T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MODELDEN BAĞIMSIZ VERİ GÜDÜMLÜ OPTİMAL KONTROL YAKLAŞIMI İLE BELİRSİZLİK İÇEREN YAPISAL SİSTEMLERİN AKTİF KONTROLÜ

Bilal GÖRMÜŞ

DOKTORA TEZİ
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Makine Teorisi ve Kontrol Programı

Danışman
Doç. Dr. Hakan YAZICI

İkinci Danışman
Prof. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL

Ocak, 2026

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MODELDEN BAĞIMSIZ VERİ GÜDÜMLÜ OPTİMAL KONTROL YAKLAŞIMI İLE BELİRSİZLİK İÇEREN YAPISAL SİSTEMLERİN AKTİF KONTROLÜ

Bilal GÖRMÜŞ tarafından hazırlanan tez çalışması 28.01.2026 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Makine Teorisi ve Kontrol Programı **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Hakan YAZICI
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Prof. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL
Glasgow Caledonian University
İkinci Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Hakan YAZICI, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Doç. Dr. Ali Fuat ERGENÇ, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi _____

Doç. Dr. Mehmet Selçuk ARSLAN, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Prof. Dr. Mehmet Nur Alpaslan PARLAKÇI, Üye
İstanbul Bilgi Üniversitesi _____

Danışmanım Doç. Dr. Hakan YAZICI sorumluluğunda tarafımca hazırlanan MODELDEN BAĞIMSIZ VERİ GÜDÜMLÜ OPTİMAL KONTROL YAKLAŞIMI İLE BELİRSİZLİK İÇEREN YAPISAL SİSTEMLERİN AKTİF KONTROLÜ başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Bilal GÖRMÜŞ

İmza

TEŞEKKÜR

Öncelikle yüksek lisans ve doktora eğitimim boyunca bilgi birikimini benimle paylaşan, beni kontrol teorisi ile tanıştıran, akademik açıdan her zaman yanımda olan ve öğretilerini hayatım boyunca hatırlayacağım tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Hakan YAZICI'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmam süresince bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşmaktan çekinmeyen, her zaman bakış açımı geliştiren ve desteğini her aşamada hissettiğim tez ikinci danışmanım Sayın Prof. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL'a teşekkür ederim.

Tez izleme sürecinde çalışmama değerli görüş ve önerileriyle katkı sağlayan, yönlendirici geri bildirimleriyle tezimin olgunlaşmasına yardımcı olan tez izleme komitesindeki değerli hocalarım Doç. Dr. Mehmet Selçuk ARSLAN ve Doç. Dr. Ali Fuat ERGENÇ'e teşekkür ederim.

Son olarak, her zaman yanımda olarak bana inanan ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen babam Abdullah GÖRMÜŞ'e, annem Huriye GÖRMÜŞ'e, abim Tahsin GÖRMÜŞ'e ve bu süreç boyunca sabrı, anlayışı ve desteğiyle her zaman yanımda olan müstakbel eşim Özlem GÜRSOY'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bilal GÖRMÜŞ

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ vi

KISALTMA LİSTESİ viii

ŞEKİL LİSTESİ ix

TABLO LİSTESİ xi

ÖZET xii

ABSTRACT xiv

1 GİRİŞ 1

1.1 Literatür Özeti 5

1.2 Tezin Amacı 12

1.3 Orijinal Katkı 14

2 PROBLEMİN TANIMLANMASI VE ÖN HAZIRLIKLAR 17

2.1 Kontrol Probleminin Tanımlanması 17

2.2 Kapalı Çevrim Parametrizasyonu 19

2.3 Doğrusal Matris Eşitsizliklerinin Genişletilmesi 20

2.4 Tam Blok S-Prosedürü 21

2.5 Dışbükey-Kabuk Gevşetmesi 23

3 VERİ GÜDÜMLÜ KARMA $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ KONTROLÖR TASARIMI 25

3.1 Veri Güdümlü $\mathcal{H}_2$ Kontrolörü 25

3.2 Veri Güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü 31

3.2.1 Sayısal Örnek 1: Veri Güdümlü Öğrenme Performansının Karşılaştırılması 37

3.3 Veri Güdümlü Karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü 39

3.4 Model Tabanlı Karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü 41

4 VERİ GÜDÜMLÜ KUTUP YERLEŞTİRMELİ $\mathcal{H}_\infty$ KONTROLÖR TASARIMI 43

4.1 Doğrusal Matris Eşitsizliği Bölgeleri 43
4.2 Ayrık Zamanlı Sistemler İçin Doğrusal Matris Eşitsizliği Bölgeleri . 45
4.3 Çembersel ve Elipsoidal Doğrusal Matris Eşitsizliği Bölgeleri ile Veri Güdümlü Kutup Yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü 49
4.3.1 Sayısal Örnek 2: Bozucu Sınırlarına Bağlı Olarak Veri Güdümlü Kontrol Yönteminin Uygulanabilirliği 52
4.3.2 Sayısal Örnek 3: Kararsız Sistem Üzerinde Veri Güdümlü Kutup Yerleştirmesi 58

5 SİMÜLASYON ÇALIŞMALARI 61
5.1 Senaryo 1: Veri Güdümlü Karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörün Çok Amaçlı Performansı 66
5.2 Senaryo 2: Veri Güdümlü Kutup Yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolör ile Geçici Rejim Performansının İyileştirilmesi 71
5.3 Senaryo 3: Veri Güdümlü Kontrol Yönteminin Pratikte Uygulanabilirliği 79
5.4 Senaryo 4: Veri Güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolör Tasarımının Literatürde Önerilen Bir Yöntem ile Tutuculuk Açısından Karşılaştırılması . . . 85

6 SONUÇ 91

KAYNAKÇA 93

A KONTROLÖR 3'ÜN m. DOSYASI 101

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR 109

SİMGE LİSTESİ

$\mathsf{diag}(\cdot)$	Diyagonal Matris
$\mathcal{E}(\cdot)$	Elipsoit
$\|(\cdot)\|_2$	$\mathcal{H}_2$ Normu
$\|(\cdot)\|_\infty$	$\mathcal{H}_\infty$ Normu
$\mathsf{He}(\cdot)$	$\mathsf{He}(\cdot) = (\cdot) + (\cdot)^T$
$\forall$	Her Durum İçin
$\mathbb{R}^i$	i Boyutlu Vektör Uzayı
$\mathbb{R}^{i\times j}$	$i \times j$ Boyutlu Gerçek Sayılar Kümesi
$\in$	İlgili Kümenin Elemanı Olmak
$\blacksquare$	İspat Sonu
$\mathbb{C}$	Karmaşık Düzlem
$\otimes$	Kronecker Çarpımı
I_m	$m \times m$ Boyutunda Birim Matris
$0_{m\times n}$	$m \times n$ Boyutunda Sıfır Matris
$(\cdot)^T$	$(\cdot)$ Matrisinin Devriği
$\mathsf{iz}(\cdot)$	$(\cdot)$ Matrisinin İzi
$(\cdot) \prec 0$	$(\cdot)$ Matrisinin Simetrik Negatif Tanımlılığı
$(\cdot) \preceq 0$	$(\cdot)$ Matrisinin Simetrik Negatif Yarı Tanımlılığı
$*$	Matristeki Simetrik Olan Blok Eleman
$(\cdot) \succ 0$	$(\cdot)$ Matrisinin Simetrik Pozitif Tanımlılığı
$(\cdot) \succeq 0$	$(\cdot)$ Matrisinin Simetrik Pozitif Yarı Tanımlılığı
$\mathsf{sup}(\cdot)$	$(\cdot)$'nın Supremumu
$(\cdot)^{-1}$	$(\cdot)$'nın Tersi

$(\cdot) < 0$	$(\cdot)$ Skalerinin Negatif Tanımlılığı
$(\cdot) \leq 0$	$(\cdot)$ Skalerinin Negatif Yarı Tanımlılığı
$(\cdot) > 0$	$(\cdot)$ Skalerinin Pozitif Tanımlılığı
$(\cdot) \geq 0$	$(\cdot)$ Skalerinin Pozitif Yarı Tanımlılığı
$\mathsf{conv}(\cdot)$	$(\cdot)$ Sonlu Kümesinin Dışbükey Kabuğu
$\triangleq$	Tanımsal Eşitlik

KISALTMA LİSTESİ

DKD	Doğrusal Kesirli Dönüşüm
DME	Doğrusal Matris Eşitsizliği
KO	Karekök Ortalama
TT	Tepeden Tepeye

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 4.1 Sürekli Zamanlı ve Ayrık Zamanlı Sistemler için Temel Kutup Yerleşim Bölgeleri ([28]) 44
Şekil 4.2 Teorem 4.1 ile Örnek 4.1'deki Kutup Yerleşimleri 54
Şekil 4.3 Örnek 4.2'deki Kutup Yerleşimleri 59
Şekil 5.1 Dört Katlı Yapısal Sistemin Fiziksel Modeli 61
Şekil 5.2 30, 60, 40 ve 20 Saniyelik Süreler Boyunca Kaydedilen, Sırasıyla El Centro Depremi (1940), Kocaeli Depremi (1999), San Francisco Depremi (1906) ve Erzincan Depremi (1992) Yer Hareketleri 65
Şekil 5.3 Kontrolör 3 ve Kontrolör 5 için El Centro Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları 69
Şekil 5.4 Kontrolör 3 ve Kontrolör 5 için El Centro Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri 69
Şekil 5.5 Kontrolör 3 ve Kontrolör 5 için Dört Katlı Yapısal Sistemin Frekans Cevapları 70
Şekil 5.6 Kontrolör 3 ve Kontrolör 5 için Kocaeli Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları 71
Şekil 5.7 Kontrolör 3 ve Kontrolör 5 için Kocaeli Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri 71
Şekil 5.8 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Kutup Yerleşimleri . . 73
Şekil 5.9 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile El Centro Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları 73
Şekil 5.10 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile El Centro Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri 74
Şekil 5.11 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile El Centro Depremi Altında TT ve KO Zaman Cevapları 74
Şekil 5.12 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 için Dört Katlı Yapısal Sistemin Frekans Cevapları 76
Şekil 5.13 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Kocaeli Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları 77
Şekil 5.14 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Kocaeli Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri 77

Şekil 5.15 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Kocaeli Depremi Altında TT ve KO Zaman Cevapları 77
Şekil 5.16 Kontrolör 3 ile Farklı M Değerleri için Frekans Cevapları 82
Şekil 5.17 Kontrolör 6 ile Farklı M Değerleri için Frekans Cevapları 83
Şekil 5.18 Kontrolör 7 ile Farklı M Değerleri için Frekans Cevapları 83
Şekil 5.19 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 ile El Centro Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları 87
Şekil 5.20 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 ile El Centro Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri 87
Şekil 5.21 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 için Dört Katlı Yapısal Sistemin Frekans Cevapları 88
Şekil 5.22 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 ile Kocaeli Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları 89
Şekil 5.23 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 ile Kocaeli Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri 89

TABLO LİSTESİ

Tablo 3.1 Örnek 3.1 ile Elde Edilen γ_∞ Değerleri 39
Tablo 4.1 Örnek 4.1 ile Farklı ϵ Değerleri İçin Çözümün Uygulanabilirliği . 53
Tablo 5.1 Dört Katlı Yapısal Sistemin Parametreleri 63
Tablo 5.2 Kontrol Yöntemleri 64
Tablo 5.3 Veri Güdümlü Kontrol Yöntemlerinin Tasarım Parametreleri . . . 65
Tablo 5.4 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile El Centro Depremi Altında Rölatif Yerdeğiştirmelerin TT ve KO Değerleri 75
Tablo 5.5 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Kocaeli Depremi Altında Rölatif Yerdeğiştirmelerin TT ve KO Değerleri 78
Tablo 5.6 Farklı D_u Ölçeklendirmeleri Altında Veri Güdümlü Kontrolörlere Ait Sayısal Sonuçlar 79
Tablo 5.7 Kontrolör 3 ile TT ve KO Zaman Cevapları 80
Tablo 5.8 Kontrolör 6 ile TT ve KO Zaman Cevapları 81
Tablo 5.9 Kontrolör 7 ile TT ve KO Zaman Cevapları 81
Tablo 5.10 Kontrolör 3, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile San Francisco Depremi Altında Zaman Cevaplarının TT ve KO Değerleri 84
Tablo 5.11 Kontrolör 3, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Erzincan Depremi Altında Zaman Cevaplarının TT ve KO Değerleri 84
Tablo 5.12 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 için Elde Edilen γ_∞ Değerleri 90

ÖZET

MODELDEN BAĞIMSIZ VERİ GÜDÜMLÜ OPTİMAL KONTROL YAKLAŞIMI İLE BELİRSİZLİK İÇEREN YAPISAL SİSTEMLERİN AKTİF KONTROLÜ

Bilal GÖRMÜŞ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Doktora Tezi

Danışman: Doç. Dr. Hakan YAZICI
İkinci Danışman: Prof. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL

Doktora tez çalışmasında, herhangi bir matematiksel model gerektirmeyen, doğrusal matris eşitsizliği (DME) tabanlı, doğrudan sistem üzerinden ölçülen sonlu veriler kullanılarak kapalı çevrim kararlılığını garanti eden ve normu sınırlı bozucuların etkisini bastırmayı amaçlayan, daha az tutucu, çok amaçlı yeni veri güdümlü kontrol yöntemleri sunulmaktadır. Geliştirilen yöntemlerde sistemin A ve B_u matrislerine ilişkin bir bilgiye ihtiyaç duyulmazken, kontrolör tasarımı için yalnızca sistem durumları ile bozucu giriş sınırlarının bilinmesi yeterlidir. İlk olarak, genişletilmiş DME'ler kullanılarak $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ performans kriterlerini eş zamanlı olarak dikkate alan veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı sunulmaktadır. Önerilen yaklaşımda bozucular, değişmez elipsoitler kullanılarak büyüklük açısından sınırlandırılmakta ve tam blok S-prosedürü tekniği yardımıyla normu sınırlı belirsizlikler şeklinde incelenmektedir. Bu teknik, dışbükey-kabuk gevşetmesinin uygulanmasını mümkün kılmaktadır. Ayrıca, DME'lere uygulanan genişletme tekniği sayesinde $\mathcal{H}_2$- ve $\mathcal{H}_\infty$-kontrol problemlerinde ortak Lyapunov matrisi kullanılma zorunluluğu ortadan kaldırılmakta ve ortak olmayan Lyapunov matrisleri kullanılabilmektedir. Böylelikle çok amaçlı kontrol problemi, minimum tutuculukla çözülebilen bir dışbükey optimizasyon problemi olarak elde edilmektedir. İkinci yöntemde, veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı, kapalı çevrim kutuplarının önceden belirlenmiş kararlılık bölgeleri içerisinde konumlanmasını

matematiksel olarak garanti edecek şekilde genişletilmiştir. Bu amaçla, ayrık zamanlı sistemler için çembersel ve elipsoidal DME tabanlı bölgesel kararlılık koşulları tanımlanmış ve bu koşullar altında veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımları geliştirilmiştir. Ele alınan çok amaçlı kontrol yaklaşımı, $\mathcal{H}_\infty$-kontrol ile sistemin sürekli rejim performansını garanti altına alırken, kutup yerleştirme teknikleri sayesinde geçici rejim yanıtlarını iyileştirmektedir. Önerilen kontrolörlerin etkinliği, El Centro (1940), Kocaeli (1999), San Francisco (1906) ve Erzincan (1992) depremleri sırasında kaydedilen yer hareketlerine maruz bırakılan dört katlı bir yapısal sistem üzerinde değerlendirilmiştir. Geliştirilen simülasyon senaryoları, önerilen veri güdümlü kontrol yöntemlerinin model tabanlı yaklaşımlarla karşılaştırılabilir düzeyde başarılı titreşim kontrolü sağladığını ve farklı deprem uyarımları ile sistem kütlesindeki değişimlere karşı dayanıklılık sergilediğini göstermektedir. Ayrıca, önerilen yöntemlerin literatürdeki veri güdümlü yaklaşımlara kıyasla daha az tutucu çözümler ürettiği sayısal örneklerle doğrulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü, veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü, doğrusal matris eşitsizlikleri, çok amaçlı kontrol, aktif yapısal kontrol.

ABSTRACT

ACTIVE CONTROL OF UNCERTAIN STRUCTURAL SYSTEMS VIA MODEL-FREE DATA-DRIVEN OPTIMAL CONTROL APPROACH

Bilal GÖRMÜŞ

Department of Mechanical Engineering
Doctor of Philosophy Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Hakan YAZICI
Co-supervisor: Prof. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL

This doctoral thesis introduces novel multi-objective data-driven control methods that eliminate the need for explicit mathematical models while guaranteeing closed-loop stability directly from finite measured data collected from the system. The proposed methods are formulated using linear matrix inequalities (LMIs) and aim to attenuate norm-bounded disturbances while reducing conservatism. In the developed approaches, the controller design does not require prior knowledge of the system matrices A and B_u; instead, it relies solely on bounds on the system states and the disturbance input. First, a dilated LMI framework is proposed to design a mixed $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ data-driven controller that simultaneously guarantees both $\mathcal{H}_2$ and $\mathcal{H}_\infty$ performance criteria. Disturbances are bounded in magnitude through invariant ellipsoidal sets and modeled as norm-bounded uncertainties via the full-block S-procedure, enabling a convex-hull relaxation. Furthermore, the proposed dilated LMIs eliminate the restrictive requirement of a common Lyapunov matrix by allowing noncommon Lyapunov matrices for $\mathcal{H}_2$- and $\mathcal{H}_\infty$-control objectives. Consequently, the multi-objective control problem is formulated as a convex optimization program with minimal conservatism. Second, the data-driven $\mathcal{H}_\infty$ controller design is augmented with regional pole-placement constraints to mathematically guarantee that the closed-loop poles remain within predefined stability regions. Circular and ellipsoidal LMI-based regional stability conditions are established for discrete-time systems, thereby enabling pole placement-based

$\mathcal{H}_\infty$ controller synthesis. While $\mathcal{H}_\infty$-control guarantees steady-state performance, the pole placement technique improves transient performance. The effectiveness of the proposed methods is validated on a four-storey structural system subjected to earthquake records, including El Centro (1940), Kocaeli (1999), San Francisco (1906), and Erzincan (1992). Simulation scenarios demonstrate that the proposed controllers achieve vibration suppression performance comparable to that of model-based designs while maintaining robustness against varying seismic excitations and system mass uncertainties. Additionally, comparative numerical studies show that the proposed framework yields less conservative solutions than existing data-driven approaches reported in the literature.

Keywords: Data-driven mixed $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ controller, data-driven pole placement–based $\mathcal{H}_\infty$ controller, linear matrix inequalities, multi-objective control, active structural control.

1
GİRİŞ

Kontrol teorisi, somut bir fiziksel sistemin belirli istenen özelliklere uygun biçimde davranmasını sağlama problemiyle ilişkilidir. Bu amaç doğrultusunda, kontrol edilecek sistem çoğunlukla bir kontrolör ile etkileşime sokularak kapalı çevrim bir yapı oluşturulur ve sistemin dinamik davranışı bu yapı aracılığıyla şekillendirilir. Kontrol tasarımı problemi, söz konusu kontrolörün matematiksel tanımının elde edilmesini ifade eder. Bu süreçte ilk adım, fiziksel sistemin matematiksel modelinin elde edilmesidir. Elde edilen model; adi veya kısmi diferansiyel denklemler, fark denklemleri ya da transfer fonksiyonları gibi farklı matematiksel temsillerle ifade edilebilir. Bu bağlamda matematiksel modelleme iki farklı şekilde gerçekleştirilebilir. Bunlardan ilki, sistemdeki değişkenlerin uymak zorunda olduğu temel fizik yasalarına dayalı olarak yapılan ve ilk prensiplere dayalı modelleme (*first principles modeling*) olarak adlandırılan yaklaşımdır. İkinci yöntem ise, sistem üzerinde yapılan deneylerden elde edilen ölçüm verileri aracılığıyla, sistem değişkenleri arasındaki matematiksel ilişkilerin tanımlanmasına olanak sağlayan sistem tanımlama (*system identification*) tekniklerine dayanmaktadır.

Sisteme ait matematiksel modelin elde edilmesinin ardından, kontrol tasarım problemindeki ikinci adım kontrol tasarım amaçlarının belirlenmesidir. Bu istenen davranış, çoğu zaman sisteme ait matematiksel modelin belirli niteliksel ya da niceliksel özelliklere sahip olması koşulu ile ifade edilebilir. Kontrol tasarım problemindeki son adım ise, sistem modeli ve kontrol tasarım amaçları temel alınarak uygun bir kontrolörün matematiksel olarak elde edilmesidir. Genel hatlarıyla bu yaklaşım, kontrol literatüründe model tabanlı kontrol tekniği olarak adlandırılmaktadır. Bununla birlikte, birçok gerçek sistemde fiziksel dinamiklerin karmaşıklığı, parametre belirsizlikleri, ölçüm gürültüleri veya dış bozucular nedeniyle güvenilir bir matematiksel modelin elde edilmesi zor ya da pratikte mümkün olmayabilir. Bu durum, model tabanlı kontrol yöntemlerinin uygulanabilirliğini ve elde edilen kontrol performansının güvenilirliğini sınırlayabilmektedir.

Son yıllarda sistem modeli oluşturmadan, doğrudan sistemden elde edilen ölçüm verilerine dayanarak kontrolör tasarımını mümkün kılan veri güdümlü kontrol (*data-driven control*) yaklaşımları önemli bir araştırma alanı hâline gelmiştir. Veriye dayalı kontrol tasarımına olanak veren sistem tanımlama tekniklerine kıyasla veri güdümlü kontrol, sistem tanımlama aşamasını devre dışı bırakarak elde edilen verileri doğrudan kapalı çevrim analiz ve kontrol tasarımında kullanır. Böylelikle model tanıma sürecine duyulan ihtiyaç ortadan kalkar ve kontrolör tasarımı tek aşamalı bir işleme dönüşür [1]. Veri güdümlü kontrol yöntemi, gerçek ölçüm verilerine dayalı olarak kontrolör tasarımı gerçekleştirmesi sayesinde matematiksel modelleme hatasından kaçınılmasını sağlar. Bu yaklaşımın, diğer veriye dayalı yöntemlere kıyasla en önemli üstünlüğü, kapalı çevrim kararlılığına ilişkin kesin matematiksel garantiler sunmasıdır. Bununla birlikte, veri güdümlü kontrol yönteminin bir diğer önemli avantajı, sistemin kapalı çevrim modelinin elde edilebilmesi için sistem üzerinden son derece az sayıda ölçüm alınmasının yeterli olmasıdır. Son yıllarda teorik keşif niteliğinde yapılan akademik çalışmalarla geliştirilen bu yöntem, özellikle Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME) temelli sunduğu çözümler sayesinde matematiksel modelleme problemini ortadan kaldırma konusunda güçlü bir aday olarak öne çıkmaktadır.

Aktif kontrol yöntemleri, deprem etkisi altındaki yapısal sistemlerde kararlılığı ve kontrol performansını garanti etmesi nedeniyle literatürde uzun yıllardır tercih edilen bir yaklaşımdır. Ancak yapısal sistemlerin karmaşık dinamik yapısı, parametre belirsizlikleri ve matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan hatalar gibi etkenler, bu sistemlerde matematiksel modelleme hatalarının kaçınılmaz olmasına yol açmaktadır. Model tabanlı aktif yapısal kontrol uygulamalarında bu durum, kontrol performansının önemli ölçüde düşmesine ve hatta sistemin kararsız olmasına yol açabilmektedir. Dayanıklı kontrol ve model öngörülü kontrol gibi yöntemler, model tabanlı tasarımlarda söz konusu problemleri azaltmaya yönelik önemli katkılar sunsa da, tasarım sürecinde ortaya çıkan tutuculuk ve yüksek hesaplama yükü gibi kısıtlar nedeniyle bu yaklaşımların pratik olarak uygulanabilirliği düşmektedir. Buna karşılık, fiziksel bir modele ihtiyaç duymadan doğrudan sistemden elde edilen verilerle çalışan veri güdümlü kontrol yaklaşımı, hem parametre belirsizliklerinin etkisini doğal olarak ortadan kaldırması hem de tasarım sürecini sadeleştirmesi sayesinde aktif yapısal kontrol ile son derece uyumludur. Bu yaklaşım, modelleme adımını devre dışı bırakarak doğrudan sistem verileri üzerinden kontrolör tasarımına olanak tanımakta ve böylece parametre belirsizliği içeren yapısal sistemlerde aktif kontrolün pratikte uygulanabilirliğini önemli ölçüde artırmaktadır. Aktif yapısal kontrol için literatürde, makine öğrenmesi ve pekiştirmeli öğrenme gibi teknikler kullanılarak

kara-kutu modelleme prensibine dayanan ve sistemin matematiksel modelini veriler üzerinden çıkarmayı amaçlayan modelden bağımsız kontrol yöntemleri de önerilmektedir. Ancak bu yaklaşımlarda, öğrenme algoritmalarının eğitimi için gerçek yapısal sistemden çok sayıda giriş-çıkış verisine ihtiyaç duyulması ve sistem kararlılığına ilişkin kesin matematiksel garantilerin sunulamaması önemli dezavantajlar olarak ortaya çıkmaktadır. Öte yandan, tasarımın doğrudan veriler üzerinden gerçekleştirilmesiyle aktif yapısal kontrol uygulamalarının uygulanabilirliğini önemli ölçüde artırabilecek olan veri güdümlü optimal kontrol anlayışının henüz yapısal sistemlere uygulanmadığı dikkat çekmektedir. Bu durum, veri güdümlü kontrolün yapısal sistemlere uygulanmasının önemini ortaya koymaktadır.

Bu bakış açısıyla doktora tez çalışmasında, sisteme dair herhangi bir matematiksel tanımlama gerektirmeyen, sonlu uzunlukta veri kullanan, kapalı çevrim sistem kararlılığını garanti eden, daha az tutucu, genişletilmiş DME tabanlı yeni çok amaçlı veri güdümlü kontrol yöntemleri geliştirilmektedir. İlk olarak geliştirilecek karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemi ile hem $\mathcal{H}_2$ hem de $\mathcal{H}_\infty$ performans kısıtları birlikte ele alınacaktır. İkinci olarak, ilk yöntem ile geliştirilen $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yönteminin sonuçlarından faydalanarak, ayrık zamanlı sistem kutuplarını çembersel ve elipsoidal DME tabanlı bölge sınırları içinde tutmayı matematiksel olarak garanti eden kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemi geliştirilecektir. Elde edilen çok amaçlı veri güdümlü kontrolör tasarımlarının aktif yapısal kontrol uygulamalarında kullanılmasıyla, yapısal sistemlerdeki parametre belirsizliği problemine yenilikçi bir çözüm getirilecektir.

Doktora tezi altı bölümden oluşmaktadır. Bu bölümde, veri güdümlü kontrol yöntemlerinin teorik temelleri ile literatürdeki güncel gelişmeler eleştirel bir bakış açısıyla özetlenmiştir. Sonrasında, aktif yapısal kontrol alanına ilişkin literatür taraması kapsamında, yapısal sistemlerde özellikle parametre belirsizlikleri ve modelleme hatalarının aktif kontrol sistemleri üzerindeki etkileri incelenmiş; bu bağlamda veri güdümlü kontrolörlerin yapısal sistemler için sunduğu potansiyel ortaya konulmuştur. Verilen literatür özeti ile tez çalışmasının motivasyonu ortaya konduktan sonra, tezin amacı, kapsamı ve literatüre sunduğu özgün katkılar ayrıntılı biçimde açıklanmıştır.

Bölüm 2'de, tez kapsamında ele alınan veri güdümlü kontrol probleminin matematiksel tanımı yapılmaktadır. Bu kapsamda, açık çevrim sistem modeli, kontrol hedefleri ve kullanılan varsayımlar sunulmakta; kapalı çevrim sistemin veriler üzerinden elde edilmesine yönelik parametrizasyon ayrıntılı biçimde açıklanmaktadır. Ayrıca, kontrolör tasarımında kullanılan DME'lerin

genişletilmesi, tam blok S-prosedürü ve dışbükey-kabuk gevşetme gibi temel yöntemler tanıtılmaktadır.

Bölüm 3'te, sistemin matematiksel modeli kullanılmadan, sonlu uzunlukta veriler yardımıyla geliştirilen veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarım yöntemi sunulmaktadır. Bu bağlamda, öncelikle $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımları, model tabanlı ve veri güdümlü yaklaşımlar çerçevesinde ayrı ayrı ele alınmıştır. Ayrıca, bu bölümde verilen bir örnek üzerinden, veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımının öğrenme performansı, literatürde kabul görmüş başka bir veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör ile karşılaştırmalı olarak değerlendirilmektedir. Sonrasında, elde edilen bu tasarımlar üzerinden çok amaçlı kontrol problemi tanıtılarak veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü elde edilmiştir. Son olarak, elde edilen veri güdümlü kontrolör tasarımını karşılaştırmak amacıyla, literatürde yer alan model tabanlı karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı sunulmuştur.

Bölüm 4'te, veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı ele alınmaktadır. Bu kapsamda, öncelikle kararlı $\mathcal{D}_R$ bölgeleri tanıtılmakta ve DME tabanlı çembersel ve elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşulları elde edilmektedir. Ardından, bu bölgeler altında veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarım yöntemleri geliştirilmektedir. Ayrıca bu bölümde iki örnek sunulmaktadır. İlk örnekte, geliştirilen çembersel $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşulu altında tasarlanan veri güdümlü kontrolör, literatürdeki öncü kutup yerleştirmeli kontrolör ile karşılaştırılmakta ve yöntemlerin uygulanabilir çözümler sunduğu bozucu sınırlarının genişliği irdelenmektedir. İkinci örnekte ise, kararsız bir sistem üzerinde geliştirilen veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımlarının performansı değerlendirilmektedir.

Bölüm 5'te, geliştirilen veri güdümlü kontrolörlerin etkinliği ve pratik uygulanabilirliği, dört katlı bir yapısal sistem modeli üzerinde gerçekleştirilen aktif kontrol uygulamalarına dayalı simülasyon çalışmaları aracılığıyla değerlendirilmektedir. Bu kapsamda tanımlanan ilk simülasyon senaryosunda, veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolörün çok amaçlı performansı, iki farklı deprem girdileri altında değerlendirilmektedir. İkinci senaryoda, veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörlerin geçici ve sürekli rejim performansları, ilk senaryoda kullanılan deprem girişleri altında incelenmektedir. Üçüncü senaryoda ise, veri güdümlü kontrolör tasarımlarının pratikte uygulanabilirliği, farklı kontrol stratejileri, farklı deprem girişleri ve parametre belirsizlikleri altında ele alınmaktadır. Son olarak, dördüncü senaryoda, literatürden alınan öncü bir veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör yapısı ile karşılaştırmalı değerlendirmeler sunulmaktadır.

Son bölümde, tez kapsamında geliştirilen veri güdümlü kontrol yöntemleri özetlenmekte ve elde edilen temel bulgular değerlendirilmektedir. Ayrıca, veri güdümlü kontrolör tasarımlarının aktif yapısal kontrol problemlerine sağladığı katkılar vurgulanmakta; önerilen yöntemin sınırlılıkları ile gelecekte yapılabilecek çalışmalar için olası araştırma yönleri tartışılmaktadır.

1.1 Literatür Özeti

Matematiksel modelin doğruluğu, model tabanlı kontrol yöntemlerinin performansı açısından büyük önem taşır. Ancak bazı kontrol sistemlerinin karmaşık yapısı, doğrusal olmayan dinamikleri ve sistemdeki parametre belirsizlikleri, bu modellerin tam ve doğru şekilde elde edilmesini zorlaştırır. Bunun doğal bir sonucu olarak ortaya çıkan modelleme hataları, model tabanlı kontrol yöntemlerinde performans düşüşlerine ve hatta kararlılık problemlerine yol açabilir. Bu noktada, sistem verilerinin kullanıldığı kontrol yöntemleri etkili çözümler sunabilmektedir [2]. Bu yöntemlerden biri olan sistem tanıma tekniklerine dayalı kontrol yaklaşımı, sistemden toplanan verileri kullanarak önce matematiksel modeli oluşturur ve ardından bu modeli temel alarak kontrol kanununu inşa eder. Ancak bu yaklaşım, modelin elde edilmesi ve kontrol algoritmasının geliştirilmesi olmak üzere iki aşamalı bir kontrol sürecini gerektirir. Modelden bağımsız bir kontrol yaklaşımı olan veri güdümlü kontrol yöntemi ise tasarım sürecinde sistemden elde edilen verileri doğrudan problemin çözümünde kullanır ve böylece tek aşamalı bir çözüm sunar. Buna ek olarak, makine öğrenmesi ve pekiştirmeli öğrenme gibi kara-kutu modelleme prensibine dayanan ve veriyi kullanarak sistemin matematiksel modelini çıkarmayı amaçlayan diğer modelden bağımsız yöntemlerle karşılaştırıldığında, veri güdümlü kontrol yaklaşımı daha az veri gerektirmesi ve kapalı çevrim kararlılığını garanti edebilmesi sayesinde yüksek pratik uygulanabilirlik sunar. Ayrıca bilindiği üzere, uyarlamalı (*adaptif*) kontrol yönteminde de sistem modeli kullanılmadan kontrolör tasarlanabilmesine rağmen, veri güdümlü kontrolü yenilikçi kılan temel fark, tek veya birkaç giriş-çıkış örneği yerine parametre ayarında büyük veri yığınlarının kullanılmasıdır [3]. Bu sayede veri güdümlü kontrol yöntemi, gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edilmesine olanak tanır. Tüm bu değerlendirmeler ışığında, veri güdümlü kontrol yöntemi kontrol performansını artırması ve tasarım sürecini basitleştirmesi sayesinde kontrol mühendisliğinde önemli bir etki yaratma potansiyeline sahiptir.

Ziegler ve Nichols'un [4] öncü çalışmasıyla ortaya çıkan veri güdümlü kontrol teorisi, sonraki yıllarda yapay sinir ağları [5] ve doğrudan uyarlamalı kontrol [6] gibi yöntemlerin veriye dayalı geliştirilmesiyle devam etmiştir. Son

dönemlerde, sistem üzerinden ölçülen verilerin optimal kontrol probleminin çözümünde kullanılması sıkça çalışılan bir konu hâline gelmiştir. Skelton ve Shi [7] yaptıkları çalışmada, Doğrusal Karesel Gaussian (*Linear Quadratic Gaussian, LQG*) kontrolör tasarımını yalnızca sistemin giriş-çıkış verilerini kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Riccati denklemlerine dayalı bu yöntem ile yazarlar, kontrol sistemine ait herhangi bir fiziksel bilgiye ihtiyaç duymadan optimal bir kontrol yasası elde etmişlerdir. Ardından Aangenent vd. [8], Markovian sistem parametreleri içeren optimal kontrolör tasarımını veriye dayalı bir gözlemci ile oluşturmuşlardır. Bu iki doğrusal karesel temelli veri güdümlü kontrolör tasarımında da durum geri besleme kazancı doğrudan elde edilememiş; bunun yerine optimal geri besleme kazancı her bir zaman anında doğrudan verilerle tahmin edilmiştir. Bu nedenle yapılan çalışmalar, klasik formülasyonla ifade edilen doğrusal karesel kontrol problemini çözememiştir. Gonçalves da Silva vd. [9], kontrol sisteminin giriş ve durumlarından oluşan bir veri kümesini kullanarak, doğrusal karesel regülatör yöntemiyle sonsuz ufuklu durum geri besleme kontrol kazancını hesaplayan yeni bir veri güdümlü kontrolör tasarımı geliştirmişlerdir. Willems vd. [10] ise yaptıkları çalışmada, bir giriş ve gürültü sinyali ile sistem sürekli olarak uyarıldığında, bu sinyallerin sistemin tüm yörüngelerini kapsadığını göstermişlerdir. Bu çalışma ile elde edilen sonuçlar, veri güdümlü kontrol kuramındaki son dönem gelişmelere temel oluşturmuştur. Örneğin Romer vd. [11], sistemi tanımlamak için ölçülen verilere dayalı enerji kaybı temelli bir dağıtıcılık (*dissipativity*) yöntemini sunmuşlardır. Yazarlar, çalışmalarında ayrık zamanlı doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için dayanıklı bir kontrolör sentezi geliştirmişlerdir. Doğrusal geri beslemeli sistemlerin parametrizasyonunu gerçekleştirerek doğrusal karesel regülatör ve geri beslemeli sistemlerin kararlılığı problemlerini çözen de Persis ve Tesi [12], geliştirdikleri bu yeni yöntem ile veri güdümlü kontrolör tasarımının DME'ler ile oluşturulabileceğini göstermişlerdir. DME'lerin optimal kontrol teorisinde yaygın olarak kullanıldığı göz önüne alındığında, bu yapıların veri güdümlü kontrol kapsamında etkin biçimde kullanılabilmesi, literatürde kontrolör tasarımına yönelik önemli bir kavramsal ve yöntemsel ilerleme sunmaktadır.

$\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ normları, kontrolör tasarımlarında kontrol amaçlarının tanımlanmasında sıklıkla kullanılan yöntemlerdir ve sırasıyla sistemin arzu edilen performans çıkışından bozucu girişlerine olan transfer fonksiyonunun iki ve sonsuz normları ile ifade edilmektedir. $\mathcal{H}_2$- ve $\mathcal{H}_\infty$-norm kontrollerindeki temel amaç ise ilgili normların en aza indirilmesidir. Son yıllarda, bu normlara dayalı veri güdümlü kontrolör tasarımı üzerine yapılan çalışmalar oldukça dikkat çekicidir. Frekans cevapları üzerinden çok değişkenli sistemleri tanımlayan Karimi ve Kammer

[13], $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemine farklı bir çözüm önermişlerdir. Bu yöntemde performans kriterinin bir iç yakınsaması, belirli bir ilk dengeleyici kontrolör etrafında türetilmiş ve optimal kontrolör, bir dizi dışbükey optimizasyon probleminin iteratif olarak çözülmesiyle elde edilmiştir. Yöntemin yalnızca frekans yanıtı verilerine dayanması sebebiyle, kapalı çevrim sisteminin kararlılığı Nyquist kararlılık kriteri ile garanti edilmiştir. Literatüre farklı bir yaklaşım sunan van Waarde vd. [14], sınırlı gürültü verileri ile yeni bir karesel S-lemma matrisi tanımlayarak durum geri beslemeli bir veri güdümlü kontrol yöntemi geliştirmişlerdir. Çalışmada yazarlar, karesel kararlılık çerçevesinde $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemlerine çözüm sunmuşlardır. Berberich vd. [15], büyüklük açısından sınırlandırılmış bir bozucu giriş altında çalışan sistemlerin kontrolünde sonlu uzunluktaki giriş-durum verilerini kullanarak yeni bir dayanıklı veri güdümlü kontrolör tasarımı önermişlerdir. Yazarlar, yöntemde $\mathcal{H}_\infty$ performans kısıtlarını dikkate alarak kapalı çevrim kararlılığını garanti etmişlerdir. Ancak, Berberich vd. [15] ile van Waarde vd. [14] tarafından geliştirilen bu optimal kontrol yöntemleri ile veriye dayalı getirilen çözümler, kontrol probleminde ek koşul ve kısıtlara da yol açmaktadır. Sistemde bir ödünleşmeye neden olan bu durum, tutuculuk problemini de beraberinde getirmektedir. Son yıllarda literatürde, bu problemin üstesinden gelmek ve kontrol performansını artırmak amacıyla daha az tutucu kontrolör tasarımları üzerine çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Berberich vd. [16], giriş-durum ve giriş-çıkış olmak üzere sistem üzerinden elde edilen iki farklı veri setini birlikte kullanarak daha az tutucu çözümler sunabilen, DME temelli bir çıkış geri beslemeli kontrolör tasarımı önermişlerdir. Yazarlar, sisteme ait belirsizlik ve bozucu ön bilgilerine sahip olunan durumda sistemi asimptotik olarak kararlı kılan $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemleri geliştirmişlerdir. Giriş-durum ve giriş-çıkış verilerinin birlikte kullanıldığı bir başka çalışmada ise Steentjes vd. [17], giriş-çıkış verileri üzerinde S-prosedürü ile ikinci dereceden bir bozucu sınırı tanımlamış ve bu sınırlandırılmış girişleri kullanarak $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemlerine çıkış geri beslemeli veri güdümlü bir çözüm önermişlerdir. Kucukdemiral vd. [18] ise, sadece giriş-durum verileri üzerine veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör gerçekleştirmelerine karşın, tasarımı DME'lerin genişletilmesi üzerine tasarlaması ve bozucuları tam blok S-prosedür tekniği yardımıyla belirsiz ele almasıyla daha az tutucu sonuçlar elde etmişlerdir. Öte yandan, veri güdümlü kontrol yaklaşımlarının doğası gereği ortaya çıkan tutuculuğa ek olarak, $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ gibi farklı performans ölçütlerinin aynı tasarım çerçevesinde ele alınması durumunda ortaya çıkacak çok amaçlı kontrol problemi, performans kriterleri arasındaki kaçınılmaz ödünleşme nedeniyle bu tutuculuğun daha da artmasına neden olacaktır.

Bir kontrol sisteminde $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ performans kriterlerinin birlikte ele alınması, farklı kontrol hedeflerine aynı anda odaklanılmasına olanak tanımaktadır. Bu nedenle karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrol probleminin veri güdümlü kontrolör tasarımıyla ele alınması, kontrol yönteminin performansını artıracaktır. Bu amaçla, uyarlamalı dinamik programlama ile $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemlerini birlikte inceleyen Pu vd. [19], bilinen bir bozucu giriş kullanarak sistem modeline ihtiyaç duymadan bir kontrolör tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Yöntemde yapay sinir ağının parametrelerini tahmin etmek için en küçük kareler yöntemi kullanılmış ve böylece hibrit kontrol probleminin çözümünde sistemin kesin dinamik bilgilerine ihtiyaç duyulmamıştır. Kapalı çevrim kutuplarını bir DME bölgesi içinde tutmayı amaçlayan çalışmalarıyla Mukherjee ve Hossain [20], $\mathcal{D}$-kararlılık ve karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemine veri güdümlü bir çözüm önermişlerdir. Steentjes vd. [21] ise polihedral çapraz-kovaryans ile sınırlandırdıkları bozucu girdiler altında bir veri güdümlü kontrolör tasarımı geliştirmişlerdir. Çalışmada karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemi DME'ler ile ifade edilmiştir. Öte yandan karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımında farklı kontrol hedefleri arasındaki ödünleşme, tutuculuk problemini beraberinde getirebilmektedir. Bu bağlamda literatürde yer alan mevcut çalışmalar, hem veri güdümlü kontrol yaklaşımlarının doğasından gelen hem de karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrol tekniğinin tanımladığı çok amaçlı yöntemden kaynaklanan tutuculuk probleminin azaltılmasına yönelik çözümler geliştirilmesine ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir.

Bozucu bastırma veya referans takibi gibi çeşitli kontrol hedefleri, bir $\mathcal{H}_\infty$-norm kontrolü ile gerçekleştirilebilir. Herhangi bir sistemin $\mathcal{H}_\infty$ normu, arzu edilen performans çıkışından bozucu girişe olan transfer fonksiyonunun sonsuz normu olarak tanımlanır ve kontrol yöntemi bu normu en aza indirmeyi amaçlar. Dolayısıyla $\mathcal{H}_\infty$-norm kontrolü, uygulanan sistemin karşılaşabileceği en kötü duruma odaklanır. $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımının bu avantajına karşın yöntem çoğunlukla frekans alanı performansına odaklanır ve sistemin geçici rejim davranışı ile kapalı çevrim kutup yerleşimi üzerinde çok az kontrol sağlar. Öte yandan, başarılı bir zaman yanıtı için sistemin geçici rejim cevaplarının da geliştirilmesi gerekir. Bu durum, kapalı çevrim sistem kutuplarının sol yarı s-düzlemindeki yerleşimlerine bağlıdır [22]. Dolayısıyla arzu edilen $\mathcal{H}_\infty$ performans çıkışı ve geçici rejim cevaplarına ulaşmak için $\mathcal{H}_\infty$-norm kontrolü ile kutup yerleştirme hedefleri birlikte kullanılabilir. Literatürde bu amaçla birçok önemli çalışma gerçekleştirilmiştir [23–25].

Son yıllarda öne çıkan yenilikçi bir yaklaşım olan veri güdümlü kontrolör tasarımlarında kutup yerleştirme probleminin ele alınması, kontrol performansını artırma potansiyeliyle literatürde dikkat çekici bir araştırma konusu olarak

karşımıza çıkmaktadır. Bu problemin çözümü için literatürde odaklanılan yaklaşımlardan biri, geri beslemeli sistemler için arzu edilen kapalı çevrim kutuplarını sağlayacak geri besleme kazancının elde edilmesidir [26, 27]. Öte yandan, sistemin kutuplarını bir DME bölgesi içerisinde sınırlandırarak, yani $\mathcal{D}$-kararlılık koşulunu garanti ederek gerçekleştirilen veriye dayalı tasarımlar da mümkündür. Bu amaçla Bisoffi vd. [28], geri beslemeli doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için DME bölgelerine dayalı bir veri güdümlü kontrolör tasarımı önermiştir. DME bölge kısıtlarının sağladığı dayanıklılık ve geçici rejim performansındaki iyileşmeyi gösteren bu çalışmada yazarlar, ayrık zamanlı sistemler için çembersel bir $\mathcal{D}$-kararlılık koşulu tanımlamışlardır. Bu öncü çalışmaya ek olarak Mukherjee M. vd. [29], çembersel bir DME koşuluna dayalı başka bir veri güdümlü kontrolör tasarımı sunmuştur. Ancak bu çalışmalarda sistemin yalnızca $\mathcal{D}$-kararlılığı ele alınmış ve $\mathcal{H}_\infty$ performans kriterleri dikkate alınmamıştır. Ayrıca her iki çalışmada da kutup yerleştirmeli veri güdümlü kontrolör tasarımının gerçekleştirilmesi için yalnızca çembersel bölge koşulları kullanılmıştır. Bu çalışmalar birlikte değerlendirildiğinde, veri güdümlü kontrol tekniklerinde kutup yerleştirme probleminin, yalnızca çembersel $\mathcal{D}$-kararlılık bölgeleri ile sınırlı kaldığı ve $\mathcal{H}_\infty$ gibi performans kriterleri ile bütünleşik biçimde ele alınmadığı görülmektedir. Bu durum, veri güdümlü kontrolör tasarımında hem bölgesel kararlılık koşullarının çeşitlendirilmesine hem de bu koşulların $\mathcal{H}_\infty$ performans kriterleri ile birlikte ele alındığı daha az tutucu yöntemlerin geliştirilmesine ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Özellikle elipsoidal $\mathcal{D}$-kararlılık bölgelerinin veri güdümlü kutup yerleştirme problemlerine dâhil edilmesi, literatürde henüz ele alınmamış önemli bir araştırma boşluğu olarak öne çıkmaktadır.

Aktif kontrol yöntemleri, sistemin kararlılığını ve performansını garanti altına almasıyla yüksek güvenilirlik sağlamakta ve bu nedenle deprem sonrasında da güvenle kullanılması gereken kamu binaları, hastaneler, nükleer tesisler ve okullar gibi yapılar için en uygun yapısal kontrol yöntemi olarak literatürde önerilmektedir [30]. Deprem etkileri yapısal sistemlerde ağırlıklı olarak yatay yönde titreşimlere neden olmakta ve literatürde yapılardaki yatay yöndeki titreşimlerin azaltılmasına yönelik birçok çalışma bulunmaktadır [31–37]. Bununla birlikte, aktif kontrol algoritmalarının performansı bilindiği üzere doğrudan matematiksel modelin doğruluğuna bağlıdır. Birçok kontrol sisteminde olduğu gibi yapısal sistemlerde de matematiksel model, deterministik olarak sistem parametrelerinin nominal değerleri dikkate alınarak oluşturulmaktadır. Ancak yapı inşa edildikten sonra işletme koşullarına veya modelleme hatalarına bağlı olarak bu parametreler değişiklik gösterebilmektedir. Parametre belirsizliği olarak adlandırılan bu durum,

model tabanlı aktif yapısal kontrolde kontrol performansını düşürebilmekte ve hatta kararsızlığa yol açabilmektedir. Bu nedenle, model doğruluğuna olan bağımlılığı ortadan kaldıran veri güdümlü kontrol yöntemleri, parametre belirsizlikleri içeren yapısal sistemlerin kontrolü için uygun bir alternatif olarak değerlendirilebilir. Öte yandan birçok araştırmacı, aktif yapısal sistemler için model tabanlı dayanıklı kontrol yöntemleri önermektedir [38–40].

Aktif yapısal kontrol üzerine yapılan dayanıklı optimal kontrol çalışmalarında kapalı çevrim sistem dinamiğindeki belirsizlikler, Doğrusal Kesirli Dönüşüm (DKD), norm sınırlı ve politopik gibi çeşitli belirsizlik tanımlama teknikleri kullanılarak sistem dinamiğine dahil edilmektedir. El Heraiki vd. [41], dinamik çıkış geri beslemeli kontrolde yapısal sistem belirsizliklerini DKD yöntemini kullanarak ele almışlardır. Yazarlar, aktif kütle sönümleyicisine sahip iki katlı bina modelindeki tüm rijitlik parametrelerinin belirsiz olduğu durum için dayanıklı $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı ile parametre belirsizliği problemine bir çözüm sunmuşlardır. Xu vd. [42], 9 katlı bir bina modelinde normu sınırlı yapıda parametre belirsizliklerini ele alarak, bozucu bastırma ve dayanıklı kararlılık problemlerine çözüm getiren bir optimal kontrolör tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Yapılan çalışmada kontrol kanunu, ayrık zamanlı sistem için DME'lerin çözülmesiyle elde edilmiştir. De Simone vd. [43], aktif kütle sönümleyicisine sahip bir ölçekli yapısal sisteme politopik formda belirsizlikler ekleyerek parametrik belirsizlik sorununa statik çıkış geri beslemeli bir kontrolör ile çözüm geliştirmişlerdir. Verilen bu model tabanlı kontrol yaklaşımları, maksimum dayanıklılık ve sistem kararlılığına odaklanmasına karşın genellikle kontrol sisteminde tutuculuk sorununu beraberinde getirebilir.

Model öngörülü kontrol, parametre belirsizliği ve modelleme hatalarının çözülmesi için literatürde dayanıklı kontrol çalışmalarına bir alternatif olarak önerilmektedir. Bu kontrol stratejisi, sistemin matematiksel modeli yardımıyla gelecekteki davranışını tahmin etmek üzerine kuruludur. Yöntemde, her bir örneklemde optimal kontrol problemi çözülür ve bir sonraki adımda uygulanır. Bu sırada sistemden alınan durum bilgilerinin her örneklem basamağında güncellenmesi, modelleme hatalarının düzeltilmesine olanak verir. Mei vd. [44], deprem etkisi altındaki yapısal sistemlerde model öngörülü kontrol metodunun etkin bir şekilde kullanılabileceğini göstermiştir. Koutsoloukas vd. [45], kütle sönümleyicisi içeren 15 katlı binayı sonlu elemanlar yöntemi ile modellemişlerdir. Ayrıca sistemin sönüm ve rijitlik değerlerinde %10 ve eyleyici üzerinde %5 belirsizlik olduğu durumu normu sınırlı yapıda ele alarak sistemi matematiksel olarak tanımlamışlardır. Yazarlar sistem üzerinde gerçekleştirdikleri model öngörülü kontrol uygulaması ile de etkin bir dayanıklı kontrol performansı elde etmişlerdir. Elde edilen bu değerli sonuçlara karşın model öngörülü kontrolün model tabanlı bir

yöntem olması, kontrol performansının modelin doğruluğuna bağlı olmasına yol açar. Kompleks yapıdaki gerçek yapısal sistemlerdeki modelleme problemlerini ortadan kaldırmak için literatürde modelden bağımsız yöntemler önerilmektedir.

Modelden bağımsız kontrol yöntemleri, aktif yapısal kontroldeki parametre belirsizliği problemini çözmek için bir alternatif olabilir. Literatürde, yapısal sistemlerde deprem titreşimlerini azaltmak için uyarlamalı kayan kipli bulanık mantık kontrolörü [46], Hedge cebiri tabanlı bulanık mantık kontrolörü [47] ve yapay sinir ağı tabanlı bulanık mantık kontrolörü [48] gibi çeşitli yöntemler önerilmektedir. Khalatbarisoltani vd. [49], geçmiş deprem kayıtlarını kullanarak yaptıkları deneysel çalışmada, pekiştirmeli öğrenme (*reinforcement learning*) algoritmaları ve kazanç ayarlamalı bulanık mantık kontrolörün birleştirilmesiyle aktif yapısal kontrol için bir yöntem önermişlerdir. Dworakowski ve Mendrok [50], bilinmeyen bir yapısal sistem modelinde deprem kaynaklı titreşimleri azaltmak için pekiştirmeli öğrenmeye dayalı bir yapay sinir ağı geliştirmişlerdir. Buna karşın öğrenme algoritmalarının eğitimi için çok sayıda giriş-çıkış verisine ihtiyaç duyulması, yapısal sistemlerdeki farklı bozucu girişleri oluşturmanın ve her bir kattan çok sayıda veri almanın zorlukları göz önüne alındığında yöntemin pratikte uygulanabilirliğini düşürmektedir.

Veriye dayalı sistem tanıma tekniklerinin aktif yapısal kontrol çalışmalarındaki avantajı, sistemin fiziksel modeline ihtiyaç duymamasıdır. Bu yöntemde sistemin dinamik modeli, sensör verileri kullanılarak elde edilebilmektedir [51]. Gattulli [52], stokastik alt-uzay gibi yöntemlerle sistemin dinamik davranışını tahmin edebilen uygun modellerin sensör verileri kullanılarak çıkarılabileceğini ortaya koymuştur. Makine öğrenmesi algoritmaları, aktif yapısal kontrol çalışmalarında kullanılan bir diğer sistem tanımlama yaklaşımıdır. Bu algoritmalara örnek olarak, yapay sinir ağları, rastgele ormanlar (*random forests*), regresyon ağaçları (*regression trees*) ve Gaussian prosesleri (*Gaussian processes*) gibi yöntemler gösterilebilir. di Girolamo vd. [53], pekiştirmeli öğrenme metodunu kullanarak, simetrik kütle dağılımına sahip bir prototip binanın yapısal sistem modelini elde etmiş ve sismik titreşimleri azaltmak için model öngörülü kontrol tasarımı gerçekleştirmişlerdir. Önerilen öğrenme algoritmasının performansı ise, klasik stokastik alt-uzay tanıma yöntemi ile karşılaştırılarak ortaya konmuştur. Gao vd. [54] ise esnek yapısal sistemlerin titreşimlerini azaltmak için hibrit öğrenme temelli geri-adımlamalı kontrol algoritması önermişlerdir. Bu yöntem, yapısal sistemdeki belirsizlikleri minimize etmek için gözleyici tabanlı hibrit uyarlamalı öğrenme algoritması önermektedir. Elde edilen önemli sonuçlara rağmen sistem tanıma yöntemlerinde modelleme işlemlerinin zorlu ve zaman alıcı olduğu bilinmektedir. Bu yöntemler, sistem tanımlaması ve kontrolör tasarımı olmak üzere

iki adımlı bir prosedür içermektedir. Veri güdümlü kontrol, kontrolör tasarımı için doğrudan sistemden elde edilen verileri kullanmakta ve bu iki adımlı prosedürü ortadan kaldırmaktadır. Bu durum, aktif yapısal kontrolde tasarım prosedürünü sadeleştirerek yöntemin pratikte uygulanabilirliğini artıracaktır. Ayrıca, yapısal sistemlerde karşılaşılan modelleme hataları ile parametre belirsizliklerini ortadan kaldırma potansiyeli dikkate alındığında, veri güdümlü kontrol yaklaşımının aktif yapısal kontrol uygulamaları için oldukça elverişli olduğu görülmektedir. Mevcut literatür incelendiğinde, veri güdümlü optimal kontrol yönteminin daha önce yapısal sistemlere uygulanmadığı gözlemlenmiştir.

1.2 Tezin Amacı

Bu doktora tezinin temel amacı, çok amaçlı kontrol problemine, sonlu uzunlukta veriler kullanılarak modelden bağımsız bir çözüm sunan, sistemin kapalı çevrim kararlılığını matematiksel olarak garanti eden ve normu sınırlı bozucu girişlerin etkisi altındaki sistemlerde bozucu bastırma gerçekleştirebilen yeni veri güdümlü kontrol yöntemleri geliştirmektir. Kontrolör tasarımlarında, çok amaçlı kontrol problemi ile veri güdümlü kontrol yapısının getirdiği ek kısıtlamalar altında etkin ve daha az tutucu çözümler elde edilmesi amaçlanmaktadır. Bu kapsamda doktora tez çalışmasında, genişletilmiş DME'ler kullanılarak veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımının gerçekleştirilmesi hedeflenmektedir. Buna ek olarak, genişletilmiş DME tabanlı çembersel ve elipsoidal bölge kararlılık koşulları altında veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımlarının geliştirilmesi amaçlanmaktadır.

Bu bağlamda, tez çalışmasının amaçları aşağıda sıralanmaktadır.

- Tez çalışması ile, yalnızca ölçülen durum ve kontrol giriş verilerini kullanan, A ve B_u sistem matrisleri hakkında ön bilgi gerektirmeyen ve kapalı çevrim kararlılığını garanti eden veri güdümlü kontrolör tasarımlarının gerçekleştirilmesi hedeflenmektedir. Bu kapsamda ilk olarak, $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ kontrol teknikleri ile sistemin iki farklı performans kriterinin birlikte ele alınması amacıyla veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımının elde edilmesi amaçlanmaktadır. Sonrasında, geçici ve sürekli rejim performansları için sırasıyla kutup yerleştirme ve $\mathcal{H}_\infty$ yaklaşımları esas alınarak veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarım yöntemleri geliştirilecektir. Kutup yerleştirme işlemlerinin gerçekleştirilmesi amacıyla, çembersel ve elipsoidal olmak üzere iki farklı $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşulu tanımlanacaktır. Son olarak, elde edilen veri güdümlü kontrolörlerin

performansı, dört katlı bir yapısal sistem üzerinde gerçekleştirilecek aktif yapısal kontrol uygulaması ile değerlendirilecektir. Böylelikle, aktif yapısal titreşim kontrolü problemleri için literatürde ilk kez veri güdümlü kontrolör tasarımlarının uygulanması ve modelden bağımsız yaklaşım sayesinde aktif yapısal kontrol sistemlerindeki parametre belirsizliği probleminin giderilmesi amaçlanmaktadır.

- Çok amaçlı kontrol problemlerinde ortaya çıkan tutuculuğun azaltılması amacıyla, genişletilmiş DME yaklaşımı kullanılarak $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ performans koşulları ile bölgesel kararlılık ve $\mathcal{H}_\infty$ performans kriteri için birbirinden farklı ve ortak olmayan Lyapunov matrislerinin seçilmesi hedeflenmektedir. Geliştirilen kontrol tekniklerinin daha az tutucu olduğunu ortaya koymak amacıyla, literatürde kabul görmüş veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü ([15]) ile sayısal karşılaştırmalar yapılarak, daha etkili bir öğrenme performansı sağlandığının ortaya konulması hedeflenmektedir.

- Geliştirilen kontrol yapıları ile ulaşılması hedeflenen amaçlardan biri, kontrol sistemine etki eden bozucu giriş genliklerinin, değişmez elipsoitler tekniği kullanılarak sınırlandırılmasıdır. Bu kapsamda sisteme etki eden bozucular, daha az tutucu çözümler elde edilmesine olanak tanıyan tam blok S-prosedürü tekniği yardımıyla, bilinmeyen ancak sınırlı parametreler olarak ele alınacaktır. Normu sınırlı belirsiz bozucular altında uygulanabilir çözümler elde edebilmek amacıyla ise, dışbükey-kabuk gevşetme tekniğinden yararlanan bir veri güdümlü kontrolör tasarımı oluşturulacaktır. Bu bağlamda, [15] çalışmasında sunulan ve literatürde önemli bir yere sahip olan veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörün aktif yapısal kontrolde karşılaştırma amacıyla kullanılmasıyla, tam blok S-prosedürü temelli olarak geliştirilen veri güdümlü kontrol tekniklerinin, daha az tutucu ve pratikte uygulanabilir çözümler sunduğunun ortaya konulması hedeflenmektedir. Ayrıca, literatürdeki öncü veri güdümlü kutup yerleştirmeli kontrolör tasarımı ([28]) ile sayısal karşılaştırmalar yapılarak, daha geniş bozucu sınırları altında veri güdümlü kontrol tasarımının uygulanabilir çözümler sunduğunun ortaya konulması amaçlanmaktadır.

- Veri güdümlü kontrolde ilk kez elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık bölgelerinin kullanılmasıyla, sistem kutuplarının çembersel bölgelere kıyasla daha esnek ve performansa bağlı olarak farklı bölgeler içerisinde yerleştirilmesine olanak sağlayan yeni bir kararlılık koşulunun elde edilmesi hedeflenmektedir. Buna ek olarak, çembersel ve elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşulları ile veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımlarının, kararsız sistemlerde dahi, belirlenen bölgeler içerisinde sistemin kararlılığını ve performansını

matematiksel olarak garanti ettiğini göstermek amacıyla, kararsız bir sayısal sistem üzerinden analizler gerçekleştirilecektir.

1.3 Orijinal Katkı

Literatür özeti ile tartışıldığı üzere, özellikle veriye bağlı kontrol tasarımın ve buna ek olarak çok amaçlı kontrol yaklaşımının getirdiği tutuculuk problemi, veri güdümlü kontrol yöntemleri için daha az tutucu tasarımlara olan ihtiyacı beraberinde getirmektedir. Ayrıca, modelden bağımsız bir yaklaşım olarak veri güdümlü kontrol, yapısal sistemlerdeki parametre belirsizliği probleminin çözümü için yenilikçi bir yöntem sunmaktadır. Buna karşın, mevcut literatürde veri güdümlü kontrol yöntemleri henüz aktif yapısal kontrol için uygulanmamıştır. Bu araştırma eksikliklerinden yola çıkarak tez çalışmasında, yapısal sistemler için sonlu uzunlukta veri kullanan, daha az tutucu ve genişletilmiş DME tabanlı yeni bir veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemi geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntem, hem $\mathcal{H}_2$ hem de $\mathcal{H}_\infty$ performans kısıtlarını bir arada ele alırken kapalı çevrim sistem kararlılığını garanti eden ve sistem tanımlaması gerektirmeyen bir kontrol tekniği sunmaktadır.

Bu çalışmaya ek olarak, kutup yerleştirme yaklaşımının veri güdümlü kontrolör tasarımına dâhil edilmesi, umut vadeden bir araştırma yönü olarak dikkat çekmektedir. Literatürdeki mevcut çalışmalar, $\mathcal{H}_\infty$-norm tabanlı performans kriterlerini kapalı çevrim kutup yerleştirme ile birleştirmemiştir. Bu eksiklikten yola çıkarak, genişletilmiş DME yöntemini kullanarak kutupları çembersel ve elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık bölgeleri içinde kısıtlayan yapısal titreşim kontrolü için yeni bir veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı önerilmiştir. Böylece, $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemiyle sistemin sürekli rejim yanıtları iyileştirilirken, kutup yerleştirme tekniği sayesinde sistemin geçici rejim performansı geliştirilecektir. Ayrıca, literatür özetinin ortaya koyduğu üzere, bu çalışma ile veri güdümlü kontrolde kutup yerleştirme amacıyla elipsoidal DME bölgeleri ilk kez uygulanacaktır.

Doktora tezi kapsamında gerçekleştirilen bu çalışmaların literatüre sunduğu orijinal katkılar, aşağıda maddeler hâlinde özetlenmiştir.

- Geliştirilen kontrol yöntemleri, durum ve kontrol giriş sinyallerinin ölçümleri kullanılarak doğrusal zamanla değişmeyen sistemin kapalı çevrim parametrizasyonuna dayalı olarak tasarlanmıştır. Bu veri güdümlü tasarım yaklaşımı için yalnızca sistem durumları ve bozucular üzerindeki üst

sınırların bilinmesi gerekmektedir. Kontrol yöntemleri, sistemdeki genlik kısıtlarını sağlamak amacıyla değişmez elipsoitler tekniğini kullanmaktadır. Bu bağlamda, sisteme etki eden bozucular, daha az tutucu çözümler elde edilmesine olanak tanıyan tam blok S-prosedürü tekniği yardımıyla bilinmeyen ancak sınırlı parametreler olarak ele alınmaktadır. Normu sınırlı belirsiz bozucular altında çözüm elde edebilmek amacıyla ise önerilen veri güdümlü kontrol yöntemleri, dışbükey-kabuk gevşetme tekniğinden yararlanmaktadır.

- Bu çalışma ile önerilen veri güdümlü kontrol yapıları, parametre belirsizliği problemine getirdiği çözüm sayesinde aktif yapısal kontrolde kayda değer bir ilerleme ortaya koymaktadır. Model tabanlı kontrol yaklaşımlarından farklı olarak bu yöntem, sistem matrisleri olan A ve B_u hakkında ön bilgiye ihtiyaç duymamakta ve yalnızca bozucu giriş ve performans çıkış matrislerinin bilindiği varsayımıyla çalışmaktadır. Böylelikle matematiksel model tanımlama gereksinimini ortadan kaldırarak yapısal kontrol uygulamaları için oldukça uygun bir çözüm sunmaktadır. Öte yandan, bu çalışma ile literatürde ilk kez aktif yapısal kontrol için veri güdümlü kontrolör tasarımları kullanılacaktır.

- Önerilen teknikler, DME'lere uygulanan genişletme yöntemi aracılığıyla karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolöründe $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemleri arasında; kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolöründe ise bölgesel kararlılık ile $\mathcal{H}_\infty$ performans koşulları arasında ortak olmayan Lyapunov matrislerinin seçilmesine olanak tanımaktadır. Böylece, çok amaçlı kontrol problemlerinde ortak değişken sayısı azaltılmakta ve daha az tutucu çözümler elde edilmektedir. Bu doğrultuda, veriye dayalı tasarım ve çok amaçlı kontrol yaklaşımlarının birlikte ele alınmasıyla ortaya çıkan tutuculuk problemine bir çözüm sunulmaktadır. Önerilen veri güdümlü tasarım sayesinde $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ performans kısıtları kontrol tasarımında birlikte değerlendirilmektedir. Buna ek olarak, geliştirilen kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemi ile sistemin hem sürekli rejim hem de geçici rejim performansına odaklanılmaktadır. Bu çok amaçlı kontrol yöntemleri sayesinde kontrol performansı artırılarak veri güdümlü kontrol problemine pratikte uygulanabilir çözümler sunulmaktadır.

- Tez çalışması ile literatürde ilk kez geliştirilen veri güdümlü elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşulu, x ve y eksenleri boyunca farklı yarı eksen sınırlarının tanımlanmasına olanak sağlayarak çembersel $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşuluna kıyasla daha esnek bir kararlılık bölgesi sunmaktadır. Bu esneklik sayesinde sistem kutupları, performans gereksinimlerine bağlı olarak daha dar veya daha geniş

bölgelere yerleştirilebilmekte ve böylece belirlenen bölge içerisinde kontrol sisteminin performansı matematiksel olarak garanti edilmektedir.

2
PROBLEMİN TANIMLANMASI VE ÖN HAZIRLIKLAR

Tez çalışmasının bu kısmında kontrol problemi tanımlanacak ve kontrolör tasarımı sırasında kullanılacak bazı temel yardımcı teoremler sunulacaktır. Bu kapsamda, ilk olarak açık çevrim sistem ve kontrol hedefleri tanıtılacak, ardından sistem üzerinden elde edilen veriler kullanılarak kapalı çevrim sistemin elde edilme süreci açıklanacaktır. Sonrasında ise kontrolör tasarım süreçlerinde kullanılacak olan DME'lerin genişletilmesi, Tam Blok S-Prosedürü ve Dışbükey-Kabuk (*Convex-Hull*) teknikleri tanıtılacaktır.

2.1 Kontrol Probleminin Tanımlanması

Kontrol probleminde, aşağıda sunulan durum-uzay formunda tanımlanan ayrık zamanlı sistem ele alınmıştır.

$$\mathcal{T}\left\{\quad \left[\begin{array}{c} x_{k+1} \\ \hline z_k \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_w & B_u \\ \hline C & D_w & D_u \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} x_k \\ \hline w_k \\ u_k \end{array}\right], \qquad x_0 = 0 \right. \tag{2.1}$$

Burada $x \in \mathbb{R}^n$, $w \in \mathbb{R}^{m_w}$, $u \in \mathbb{R}^{m_u}$, $z \in \mathbb{R}^c$ sırasıyla durum, bozucu, kontrol giriş ve performans çıkış vektörleridir. Basitlik için $x(k+1)$ terimi, bu noktadan sonra x^+ ile ifade edilecektir. Benzer şekilde k zaman adımındaki durum sinyali, tek başına x ile temsil edilecektir. Ayrıca $\{x_k\}_{k=0}^{N-1}$, $k = 0$ başlangıçlı N uzunluğundaki durum vektörü iken, $X = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_{N-1} \end{bmatrix}$ ve $X_+ = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_N \end{bmatrix}$ olarak tanımlanmıştır. Buna ek olarak, $W = \begin{bmatrix} w_0 & w_1 & \cdots & w_{N-1} \end{bmatrix}$ ve $U = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & \cdots & u_{N-1} \end{bmatrix}$ şeklinde ifade edilmiştir. Çalışmada durum vektörünün bütünüyle gerçek zamanlı olarak ölçülebildiğini ve ayrıca sistemdeki bütün durumların ve bozucuların sınırlı olduğu varsayılmaktadır.

Bu koşullar özetle,

$$\mathcal{X} = \{x : Tx \leq \mathbf{1}\}, \tag{2.2}$$

$$\mathcal{W} = \left\{w \in \mathbb{R}^{m_w} : w_k^T w_k \leq \bar{w}^2, \forall k \geq 0\right\} \tag{2.3}$$

olarak yazılabilir. Burada, $T \in \mathbb{R}^{n_T \times n}$ boyutlarında bilinen bir matristir. (2.2)'deki $\mathbf{1}$ ise, girdileri 1'e eşit olan bir sütun vektörünü temsil etmektedir. $w \in \mathbb{R}^{m_w}$ bozucu vektörünün $\bar{w}$ ile sınırlı olduğu ve buna ek olarak sistem durumları ile çıkışlarını etkileyen tüm bozucuları ve ölçüm hatalarını içerdiği varsayılmaktadır. Veri güdümlü kontrolör tasarımında ise A ve B_u matrislerinin bilinmediği ve diğer tüm sistem matrislerinin bilindiği veya tanımlandığı varsayılmaktadır. Tez çalışmasının temel amacı, sırasıyla (2.2) ve (2.3) eşitlikleriyle tanımlanan durum ve bozucu sınırları altında, sistemin $\|\mathcal{T}_{cl}\|_2$ ve $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty$ normlarını eş zamanlı olarak en aza indiren, durum geri beslemeli kontrol kanununa dayalı ve herhangi bir matematiksel sistem modeli gerektirmeyen yeni bir veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarlamaktır. Buna ek olarak tez çalışmasında, aynı durum ve bozucu sınırları altında sistem kutuplarını belirli bir alt kararlılık bölgesi içerisinde sınırlandırmayı amaçlayan, $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty$ normunu en aza indiren ve matematiksel model gerektirmeyen durum geri beslemeli yeni bir veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı gerçekleştirilmesi hedeflenmektedir. Burada kontrol sisteminin iki normu ($\|\mathcal{T}_{cl}\|_2$), sistemin z'den w'ye transfer fonksiyonunun 2-normu; kontrol sisteminin sonsuz normu ($\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty$) ise sistemin z'den w'ye transfer fonksiyonunun ∞-normudur. Son olarak, kapalı çevrim sistem, (2.1) ile verilen açık çevrim sisteme $u = Kx$ durum geri besleme kanununun uygulanmasıyla aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\mathcal{T}_{cl} \left\{ \quad \left[\frac{x^+}{z}\right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathcal{A}_{cl} & \mathcal{B}_{cl} \\ \hline \mathcal{C}_{cl} & \mathcal{D}_{cl} \end{array}\right] \left[\frac{x}{w}\right], \quad x_0 = 0, \right. \tag{2.4}$$

Burada,

$$\mathcal{A}_{cl} = A + B_u K,\ \mathcal{B}_{cl} = B_w,\ \mathcal{C}_{cl} = C + D_u K,\ \mathcal{D}_{cl} = D_w, \tag{2.5}$$

şeklindedir. Ek olarak $\mathcal{C}_{cl}$ ve $\mathcal{D}_{cl}$, kullanıcı tarafından tanımlanan bilinen gerçek durum-uzay matrisleridir. $\mathcal{H}_2$ normunun tanımından gelen $\mathcal{D}_{cl} = 0$ varsayımı altında, sistemin kapalı çevrim $\|\mathcal{T}_{cl}\|_2$ kazancı, $Q \succ 0$ olmak üzere iz $\left(\sqrt{\mathcal{C}_{cl} Q \mathcal{C}_{cl}^T}\right) \leq \gamma_2$ eşitsizliği ile ifade edilmektedir. Sistemin kapalı çevrim $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty$ kazancı ise $\sup_{\|w\| \neq 0} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} = \gamma_\infty$ eşitliği ile verilmektedir.

2.2 Kapalı Çevrim Parametrizasyonu

Tez çalışması ile sunulacak veri güdümlü kontrol tekniğini uygulamak için, sisteme öncelikle $n + m_u < N$ koşulunu sağlayan N örneklem süresi boyunca bir açık çevrim başlangıç işlemi uygulanacaktır. Bu ilk işlem sırasında sistem, rastgele ve zengin sinyal dizileri olan kontrol giriş dizisi U ile yapay olarak üretilen bozucu sinyal dizisi $W \in \mathscr{W}$ etkisine maruz bırakılmaktadır. Burada her bir $\mathscr{W} \in \mathbb{R}^{m_w \times N}$ sütunu, rastgele ve düzgün bir şekilde sınırlandırılmış bir bölgeden, bir diğer deyişle $|w|_2 \leq \bar{w}$ koşulunu sağlayacak biçimde seçilmektedir. W dizisinin kesin değerleri bilinmemekte olup, çalışma süresince değişebilmektedir. Tüm durum sinyali dizileri X, 0'dan $N-1$'e kadar ölçülen verilerden elde edilmiştir. $(N-1)$'inci ve (N)'inci örneklem arasında ise dışbükey bir optimizasyon problemi çözülerek kontrolör hesaplanmış ve sistem üzerinde uygulanmıştır. Bu süreç, sistemin belirli özelliklerine ve çalışma koşullarına göre uyarlanmış bir kontrolör tasarlanmasına olanak tanımaktadır. Öte yandan, giriş-durum veri dizileri dinamik davranışları açıklamada yeterli olmalıdır. Bu yeterlilik, aşağıdaki tanım ve Willems'in Temel Yardımcı Teoremi ile açıklanmaktadır.

Tanım 2.1. [10] Doğrusal zamanla değişmeyen $x_{k+1} = Ax_k + B_u u_k$ ayrık zamanlı sistemi üzerinden elde edilen bir giriş-durum verisi $\left[\begin{smallmatrix} X \\ U \end{smallmatrix}\right]$ tam satır rankına sahipse, bu veri sürekli yeterince zengin (*persistently exciting*) olarak adlandırılır.

Verilerin, sistemin dinamik davranışını doğru bir şekilde tanımlayabilmesi için yeterince zengin ve çeşitli olması, matris satırlarının doğrusal bağımsız olmasıyla belirlenir. Sürekli yeterince zengin veriler, sistemin doğru bir şekilde modellenebilmesi ve dolayısıyla kontrol tasarım tekniğinin uygulanabilmesi için gereklidir. Bu bilgiler ışığında, aşağıdaki yardımcı teorem Willems'in Temel Yardımcı Teoremi'ni sunmaktadır.

Yardımcı Teorem 2.1. *[10] (Willems'in Temel Yardımcı Teoremi:) Doğrusal zamanla değişmeyen ve kontrol edilebilir olan ayrık zamanlı* $x_{k+1} = Ax_k + B_w w_k + B_u u_k$ *sistemine odaklanılsın.* $\left[\begin{smallmatrix} X \\ U \end{smallmatrix}\right]$ *matrisi, ancak ve ancak, genişletilmiş veri giriş matrisi* $\left[\begin{smallmatrix} W \\ U \end{smallmatrix}\right]$ *tam satır rankına sahipse sürekli yeterince zengindir.*

Veri güdümlü kontrol tasarımında A ve B_u matrisleri hakkında herhangi bir bilgiye sahip olmadığımız için bir sonraki adım, bu matrisleri içeren tüm terimleri mevcut giriş–durum verilerini oluşturan $\{x_k, u_k, w_k\}_{k=0}^{N-1}$ setinden elde edilebilecek matrisler ile ifade etmektir. Bunu sağlamak için A ve B_u matrislerini veri cinsinden tanımlamamıza imkân tanıyan ve aşağıda verilen yardımcı teorem kullanılacaktır. Böylece sistem matrisleri hakkında tam bilgi sahibi olunmasa bile kontrol tasarım sürecine devam edilebilir.

Yardımcı Teorem 2.2. *[15] Aşağıdaki eşitliği sağlayan $G \in \mathbb{R}^{N\times n}$ ve $K \in \mathbb{R}^{m_u\times n}$ matrisleri varsa*

$$\begin{bmatrix} I_n \\ K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ U \end{bmatrix} G, \tag{2.6}$$

o zaman

$$A + B_u K \;\; = \;\; (X_+ - B_w W)G. \tag{2.7}$$

Burada W, $W \in \mathscr{W}$ koşulunu sağlayan, bilinmeyen fakat sınırlı bir bozucu sinyal matrisidir. Ayrıca, $\left[\begin{smallmatrix} X \\ U \end{smallmatrix}\right]$ sürekli yeterince zengin ve $N \geq n + m$ ise, herhangi bir K için (2.6) eşitliğini sağlayan bir G mevcuttur.

İspat. Açık çevrim hâlinde verilen (2.1) sistemine odaklanılsın. X, X_+, W ve U sürekli yeterince zengin veri setlerinin ilgili durum, bozucu ve kontrol giriş vektörleri yerine yazılmasıyla

$$X_+ = AX + B_w W + B_u U \tag{2.8}$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitliğin her iki tarafının uygun boyutta tanımlanan $G \in \mathbb{R}^{N\times n}$ matrisiyle çarpılması ve $U = KX$ durum geri beslemeli kontrol kanununun yerine yazılmasıyla

$$X_+ G = AXG + B_w WG + B_u KXG \tag{2.9}$$

eşitliği elde edilir. Son olarak, $XG \triangleq I$ ataması yapılırsa,

$$A + B_u K = (X_+ - B_w W)G \tag{2.10}$$

veriye bağlı kapalı çevrim sistem matrisi elde edilmiş olur. Böylelikle $XG = I$ eşitliğinin sağlanması hâlinde, kapalı çevrim sistem matrisi (2.10) ifadesi kullanılarak doğrudan sistemden elde edilen verilere bağlı olarak yazılabilir. Böylece ispat tamamlanmış olur. ■

2.3 Doğrusal Matris Eşitsizliklerinin Genişletilmesi

Ayrık zamanlı sistemlerde DME tabanlı bir kontrol problemi, Lyapunov kararlılığı temelinde ve gerekli görüldüğü takdirde çeşitli performans kriterleri ile birlikte ele alınarak tanımlanabilir. Bilindiği üzere Lyapunov kararlılığı, x_k sistemin durum vektörü ve P Lyapunov matrisi kullanılarak tanımlanan Lyapunov fonksiyonu $V_k = x_k^T P x_k$ ifadesinin her bir adım basamağındaki değişiminin negatif tanımlılığı

üzerinden ifade edilmektedir [55]. Bununla birlikte bu temel koşul, kontrolör tasarımının Lyapunov fonksiyonuna bağlı olmasını da beraberinde getirir. Bu durum, P matrisinin simetrik olması koşulunu ve kontrol problemine eklenecek her bir DME kısıtı için P matrisinin ortak olması gerekliliğini ortaya çıkarır. Söz konusu gereklilik, kontrol problemlerinde tutuculuğa neden olabilir. Öte yandan DME'lerin genişletilmesi, kontrolör tasarımının P Lyapunov matrisi yerine yapılandırılmamış, bir diğer deyişle simetrik olma koşulu içermeyen yeni bir tasarım değişkeni üzerinden gerçekleştirilmesine olanak sağlamaktadır. Bu yaklaşım ayrıca, her bir DME koşulunda ortak bir Lyapunov matrisi kullanma zorunluluğunu da ortadan kaldırır. Sonuç olarak, genişletilmiş DME'ler sayesinde kontrol problemlerinin çözümünde daha az tutucu sonuçlar elde edilebilir [56]. Bu amaçla, aşağıda verilen Projeksiyon Yardımcı Teoremi'nin DME koşullarına uygulanmasıyla genişletilmiş formda bir DME koşulu elde edilebilir.

Yardımcı Teorem 2.3. *(Projeksiyon Yardımcı Teoremi:) [57] $\mathcal{U}$ ve $\mathcal{V}$ görüntü uzayları doğrusal bağımsız birer matris ve $\mathcal{Z}$ simetrik bir matris iken,*

$$\mathcal{U}^T\mathcal{X}\mathcal{V} + \mathcal{V}^T\mathcal{X}^T\mathcal{U} + \mathcal{Z} \prec \mathbf{0} \tag{2.11}$$

eşitsizliğini sağlayan bir $\mathcal{X}$ yapılandırılmamış matrisinin var olması, ancak ve ancak, $\mathcal{X}$ matrisine bağlı aşağıdaki eşitsizliklerin sağlanması ile mümkündür.

$$\mathcal{N}_{\mathcal{U}}^T\mathcal{Z}\mathcal{N}_{\mathcal{U}} \prec \mathbf{0} \tag{2.12}$$

$$\mathcal{N}_{\mathcal{V}}^T\mathcal{Z}\mathcal{N}_{\mathcal{V}} \prec \mathbf{0} \tag{2.13}$$

Burada $\mathcal{N}_{\mathcal{U}}$ ve $\mathcal{N}_{\mathcal{V}}$, sırasıyla $\mathcal{U}$ ve $\mathcal{V}$ matrislerinin sıfır uzaylarını geren baz vektörlerdir.

Projeksiyon Yardımcı Teoremi, (2.12) ve (2.13) ile ifade edilen standart formdaki DME koşullarının, (2.11) denkleminde verilen genişletilmiş bir DME yapısına dönüştürülebilmesine imkân tanır. Böylelikle kontrolör tasarımı, yardımcı teoremde tasarım değişkeni olarak kullanılan $\mathcal{Z}$ yerine, herhangi bir yapısal kısıt içermeyen $\mathcal{X}$ tasarım değişkeni üzerinden gerçekleştirilebilir.

2.4 Tam Blok S-Prosedürü

Kapalı çevrim sisteminin veriye bağlı olarak elde edilmesini sağlayan Yardımcı Teorem 2.2 uygulaması, bilinmeyen ancak sınırlı bir bozucu sinyal olan W matrisinin kontrol algoritmasına dahil edilmesini beraberinde getirmektedir. Bu problemi aşmak için kullanılan tam blok S-prosedür tekniği [58], bozucu sinyal

W matrisinin belirsiz bir değişken olarak tanımlanmasına olanak tanır. Ayrıca bu teknik, izlenebilir ve daha az tutucu bir veri güdümlü sentez koşulu elde edilmesine olanak verir. Bu tekniği tanıtmak üzere, öncelikle aşağıdaki eşitsizlik koşulunu sağlayan bir çarpan matrisi Φ tanımlanmalıdır.

$$\begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix}^T \underbrace{\begin{bmatrix} \Psi & \chi \\ \chi^T & \Pi \end{bmatrix}}_{\Phi} \begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix} = W\Psi W^T + \mathsf{He}\{W\chi\} + \Pi \prec 0, \ \forall W \in \mathscr{W} \quad (2.14)$$

Ek olarak, W ve yapılandırılmamış çarpan matrisi $\mathcal{G}$, DKD gösterimi kullanılarak aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$W \star \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} \mathcal{G}_{11} & \mathcal{G}_{12} \\ \hline \mathcal{G}_{21} & \mathcal{G}_{22} \end{array}\right]}_{\mathcal{G}} \triangleq \mathcal{G}_{22} + \mathcal{G}_{21}W(I - \mathcal{G}_{11}W)^{-1}\mathcal{G}_{12} \quad (2.15)$$

Burada $(I - \mathcal{G}_{11}W)$, tüm $W \in \mathscr{W}$ için tersinir ise buna iyi tanımlanmış (*well-posed*) denir.

Bu tanımlamalarla birlikte, tam blok S-prosedür tekniğinin uygulanmasına imkân veren yardımcı teorem aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Yardımcı Teorem 2.4. *[59] DKD gösterimde $W \star \mathcal{G}$ iyi tanımlanmıştır ve*

$$\mathsf{He}\{W \star \mathcal{G}\} \triangleq W \star \mathcal{G} + (W \star \mathcal{G})^T \succ 0, \ W \in \mathscr{W}, \quad (2.16)$$

ancak ve ancak,

$$\begin{bmatrix} \mathcal{G}_{21}\Pi\mathcal{G}_{21}^T + \mathsf{He}\{\mathcal{G}_{22}\} & \mathcal{G}_{21}\Pi\mathcal{G}_{11}^T + \mathcal{G}_{21}\chi^T + \mathcal{G}_{12}^T \\ * & \Psi + \mathcal{G}_{11}\Pi\mathcal{G}_{11}^T + \mathsf{He}\{\mathcal{G}_{11}\chi^T\} \end{bmatrix} \succ 0 \quad (2.17)$$

ve (2.14)'ü sağlayan bir Φ matrisi vardır.

Bu yardımcı teorem sayesinde, (2.16) eşitsizliğiyle aynı formda ifade edilebilecek bir matris eşitsizliğinden W ifadesi ayrıştırılarak, (2.14) biçiminde ayrı bir koşul olarak kontrol problemine entegre edilebilir. Bu durum, W matrisinin belirsiz olarak tanımlanmasına olanak verir. Öte yandan (2.14) koşulu, W matrisinin kesin bilgisine ihtiyaç duyduğundan sonlu zamanda çözülemez. Sonsuz sayıda DME koşuluna yol açan bu durum, bir uygulanabilirlik (*feasibility*) kontrolü gerektirmektedir. Bu nedenle (2.14) koşulu yerine, izlenebilir nitelikte yeterli bir başka koşulun kullanılması gerekmektedir. (2.14) eşitsizliğini sağlayan sınırlı sayıda DME koşulunun elde edilmesi, bazı gevşetme yöntemlerinin

uygulanmasıyla mümkündür. Bu amaçla, politopik bölgeler için Pólya gevşetmesi veya dışbükey-kabuk gevşetmesi kullanılabilir. Öte yandan karelerin toplamı (*sum-of-squares*) yaklaşımının kullanılması (bkz. [60], [61] ve ilgili referanslar), polinom eşitsizlikleriyle tanımlanan bölgeler için daha uygundur. Scherer [61]'ın çalışmasında, sonlu sayıda DME kısıtıyla (2.14) eşitsizliğinin yapılabilirliğinin araştırılması amacıyla Pólya gevşetmesi ve dışbükey-kabuk gevşetmesi teknikleri ([62]) açıklanmıştır. Bu tez kapsamında ise aşağıda verilen dışbükey-kabuk tekniği kullanılmıştır.

2.5 Dışbükey-Kabuk Gevşetmesi

$\mathcal{W}$ politopik bölgesi, $\mathcal{W}_e = \{W^1, \ldots, W^\kappa\}$ şeklinde belirli sonlu sayıda köşe matris kümesinin dışbükey kabuğu olarak,

$$\mathcal{W} = \mathrm{conv}(\mathcal{W}_e) \triangleq \left\{ \sum_{j=1}^{\kappa} s_j W^j \ : \ \sum_{j=1}^{\kappa} s_j = 1, \ s_j \geq 0 \right\} \tag{2.18}$$

şeklinde tanımlanabilir [63]. Öncelikle, politopik bölgeler için uygun dışbükey-kabuk gevşetmesinin gösterilmesi için aşağıdaki tanımlamaya ihtiyaç vardır.

$$\Theta_{ij}(\Phi) \triangleq \begin{bmatrix} (W^i)^T \\ I \end{bmatrix}^T \Phi \begin{bmatrix} (W^j)^T \\ I \end{bmatrix}, \ i, j = 1, \ldots, \kappa \tag{2.19}$$

Dışbükey-kabuk yaklaşımında (2.14) eşitsizliğinin sol tarafının, W'nin dışbükey bir fonksiyonu olması bir ön koşuldur. Böylelikle, koşulu yalnızca W^j uç noktalarına uygulayarak tüm $W \in \mathcal{W}$ için (2.14) eşitsizliğini sağlamak mümkün hale gelir. Dışbükeylik koşulu,

$$\begin{aligned} \Bigg\{ s \begin{bmatrix} (W^1)^T \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi & \chi \\ \chi^T & \Pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (W^1)^T \\ I \end{bmatrix} + (1-s) \begin{bmatrix} (W^2)^T \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi & \chi \\ \chi^T & \Pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (W^2)^T \\ I \end{bmatrix} \\ \succeq (sW^1 + (1-s)W^2)\Psi(sW^1 + (1-s)W^2)^T \\ + \mathsf{He}\left\{ sW^1\chi + (1-s)W^2\chi \right\} + \Pi \end{aligned} \tag{2.20}$$

şeklinde yazılabilir ve aşağıdaki ifadeye eşdeğerdir [63].

$$s(1-s)(W^1 - W^2)\Psi(W^1 - W^2)^T \succeq 0, \ \forall s \in [0,1], \forall\, W^1, \, W^2 \in \mathcal{W} \tag{2.21}$$

Bu ifade incelendiğinde, $\Psi \succeq 0$ yeterlilik koşulu kolaylıkla çıkarılabilir. Özetle, dışbükey-kabuk gevşetmesi aşağıdaki koşullarla tanımlanır.

$$\begin{aligned} \Psi &\succeq 0, \\ \Theta_{jj}(\Phi) &\preceq 0, \quad j = 1, ..., \kappa \end{aligned} \tag{2.22}$$

Yorum 2.1. Ilgın parametre bağımlılığı (*affine parameter dependence*) durumunda, yani $\mathcal{G}_{11} = 0$ iken, (2.17) eşitsizliği $\Psi \succeq 0$ ifadesini sağlar. Dolayısıyla böyle bir durumda (2.14) eşitsizliğini yalnızca belirsizlik bölgesinin uç noktalarına uygulamak yeterli olacaktır.

3
VERİ GÜDÜMLÜ KARMA $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ KONTROLÖR TASARIMI

Tez çalışmasının bu bölümünde, önce $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemleri, ardından bu iki normu bir arada ele alarak çok amaçlı bir kontrol problemine çözüm getiren karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemleri için geliştirilen genişletilmiş DME tabanlı veri güdümlü çözümler bölümler hâlinde ele alınacaktır. Her bölümde, öncelikle (2.1) sistemindeki bütün matrislerin bilindiği varsayımıyla model tabanlı tasarımlar verilecektir. Sonrasında ise, gerçekleştirilen tam blok S-prosedürü uygulaması ile bu model tabanlı kontrol yapıları veri güdümlü hâle getirilecektir.

3.1 Veri Güdümlü $\mathcal{H}_2$ Kontrolörü

Bu bölümde, (2.1) açık çevrim sisteminde $z \triangleq z_2 \in \mathbb{R}^{c_2}$ ve $w \triangleq w_2 \in \mathbb{R}^{m_{w_2}}$ tanımlamalarının yapıldığı duruma odaklanılmaktadır. (2.4) durum uzayı denklemlerindeki bütün sistem matrislerinin bilindiği varsayımıyla, (2.2) ve (2.3) koşulları altında genişletilmiş DME'ler ile tanımlanan model tabanlı $\mathcal{H}_2$ kontrolör tasarımı aşağıdaki gibidir.

Yardımcı Teorem 3.1. *(Model Tabanlı $\mathcal{H}_2$ Kontrolörü:) Verilen bir $\alpha \in (0,1)$ için, $w_k^T w_k \leq \bar{w}, ; \forall k > 0$ koşulu altındaki bozucu sinyalin etkisinde olan (2.4) kapalı çevrim sisteminin w'den z'ye $\mathcal{H}_2$ normu, ancak aşağıda verilen koşulları sağlayan uygun boyutlu Y, L, $Q_2 = Q_2^T$ ve $\mathcal{J} = \mathcal{J}^T$ matrislerinin var olması hâlinde, pozitif tanımlı γ_2 skalerinden küçüktür. Bu durum, $\|\mathcal{T}_{cl}\|_2 < \gamma_2$ ile de ifade edilebilir.*

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_2 & * & * \\ \alpha\left(AY + B_u L\right) & \alpha\left(Y + Y^T\right) - Q_2 & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I \end{bmatrix} \succ 0, \tag{3.1}$$

$$\begin{bmatrix} Q_2 & * \\ \mathbf{e}_i^T TY & \left(\frac{1}{\bar{w}}\right)^2 \end{bmatrix} \succ 0, \quad \forall i = 1, \ldots, n_T, \tag{3.2}$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{J} & * \\ (CY + D_u L)^T & Y + Y^T - Q_2 \end{bmatrix} \succ 0, \tag{3.3}$$

$$\mathsf{iz}\{\mathcal{J}\} < \gamma_2^2. \tag{3.4}$$

Sonrasında ilgili kontrolör, $u = LY^{-1}x$ *ile oluşturulabilir. Ayrıca, kontrolör ile sistem üzerindeki* (2.2) *ve* (2.3) *kısıtları sağlanır.*

İspat. Öncelikle, $P_2 \succ 0$ iken Lyapunov fonksiyonu olan $V_k \triangleq x^T \mathcal{P}_2 x$ ifadesine odaklanılsın. Bilindiği üzere, Lyapunov fonksiyonunun her bir adım basamağındaki değişiminin negatif tanımlılığı, $k > 0$ için (2.4) sistemini kararlı kılacaktır. O hâlde,

$$\Delta V = V_{k+1} - V_k \prec 0, \ \forall k > 0 \tag{3.5}$$

ifadesi yazılabilir. Aynı zamanda bu eşitsizlik,

$$\Delta V = \Delta V + \alpha V - \alpha w^T w + \alpha w^T w - \alpha V \prec 0, \ \forall \alpha \in (0, 1) \tag{3.6}$$

şeklinde, $\alpha \in (0, 1)$ koşulu altındaki gevşetme ifadeleri ile düzenlenebilir. Eğer $r \triangleq \Delta V + \alpha V - \alpha w^T w$ ifadesi tanımlanırsa,

$$\Delta V = r + \alpha w^T w - \alpha V \prec 0 \tag{3.7}$$

olarak elde edilir. Ayrıca $r \prec 0$ için bu koşul, $r + \alpha w^T w - \alpha V \prec \alpha w^T w - \alpha V$ eşitsizliğine yol açar. Bozucu girişi üzerindeki (2.3) kısıtı da göz önüne alınırsa,

$$\Delta V \prec \alpha \left(w^T w - V \right) \prec \alpha \left(\bar{w}^2 - V \right) \tag{3.8}$$

eşitsizliği elde edilebilir. Bu eşitsizlik, $\mathscr{E}(\mathcal{P}_2, \bar{w}^2)$ elipsoidinin kontrollü ve değişmez olduğunu ortaya koymaktadır. Çünkü $\mathscr{E}(\mathcal{P}_2, \bar{w}^2)$ elipsoidinin içinde başlayan herhangi bir yörünge, elipsoidin üzerinde veya dışında ΔV sıfır olacağından elipsoidin dışına çıkamayacaktır. Sisteme bu enerji kısıtını koyan $r \prec 0$ koşulu, (2.4)'de verilen kapalı çevrim sistem tanımlamaları ve $\phi = \begin{bmatrix} x^T & w^T \end{bmatrix}^T$ seçimi ile

$$\begin{aligned} \phi^T \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{cl}^T \\ \mathcal{B}_{cl}^T \end{bmatrix} \mathcal{P}_2 \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{cl} & \mathcal{B}_{cl} \end{bmatrix} \phi - (1-\alpha) \phi^T \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \mathcal{P}_2 \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \phi \\ - \alpha \phi^T \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \phi \prec 0 \end{aligned} \tag{3.9}$$

şeklinde yazılabilir ve aşağıdaki formda düzenlenebilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ \mathcal{A}_{cl} & \mathcal{B}_{cl} \\ 0 & I \end{bmatrix}^T}_{\mathcal{N}_{\mathcal{U}_S}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} (\alpha-1)\mathcal{P}_2 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{P}_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha I \end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}_{S_2}} \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ \mathcal{A}_{cl} & \mathcal{B}_{cl} \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_{\mathcal{U}_S}} \prec 0 \tag{3.10}$$

Projeksiyon Yardımcı Teoremi üzerinden genişletilmiş formda bir DME koşulu elde etmek için, Pipeleers vd. [64] tarafından yayınlanan çalışmada Bölüm 5.5'te verilen yöntem kullanılmış ve $\mathcal{U}_S = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{cl} & -I & \mathcal{B}_{cl} \end{bmatrix}$ olarak seçilmiştir. Elde edilen $\mathcal{N}_{\mathcal{U}_S}^T$ matrisinin, seçilen $\mathcal{U}_S$ matrisinin sıfır uzayını geren baz vektörü olması, $\mathcal{U}_S\mathcal{N}_{\mathcal{U}_S} = 0$ eşitliğini sağlamasıyla ispatlanabilir. Ayrıca $\mathcal{N}_{\mathcal{V}_S} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T$ seçimi ile Projeksiyon Yardımcı Teoremi'nde verilen (2.13) eşitsizliği,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T}_{\mathcal{N}_{\mathcal{V}_S}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} (\alpha-1)\mathcal{P}_2 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{P}_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha I \end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}_{S_2}} \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_{\mathcal{V}_S}} \prec 0 \tag{3.11}$$

şeklinde oluşturulabilir. Bu kısıt, kapalı çevrim sistem enerjisinin sınırlandırılması için ihtiyaç duyulan $\mathcal{P}_2 \succ 0$ ve $\alpha \in (0,1)$ koşullarını içerdiğinden, DME üzerindeki genişletme işlemi herhangi bir ek koşula ve dolayısıyla tutuculuğa neden olmayacaktır. Böylelikle, verilen $\mathcal{N}_{\mathcal{V}_S}$ seçimi, $\mathcal{V}_S = \begin{bmatrix} 0 & \alpha I & 0 \end{bmatrix}$ ifadesine yol açar. Benzer şekilde, $\mathcal{V}_S\mathcal{N}_{\mathcal{V}_S} = 0$ eşitliğinin sağlamasıyla $\mathcal{N}_{\mathcal{V}_S}$'nin $\mathcal{V}_S$ matrisinin sıfır uzayını geren baz vektörü olduğu ispatlanabilir. Bütün bu çıkarımlar ve yapılandırılmamış matris $\mathcal{X}$'in $\mathcal{X}_S = Y^{-1}$ seçimi ile Projeksiyon Yardımcı Teoremi,

$$\mathsf{He}\left\{ \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{cl}^T \\ -I \\ \mathcal{B}_{cl}^T \end{bmatrix} Y^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \alpha I & 0 \end{bmatrix} \right\} + \mathcal{Z}_{S_2} \prec 0 \tag{3.12}$$

genişletilmiş DME koşulunu verir. $\mathsf{diag}\{Y, Y, I\}$ ile benzerlik dönüşümü (*congruence transformation*) uygulanıp $Q_2 \triangleq Y^T\mathcal{P}_2Y$ atamasının gerçekleştirilmesi ile de aşağıdaki eşitsizlik elde edilebilir.

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_2 & \alpha Y^T\mathcal{A}_{cl}^T & 0 \\ \alpha\mathcal{A}_{cl}Y & \alpha\left(Y+Y^T\right) - Q_2 & \alpha\mathcal{B}_{cl} \\ 0 & \alpha\mathcal{B}_{cl}^T & \alpha I \end{bmatrix} \succ 0 \tag{3.13}$$

Son olarak, (3.13) eşitsizliğine $\mathcal{A}_{cl} = A + B_uK$ ve $\mathcal{B}_{cl} = B_w$ tanımlamaları ile

$L \triangleq KY$ ataması yapılırsa, (3.1) eşitsizliğine ulaşılır. Buna ek olarak, $\mathcal{P}_2 \succ 0$ ve $\alpha \in (0,1)$ koşulları göz önüne alındığında, (3.12) eşitsizliğindeki $(2,2)$ elemanı $Y^{-1} + Y^{-T} \succ 0$ ifadesine yol açar. Bu eşitsizlik, Y matrisinin tam ranka sahip ve böylelikle tersinir olduğunu gösterir.

Kapalı çevrim sistem enerjisinin sınırlandırıldığı (3.1) DME'sinin elde edilmesinin ardından, sistem durumlarını sınırlandıran $Tx \leq \mathbf{1}$ eşitsizliğine odaklanılabilir. Öncelikle, sistem durumları üzerinde bir büyüklük koşulunu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\mathbf{e}_i^T T x \leq 1, \quad \forall i = 1, \ldots, n_T \tag{3.14}$$

Burada $\mathbf{e}_i$, i'inci girişi 1'e eşit ve diğer tüm girişleri sıfır olan n_T boyutlu bir sütun vektörüdür. O halde, (3.14) eşitsizliği

$$x^T T^T \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T T x \leq 1, \quad \forall i = 1, \ldots, n_T \tag{3.15}$$

şeklinde yazılabilir ve bu eşitsizlik, $\mathcal{E}(T^T \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T T, 1)$ elipsoidini tanımlar. Eğer $k > 0$ ise her bir $i = 1, \ldots, n_T$ için

$$\mathcal{E}(\mathcal{P}_2, \bar{w}^2) \subseteq \mathcal{E}(T^T \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T T, 1), \tag{3.16}$$

$r \prec 0$ ile birlikte sağlanıyorsa, o zaman kapalı çevrim sistem asimptotik kararlıdır ve sistem durumları asla doygunluğa ulaşmaz. Ayrıca (3.16),

$$\frac{\mathcal{P}_2}{\bar{w}^2} \succeq T^T \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T T, \qquad \forall\, i = 1, \ldots, n_T \tag{3.17}$$

eşitsizliğiyle ifade edilebilir. Bu eşitsizlik, matris formunda

$$\begin{bmatrix} \mathcal{P}_2 & T^T \mathbf{e}_i \\ \mathbf{e}_i^T T & \left(\frac{1}{\bar{w}}\right)^2 \end{bmatrix} \succ 0, \qquad \forall\, i = 1, \ldots, n_T \tag{3.18}$$

olarak, Schur tümleyen [55] yardımıyla elde edilebilir. Son olarak, (3.18) üzerinde $\mathsf{diag}\{Y, I\}$ kullanılarak benzerlik dönüşümü yapılması ve $Q_2 \triangleq Y^T \mathcal{P}_2 Y$ tanımlaması ile (3.2) elde edilir.

Kontrol sistemini durum ve yörünge sınırları içerisinde kararlı kılacak (3.1) ve (3.2) koşullarının elde edilmesinin ardından, sistemin performans kriterlerini tanımlayacak $\mathcal{H}_2$ normu kısıtına odaklanılabilir. Bilindiği üzere, $\mathcal{H}_2$ normu

$$\|\mathcal{T}_{cl}\|_2 = \sqrt{\mathsf{iz}\{\mathcal{C}_{cl} Q_c \mathcal{C}_{cl}^T\}} \tag{3.19}$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada Q_c, kontrol edilebilirlik gramyanını göstermektedir.

$\mathcal{H}_2$ normunun tanımı gereği, sistemin D_w matrisinin sıfıra eşit olması gerekir. Bununla birlikte, Q_2 matrisinin pozitif tanımlılığının sistemi kararlı kıldığı göz önüne alınırsa, $Q_2 \succ Q_c$ olur ve buradan

$$\mathsf{iz}\left(\mathcal{C}_{cl} Q_c \mathcal{C}_{cl}^T\right) < \mathsf{iz}\left(\mathcal{C}_{cl} Q_2 \mathcal{C}_{cl}^T\right) \tag{3.20}$$

eşitsizliği yazılabilir [65]. Eğer γ_2, $\|\mathcal{T}_{cl}\|_2$ normunun üst sınırını temsil ediyorsa

$$\mathsf{iz}\left(\mathcal{C}_{cl} Q_2 \mathcal{C}_{cl}^T\right) < \gamma_2^2 \tag{3.21}$$

yazılabilir. Aynı zamanda bu ifade, $\mathsf{iz}\left(\mathcal{J}\right) < \gamma_2^2$ ve

$$\mathcal{J} - \mathcal{C}_{cl} Q_2 \mathcal{C}_{cl}^T \succ 0 \tag{3.22}$$

eşitsizliklerine denktir. Burada $\mathcal{J} = \mathcal{J}^T$, (2.4) sisteminin $\mathcal{H}_2$ normunu minimize etmek için kullanılan yeni bir değişkendir. Bu aşamada, $\mathsf{iz}\left(\mathcal{J}\right) < \gamma_2^2$ koşulunun sağlandığı varsayılsın. Böylelikle, kompakt formda (3.22) eşitsizliği

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I \\ \mathcal{C}_{cl}^T \end{bmatrix}^T}_{\mathcal{N}_{\mathcal{U}_2}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathcal{J} & 0 \\ 0 & -Q_2 \end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}_2} \underbrace{\begin{bmatrix} I \\ \mathcal{C}_{cl}^T \end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_{\mathcal{U}_2}} \succ 0 \tag{3.23}$$

şeklinde ifade edilebilir. Genişletilmiş DME'ler ile bir koşul elde etmek için, sistemin enerjisini sınırlandıran (3.1) DME'si oluşturulurken kullanılan prosedür takip edilirse, $\mathcal{U}_2 = \begin{bmatrix} \mathcal{C}_{cl}^T & -I \end{bmatrix}$ seçimi yapılabilir. Ayrıca, $\mathcal{N}_{\mathcal{V}_2} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$ seçimi, Projeksiyon Yardımcı Teoremi'ni uygulamak için ihtiyaç duyduğumuz diğer eşitsizliği

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}^T}_{\mathcal{N}_{\mathcal{V}_2}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathcal{J} & 0 \\ 0 & -Q_2 \end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}_2} \underbrace{\begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_{\mathcal{V}_2}} \succ 0 \tag{3.24}$$

şeklinde verir. Bu eşitsizlik, $\mathcal{J} \succ 0$ koşuluna yol açtığı için genişletme metodunda herhangi bir tutuculuk artışına neden olmaz. Böylelikle, $\mathcal{N}_{\mathcal{V}_2}$'nin tanımı gereği $\mathcal{V}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -I \end{bmatrix}$ seçimi yapılabilir. Elde edilen sonuçlar ve yapılandırılmamış tasarım matrisi $\mathcal{X}$'in $\mathcal{X}_2 = Y$ seçimi ile Projeksiyon Yardımcı Teoremi'nin uygulanması,

$$\mathsf{He}\left\{ \begin{bmatrix} \mathcal{C}_{cl} \\ -I \end{bmatrix} Y \begin{bmatrix} 0 & -I \end{bmatrix} \right\} + \mathcal{Z}_2 \succ 0 \tag{3.25}$$

genişletilmiş matris yapısını verir. Sonrasında, $\mathcal{C}_{cl} = C + D_u K$ ve $L \triangleq KY$

tanımlamalarının uygulanmasıyla (3.3) eşitsizliği elde edilir. Böylelikle ispat sonlanır. ■

Elde edilen model tabanlı $\mathcal{H}_2$ kontrolör sonuçları, veri güdümlü tasarıma ulaşmak için kullanılacaktır. İlk olarak, açık çevrim olan (2.1) sisteminin kapalı çevrim hâli, Yardımcı Teorem 2.2 yardımıyla elde edilecektir. Kullanılan yardımcı teoremin sonuçları, bilinmeyen ancak sınırlı $W \in \mathscr{W}$ bozucu veri matrisine dayanmaktadır. Bu zorluğu aşmak ve izlenebilir, daha az tutucu bir çözüm bulmak için bozucu veri matrisi tam blok S-prosedürü yardımıyla belirsiz olarak ele alınacaktır. Bu işlemlerin sonucunda elde edilen veri güdümlü $\mathcal{H}_2$-kontrol tasarımı aşağıdaki teorem ile sunulmaktadır.

Teorem 3.1. *(Veri Güdümlü $\mathcal{H}_2$ Kontrolörü:) Verilen bir $\alpha \in (0,1)$ için aşağıdaki koşulları sağlayan uygun boyutlu Y, M, Π, χ, Ψ, $Q_2 = Q_2^T$ ve $\mathcal{J} = \mathcal{J}^T$ matrislerinin var olması halinde, her $k > 0$ için $w_k^T w_k \leq \bar{w}$ koşulu altındaki bozucuların etkisinde olan (2.4) sisteminin w'den z'ye $\mathcal{H}_2$ normu, pozitif tanımlı γ_2 skalerinden küçüktür. Bir diğer deyişle, $\|\mathcal{T}_{cl}\|_2 < \gamma_2$ koşulu sağlanır.*

$$XM = Y, \tag{3.26}$$

$$\begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi & \chi \\ \chi^T & \Pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix} \prec 0, \tag{3.27}$$

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_2 & * & * & * \\ \alpha X_+ M & \begin{pmatrix} \alpha(Y+Y^T) - Q_2 \\ +B_w \Pi B_w^T \end{pmatrix} & * & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I & * \\ \alpha M & -\chi B_w^T & 0 & \Psi \end{bmatrix} \succ 0, \tag{3.28}$$

$$\begin{bmatrix} Q_2 & * \\ \mathbf{e}_i^T TY & \left(\frac{1}{\bar{w}}\right)^2 \end{bmatrix} \succ 0, \quad \forall i = 1, \ldots, n_T, \tag{3.29}$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{J} & * \\ (CY + D_u UM)^T & Y + Y^T - Q_2 \end{bmatrix} \succ 0, \tag{3.30}$$

$$\mathsf{iz}\{\mathcal{J}\} < \gamma_2^2. \tag{3.31}$$

Ardından kontrolör, $u = UMY^{-1}x$ kullanılarak oluşturulabilir. Ayrıca, kontrolör ile sistem üzerindeki (2.2) *ve* (2.3) *kısıtları sağlanır.*

İspat. (3.1) koşulunun kapalı çevrim sistem matrisleri ile yazılmış versiyonu olan (3.13) eşitsizliğine odaklanılsın. Yardımcı Teorem 2.2'den gelen $A_{cl} = (X_+ -$

$B_w W)G$ ve $\mathcal{B}_{cl} = B_w$ kapalı çevrim sistem matrisleri ile $M \triangleq GY$ tanımlamasının (3.13) eşitsizliğine uygulanmasıyla

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_2 & * & * \\ \alpha\{(X_+ - B_w W)M\} & \alpha\left(Y + Y^T\right) - Q_2 & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I \end{bmatrix} \succ 0 \tag{3.32}$$

eşitsizliği elde edilebilir ve DKD formunda,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_2 & * & * \\ \alpha X_+ M & \alpha(Y+Y^T) - Q_2 & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{22}+\mathcal{G}_{22}^T} + \mathsf{He}\left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -B_w \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{21}} W(I - \underbrace{0}_{\mathcal{G}_{11}} W)^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha M & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{12}} \right\} \succ 0 \tag{3.33}$$

şeklinde yazılabilir. Görüldüğü gibi, bu eşitsizlik (2.16) ile aynı yapıdadır. Dolayısıyla, (2.17)'nin (3.33) eşitsizliğine uygulanmasıyla (3.28) DME'si elde edilir. Ayrıca, bu uygulama Yardımcı Teorem 2.4'ün tanımından gelen (3.27) koşuluna neden olur. M tanımına ek olarak, $K = UG$ eşitliğinin (3.3)'e uygulanmasıyla (3.30) matrisi elde edilir. $I = XG$ için, eşdeğer koşul olan $XM = Y$ sağlanmalıdır. Son olarak, sistem durumları üzerindeki DME koşulunda herhangi bir değişiklik yoktur. Böylelikle ispat tamamlanmış olur. ■

3.2 Veri Güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü

Bu bölümde, (2.1) açık çevrim sisteminde $z \triangleq z_\infty \in \mathbb{R}^{c_\infty}$ ve $w \triangleq w_\infty \in \mathbb{R}^{m_{w_\infty}}$ tanımlamalarının yapıldığı duruma odaklanılmaktadır. Öncelikle, model tabanlı $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörüne ulaşmak için tasarım metodumuzla uyumlu olacak şekilde genişletilmiş DME'ler ile ifade edilen aşağıdaki sınırlı gerçek yardımcı teorem kullanılacaktır.

Yardımcı Teorem 3.2. *[66] (2.4) kapalı çevrim sisteminin w'den z'ye $\mathcal{H}_\infty$ normu, ancak aşağıda verilen matris koşulunu sağlayan uygun boyutlu Y ve $Q_\infty = Q_\infty^T$ matrislerinin var olması hâlinde, pozitif tanımlı γ_∞ skalerinden küçüktür. Bu du-*

rum, $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty < \gamma_\infty$ *ile de ifade edilebilir.*

$$\begin{bmatrix} Y + Y^T - Q_\infty & * & * & * \\ \mathcal{A}_{cl}Y & Q_\infty & * & * \\ \mathcal{C}_{cl}Y & 0 & \gamma_\infty I & * \\ 0 & \mathcal{B}_{cl}^T & \mathcal{D}_{cl}^T & \gamma_\infty I \end{bmatrix} \succ 0 \tag{3.34}$$

Gözlemlenebileceği üzere Yardımcı Teorem 3.2, kontrol sisteminin durum ve bozucuları üzerindeki sınırları olan (2.2) ve (2.3) koşullarını içermemektedir. Bu sebeple, $\mathcal{H}_2$ kontrolü bölümünde tanımlanan kapalı çevrim enerji sınırını, model tabanlı $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımında kullanmamız gerekmektedir. Bu bağlamda, (2.4) kapalı çevrim durum-uzay denklemlerindeki bütün sistem matrislerinin bilindiği varsayımıyla, (2.2) ve (2.3) koşulları altında genişletilmiş DME'ler ile verilen model tabanlı $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı aşağıdaki gibidir.

Yardımcı Teorem 3.3. *(Model Tabanlı* $\mathcal{H}_\infty$ *Kontrolörü:) Verilen bir* $\alpha \in (0,1)$ *için,* $w_k^T w_k \leq \bar{w},\ \forall k > 0$ *koşulu altındaki bozucu sinyalinin etkisinde olan (2.4) kapalı-çevrim sisteminin* w*'den* z*'ye* $\mathcal{H}_\infty$ *normu, ancak aşağıda verilen koşulları sağlayan uygun boyutlu* Y*,* L *ve* $Q_\infty = Q_\infty^T$ *matrislerinin var olması halinde, pozitif tanımlı* γ_∞ *skalerinden küçüktür. Bu durum,* $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty < \gamma_\infty$ *ile de ifade edilebilir.*

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_\infty & * & * \\ \alpha\left(AY + B_u L\right) & \alpha\left(Y + Y^T\right) - Q_\infty & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I \end{bmatrix} \succ 0, \tag{3.35}$$

$$\begin{bmatrix} Q_\infty & * \\ \mathbf{e}_i^T T Y & \left(\frac{1}{\bar{w}}\right)^2 \end{bmatrix} \succ 0, \quad \forall i = 1, \ldots, n_T, \tag{3.36}$$

$$\begin{bmatrix} Y + Y^T - Q_\infty & * & * & * \\ AY + B_u L & Q_\infty & * & * \\ CY + D_u L & 0 & \gamma_\infty I & * \\ 0 & B_w^T & D_w^T & \gamma_\infty I \end{bmatrix} \succ 0. \tag{3.37}$$

Sonrasında ilgili kontrolör, $u = LY^{-1}x$ *ile oluşturulabilir. Ayrıca, kontrolör ile sistem üzerindeki* (2.2) *ve* (2.3) *kısıtları sağlanır.*

İspat. $\mathcal{P}_\infty = \mathcal{P}_2$ için $V_k \triangleq x^T \mathcal{P}_\infty x$ Lyapunov fonksiyonuna odaklanılsın. Bu fonksiyonun her bir adım basamağındaki değişiminin negatif tanımlılığı, $k > 0$ iken (2.4) sistemini kararlı kılacaktır. $\Delta V = V_{k+1} - V_k \prec 0$ ile ifade edilen bu koşul, $\mathcal{H}_2$-kontrol senteziyle benzer şekilde, $\alpha \in (0,1)$ koşulu altındaki gevşetme

ifadeleri kullanılarak

$$\Delta V = \Delta V + \alpha V - \alpha w^T w + \alpha w^T w - \alpha V \prec 0,\ \forall \alpha \in (0,1) \tag{3.38}$$

şeklinde yazılabilir ve $r \triangleq \Delta V + \alpha V - \alpha w^T w$ tanımlaması yapılabilir. Buna ek olarak $r \prec 0$ koşuluna odaklanılması, $r + \alpha w^T w - \alpha V \prec \alpha w^T w - \alpha V$ eşitsizliğine yol açar ve bozucu girişi üzerindeki sınırı ifade eden (2.3) kısıtıyla birlikte ele alınmasıyla

$$\Delta V \prec \alpha \left(w^T w - V \right) \prec \alpha \left(\bar{w}^2 - V \right) \tag{3.39}$$

eşitsizliği elde edilir. Görülebileceği üzere bu eşitsizlik, $\mathscr{E}(\mathcal{P}_\infty, \bar{w}^2)$ elipsoidinin kontrollü ve değişmez olduğunu göstermektedir. Çünkü $\mathscr{E}(\mathcal{P}_\infty, \bar{w}^2)$ elipsoidinin içinde başlayan herhangi bir yörünge, elipsoidin üzerinde veya dışında ΔV sıfır olacağından elipsoidin dışına çıkamayacaktır. Sisteme bu enerji kısıtını koyan $r \prec 0$ koşulu, (2.4)'te verilen kapalı çevrim sistem tanımlamaları ve $\phi = \begin{bmatrix} x^T & w^T \end{bmatrix}^T$ seçimi ile aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \phi^T \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{cl}^T \\ \mathcal{B}_{cl}^T \end{bmatrix} \mathcal{P}_\infty \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{cl} & \mathcal{B}_{cl} \end{bmatrix} \phi - (1-\alpha) \phi^T \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \mathcal{P}_\infty \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \phi \\ - \alpha \phi^T \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \phi \prec 0 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Sonuç olarak, Projeksiyon Yardımcı Teoremi'ne uygun şekilde (3.40) eşitsizliği

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ \mathcal{A}_{cl} & \mathcal{B}_{cl} \\ 0 & I \end{bmatrix}^T}_{\mathcal{N}_{\mathcal{U}_S}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} (\alpha-1)\mathcal{P}_\infty & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{P}_\infty & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha I \end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}_{S_\infty}} \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ \mathcal{A}_{cl} & \mathcal{B}_{cl} \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_{\mathcal{U}_S}} \prec 0 \tag{3.41}$$

halinde düzenlenebilir. Bu koşul üzerinden, $\mathcal{H}_2$-kontrol yöntemiyle ayn prosedür izlenirse, $\mathcal{U}_S = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{cl} & -I & \mathcal{B}_{cl} \end{bmatrix}$ seçimi yapılabilir ve $\mathcal{N}_{\mathcal{U}_S}^T$, bu matrisin sıfır uzayını geren baz vektörüdür. Benzer şekilde, $\mathcal{N}_{\mathcal{V}_S} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T$ seçimi ile Projeksiyon Yardımcı Teoremi'nde verilen bir diğer eşitsizlik,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T}_{\mathcal{N}_{\mathcal{V}_S}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} (\alpha-1)\mathcal{P}_\infty & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{P}_\infty & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha I \end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}_{S_\infty}} \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_{\mathcal{V}_S}} \prec 0 \tag{3.42}$$

olarak yazılabilir. Bu kısıt, kapalı çevrim sistem enerjisinin sınırlandırılması için gerekli olan $\mathcal{P}_\infty \succ 0$ ve $\alpha \in (0,1)$ koşullarını içerdiğinden, DME üzerindeki genişletme işlemi herhangi bir ek koşula, dolayısıyla da tutuculuğa neden olmayacaktır. Böylelikle, verilen $\mathcal{N}_{\mathcal{V}_S}$ baz vektörü seçimi, $\mathcal{V}_S = \begin{bmatrix} 0 & \alpha I & 0 \end{bmatrix}$ ifadesine yol açar. Bütün bu sonuçlar ve yapılandırılmamış matris $\mathcal{X}$'in $\mathcal{X}_S = Y^{-1}$ seçimi ile, Projeksiyon Yardımcı Teoremi kullanılarak

$$\mathsf{He}\left\{ \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{cl}^T \\ -I \\ \mathcal{B}_{cl}^T \end{bmatrix} Y^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \alpha I & 0 \end{bmatrix} \right\} + \mathcal{Z}_{S_\infty} \prec 0 \tag{3.43}$$

biçimindeki genişletilmiş DME koşulu elde edilir. Son olarak, $\mathsf{diag}\{Y, Y, I\}$ ile benzerlik dönüşümü uygulaması ve $Q_\infty \triangleq Y^T \mathcal{P}_\infty Y$ atamasının yapılması, aşağıdaki eşitsizliğe ulaşılmasını sağlar.

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_\infty & \alpha Y^T \mathcal{A}_{cl}^T & 0 \\ \alpha \mathcal{A}_{cl} Y & \alpha\left(Y + Y^T\right) - Q_\infty & \alpha \mathcal{B}_{cl} \\ 0 & \alpha \mathcal{B}_{cl}^T & \alpha I \end{bmatrix} \succ 0 \tag{3.44}$$

(3.44) eşitsizliği üzerinde, $\mathcal{A}_{cl} = A + B_u K$ ve $\mathcal{B}_{cl} = B_w$ kapalı çevrim matris tanımlamaları ile $L \triangleq KY$ ataması yapılırsa, (3.35) DME'si elde edilebilir. Y matrisinin tersinir olduğu, (3.43) ifadesindeki $(2,2)$ bloğunda yer alan $Y^{-1} + Y^{-T} \succ 0$ eşitsizliği ile anlaşılabilir.

Kararlılık için gerekli olan sistem durumları üzerindeki $Tx \leq \mathbf{1}$ kısıtı ise, bir büyüklük koşulu olarak

$$\mathbf{e}_i^T T x \leq 1, \quad \forall i = 1, \ldots, n_T \tag{3.45}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\mathbf{e}_i$, i'inci girişi 1'e eşit ve diğer tüm girişleri sıfır olan n_T boyutlu bir sütun vektörüdür. Öte yandan, (3.45) eşitsizliği, $\forall i = 1, \ldots, n_T$ için $x^T T^T \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T T x \leq 1$ şeklinde ifade edilebilir. $\mathcal{E}(T^T \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T T, 1)$ elipsoidini tanımlayan bu ifade, $k > 0$ iken her bir $i = 1, \ldots, n_T$ için

$$\mathcal{E}(\mathcal{P}_\infty, \bar{w}^2) \subseteq \mathcal{E}(T^T \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T T, 1), \tag{3.46}$$

iç içe geçmiş elipsoidleri tanımlamamıza olanak tanır. Sistemin durumları üzerine bir büyüklük koşulu getiren bu ifade ile birlikte $r \prec 0$ koşulu da sağlanırsa, kapalı çevrim sistem asimptotik olarak kararlı olur ve sistem durumları asla doygunluğa

ulaşmaz. Ayrıca, (3.46) ifadesi

$$\frac{\mathcal{P}_\infty}{\bar{w}^2} \succeq T^T \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T T, \qquad \forall\, i = 1, \ldots, n_T \tag{3.47}$$

eşitsizliği ile ifade edilebilir ve matris formunda, Schur tümleyen [55] kullanılarak

$$\begin{bmatrix} \mathcal{P}_\infty & T^T \mathbf{e}_i \\ \mathbf{e}_i^T T & \left(\frac{1}{\bar{w}}\right)^2 \end{bmatrix} \succ 0, \qquad \forall\, i = 1, \ldots, n_T \tag{3.48}$$

olarak yazılabilir. Son olarak, (3.48) üzerinde $\mathrm{diag}\{Y, I\}$ kullanılarak benzerlik dönüşümü yapılması ve $Q_\infty \triangleq Y^T \mathcal{P}_\infty Y$ tanımlaması ile (3.36) elde edilir. Ek olarak, (3.34) üzerinde $\mathcal{A}_{cl} = A + B_u K$, $\mathcal{B}_{cl} = B_w$, $\mathcal{C}_{cl} = C + D_u K$ ve $\mathcal{D}_{cl} = D_w$ kapalı çevrim matris tanımlamaları ile $L \triangleq KY$ ataması yapıldığında, (3.37) eşitsizliğine ulaşılır. Böylece ispat tamamlanmış olur. ■

Elde edilen model tabanlı kontrol yapısının veri güdümlü hâle getirilmesi için, $\mathcal{H}_2$-kontrol tasarımıyla benzer şekilde tam blok S-prosedürü yaklaşımı kullanılacaktır. Bu sayede, bilinmeyen ancak sınırlı $W \in \mathscr{W}$ bozucu veri matrisi belirsiz olarak tanımlanabilmekte ve dolayısıyla Yardımcı Teorem 2.2'de sunulan veriye bağlı kapalı çevrim sistem tanımlaması ile kontrolör tasarımı gerçekleştirilebilmektedir. Bu bakış açısıyla veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü aşağıdaki teoremde verilmiştir.

Teorem 3.2. *(Veri Güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü:) Verilen bir $\alpha \in (0, 1)$ için aşağıdaki koşulları sağlayan uygun boyutlu Y, M, Π_1, Π_2, χ_1, χ_2, Ψ_1, Ψ_2 ve $Q_\infty = Q_\infty^T$ matrislerinin var olması halinde, her $k > 0$ için $w_k^T w_k \leq \bar{w}$ koşulu altındaki bozucuların etkisinde olan (2.4) sisteminin w'den z'ye $\mathcal{H}_\infty$ normu, pozitif tanımlı γ_∞ skalerinden küçüktür. Bir diğer deyişle $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty < \gamma_\infty$ koşulu sağlanır.*

$$XM = Y, \tag{3.49}$$

$$\begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi_i & \chi_i \\ \chi_i^T & \Pi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix} \prec 0, \quad i = 1, 2, \tag{3.50}$$

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_\infty & * & * & * \\ \alpha X_+ M & \begin{pmatrix} \alpha(Y + Y^T) - Q_\infty \\ +B_w \Pi_1 B_w^T \end{pmatrix} & * & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I & * \\ \alpha M & -\chi_1 B_w^T & 0 & \Psi_1 \end{bmatrix} \succ 0, \tag{3.51}$$

$$\begin{bmatrix} Q_\infty & * \\ \mathbf{e}_i^T T Y & \left(\frac{1}{\bar{w}}\right)^2 \end{bmatrix} \succ 0, \quad \forall i = 1, \ldots, n_T, \tag{3.52}$$

$$\begin{bmatrix} Y+Y^T-Q_\infty & * & * & * & * \\ X_+M & Q_\infty+B_w\Pi_2B_w^T & * & * & * \\ CY+D_uUM & 0 & \gamma_\infty I & * & * \\ 0 & B_w^T & D_w^T & \gamma_\infty I & * \\ M & -\chi_2 B_w^T & 0 & 0 & \Psi_2 \end{bmatrix} \succ 0. \tag{3.53}$$

İlgili kontrolör ise, $u = UMY^{-1}x$ *kullanılarak elde edilebilir. Ayrıca, kontrolör ile sistem üzerindeki* (2.2) *ve* (2.3) *kısıtları sağlanır.*

İspat. Yardımcı Teorem 2.2 uyarınca, $A_{cl} = (X_+ - B_wW)G$ ve $\mathcal{B}_{cl} = B_w$ tanımlamalarının (3.44) eşitsizliğine uygulanması ve $M \triangleq GY$ ataması,

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_\infty & * & * \\ \alpha\{(X_+ - B_wW)M\} & \alpha\left(Y+Y^T\right)-Q_\infty & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I \end{bmatrix} \succ 0 \tag{3.54}$$

eşitsizliğini verir. Elde edilen eşitsizlik, DKD formunda

$$\underbrace{\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_\infty & * & * \\ \alpha X_+M & \alpha(Y+Y^T)-Q_\infty & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{22}+\mathcal{G}_{22}^T} + \mathsf{He}\left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -B_w \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{21}} W(I - \underbrace{0}_{\mathcal{G}_{11}}W)^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha M & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{12}} \right\} \succ 0 \tag{3.55}$$

şeklinde yazılabilir. Görülebileceği üzere elde edilen eşitsizlik (2.16) ile aynı yapıdadır. Dolayısıyla, $i = 1$ için (2.17) ifadesinin (3.55) eşitsizliğine uygulanmasıyla (3.51) koşulu elde edilebilir. Aynı tanımlamalar ile birlikte $L = KY$ ve Yardımcı Teorem 2.2'den gelen $K = UG$ tanımlamasıyla (3.34),

$$\begin{bmatrix} Y+Y^T-Q_\infty & * & * & * \\ (X_+ - B_wW)M & Q_\infty & * & * \\ CY+D_uUM & 0 & \gamma_\infty I & * \\ 0 & B_w^T & D_w^T & \gamma_\infty I \end{bmatrix} \succ 0 \tag{3.56}$$

eşitsizliğine dönüşür ve DKD formunda aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Y+Y^T-Q_\infty & * & * & * \\ X_+M & Q_\infty & * & * \\ CY+D_uUM & 0 & \gamma_\infty I & * \\ 0 & B_w^T & D_w^T & \gamma_\infty I \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{22}+\mathcal{G}_{22}^T} + \mathsf{He}\left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -B_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{21}} W(I - \underbrace{0}_{\mathcal{G}_{11}} W)^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{12}} \right\} \succ 0 \quad (3.57)$$

Benzer şekilde, $i = 2$ için (2.17) ifadesinin uygulanması, (3.57) eşitsizliğini (3.53) DME'sine dönüştürür. Ayrıca $i = 1, 2$ için yapılan bu uygulama, Yardımcı Teorem 2.4'ün tanımı gereği (3.50) ek koşuluna yol açar. Bunlarla birlikte, $I = XG$ için eşdeğer koşul olan $XM = Y$ sağlanmalıdır. Son olarak, sistem durumları üzerindeki sınırları sağlayan koşulda herhangi bir değişiklik yoktur. Böylelikle ispat sonlanmış olur. ■

3.2.1 Sayısal Örnek 1: Veri Güdümlü Öğrenme Performansının Karşılaştırılması

Veri güdümlü kontrol yöntemlerindeki $\mathcal{H}_2$- ve $\mathcal{H}_\infty$-norm değerleri, modelden bağımsız tasarım nedeniyle elde edilen kontrol kazançlarının gerçek modele uygulanmasıyla elde edilmektedir. Örneğin Teorem 3.2 ile verilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yönteminde, sistem matrisleri bilinmediğinden öğrenme performansı, veri güdümlü sentez metodu ile elde edilen $\mathcal{H}_\infty$ normunun (γ_∞), gerçek $\mathcal{H}_\infty$ normuna ($\gamma_{\infty t}$) ne kadar yakın olduğuna bağlıdır. Bu kapsamda, geliştirilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yönteminin öğrenme performansı, literatürdeki başka bir önemli veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemi ([15]) ile karşılaştırmalı olarak ele alınacaktır. Bu kapsamda, [15]'de sunulan yöntem Yardımcı Teorem 3.4 ile verilmiş, ardından Örnek 3.1 ile veri güdümlü kontrolörlerin öğrenme performansı değerlendirilmiştir.

Yardımcı Teorem 3.4. *[15] Eğer $\mathcal{Y} \succ 0$, $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{N\times n}$ ve $\lambda > 0$ olacak şekilde*

$$\begin{bmatrix} -\mathcal{Y} & \Lambda_{12} & -\lambda\mathcal{M}^T S_w^T & \mathcal{M}^T X_+^T & (C\mathcal{Y} + D_u U\mathcal{M})^T & \mathcal{M}^T \\ * & \Lambda_{22} & 0 & B_w^T & 0 & 0 \\ * & * & \lambda Q_w & B_w^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -\mathcal{Y} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -R^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & -(\lambda R_w)^{-1} \end{bmatrix} \prec 0 \quad (3.58)$$

ve

$$X\mathcal{M} = \mathcal{Y} \quad (3.59)$$

koşulları, $\Lambda_{12} = (C\mathcal{Y} + D_u U\mathcal{M})^T(RD_w + S^T)$ ve $\Lambda_{22} = Q + SD_w + D_w^T S^T + D_w^T R D_w$ için sağlanıyorsa, o hâlde:

i) $K = U\mathcal{M}\mathcal{Y}^{-1}$ olmak üzere, $A + B_u K$ sistemi kararlıdır.

ii) $u_k = Kx_k$ olacak şekilde tanımlanan (2.4) *sistemi, $P = \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}$ karesel performans indeksini sağlar.*

Burada $\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemi için $Q = -\gamma_\infty I$, $S = 0$ ve $R = I$ olarak seçilmelidir. Ayrıca, $Q_w = -I$, $S_w = 0$ ve $R_w = \bar{w}^2 I$ şeklinde tanımlanır.

Örnek 3.1. Ayrık zamanlı, doğrusal zamanla değişmeyen kararsız sistem aşağıdaki gibidir [15].

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1.4 & 0.4 \\ -0.9 & 0.3 & -1.5 \\ 1.1 & 1 & -0.4 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} w_k + \begin{bmatrix} 0.1 & -0.3 \\ -0.1 & -0.7 \\ 0.7 & -1 \end{bmatrix} u_k \quad (3.60)$$

Verilen sistem için gerekli olan kontrol çıkış vektörü matrisleri sırasıyla $C = I_3$, $D_u = 0_{3\times 2}$ ve $D_w = 0_{3\times 3}$ olarak belirlenmiştir. Ayrıca bozucular üzerindeki sınırlar, literatürdeki çalışmayla aynı olacak şekilde $\bar{w} = w_{max} = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.02 & 0.02 \end{bmatrix}^T$ olarak seçilmiştir. Sistem durumları üzerindeki sınırlar ise $\bar{x} = x_{max} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}^T$ olarak alınmıştır. Son olarak α parametresi, $\alpha = 0.25$ olarak belirlenmiştir. Yardımcı Teorem 3.4 ve Teorem 3.2'deki veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemlerinin (3.60) sistemi için 10 kez arka arkaya uygulanmasıyla elde edilen γ_∞ değerleri ve $\gamma_{\infty t}$ ile oluşturduğu hatalar Tablo 3.1'de verilmiştir. Burada hata değerleri, $\left|\frac{(\gamma_\infty - \gamma_{\infty t})}{\gamma_{\infty t}}\right|$ ile hesaplanmıştır.

Elde edilen bu sonuçlarla, literatürde kabul görmüş veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemine ([15]) kıyasla yaklaşık $\%25$ daha düşük hata yüzdesi ile γ_∞ bozucu

Tablo 3.1 Örnek 3.1 ile Elde Edilen γ_∞ Değerleri

	Teorem 3.2 ($\gamma_{\infty t} = 2.4$, $N = 20$)		Yardımcı Teorem 3.4 ($\gamma_{\infty t} = 2.4$, $N = 20$)	
Uygulama	γ_∞	% Hata	γ_∞	% Hata
1	2.4166	% 0.69	2.3375	% 2.60
2	2.5076	% 4.48	2.2824	% 4.90
3	2.4415	% 1.73	2.4879	% 3.66
4	2.3281	% 3.00	2.4622	% 2.59
5	2.5006	% 4.19	2.4085	% 0.35
6	2.3874	% 0.53	2.2810	% 4.96
7	2.4176	% 0.73	2.3507	% 2.05
8	2.4609	% 2.54	2.4011	% 0.46
9	2.3976	% 0.10	2.4650	% 2.71
10	2.4557	% 2.32	2.4319	% 2.56
	Ortalama % Hata $\rightarrow$ % 2.03		Ortalama % Hata $\rightarrow$ % 2.68	

bastırma seviyesi elde edilebilmektedir. Ayrıca, Teorem 3.2 kullanılarak ardışık olarak gerçekleştirilen 10 örneklemde, γ_∞ değerinin en fazla $\%4.48$ hata ile elde edilmesine karşın, Yardımcı Teorem 3.4 için bu hata oranının en fazla $\%4.90$ seviyesinde olduğu görülmektedir. Böylelikle, geliştirilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yönteminin sistem üzerinden daha başarılı bir öğrenme algoritması sunduğu ve dolayısıyla daha az tutucu sonuçlar verebildiği örnek ile ortaya konulmuştur.

3.3 Veri Güdümlü Karma $\mathcal{H}_2$/$\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü

Kontrolör tasarımında $\mathcal{H}_2$- ve $\mathcal{H}_\infty$-norm kısıtlarının birlikte ele alınabilmesi için, öncelikle kapalı çevrim sisteminin yeniden tanımlanması gerekmektedir. Bu sebeple, $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ normlarının transfer fonksiyonlarıyla ilişkili sinyal çiftleri, (2.4) kapalı çevrim sistemi için,

$$w \triangleq R_j w_j,\ z_j \triangleq S_j z, \quad j = 2, \infty, \tag{3.61}$$

şeklinde tanımlanmıştır [67]. Burada R_j ve S_j, uygun giriş/çıkış kanallarını belirlemek için kullanılan matrislerdir. Ayrıca $j = 2, \infty$ alt indisi, sırasıyla iki ve sonsuz normunu tanımlar. Bu çalışmada gerçekleştirilecek $\mathcal{H}_2$- ve $\mathcal{H}_\infty$-norm hesaplamalarında aynı giriş kanalı kullanılacaktır; başka bir deyişle $w = R_2 w_2 = R_\infty w_\infty$ olarak alınacaktır. Bu tanımlamalarla birlikte yeni kapalı çevrim sistem matrisleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\left[\begin{array}{c|cc} A & B_w & B_u \\ \hline C & D_w & D_u \end{array}\right] \triangleq \left[\begin{array}{c|cc} A & B_w & B_u \\ \hline C_j & D_{w_j} & D_{u_j} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_w & B_u \\ \hline S_j C & S_j D_w & S_j D_u \end{array}\right], \quad j = 2, \infty. \tag{3.62}$$

Veri güdümlü $\mathcal{H}_2$ kontrolörü ve veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü bölümlerinde elde edilen sonuçlar ile (3.62)'de tanımlanan yeni kapalı çevrim sistem matrisleri birlikte kullanılarak, çok amaçlı kontrol probleminin çözümü için önerilen veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü aşağıda sunulmaktadır.

Sonuç 3.1. *(Veri Güdümlü Karma $\mathcal{H}_2$/$\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü:) Verilen bir $\alpha \in (0,1)$ için aşağıdaki koşulları sağlayan uygun boyutlu Y, M, Π_1, Π_2, χ_1, χ_2, Ψ_1, Ψ_2, $Q_2 = Q_2^T$, $Q_\infty = Q_\infty^T$ ve $\mathcal{J} = \mathcal{J}^T$ matrislerinin var olması halinde, her $k > 0$ için $w_k^T w_k \leq \bar{w}$ koşulu altındaki bozucuların etkisinde olan (2.4) sistemi $\|\mathcal{T}_{cl}\|_2 < \gamma_2$ ile $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty < \gamma_\infty$ koşullarını sağlar.*

$$XM = Y, \tag{3.63}$$

$$\begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi_i & \chi_i \\ \chi_i^T & \Pi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix} \prec 0, \quad i = 1, 2, \tag{3.64}$$

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_j & * & * & * \\ \alpha X_+ M & \begin{pmatrix} \alpha(Y+Y^T) - Q_j \\ +B_w \Pi_1 B_w^T \end{pmatrix} & * & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I & * \\ \alpha M & -\chi_1 B_w^T & 0 & \Psi_1 \end{bmatrix} \succ 0, \quad j = 2, \tag{3.65}$$

$$\begin{bmatrix} Q_j & * \\ \mathbf{e}_i^T T Y & \left(\frac{1}{\bar{w}}\right)^2 \end{bmatrix} \succ 0, \quad \forall i = 1, \ldots, n_T, \quad j = 2, \tag{3.66}$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{J} & * \\ (S_j C Y + S_j D_u U M)^T & Y + Y^T - Q_j \end{bmatrix} \succ 0, \quad j = 2, \tag{3.67}$$

$$\mathsf{iz}\{\mathcal{J}\} < \gamma_2^2, \tag{3.68}$$

$$\begin{bmatrix} Y + Y^T - Q_j & * & * & * & * \\ X_+ M & Q_j + B_w \Pi_2 B_w^T & * & * & * \\ S_j C Y + S_j D_u U M & 0 & \gamma_\infty I & * & * \\ 0 & B_w^T & (S_j D_w)^T & \gamma_\infty I & * \\ M & -\chi_2 B_w^T & 0 & 0 & \Psi_2 \end{bmatrix} \succ 0 \quad j = \infty. \tag{3.69}$$

İlgili kontrolör ise, $u = UMY^{-1}x$ kullanılarak elde edilebilir. Ayrıca, kontrolör ile sistem üzerindeki (2.2) *ve* (2.3) *kısıtları sağlanır.*

Yorum 3.1. (3.64) DME koşulu, W matrisinin tam olarak bilinmesine bağlı olduğundan Sonuç 3.1 sonlu zamanda doğrudan çözülememektedir. Bunun temel nedeni, (3.64) koşulunun $W \in \mathscr{W}$ için mümkün olan tüm W değerlerinde sağlanmasının gerekmesidir. Söz konusu gereklilik, sonsuz sayıda DME koşuluna yol açmaktadır. Bu sorunu aşmak ve (3.64) koşulunu sonlu sayıda DME koşulu

içeren çözülebilir bir formülasyona dönüştürmek amacıyla ikinci bölümde tanıtılan dışbükey-kabuk gevşetme tekniği kullanılacaktır.

Yorum 3.2. İki farklı kontrol problemi için ortak bir çözüm elde etmeyi hedeflemek, bu problemler arasında bir ödünleşmeye yol açar. Kontrol probleminde tutuculuğu artıran bu durum, kontrol performansının düşmesine neden olabilir. Özellikle çok amaçlı veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrol probleminde her bir kontrol problemi için ortak bir Lyapunov matrisi seçimi, daha tutucu sentez koşullarına yol açabilmektedir. Bu sorunu gidermek amacıyla DME'ler üzerinde uygulanan genişletme tekniği, $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemlerinde farklı Lyapunov matrislerinin seçilebilmesine, başka bir deyişle ortak olmayan Lyapunov matrislerinin kullanılabilmesine ve böylece daha az tutucu çözümler elde edilmesine olanak tanımaktadır. Ayrıca dışbükey-kabuk gevşetmesi sayesinde $\mathcal{H}_2$- ve $\mathcal{H}_\infty$-kontrol problemlerinde farklı değişkenler kullanılarak çözüm aranabilir. Bu iki teknik sayesinde yalnızca tasarım değişkenlerinin $\mathcal{H}_2$- ve $\mathcal{H}_\infty$-kontrol problemlerinde ortak seçilmesiyle çok amaçlı kontrol problemi çözülebilir. Böylece, çok amaçlı kontrol problemindeki tutuculuk önemli ölçüde azaltılabilir.

3.4 Model Tabanlı Karma $\mathcal{H}_2$/$\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü

Bu bölümde, geliştirilen veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör sonuçlarını karşılaştırmak amacıyla, genişletilmiş DME'ler kullanılarak elde edilen model tabanlı $\mathcal{H}_2$- ve $\mathcal{H}_\infty$-kontrol ile bu kontrol yapıları temel alınarak oluşturulan model tabanlı karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrol yapısı ele alınmaktadır. Bu kapsamda, aşağıda sunulan kontrol yapıları literatürde yer alan çalışmalardan alınmıştır.

Yardımcı Teorem 3.5. *[68] (2.4) kapalı çevrim sisteminin w'den z'ye $\mathcal{H}_2$ normu, ancak ve ancak, aşağıda verilen koşulları sağlayan uygun boyutlu Y, F, $Q_2 = Q_2^T$ ve $\mathcal{J} = \mathcal{J}^T$ matrislerinin var olması hâlinde, pozitif tanımlı γ_2 skalerinden küçüktür. Bu durum, $\|\mathcal{T}_{cl}\|_2 < \gamma_2$ ile de ifade edilebilir.*

$$\begin{bmatrix} Q_2 & * & * \\ (AY + B_u F)^T & Y + Y^T - Q_2 & * \\ B_w^T & 0 & I \end{bmatrix} \succ 0, \tag{3.70}$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{J} & * \\ (CY + D_u F)^T & Y + Y^T - Q_2 \end{bmatrix} \succ 0. \tag{3.71}$$

$$\mathsf{iz}\{\mathcal{J}\} < \gamma_2^2. \tag{3.72}$$

Ardından, ilgili kontrolör $u = FY^{-1}x$ biçiminde oluşturulabilir.

Yardımcı Teorem 3.6. *[68] (2.4) kapalı çevrim sisteminin w'den z'ye $\mathcal{H}_\infty$ normu, ancak ve ancak, aşağıda verilen matris koşulunu sağlayan uygun boyutlu Y, F ve $Q_\infty = Q_\infty^T$ matrislerinin var olması hâlinde, pozitif tanımlı γ_∞ skalerinden küçüktür. Bu durum, $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty < \gamma_\infty$ ile de ifade edilebilir.*

$$\begin{bmatrix} Q_\infty & * & * & * \\ (AY + B_uF)^T & Y + Y^T - Q_\infty & * & * \\ B_w^T & 0 & I & * \\ 0 & CY + D_uF & D_w & \gamma_\infty^2 I \end{bmatrix} \succ 0. \tag{3.73}$$

Ardından, ilgili kontrolör $u = FY^{-1}x$ biçiminde oluşturulabilir.

Önceki bölümde verilen ve (3.62) ile tanımlanan kapalı çevrim sistem matrisleri kullanılarak, Yardımcı Teorem 3.5 ve Yardımcı Teorem 3.6 yardımıyla aşağıdaki model tabanlı karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı elde edilebilir.

Sonuç 3.2. *(Model Tabanlı Karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü:) Verilen bir $\gamma_2 > 0$ ve $\gamma_\infty > 0$ için, aşağıdaki koşulları sağlayan uygun boyutlu Y, F, $Q_2 = Q_2^T$, $Q_\infty = Q_\infty^T$ ve $\mathcal{J} = \mathcal{J}^T$ matrislerinin var olması halinde (2.4) sistemi $\|\mathcal{T}_{cl}\|_2 < \gamma_2$ ile $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty < \gamma_\infty$ koşullarını sağlar.*

$$\begin{bmatrix} Q_j & * & * \\ (AY + B_uF)^T & Y + Y^T - Q_j & * \\ B_w^T & 0 & I \end{bmatrix} \succ 0, \quad j = 2, \tag{3.74}$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{J} & * \\ (S_jCY + S_jD_uF)^T & Y + Y^T - Q_j \end{bmatrix} \succ 0, \quad j = 2, \tag{3.75}$$

$$\mathsf{iz}\{\mathcal{J}\} < \gamma_2^2, \tag{3.76}$$

$$\begin{bmatrix} Q_j & * & * & * \\ (AY + B_uF)^T & Y + Y^T - Q_\infty & * & * \\ B_w^T & 0 & I & * \\ 0 & S_jCY + S_jD_uF & S_jD_w & \gamma_\infty^2 I \end{bmatrix} \succ 0, \quad j = \infty. \tag{3.77}$$

Ardından, ilgili kontrolör $u = FY^{-1}x$ kullanılarak oluşturulabilir.

4
VERİ GÜDÜMLÜ KUTUP YERLEŞTİRMELİ $\mathcal{H}_\infty$ KONTROLÖR TASARIMI

Veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrol sentezinin elde edilmesinin ardından, bu bölümde, önceki bölümde elde edilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımının sonuçlarından faydalanarak, sistemin kutuplarını belirli bölgelerde tutmayı matematiksel olarak garanti altına alan veri güdümlü kutup yerleştirme $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı gerçekleştirilecektir. Bilindiği üzere, $\mathcal{H}_\infty$ normu frekans alanı yaklaşımıyla sistemin sürekli rejim yanıtlarına odaklanmaktadır. Öte yandan, sistemin geçici rejim yanıtları sistem köklerinin sol yarı s-düzlemindeki konumlarıyla ilişkilidir. Bu sebeple, geliştirilecek yöntem ile öncelikle sistemin köklerinin ilgili bölgede kalmasını matematiksel olarak garanti altına alan çembersel ve elipsoidal bölge sınırları tanımlanacaktır. Ardından, önceki bölümde elde edilen $\mathcal{H}_\infty$ kontrol sonuçlarından faydalanılarak veri güdümlü kutup yerleştirme $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı elde edilecektir.

4.1 Doğrusal Matris Eşitsizliği Bölgeleri

Sistemin kutuplarının yerleştirilmesine olanak sağlayan bir DME bölge kısıtı tanımlayabilmek için, öncelikle kararlı bir bölgeyi tanımlamamız gerekmektedir. Bu sebeple, aşağıdaki yardımcı teorem bir $\mathcal{D}_R$-kararlılık bölgesini tanımlamaktadır.

Yardımcı Teorem 4.1. *[69] Karmaşık düzlemdeki bir alan, ancak ve ancak, aşağıdaki eşiştsizliği sağlayan $R_{11} = R_{11}^T \in \mathbb{R}^{d\times d}$ ve $R_{22} = R_{22}^T \in \mathbb{R}^{d\times d}$ simetrik matrisleri ile $R_{12} \in \mathbb{R}^{d\times d}$ yapılandırılmamış matrisinin var olması halinde kararlı bir bölge tanımlar.*

$$\mathcal{D}_R = \{z \in \mathbb{C} | R_{11} + R_{11}z + R_{11}^T z^* + R_{22} z z^* \prec 0\} \tag{4.1}$$

Burada z, bir kompleks sayıyı ve z^* eşleniğini gösterir. Ayrıca $R_{22} \succeq 0$ olması durumunda bu bölge, bir DME koşuludur.

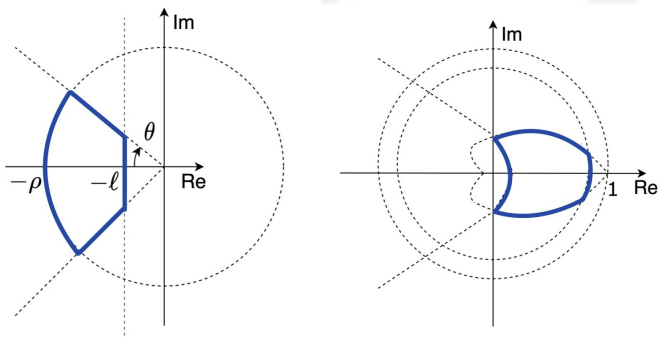
Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin kutupları, sistem matrisi A'nın özdeğerlerinden oluşmaktadır. Buradan hareketle, aşağıdaki yardımcı teorem, bir sistemin özdeğerlerinin (4.1) ile tanımlanan $\mathcal{D}_R$-kararlılık bölgesi içinde yer alabilmesi için temel bir koşul sağlamaktadır.

Yardımcı Teorem 4.2. *[22] Herhangi bir sistem matrisi $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, tanımlanan $\mathcal{D}_R$ bölgesinde, ancak ve ancak, aşağıdaki eşitsizliği sağlayan bir pozitif tanımlı $Q = Q^T$ matrisinin var olması halinde kararlıdır.*

$$R_{11} \otimes Q + R_{12} \otimes (AQ) + R_{12}^T \otimes (AQ)^T + R_{22} \otimes (AQA^T) \prec 0 \tag{4.2}$$

Burada $\otimes$, Kronecker çarpımını gösterir.

DME tabanlı kutup yerleştirme yöntemiyle kontrol edilen bir sistemin kararlı bölge koşulu daha dar bir alanda tanımlanabilir. Bu sayede, kapalı çevrim bir sistemde istenen kutup yerleşiminin gerçekleştirilmesi ve sistemin geçici rejim yanıtlarının iyileştirilmesi mümkün hâle gelir. Şekil 4.1'in sol tarafında sürekli zamanlı sistemler için s-düzleminde tanımlanan kararlılık bölgesi gösterilmiştir; Şekil 4.1'in sağ tarafında ise s-düzleminde tanımlanan bu bölgenin ayrık zamanlı sistemler için z-düzlemindeki karşılığı sunulmuştur [28].



(a) Sürekli Zaman **(b)** Ayrık Zaman

Şekil 4.1 Sürekli Zamanlı ve Ayrık Zamanlı Sistemler için Temel Kutup Yerleşim Bölgeleri ([28])

Şekil 4.1'de verilen, sürekli zamanlı sistemlerin kutupları için tanımlanan $S(\ell, \rho, \theta)$ alt bölgesi ve ayrık zamanlı karşılığı dikkate alındığında, bu bölge minimum yakınsama oranı ℓ, maksimum doğal frekans ρ (çembersel sınır) ve minimum sönüm oranı $\cos\theta$ (konik bölge) koşullarını içermektedir. Bu alt bölge, kontrol performansı açısından yerleşme süresi, aşım, salınımlı modların frekansı ve yüksek frekanslı kutupların büyüklüğü gibi sistem yanıtı ölçütleri için üst sınırlar getirilmesi anlamına gelmektedir [22].

Yorum 4.1. Ayrık zamanlı sistemlerde Şekil 4.1'de gösterilen $S(\ell, \rho, \theta)$ alt bölgesi doğrudan bir DME bölgesi ile tanımlanamaz. Bunun nedeni, sabit doğal frekans ve sönüm oranına karşılık gelen noktaların karmaşık üstel formda ifade edilmesidir [70]. Ancak bu bölgenin içinde kalan yaklaşık bir alt bölge, örneğin çembersel ya da elipsoidal bölgeler kullanılarak DME formunda temsil edilebilir.

4.2 Ayrık Zamanlı Sistemler İçin Doğrusal Matris Eşitsizliği Bölgeleri

Verilen bilgiler doğrultusunda, genişletilmiş DME yaklaşımı çerçevesinde çembersel bir alt kararlılık bölgesi aşağıdaki yardımcı teorem aracılığıyla tanımlanabilir.

Yardımcı Teorem 4.3. *(Çembersel $\mathcal{D}_R$-Kararlılık:) $\mathcal{A}_{cl} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ herhangi bir sistem matrisi olsun. Verilen x_c ve $r > 0$ skalerleri için, aşağıdaki matris eşitsizliğini sağlayan uygun boyutlu Y ve $Q = Q^T \succ 0$ matrisleri var olması halinde, $\mathcal{A}_{cl}$ matrisi, merkezi x_c ve yarıçapı r olan bir çembersel bölge içinde $\mathcal{D}_R$-kararlıdır.*

$$\mathsf{He}\left\{\begin{bmatrix}\mathcal{A}_{cl}\\ -I\end{bmatrix} Y \begin{bmatrix}x_c I & -I\end{bmatrix}\right\} + \begin{bmatrix}(r^2 - x_c^2)Q & x_c Q\\ x_c Q & -Q\end{bmatrix} \succ 0 \tag{4.3}$$

İspat. Sistem matrisi $\mathcal{A}_{cl} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ için, merkezi $[x_c, 0]$ noktasında bulunan ve yarıçapı r olan çembersel bir bölge tanımlayabilmek amacıyla, (4.2) ifadesindeki R_{11}, R_{12} ve R_{22},

$$R_{11} = x_c^2 - r^2,\ R_{22} = 1,\ R_{12} = -x_c \tag{4.4}$$

şekilde seçilebilir [71]. (4.4) ile verilen seçimlerin Yardımcı Teorem 4.2'de uygulanmasıyla, çembersel bölgeye ait kararlılık koşulu

$$(x_c^2 - r^2) \otimes Q - x_c \otimes (\mathcal{A}_{cl}Q) - x_c \otimes (\mathcal{A}_{cl}Q)^T + 1 \otimes (\mathcal{A}_{cl}Q\mathcal{A}_{cl}^T) \prec 0 \tag{4.5}$$

şeklinde yazılabilir ve bu ifade

$$(x_c^2 - r^2)Q - x_c(\mathcal{A}_{cl}Q + Q\mathcal{A}_{cl}^T) + \mathcal{A}_{cl}Q\mathcal{A}_{cl}^T \prec 0 \tag{4.6}$$

biçiminde düzenlenebilir. Genişletilmiş DME'ler kullanılarak bir koşul elde etmek amacıyla, (4.6) eşitsizliği kompakt bir formda

$$\underbrace{\begin{bmatrix}I\\ \mathcal{A}_{cl}^T\end{bmatrix}^T}_{\mathcal{N}_{\mathcal{U}_{Rc}}^T} \underbrace{\begin{bmatrix}(r^2 - x_c^2)Q & x_c Q\\ x_c Q & -Q\end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}_{Rc}} \underbrace{\begin{bmatrix}I\\ \mathcal{A}_{cl}^T\end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_{\mathcal{U}_{Rc}}} \succ 0 \tag{4.7}$$

şeklinde yazılabilir. Projeksiyon Yardımcı Teoremi'nin tanımı gereği elde edilen $\mathcal{N}_{\mathcal{U}_{Rc}}$ matrisi, $\mathcal{U}_{Rc}$ matrisinin sıfır uzayını geren baz vektörüdür ve bu durum, $\mathcal{U}_{Rc}\mathcal{N}_{\mathcal{U}_{Rc}} = 0$ eşitliğinin sağlaması ile ispatlanabilir. Buradan hareketle, $\mathcal{U}_{Rc} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{cl}^T & -I \end{bmatrix}$ seçimi yapılabilir. Ayrıca, kontrol sistemine ek bir koşul getirmeden, kararlılık için gerekli olan Q matrisinin pozitif tanımlılığından yararlanılarak, Projeksiyon Yardımcı Teoremi'nin uygulanabilmesi için gerekli ek koşul aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I \\ x_c I \end{bmatrix}^T}_{\mathcal{N}_{\mathcal{V}_{Rc}}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} (r^2 - x_c^2)Q & x_c Q \\ x_c Q & -Q \end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}_{Rc}} \underbrace{\begin{bmatrix} I \\ x_c I \end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_{\mathcal{V}_{Rc}}} \succ 0 \tag{4.8}$$

Burada (4.8) eşitsizliği, yalnızca $r^2 Q \succ 0$ koşuluna yol açmakta ve dolayısıyla sisteme ek bir koşul getirmemektedir. Böylelikle genişletme yöntemi herhangi bir tutuculuk artışına neden olmaz. Ayrıca, $\mathcal{N}_{\mathcal{U}_{Rc}}$ ile benzer biçimde, $\mathcal{N}_{\mathcal{V}_{Rc}}$ matrisi de $\mathcal{V}_{Rc}$ matrisinin sıfır uzayını geren baz vektörüdür ve $\mathcal{V}_{Rc} = \begin{bmatrix} x_c I & -I \end{bmatrix}$ seçimi yapılabilir. Elde edilen sonuçlar ve yapılandırılmamış matris $\mathcal{X}$ için $\mathcal{X}_{Rc} = Y$ seçimi altında Projeksiyon Yardımcı Teoremi'nin uygulanması sonucunda, (4.3) genişletilmiş DME yapısı elde edilir. Böylelikle ispat tamamlanmış olur. ■

Yorum 4.2. Bilindiği üzere, ayrık zamanlı bir sistemin kararlı olması, sistem kutuplarının z-düzleminde birim çemberle tanımlanan kararlılık bölgesi içinde yer almasına bağlıdır. Öte yandan, elde edilen çembersel koşulda $x_c = 0$ olarak alınırsa, yarıçap r seçimine bağlı olarak kontrol sistemi için daraltılmış bir kararlı bölge koşulu elde edilebilir. Böylelikle bu koşul, ayrık zamanlı sistemlerde birim çember sınırına yakın konumlanan sistem kutuplarını çember sınırından uzaklaştırmak amacıyla kullanılabilir. Buna ek olarak, $x_c = 0$ ve $r = 1$ seçimleri, ayrık zamanlı sistemler için temel birim çember kararlılık koşulunu verir.

Çembersel $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşulunun elde edilmesinin ardından, elipsoidal kararlılık bölge kısıtı, genişletilmiş DME yaklaşımı çerçevesinde aşağıdaki yardımcı teorem aracılığıyla verilebilir.

Yardımcı Teorem 4.4. *(Elipsoidal $\mathcal{D}_R$-Kararlılık:) $\mathcal{A}_{cl} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ herhangi bir sistem matrisi olsun. Verilen x_c, $q_x > 0$ ve $q_y > 0$ skalerleri için, aşağıdaki matris eşitsizliğini sağlayan uygun boyutlu Y ve $Q = Q^T \succ 0$ matrislerinin var olması hâlinde, $\mathcal{A}_{cl}$ matrisi, merkezi x_c olan ve x ile y yönlerindeki yarı eksenleri sırasıyla*

$1/q_x$ *ve* $1/q_y$ *olan elipsoidal bir bölge içinde* $\mathcal{D}_R$*-kararlıdır.*

$$\mathsf{He}\left\{\begin{bmatrix}\mathcal{A}_{cl} & 0\\ -I & 0\\ 0 & -I\\ 0 & \mathcal{A}_{cl}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Y & 0\\ 0 & Y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_cI & -I & 0 & 0\\ 0 & 0 & -I & x_cI\end{bmatrix}\right\} + \begin{bmatrix}Q & 0 & -\frac{q_x+q_y}{2} & q_xx_cQ\\ 0 & 0 & 0 & -\frac{q_x-q_y}{2}\\ -\frac{q_x+q_y}{2} & 0 & 0 & 0\\ q_xx_cQ & -\frac{q_x-q_y}{2} & 0 & Q\end{bmatrix} \succ 0 \quad (4.9)$$

İspat. Sistem matrisi $\mathcal{A}_{cl} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ için, x ile y yönlerindeki yarı eksenleri sırasıyla $1/q_x$ ve $1/q_y$ olan ve merkezi $[x_c, 0]$ noktasında bulunan elipsoidal bir bölge tanımlayabilmek amacıyla, (4.2) ifadesindeki R_{11}, R_{12} ve R_{22},

$$R_{11} = \begin{bmatrix}-1 & -q_xx_c\\ -q_xx_c & -1\end{bmatrix},\ R_{22} = 0_{2\times 2},\ R_{12} = \begin{bmatrix}0 & \frac{q_x-q_y}{2}\\ \frac{q_x+q_y}{2} & 0\end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

şekilde seçilebilir [72]. (4.10) ile verilen seçimlerin Yardımcı Teorem 4.2'de yerine konulmasıyla elipsoidal bölge kararlılık koşulu

$$\begin{bmatrix}-1 & -q_xx_c\\ -q_xx_c & -1\end{bmatrix}\otimes Q + \begin{bmatrix}0 & \frac{q_x-q_y}{2}\\ \frac{q_x+q_y}{2} & 0\end{bmatrix}\otimes(\mathcal{A}_{cl}Q) + \begin{bmatrix}0 & \frac{q_x+q_y}{2}\\ \frac{q_x-q_y}{2} & 0\end{bmatrix}\otimes(\mathcal{A}_{cl}Q)^T + 0_{2\times 2}\otimes(\mathcal{A}_{cl}Q\mathcal{A}_{cl}^T) \prec 0 \quad (4.11)$$

olarak yazılabilir ve bu ifade

$$\begin{bmatrix}-Q & \frac{q_x-q_y}{2}\mathcal{A}_{cl}Q + \frac{q_x+q_y}{2}Q\mathcal{A}_{cl}^T - q_xx_cQ\\ \frac{q_x-q_y}{2}Q\mathcal{A}_{cl}^T + \frac{q_x+q_y}{2}\mathcal{A}_{cl}Q - q_xx_cQ & -Q\end{bmatrix} \prec 0 \quad (4.12)$$

şeklinde düzenlenebilir. Genişletilmiş DME'ler yardımıyla bir koşul elde etmek amacıyla, (4.12) eşitsizliği kompakt formda

$$\underbrace{\begin{bmatrix}I & 0\\ \mathcal{A}_{cl}^T & 0\\ 0 & \mathcal{A}_{cl}^T\\ 0 & I\end{bmatrix}^T}_{\mathcal{N}_{\mathcal{U}_{Re}}^T}\underbrace{\begin{bmatrix}Q & 0 & -\frac{q_x+q_y}{2}Q & q_xx_cQ\\ 0 & 0 & 0 & -\frac{q_x-q_y}{2}Q\\ -\frac{q_x+q_y}{2}Q & 0 & 0 & 0\\ q_xx_cQ & -\frac{q_x-q_y}{2}Q & 0 & Q\end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}_{Re}}\underbrace{\begin{bmatrix}I & 0\\ \mathcal{A}_{cl}^T & 0\\ 0 & \mathcal{A}_{cl}^T\\ 0 & I\end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_{\mathcal{U}_{Re}}} \succ 0 \quad (4.13)$$

olarak düzenlenebilir. Projeksiyon Yardımcı Teoremi'nin tanımı gereği elde edilen $\mathcal{N}_{\mathcal{U}_{Re}}$ matrisi, $\mathcal{U}_{Re}$ matrisinin sıfır uzayını geren baz vektörüdür. Bu durum, $\mathcal{U}_{Re}\mathcal{N}_{\mathcal{U}_{Re}} = 0$ eşitliğinin sağlaması ile ispatlanabilir. Böylelikle, $\mathcal{U}_{Re} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{cl}^T & -I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I & \mathcal{A}_{cl}^T \end{bmatrix}$ seçimi yapılabilir. Ayrıca, kontrol sistemine ek bir koşul getirmeden, kararlılık için gerekli olan Q matrisinin pozitif tanımlılığı kullanılarak, Projeksiyon Yardımcı Teoremi'nin çalıştırılması için gerekli olan ek koşul aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ x_c I & 0 \\ 0 & x_c I \\ 0 & I \end{bmatrix}^T}_{\mathcal{N}_{\mathcal{V}_{Re}}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} Q & 0 & -\frac{q_x+q_y}{2}Q & q_x x_c Q \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{q_x-q_y}{2}Q \\ -\frac{q_x+q_y}{2}Q & 0 & 0 & 0 \\ q_x x_c Q & -\frac{q_x-q_y}{2}Q & 0 & Q \end{bmatrix}}_{\mathcal{Z}_{Re}} \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ x_c I & 0 \\ 0 & x_c I \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\mathcal{N}_{\mathcal{V}_{Re}}} \succ 0 \tag{4.14}$$

Burada (4.14) eşitsizliği, $\begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \succ 0$ koşuluna yol açmakta ve dolayısıyla sisteme herhangi bir ek koşul getirmemektedir. Böylelikle genişletme yöntemi herhangi bir tutuculuk artışına neden olmaz. Ayrıca, $\mathcal{N}_{\mathcal{U}_{Re}}$ ile benzer şekilde $\mathcal{N}_{\mathcal{V}_{Re}}$ matrisi, $\mathcal{V}_{Re}$ matrisinin sıfır uzayını geren baz vektörüdür ve $\mathcal{V}_{Rc} = \begin{bmatrix} x_c I & -I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I & x_c I \end{bmatrix}$ olarak seçilebilir. Elde edilen bu sonuçlar ve yapılandırılmamış matris $\mathcal{X}$'in, $\mathcal{X}_{Re} = Y$ seçimi ile Projeksiyon Yardımcı Teoremi'nin uygulanması, (4.9) genişletilmiş DME yapısını verir. Böylelikle ispat sonlanır. ■

Yorum 4.3. Elde edilen bölgesel kararlılık koşulları, sistemin kararlı kutuplarını belirli bir bölge içinde tutmak amacıyla kullanılabileceği gibi, bu kutupları söz konusu bölgenin dışında tutmak için de kullanılabilir. Bu amaçla, Yardımcı Teorem 4.3 ve Yardımcı Teorem 4.4'de verilen pozitif tanımlı DME koşulları, kararlılık kriteri içeren başka bir DME koşuluyla birlikte negatif tanımlı olarak yeniden yazılırsa, elde edilen çözüm ile sistemin kutuplarının tanımlanan bölge dışında kalması sağlanabilir.

Yorum 4.4. Yardımcı Teorem 4.3 ve Yardımcı Teorem 4.4 ile elde edilen DME koşulları, model tabanlı kontrol yöntemlerinin geliştirilmesinde kullanılabilir. (2.1) sistemi için kontrolör tasarımı gerçekleştirmek amacıyla, yardımcı teoremlerde $\mathcal{A}_{cl} = A + B_u K$ ve $L \triangleq KY$ tanımlamalarının uygulanması yeterlidir. Bu doğrultuda kontrol sinyali ise $u = LY^{-1}x$ şeklinde oluşturulabilir.

4.3 Çembersel ve Elipsoidal Doğrusal Matris Eşitsizliği Bölgeleri ile Veri Güdümlü Kutup Yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü

Bölgesel kararlılık koşullarının elde edilmesinin ardından, veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör sentezi için ihtiyaç duyulan $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yapısı, önceki bölümde verilen Yardımcı Teorem 3.3 ile elde edilen sonuçlardan yararlanılarak oluşturulacaktır. Bu sebeple (2.1) açık çevrim sisteminde, $z \triangleq z_\infty \in \mathbb{R}^{c_\infty}$ ve $w \triangleq w_\infty \in \mathbb{R}^{m_{w\infty}}$ tanımlamalarının yapıldığı duruma odaklanılacaktır. Ek olarak, söz konusu yardımcı teoremin $Q_\infty \triangleq Q$ tanımlaması ile kapalı çevrim sistem matrisleri cinsinden ifade edilmiş aşağıdaki versiyonu dikkate alınacaktır.

Yardımcı Teorem 4.5. *Verilen bir $\alpha \in (0,1)$ için, $w_k^T w_k \leq \bar{w},\ \forall k > 0$ koşulu altındaki bozucu sinyalinin etkisinde olan (2.4) kapalı-çevrim sisteminin w'den z'ye $\mathcal{H}_\infty$ normu, ancak aşağıda verilen koşulları sağlayan uygun boyutlu Y ve $Q = Q^T$ matrislerinin var olması halinde, pozitif tanımlı γ_∞ skalerinden küçüktür ve* (2.2) *ile* (2.3) *kısıtları sağlanır.*

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q & * & * \\ \alpha\mathcal{A}_{cl}Y & \alpha\left(Y+Y^T\right)-Q & * \\ 0 & \alpha\mathcal{B}_{cl}^T & \alpha I \end{bmatrix} \succ 0 \tag{4.15}$$

$$\begin{bmatrix} Q & * \\ \mathbf{e}_i^T T Y & \left(\frac{1}{\bar{w}}\right)^2 \end{bmatrix} \succ 0, \quad \forall i = 1, \ldots, n_T \tag{4.16}$$

$$\begin{bmatrix} Y+Y^T-Q & * & * & * \\ \mathcal{A}_{cl}Y & Q & * & * \\ \mathcal{C}_{cl}Y & 0 & \gamma_\infty I & * \\ 0 & \mathcal{B}_{cl}^T & \mathcal{D}_{cl}^T & \gamma_\infty I \end{bmatrix} \succ 0 \tag{4.17}$$

Model tabanlı olarak elde edilen bu sonuçlarla birlikte, veri güdümlü kontrolör tasarımı önceki bölümde sunulan prosedür izlenerek gerçekleştirilecektir. İlk olarak, (2.1) sisteminin kapalı çevrim hâli Yardımcı Teorem 2.2 yardımıyla elde edilecektir. Kullanılan yardımcı teoremin sonuçları, bilinmeyen ancak sınırlı $W \in \mathscr{W}$ bozucu veri matrisine dayandığından, izlenebilir ve daha az tutucu bir çözüm elde edebilmek amacıyla bu bozucu veri matrisi tam blok S-prosedürü kullanılarak belirsiz bir parametre olarak ele alınacaktır. Kullanılan tam blok S-prosedür tekniği 2. bölümde verilmiştir. Öncelikle aşağıdaki teorem, Yardımcı Teorem 4.3 ve Yardımcı Teorem 4.5'in birlikte ele alınmasıyla elde edilen çembersel $\mathcal{D}_R$-kararlılık ile veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımını sunmaktadır.

Teorem 4.1. *(Çembersel $\mathcal{D}_R$-Kararlılık ile Veri Güdümlü Kutup Yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü:) Verilen bir $\alpha \in (0,1)$, $r > 0$ ve x_c için aşağıdaki koşulları sağlayan*

uygun boyutlu Y, M, Π_1, Π_2, Π_3, χ_1, χ_2, χ_3, Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3, $Q_s = Q_s^T$ *ve* $Q_\infty = Q_\infty^T$ *matrislerinin var olması halinde, her* $k > 0$ *için* $w_k^T w_k \leq \bar{w}$ *koşulu altındaki bozucuların etkisinde olan (2.4) sistemi,* $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty < \gamma_\infty$ *koşulu altında, merkezi* x_c *ve yarıçapı* r *olan bir çembersel bölge içinde* $\mathcal{D}_R$*-kararlıdır.*

$$XM = Y, \tag{4.18}$$

$$\begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi_i & \chi_i \\ \chi_i^T & \Pi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix} \prec 0, \quad i = 1, 2, 3, \tag{4.19}$$

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_j & * & * & * \\ \alpha X_+ M & \begin{pmatrix} \alpha(Y+Y^T) - Q_j \\ +B_w \Pi_1 B_w^T \end{pmatrix} & * & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I & * \\ \alpha M & -\chi_1 B_w^T & 0 & \Psi_1 \end{bmatrix} \succ 0, \quad j = s, \tag{4.20}$$

$$\begin{bmatrix} Q_j & * \\ \mathbf{e}_i^T T Y & \left(\frac{1}{\bar{w}}\right)^2 \end{bmatrix} \succ 0, \quad \forall i = 1, \ldots, n_T, \quad j = s, \tag{4.21}$$

$$\begin{bmatrix} Y + Y^T - Q_j & * & * & * & * \\ X_+ M & Q_j + B_w \Pi_2 B_w^T & * & * & * \\ CY + D_u U M & 0 & \gamma_\infty I & * & * \\ 0 & B_w^T & D_w^T & \gamma_\infty I & * \\ M & -\chi_2 B_w^T & 0 & 0 & \Psi_2 \end{bmatrix} \succ 0, \quad j = \infty, \tag{4.22}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} (r^2 - x_c^2)Q_j + B_w \Pi_3 B_w^T \\ +x_c(X_+ M + M^T X_+^T) \end{pmatrix} & * & * \\ x_c(Q_j - Y) - M^T X_+^T & Y + Y^T - Q_j & * \\ -\chi_3 B_w^T + x_c M & -M & \Psi_3 \end{bmatrix} \succ 0, \quad j = s. \tag{4.23}$$

İlgili kontrolör, $u = UMY^{-1}x$ *ifadesi kullanılarak elde edilebilir. Ayrıca, kontrolör uygulandığında sistem üzerindeki* (2.2) *ve* (2.3) *kısıtları sağlanır.*

İspat. $Q \triangleq Q_s$ tanımlaması ile (4.15) eşitsizliğine odaklanılsın. Yardımcı Teorem 2.2 uyarınca, $A_{cl} = (X_+ - B_w W)G$ ve $\mathcal{B}_{cl} = B_w$ tanımlamalarının uygulanması ile $M \triangleq GY$ atamasının yapılması sonucunda

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_s & * & * \\ \alpha\{(X_+ - B_w W)M\} & \alpha\left(Y + Y^T\right) - Q_s & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I \end{bmatrix} \succ 0 \tag{4.24}$$

eşitsizliği elde edilir. Bu eşitsizlik, DKD formunda aşağıdaki gibi yeniden

düzenlenebilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_s & * & * \\ \alpha X_+ M & \alpha(Y+Y^T)-Q_s & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{22}+\mathcal{G}_{22}^T} + \mathsf{He}\left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -B_w \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{21}} W(I - \underbrace{0}_{\mathcal{G}_{11}} W)^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha M & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{12}} \right\} \succ 0 \quad (4.25)$$

Görülebileceği üzere, elde edilen eşitsizlik (2.16) ile aynı yapıdadır. Dolayısıyla, $i = 1$ için (2.17) ifadesinin (4.25) eşitsizliğine uygulanmasıyla (4.20) koşulu elde edilir. Ayrıca, sistem durumları üzerindeki sınırları sağlayan (4.16) koşuluna $Q \triangleq Q_s$ atamasının yapılmasıyla (4.21) koşuluna ulaşılır.

Şimdi ise $Q \triangleq Q_\infty$ tanımlaması yapılarak (4.17) eşitsizliği incelensin. Benzer biçimde, $A_{cl} = (X_+ - B_w W)G$ ve $\mathcal{B}_{cl} = B_w$ tanımlamalarının uygulanması ile $M \triangleq GY$ atamasının yapılması sonucunda, (4.17) eşitsizliği

$$\begin{bmatrix} Y+Y^T-Q_\infty & * & * & * \\ (X_+ - B_w W)M & Q_\infty & * & * \\ CY + D_u U M & 0 & \gamma_\infty I & * \\ 0 & B_w^T & D_w^T & \gamma_\infty I \end{bmatrix} \succ 0 \quad (4.26)$$

koşuluna dönüşür ve bu koşul DKD formunda aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Y+Y^T-Q_\infty & * & * & * \\ X_+ M & Q_\infty & * & * \\ CY + D_u U M & 0 & \gamma_\infty I & * \\ 0 & B_w^T & D_w^T & \gamma_\infty I \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{22}+\mathcal{G}_{22}^T} + \mathsf{He}\left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -B_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{21}} W(I - \underbrace{0}_{\mathcal{G}_{11}} W)^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{12}} \right\} \succ 0 \quad (4.27)$$

Benzer şekilde, $i = 2$ için (2.17) ifadesinin uygulanması, (4.27) eşitsizliğini (4.22) DME'sine dönüştürür.

Yardımcı Teorem 4.5 kullanılarak gerçekleştirilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yönteminin ardından, kontrol sistemine çembersel bir bölge koşulu getiren (4.3) DME'sine $Q \triangleq Q_s$ tanımlaması ile ele alınsın. Yardımcı Teorem 2.2 uyarınca elde edilen $\mathcal{A}_{cl} = (X_+ - B_w W)G$ ve $\mathcal{B}_{cl} = B_w$ kapalı çevrim sistem matrisleri ile $M \triangleq GY$ tanımlamasının (4.3) eşitsizliğine uygulanması sonucunda

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} (r^2 - x_c^2)Q_s \\ +x_c(X_+M - B_wWM) \\ +x_c(X_+M - B_wWM)^T \end{pmatrix} & * \\ \begin{pmatrix} x_c(Q_s - Y) \\ -(X_+M - B_wWM)^T \end{pmatrix} & Y + Y^T - Q_s \end{bmatrix} \succ 0 \tag{4.28}$$

eşitsizliği kompakt biçimde elde edilir. Bu eşitsizlik DKD formunda

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} (r^2 - x_c^2)Q_s \\ +x_c(X_+M + M^TX_+^T) \end{pmatrix} & * \\ x_c(Q_s - Y) - M^TX_+^T & Y + Y^T - Q_s \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{22}+\mathcal{G}_{22}^T}$$
$$+ \mathsf{He}\left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} -B_w \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{21}} W(I - \underbrace{0}_{\mathcal{G}_{11}} W)^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} x_cM & -M \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{12}} \right\} \succ 0 \tag{4.29}$$

şeklinde yazılabilir. Görüldüğü gibi, bu eşitsizlik (2.16) ile aynı yapıdadır. Bu nedenle, $i = 3$ için (2.17)'nin (4.29) eşitsizliğine uygulanması sonucunda (4.23) DME'si elde edilir.

Sonuç olarak, $i = 1, 2, 3$ için gerçekleştirilen tam blok S-prosedürü uygulaması, Yardımcı Teorem 2.4'ün tanımı gereği (4.19) ek koşulunu ortaya çıkarır. Ayrıca, $I = XG$ için eşdeğer koşul olan $XM = Y$ eşitliğinin sağlanması gerekir. Böylece ispat tamamlanmış olur. ■

4.3.1 Sayısal Örnek 2: Bozucu Sınırlarına Bağlı Olarak Veri Güdümlü Kontrol Yönteminin Uygulanabilirliği

Geliştirilen çembersel $\mathcal{D}_R$-kararlılık ile veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yönteminin tutuculuğunu değerlendirmek amacıyla aşağıda verilen örnek, çembersel bölge koşuluna dayalı olarak tasarlanan literatürdeki öncü veri güdümlü

kutup yerleştirmeli kontrolör tasarımı ile ([28]) gerçekleştirilecek karşılaştırmaları içermektedir. Verilen Örnek 4.1, [28] çalışmasında sunulan veri güdümlü kontrolörlerin hangi bozucu sınırları altında uygulanabilir (*feasible*) çözümler üretebildiğine ilişkin bulgular esas alınarak, Teorem 4.1 ile verilen yöntemle karşılaştırmalı bir değerlendirme gerçekleştirilecektir.

Örnek 4.1. [28] çalışmasında kullanılan ayrık zamanlı, doğrusal zamanla değişmeyen sistem, aşağıdaki gibi durum-uzay formunda verilmiştir [73].

$$x_{k+1} = (I_5 - \frac{1}{2}L)x_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k + w,\ L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \tag{4.30}$$

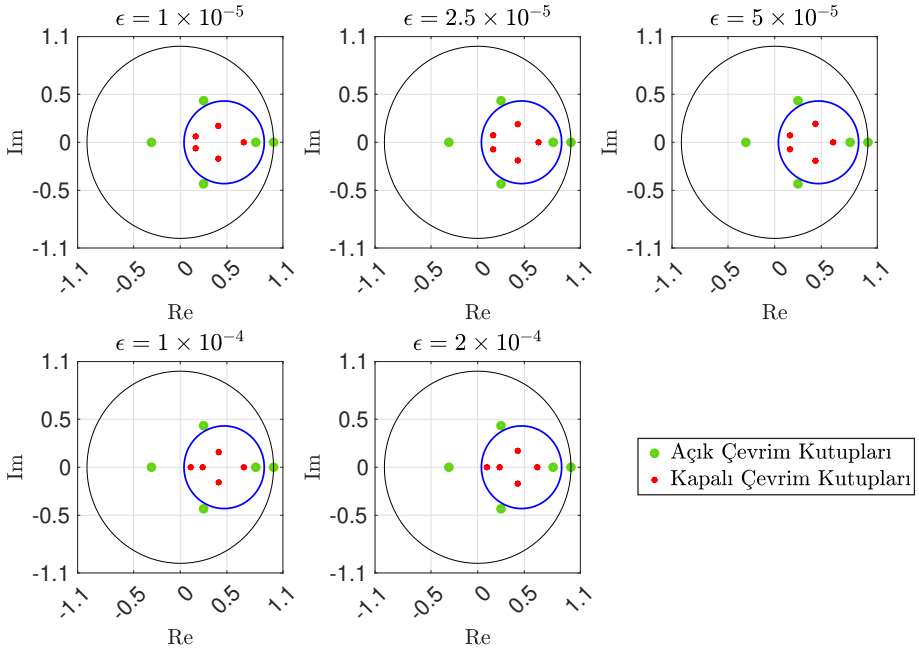
Burada w, $|w_i|^2 \leq \epsilon$ norm koşulunu sağlayacak şekilde $w = \sqrt{\epsilon} I_5 w_k$ olarak tanımlanmıştır [28]. Görülebileceği üzere verilen ϵ değeri, kontrol yönteminin uygulandığı bozucu sınırını tanımlamaktadır. Bu kapsamda, tez çalışmasıyla geliştirilen kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü, literatürdeki örneğe kıyasla ne kadar geniş bozucu sınırları altında uygulanabilir çözüm verebileceği incelenecektir. (4.30) sisteminin veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolü için çembersel bölge parametreleri, [28] çalışmasıyla aynı olacak şekilde $r = 0.43$ ve $x_c = 0.47$ olarak belirlenmiştir. Ayrıca çembersel $\mathcal{D}_R$-kararlı veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörünün elde edilmesi için gereken kontrol çıkış vektörü matrisleri $C = I_5$, $D_w = 0_{5\times5}$ ve $D_u = 0_{5\times1}$ şeklindedir. Ayrıca sistemdeki durum sınırları $\bar{x} = x_{max} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 \end{bmatrix}^T$ olarak seçilmiştir. Son olarak α parametresi, $\alpha = 0.5$ olarak alınmıştır. Veri güdümlü kontrolörde sistem öğrenmesi ise, $N = 15$ örneklem sayısı ile gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak, elde edilen farklı ϵ değerleri için çözümün uygulanabilirliği ($\surd$) veya uygun olmaması ($\times$) aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

Tablo 4.1 Örnek 4.1 ile Farklı ϵ Değerleri İçin Çözümün Uygulanabilirliği

ϵ	$2.5.10^{-4}$	2.10^{-4}	1.10^{-4}	5.10^{-5}	$2.5.10^{-5}$	1.10^{-5}
Sonuç 1 [28]	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\surd$	$\surd$
Sonuç 2 [28]	$\times$	$\times$	$\times$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
Teorem 4.1	$\times$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$

Elde edilen bu sonuçlar, Teorem 4.1 ile geliştirilen veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü ile dört kat daha geniş bozucu sınırında uygulanabilir çözüme ulaşıldığını göstermektedir. Bu durum, daha az tutucu bir sentez yönteminin geliştirildiğini göstermektedir. Ek olarak, Teorem 4.1 üzerinden elde edilen

çözümlerle farklı ϵ değerlerindeki kapalı çevrim sistemin kutup yerleşimleri Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2 Teorem 4.1 ile Örnek 4.1'deki Kutup Yerleşimleri

Elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşulunu içeren Yardımcı Teorem 4.4 ile Yardımcı Teorem 4.5 tarafından verilen $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yapısının birlikte ele alınması sonucunda, aşağıdaki teorem elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık ile veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımını sunmaktadır.

Teorem 4.2. *(Elipsoidal $\mathcal{D}_R$-Kararlılık ile Veri Güdümlü Kutup Yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü:) Verilen bir $\alpha \in (0,1)$, $q_x > 0$, $q_y > 0$ ve x_c için aşağıdaki koşulları sağlayan uygun boyutlu Y, M, Π_1, Π_2, Π_3, Π_4, χ_1, χ_2, χ_3, χ_4, Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3, Ψ_4, $Q_s = Q_s^T$ ve $Q_\infty = Q_\infty^T$ matrislerinin var olması halinde, her $k > 0$ için $w_k^T w_k \leq \bar{w}$ koşulu altındaki bozucuların etkisinde olan (2.4) sistemi, $\|\mathcal{T}_{cl}\|_\infty < \gamma_\infty$ koşulu altında, merkezi x_c olan ve x ile y yönlerindeki yarı eksenleri sırasıyla $1/q_x$ ve $1/q_y$ olan elipsoidal bir bölge içinde $\mathcal{D}_R$-kararlıdır.*

$$XM = Y, \tag{4.31}$$

$$\begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Psi_i & \chi_i \\ \chi_i^T & \Pi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^T \\ I \end{bmatrix} \prec 0, \quad i = 1,2,3,4, \tag{4.32}$$

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_j & * & * & * \\ \alpha X_+ M & \begin{pmatrix} \alpha(Y+Y^T)-Q_j \\ +B_w\Pi_1 B_w^T \end{pmatrix} & * & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I & * \\ \alpha M & -\chi_1 B_w^T & 0 & \Psi_1 \end{bmatrix} \succ 0, \quad j=s, \tag{4.33}$$

$$\begin{bmatrix} Q_j & * \\ \mathbf{e}_i^T TY & \left(\frac{1}{\bar{w}}\right)^2 \end{bmatrix} \succ 0, \quad \forall i=1,\ldots,n_T, \quad j=s, \tag{4.34}$$

$$\begin{bmatrix} Y+Y^T-Q_j & * & * & * & * \\ X_+M & Q_j+B_w\Pi_2 B_w^T & * & * & * \\ CY+D_uUM & 0 & \gamma_\infty I & * & * \\ 0 & B_w^T & D_w^T & \gamma_\infty I & * \\ M & -\chi_2 B_w^T & 0 & 0 & \Psi_2 \end{bmatrix} \succ 0, \quad j=\infty, \tag{4.35}$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & * & * & * & * & * \\ -x_cY-M^TX_+^T & Y+Y^T & * & * & * & * \\ -\frac{q_x+q_y}{2}Q_j & 0 & Y+Y^T & * & * & * \\ q_xx_cQ_j & -\frac{q_x-q_y}{2}Q_j & -X_+M-x_cY^T & \Omega_{44} & * & * \\ -\chi_3B_w^T+x_cM & -M & 0 & 0 & \Psi_3 & * \\ 0 & 0 & -\chi_4B_w^T+x_cM & -M & 0 & \Psi_4 \end{bmatrix} \succ 0, \; j=s. \tag{4.36}$$

Burada, $\Omega_{11} = x_c(X_+M + M^TX_+^T) + Q_j + B_w\Pi_3B_w^T$ *ve* $\Omega_{44} = x_c(X_+M + M^TX_+^T) + Q_j + B_w\Pi_4B_w^T$ *şeklindedir. İlgili kontrolör,* $u = UMY^{-1}x$ *ifadesi kullanılarak elde edilebilir. Ayrıca, kontrolör uygulandığında sistem üzerindeki* (2.2) *ve* (2.3) *kısıtları sağlanır.*

İspat. $Q \triangleq Q_s$ tanımlaması yapılarak (4.15) eşitsizliği ele alınsın. Yardımcı Teorem 2.2 uyarınca, $A_{cl} = (X_+ - B_wW)G$ ve $\mathcal{B}_{cl} = B_w$ tanımlamalarının uygulanması ile $M \triangleq GY$ atamasının yapılması sonucunda,

$$\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_s & * & * \\ \alpha\{(X_+-B_wW)M\} & \alpha(Y+Y^T)-Q_s & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I \end{bmatrix} \succ 0 \tag{4.37}$$

eşitsizliği elde edilir. Bu eşitsizlik, DKD formunda aşağıdaki gibi yeniden

düzenlenebilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} (1-\alpha)Q_s & * & * \\ \alpha X_+ M & \alpha(Y+Y^T)-Q_s & * \\ 0 & \alpha B_w^T & \alpha I \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{22}+\mathcal{G}_{22}^T} + \mathsf{He}\left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -B_w \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{21}} W(I - \underbrace{0}_{\mathcal{G}_{11}} W)^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha M & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{12}} \right\} \succ 0 \quad (4.38)$$

Görüldüğü üzere, elde edilen eşitsizlik (2.16) ile aynı yapıdadır. Bu nedenle, $i = 1$ için (2.17) ifadesinin (4.38) eşitsizliğine uygulanmasıyla (4.33) koşulu elde edilir. Ayrıca, sistem durumları üzerindeki sınırları sağlayan (4.16) koşuluna $Q \triangleq Q_s$ atamasının yapılmasıyla (4.34) koşuluna ulaşılır.

Şimdi ise $Q \triangleq Q_\infty$ tanımlaması yapılarak (4.17) eşitsizliği incelensin. Benzer biçimde, $A_{cl} = (X_+ - B_w W)G$ ve $\mathcal{B}_{cl} = B_w$ tanımlamalarının uygulanması ile $M \triangleq GY$ atamasının yapılması sonucunda (4.17) eşitsizliği

$$\begin{bmatrix} Y+Y^T-Q_\infty & * & * & * \\ (X_+ - B_w W)M & Q_\infty & * & * \\ CY + D_u U M & 0 & \gamma_\infty I & * \\ 0 & B_w^T & D_w^T & \gamma_\infty I \end{bmatrix} \succ 0 \quad (4.39)$$

koşuluna dönüşür ve bu koşul DKD formunda aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Y+Y^T-Q_\infty & * & * & * \\ X_+ M & Q_\infty & * & * \\ CY + D_u U M & 0 & \gamma_\infty I & * \\ 0 & B_w^T & D_w^T & \gamma_\infty I \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{22}+\mathcal{G}_{22}^T} + \mathsf{He}\left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -B_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{21}} W(I - \underbrace{0}_{\mathcal{G}_{11}} W)^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{12}} \right\} \succ 0 \quad (4.40)$$

Benzer şekilde, $i = 2$ için (2.17) ifadesinin uygulanması, (4.40) eşitsizliğini (4.35) DME'sine dönüştürür.

Kontrol sistemine elipsoidal bir bölge koşulu getiren (4.9) DME'sine $Q \triangleq Q_s$ tanımlaması ile dikkate alınsın. Yardımcı Teorem 2.2 uyarınca elde edilen $\mathcal{A}_{cl} = (X_+ - B_w W)G$ ve $\mathcal{B}_{cl} = B_w$ kapalı çevrim sistem matrisleri ile $M \triangleq GY$ tanımlamasının (4.9) eşitsizliğine uygulanması sonucunda,

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_s + x_c(X_+M - B_wWM) \\ +x_c(X_+M - B_wWM)^T \end{pmatrix} & * & \cdots \\ \begin{pmatrix} -x_cY \\ -(X_+M - B_wWM)^T \end{pmatrix} & Y + Y^T & \cdots \\ -\frac{q_x+q_y}{2}Q_s & 0 & \cdots \\ q_x x_c Q_s & -\frac{q_x-q_y}{2}Q_s & \cdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cdots & * & * \\ \cdots & * & * \\ \cdots & Y + Y^T & * \\ \cdots & \begin{pmatrix} -x_cY^T \\ -(X_+M - B_wWM) \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Q_s + x_c(X_+M - B_wWM) \\ +x_c(X_+M - B_wWM)^T \end{pmatrix} \end{bmatrix} \succ 0 \tag{4.41}$$

eşitsizliği kompakt biçimde elde edilir. Bu eşitsizlik DKD formunda aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_s + x_cX_+M \\ x_cM^TX_+^T \end{pmatrix} & * & * & * \\ \begin{pmatrix} -x_cY \\ -M^TX_+^T \end{pmatrix} & Y + Y^T & * & * \\ -\frac{q_x+q_y}{2}Q_s & 0 & Y + Y^T & * \\ q_x x_c Q_s & -\frac{q_x-q_y}{2}Q_s & \begin{pmatrix} -x_cY^T \\ -X_+M \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} Q_s + x_cX_+M \\ x_cM^TX_+^T \end{pmatrix} \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{22}+\mathcal{G}_{22}^T}$$

$$+\,\mathsf{He}\left\{\underbrace{\begin{bmatrix} -B_w & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -B_w \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{21}}\begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix}\left(I_2 - \underbrace{0_{2\times 2}}_{\mathcal{G}_{11}}\begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix}\right)^{-1}\right.$$

$$\left.\times\underbrace{\begin{bmatrix} x_cM & -M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M & x_cM \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}_{12}}\right\} \succ 0 \quad (4.42)$$

şeklinde yazılabilir. Görüldüğü gibi, bu eşitsizlik (2.16) ile aynı yapıdadır. Bu nedenle, $i = 3, 4$ için (2.17)'nin (4.42) eşitsizliğine uygulanmasıyla (4.36) DME'si elde edilir.

$i = 1, 2, 3, 4$ için gerçekleştirilen tam blok S-prosedürü uygulamasının sonucunda, Yardımcı Teorem 2.4'ün tanımı gereği (4.19) ek koşulu ortaya çıkar. Ayrıca, $I = XG$ için eşdeğer koşul olan $XM = Y$ eşitliğinin sağlanması gerekir. Böylece ispat sonlanır. ■

Teorem 4.1 ve Teorem 4.2'nin, W matrisinin bilinmeyen ancak sınırlı bozucu giriş matrislerini içermesi nedeniyle çözülebilmesi, önceki bölümde sunulan veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolörüyle benzer biçimde, 2. bölümde tanıtılan dışbükey-kabuk gevşetme tekniğinin kullanılmasıyla sağlanacaktır. Ayrıca, bölgesel $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşulları ile $\mathcal{H}_\infty$-normunun en aza indirilmesi problemleri için ortak bir çözüm aramak, önceki bölümde tanıtılan kontrol yaklaşımına benzer şekilde çok amaçlı bir kontrol problemi oluşturmaktadır. Bu doğrultuda, söz konusu kontrol hedefleri arasındaki ödünleşmeden kaynaklanan tutuculuk, genişletilmiş DME tabanlı tasarım sayesinde kontrol problemleri arasında ortak olmayan Q_j Lyapunov matrislerinin kullanımıyla azaltılacaktır.

4.3.2 Sayısal Örnek 3: Kararsız Sistem Üzerinde Veri Güdümlü Kutup Yerleştirmesi

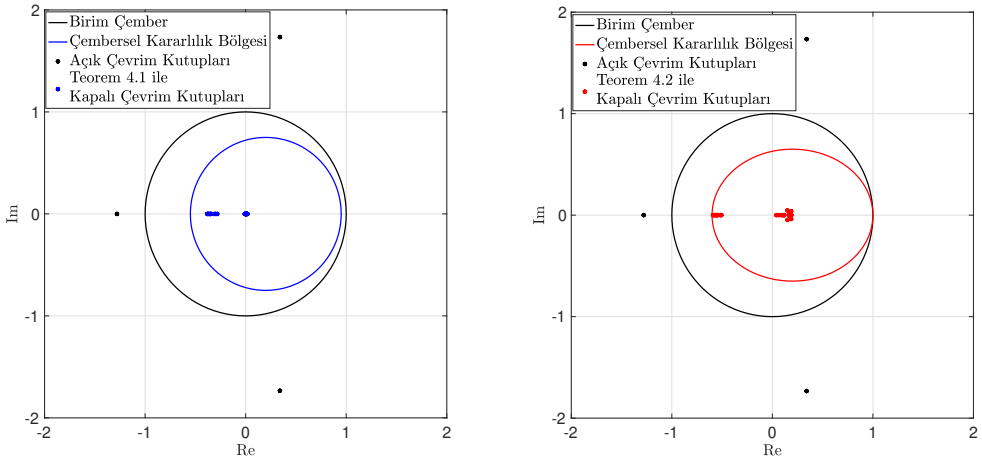
Etkin bir kutup yerleştirme tekniği, kararsız sistemlerde de kutupları istenilen bölgelerde kararlı hâle getirerek arzu edilen performans için matematiksel bir garanti sağlamalıdır. Geliştirilen veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemleri, sistemin kararlılığını ve performansını, istenilen kararlılık bölgesinde matematiksel olarak garanti altına almaktadır. Bu bağlamda, Teorem 4.1 ve

Teorem 4.2 ile verilen kontrol tekniklerinin kararsız sistemler üzerindeki etkinliğini incelemek amacıyla aşağıdaki örnek düzenlenmiştir.

Örnek 4.2. Örnek kapsamında, Teorem 4.1 ve Teorem 4.2 ile verilen kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrol teknikleri, aşağıdaki ayrık zamanlı kararsız sisteme uygulanacaktır [15].

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1.4 & 0.4 \\ -0.9 & 0.3 & -1.5 \\ 1.1 & 1 & -0.4 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} w_k + \begin{bmatrix} 0.1 & -0.3 \\ -0.1 & -0.7 \\ 0.7 & -1 \end{bmatrix} u_k \quad (4.43)$$

Verilen sistem için gerekli olan kontrol çıkış vektörü matrisleri sırasıyla $C = I_3$, $D_u = 0_{3\times 2}$ ve $D_w = 0_{3\times 3}$ olarak belirlenmiştir. Veri güdümlü kontrol yöntemlerindeki α parametresi, $\alpha = 0.7$ olarak belirlenmiştir. Durum ve bozucu sınırları ise $\bar{x} = x_{max} = \begin{bmatrix} 0.04 & 0.04 & 0.04 \end{bmatrix}^T$ ile $\bar{w} = w_{max} = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.02 & 0.02 \end{bmatrix}^T$ olarak seçilmiştir. Ayrıca sistem öğrenmesi, $N = 20$ olarak gerçekleştirilmiştir. Teorem 4.1 için çembersel bölge kısıtı ise $x_c = 0.20$ ve $r = 0.75$ olarak alınmıştır. Son olarak, elipsoidal bölge kısıtı ise $x_c = 0.20$, $1/q_x = 0.80$ ve $1/q_y = 0.65$ olarak seçilmiştir. Verilen koşullar altında, Teorem 4.1 ve Teorem 4.2'nin 10 kez arka arkaya çözülmesiyle elde edilen kontrol kazançları sisteme uygulandığında oluşan kapalı çevrim sistem kutupları, üst üste eklenerek Şekil 4.3'te verilmiştir.



(a) Teorem 4.1 ile Kutup Yerleşimi **(b)** Teorem 4.2 ile Kutup Yerleşimi

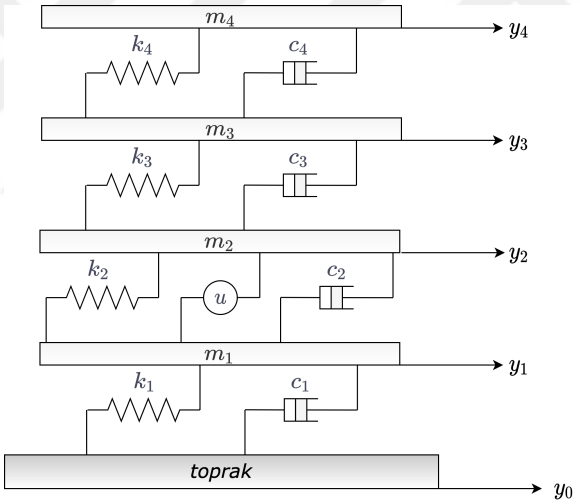
Şekil 4.3 Örnek 4.2'deki Kutup Yerleşimleri

Elde edilen sonuçlar, geliştirilen veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrol teknikleriyle kararsız sistem köklerinin etkin bir şekilde arzu edilen kararlılık bölgelerine yerleştirilebileceğini göstermektedir. Bu durum, kararsız bir sistemde

önerilen tekniklerin etkin bir biçimde kutup yerleştirmesi yaparak, ilgili kararlılık bölgelerinde sistemin kararlılığını ve performansını matematiksel olarak garanti ettiğini göstermektedir.

5
SİMÜLASYON ÇALIŞMALARI

Doktora tez çalışmasının bu bölümünde, geliştirilen çok amaçlı veri güdümlü kontrol yöntemleri sismik bozuculara maruz bırakılan dört katlı bir yapısal sistem üzerinde gerçekleştirilen aktif yapısal kontrol uygulamalarıyla test edilecektir. Bu kapsamda gerçekleştirilen simülasyon çalışmaları MATLAB ve Simulink kullanılarak yürütülmüştür. DME'lerin çözümünde ise YALMIP ayrıştırıcısı [74] ve SeDuMi çözücüsü [75] kullanılmıştır.



Şekil 5.1 Dört Katlı Yapısal Sistemin Fiziksel Modeli

Simülasyon çalışmalarında kullanılacak dört katlı yapısal sistemin fiziksel modeli, Şekil 5.1'de verilmiştir. Bilindiği üzere, depremlerin binalar üzerindeki yıkıcı etkileri esas olarak yatay doğrultudadır ve bu sebeple kullanılan yapısal sistemin fiziksel modeli yatay yöndeki etkiler dikkate alınacak şekilde oluşturulmuştur. Şekilde verilen parametrelerdeki $i = 1, 2, 3, 4$ alt indisleri kat numarasını ifade ederken, her bir katın yer değiştirmesi y_i ile gösterilmektedir. Benzer şekilde, kütle, sönüm ve rijitlik katsayıları sırasıyla m_i, c_i ve k_i ile temsil edilmektedir. Son olarak u ile temsil edilen kontrolörün yerleştirileceği kat, sistem için en iyi kontrol performansını elde etmek amacıyla yönetilebilirlik indeksi uyarınca tespit edilmiştir [76]. Bu bilgiler ışığında, Şekil 5.1'de verilen dört katlı yapısal sistemin

matematiksel modeli, Lagrange denklemleri kullanılarak elde edilmiştir. Her ne kadar veri güdümlü kontrolör tasarımı için sistemin dinamiğini tanımlayan A ve B_u matrislerine ihtiyaç duyulmasa da, simülasyon çalışmalarında veri güdümlü kontrolör tasarımı için veri üretmek ve karşılaştırmalarda kullanılacak model tabanlı kontrol yapılarının uygulanması için sistemin matematiksel modeli aşağıdaki gibi elde edilmiştir. Bu bağlamda, öncelikle Lagrange denklemleri en genel hâlde aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i \tag{5.1}$$

Burada E_k, E_p ve E_d sırasıyla sistemin toplam kinetik, potansiyel ve sönüm enerjisini gösterir. Q_i ise sisteme etki eden genelleştirilmiş kuvvetleri tanımlar. Hareket denklemlerinin elde edilmesi amacıyla verilen fiziksel modelin enerji denklemleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$E_k = \frac{1}{2}\left\{m_1\dot{y}_1^2 + m_2\dot{y}_2^2 + m_3\dot{y}_3^2 + m_4\dot{y}_4^2\right\} \tag{5.2}$$

$$E_p = \frac{1}{2}\left\{k_1 y_1^2 + k_2\left(y_2 - y_1\right)^2 + k_3\left(y_3 - y_2\right)^2 + k_4\left(y_4 - y_3\right)^2\right\} \tag{5.3}$$

$$E_d = \frac{1}{2}\left\{c_1\dot{y}_1^2 + c_2\left(\dot{y}_2 - \dot{y}_1\right)^2 + c_3\left(\dot{y}_3 - \dot{y}_2\right)^2 + c_4\left(\dot{y}_4 - \dot{y}_3\right)^2\right\} \tag{5.4}$$

Enerji ifadelerinin Lagrange denklemlerinde yerine yazılmasıyla dört katlı bina modelinin hareket denklemleri

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix}}_{M}\underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \\ \ddot{y}_4 \end{bmatrix}}_{\ddot{y}} + \underbrace{\begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{bmatrix}}_{C}\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{bmatrix}}_{\dot{y}}$$
$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix}}_{K}\underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}}_{y} = F_u u(t) + F_w w(t) \tag{5.5}$$

şeklindeki diferansiyel denklem takımı ile elde edilebilir. Burada M, C ve $K \in \mathbb{R}^{n_0}$ sırasıyla kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini temsil ederken, $y \in \mathbb{R}^{n_0}$ ise yer değiştirme vektörünü ifade etmektedir. Ayrıca, kontrolörün konumu $F_u = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ ile tanımlanmış olup, bozucuların ağırlık matrisi ise $F_w = \begin{bmatrix} -\left(c_1\dot{y}_0 + k_1 y_0\right) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ şeklinde elde edilmiştir. Sonuç olarak, dört katlı

yapısal sistem aşağıdaki durum-uzay denklemleri ile temsil edilebilir.

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix}}_{\dot{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{n_0 \times n_0} & I_{n_0} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}}_{\bar{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{n_0 \times m_w} \\ -M^{-1}F_w \end{bmatrix}}_{\bar{B}_w} w(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{n_0 \times m_u} \\ -M^{-1}F_u \end{bmatrix}}_{\bar{B}_u} u(t) \tag{5.6}$$

Burada $x(t) \triangleq \begin{bmatrix} x_1 & \cdots & x_4 & \dot{x}_1 & \cdots & \dot{x}_4 \end{bmatrix}$ şeklindedir. Elde edilen bu sürekli zamandaki sistemin, (2.1) ile tanımlanan ayrık zamanlı versiyonu ise, (5.6)'da verilen sürekli zamandaki sistemin $T_s = 0.02$[s] örneklem periyodu ile örneklenmesi sonucunda elde edilir. Simülasyon çalışmalarında, dört katlı yapısal sisteme ait sistem parametreleri ise [40] makalesinden alınmış olup Tablo 5.1'de verilmiştir.

Tablo 5.1 Dört Katlı Yapısal Sistemin Parametreleri

Kat	m [ton]	c [kNs/m]	k [kN/m]
1	450	26.17	18050
2	345	490	340000
3	345	467	326000
4	345	410	285000

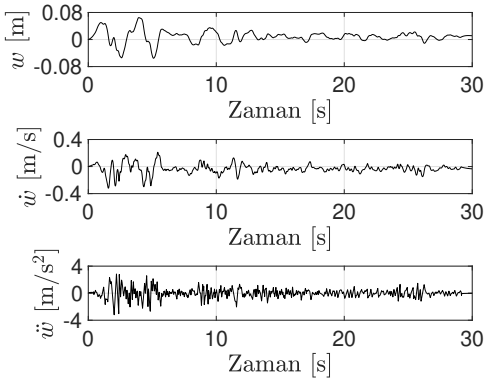
Simülasyon çalışmalarında, ortak olmayan Lyapunov matrisleri kullanılarak geliştirilen veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ ve veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ çok amaçlı kontrolör tasarımlarının etkinliğini değerlendirmek amacıyla dört simülasyon senaryosu gerçekleştirilmiştir. Senaryo 1'de, sismik olarak uyarılmış dört katlı yapısal sistemde bozucu bastırma problemini ele almak üzere veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü dikkate alınmıştır. Bu bağlamda, veri güdümlü $\mathcal{H}_2$ ve veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörlerine ait sayısal sonuçlar da elde edilmiştir. Ayrıca, ortak Lyapunov matrisleri ile formüle edilen veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolörünün sayısal sonuçları sunulmuş ve tutuculuk analizinin yapılabilmesi amacıyla, ortak olmayan Lyapunov matrisleri kullanılarak elde edilen versiyonu ile karşılaştırılmıştır. Veri güdümlü kontrolörün etkinliği ise model tabanlı karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör ile kıyaslanarak gösterilmiştir. Adil bir karşılaştırma sağlamak amacıyla, model tabanlı kontrolör tasarımında da ortak olmayan Lyapunov matrisleri kullanılmıştır. Senaryo 1'de, farklı deprem uyarımlarının kontrol performansı ve kontrol kuvvetleri üzerindeki etkilerini incelemek amacıyla iki farklı deprem kaydı bozucu girdi olarak kullanılmıştır. Senaryo 2'de, geliştirilen çembersel ve elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık ile veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımlarının performansını değerlendirmek amacıyla, veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı ile karşılaştırmalar gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, Senaryo 1'de olduğu gibi bu durumda da El Centro Depremi (1940) ve Kocaeli Depremi

(1999) olmak üzere iki farklı deprem kaydı, bozucu girdi olarak kullanılmıştır. Senaryo 3'te ise, veri güdümlü kontrolör tarafından elde edilen kontrol kuvvetleri ile sistem performansı arasındaki ödünleşme durumu incelenmiştir. Buna ek olarak, veri güdümlü kontrolör tasarımlarının dayanıklılığı (*robustness*), farklı sistem kütleleri altında gerçekleştirilen simülasyon sonuçları aracılığıyla analiz edilmiştir. Son olarak, veri güdümlü kontrolörlerin farklı sismik etkiler altındaki performanslarını değerlendirmek amacıyla, San Francisco Depremi (1906) ve Erzincan Depremi (1992) için simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Son olarak Senaryo 4'te, literatürde kabul görmüş bir veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör ([15]) ile tez çalışması kapsamında geliştirilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör karşılaştırılarak, tam blok S-prosedür tekniğine dayalı veri güdümlü kontrol sentezinin tutuculuğu analiz edilmiştir. Bu kapsamda, Senaryo 1 ve Senaryo 2'de kullanılan iki deprem kaydı altında simülasyonlar gerçekleştirilmiş ve öğrenme performansı, ardışık olarak gerçekleştirilen 10 örneklem üzerinden değerlendirilmiştir. Çalışmalarda kullanılan El Centro Depremi (1940) [77], Kocaeli Depremi (1999) [77, 78], San Francisco Depremi (1906) [79] ve Erzincan Depremi (1992) [80] yer hareketi verileri, Şekil 5.2'de sunulmuştur. Ek olarak, kolaylık sağlaması amacıyla simülasyon çalışmalarında kullanılan kontrol yöntemleri ve bunlara ait isimlendirmeler Tablo 5.2'de verilmiştir.

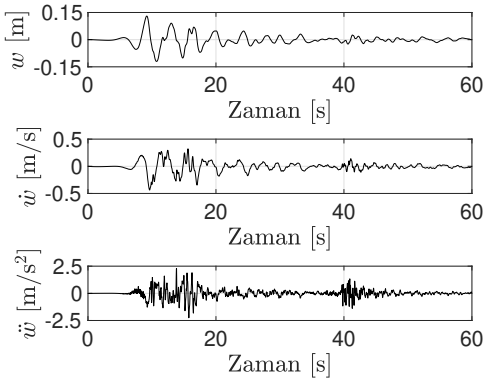
Tablo 5.2 Kontrol Yöntemleri

Kontrolör	İsimlendirme	Kontrol Yöntemi
Veri Güdümlü $\mathcal{H}_2$ Kontrolörü	Kontrolör 1	Teorem 3.1
Veri Güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü	Kontrolör 2	Teorem 3.2
Veri Güdümlü Karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü ($Q_2 \neq Q_\infty$)	Kontrolör 3	$Q_2 \neq Q_\infty$ için Sonuç 3.1
Veri Güdümlü Karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü ($Q_2 = Q_\infty$)	Kontrolör 4	$Q_2 = Q_\infty$ için Sonuç 3.1
Model Tabanlı Karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü ($Q_2 \neq Q_\infty$)	Kontrolör 5	$Q_2 \neq Q_\infty$ için Sonuç 3.2
Çembersel $\mathcal{D}_R$-Kararlılık ile Veri Güdümlü Kutup Yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü	Kontrolör 6	Teorem 4.1
Elipsoidal $\mathcal{D}_R$-Kararlılık ile Veri Güdümlü Kutup Yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörü	Kontrolör 7	Teorem 4.2

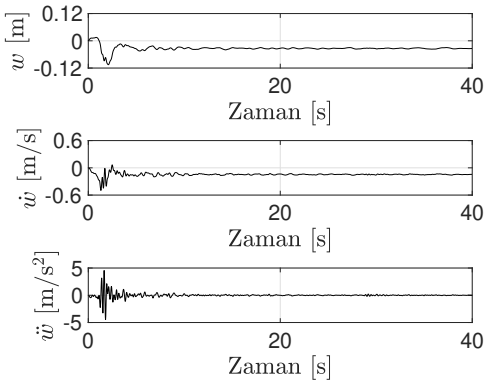
Veri güdümlü kontrolör tasarımlarında sistemin yer değiştirme ve hız durumları ile bozucu girişlerin sınırları Tablo 5.3'te verilmiştir. Burada seçilen bozucu sınırının, kontrol edilmek istenen tüm olası deprem girişlerini kapsaması gerekmektedir. α parametresi, en küçük γ_∞ değerini elde etmek amacıyla gerçekleştirilen çizgi taraması yöntemi ile seçilmiş olup Tablo 5.3'te sunulmuştur. Ayrıca, veri güdümlü kontrolde en iyi öğrenme performansının elde edilebilmesi amacıyla örneklem sayısı Tablo 5.3'te belirtildiği şekilde belirlenmiştir. Bu seçimin, $n + m_u =$



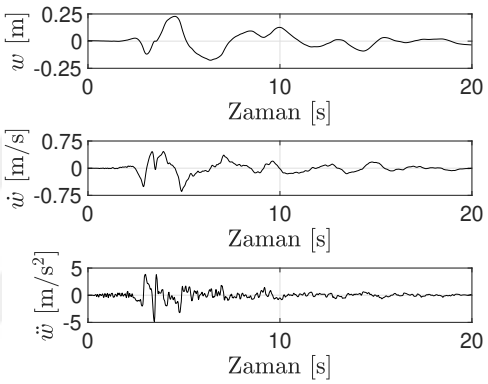
(a) El Centro Depremi (1940)



(b) Kocaeli Depremi (1999)



(c) San Francisco Depremi (1906)



(d) Erzincan Depremi (1992)

Şekil 5.2 30, 60, 40 ve 20 Saniyelik Süreler Boyunca Kaydedilen, Sırasıyla El Centro Depremi (1940), Kocaeli Depremi (1999), San Francisco Depremi (1906) ve Erzincan Depremi (1992) Yer Hareketleri

$9 < N$ koşulunu sağlaması gerekmektedir. Veri güdümlü kontrol yöntemlerinde gerçek $\mathcal{H}_2$ ve $\mathcal{H}_\infty$ norm değerleri, veri güdümlü kontrol kazancının gerçek modele uygulanmasıyla elde edilmiştir. Sistem matrisleri bilinmediğinden, öğrenme performansı veri güdümlü sentez yöntemiyle elde edilen norm değerlerinin gerçek norm değerlerine ne ölçüde yakın olduğuna bağlıdır.

Tablo 5.3 Veri Güdümlü Kontrol Yöntemlerinin Tasarım Parametreleri

Durum Sınırları	$x_{max} = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.35 & 0.35 & 0.35 & 0.70 & 0.70 & 0.70 & 0.70 \end{bmatrix}^T$
Bozucu Sınırları	$w_{max} = \begin{bmatrix} 0.70 & 0.70 \end{bmatrix}^T$
α Parametresi	$\alpha = 0.85$
Örneklem Sayısı	$N = 20$

Sonuç olarak veri güdümlü kontrol yöntemleri, aşağıdaki algoritma çözülerek elde edilebilir.

Algoritma:

Adım 1: w_{max}, x_{max} ve N'yi seç. Ardından, kısıtları N örneklem sayısı boyunca sağlayan, $\begin{bmatrix} W \\ U \end{bmatrix}$ matrisini tam satır rankına sahip yapan ve tanımlanan U giriş matrisi ile $\begin{bmatrix} X \\ U \end{bmatrix}$ matrisini sürekli yeterince zengin kılan rastgele dış kuvvet ve kontrol sinyali oluştur.

Adım 2: Üretilen W ve U girişlerini, N örneklem sayısı boyunca (2.1) sistemine etki ettir. X ve X_+'yı kaydet.

Adım 3: Eğer $\begin{bmatrix} W \\ U \end{bmatrix}$ tam satır rankına sahip değilse, Adım 1'e geri dön ve W ile U'yu yeniden üret. Aksi durumda Adım 4'e geç.

Adım 4: Kontrol yöntemini içeren teoremdeki koşulları sağlayan ve kontrol kazancını veren optimal α değerini bulmak için bir satır araması gerçekleştir.

Adım 5: Eğer uygun bir çözüm varsa, veri güdümlü durum geri beslemeli kontrolörü u= $UMY^{-1}x$ olarak oluştur.

Adım 6: Eğer uygun bir çözüm yoksa, uygun bir çözüm bulunana kadar sistem durum ve girdi sınırları gevşetilebilir.

5.1 Senaryo 1: Veri Güdümlü Karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Kontrolörün Çok Amaçlı Performansı

Depremler sırasında en yüksek katlar arası kesme kuvveti genellikle birinci katta meydana gelir. Kat rijitliklerinin ve nihai taşıma kapasitelerinin her bir kat için aynı olduğu varsayıldığında, bu durum birinci katın yapısal hasara en yatkın kat olduğunu göstermektedir. Öte yandan, deprem etkisi altında en büyük yer değiştirmeler ve ivmeler binaların en üst katında ortaya çıkmaktadır. Bu etkileri azaltmak amacıyla, $\mathcal{H}_\infty$ norm kriteri, kontrol edilen çıkıştan bozucu girişine olan transfer fonksiyonunun sonsuz normunu minimize etmesi nedeniyle uygun bir kontrol yöntemidir. Ancak $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemi, esas olarak sistemin frekans alanındaki performansına odaklanmaktadır. Buna karşılık, $\mathcal{H}_2$ kontrol yöntemi, kontrol edilen çıkıştan bozucu girişine olan transfer fonksiyonunun iki normunu minimize ederek bu girişten çıkışa toplam enerjiyi azaltmayı amaçlamaktadır. Bu bakış açısıyla, yapısal sistemin birinci ve en üst katlarındaki yer değiştirmeler

$\mathcal{H}_\infty$ performans kriterinde kontrol çıkış vektörü z_∞ olarak seçilirken, tüm sistem durumları $\mathcal{H}_2$ performans kriterinde kontrol çıkış vektörü z_2 olarak belirlenmiştir.

$$z_2 \triangleq \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{x}_3 & \dot{x}_4 \end{bmatrix}^T, \; z_\infty \triangleq \begin{bmatrix} x_1 & x_4 \end{bmatrix}^T \tag{5.7}$$

İlk olarak, veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolörünün performansını değerlendirmek amacıyla $\mathcal{H}_2$-norm kontrolü ele alınacaktır. Kontrolörün bozucu bastırma performansını göstermek için öncelikle sistemin kontrolsüz $\mathcal{H}_2$ normu 19.0911 olarak hesaplanmıştır. Tablo 5.3'te verilen tasarım parametreleri kullanılarak Teorem 3.1'in uygulanması sonucunda, Kontrolör 1'e ait γ_2 ve K değerleri aşağıda gibi elde edilmiştir.

$$\gamma_2 = 2.1571, \tag{5.8}$$

$$K_2 = 10^8 \times \begin{bmatrix} -2.0518 & 1.0612 & 0.1601 & 1.2568 \\ -0.0316 & -0.1749 & -0.1325 & -0.1416 \end{bmatrix}. \tag{5.9}$$

Benzer bir amaçla, sistemin kontrolsüz $\mathcal{H}_\infty$ normu 284.9347 olarak hesaplanmıştır. Kontrolör 2'ye ait γ_∞ ve K değerleri ise, Teorem 3.2'nin uygulanmasıyla aşağıda gibi bulunmuştur.

$$\gamma_\infty = 2.0377, \tag{5.10}$$

$$K_\infty = 10^8 \times \begin{bmatrix} -2.1976 & 1.4920 & 0.1088 & 1.1219 \\ -0.0243 & -0.1712 & -0.1316 & -0.1368 \end{bmatrix}. \tag{5.11}$$

Ardından, veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör, Sonuç 3.1'in uygulanmasıyla elde edilmiştir. Sonuç 3.1'deki DME'lerin çözümünde, ortak olmayan Lyapunov matrisleri ($Q_2 \neq Q_\infty$) kullanılmıştır. Sonuç olarak, Kontrolör 3'e ait γ_2/γ_∞ ve K değerleri aşağıda verilmiştir.

$$\gamma_2 = 2.1576, \; \gamma_\infty = 1.9551, \tag{5.12}$$

$$K_{2/\infty} = 10^8 \times \begin{bmatrix} -1.9933 & 1.0540 & 0.1223 & 1.2375 \\ -0.0330 & -0.1759 & -0.1345 & -0.1447 \end{bmatrix}. \tag{5.13}$$

Ayrıca, veri güdümlü kontrol algoritması için örnek kod olarak Kontrolör 3'e ait m. dosyası Ek-A'da sunulmuştur. Veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör ile $\mathcal{H}_2$ kontrolörünün sayısal karşılaştırması, her iki kontrol yapısı için de oldukça benzer γ_2 değerlerinin elde edildiğini göstermektedir. Buna karşılık, veri güdümlü karma

$\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör, $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörüne kıyasla $\%4$'ten daha fazla oranda düşük bir γ_∞ değeri sağlamaktadır. Bu sonuçlar, Kontrolör 3'ün çok amaçlı kontrol problemini ele alırken, farklı kontrol hedeflerini etkin bir biçimde dengeleyerek daha düşük bir bozucu bastırma seviyesine ulaşabildiğini göstermektedir.

Veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü için tutuculuk analizi gerçekleştirmek amacıyla, Lyapunov matrislerinin ortak olduğu özel durum ($Q_2 = Q_\infty$) için Sonuç 3.1 yeniden uygulanmıştır. Bu koşul altında elde edilen Kontrolör 4'e ait γ_2/γ_∞ ve K değerleri aşağıda verilmiştir.

$$\gamma_2 = 2.1749\ ,\ \gamma_\infty = 2.2151, \tag{5.14}$$

$$K_{2/\infty} = 10^8 \times \Big[-1.8703 \quad 1.3814 \quad -0.0831 \quad 0.9747 \quad -0.0326 \quad -0.1721 \quad -0.1184 \quad -0.1180\Big]. \tag{5.15}$$

Sayısal sonuçlardan gözlemlendiği üzere, $Q_2 = Q_\infty$ durumu için elde edilen veri güdümlü kontrolör, Kontrolör 3'e kıyasla yaklaşık $\%1$ daha yüksek ancak benzer bir $\mathcal{H}_2$ normu sağlarken, $\%13$'ten daha yüksek $\mathcal{H}_\infty$ norm değeri elde etmektedir. Bu bulgular, ortak olmayan Lyapunov matrislerinin kullanılmasının, ortak Lyapunov matrislerinin seçilmesine kıyasla daha az tutucu sonuçlar verdiğini göstermektedir. Sonuç olarak, önerilen yöntem ile kontrolörün çok amaçlı performansını artırmaktadır.

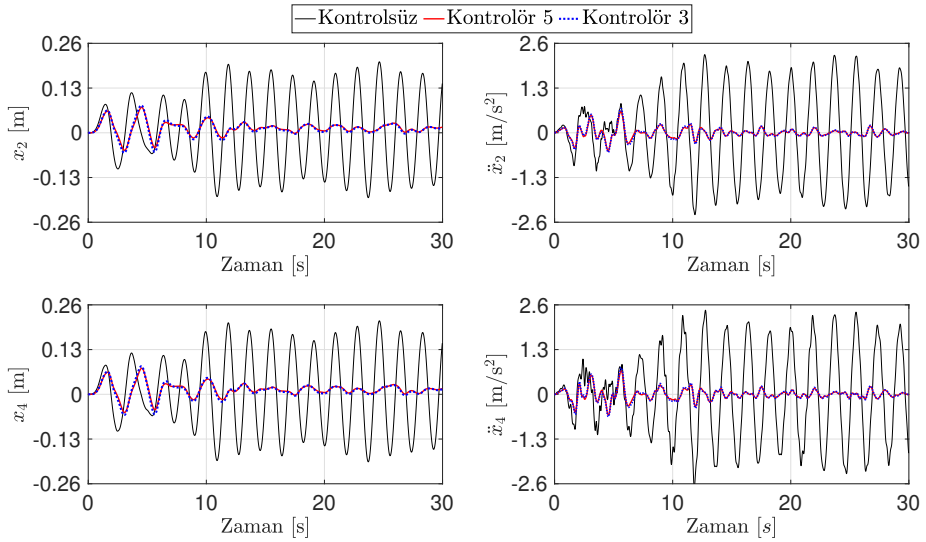
Çok amaçlı kontrol problemi üzerine gerçekleştirilen sayısal analizin ardından, Kontrolör 3'ün deprem etkisi altındaki performansını değerlendirmek amacıyla, literatürden alınan ve benzer şekilde genişletilmiş DME'ler kullanılarak elde edilen model tabanlı karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör kullanılmıştır. Ortak olmayan Lyapunov matrisleri kullanılarak model tabanlı kontrolör, Sonuç 3.2 uygulanarak elde edilmiştir. Kontrolör 5'e ait elde edilen γ_2/γ_∞ ve K değerleri aşağıda verilmiştir.

$$\gamma_2 = 2.1319,\ \gamma_\infty = 1.8822, \tag{5.16}$$

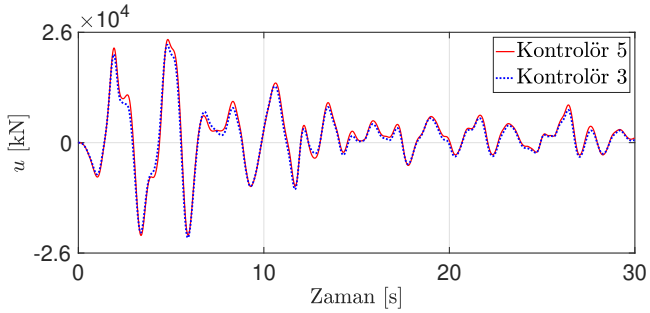
$$K_{2/\infty} = 10^8 \times \Big[-2.5855 \quad 0.0891 \quad 2.7332 \quad 0.0669 \quad -0.0030 \quad -0.1676 \quad -0.0717 \quad -0.0825\Big]. \tag{5.17}$$

Simülasyon çalışmalarında, Kontrolör 3 ile Kontrolör 5 için sırasıyla (5.13) ve (5.17) ile ifade edilen kontrol kazançları kullanılmıştır. Şekil 5.3 ve Şekil 5.4, El Centro depremine maruz bırakılan dört katlı yapısal sistemin simülasyon sonuçlarını içermektedir. Şekil 5.3, ikinci ve en üst katların yer değiştirme ve ivme

cinsinden zaman cevaplarını göstermektedir. Burada, veri güdümlü kontrolörün model tabanlı kontrolöre kıyasla benzer bir bozucu bastırma performansı sağladığı açıkça görülmektedir. Şekil 5.4 ise her iki kontrolör için kontrol kuvvetlerini göstermekte olup, bu kontrolörlerin neredeyse aynı kontrol kuvvetlerini ürettiğini ortaya koymaktadır. Bu sonuçlar, önerilen veri güdümlü kontrol yönteminin herhangi bir sistem bilgisine ihtiyaç duymadan model tabanlı kontrolöre benzer bir bozucu bastırma performansı sergilediğini göstermektedir.

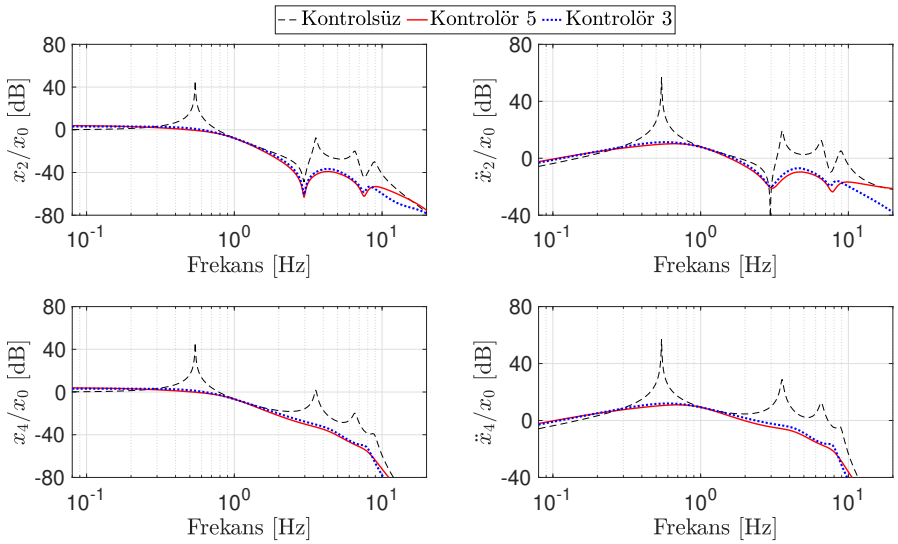


Şekil 5.3 Kontrolör 3 ve Kontrolör 5 için El Centro Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları



Şekil 5.4 Kontrolör 3 ve Kontrolör 5 için El Centro Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri

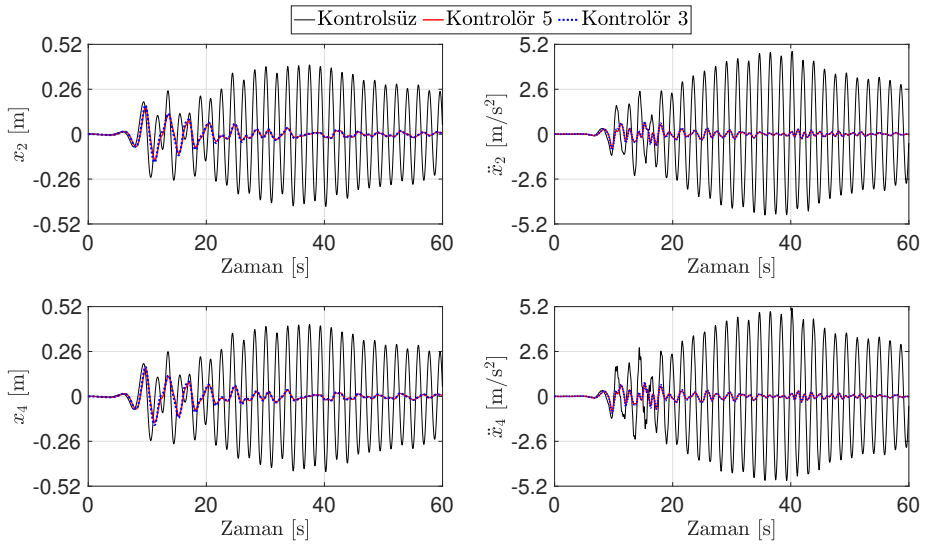
Şekil 5.5, yapısal sistemin frekans cevaplarını sunmaktadır. Şekilden anlaşılacağı üzere, dört katlı yapısal sistemin 0.5436, 3.5586, 6.5647 ve 8.8760 [Hz] frekanslarında dört adet rezonans noktasına sahip olduğu görülmektedir. El Centro depremi altında elde edilen başarılı simülasyon sonuçlarına ek olarak, frekans cevapları önerilen veri güdümlü kontrolörün sistemin rezonans frekanslarını etkin bir biçimde bastırdığını doğrulamaktadır.



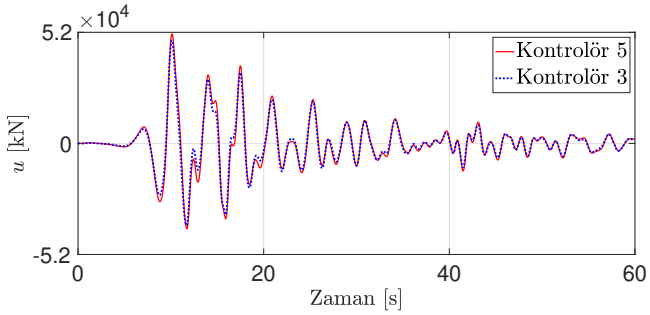
Şekil 5.5 Kontrolör 3 ve Kontrolör 5 için Dört Katlı Yapısal Sistemin Frekans Cevapları

Kocaeli depremine ait yer hareketi verileri, önerilen veri güdümlü kontrolörün farklı bir sismik etki altındaki performansını değerlendirmek amacıyla kullanılmıştır. Özellikle, Kocaeli depreminin El Centro depremine kıyasla daha güçlü yer hareketleri oluşturduğu Şekil 5.2'den gözlemlenebilmektedir. Şekil 5.6, hem veri güdümlü kontrolör hem de model tabanlı kontrolör tarafından kontrol edilen yapısal sistemin yer değiştirme ve ivme cevaplarını göstermektedir. Sistemin zaman cevaplarını içeren grafiklerden gözlemlendiği üzere, veri güdümlü kontrolör farklı sismik uyarımlar altında da bozucuları etkin bir biçimde bastırmaktadır. Şekil 5.7 ise Kocaeli depremi sırasında uygulanan kontrol kuvvetlerini göstermektedir. Buradan, depremin yer hareketi şiddeti arttıkça gerekli kontrol kuvveti değerlerinin de arttığı görülmektedir.

Yorum 5.1. Deprem etkisi altındaki yapısal sistemlerin aktif kontrolünde önemli performans kriterlerinden biri, sismik yer hareketlerinin binaya ilk etki ettiği anda yapının verdiği dinamik cevaplardır. Bu bağlamda, kontrol yöntemi aracılığıyla sistemin geçici rejim performanslarının iyileştirilmesi büyük önem taşımaktadır. Bilindiği üzere, ayrık zamanlı bir sistem için geçici rejim performansı, kontrollü sistem köklerinin z-düzlemindeki yerleşimlerine bağlıdır. Bu doğrultuda, sistemin geçici rejim performansını belirli kararlılık bölgelerinde garanti altına alan kutup yerleştirme yöntemi ile sistemin sürekli zamandaki performansını garanti eden $\mathcal{H}_\infty$ kontrol teknikleri birlikte ele alınarak çok amaçlı bir kontrol problemi oluşturulabilir. Böylelikle, özellikle deprem etkisinin yapısal sistemlere ilk etki ettiği anda oluşan titreşimleri daha başarılı bir biçimde bastırabilen; bir diğer deyişle, yapısal sistemin sürekli rejim yanıtlarını korurken geçici rejim yanıtlarını iyileştiren bir kontrol yöntemi geliştirilebilir.



Şekil 5.6 Kontrolör 3 ve Kontrolör 5 için Kocaeli Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları



Şekil 5.7 Kontrolör 3 ve Kontrolör 5 için Kocaeli Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri

5.2 Senaryo 2: Veri Güdümlü Kutup Yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolör ile Geçici Rejim Performansının İyileştirilmesi

Simülasyon çalışmalarının bu bölümünde, 4. bölümde sunulan veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörlerinin performansı, dört katlı bir yapısal sistem üzerinde gerçekleştirilen aktif yapısal kontrol uygulaması ile ele alınacaktır. Bu kapsamda, önceki bölümle tutarlı olacak biçimde, yapısal sistemin birinci ve en üst katlarındaki yer değiştirmeler, $\mathcal{H}_\infty$ performans kriteri olarak kontrol çıkış vektörü z_∞ ile tanımlanmıştır.

$$z_\infty \triangleq \begin{bmatrix} x_1 & x_4 \end{bmatrix}^T \tag{5.18}$$

İlk olarak, veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörünün performansını değerlendirmek amacıyla, Senaryo 1'de ele alınan veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörüne ait Kontrolör 2 sonuçlarından faydalanılmıştır. Çembersel $\mathcal{D}_R$-kararlılık kapsamında, veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörünün tasarımı için merkezi $x_c = 0.1$ ve yarıçapı $r = 0.9$ olan çembersel bir bölge koşulu kullanılmıştır.

Tablo 5.3'te verilen tasarım parametreleri kullanılarak Teorem 4.1'in uygulanması sonucunda elde edilen Kontrolör 6'ya ait γ_∞ ve K değerleri aşağıda verilmiştir.

$$\gamma_\infty = 2.8056, \tag{5.19}$$

$$K_{\infty/c} = 10^8 \times \Big[-2.6708 \quad 1.7870 \quad -0.6750 \quad 0.6720 \quad -0.0201 \quad -0.1721 \quad -0.1285 \quad -0.1333\Big]. \tag{5.20}$$

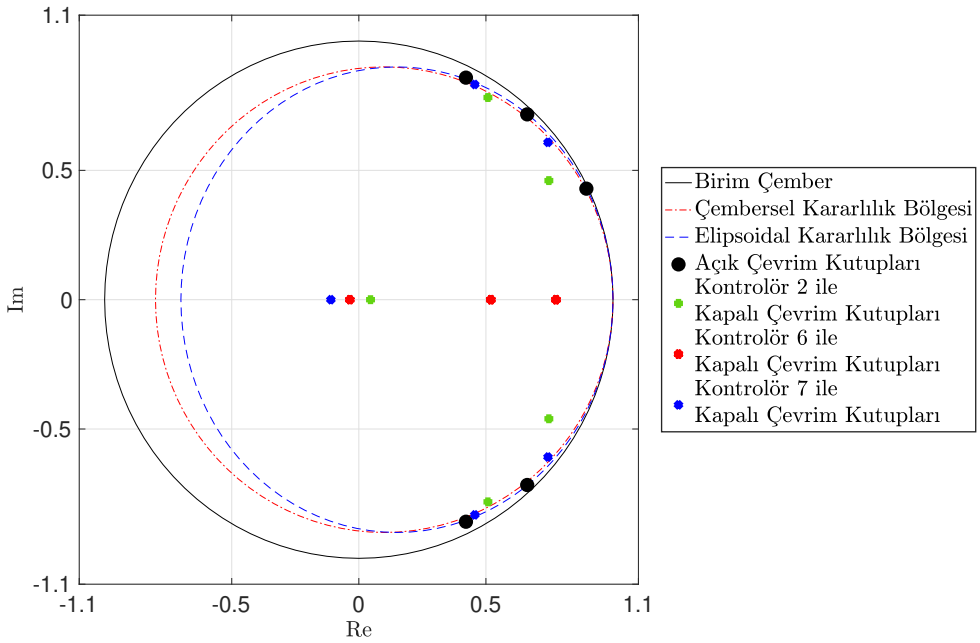
Elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık kapsamında ise, veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörünün tasarımı için, merkezi $x_c = 0.15$ ve x ile y yönlerindeki yarı eksenleri sırasıyla $1/q_x = 0.85$ ve $1/q_y = 0.9$ olan elipsoidal bir bölge tanımlanmıştır. Tablo 5.3'te verilen tasarım parametreleri kullanılarak Teorem 4.2'nin uygulanması sonucunda, Kontrolör 7'ye ait γ_∞ ve K değerleri aşağıda elde edilmiştir.

$$\gamma_\infty = 2.9486, \tag{5.21}$$

$$K_\infty = 10^8 \times \Big[-2.4774 \quad 0.8918 \quad 0.6108 \quad 0.4192 \quad 0.0004 \quad -0.1728 \quad -0.2760 \quad -0.3288\Big]. \tag{5.22}$$

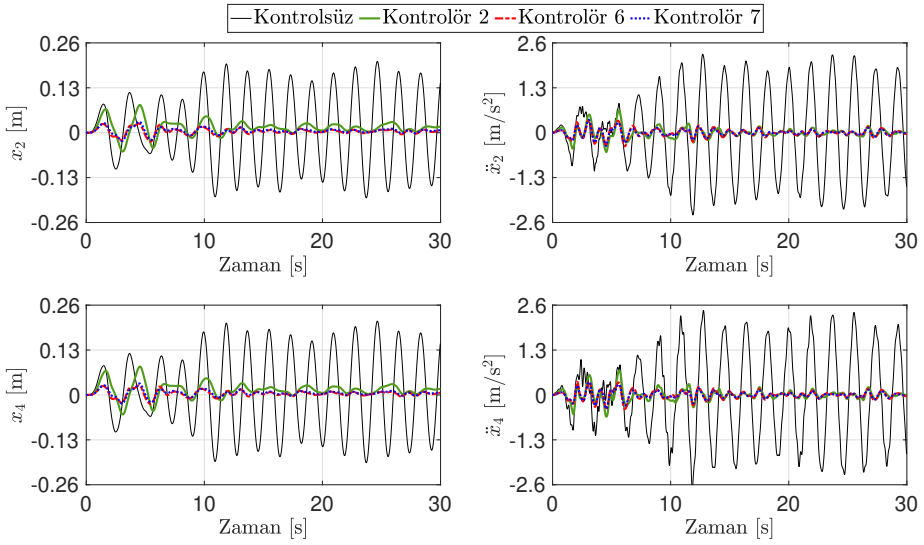
Elde edilen geri besleme kazançları kullanılmasıyla oluşan, Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7'ye ait kapalı çevrim kutup yerleşimleri Şekil 5.8'te gösterilmektedir. Bu sonuçlar, DME tabanlı $\mathcal{D}_R$ kararlılık koşulları ile sistemin kutup yerleştirmelerinin başarılı bir şekilde gerçekleştirildiğini göstermektedir.

Simülasyonlar sırasında, Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 için sırasıyla (5.11), (5.20) ve (5.22) ile tanımlanan kontrol kazançları kullanılmıştır. Şekil 5.9 ve Şekil 5.10, El Centro depremine maruz bırakılan dört katlı yapısal sistemin simülasyon sonuçlarını sunmaktadır. Şekil 5.9, ikinci ve en üst katların yer değiştirme ve ivme cinsinden zaman cevaplarını göstermektedir. Burada, veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemlerinin, kutup yerleştirmesi içermeyen Kontrolör 2'ye kıyasla, ilk deprem girdisi anında daha etkin bir bozucu bastırma sağladığı ve dolayısıyla geçici rejim performansının, hem çembersel hem de elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşulları altında benzer oranlarda iyileştirildiği açıkça göstermektedir. Şekil 5.10 ise her üç kontrolör için kontrol kuvvetlerini göstermekte olup, kutup yerleştirme ile kontrol kuvvetlerinin de azaltıldığı gözlemlenmektedir. Buna karşın, elipsoidal bölgesel kararlılık koşulu altında tasarlanan Kontrolör 7, çembersel koşul altında tasarlanan Kontrolör 6'ya kıyasla biraz daha yüksek kontrol kuvvetleri oluşturmaktadır. Elde edilen bu sonuçlar, veri güdümlü kontrol yöntemine eklenen DME tabanlı kutup yerleştirme tekniklerinin, özellikle deprem



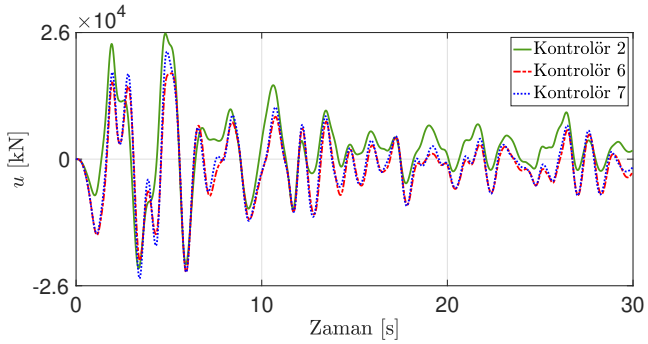
Şekil 5.8 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Kutup Yerleşimleri

etkisinin yapısal sisteme ilk etki ettiği anda ortaya çıkan geçici rejim yanıtlarını daha etkin bir biçimde bastırdığını; buna karşın sistemin sürekli rejim performansını koruyarak genel kontrol performansını anlamlı ölçüde iyileştirdiğini açıkça ortaya koymaktadır.



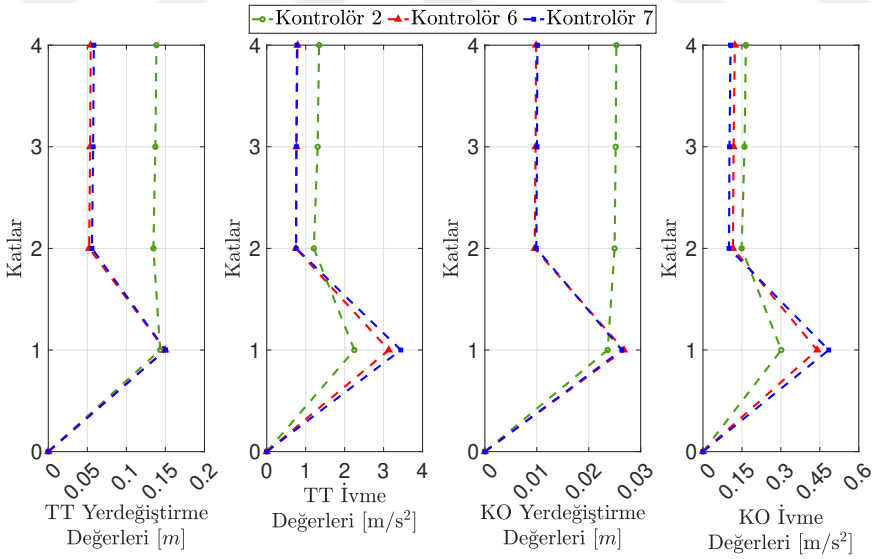
Şekil 5.9 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile El Centro Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları

El Centro depremi altında yapısal sistemin kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrol performansını daha ayrıntılı incelemek amacıyla, sistemin tüm katlarına ait Tepeden



Şekil 5.10 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile El Centro Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri

Tepeye (TT) ve Karekök Ortalama (KO) zaman cevapları Şekil 5.11'de verilmiştir. Bilindiği üzere, TT (*peak-to-peak*) değeri, bir sinyalin belirli bir zaman aralığındaki en büyük pozitif tepe değeri ile en büyük negatif tepe değeri arasındaki farkı ifade eder ve dolayısıyla zaman cevaplarının maksimum genliğini temsil eder. KO (*root mean square, RMS*) değeri ise, bir sinyalin belirli bir zaman aralığındaki ortalama genliğini ifade eder ve sinyal değerlerinin karelerinin ortalamasının karekökü alınarak hesaplanır. Bu özelliği sayesinde RMS, zaman cevaplarının genel titreşim büyüklüğü hakkında bilgi verir. Şekil 5.11'e ek olarak Tablo 5.4, katlar arası rölatif yer değiştirmeler ile kontrol kuvvetlerinin TT ve KO değerlerini göstermektedir.



Şekil 5.11 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile El Centro Depremi Altında TT ve KO Zaman Cevapları

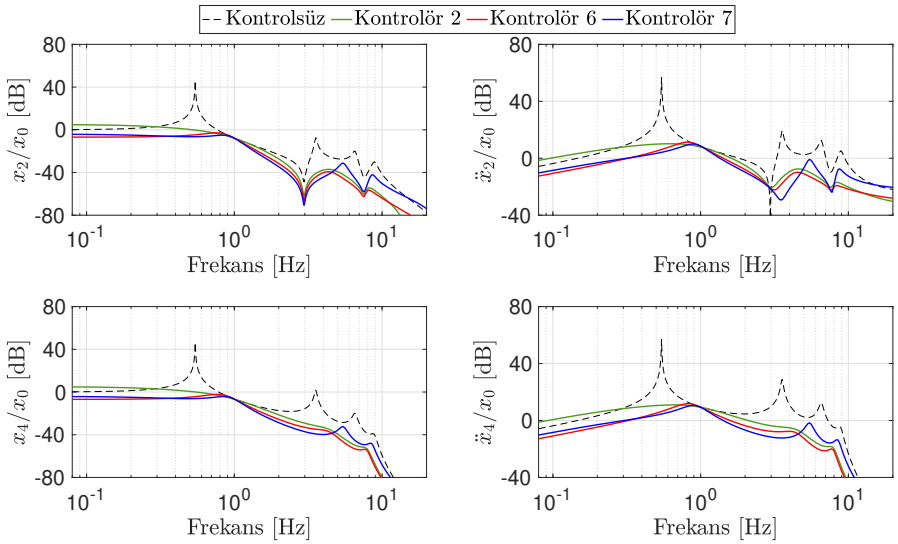
Şekil 5.11'de elde edilen sonuçlar incelendiğinde, çembersel ve elipsoidal bölgesel kararlılık koşulları ile gerçekleştirilen kutup yerleştirme tekniklerinin, veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol problemiyle birlikte ele alınması sonucunda, yapısal sistemin kritik katları olan ikinci ve dördüncü katlarda, hem TT hem de KO

Tablo 5.4 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile El Centro Depremi Altında Rölatif Yerdeğiştirmelerin TT ve KO Değerleri

TT Değerleri			
Kontrolör	$x_3 - x_2$ [m]	$x_4 - x_3$ [m]	u [kN]
Kontrolör 2	24.8202 $\times 10^{-4}$	14.5019 $\times 10^{-4}$	4.8242 $\times 10^{4}$
Kontrolör 6	12.2909 $\times 10^{-4}$	7.1883 $\times 10^{-4}$	4.0859 $\times 10^{4}$
Kontrolör 7	15.1756 $\times 10^{-4}$	8.8996 $\times 10^{-4}$	4.6626 $\times 10^{4}$
KO Değerleri			
Kontrolör	$x_3 - x_2$ [m]	$x_4 - x_3$ [m]	u [kN]
Kontrolör 2	2.1269 $\times 10^{-4}$	1.2371 $\times 10^{-4}$	0.7694 $\times 10^{4}$
Kontrolör 6	1.6872 $\times 10^{-4}$	0.9920 $\times 10^{-4}$	0.6905 $\times 10^{4}$
Kontrolör 7	1.3071 $\times 10^{-4}$	0.7679 $\times 10^{-4}$	0.7318 $\times 10^{4}$

zaman cevapları açısından yer değiştirmelerde ortalama olarak yaklaşık 2.5 katlık bir azalma sağlandığı görülmektedir. Aynı zaman cevaplarının ivme değerleri incelendiğinde ise TT değerlerinin ortalama $\%37$, KO değerlerinin ise ortalama $\%22$ oranında azaltıldığı gözlemlenmektedir. Tablo 5.4'te verilen rölatif değerler incelendiğinde, benzer iyileştirmelerin katlar arası rölatif yer değiştirmeler üzerinden de doğrulandığı görülmektedir. Bu iyileştirmelere ek olarak, çembersel bölge kararlılık koşulu altında kutup yerleştirmesi gerçekleştiren Kontrolör 6, kutup yerleştirmesi içermeyen Kontrolör 2'ye kıyasla, kontrol kuvvetlerinin TT değerlerinde $\%15$'ten fazla, KO değerlerinde ise $\%10$'dan fazla azaltıldığını göstermektedir. Benzer şekilde, elipsoidal bölge kararlılık koşulu altında tasarlanan Kontrolör 7, Kontrolör 2'ye kıyasla, TT değerlerinde $\%3$'ten fazla, KO değerlerinde ise yaklaşık $\%5$ oranında kontrol kuvveti azalımı sağlamaktadır. Her ne kadar Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 birbirine yakın performans sergilese de, elde edilen TT ve KO zaman cevabı sonuçları, çembersel yapının TT değerlerini azaltmada daha başarılı olduğunu, elipsoidal yapının ise KO değerlerini azaltmada daha etkili olduğunu ortaya koymaktadır. Tüm bu sonuçlar, kutup yerleştirme tekniklerinin geçici rejim cevaplarının iyileştirilmesinde etkili olduğunu ve elipsoidal bölge kararlılık koşulu sayesinde farklı performans kriterleri için uyarlanabilir bir kontrol yapısının elde edildiğini göstermektedir.

Şekil 5.12, yapısal sistemin Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 altındaki frekans cevaplarını sunmaktadır. El Centro depremi altında elde edilen başarılı simülasyon sonuçlarına ek olarak bu sonuçlar, veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörlerinin sistemin 0.5436, 3.5586, 6.5647 ve 8.8760 [Hz] frekanslarındaki dört adet rezonans noktasını etkin bir biçimde bastırdığını göstermektedir.

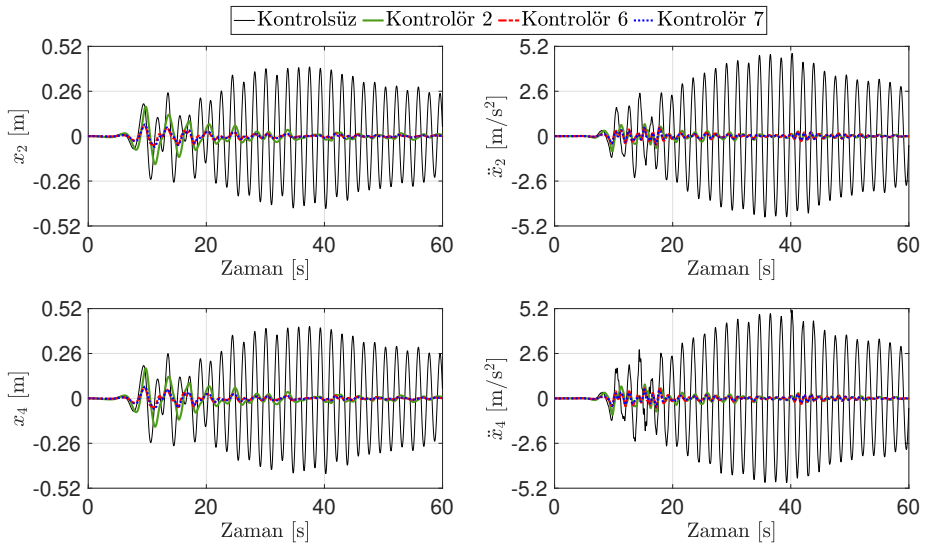


Şekil 5.12 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 için Dört Katlı Yapısal Sistemin Frekans Cevapları

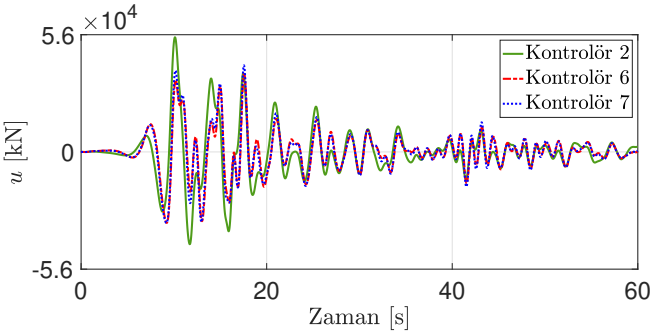
Senaryo 1 ile benzer biçimde, Kocaeli depremine ait yer hareketi verileri, önerilen veri güdümlü kontrolörün farklı bir sismik etki altındaki performansını değerlendirmek amacıyla kullanılmıştır. Özellikle, Kocaeli depreminin El Centro depremine kıyasla daha güçlü yer hareketleri oluşturduğu, Şekil 5.2'den gözlemlenebilmektedir. Şekil 5.13, Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 tarafından kontrol edilen yapısal sistemin yer değiştirme ve ivme cevaplarını göstermektedir. Sistemin zaman cevaplarını içeren grafiklerden görüldüğü üzere, veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör yapılarının, farklı sismik uyarımlar altında da bozucuları etkin bir biçimde bastırabildiği ve geçici rejim performansını iyileştirebildiği anlaşılmaktadır. Şekil 5.14 ise Kocaeli depremi sırasında uygulanan kontrol kuvvetlerini göstermektedir. Buradan, depremin yer hareketi şiddeti arttıkça, gerekli kontrol kuvveti büyüklüklerinin de arttığı görülmektedir.

Kocaeli depremi altında kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yapıları için, sistemin tüm katlarına ait TT ve KO zaman cevapları Şekil 5.15'te verilmiştir. Tablo 5.5 ise katlar arası rölatif yer değiştirmeleri ile kontrol kuvvetlerinin TT ve KO değerlerini göstermektedir.

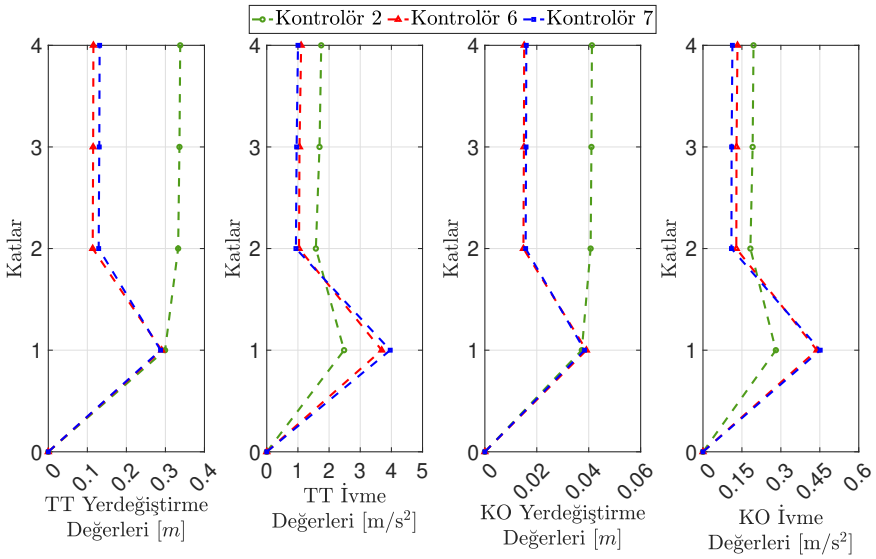
Şekil 5.15'te elde edilen sonuçlar incelendiğinde, El Centro depremi altında elde edilen bulgularla benzer şekilde, yapısal sistem katlarının TT ve KO yer değiştirme değerlerinde, kutup yerleştirme teknikleri sayesinde yaklaşık 2.5 katlık bir azalma sağlandığı görülmektedir. Aynı zaman tepkilerinin ivme değerleri incelendiğinde ise TT değerlerinin ortalama $\%35$, KO değerlerinin ise ortalama $\%30$ oranında azaltıldığı gözlemlenmektedir. Tablo 5.5'te verilen rölatif değerler incelendiğinde ise, benzer iyileştirmelerin katlar arası rölatif yer değiştirmeler üzerinden de



Şekil 5.13 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Kocaeli Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları



Şekil 5.14 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Kocaeli Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri



Şekil 5.15 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Kocaeli Depremi Altında TT ve KO Zaman Cevapları

Tablo 5.5 Kontrolör 2, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Kocaeli Depremi Altında Rölatif Yerdeğiştirmelerin TT ve KO Değerleri

TT Değerleri			
Kontrolör	$x_3 - x_2$ [m]	$x_4 - x_3$ [m]	u [kN]
Kontrolör 2	33.6488 $\times 10^{-4}$	19.5193 $\times 10^{-4}$	9.8857 $\times 10^{4}$
Kontrolör 6	11.2899 $\times 10^{-4}$	6.4896 $\times 10^{-4}$	7.1272 $\times 10^{4}$
Kontrolör 7	15.3644 $\times 10^{-4}$	8.8822 $\times 10^{-4}$	7.5313 $\times 10^{4}$
KO Değerleri			
Kontrolör	$x_3 - x_2$ [m]	$x_4 - x_3$ [m]	u [kN]
Kontrolör 2	3.1671 $\times 10^{-4}$	1.8251 $\times 10^{-4}$	1.2132 $\times 10^{4}$
Kontrolör 6	1.8462 $\times 10^{-4}$	1.0763 $\times 10^{-4}$	0.9565 $\times 10^{4}$
Kontrolör 7	1.5623 $\times 10^{-4}$	0.9075 $\times 10^{-4}$	1.0191 $\times 10^{4}$

doğrulandığı görülmektedir. Bu iyileştirmelere ek olarak, çembersel bölge kararlılık koşulu içeren Kontrolör 6, kutup yerleştirmesi içermeyen Kontrolör 2'ye kıyasla, kontrol kuvvetlerinin TT değerlerinde yaklaşık $\%28$, KO değerlerinde ise $\%21$'den fazla azaldığını göstermektedir. Benzer şekilde, elipsoidal bölgesel kararlılık koşulu altında tasarlanan Kontrolör 7, Kontrolör 2'ye kıyasla, TT değerlerinde $\%24$'ten fazla, KO değerlerinde ise yaklaşık $\%16$ oranında kontrol kuvveti azalımı sağlamaktadır. Her ne kadar Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 birbirine yakın performans sergilese de, Kocaeli depremi etkisi altında gerçekleştirilen simülasyonlarda da elde edilen TT ve KO zaman tepki sonuçları, çembersel bölgesel yapının TT değerlerini azaltmada daha başarılı olduğunu, elipsoidal bölgesel yapının ise KO değerlerini azaltmada daha etkili olduğunu ortaya koymaktadır. Tüm bu sonuçlar, kutup yerleştirme teknikleriyle geçici rejim tepkilerinin iyileştirilmesinin ve elipsoidal bölgesel kararlılık koşulu sayesinde farklı performans kriterleri için uyarlanabilir bir kontrol yapısının elde edilmesinin, farklı bir deprem girdisi etkisi altında da sağlanabildiğini göstermektedir.

Yorum 5.2. Senaryo 1 ve Senaryo 2 kapsamında farklı depremler altında gerçekleştirilen simülasyonlardan görüldüğü üzere, aktif titreşim kontrolünde kontrol kuvvetleri bozucu girişinin enerjisine bağlıdır. Bir depremin neden olduğu yer hareketinin şiddeti arttıkça, aktif yapısal kontrol sisteminin bozucu etkiyi bastırma performansını koruyabilmesi için kontrol kuvvetlerinin de artması gerekmektedir. Her ne kadar gelişmiş eyleyiciler yüksek kontrol kuvvetleri üretebilme kapasitesine sahip olsa da, pratik kısıtlar bu kontrol stratejisinin gerçek zamandaki uygulanabilirliğini sınırlayabilir. Buna karşılık, kontrol performansından belirli bir ölçüde ödün verilmesi pahasına, kontrol kuvvetlerinin azaltılması mümkündür. Dolayısıyla, kontrol kuvveti ile bozucu etki bastırma performansı arasındaki ödünleşimin en uygun şekilde dengelenmesi, kontrol yönteminin uygulanabilirliğini artırabilir.

5.3 Senaryo 3: Veri Güdümlü Kontrol Yönteminin Pratikte Uygulanabilirliği

Kontrol çıkış vektörüne bir kontrol kuvveti çıktısının eklenmesi, aktif yapısal kontrolde oluşabilecek yüksek kontrol kuvvetlerinin azaltılmasına yardımcı olabilir. Ancak bu durum, kontrol performansında düşüşe de neden olabilmektedir. Bu ödünleşme kapsamında geliştirilen veri güdümlü kontrolörlerin performansını incelemek amacıyla, Kontrolör 3, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 için kontrol çıkış vektörleri sırasıyla (5.23) ve (5.24) olarak aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

$$z_2 \triangleq \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dot{x}_3 & \dot{x}_4 \end{bmatrix}^T,\ z_\infty \triangleq \begin{bmatrix} x_1 & x_4 & \beta \times u \end{bmatrix}^T, \quad (5.23)$$

$$z_\infty \triangleq \begin{bmatrix} x_1 & x_4 & \beta \times u \end{bmatrix}^T. \quad (5.24)$$

Burada β, negatif olmayan, kullanıcı tarafından tanımlanan bir ağırlıklandırma parametresidir ve $\beta = 1 \times 10^{-6}$ olarak seçilmiştir. Verilen yeni kontrol çıkış vektörleri için, Tablo 5.3'deki aynı tasarım parametreleri kullanılmasıyla Kontrolör 3, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7'ye ait γ_2/γ_∞ ve K değerleri Tablo 5.6'deki gibi elde edilmiştir.

Tablo 5.6 Farklı D_u Ölçeklendirmeleri Altında Veri Güdümlü Kontrolörlere Ait Sayısal Sonuçlar

Kontrolör	γ_2/γ_∞
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için Kontrolör 3	$\gamma_2 = 3.4671$, $\gamma_\infty = 8.2682$
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için Kontrolör 6	$\gamma_\infty = 8.4494$
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için Kontrolör 7	$\gamma_\infty = 20.8939$
Kontrolör	**Kontrol Kazancı**
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için Kontrolör 3	$10^7 \times \begin{bmatrix} -4.3901 & -0.1232 & -0.6851 & -0.0923 \\ -0.0540 & -0.4969 & -0.7512 & -0.9288 \end{bmatrix}$
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için Kontrolör 6	$10^7 \times \begin{bmatrix} -4.5793 & 0.7574 & -0.0497 & 0.3610 \\ -0.0164 & -0.4904 & -0.7203 & -0.8705 \end{bmatrix}$
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için Kontrolör 7	$10^7 \times \begin{bmatrix} -1.1769 & 0.3915 & 0.1259 & -0.0457 \\ -0.0136 & -0.2584 & -0.2938 & -0.2847 \end{bmatrix}$

Sayısal sonuçlardan gözlemlendiği üzere, β parametresinin eklenmesi minimum bozucu bastırma seviyesinin yükselmesine yol açarken, kontrol kazancının azalmasına neden olmaktadır. Bu sonuç, kontrol performansı ile kontrol kuvveti arasındaki ödünleşmeyi açıkça ortaya koymaktadır. Daha ayrıntılı bir analiz amacıyla, Tablo 5.7, Tablo 5.8 ve Tablo 5.9'da, sırasıyla Kontrolör 3, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 için El Centro ile Kocaeli depremlerinin etkisi altında, kontrolsüz ve kontrollü yapısal sistemin TT ve KO zaman cevapları sunulmaktadır. Tablolarda,

kontrolörlerin hem kontrol kuvveti çıktısının bulunduğu hem de bulunmadığı durumlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 5.7 Kontrolör 3 ile TT ve KO Zaman Cevapları

El Centro Depremi Altında TT Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.7)	0.1381	1.2705	0.1419	1.4172	45498.53
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.23)	0.1689	2.0098	0.1751	2.1431	17433.74
- (Kontrolsüz)	0.3948	4.6536	0.4098	5.1522	-
El Centro Depremi Altında KO Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.7)	0.0245	0.1605	0.0248	0.1769	6922.52
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.23)	0.0338	0.3652	0.0349	0.3839	3400.83
- (Kontrolsüz)	0.1072	1.2271	0.1114	1.2808	-
Kocaeli Depremi Altında TT Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.7)	0.3313	1.6224	0.3365	1.7978	86539.97
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.23)	0.3161	2.3036	0.3217	2.4866	28372.13
- (Kontrolsüz)	0.8198	9.4762	0.8525	9.9820	-
Kocaeli Depremi Altında KO Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.7)	0.0405	0.1939	0.0410	0.2059	10469.46
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.23)	0.0439	0.3881	0.0450	0.4041	4083.25
- (Kontrolsüz)	0.2024	2.2974	0.2103	2.3900	-

Tablo 5.7'de sunulan sonuçlara dayanarak, deprem girişlerine bağlı olarak ufak farklılıklar olmasına karşın, Senaryo 3 ile kontrol kuvvetlerinin TT değerlerinde üç kata kadar, KO değerlerinde ise iki buçuk kata kadar azaltılabildiği gözlemlenmektedir. Deprem etkilerinin neden olduğu yüksek kontrol kuvvetleri dikkate alındığında, ilave kontrol çıkışı D_u'nun dâhil edilmesiyle Kontrolör 3'ün pratikte uygulanabilirliği artmaktadır. Öte yandan, sistemin TT yer değiştirme değerlerinde $\%30$'a kadar, TT ivme değerlerinde ise $\%60$'a kadar artışlar meydana gelebilmektedir. Buna ek olarak, sistemin KO yer değiştirme değerlerinde $\%40$'a kadar, KO ivme değerlerinde ise iki kattan fazla artışlar gözlemlenebilmektedir. Bu doğrultuda, kontrolör tasarımında uygun bir β değeri seçilerek bu ödünleşme kapsamında en uygun kontrol performansı elde edilebilir.

Tablo 5.8'de sunulan sonuçlar incelendiğinde, $\beta = 1 \times 10^{-6}$ için tanımlanan (5.24) durumunda Kontrolör 6'nın, (5.18) durumuna kıyasla, kontrol kuvvetlerinin TT değerlerinde yaklaşık üç kat, KO değerlerinde ise yaklaşık iki buçuk kat azalma sağladığı görülmektedir. Öte yandan, bu azalma yer değiştirme ve ivme cevaplarında artışlarla sonuçlanmaktadır. El Centro depremi altında TT

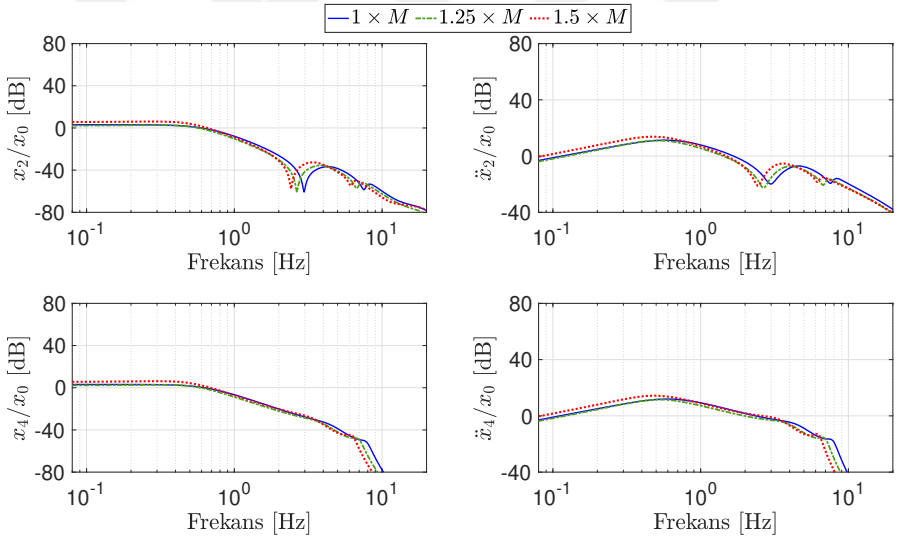
Tablo 5.8 Kontrolör 6 ile TT ve KO Zaman Cevapları

El Centro Depremi Altında TT Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.18)	0.0523	0.7494	0.0543	0.7905	40858.88
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.24)	0.1760	2.0232	0.1824	2.1566	16027.42
- (Kontrolsüz)	0.3948	4.6536	0.4098	5.1522	-
El Centro Depremi Altında KO Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.18)	0.0096	0.1153	0.0099	0.1228	6905.19
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.24)	0.0360	0.3778	0.0371	0.3972	3070.23
- (Kontrolsüz)	0.1072	1.2271	0.1114	1.2808	-
Kocaeli Depremi Altında TT Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.18)	0.1138	1.0359	0.1155	1.1032	71271.89
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.24)	0.3387	2.4288	0.3447	2.5853	25141.16
- (Kontrolsüz)	0.8198	9.4762	0.8525	9.9820	-
Kocaeli Depremi Altında KO Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.18)	0.0149	0.1284	0.0151	0.1329	9565.12
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.24)	0.0474	0.4129	0.0486	0.4301	3698.49
- (Kontrolsüz)	0.2024	2.2974	0.2103	2.3900	-

Tablo 5.9 Kontrolör 7 ile TT ve KO Zaman Cevapları

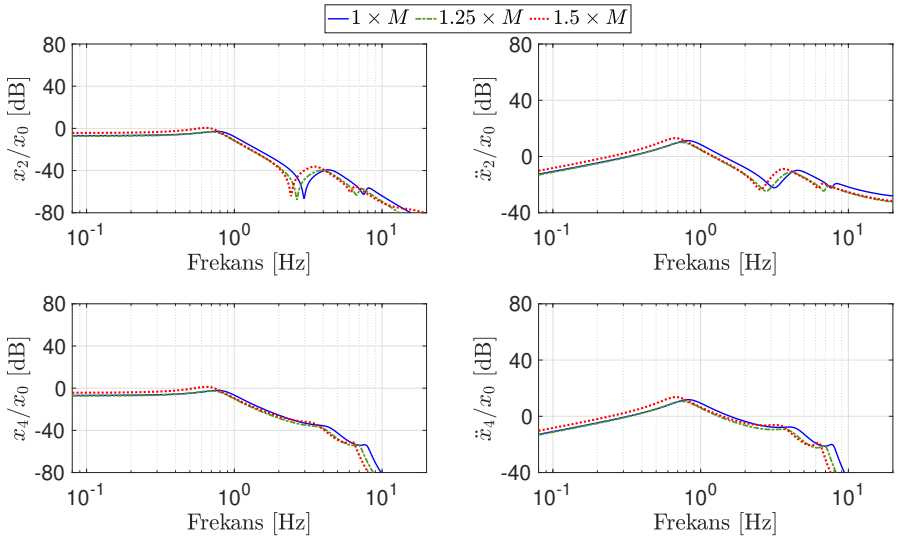
El Centro Depremi Altında TT Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.18)	0.0559	0.7562	0.0583	0.7752	46626.03
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.24)	0.2816	3.1829	0.2919	3.4735	8215.05
- (Kontrolsüz)	0.3948	4.6536	0.4098	5.1522	-
El Centro Depremi Altında KO Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.18)	0.0099	0.1003	0.0101	0.1062	7318.30
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.24)	0.0569	0.6222	0.0589	0.6515	1693.61
- (Kontrolsüz)	0.1072	1.2271	0.1114	1.2808	-
Kocaeli Depremi Altında TT Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.18)	0.1291	0.9359	0.1315	1.0019	75313.08
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.24)	0.4321	3.7104	0.4430	3.9946	11418.87
- (Kontrolsüz)	0.8198	9.4762	0.8525	9.9820	-
Kocaeli Depremi Altında KO Değerleri					
Kontrol Çıkış Vektörü	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
(5.18)	0.0157	0.1096	0.0160	0.1134	10191.09
$\beta = 1 \times 10^{-6}$ için (5.24)	0.0753	0.7523	0.0777	0.7829	2125.19
- (Kontrolsüz)	0.2024	2.2974	0.2103	2.3900	-

yer değiştirme ve ivme değerlerinde üç kata kadar artışlar meydana gelirken, KO değerlerinde yer değiştirme ve ivme büyüklüklerinin yaklaşık dört katına kadar artabildiği görülmektedir. Benzer sonuçlar Kocaeli depremi altında da gözlemlenmektedir. Bu sonuçlar, ilave kontrol kuvveti çıkışının dâhil edilmesiyle kontrol kuvvetlerinin etkin biçimde azaltılabildiğini, ancak yapısal sistemin zaman cevaplarında da artışların oluştuğunu ortaya koymaktadır. Tablo 5.9'da Kontrolör 7 için sunulan sonuçlar değerlendirildiğinde ise, aynı β değerinde benzer oranda ancak daha yüksek kontrol kuvveti azalımlarına ve daha yüksek yer değiştirme/ivme artışlarına neden olduğu görülmektedir. Bütün bu sonuçlar, kontrolör tasarımında hedeflenen performans kriterlerine bağlı olarak, kontrol kuvveti azalımı ile yer değiştirme/ivme artışları arasındaki ödünleşmenin, her bir kontrolör için uygun bir β seçimi ile dengelenmesinin mümkün olduğunu göstermektedir. Kontrol kuvvetlerinin azaltılması bozucu bastırma performansında bir düşüşe yol açsa da, veri güdümlü kontrol yöntemleri pratik kısıtlar altında uygulanabilirliğinin artması sayesinde etkinliğini sürdürmektedir.

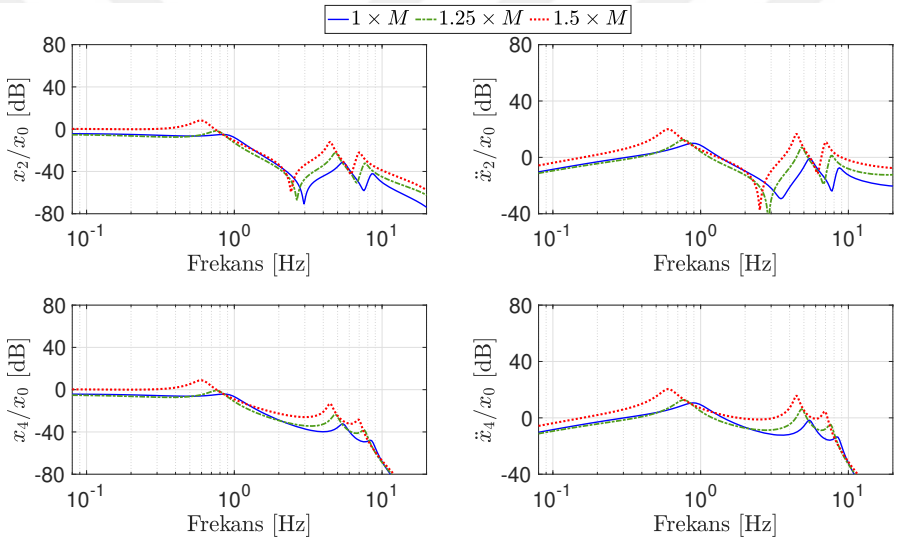


Şekil 5.16 Kontrolör 3 ile Farklı M Değerleri için Frekans Cevapları

Veri güdümlü kontrol yöntemlerinin, kontrol kanununu sistemden toplanan veriler kullanılarak oluşturduğu ve herhangi bir ön sistem tanımına ihtiyaç duymadığı bilinmektedir. Bu nedenle, veri güdümlü kontrolörler sistemdeki parametre belirsizliklerine karşı dayanıklılık sergilemektedir. Şekil 5.16, (5.7)'de tanımlanan kontrol çıkış vektörü ile Kontrolör 3'ün; Şekil 5.17 ve Şekil 5.18 ise (5.18)'de tanımlanan kontrol çıkış vektörü ile sırasıyla Kontrolör 6 ve Kontrolör 7'nin, $1 \times M$, $1.25 \times M$ ve $1.5 \times M$ durumları için kapalı çevrim frekans cevaplarını sunmaktadır. Sunulan frekans cevapları, veri güdümlü kontrolörlerin sistemin kütle parametrelerindeki değişimlerden önemli ölçüde etkilenmediğini ve dayanıklı bir performans sergilediğini göstermektedir.



Şekil 5.17 Kontrolör 6 ile Farklı M Değerleri için Frekans Cevapları



Şekil 5.18 Kontrolör 7 ile Farklı M Değerleri için Frekans Cevapları

Geliştirilen veri güdümlü kontrol yapılarının geçmişte meydana gelmiş farklı yıkıcı depremler altındaki performanslarını değerlendirmek amacıyla, (5.7)'de tanımlanan kontrol çıkış vektörü kullanılarak elde edilen Kontrolör 3'e ait sonuçlar ile (5.18)'de tanımlanan kontrol çıkış vektörü kullanılarak tasarlanan sırasıyla Kontrolör 6 ve Kontrolör 7'ye ait sonuçlar incelenmiştir. Bu kapsamda, Tablo 5.10 ve Tablo 5.11, sırasıyla San Francisco ve Erzincan depremleri altında elde edilen zaman cevaplarının TT ve KO değerlerini sunmaktadır. Tablo 5.10 incelendiğinde, her bir veri güdümlü kontrol yönteminin etkin bir bozucu bastırma performansı sergilediği görülmektedir. Öte yandan, Kontrolör 6'nın Kontrolör 3'e kıyasla yer değiştirme değerlerinde yaklaşık üç kat, ivme değerlerinde ise yaklaşık iki kat azalma sağladığı gözlemlenmektedir. Bununla birlikte, kontrol kuvvetlerinin TT değerleri açısından

Tablo 5.10 Kontrolör 3, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile San Francisco Depremi Altında Zaman Cevaplarının TT ve KO Değerleri

TT Değerleri					
Kontrolör	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
Kontrolör 3	0.1550	0.9276	0.1571	1.1104	48288.13
Kontrolör 6	0.0554	0.4815	0.0559	0.5958	36885.35
Kontrolör 7	0.0609	0.4045	0.0615	0.4528	41910.31
- (Kontrolsüz)	0.3029	3.5886	0.3150	3.7972	-
KO Değerleri					
Kontrolör	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
Kontrolör 3	0.0501	0.0800	0.0502	0.0864	6298.58
Kontrolör 6	0.0162	0.0464	0.0162	0.0488	7279.37
Kontrolör 7	0.0217	0.0409	0.0217	0.0428	5831.67
- (Kontrolsüz)	0.1046	1.1373	0.1082	1.1884	-

Kontrolör 6, Kontrolör 3'e oranla yaklaşık $\%24$ daha düşük kontrol kuvvetleri üretmektedir. Buna karşılık, KO değerleri bakımından Kontrolör 6'nın ürettiği kontrol kuvvetleri, Kontrolör 3'e göre yaklaşık $\%16$ daha yüksektir. Son olarak Kontrolör 7 incelendiğinde, Kontrolör 6 ile benzer sonuçlar sunduğu görülmektedir. Ancak Kontrolör 7 ile daha düşük ivme değerleri elde edilirken, daha yüksek yer değiştirme değerleri oluşmaktadır. Buna karşın, kontrol kuvvetlerinin TT değerleri açısından Kontrolör 7, Kontrolör 6'ya oranla bir miktar daha yüksek kontrol kuvvetine neden olurken; KO değerlerinde ise daha düşük kontrol kuvvetleri üretmektedir.

Tablo 5.11 Kontrolör 3, Kontrolör 6 ve Kontrolör 7 ile Erzincan Depremi Altında Zaman Cevaplarının TT ve KO Değerleri

TT Değerleri					
Kontrolör	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
Kontrolör 3	0.5528	2.7795	0.5589	3.1921	138850.89
Kontrolör 6	0.1879	1.6832	0.1898	1.8490	113081.09
Kontrolör 7	0.2208	1.6408	0.2237	1.7550	120884.31
- (Kontrolsüz)	1.2438	14.2150	1.2926	14.7231	-
KO Değerleri					
Kontrolör	x_2 [m]	$\ddot{x}_2$ [m/s^2]	x_4 [m]	$\ddot{x}_4$ [m/s^2]	u [kN]
Kontrolör 3	0.1022	0.4100	0.1032	0.4330	23695.18
Kontrolör 6	0.0360	0.2344	0.0365	0.2414	21162.42
Kontrolör 7	0.0404	0.2079	0.0409	0.2141	22160.42
- (Kontrolsüz)	0.3327	3.7160	0.3452	3.8695	-

Tablo 5.11 incelendiğinde, tüm veri güdümlü kontrolörlerin kontrolsüz duruma kıyasla yer değiştirme ve ivme tepkilerinde belirgin bir azalma sağladığı, dolayısıyla etkin bir bozucu bastırma performansı sergilediği görülmektedir. Erzincan depremi altında da benzer şekilde, Kontrolör 6'nın Kontrolör 3'e

kıyasla yer değiştirme ve ivme değerlerinde anlamlı iyileştirmeler sağladığı gözlemlenmektedir. Buna ek olarak Kontrolör 6 ile, kontrol kuvvetlerinin TT değerlerinde yaklaşık $\%19$, KO değerlerinde ise yaklaşık $\%11$ oranında azalma gerçekleşmiştir. Kontrolör 7 açısından elde edilen sonuçlar incelendiğinde, San Francisco depremi altında gözlemlenen eğilimlerle uyumlu bir davranış sergilediği görülmektedir. Buna göre, Kontrolör 7 ile Kontrolör 6'ya kıyasla daha yüksek yer değiştirme değerleri elde edilirken, ivme değerlerinde daha düşük seviyeler gözlemlenmektedir. Öte yandan, Kontrolör 7'nin hem TT hem de KO değerleri bakımından Kontrolör 6'ya kıyasla bir miktar daha yüksek kontrol kuvvetleri ürettiği anlaşılmaktadır.

Yorum 5.3. Elde edilen bu sonuçlar, veri güdümlü kontrolör tasarımlarının daha düşük kontrol kuvvetleriyle etkin bir biçimde çalışabilme yeteneğine ve parametre değişimlerine karşı sergilediği dayanıklılığa ek olarak, farklı şiddet seviyelerindeki deprem girdileri altında da başarılı bir performans ortaya koyduğunu göstermektedir. Bu bulgular, geliştirilen veri güdümlü kontrol yöntemlerinin gerçekçi mühendislik uygulamalarında kullanılabilirliğini ve pratikte uygulanabilirliğini daha da güçlendirmektedir.

5.4 Senaryo 4: Veri Güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ Kontrolör Tasarımının Literatürde Önerilen Bir Yöntem ile Tutuculuk Açısından Karşılaştırılması

Simülasyon çalışmalarının son bölümünde, tam blok S-prosedür tekniğinden faydalanılarak geliştirilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımının, Berberich vd. [15] tarafından geliştirilen ve literatürde önemli bir yere sahip olan veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör ile kıyaslandığında, daha az tutucu sonuçlar verebileceğini ortaya koyan bir simülasyon senaryosu ele alınmaktadır. Literatürden alınan bu veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör, Yardımcı Teorem 3.4 ile Bölüm 3'te verilmiş olup, bu çalışmanın devamında Berberich vd.'nın Kontrolörü olarak adlandırılacaktır.

Simülasyon çalışmaları kapsamında Senaryo 1'de, veri güdümlü kontrol tasarımlarında kullanılan DME'lerin genişletilmesi tekniğinin tutuculuk üzerindeki etkileri, daha düşük γ_2 ve γ_∞ bozucu bastırma seviyelerinin elde edilmesi üzerinden gösterilmiştir. Bu bölümde ise benzer şekilde, model tabanlı kontrol yöntemlerinin veri güdümlü hâle getirilmesine olanak tanıyan tam blok S-prosedür tekniğinin tutuculuk üzerindeki etkileri, Berberich vd.'nın Kontrolörü ile tez çalışması kapsamında geliştirilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörü (Kontrolör 2) üzerinden gerçekleştirilen karşılaştırmalarla değerlendirilecektir. Bu karşılaştırma kapsamında, dört katlı yapısal sistem için kontrol çıkış vektörü z_∞, Senaryo 1'de

tanımlandığı üzere, yapısal sistemin birinci ve en üst katlarındaki yer değiştirmeleri içerecek biçimde aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$z_\infty \triangleq \begin{bmatrix} x_1 & x_4 \end{bmatrix}^T \tag{5.25}$$

Berberich vd.'nın Kontrolörü'nün aktif yapısal kontrol uygulaması için, öncelikle tasarım parametreleri Kontrolör 2 ile aynı olacak şekilde, örneklem sayısı $N = 20$ ve bozucu sınırı $w_{max} = \begin{bmatrix} 0.70 & 0.70 \end{bmatrix}^T$ olarak seçilmiştir. Bu doğrultuda, Yardımcı Teorem 3.4'ün uygulanması sonucunda elde edilen Berberich vd.'nın Kontrolörü'ne ait γ_∞ ve K değerleri aşağıda verilmiştir.

$$\gamma_\infty = 3.0111, \tag{5.26}$$

$$K_\infty = 10^8 \times \begin{bmatrix} -0.0351 & 1.5078 & -1.4364 & 0.2189 \\ -1.7198 & -1.4577 & -1.4969 & -1.4664 \end{bmatrix}. \tag{5.27}$$

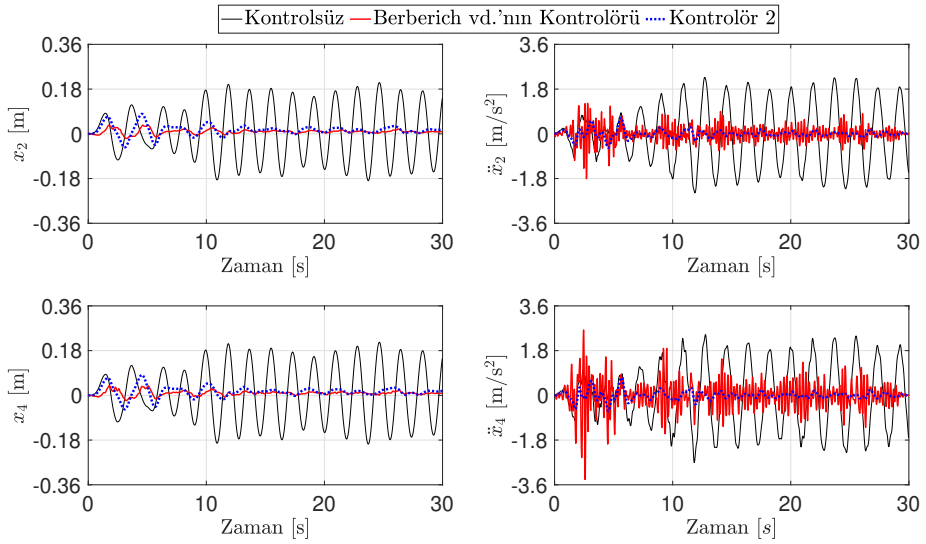
Senaryo 1'de, Teorem 3.2'nin uygulanmasıyla elde edilen Kontrolör 2'ye ait γ_∞ ve K değerleri, karşılaştırma amacıyla, aşağıda tekrar verilmiştir.

$$\gamma_\infty = 2.0377, \tag{5.28}$$

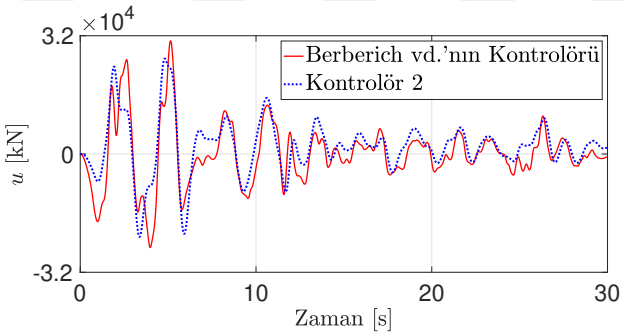
$$K_\infty = 10^8 \times \begin{bmatrix} -2.1976 & 1.4920 & 0.1088 & 1.1219 \\ -0.0243 & -0.1712 & -0.1316 & -0.1368 \end{bmatrix}. \tag{5.29}$$

Sayısal sonuçlardan gözlemlendiği üzere, Berberich vd.'nın Kontrolörü'ne kıyasla, önerilen kontrol yapısı olan Kontrolör 2 ile $\mathcal{H}_\infty$ norm değerinde $\%32$'den fazla bir düşüş elde edilmiştir. Bu bulgular, tam blok S-prosedür temelli olarak geliştirilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol tekniğinin, literatürde kabul görmüş başka bir veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrolöre kıyasla daha az tutucu sonuçlar sağlayabildiğini göstermektedir.

Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2'nin deprem etkisi altındaki dört katlı yapısal sistem üzerindeki etkinliği, simülasyon çalışmaları kapsamında, sırasıyla (5.29) ve (5.27) ile ifade edilen kontrol kazançlarının sisteme uygulanmasıyla elde edilmiştir. Şekil 5.19 ve Şekil 5.20, El Centro depremine maruz bırakılan dört katlı yapısal sistemin simülasyon sonuçlarını sunmaktadır. Şekil 5.19, ikinci ve en üst katların yer değiştirme ve ivme cinsinden zaman cevaplarını göstermektedir. Burada, Kontrolör 2 ile elde edilen sonuçlar incelendiğinde, yer değiştirme değerlerinin depremin ilk etkili olduğu anda Berberich vd.'nın



Şekil 5.19 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 ile El Centro Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları

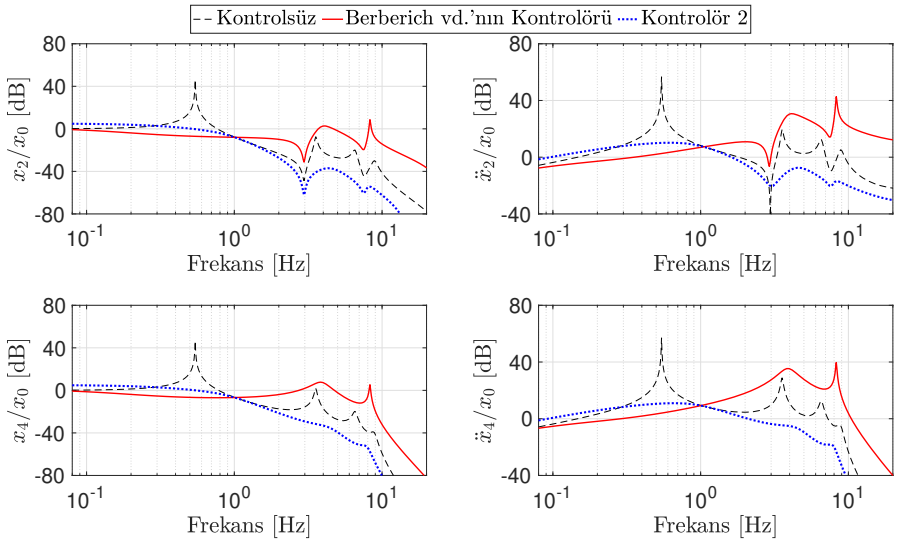


Şekil 5.20 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 ile El Centro Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri

Kontrolörü'ne kıyasla bir miktar daha yüksek genlikler sergilemesine rağmen, genel olarak birbirine yakın sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Öte yandan, ivme değerleri incelendiğinde Berberich vd.'nın Kontrolörü'nün, Kontrolör 2'ye kıyasla, deprem kaynaklı titreşimleri bastırmada yeterli performans sergileyemediği ve daha yüksek ivme genliklerinin oluştuğu gözlemlenmektedir. Buna ek olarak, Berberich vd.'nın Kontrolörü kullanıldığında, Kontrolör 2'ye kıyasla bir miktar daha yüksek kontrol kuvvetlerinin oluştuğu, Şekil 5.20 üzerinden görülmektedir. Elde edilen tüm bu sonuçlar, Kontrolör 2'nin aktif titreşim kontrolünde, literatürde kabul görmüş bir kontrolör olan Berberich vd.'nın Kontrolörü'ne kıyasla daha başarılı bir performans sergilediğini ortaya koymaktadır.

Şekil 5.21, yapısal sistemin Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 altındaki frekans cevaplarını sunmaktadır. Elde edilen sonuçlar, her iki kontrolörün de 0.5436 [Hz] frekansındaki rezonans noktasını etkin bir biçimde bastırdığını; buna karşın Berberich vd.'nın Kontrolörü'nün, 3.5586, 6.5647 ve 8.8760 [Hz] frekanslarındaki

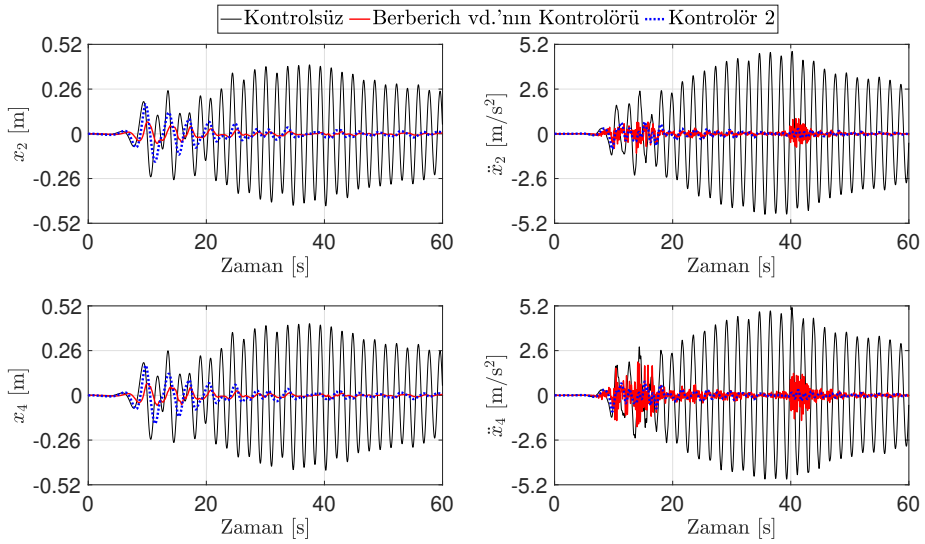
rezonans noktalarını etkin bir şekilde bastıramadığını göstermektedir. Öte yandan Kontrolör 2, söz konusu üç frekanstaki rezonans noktalarında da etkin bir bozucu bastırma performansı sergilemektedir. Bu durum, Kontrolör 2'nin, Berberich vd.'nın Kontrolörü'nün aksine, tüm frekans bandı boyunca etkin ve başarılı bir kontrol performansı sunduğunu ortaya koymaktadır.



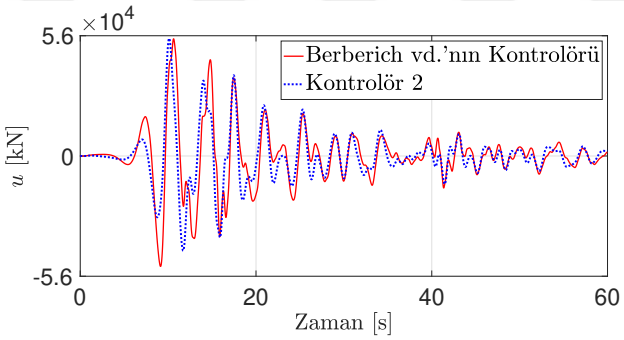
Şekil 5.21 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 için Dört Katlı Yapısal Sistemin Frekans Cevapları

Kocaeli depremine ait yer hareketi verileri, Berberich vd.'nın Kontrolörü ile Kontrolör 2'nin farklı bir sismik etki altındaki performansını değerlendirmek amacıyla kullanılmıştır. Bu bağlamda Şekil 5.22, kontrol yapılarının yer değiştirme zaman cevapları açısından benzer sonuçlar verdiğini göstermektedir. Öte yandan, ivme değerleri incelendiğinde Berberich vd.'nın Kontrolörü'nün, hâlen yüksek genlikli zaman cevaplarına neden olmasına karşın, El Centro depremi altındaki performansına kıyasla bozucu bastırma açısından daha başarılı olduğu görülmektedir. Ek olarak Şekil 5.23, Kocaeli depremi altında üretilen kontrol kuvvetlerinin, El Centro depremi altındaki sonuçlara kıyasla daha yüksek olduğunu, ancak benzer şekilde Berberich vd.'nın Kontrolörü'nün Kontrolör 2'ye kıyasla biraz daha yüksek kontrol kuvvetlerine neden olduğunu göstermektedir. Elde edilen tüm bu sonuçlar, Berberich vd.'nın Kontrolörü'ne kıyasla Kontrolör 2'nin, farklı deprem etkileri altında da daha başarılı bir kontrol performansı sergilediğini ortaya koymaktadır.

Son olarak Senaryo 4'te, Bölüm 3'te verilen Örnek 3.1 ile benzer şekilde, Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 ile elde edilen veri güdümlü kontrol yöntemlerinin öğrenme performansı değerlendirilecektir. Bilindiği üzere, veri güdümlü kontrol yöntemlerinde $\mathcal{H}_\infty$ norm değerleri, kontrol kazançlarının gerçek



Şekil 5.22 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 ile Kocaeli Depremi Altında Kontrolsüz ve Kontrollü Zaman Cevapları



Şekil 5.23 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 ile Kocaeli Depremi Altında Kontrol Kuvvetleri

modele uygulanmasıyla elde edilmektedir. Dolayısıyla, veri güdümlü kontrolörlerin öğrenme performansı, veri güdümlü sentez yöntemi ile elde edilen $\mathcal{H}_\infty$ normunun (γ_∞), gerçek $\mathcal{H}_\infty$ normuna ($\gamma_{\infty t}$) ne kadar yakın olduğuna bağlıdır. Bu bağlamda, Yardımcı Teorem 3.4 ve Teorem 3.2'nin dört katlı yapısal sistem için 10 kez ardışık olarak uygulanmasıyla elde edilen γ_∞ değerleri ile bunların $\gamma_{\infty t}$ ile oluşturduğu göreli hatalar, Tablo 5.12'de sunulmuştur. Burada hata değerleri, $\left|\frac{(\gamma_\infty - \gamma_{\infty t})}{\gamma_{\infty t}}\right|$ ifadesiyle hesaplanmıştır.

Elde edilen bu sonuçlar doğrultusunda, literatürde kabul görmüş bir veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yöntemi olan Berberich vd.'nın Kontrolörü'ne kıyasla, Kontrolör 2 ile altı kattan fazla oranda daha düşük bir hata yüzdesi ile γ_∞ bozucu bastırma seviyesinin elde edilebildiği görülmektedir. Öte yandan, Örnek 3.1'de sayısal bir sistem üzerinden sunulan sonuçlarda bu oranın $\%25$ seviyesinde olduğu görülmektedir. Bu durum, gerçekçi sistem modellerinde, bu tez çalışması kapsamında geliştirilen veri güdümlü kontrolör tasarımlarının pratik

Tablo 5.12 Berberich vd.'nın Kontrolörü ve Kontrolör 2 için Elde Edilen γ_∞ Değerleri

	Kontrolör 2 ($\gamma_{\infty t} = 2$)		Berberich vd.'nın Kontrolörü ($\gamma_{\infty t} = 3$)	
Uygulama	γ_∞	% Hata	γ_∞	% Hata
1	2.0107	% 0.54	2.7774	% 7.42
2	2.0582	% 2.91	2.3032	% 23.23
3	1.8769	% 6.16	3.0111	% 0.37
4	1.9525	% 2.38	3.1868	% 6.23
5	1.9319	% 3.41	2.6025	% 13.25
6	2.0377	% 1.89	2.9682	% 1.06
7	1.9549	% 2.26	4.2366	% 41.22
8	2.0783	% 3.92	2.2173	% 26.09
9	1.8957	% 5.22	1.5231	% 49.23
10	1.9930	% 0.35	3.2939	% 9.80
	Ortalama % Hata $\rightarrow$ % 2.90		Ortalama % Hata $\rightarrow$ % 17.79	

uygulamalardaki etkinliğini daha da arttırmaktadır. Bu çıkarımı destekler nitelikte bir diğer bulgu, Kontrolör 2 ile ardışık olarak gerçekleştirilen 10 örneklemde, γ_∞ değerinin en fazla $\%6.16$ hata ile elde edilmesine karşın, Berberich vd.'nın Kontrolörü için bu hata oranının en büyük değerinin $\%49.23$ seviyesine ulaşmasıdır. Elde edilen tüm bu sonuçlar, geliştirilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$ kontrol yönteminin, sistem üzerinden daha başarılı bir öğrenme performansı sunduğunu ve dolayısıyla daha az tutucu sonuçlar verdiğini ortaya koymaktadır.

6
SONUÇ

Bu doktora tez çalışmasında, herhangi bir matematiksel model bilgisine ihtiyaç duyulmaksızın, doğrudan sistemden ölçülen sonlu uzunluktaki veriler kullanılarak kapalı çevrim kararlılığı ve performans garantileri sunan yeni çok amaçlı veri güdümlü kontrol yöntemleri geliştirilmiştir. DME tabanlı olarak geliştirilen bu yöntemler, normu sınırlı bozucu girdiler altında çalışmakta olup, parametre belirsizlikleri ve modelleme hataları içeren karmaşık sistemler için güvenilir ve daha az tutucu bir kontrol tasarım yaklaşımı sunmaktadır.

Tez kapsamında ilk olarak, hem $\mathcal{H}_2$ hem de $\mathcal{H}_\infty$ performans kriterlerini eş zamanlı olarak ele alan ve sistem tanımlaması gerektirmeyen veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımı sunulmuştur. Bu yaklaşımda, sistem üzerindeki bozucular değişmez elipsoitler ve tam blok S-prosedürü teknikleri aracılığıyla normu sınırlı belirsizlikler olarak modellenmiş; bu sayede dışbükey-kabuk gevşetmesi tekniğinin kullanılması mümkün hâle gelmiştir. Ayrıca, DME'ler üzerinde uygulanan genişletme tekniği ile $\mathcal{H}_2$- ve $\mathcal{H}_\infty$-kontrol problemleri için ortak olmayan Lyapunov matrislerinin kullanılabilmesi sağlanmıştır. Kullanılan tüm bu teknikler sonucunda, çok amaçlı kontrol problemi minimum tutuculukla çözülebilen bir dışbükey optimizasyon problemine dönüştürülmüştür. İkinci aşamada, geliştirilen veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$-kontrol yöntemi, kapalı çevrim kutuplarının önceden tanımlanmış kararlılık bölgeleri içerisinde yer almasını matematiksel olarak garanti edecek kutup yerleştirme teknikleri ile genişletilmiştir. Bu kapsamda, ayrık zamanlı sistemler için çembersel ve elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık koşulları tanımlanmış ve bu koşullar altında veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolör tasarımları geliştirilmiştir. Böylece, $\mathcal{H}_\infty$ performans ölçütü ile sistemin sürekli rejim davranışı korunurken, kutup yerleştirme kısıtları aracılığıyla sistemin geçici rejim yanıtlarının iyileştirilmesi sağlanmıştır.

Geliştirilen veri güdümlü karma $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ ve veri güdümlü kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörlerin etkinliği, dört farklı simülasyon senaryosu ile doğrulanmıştır. İlk senaryoda, sismik olarak uyarılan dört katlı bir yapısal sistem üzerinde

gerçekleştirilen simülasyonlar sonucunda, önerilen veri güdümlü kontrolörlerin bozucu bastırma performansının model tabanlı yaklaşımlarla karşılaştırılabilir düzeyde olduğu ve ortak Lyapunov matrisleri kullanan veri güdümlü yöntemlere kıyasla, ortak olmayan Lyapunov matrislerinin kullanımı sayesinde daha az tutucu çözümler sunduğu gösterilmiştir. El Centro ve Kocaeli depremleri altında elde edilen sonuçlar, önerilen kontrolörlerin farklı sismik uyarımlar karşısında tutarlı ve dayanıklı bir performans sergilediğini, ancak daha yüksek kontrol kuvvetlerine yol açabildiğini ortaya koymuştur. İkinci senaryoda, çembersel ve elipsoidal $\mathcal{D}_R$-kararlılık kısıtları ile geliştirilen kutup yerleştirmeli $\mathcal{H}_\infty$ kontrolörlerin, sistemin sürekli rejim performansı korunurken, geçici rejim yanıtlarını belirgin biçimde iyileştirdiği belirlenmiştir. Bu kapsamda, ilk senaryo ile benzer şekilde, El Centro ve Kocaeli depremleri altında sistem performansı değerlendirilmiştir. Üçüncü senaryoda, veri güdümlü kontrol yaklaşımının pratikte uygulanabilirliği, kontrol kuvvetleri ile performans arasındaki ödünleşme analizleri ve farklı sistem kütleleri altında gerçekleştirilen simülasyonlar aracılığıyla doğrulanmıştır. Buna ek olarak, San Francisco ve Erzincan depremleri altında elde edilen sonuçların da incelenmesiyle, önerilen kontrolörlerin farklı sismik uyarımlar karşısında tutarlı ve dayanıklı bir performans sergilediği ortaya konulmuştur. Son senaryoda ise, literatürde kabul görmüş bir veri güdümlü $\mathcal{H}_\infty$-kontrol yaklaşımı ile yapılan karşılaştırmalar, tam blok S-prosedürü tekniğine dayalı olarak önerilen veri güdümlü kontrol sentezinin, daha az tutucu ve öğrenme performansı açısından daha tutarlı sonuçlar ürettiğini göstermiştir. Son olarak bu tez çalışması, veri güdümlü optimal kontrol yaklaşımını farklı performans ölçütleri ve bölgesel kararlılık kısıtları ile birlikte ele alacak biçimde aktif yapısal kontrol problemlerine entegre ederek, belirsizlikler ve modelleme hataları içeren yapısal sistemler için yenilikçi, pratikte uygulanabilir ve güvenilir bir kontrol yöntemi sunmaktadır.

Parametre belirsizliklerinin yanı sıra, aktif yapısal kontrolde karşılaşılan bir diğer önemli problem, eyleyici gecikmelerinin kontrol ile yapı etkileşiminde senkronizasyon kaybına yol açmasıdır. Bu durum, kontrol performansının düşmesine ve hatta sistemin kararsız hâle gelmesine neden olabilmektedir. Gelecek çalışmalarda, zamanla değişen eyleyici gecikmelerine bağlı veri güdümlü kontrolör tasarımlarının ele alınması önemli bir araştırma yönü olarak değerlendirilebilir. Ayrıca, aktif yapısal kontrolde deprem etkilerinin daha kapsamlı biçimde incelenebilmesi amacıyla, veri güdümlü kontrol yöntemlerinin yatayda iki eksenli deprem etkilerine maruz kalan asimetrik yapısal sistemlere uygulanması da bir diğer potansiyel gelecek çalışma alanıdır.

KAYNAKÇA

[1] H. J. van Waarde, J. Eising, M. K. Camlibel H. L. Trentelman, "The Informativity Approach: To Data-Driven Analysis and Control," *IEEE Control Systems Magazine*, c. 43, no. 6, ss. 32–66, 2023. doi: https://doi.org/10.1109/MCS.2023.3310305.

[2] H. J. van Waarde, J. Eising, H. L. Trentelman M. K. Camlibel, "Data Informativity: A New Perspective on Data-Driven Analysis and Control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 65, no. 11, ss. 4753–4768, 2020. doi: https://doi.org/10.1109/TAC.2020.2966717.

[3] A. Bazanella, L. Campestrini D. Eckhard, *Data-Driven Controller Design: The $\mathcal{H}_2$ Approach*. Haarlem, Netherlands:Springer, 2012.

[4] J. G. Ziegler N. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controllers," *Transactions of the ASME*, c. 64, ss. 759–768, 1942.

[5] P. Werbos, "Neural Networks for Control and System Identification," *Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control*, 1989, ss. 260–265. doi: https://doi.org/10.1109/CDC.1989.70114.

[6] K. Aström B. Wittenmark, *Adaptive Control*. Reading, MA, USA: Addison-Wesley, 1989.

[7] R. E. Skelton G. Shi, "The Data-Based LQG Control Problem," *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, 1994, ss. 1447–1452. doi: https://doi.org/10.1109/CDC.1994.411242.

[8] W. Aangenent, D. Kostic, B. de Jager, R. van de Molengraft M. Steinbuch, "Data-Based Optimal Control," *Proceedings of the 2005 American Control Conference*, 2005, ss. 1460–1465. doi: https://doi.org/10.1109/ACC.2005.1470171.

[9] G. R. Gonçalves da Silva, A. S. Bazanella, C. Lorenzini L. Campestrini, "Data-Driven LQR Control Design," *IEEE Control Systems Letters*, c. 3, no. 1, ss. 180–185, 2019. doi: https://doi.org/10.1109/LCSYS.2018.2868183.

[10] J. C. Willems, P. Rapisarda, I. Markovsky B. L. M. de Moor, "A Note on Persistency of Excitation," *Systems & Control Letters*, c. 54, no. 4, ss. 325–329, 2005. doi: https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2004.09.003.

[11] A. Romer, J. Berberich, J. Köhler F. Allgöwer, "One-Shot Verification of Dissipativity Properties From Input–Output Data," *IEEE Control Systems Letters*, c. 3, no. 3, ss. 709–714, 2019. doi: https://doi.org/10.1109/LCSYS.2019.2917162.

[12] C. de Persis P. Tesi, "Formulas for Data-Driven Control: Stabilization, Optimality, and Robustness," *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 65, no. 3, ss. 909–924, 2020. doi: https://doi.org/10.1109/TAC.2019.2959924.

[13] A. Karimi C. Kammer, "A Data-Driven Approach to Robust Control of Multivariable Systems by Convex Optimization," *Automatica*, c. 85, ss. 227–233, 2017. doi: https://doi.org/10.1016/j.automatica.2017.07.063.

[14] H. J. van Waarde, M. K. Camlibel M. Mesbahi, "From Noisy Data to Feedback Controllers: Nonconservative Design via a Matrix S-Lemma," *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 67, no. 1, ss. 162–175, 2022. doi: https://doi.org/10.1109/TAC.2020.3047577.

[15] J. Berberich, A. Koch, C. W. Scherer F. Allgöwer, "Robust Data-Driven State-Feedback Design," *American Control Conference (ACC)*, 2020, ss. 1532–1538. doi: https://doi.org/10.23919/ACC45564.2020.9147320.

[16] J. Berberich, C. W. Scherer F. Allgöwer, "Combining Prior Knowledge and Data for Robust Controller Design," *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 68, no. 8, ss. 4618–4633, 2023. doi: https://doi.org/10.1109/TAC.2022.3209342.

[17] T. R. V. Steentjes, M. Lazar P. M. J. Van den Hof, "On Data-Driven Control: Informativity of Noisy Input-Output Data with Cross-Covariance Bounds," *IEEE Control Systems Letters*, c. 6, ss. 2192–2197, 2022. doi: https://doi.org/10.1109/LCSYS.2021.3139526.

[18] I. Kucukdemiral, H. Yazici, B. Gormus G. P. Bevan, "Data-Driven $\mathcal{H}_\infty$ Control of Constrained Systems: An Application to Bilateral Teleoperation System," *ISA Transactions*, c. 137, ss. 23–34, 2023. doi: https://doi.org/10.1016/j.isatra.2023.01.030.

[19] J. Pu, Q. Ma, F. Gu Y. Li, "Data-Driven Adaptive Dynamic Programming for $\mathcal{H}_2$/$\mathcal{H}_\infty$ Control of Unknown Nonlinear System," *37th Chinese Control Conference*, 2018, ss. 971–976. doi: https://doi.org/10.23919/ChiCC.2018.8483002.

[20] S. Mukherjee R. R. Hossain, "Data-Driven Pole Placement in LMI Regions with Robustness Guarantees," *2022 IEEE 61st Conference on Decision and Control (CDC)*, 2022, ss. 4010–4015. doi: https://doi.org/10.1109/CDC51059.2022.9993327.

[21] T. R. V. Steentjes, M. Lazar P. M. J. Van den Hof, "Informativity Conditions for Data-Driven Control Based on Input-State Data and Polyhedral Cross-Covariance Noise Bounds," *IFAC PapersOnLine*, c. 55, no. 30, ss. 329–334, 2022, 25th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 2022). doi: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.11.074.

[22] M. Chilali P. Gahinet, "H_∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach," *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 41, no. 3, ss. 358–367, 1996. doi: https://doi.org/10.1109/9.486637.

[23] M. Chilali, P. Gahinet P. Apkarian, "Robust Pole Placement in LMI Regions," *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 44, no. 12, ss. 2257–2270, 1999. doi: https://doi.org/10.1109/9.811208.

[24] A. Aktas, H. Yazici M. Sever, "LMI-Based Design of an I-PD+PD Type LPV State Feedback Controller for a Gantry Crane," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, c. 41, no. 6, ss. 1640–1655, 2019. doi: https://doi.org/10.1177/0142331218785683.

[25] P. R. Sahoo, J. K. Goyal, S. Ghosh A. K. Naskar, "New Results on Restricted Static Output Feedback Controller Design with Regional Pole Placement," *IET Control Theory & Applications*, c. 13, no. 8, ss. 1095–1104, 2019. doi: https://doi.org/10.1049/iet-cta.2018.6138.

[26] F. Celi, G. Baggio F. Pasqualetti, "Data-Driven Eigenstructure Assignment for Sparse Feedback Design," *2023 62nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2023, ss. 618–623. doi: https://doi.org/10.1109/CDC49753.2023.10383893.

[27] G. Bianchin, "Data-Driven Exact Pole Placement for Linear Systems," *2023 62nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2023, ss. 685–690. doi: https://doi.org/10.1109/CDC49753.2023.10384008.

[28] A. Bisoffi, C. de Persis P. Tesi, "Learning Controllers for Performance Through LMI Regions," *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 68, no. 7, ss. 4351–4358, 2023. doi: https://doi.org/10.1109/TAC.2022.3206248.

[29] M. Mukherjee, V. K. Mishra N. Bajcinca, "Robust Data-Driven Feedback Control with Pole Placement Constraints," *IFAC-PapersOnLine*, c. 58, no. 21, ss. 232–237, 2024, 4th IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (MICNON 2024). doi: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2024.10.218.

[30] A. M. Ceci, V. Gattulli F. Potenza, "Serviceability and Damage Scenario in Irregular RC Structures: Post-Earthquake Observations and Modeling Predictions," *Journal of Performance of Constructed Facilities*, c. 27, no. 1, ss. 98–115, 2013. doi: https://doi.org/10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000317.

[31] K. Nonami S. Sivrioglu, "Active Vibration Control Using LMI-Based Mixed H_2/H_∞ State and Output Feedback Control with Nonlinearity," *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*, c. 1, 1996, ss. 161–166. doi: https://doi.org/10.1109/CDC.1996.574282.

[32] N. Yagiz, "Sliding Mode Control of a Multi-Degree-of-Freedom Structural System with Active Tuned Mass Damper," *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, c. 25, no. 6, ss. 651–657, 2001.

[33] R. Guclu, "Fuzzy Logic Control of Vibrations of Analytical Multi-Degree-of-Freedom Structural Systems," *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, c. 27, no. 3, ss. 157–167, 2003.

[34] R. Guclu, "Sliding Mode and PID Control of a Structural System Against Earthquake," *Mathematical and Computer Modelling*, c. 44, no. 1, ss. 210–217, 2006. doi: https://doi.org/10.1016/j.mcm.2006.01.014.

[35] R. Guclu H. Yazici, "Fuzzy Logic Control of a Non-linear Structural System against Earthquake Induced Vibration," *Journal of Vibration and Control*, c. 13, no. 11, ss. 1535–1551, 2007. doi: https://doi.org/10.1177/1077546307077663.

[36] R. Guclu H. Yazici, "Vibration Control of a Structure with ATMD Against Earthquake Using Fuzzy Logic Controllers," *Journal of Sound and Vibration*, c. 318, no. 1, ss. 36–49, 2008. doi: https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.03.058.

[37] H. Yazıcı R. Güçlü, "Active Vibration Control of Seismic Excited Structural System Using LMI-Based Mixed H_2/H_∞ State Feedback Controller," *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, c. 19, no. 6, ss. 839–849, 2011. doi: https://doi.org/10.3906/elk-1007-592.

[38] İ. E. Köse, W. E. Schmitendorf, F. Jabbari J. N. Yang, "H_∞ Active Seismic Response Control Using Static Output Feedback," *Journal of Engineering Mechanics*, c. 122, no. 7, ss. 651–659, 1996. doi: https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1996)122:7(651).

[39] L. Huo, G. Song, H. Li K. Grigoriadis, "H_∞ Robust Control Design of Active Structural Vibration Suppression Using an Active Mass Damper," *Smart Materials and Structures*, c. 17, no. 1, s. 015 021, 2007. doi: https://doi.org/10.1088/0964-1726/17/01/015021.

[40] H. Yazici, R. Guclu, I. B. Kucukdemiral M. N. A. Parlakci, "Robust Delay-Dependent H_∞ Control for Uncertain Structural Systems With Actuator Delay," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, c. 134, no. 3, s. 031 013, 2012. doi: https://doi.org/10.1115/1.4005500.

[41] S. E. Heraiki, B. Tacal L. Ucun, "Robust H_∞ Controller Design for Active Vibration Suppression with Input Constraints," *2019 20th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, 2019, ss. 1–6. doi: https://doi.org/10.1109/CarpathianCC.2019.8766013.

[42] Q. Xu ve diğ., "Overlapping Decentralized Guaranteed Cost Control Method for Discrete-Time Systems of Building Structures with Uncertain Parameters under Earthquake Action," *Mathematical Problems in Engineering*, c. 2022, no. 1, s. 7 218 213, 2022. doi: https://doi.org/10.1155/2022/7218213.

[43] T. S. De Simone, I. Thiago Minari Ramos, L. F. Bocca, U. Nelson L. T. Alves, D. B. Bizarro M. C. M. Teixeira, "Output Feedback Controller Design for Quadratic Cost Minimization for Linear Systems with Polytopic Uncertainties," *2021 14th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)*, 2021, ss. 1154–1160. doi: https://doi.org/10.1109/INDUSCON51756.2021.9529532.

[44] G. Mei, A. Kareem J. C. Kantor, "Model Predictive Control of Structures under Earthquakes using Acceleration Feedback," *Journal of Engineering Mechanics*, c. 128, no. 5, ss. 574–585, 2002. doi: https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2002)128:5(574).

[45] L. Koutsoloukas, N. Nikitas P. Aristidou, "Robust Structural Control of a Real High-Rise Tower Equipped with a Hybrid Mass Damper," *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, c. 31, no. 12, e1941, 2022. doi: https://doi.org/10.1002/tal.1941.

[46] X.-L. Ning, P. Tan, D.-Y. Huang F.-L. Zhou, "Application of Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control to a Seismically Excited Highway Bridge," *Structural Control and Health Monitoring*, c. 16, no. 6, ss. 639–656, 2009. doi: https://doi.org/10.1002/stc.324.

[47] N. D. Anh, H.-L. Bui, N.-L. Vu D.-T. Tran, "Application of Hedge Algebra-Based Fuzzy Controller to Active Control of a Structure Against Earthquake," *Structural Control and Health Monitoring*, c. 20, no. 4, ss. 483–495, 2013. doi: https://doi.org/10.1002/stc.508.

[48] X. Gu, Y. Yu, Y. Li, J. Li, M. Askari B. Samali, "Experimental Study of Semi-Active Magnetorheological Elastomer Base Isolation System Using Optimal Neuro Fuzzy Logic Control," *Mechanical Systems and Signal Processing*, c. 119, ss. 380–398, 2019. doi: https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.10.001.

[49] A. Khalatbarisoltani, M. Soleymani M. Khodadadi, "Online Control of an Active Seismic System via Reinforcement Learning," *Structural Control and Health Monitoring*, c. 26, no. 3, e2298, 2019. doi: https://doi.org/10.1002/stc.2298.

[50] Z. Dworakowski K. Mendrok, "Reinforcement Learning for Vibration Suppression of an Unknown System," *Advances in Mechanism and Machine Science*, 15th IFToMM World Congress on Mechanism and Machine Science, 2019, ss. 4045–4054. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-030-20131-9_403.

[51] V. De Iuliis, A. Germani C. Manes, "Identification of Forward and Feedback Transfer Functions in Closed-Loop Systems with Feedback Delay," *IFAC-PapersOnLine*, c. 50, no. 1, ss. 12 847–12 852, 2017, 20th IFAC World Congress. doi: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.1935.

[52] V. Gattulli, *Identification Methods for Structural Health Monitoring*. Springer Verlag, 2016, c. 567, ss. 1–34, Book CISM International Centre for Mechanical Sciences.

[53] G. D. Di Girolamo, F. Smarra, V. Gattulli, F. Potenza, F. Graziosi A. D'Innocenzo, "Data-Driven Optimal Predictive Control of Seismic Induced Vibrations in Frame Structures," *Structural Control and Health Monitoring*, c. 27, no. 4, e2514, 2020. doi: https://doi.org/10.1002/stc.2514.

[54] H. Gao, J. Hu, Y. Qi C. Sun, "Adaptive Vibration Control of a Flexible Structure Based on Hybrid Learning Controlled Active Mass Damping," *Journal of the Franklin Institute*, c. 359, no. 12, ss. 5935–5959, 2022. doi: https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2022.06.017.

[55] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* (Studies in Applied Mathematics). Philadelphia, PA: SIAM, 1994, c. 15.

[56] B. Gormus, H. Yazici İ. B. Küçükdemiral, "Robust H_∞ Control of an Uncertain Bilateral Teleoperation System Using Dilated LMIs," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, c. 44, no. 6, ss. 1275–1287, 2022. doi: https://doi.org/10.1177/01423312211049005.

[57] P. Gahinet P. Apkarian, "A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, c. 4, no. 4, ss. 421–448, 1994. doi: https://doi.org/10.1002/rnc.4590040403.

[58] C. W. Scherer, "A Full Block S-Procedure with Applications," *36th IEEE Conference on Decision and Control*, c. 3, Ara. 1997, ss. 2602–2607. doi: https://doi.org/10.1109/CDC.1997.657769.

[59] A. Gupta, H. Koroglu P. Falcone, "Computation of Low-Complexity Control-Invariant Sets for Systems with Uncertain Parameter Dependence," *Automatica*, c. 101, ss. 330–337, 2019. doi: https://doi.org/10.1016/j.automatica.2018.12.020.

[60] P. A. Parrilo, *Structured Semidefinite Programs and Semialgebraic Geometry Methods in Robustness and Optimization*. PhD thesis, California Institute of Technology, 2000.

[61] C. W. Scherer, "LMI Relaxations in Robust Control," *European Journal of Control*, c. 12, no. 1, ss. 3–29, 2006. doi: https://doi.org/10.3166/ejc.12.3-29.

[62] H. Koroglu C. W. Scherer, "Robust Stability Analysis Against Perturbations of Smoothly Time-Varying Parameters," *45th IEEE Conference on Decision and Control*, 2006, ss. 2895–2900. doi: https://doi.org/10.1109/CDC.2006.376805.

[63] İ. B. Küçükdemiral, "Robust Disturbance Rejection for Discrete-Time Systems Having Magnitude and Rate Bounded Inputs," *Journal of the Franklin Institute*, c. 357, no. 12, ss. 8252–8276, 2020. doi: https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2020.06.001.

[64] G. Pipeleers, B. Demeulenaere, J. Swevers L. Vandenberghe, "Extended LMI Characterizations for Stability and Performance of Linear Systems," *Systems and Control Letters*, c. 58, no. 7, ss. 510–518, 2009. doi: https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2009.03.001.

[65] G. E. Dullerud F. G. Paganini, *A Course in Robust Control Theory: a Convex Approach* (Texts in Applied Mathematics). Splinger, 2005, c. 36.

[66] G. Hilhorst, G. Pipeleers, R. Oliveira, P. Peres J. Swevers, "On Extended LMI Conditions for $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Control of Discrete-Time Linear Systems," *IFAC Proceedings Volumes*, c. 47, no. 3, ss. 9307–9312, 2014, 19th IFAC World Congress. doi: https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.01153.

[67] C. Scherer, P. Gahinet M. Chilali, "Multiobjective Output-Feedback Control via LMI Optimization," *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 42, no. 7, ss. 896–911, 1997. doi: https://doi.org/10.1109/9.599969.

[68] M. C. De Oliveria, J. C. Geromel J. Bernussou, "Extended H_2 and H_∞ Norm Characterizations and Controller Parametrizations for Discrete-Time Systems," *International Journal of Control*, c. 75, no. 9, ss. 666–679, 2002. doi: https://doi.org/10.1080/00207170210140212.

[69] D. Peaucelle, D. Arzelier, O. Bachelier J. Bernussou, "A New Robust D-Stability Condition for Real Convex Polytopic Uncertainty," *Systems & Control Letters*, c. 40, no. 1, ss. 21–30, 2000. doi: https://doi.org/10.1016/S0167-6911(99)00119-X.

[70] G. F. Franklin, B. Powell A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley, 1994.

[71] D. Rosinová M. Hypiusová, "LMI Pole Regions for a Robust Discrete-Time Pole Placement Controller Design," *Algorithms*, c. 12, no. 8, 2019. doi: https://doi.org/10.3390/a12080167.

[72] J. B. Lassere, *An Introduction to Polynomial and Semi-Algebraic Optimization*. Cambridge, UK, 2015.

[73] H. J. van Waarde M. Mesbahi, "Data-Driven Parameterizations of Suboptimal LQR and $\mathcal{H}_2$ Controllers," *IFAC-PapersOnLine*, c. 53, no. 2, ss. 4234–4239, 2020, 21st IFAC World Congress. doi: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.2470.

[74] J. Lofberg, "YALMIP : A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB," *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2004, ss. 284–289. doi: https://doi.org/10.1109/CACSD.2004.1393890.

[75] J. F. Sturm, "Using SeDuMi 1.02, A Matlab Toolbox for Optimization Over Symmetric Cones," *Optimization Methods and Software*, c. 11, no. 1-4, ss. 625–653, 1999. doi: https://doi.org/10.1080/10556789908805766.

[76] H. Yazıcı, *Eyleyici Gecikmesine Bağlı Doyumlu ve Dayanıklı H_∞ Denetleyiciyle Deprem Etkisi Altındaki Yapısal Sistemlerin Titreşimlerinin Kontrolü*. Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2011.

[77] A. A. Kasımzade, *Yapı Dinamiği*. Birsen Yayınevi, İstanbul, Türkiye, 2004.

[78] N. Yagiz, "Vibration Control of a Building with ATMD Under Earthquake Excitation," *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, c. 8, no. 1, ss. 117–123, 2003.

[79] M. Türkoğlu, *Asimetrik Yapısal Bir Sistemin Gecikmeye Bağlı Optimal Titreşim Kontrolü*. Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2016.

[80] H. Aggümüş, *Simülasyon Çevriminde Donanım Yöntemiyle Yarı Aktif Ayarlı Kütle Sönümleyicilerinin Performans Analizi*. Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2020.

A
KONTROLÖR 3'ÜN m. DOSYASI

```
clear all; clc;
%%%
%% Bazi Baslangic Degerleri
%%%
prompt_tol="DME'ler icin tolerans nedir? ";
tol=input(prompt_tol)
%
prompt_a="\alpha parametresi nedir? ";
a=input(prompt_a)
%
prompt_gamma_2_mix = "Hedef \gamma_2 degeri nedir? ";
gamma_2_mix=input(prompt_gamma_2_mix)
%
prompt_gamma_inf_mix="Hedef \gamma_inf degeri nedir? ";
gamma_inf_mix=input(prompt_gamma_inf_mix)
%
prompt_N="Ogrenme algoritmasi icin kullanilan ornek
   sayisi nedir? ";
N=input(prompt_N)
%
prompt_Ts="Kontrol sisteminin ayriklastirma zamani
   nedir? ";
Ts=input(prompt_Ts)
%%%
%% Yapisal Sistem Modeli
%%%
%%% Surekli Zamanli Sistem %%%
%%% dot(x(t)) = A_c*x(t)+Bu_c*u(t)+Bw_c*w(t) %%%
%%% z(t) = C*x(t)+Du*u(t)+Dw*w(t) %%%
%%%
m1=450000;m2=345000;m3=345000;m4=345000; % [kg]
k1=18.05e6;k2=340e6;k3=326e6;k4=285e6;   % [N/m]
c1=26170;c2=490000;c3=467000;c4=410000;  % [Ns/m]
%%%
M_c0=[m1,0,0,0;0,m2,0,0;0,0,m3,0;0,0,0,m4];
C_c0=[(c1+c2) -c2 0 0;
      -c2 (c2+c3) -c3 0;
```

```
      0 -c3 (c3+c4) -c4;
      0 0 -c4 c4];
K_c0=[(k1+k2) -k2 0 0;
      -k2 (k2+k3) -k3 0;
      0 -k3 (k3+k4) -k4;
      0 0 -k4 k4];
%%%
A_c = [0 0 0 0 1 0 0 0
    0 0 0 0 0 1 0 0
    0 0 0 0 0 0 1 0
    0 0 0 0 0 0 0 1
    -(k1+k2)/m1 k2/m1 0 0 -(c1+c2)/m1 c2/m1 0 0
    k2/m2 -(k2+k3)/m2 k3/m2 0 c2/m2 -(c2+c3)/m2 c3/m2 0
    0 k3/m3 -(k3+k4)/m3 k4/m3 0 c3/m3 -(c3+c4)/m3 c4/m3
    0 0 k4/m4 -k4/m4 0 0 c4/m4 -c4/m4];
%%%
Bw_c=[0 0;0 0;0 0;0 0;k1/m1 c1/m1;0 0;0 0;0 0];
Bu_c=[0;0;0;0;-1/m1;1/m2;0;0];
%
B_c=[Bw_c Bu_c];
%%%
Cy_c=eye(8); % durum geri besleme
%%%
Dy_c=zeros(8,3);
%
%%%---z2---%%%
%
C_2c=eye(8);
%
Dw_2c=zeros(8,2);
Du_2c=zeros(8,1);
D_2c=[Dw_2c Du_2c];
%
%%%---zinf---%%%
%
C_infc=[1 0 0 0 0 0 0 0
    0 0 0 1 0 0 0 0];
%
Dw_infc=zeros(2,2);
Du_infc=zeros(2,1);
D_infc=[Dw_infc Du_infc];
%%%
c_2 = size(C_2c,1);
c_inf = size(C_infc,1);
%
%%%---z---%%%
%
C_c=[C_2c;C_infc];
```

```
Du_c=[Du_2c;Du_infc];
Dw_c=[Dw_2c;Dw_infc];
D_c=[Dw_c Du_c];
%%%
S2= [eye(c_2), zeros(c_2,c_inf)];
Sinf= [zeros(c_inf,c_2), eye(c_inf)];
%
C_2cc=S2*C_c;
C_infcc=Sinf*C_c;
%
Du_2cc=S2*Du_c;
Du_infcc=Sinf*Du_c;
%
Dw_2cc=S2*Dw_c;
Dw_infcc=Sinf*Dw_c;
%%%
clearvars C_2c Dw_2c Du_2c D_2c C_2cc Dw_2cc Du_2cc
   D_2cc C_infc Dw_infc Du_infc D_infc C_infcc Dw_infcc
    Du_infcc D_infcc
%%%
%%% Ayrik Zamanli Sistem %%%
%%%
sys1_c = ss(A_c,B_c,C_c,D_c);
sys1 = c2d(sys1_c,Ts);
%%%
A = sys1.A;
%%%
B = sys1.B;
%
Bw = sys1.B(:,1:2);
%
Bu = sys1.B(:,3);
%%%
C = sys1.C;
%
D = sys1.D;
%
Dw = sys1.D(:,1:2);
%
Du = sys1.D(:,3);
%%%
Cy = eye(8); % durum geri besleme
%
Dy=zeros(8,3);
%%%
clearvars sys1 sys1_c
%%%
C_2=S2*C;
```

```
C_inf=Sinf*C;
%
Du_2=S2*Du;
Du_inf=Sinf*Du;
%
Dw_2=S2*Dw;
Dw_inf=Sinf*Dw;
%%%
n = size(A,2);
mu = size(Bu,2);
mw = size(Bw,2);
p = size(Cy,1);
%%%
%% Sistem Sinirlari
%%%
prompt_w_max = "w^2 icin bireysel bozucu buyukluk
   siniri nedir? ";
w_max = input(prompt_w_max)
%
wmax = sqrt((w_max*ones(1,mw))*(w_max*ones(1,mw))') %
   maksimum bozucu buyuklugu
%
prompt_xmax = "Durum degiskenlerinin maksimum buyuklugu
    nedir? (sutun matrisi olarak giriniz)";
xmax = input(prompt_xmax)
%
prompt_umax = "Ogrenme algoritmasi icin maksimum
   kontrol girisi nedir? ";
umax = input(prompt_umax)
%%%
%% Durum ve Bozucu Degiskenlerin Tanimi & Ogrenme
   Algoritmasi
%%%
s = randn(N*mw,1);
r = rand(1,1).^(1/(N*mw));
c = r./sqrt(sum(s.^2,1));
%
w = w_max*bsxfun(@times, s, c);
w = reshape(w,[mw,N]);
w1 =w;
%
x = zeros(size(A,2), N);
%
x(:,1) = zeros(n,1); % durum vektorunun baslangic
   degerlerinin atanmasi
%
z2 = [];
zinf = [];
```

```
%
U = umax*(2*rand(mu,N)-1); % N suresi boyunca genligi
   umax araligiyla sinirli rastgele kontrol sinyali
   olusturulacaktir
%%%
for i=1:N
x(:,i+1) = A*x(:,i)+Bw*w(:,i)+Bu*U(:,i);
z2(:,i)  = S2*C*x(:,i)+S2*Du*U(:,i);
zinf(:,i)= Sinf*C*x(:,i)+Sinf*Dw*w(:,i)+Sinf*Du*U(:,i);
end
%%%
X = x(:,1:N);
Xplus = x(:,2:N+1);
%%%
%% Kontrolor
%%%
Y = sdpvar(n, n, 'full');
Q2 = sdpvar(n);
Qinf = sdpvar(n);
J = sdpvar(c_2);
S = sdpvar(n);
M = sdpvar(N,n, 'full');
%
Pi1 = sdpvar(mw,mw,'symmetric');
Chi1 = sdpvar(N,mw, 'full');
Psi1 =  sdpvar(size(Chi1,1),size(Chi1,1),'symmetric');
%
Pi2 = sdpvar(mw,mw,'symmetric');
Chi2 = sdpvar(N,mw, 'full');
Psi2 =  sdpvar(size(Chi1,1),size(Chi1,1),'symmetric');
%%%
%%% Politopik Kose Noktalari
%%%
% Asagidaki kisim tum kose noktalari (vertices) icin
   guncellenmelidir:
% - sutun sayisi = bozucu boyutu
% - satir sayisi = 2^(mw)
%
Cases=[ 1,  1;
        1, -1;
       -1,  1;
       -1, -1];
%
Delta = [];
%
% Kose noktalarindaki kosullar
for i=1:size(Cases,1)
    Delta{i}=wmax*kron(Cases(i,:)', ones(1,N));
```

```
end
%%%
%%% DME'ler
%%%
LMI = [];
%
for i=1:size(Cases,1)
    LMI = [LMI,  [Delta{i}' ; eye(size(Delta{i},1))]'
       ...
    *[Psi1, Chi1;Chi1' Pi1]...
    *[Delta{i}' ; eye(size(Delta{i},1))]<=-tol];
end

for j=1:size(Cases,1)
    for i=j+1:size(Cases,1)
        LMI = [LMI, [Delta{j}' ; eye(size(Delta{j},1))
           ]'...
        *[Psi1, Chi1;Chi1' Pi1]...
        *[Delta{i}' ; eye(size(Delta{i},1))]...
        +[Delta{i}' ; eye(size(Delta{i},1))]'...
        *[Psi1, Chi1;Chi1' Pi1]'...
        *[Delta{j}' ; eye(size(Delta{j},1))]<=-tol];
    end
end

for i=1:size(Cases,1)
    LMI = [LMI,  [Delta{i}' ; eye(size(Delta{i},1))]'
       ...
    *[Psi2, Chi2; Chi2' Pi2]...
    *[Delta{i}' ; eye(size(Delta{i},1))]<=-tol];
end

for j=1:size(Cases,1)
    for i=j+1:size(Cases,1)
        LMI =   [LMI,   [Delta{j}' ; eye(size(Delta{j
           },1))]'...
        *[Psi2, Chi2;Chi2' Pi2]*[Delta{i}' ; eye(size(
           Delta{i},1))]...
        +[Delta{i}' ; eye(size(Delta{i},1))]'...
        *[Psi2, Chi2;Chi2' Pi2]'...
        *[Delta{j}' ; eye(size(Delta{j},1))]<=-tol];
    end
end
%
LMI = [LMI, X*M==Y];
%
LMI = [LMI, [(1-a)*Q2, a*M'*Xplus', zeros(size(Q2,1),
   size(Bw,2)), a*M';
```

```
a*Xplus*M, a*(Y+Y')-Q2+Bw*Pi1*Bw', a*Bw, -Bw*Chi1';
zeros(size(Bw,2),size(Q2,2)), a*Bw', a*eye(size(Bw,2)),
    zeros(size(Bw,2), size(Psi1,2));
a*M, -Chi1*Bw', zeros(size(Psi1,2),size(Bw,2)), Psi1]>=
   tol];
%
LMI = [LMI, [Y+Y'-Qinf, M'*Xplus', Y'*(Sinf*C)'+ M'*U
   '*(Sinf*Du)', zeros(size(Qinf,1),size(Bw,2)), M';
Xplus*M, Qinf + Bw*Pi2*Bw', zeros(size(Qinf,1),size(
   Dw_inf,1)), Bw, -Bw*Chi2';
Sinf*C*Y+Sinf*Du*U*M, zeros(size(C_inf,1),size(Bw,1)),
   gamma_inf_mix*eye(size(C_inf,1)), Sinf*Dw, zeros(
   size(C_inf,1),size(Psi2,2));
zeros(size(Bw,2),size(Qinf,1)), Bw', (Sinf*Dw)',
   gamma_inf_mix*eye(size(Dw_inf,2)), zeros(size(Dw_inf
   ,2),size(Psi2,2));
M, -Chi2*Bw', zeros(size(Psi2,2),size(C_inf,1)), zeros(
   size(Psi2,2), size(Dw_inf,2)), Psi2]>=tol];
%
Ex = eye(size(Bu,1));

for i=1:length(xmax)

    e=Ex(:,i);

    LMI = [LMI,     [Q2,     Y'*e;
                    e'*Y,    (xmax(i)/wmax)^2]>=tol];

end
%
LMI = [LMI,[S, Q2;Q2,Q2/wmax^2]>=tol];
%
LMI = [LMI, [J, (S2*C*Y+S2*Du*U*M) ;
             (S2*C*Y+S2*Du*U*M)' Y+Y'-Q2]>=tol];

LMI = [LMI, trace(J)<=gamma_2_mix^2];
%%%
%%% DME'lerin Cozulmesi
%%%
ops = sdpsettings('solver','sedumi');
cond = trace(S);
sol = optimize(LMI,cond,ops);
%
Y = value(Y);
Q2 = value(Q2);
Qinf = value(Qinf);
M = value(M);
J = value(J);
```

```
%
checkset(LMI)
%%%
K2inf = U*M/Y
%
system_2_mix = ss(A+Bu*K2inf,Bw,S2*C,S2*Dw,-1);
opt_gamma_2_mix=norm(system_2_mix,2)
%
system_inf_mix = ss(A+Bu*K2inf,Bw,Sinf*C,Sinf*Dw,-1);
opt_gamma_inf_mix=norm(system_inf_mix,inf)
%%%
%% Sonuclar
%%%
K2inf % kontrolor kazanci

opt_gamma_2_mix   % optimal H_2-normu
opt_gamma_inf_mix % optimal H_sonsuz-normu
%%%
```

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

Makale

1. Bilal Gormus, Hakan Yazici, Ibrahim Beklan Kucukdemiral, "Multi-Objective Data-Driven Mixed $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Controller Design for Uncertain Structural Systems," *Journal of the Franklin Institute*, c. 362, no. 12, s. 107786, 2025. doi: https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2025.107786

Konferans Bildirisi

1. Bilal Gormus, Hakan Yazici, Ibrahim Beklan Kucukdemiral, "A Data-Driven H-Infinity Controller Design with Non-Common Lyapunov Matrices for the Active Structural Control Having Saturated Actuators," *11th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, Split, Hırvatistan, 2025, ss. 1911-1916. doi: https://doi.org/10.1109/CoDIT66093.2025.11321596