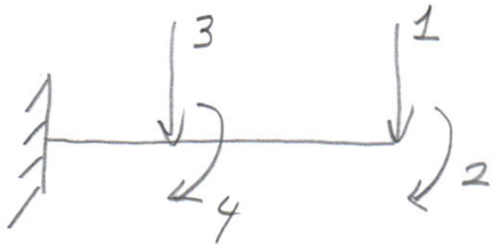
TESİR KATSAYILARI (Yöntem)

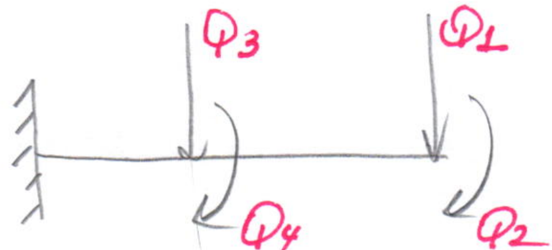
Tesir katsayıları elastik sistemin belli bir noktasına etkiyen birim şiddetteki bir dış etkinin, sistemin diğer noktalarında yapacağı öteleme ya da dönme hesabında kullanılacağı gibi, bu noktanın birim şiddetteki bir öteleme ya da dönme yapması durumunda diğer noktalarda oluşacak kesit tesirlerinin hesabında da kullanılır. Yöntem süperpozisyon ilkesinden yararlandığı için doğrusal elastik sistemlere uygulanabilir.

esneklik tesir katsayıları;



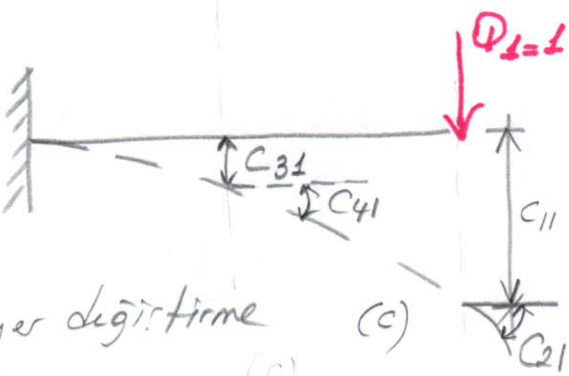
(a)

Şekil "a" 'da genelleştirilmiş iki öteleme, iki dönme doğrultularından etkiyecek genel birim kuvvetler (Q_1 ve Q_3) ve genelleştirilmiş birim momentler (Q_2 ve Q_4) olsun (şekil b).



(b)

Şimdi çubuğa (Şekil c)'deki gibi $Q_1 = 1$ birimlik ($Q_2=Q_3=Q_4$) yük etkitelim, bu durumda "1, 2, 3 ve 4" doğrultularında ortaya çıkan yer değiştirmeler ve dönmeler aşağıdaki gibi ifade edilir;



(c)

$C_{11} = Q_1$ ile aynı doğrultudaki yer değiştirme

$C_{21} = Q_2$ " " " dönme açısı

$C_{31} = Q_3$ " " " yer değiştirme

$C_{41} = Q_4$ " " " dönme açısı

Burada birinci alt indis yer değiştirmenin ölçüldüğü yeri (noktayı) ikinci alt indis birim yüklemenin doğrultusunu göstermektedir. Bu durumda;

$Q_2 = 1$ birim momentinin $(Q_1 = Q_3 = Q_4 = 0)$ sebep olacağı yer değiştirme ve dönme açısı değerleri;

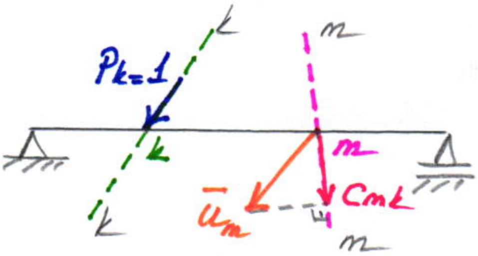
C_{12}, C_{22}, C_{32} ve C_{42} olur.

Aynı şekilde $Q_3 = 1$ ve $Q_4 = 1$ yüklemeleri ile de "C_{ij}" ifadeleri elde edilir.

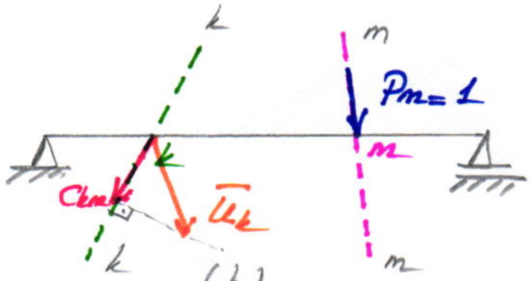
Eğer genelleştirilmiş doğrultu sayısı "4" değil de "n" olursa, o zaman $n \times n$ adet "C" katsayısı elde edilir ve bunlar toplu olarak matris şeklinde gösterilirse;

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & & \cdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

Bu matrise "esneklik tesir katsayıları" denir. Şimdi bu "c_{ij}" 'leri (yani yer değiştirme ve dönme değerleri) virtüel iş denklemi ile hesaplayalım.



(a)



(b)

"k" ve "m" noktaları ve buralardan geçen doğrultuların önceden belirlendiği farz edilsin.

* "Şekil a" daki $P_k=1$ birim yükleme için;

kesit tesirleri; $\vec{R}_k, \vec{M}_k$

yer ve şekil değiştirmeler; $\vec{u}_k, \vec{\gamma}_k, \vec{\omega}_k$

* "Şekil b" deki $P_m=1$ birim yüklemesi için;

kesit tesirleri; $\vec{R}_m, \vec{M}_m$

yer ve şekil değiştirmeler; $\vec{u}_m, \vec{\gamma}_m, \vec{\omega}_m$ olsun.

Şimdi $P_m=1$ yüklemesinin yer ve birim şekil değiştirmeleri, $P_k=1$ yüklemesine virtüel yer ve şekil değiştirmeler $(\vec{\bar{u}}_m, \vec{\bar{\gamma}}_m, \vec{\bar{\omega}}_m)$ olarak biçimde uygulanırsa, Pk yüklemesi için virtüel iş denklemi;

$$\vec{P}_k \cdot \bar{u}_m = C_{km} = \int \left(\vec{R}_k \cdot \vec{\bar{\gamma}}_m + \vec{M}_k \cdot \vec{\bar{\omega}}_m\right) dz$$

olur. Denklemi açık olarak ve doğrusal sistemleri için yazarsak;

$$C_{km} = \int \left[\frac{(k' T_k \bar{T}_m)_x}{GA} + \frac{(k' T_k \bar{T}_m)_y}{GA} + \frac{(N_k \bar{N}_m)}{AE} + \frac{(M_k \bar{M}_m)_x}{EI_x} + \frac{(M_k \bar{M}_m)_y}{EI_y} + \frac{(M_k \bar{M}_m)_b}{GI_b} \right) dz$$

Esneklik tesir katsayılarının bazı özellikleri şöyledir;

$$c_{kk} > 0 \quad (k = 1, \ldots n)$$

$$c_{km} = c_{mk} \quad \text{simetriktir.} \quad (k, m = 1, \ldots n)$$

$$c_{km} \gtrless 0 \quad \text{olabilir} \quad (k \neq m)$$

$$\det [c] = |c_{km}| > 0 \quad \text{pozitif definit.}$$

Esneklik tesir katsayılarından yararlanarak, herhangi bir yükleme için taşıyıcı sistemde yer değiştirme hesabı yapılır. Örneğin sistemin 1, 2, 3 .. n adet noktasına başlangıçta belirlenmiş doğrultularda $Q_1, Q_2 \ldots Q_n$ tane genelleştirilmiş kuvvet etkisin. "k" noktasında başlangıçta belirlenmiş olan doğrultuda meydana gelecek olan genelleştirilmiş yer değiştirme ve dönme açısı;

$$d_k = c_{k1} Q_1 + c_{k2} Q_2 + \ldots + c_{kn} Q_m = \sum_{m=1}^{n} c_{km} Q_m$$

Bu hesaplama diğer nokta ve doğrultularda d_k $(k=1 \ldots n)$ yapılırsa yukarıdaki denklemden bir denklem takımına geçilir ve bu denklem takımı matris formunda;

$$\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{Bmatrix} \rightarrow \{d\} = \{c\}\{Q\}$$

biçiminde yazılır.