Ra sayısı ve Nu sayısına etkilerini incelemişlerdir. Bejan (1995), düşey duvarlarından birisi ısıtılan diğeri soğutulan ve kalan duvarları adyabatik olan bir hacim içinde, zamana bağlı laminer doğal taşınım problemini, boyut analizi yaparak incelemiştir. Chen vd. (1987), sırasıyla yan yüzey sıcaklıkları T_s, üst yüzey sıcaklığı T_t ve alt yüzey sıcaklığı T_b olmak üzere, $T_s>T_t>T_b$ olacak şekilde yüzey sıcaklıkları sabit tutulan kapalı hacimlerde laminer doğal taşınım problemini, Rayleigh sayısının 10^4–10^7 aralığında incelemiştir. Çözümleme, sonlu farklar yöntemi ile yapılmıştır. Yapılan analizlerde, kapalı hacmin alt kısmının neredeyse durağan olduğu, üst kısmında ise birbirine ters yönlerde hareket eden iki çevrinti olduğu belirtilmiştir. De Vahl Davis (1983), 2 boyutlu kapalı bir hacim içindeki laminer doğal taşınım problemini incelemiştir. Rayleigh sayısının 10^3–10^6 aralığı için sonlu farklar yönteminin kullanarak sayısal çalışma yapmış ve Nusselt sayılarını hesaplamıştır. Kullanılan sayısal model, bir ekstrapolasyon yöntemi ile kullanılan çözüm ağından bağımsız hale getirilmiştir. Frederick ve Quiroz (2001), düşey duvarlarından birisi soğutulan, onun karşısındaki duvarın bir kısmı sıcak, geri kalan duvarları adyabatik tutulan üç boyutlu kapalı hacimlerde, ısı geçişinin iletimden taşınıma geçtiği Rayleigh sayısını belirlemek için, laminer doğal taşınım durumunu sayısal olarak incelemişlerdir. Goto vd. (1997), kapalı bir hacim içindeki laminer doğal taşınım problemini, iki boyutlu süreklilik ve Navier-Stokes denklemlerini kullanarak sayısal olarak incelemişlerdir. Rayleigh sayısının 10^3–10^6 aralığı için çözümleme yapılmış ve elde edilen sonuçların De Vahl Davis çözümleri ile uyumlu olduğu belirtilmiştir. Leal vd. (2000), Ra_L =10^3–10^5 ve Pr=0,71 için sayısal çalışma yapmışlardır. FORTRAN bilgisayar programı kullanılmış, yazılan kotlar ile çözümler gerçekleştirilmiştir. Hacim orta yüzeyindeki boyutsuz sıcaklık ve hız dağılımları $Ra_L=10^3$, $Ra_L=10^4$ ve $Ra_L=10^5$ için çizilmiştir.

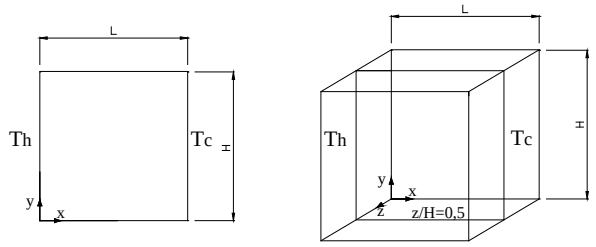
Yandan ısıtılan kapalı hacimlerde doğal taşınım ısı transferi problemi, birçok uygulamada model olabilecek konu olması nedeniyle araştırmacılar tarafından incelenen ilginç bir konu olmuştur. Bu çalışmada yan dik

duvarlardan biri sıcak karşı dik duvarı soğuk olan iki boyutlu ve üç boyutlu iki modelde sayısal çözümlemeler yapılmıştır. Yapılan çözümlemelerde elde edilen hız, sıcaklık eğrileri incelenmiş ve sıcak duvar için Nusselt sayıları hesaplanmıştır. Rayleigh sayısı ve Nusselt sayısı aralarında korelasyonlar verilmiştir.

2. SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Bu çalışmada sayısal çözümleme için Fluent 6.2.16 CFD ticari program kullanılmıştır. Her bir problemdeki model Gambit programında çizilmiş ve bu program ile modeller üzerine çözüm ağları yerleştirilmiştir. Gambit programında çizilen dosya Fluent CFD programına aktarılarak çözümlemeler bu program ile yapılmıştır.

Çözümlemelerde Core 2 Duo 2,33Ghz, 3GB Ram özelliklerinde bir bilgisayar kullanılmıştır. Fluent programı CFD analizi için üretilmiş bir program olup, değişik geometriler içindeki akış problemlerini hızlı bir şekilde çözümleyebilmektedir.



Şekil 1. İki boyutlu ve üç boyutlu çözüm modelleri

Çözümlemede kullanılan modeller Şekil 1'de verilmiştir. Sıcak duvar sıcaklığı 305K, soğuk duvar sıcaklığı 295K diğer duvarlar adyabatik olarak kabul edilmiştir. Çözümlemeler laminer akış için yapılmıştır. Kapalı hacim içinde hava bulunduğu (Pr=0,71) kabul edilmiştir. Havanın termo fiziksel özellikleri dikey iki duvar ortalama sıcaklıklarına göre programa girilmiştir. Basınç için Şaşırtmalı Hesap Noktaları Yöntemi (PRESTO) seçilmiştir. Basınç-hız çifti: SIMPLE, momentum ve enerji için Second Order Upwind yöntemleri seçilmiştir.

Fluent programının işletilmesi sonucunda elde edilen değerler aşağıdaki formüllerde kullanılarak, sıcak yüzey için Nusselt Sayıları hesaplanmıştır.

$$h_{eff} = \frac{q''}{\Delta T} \quad (1)$$

$$Nu = \frac{h_{eff} \cdot L}{k} \quad (2)$$

$$\Delta T = T_h - T_c \quad (3)$$

Sistemde Rayleigh sayısını hesaplamak için aşağıdaki formül kullanılmıştır.

$$Ra_L = \frac{g.\beta.(T_h - T_c).L^3}{\nu_\infty . \alpha_\infty} \quad (4)$$

Yan duvar sıcaklıkları sabit alınmış, hacim boyutları değiştirilerek Rayleigh sayıları değiştirilmiştir. Hesaplanan bu Rayleigh sayıları için belirlenen sınır koşullarına göre Fluent CFD ile iki boyutlu ve üç boyutlu çözüm yapılmıştır.

$Ra=1.10^3$, $Ra=1.10^4$, $Ra=1.10^5$, $Ra=1.10^6$ ve $Ra=1.10^7$ için gerekli kapalı hacim boyutları tespit edilmiştir. Bu boyutlardaki hacimlerin seçilen sıcaklık değerlerindeki akışkan termo-fiziksel özellikleri programa ayrı ayrı girilerek beş kez çözüm yaptırılmıştır.

Çözümlemelerde 61x61x61 adet çözüm ağı kullanılmıştır. Çözümlemelerde her problem için aynı çözüm yöntemleri seçilmiştir.

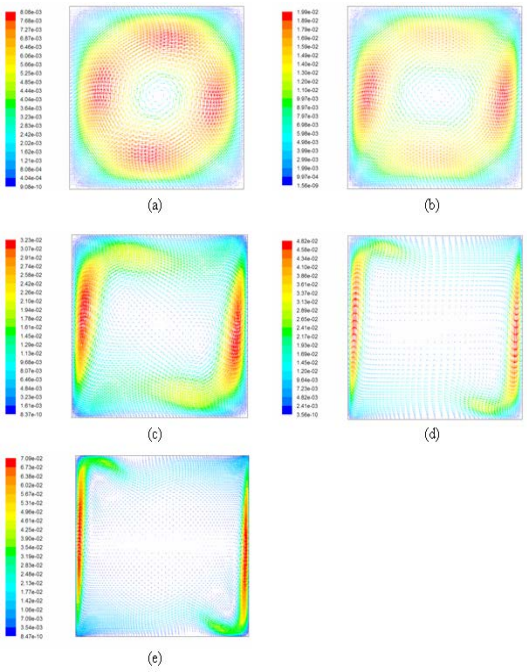
3. SAYISAL ÇÖZÜM SONUÇLARI

Yapılan hesaplamalar sonucu bulunan hız vektörleri ve sıcaklık haritaları şekiller halinde aşağıda sunulmuştur. İki boyutlu ve üç boyutlu çözümlemelerde elde edilen şekiller birbirlerine çok benzediği için sadece iki boyutlu çözümler sonucu elde edilen şekiller verilmiştir.

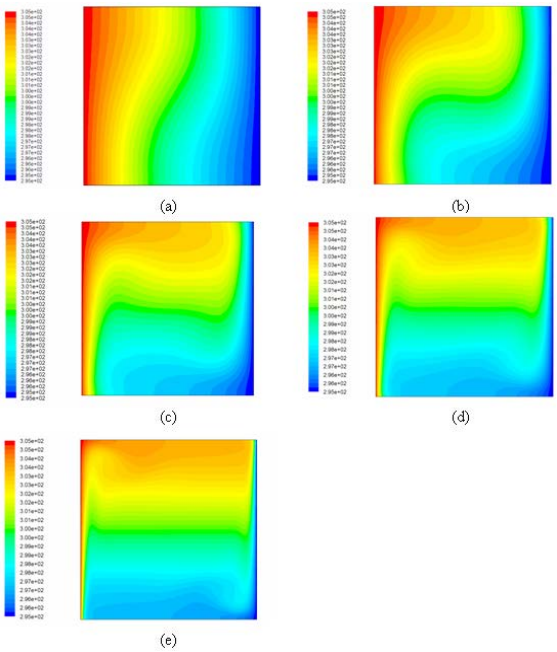
Şekil 2 incelenirse, $Ra=10^3$ için kapalı hacim içerisinde, merkezi kapalı hacmin merkezi olan bir girdap oluşmaktadır. Rayleigh sayısı artıkça, merkezdeki girdap yerine, düşey duvarlara yakın akımların gerçekleştiği gözlemlenir. Kapalı hacim merkezinde hareketsiz bir bölge oluşur. Elde edilen sonuçlar Schmidt (1996) tarafından verilen sayısal sonuçlar ile karşılaştırıldığında, şekillerin birbirlerine benzediği görülmektedir.

Şekil 3'de sabit sıcaklık eğrilerinin Rayleigh sayısı ile değişimi gösterilmiştir. Rayleigh sayısı 1.10^3'de düşeyde birbirine paralel çizgiler halindedir. Rayleigh sayısının artması taşınım ısı geçişinin de artmasına neden olur. Sonuçta düşey duvarlarda ısıl sınır tabaka meydana gelirken, kapalı hacim merkezinde yatay paralel çizgiler

haline gelmektedir.



Şekil 2. Hız vektörleri (a) Ra=1.10^3; (b) Ra=1.10^4; (c) Ra=1.10^5; (d) Ra=1.10^6; (e) Ra=1.10^7, (T_h=305K, T_c=295K)



Şekil 3. Sabit sıcaklık eğrileri (a) Ra=1.10^3; (b) Ra=1.10^4; (c) Ra=1.10^5; (d) Ra=1.10^6; (e) Ra=1.10^7, (T_h=305K, T_c=295K)

Bu problemde en önemli büyüklük, sıcak duvar için hesaplanan Nusselt sayısıdır. Literatürde verilen değerler genelde sıcak duvar için hesaplanan Nusselt sayısıdır. Hesaplamalar sonucu sıcak duvar için bulunan Nusselt

sayıları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Rayleigh sayılarına göre sıcak duvarda hesaplanan Nusselt sayıları

Rayleigh Sayısı	Nusselt sayısı (2 D)	Nusselt sayısı (3 D)
1.10^3	1,11	1,05
1.10^4	2,22	2,02
1.10^5	4,49	4,27
1.10^6	8,76	8,52
1.10^7	16,44	16,16

Bulunan Nusselt değerleri ile Sigma-Plot programı yardımıyla aşağıdaki korelasyon çıkarılmıştır.

İki boyutlu çözüme göre:

$$Nu= 0,1729.Ra^{0,2828} \quad (5)$$

Üç boyutlu çözüme göre:

$$Nu= 0,1530.Ra^{0,2893} \quad (6)$$

4. BULUNAN DEĞERLERİN LİTERATÜRLE KARŞILAŞTIRILMASI

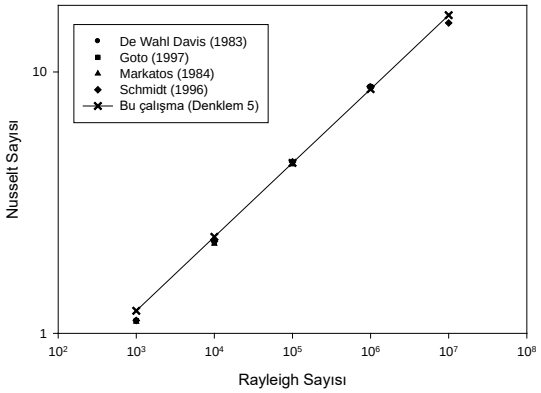
Bu çalışmada verilen korelasyonla sıcak duvar için iki boyutlu ve üç boyutlu Nusselt sayıları hesaplanmış ve literatürde benzer şartlarda yapılmış çalışmalarda verilen Nusselt sayılarıyla karşılaştırılmıştır. Tablo 2 ve Tablo 3'de bu karşılaştırma verilmiştir.

Tablo 2. İki boyutlu model için verilen korelasyonla bulunan Nusselt sayısının literatürle karşılaştırması

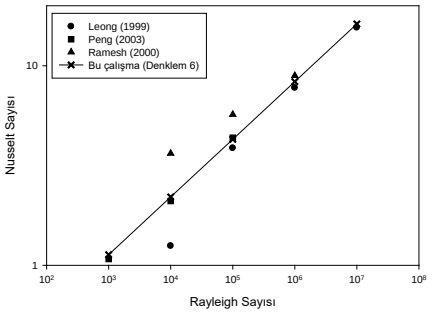
Ra Sayısı	De Wahl Davis (1983)	Goto (1997)	Markatos (1984)	Schmidt (1996)	Bu Çalışma (Denk. 5)
1.10^3	1,118	1,116	1,108	1,12	1,22
1.10^4	2,243	2,236	2,201	2,25	2,34
1.10^5	4,519	4,496	4,43	4,53	4,49
1.10^6	8,800	8,781	8,754	8,73	8,60
1.10^7	Bilgi yok	Bilgi yok	Bilgi yok	15,4	16,50

Tablo 3. Üç boyutlu model için verilen korelasyonla bulunan Nusselt sayısının literatürle karşılaştırması

Ra Sayısı	Leong (1999)	Peng (2003)	Ramesh (2000)	Bu Çalışma (Denk. 6)
1.10^3	Bilgi yok	1.075	Bilgi yok	1,13
1.10^4	1.251	2.100	3.637	2,20
1.10^5	3.868	4.361	5.699	4,28
1.10^6	7.755	Bilgi yok	8.929	8,33
1.10^7	15.549	Bilgi yok	Bilgi yok	16,21



Şekil 4. İki boyutlu model için verilen korelasyonla bulunan Nusselt sayısının literatürle karşılaştırması



Şekil 5. Üç boyutlu model için verilen korelasyonla bulunan Nusselt sayısının literatürle karşılaştırması

Şekil 4 ve Şekil 5 incelendiğinde, bulunan sonuçların literatür sonuçları ile oldukça uyumlu olduğu görülmektedir.

5. SONUÇ

Bu çalışmada elde edilen hız ve sıcaklık haritaları yardımıyla akış hakkında bilgi sahibi olunmuştur. Rayleigh sayısının artması ile hacim orta bölgesindeki hava hareketlerinin duvar bölgesine kaydığı tespit edilmiştir. Sıcaklık eğrilerinin Rayleigh sayısının artması ile düşey çizgi profilinden yatay çizgi profiline geçtiği görülmüştür. Çalışmada yan düşey duvarlardan biri sıcak diğeri soğuk olan her türlü problemde kullanılabilecek hem iki boyutlu hem üç boyutlu Ra-Nu korelasyonları bulunmuştur. Bulunan korelasyonlar literatür sonuçları ile karşılaştırılmış ve sonuçların uyum içinde olduğu tespit edilmiştir. Verilen bu korelasyonlarla farklı sıcaklıklardaki duvarlara sahip kapalı hacim içinde gerçekleşen laminer akış problemlerinde, hacim duvar sıcaklıklarının bilinmesi ile sıcak yüzey için Nusselt sayısı ve sıcak yüzey için taşınım katsayıları tespit edilebilecektir.

KAYNAKLAR

[1] Ahmed, G.R., Yovanovich, M.M., "Numerical Study of Natural Convection from Discrete Heat Sources in a Vertical Square Enclosure", J. Thermo Physics, March 1992, v.6, p.121-127.

[2] Aktaş, M.K., Farouk, B., "Numerical Simulation of Developing Natural Convection in an Enclosure due to Rapid Heating", International Journal of Heat and Mass Transfer, Sep. 2002, v.46, p.2253-2261.

[3] Arcidiacono, S., Piazza, I.D., Ciofalo, M., "Low-Prandtl Number Natural Convection in Volumetrically Heated Rectangular Enclosures II. Square Cavity, A_R=1", International Journal of Heat and Mass Transfer, March.2000, v.44, p.537-550.

[4] Aydın, O., Ünal, A., Ayhan, T., "Natural Convection in Rectangular Enclosures Heated from One Side and Cooled from Ceiling", International Journal of Heat and Mass Transfer, Sept.1998, v.42, p.2345-2355.

[5] Bejan, A., Convection Heat Transfer, John Wiley & Sons, New York, 1995.

[6] Chen, K.S., Ho, J.R., Humphrey, J.A.C., "Steady Two-Dimensional Natural Convection in Rectangular Cavities with Differentially Heated Walls", Journal of Heat Transfer, 1987, v.109, p.400-406.

[7] De Vahl Davis, G., "Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Benchmark Numerical Solution", International Journal for Numerical Methods in Fluids, May-Jun. 1983, v.3, p.249-264.

[8] Frederick, R.L., Quiroz, F., "On the Transition from Conduction to Convection Regime in a Cubical Enclosure with a Partially Heated Wall", International Journal of Heat and Mass Transfer, May.2001, v.44, p.1699-1709.

[9] Goto, T., Suzuki, M., "A Boundary Integral Equation Method for Analysis of Natural Convection", Int. Comm. Heat and Mass Transfer, Jan.1997, v.24, p.663-672

[10] Leal M.A., Machado, H.A., Cotta, R.M., "Integral Transform Solution of Transient Natural Convection in Enclosures with Variable Fluid Properties", International Journal of Heat and Mass Transfer, January 2000, v.43, p.3977-3990.

[11] Leong, W.H., Hollands, K.G.T., Brunger, A.P., "Experimental Nusselt Numbers for a Cubical Cavity Benchmark Problem in Natural Convection", International Journal of Heat and Mass Transfer, June 1999, v.42, p.1979-1989.

[12] Markatos, N.C., Pericleous, K.A., "Laminar and Turbulent Natural Convection in an Enclosed Cavity", International Journal of Heat and Mass Transfer, May.1984, v.27, p.755-772.

[13] Peng, Y., Shu, C., Chew Y.T., "A 3D Incompressible Thermal Lattice Boltzmann Model and Its Application to Simulate Natural Convection in a Cubic Cavity", Journal of Computational Physics, Agu.2003, v193, p260-274.

[14] Ramesh, N., Venkateshan, S.P., "Experimental Study of Natural Convection in a Square Enclosure Using Differential Interferometer", International Journal of Heat and Mass Transfer, May.2000, v.44, p.1107-1117.

[15] Schmidt, D.J., "Buoyancy-induced Flows within a Two-dimensional Square Enclosure", MSc Thesis, April 1996, Clarkson University, New York.