T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
TEMEL EĞİTİM ANA BİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İLKOKUL 4.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİR ÇEŞİTLERİ VE BİRİM KESRE YÖNELİK KULLANDIĞI TEMSİLLERİN VE MODELLEME PERFORMANSLARININ İNCELENMESİ

YAVUZ KAMACI
18744011

TEZ DANIŞMANI
Doç. Dr. ZEYNEP DOĞAN

İSTANBUL
2021

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
TEMEL EĞİTİM ANA BİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İLKOKUL 4.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİR ÇEŞİTLERİ VE BİRİM KESRE YÖNELİK KULLANDIĞI TEMSİLLERİN VE MODELLEME PERFORMANSLARININ İNCELENMESİ

YAVUZ KAMACI
18744011
ORCID NO: 0000-0001-6572-8156

TEZ DANIŞMANI
Doç. Dr. ZEYNEP DOĞAN

İSTANBUL
2021

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
TEMEL EĞİTİM ANA BİLİM DALI
SINIF ÖĞRETMENLİĞİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İLKOKUL 4.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİR ÇEŞİTLERİ VE BİRİM KESRE YÖNELİK KULLANDIĞI TEMSİLLERİN VE MODELLEME PERFORMANSLARININ İNCELENMESİ

YAVUZ KAMACI
18744011

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 29.07.2021
Tezin Savunulduğu Tarih: 25.06.2021
Tez Oy Birliği ile Başarılı Bulunmuştur

	Unvan Ad Soyad	İmza
Tez Danışmanı	: Doç. Dr. Zeynep DOĞAN	
Jüri Üyeleri	: Doç. Dr. Mustafa BAŞARAN	
	: Doç. Dr. Yasemin DERİNGÖL	

İSTANBUL
HAZİRAN 2021

ÖZ

İLKOKUL 4.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN KESİR ÇEŞİTLERİ VE BİRİM KESRE YÖNELİK KULLANDIĞI TEMSİLLERİN VE MODELLEME PERFORMANSLARININ İNCELENMESİ

Yavuz Kamacı

Haziran, 2021

Bu araştırmada, ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik kullandıkları temsiller ve modelleme performansları araştırılmıştır. Araştırmada betimsel araştırma türlerinden tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemi 249 ilkokul 4. sınıf öğrencisiden oluşmaktadır. Araştırmanın verileri araştırmacı tarafından geliştirilen 'Kesir Temsilleri Formu' ve 'Kesir Modelleme Formu' olmak üzere açık uçlu iki anket formu ile toplanmıştır. Verilerin analizinde betimsel ve içerik analiz yöntemleri kullanılmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesri ifade etmede en fazla tercih ettiği temsiller sırasıyla görsel, sembolik ve sözel olduğu görülmektedir. Alan/bölge modeli öğrencilerin en fazla tercih ettiği görsel temsildir. Alan/bölge modelinde öğrenciler genellikle dikdörtgen geometrik şeklini kullanmaktadır. Basit ve birim kesirde üç tür kesir modeli de kullanılırken, bileşik ve tam sayılı kesirde küme modeli kullanılmamıştır. Öğrencilerin sembolik temsilleri genellikle doğru kullandığı fakat bazı öğrencilerin kesir kavramlarını karıştırdığı görülmektedir. Öğrenciler sözel temsillerinde genel olarak formal kesir tanımları kullanmaktadır. Öğrencilerin modelleme performanslarına bakıldığında, genel olarak başarısız oldukları sonucu ortaya çıkmaktadır. Öğrencilerin en başarılı olduğu kesir türü basit kesir iken, en başarısız oldukları kesir türü tam sayılı kesirdir. Öğrencilerin performans durumlarındaki yanlış cevapları incelendiğinde çeşitli hatalar yaptığı görülmektedir. Bu hatalardan bazıları, pay ile payda kavramını karıştırma, bütünü eş parçalara ayıramama ve kesir çeşitlerini birbirinin yerine kullanmadır.

Anahtar Kelimeler: İlkokul 4. sınıf, Kesir Çeşitleri, Birim Kesir, Temsil, Modelleme.

ABSTRACT

INVESTIGATING PRIMARY SCHOOL FOURTH-GRADE STUDENTS' REPRESENTATIONS AND MODELING PERFORMANCES ABOUT TYPES OF FRACTIONS AND UNIT FRACTION

Yavuz Kamacı

June, 2021

In this research, the representations and modeling performances used by 4th-grade students towards types of fraction and unit fraction were investigated. Survey model, one of the descriptive research types, was used in the research. The sample of the study consist of 249 primary school 4th-grade students. The research data were collected using two open-ended questionnaires, 'Fraction Representation Form' and 'Fraction Modeling Form' developed by researcher. Descriptive and content analysis was used in the analysis of the data. According to the findings obtained from the research, it is seen that the most preferred representations by students in expressing proper, improper, mixed number and unit fractions are visual, symbolic and verbal representations, respectively. The area model is the most preferred visual representation of the students. In the area model, students often use a rectangular geometric shape. While three types of fraction models are used in the proper and unit fraction, the set model is not used in improper and mixed number fraction. It is seen that students generally use symbolic representations correctly, but some students confuse fraction concepts. Students generally use formal fraction definitions in their verbal representations. When the modeling performances of the students are examined, it is seen that they are generally unsuccessful. While the type of fraction students are most successful at is proper fraction, the type of fraction they fail the most is mixed number fraction. When the wrong answers given by the students in their performance situations are examined, it is seen that they make various mistakes. Some of these errors confuse of numerator and denominator, cannot divide the whole into equal parts, and use types of fraction interchangeably.

Key Words: Primary School Grade 4, Types of Fractions, Unit Fraction, Representation, Modeling.

ÖN SÖZ

Araştırmamın her aşamasında beni destekleyen değerli danışmanım Doç. Dr. Zeynep DOĞAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Tezin yazım süreci boyunca her koşulda bana destek olan, öneri, bilgi ve görüşlerini esirgemeyen değerli çalışma arkadaşım ve hocam Arş. Gör. Sinem SÖZEN ÖZDOĞAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Tez yazım sürecinde desteğini hiçbir zaman eksik etmeyen ve beni motive eden değerli dostum Hasan ERKOÇAK'a ve TED Üniversitesi'ndeki değerli çalışma arkadaşlarım Arş. Gör. Tuba ÖZGÜL'e ve Arş. Gör. Yusuf BARBUROĞLU'na teşekkür ederim.

Tez verilerimi toplama sürecinde bana yardımcı olan TED Üniversitesi'ndeki değerli öğrencilerim Ezgi YÜZER, Burak AKBAŞ ve Sena ÖZKAYA'ya teşekkür ederim.

Son olarak hayatımın anlamlı hale gelmesini sağlayan, bana emeğin, insanın ve eğitimin değerini öğreten, mücadele ruhunu aşılayan ve hayatımın her döneminde desteğini bir an olsun esirgemeyen çok kıymetli annem Yazgül KAMACI'ya ve saygıdeğer babam ve arkadaşım Bahri KAMACI'ya sonsuz minnet ve teşekkürü borç bilirim.

İstanbul; Haziran, 2021 Yavuz Kamacı

İÇİNDEKİLER

ÖZ ..... **iii**
ABSTRACT ..... **iv**
ÖN SÖZ ..... **v**
İÇİNDEKİLER ..... **vi**
TABLOLAR LİSTESİ ..... **viii**
ŞEKİLLER LİSTESİ ..... **x**
KISALTMALAR ..... **xvi**
1. GİRİŞ **1**
1.1. Araştırmanın Önemi 4
1.2. Araştırmanın Amacı 6
1.3. Araştırmanın Problemi 6
1.4. Araştırmanın Alt Problemleri 7
1.5. Sayıltılar 7
1.6. Sınırlılıklar 7
2. KURAMSAL ÇERÇEVE **8**
2.1. Temsil 8
2.2. Temsil Türleri 10
2.2.1. Lesh Çoklu Temsil Dönüşüm Modeli 11
2.2.2. Dehaene Üçlü Kod Modeli 14
2.2.3. Duval Göstergebilimsel Temsil (Semiotic Representations) 16
2.3. Kesir Temsilleri 18
2.3.1. Kesir Modelleri 19
2.3.1.1. Alan veya Bölge Modeli 20
2.3.1.2. Uzunluk Modeli 21
2.3.1.3. Küme Modeli 22
2.4. İlgili Araştırmalar 23
2.4.1. Kesir Temsilleri İle İlgili Öğrencilerle Yapılan Çalışmalar 23
2.4.2. Kesir Temsilleri İle İlgili Öğretmenlerle Yapılan Çalışmalar 28
2.4.3. Kesir Temsilleri İle İlgili Öğretmen Adaylarıyla Yapılan Çalışmalar 29
3. YÖNTEM **30**

3.1. Araştırmanın Modeli 30
3.2. Araştırma Konusuna Yönelik Ön Çalışma 31
3.3. Örneklem 32
3.4. Veri Toplama Araçları.....33
3.5. Veri Toplama Süreci 34
3.6. Verilerin Analizi 34
4. BULGULAR.....40
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular 40
4.1.1. Basit Kesrin Görsel Temsillerine İlişkin Bulgular 41
4.1.2. Basit Kesrin Sembolik Temsillerine İlişkin Bulgular 45
4.1.3. Basit Kesrin Sözel Temsillerine İlişkin Bulgular.....47
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular.....50
4.2.1. Bileşik Kesrin Görsel Temsillerine İlişkin Bulgular 51
4.2.2. Bileşik Kesrin Sembolik Temsillerine İlişkin Bulgular 54
4.2.3. Bileşik Kesrin Sözel Temsillerine İlişkin Bulgular.....56
4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular.....59
4.3.1. Tam Sayılı Kesrin Görsel Temsillerine İlişkin Bulgular.....59
4.3.2. Tam Sayılı Kesrin Sembolik Temsillerine İlişkin Bulgular 63
4.3.3. Tam Sayılı Kesrin Sözel Temsillerine İlişkin Bulgular.....65
4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular 68
4.4.1. Birim Kesrin Görsel Temsillerine İlişkin Bulgular.....68
4.4.2. Birim Kesrin Sembolik Temsillerine İlişkin Bulgular 72
4.4.3. Birim Kesrin Sözel Temsillerine İlişkin Bulgular.....75
4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular 77
4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular 85
4.7. Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular.....95
4.8. Sekizinci Alt Probleme İlişkin Bulgular 104
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 111
5.1. Sonuçlar.....111
5.2. Tartışma.....117
5.3. Öneriler.....126
KAYNAKÇA.....127
EKLER.....139

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1: Üçlü Kod Modeline Göre Kesir Kavramının Temsil Biçimleri.....15

Tablo 2: Bir Problem Durumuna Yönelik Sekiz Olası Göstergebilimsel (Semiotic) Temsil.....17

Tablo 3: Aynı Kesrin Farklı Göstergebilimsel (Semiotic) Temsilleri.....18

Tablo 4: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesir Temsilleri 40

Tablo 5: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesre Yönelik Kullandığı Görsel Temsiller.....41

Tablo 6: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesre Yönelik Kullandığı Sembolik Temsiller 45

Tablo 7: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesre Yönelik Kullandığı Sözel Temsiller.....47

Tablo 8: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesir Temsilleri 51

Tablo 9: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesre Yönelik Kullandığı Görsel Temsiller.....51

Tablo 10: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesre Yönelik Kullandığı Sembolik Temsiller 54

Tablo 11: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesre Yönelik Kullandığı Sözel Temsiller 56

Tablo 12: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesir Temsilleri 59

Tablo 13: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesre Yönelik Kullandığı Görsel Temsiller.....60

Tablo 14: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesre Yönelik Kullandığı Sembolik Temsiller 63

Tablo 15: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesre Yönelik Kullandığı Sözel Temsiller 65

Tablo 16: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Birim Kesir Temsilleri 68

Tablo 17: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Birim Kesre Yönelik Kullandığı Görsel Temsiller.....69

Tablo 18: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Birim Kesre Yönelik Kullandığı Sembolik Temsiller 73

Tablo 19: Birim Kesre Yönelik Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili Örneği 75

Tablo 20: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesirdeki Performans Durumları 78

Tablo 21: Basit Kesirdeki Performans Durumları – 1b Kategorisi.....79

Tablo 22: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesirdeki Performans Durumları.....85
Tablo 23: Bileşik Kesirdeki Performans Durumları – 1b Kategorisi.....87
Tablo 24: Bileşik Kesirdeki Performans Durumları – 2a Kategorisi.....91
Tablo 25: Bileşik Kesirdeki Performans Durumları – 3c Kategorisi.....93
Tablo 26: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesirdeki Performans Durumları.....95
Tablo 27: Tam Sayılı Kesirdeki Performans Durumları – 1b Kategorisi.....96
Tablo 28: Tam Sayılı Kesirdeki Performans Durumları – 2a Kategorisi.....99
Tablo 29: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Birim Kesirdeki Performans Durumları 104
Tablo 30: Birim Kesirdeki Performans Durumları – 1b Kategorisi.....106
Tablo 31: Birim Kesirdeki Performans Durumları – 2a Kategorisi.....107

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: Lesh Çoklu Temsil Dönüşüm Modeli 11

Şekil 2: Üçlü Kod Modeli 14

Şekil 3: Babiller ve Mısırlılar Tarafından Kullanılan Kesir Temsilleri 18

Şekil 4: Mısırlıların Birim Kesre Yönelik Kullandıkları Temsil Örnekleri 19

Şekil 5: Alan/Bölge Modeli Örnekleri 21

Şekil 6: Uzunluk Modeli Örnekleri 21

Şekil 7: Küme Modeli Örnekleri 22

Şekil 8: 1-4. Sınıf Kademesindeki Öğrencilerin Matematik Dersinde Zorlandığı Konular 32

Şekil 9: Basit Kesre Yönelik Betimsel Analiz Sonucu Çıkarılan Öğrenci Örnekleri 35

Şekil 10: Bileşik Kesre Yönelik Betimsel Analiz Sonucu Çıkarılan Öğrenci Örnekleri 35

Şekil 11: Tam Sayılı Kesre Yönelik Betimsel Analiz Sonucu Çıkarılan Öğrenci Örnekleri 36

Şekil 12: Birim Kesre Yönelik Betimsel Analiz Sonucu Çıkarılan Öğrenci Örnekleri 36

Şekil 13: Öğrencilerin Modelleme Performanslarını Değerlendirmede Kullanılan Ölçütler 38

Şekil 14: Basit Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Dikdörtgen Geometrik Şekli Örneği 42

Şekil 15: Basit Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Daire Geometrik Şekli Örneği 42

Şekil 16: Basit Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Kare Geometrik Şekli Örneği 43

Şekil 17: Basit Kesre Yönelik Alan Bölge Modeli – Üçgen Geometrik Şekli Örneği 43

Şekil 18: Basit Kesre Yönelik Sayı Doğrusu Modeli Örneği 43

Şekil 19: Basit Kesre Yönelik Küme Modeli Örneği 43

Şekil 20: Basit Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Pasta Örneği 44

Şekil 21: Basit Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Meyve Şekli Örneği 44

Şekil 22: Basit Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Buzdolabı Örneği....45
Şekil 23: Basit Kesre Yönelik Basit Kesir Sembolik Temsili Örneği....46
Şekil 24: Basit Kesre Yönelik Bileşik Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği....46
Şekil 25: Basit Kesre Yönelik Doğal Sayılarla Toplama İşlemi Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği....46
Şekil 26: Formal Basit Kesir Tanımı....48
Şekil 27: Basit Kesre Yönelik Formal Birim Kesir Tanımı İle Karıştırma Örneği....48
Şekil 28: Basit Kesre Yönelik Formal Bileşik Kesir Tanımı İle Karıştırma Örneği....49
Şekil 29: Basitlik – Kolaylık Anlamı İle İlişkilendirme Sözel Temsili....49
Şekil 30: Basit Kesir Okunuşu Örneği....49
Şekil 31: Basit Kesre Yönelik Bileşik Kesir Okunuşu İle Karıştırma Örneği....50
Şekil 32: İnformal Basit Kesir Tanımları....50
Şekil 33: Günlük Yaşamla İlişkilendirilmiş Basit Kesir Tanımı....50
Şekil 34: Bileşik Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Dikdörtgen Geometrik Şekli Örneği....52
Şekil 35: Bileşik Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Daire Geometrik Şekli Örneği....53
Şekil 36: Bileşik Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Kare Geometrik Şekli Örneği....53
Şekil 37: Bileşik Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Üçgen Geometrik Şekli Örneği....53
Şekil 38: Bileşik Kesre Yönelik Sayı Doğrusu Modeli Örneği....53
Şekil 39: Bileşik Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Kalp Şekli Örneği....54
Şekil 40: Bileşik Kesre Yönelik Bileşik Kesir Sembolik Temsil Örnekleri....55
Şekil 41: Bileşik Kesre Yönelik Basit Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği....55
Şekil 42: Bileşik Kesre Yönelik Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği....56
Şekil 43: Formal Bileşik Kesir Tanımları....57
Şekil 44: Bileşik Kesre Yönelik Formal Basit Kesir Tanımı İle Karıştırma Örneği....57
Şekil 45: Birleşik Kelimesi İle İlişkilendirme Sözel Temsili....58
Şekil 46: Bileşik Kesir Okunuşu Örneği....58
Şekil 47: Bileşik Kesre Yönelik Basit Kesir Okunuşu İle Karıştırma Örneği....58

Şekil 48: İnformal Bileşik Kesir Tanımları....58
Şekil 49: Tam Sayılı Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Daire Geometrik Şekli Örneği....61
Şekil 50: Tam Sayılı Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Dikdörtgen Geometrik Şekli Örneği....61
Şekil 51: Tam Sayılı Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Kare Geometrik Şekli Örneği....61
Şekil 52: Tam Sayılı Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Üçgen Geometrik Şekli Örneği....62
Şekil 53: Tam Sayılı Kesre Yönelik Sayı Doğrusu Modeli Örneği....62
Şekil 54: Tam ve Basit Kesir Kısımları İçin Farklı Geometrik Şekil Kullanımı Örnekleri....62
Şekil 55: Tam Sayılı Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Kitap Şekli Örneği....63
Şekil 56: Tam Sayılı Kesre Yönelik Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili Örneği....64
Şekil 57: Hatalı Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili Örneği....64
Şekil 58: Tam Sayılı Kesre Yönelik Bileşik Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği....64
Şekil 59: Eksik Formal Tam Sayılı Kesir Tanımı Örnekleri....66
Şekil 60: İnformal Tam Sayılı Kesir Tanımı Örnekleri....66
Şekil 61: Tam Sayılı Kesre Yönelik Bileşik Kesir Okunuşu İle Karıştırma Örnekleri....67
Şekil 62: Tam Sayılı Kesir Okunuşu....67
Şekil 63: Formal Tam Sayılı Kesir Tanımı Örneği....67
Şekil 64: Günlük Hayatla İlişkilendirilmiş Tam Sayılı Kesir Tanımı....67
Şekil 65: Birim Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Dikdörtgen Geometrik Şekli Örneği....70
Şekil 66: Birim Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Daire Geometrik Şekli Örneği....70
Şekil 67: Birim Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Kare Geometrik Şekli Örneği....70
Şekil 68: Birim Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Üçgen Geometrik Şekli Örneği....71
Şekil 69: Birim Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Altıgen Geometrik Şekli Örneği....71
Şekil 70: Birim Kesre Yönelik Sayı Doğrusu Modeli Örneği....71
Şekil 71: Birim Kesre Yönelik Küme Modeli Örneği....71
Şekil 72: Birim Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Kalp Şekli Örneği....72

Şekil 73: Birim Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Gökkuşağı Şekli Örneği 72
Şekil 74: Birim Kesre Yönelik Birim Kesir Sembolik Temsil Örneği 73
Şekil 75: Birim Kesre Yönelik Bileşik Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği 74
Şekil 76: Birim Kesre Yönelik Basit Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği 74
Şekil 77: Birim Kesre Yönelik 1 Doğal Sayısının Sembolik Temsili Örneği 74
Şekil 78: Birim Kesre Yönelik Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği 75
Şekil 79: Formal Birim Kesir Tanımı Örneği 76
Şekil 80: Birim Kesre Yönelik Formal Bileşik Kesir Tanımı İle Karıştırma Örneği 76
Şekil 81: Günlük Yaşamla İlişkilendirilmiş Birim Kesir Tanımı Örnekleri 77
Şekil 82: Birim Kesir Okunuşu Örnekleri 77
Şekil 83: İnformal Birim Kesir Tanımı Örnekleri 77
Şekil 84: Basit Kesrin 1b Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 80
Şekil 85: Basit Kesrin 1b Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 81
Şekil 86: Basit Kesrin 1b Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 81
Şekil 87: Basit Kesrin 1b Kategorisindeki Dördüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 83
Şekil 88: Basit Kesrin 1c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri 83
Şekil 89: Basit Kesrin 2a Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri 83
Şekil 90: Basit Kesrin 2b Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri 84
Şekil 91: Basit Kesrin 2c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri 84
Şekil 92: Basit Kesrin 3a Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri 85
Şekil 93: Basit Kesrin 3b Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri 85
Şekil 94: Bileşik Kesrin 1b Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 88
Şekil 95: Bileşik Kesrin 1b Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 88
Şekil 96: Bileşik Kesrin 1b Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 89
Şekil 97: Bileşik Kesrin 1b Kategorisindeki Dördüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 90
Şekil 98: Bileşik Kesrin 1c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri 90

Şekil 99: Bileşik Kesrin 2a Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 91
Şekil 100: Bileşik Kesrin 2a Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri....92
Şekil 101: Bileşik Kesrin 2b Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri....92
Şekil 102: Bileşik Kesrin 2c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri....93
Şekil 103: Bileşik Kesrin 3b Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri....93
Şekil 104: Bileşik Kesrin 3c Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örneği 94
Şekil 105: Bileşik Kesrin 3c Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örneği....94
Şekil 106: Tam Sayılı Kesrin 1b Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 97
Şekil 107: Tam Sayılı Kesrin 1b Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örneği 98
Şekil 108: Tam Sayılı Kesrin 1b Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 98
Şekil 109: Tam Sayılı Kesrin 1b Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 99
Şekil 110: Tam Sayılı Kesrin 1c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri....99
Şekil 111: Tam Sayılı Kesrin 2a Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 100
Şekil 112: Tam Sayılı Kesrin 2a Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 101
Şekil 113: Tam Sayılı Kesrin 2a Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örneği 101
Şekil 114: Tam Sayılı Kesrin 2a Kategorisindeki Dördüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri 102
Şekil 115: Tam Sayılı Kesrin 2b Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri....102
Şekil 116: Tam Sayılı Kesrin 2c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri....103
Şekil 117: Tam Sayılı Kesrin 3a Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri....103
Şekil 118: Tam Sayılı Kesrin 3b Kategorisine Ait Öğrenci Örneği....104
Şekil 119: Birim Kesrin 1b Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri....106
Şekil 120: Birim Kesrin 1b Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri....107
Şekil 121: Birim Kesrin 1c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri....107
Şekil 122: Birim Kesrin 2a Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri....108

Şekil 123: Birim Kesrin 2a Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri....109
Şekil 124: Birim Kesrin 2a Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örneği....109
Şekil 125: Birim Kesrin 2b Kategorisine Ait Öğrenci Örneği....109
Şekil 126: Birim Kesrin 2c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri....110

KISALTMALAR

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics

SPSS : Statistical Package for the Social Sciences

OECD : Organisation for Economic Co-operation and Development

1. GİRİŞ

Matematik, özenle tanımlanmış terimleri ve sembolleri olan bir dildir (Reys ve diğ., 2009, 3). Matematiğin başlı başına bir dil oluşu, kendi içinde birçok temel kavramı barındırdığı anlamına gelmektedir (Biber, 2019, 9). Bu kavramlardan birisi temsildir. Temsil, matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesi için çok önemli bir unsurdur (Vergnaud, 1987, 227). Temsil kavramı iki yapı arasındaki ilişkiyi içerir ve bir şeyi başka bir şekilde tasvir etmeyi sağlar (Goldin, 2002, 207). Matematik içeriğinin kalbi olan temsil, matematiksel faaliyetlerle ilişkili bilişlerin merkezinde yer almakla birlikte (Kaput, 1987, 22) matematiksel kavramların daha anlamlı hale gelmesini sağlamaktadır (Sarı, 2020, 42). Tüm bu bilgiler doğrultusunda matematik eğitiminde temsil kavramının önemli olduğu söylenebilir.

Bilim insanlarının yanı sıra ulusal ve uluslararası kurumlar tarafından da temsil kavramının matematik eğitimi için önemi vurgulanmaktadır. Uluslararası alanda matematik eğitimcileri için önemli bir kuruluş olan NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), okul matematiğinin sahip olması gereken bir dizi ilke ve standart öne sürmüş ve temsil kavramını da anaokulundan 12.sınıfa kadar olan matematik öğretim programlarında yer alması gereken bir süreç standartı olarak belirlemiştir (NCTM, 2000, 29). İlgili dokümanda, öğrencilerin matematiksel temsillere ve temsillerin ifade ettiği fikirlere eriştiklerinde matematiksel düşünme kapasitelerini önemli ölçüde artıran bir dizi araca sahip olacakları ifade edilmektedir (NCTM, 2000, 67).

Milli Eğitim Bakanlığı öğretim programlarının tanımlamış olduğu nitelikte bireylerin yetiştirilmesi hedefi, uluslararası alanda kabul gören Okul Matematiği için Standartlar ve İlkeler kitabında bulunan standartlar ile benzerlik göstermektedir (Büyükalan-Filiz, Ergan, 2020, 466). Matematik Dersi Öğretim Programı'nın özel amaçlarına bakıldığında, öğrencilerin matematiksel kavramları farklı temsil biçimlerini kullanarak ifade etmesi beklenmektedir (MEB, 2018, 9). İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan kazanımların NCTM'in beş süreç standartına göre nasıl bir dağılım gösterdiğini inceleyen bir araştırmada, ilkokul (1-4)

matematik öğretim programında yer kazanımların en çok ilişkilendirme ve temsil standartlarına karşılık geldiği rapor edilmiştir (Büyükalan-Filiz, Ergan, 2020, 470). OECD tarafından yapılan ve sonuçlarının ülkelerin eğitim kalitesine yönelik bir gösterge olarak kullanılabildiği (Yıldırım, 2012, 230) Uluslararası Öğrenci Başarılarını Değerlendirme Programı (PISA)'nın 2018 raporunda temsil, matematiksel süreçlerin temelini oluşturan matematik becerilerinden birisi olarak tanımlanmıştır (OECD, 2019, 81). Bu bilgilerden hareketle ulusal ve uluslararası dökümanlarda matematik eğitimi içerisinde temsil kavramının yeri ve önemi açıkca vurgulanmaktadır.

Soyut matematik kavramlarını anlamaya ve kavramaya yardımcı olan temsiller, matematiği öğretmede ve öğrenmede önemli bir rol oynar (Roubicek, 2006, 321). İlköğretim öğrencilerinin matematikte karşılaştıkları ilk soyut kavramlardan biri olan kesir (Booker, 1996, 386; Pesen, 2007, 80), ile öğrenciler ilk olarak birinci sınıfta, bütün ve yarım kesir kavramlarını görerek tanışmaktadırlar. İkinci sınıfa gelindiğinde bütün ve yarım kavramlarına ek olarak çeyrek kesir kavramı tanıtılır ve birbirleri ile olan ilişkisi ele alınır. Üçüncü sınıfta bölme işlemine giriş yapıldığından dolayı kesrin parça-bütün ilişkisi vurgulanarak kesirlere ait terimler tanıtılır. Pay ve payda arasındaki ilişkiyi pekiştirme adına birim kesir kavramına yer verilir. İlkokulun son kademesi olan dördüncü sınıfa gelindiğinde ise öğrencilerin basit, bileşik ve tam sayılı kesri tanımaları ve kullanmaları öğrencilerden beklenmektedir. Bunların yanı sıra kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerine giriş yapılarak paydaları eşit kesirler ile toplama ve çıkarma işlemlerinin yapılması ve uygun problemlerin çözülmesi öğrencilerden beklenmektedir (MEB, 2018, 10).

Kesirlerin ilköğretim matematiğinde en zengin, karmaşık ve zor konulardan birisi olduğu birçok araştırmacı tarafından ifade edilmiştir (Alacaci, 2015, 63; Behr ve diğ., 1983, 91; Behr ve diğ., 1984, 323; Bulgar, 2003, 319; Cramer, Post, delMas, 2002, 111; Hasemann, 1981, 71; McNulty, Prosser, Morge, 2011, 282; Olkun, Toluk-Uçar, 2014, 131; Siebert, Gaskin, 2006, 394; Smith, 2002, 3). Literatüre bakıldığında farklı kademelerdeki öğrencilerin kesirler konusunda çeşitli zorluklar yaşadığına ilişkin durum birçok çalışmada ifade edilmektedir (Aksu, 1997, 379; Altıparmak, Özüdoğru, 2015, 1465; Altun, 2004, 110; Aytekin, 2012, 67; Biber, Tuna, Aktaş, 2013, 160-161; Bulut, 1988, 20; Haser, Ubuz, 2002, 59; Işık, Kar, 2015, 241; Kar, Işık, 2014, 1234; Kazak, 2012, 115; Kocaoğlu, Yenilmez, 2010, 84; Önal, Yorulmaz, 2017, 98;

Soylu, Soylu, 2005, 115; Tarkan-Yurtsever, 2012, 152; Yavuz-Mumcu, 2015, 322-323). Öğrencilerin yanı sıra literatürde sınıf öğretmeni adayları ve sınıf öğretmenlerinin de kesirler konusunda çeşitli zorluklara sahip olduğunu gösteren birçok çalışma bulunmaktadır (Akbaba-Dağ, Doğan-Temur, 2019, 2569; Akbaba-Dağ, Kılıç-Şahin, 2019, 20; Doğan, Tertemiz, 2018, 580; Gökkurt ve diğ., 2013, 722; İpek, Işık, Albayrak, 2005, 544; Özmantar, Bingölbali, 2009, 415; Soylu, 2008, 38; Van Steenbrugge ve diğ., 2014, 156; Zembat, 2007, 310). Literatürdeki yapılan çalışmalardan hareketle kesirlerin farklı kademelerdeki öğrencilerin yanı sıra öğrencilere kesirler konusunu aktaracak olan sınıf öğretmeni adaylarının ve sınıf öğretmenlerinin de sorun yaşadığı bir matematik kavramı olduğu görülmektedir.

Kesirler, ilkokul matematiğinde önemli bir öğrenme engelini temsil eder. Öğretmenler genellikle ebeveynlerden, aslında çocuklarının başlangıçta matematikte iyi olduklarını fakat kesirleri deneyimledikten sonra artık bu durumun olumsuz yönde değiştiği şikayetini duyarlar. Birçok çocuk okulda kesirleri öğrendikten sonra matematiği sembollerin anlamsız manipülasyonu olarak düşünmeye başlar, matematiğe olan ilgisini kaybeder ve başarısında azalma olur (Kim, 2009, 1). Kesirlerle karşılaştıkça, matematiğin karmaşıklığında niteliksel bir artış olur çünkü tam sayılar için kullanılan semboller, modeller ve yapılar artık kesirler için kullanışlı olmamaya başlar (Lamon, 2012, 20-21). Kesirler sistem olarak tam sayılardan farklı özelliklere sahiptir. Kesirlerin gösteriminde iki farklı sayı bulunur ve bu sayıların birbiri arasındaki ilişki ön plana çıkmaktadır (Alacaci, 2015, 63). Rasyonel formdaki kesirler, a, b tamsayı ve $b \neq 0$ olduğunda $\frac{a}{b}$ olarak yazılır (Kieren, 1992, 327). Bir kesrin sembolik temsili aynı olmasına karşın beş farklı anlama gelebilmektedir (Orton, Frobisher, 2004, 107). Kieren (1976, 104) kesir kavramını anlamada yetkin kabul edilebilmek için kesirleri beş ana alt yapıya ayırmıştır bunlar; parça-bütün ilişkisi (part-whole relationship), ölçme (measure), bölme (quotient), işlemci (operator), oran (ratio) anlamlarıdır. Kesirlerin sahip olduğu bu kavramsal zenginlik ve karmaşıklık, öğretiminin özenle gerçekleştirilmesini gerekli kılmaktadır. Kesirlerin ilkokul yıllarından itibaren öğretiminde özenle davranılması gerekir çünkü kesir kavramları ileri matematik konuları için temel oluşturmaktadır. Kesirler yalnız okul matematiğindeki sayılarla ilgili konularda değil aynı zamanda türev, integral ve polinom gibi ileri matematik konularında da cebirsel kesir gösterimi olarak sık bir şekilde kullanılmaktadır (Alacaci, 2015, 64-65). Kesirler, matematiğin birçok yönden

ayrılmaz parçasıdır ve orantısal akıl yürütmenin gelişimi için gereklidir. Ayrıca cebir, olasılık ve geometri konularını anlamada özel bir öneme sahiptir (Fielding, 2012, 21; Clarke, Roche, Mitchell, 2008, 373). Kesirlerin öğrenilmesindeki zorluklar, cebir dahil olmak üzere matematiğe bağlı diğer alanlarda daha fazla ilerlemenin önünde bir engeldir (NMAP, 2008, 28). Literatüre bakıldığında kesir konusundaki yeterliliğin matematik başarısı için önemini vurgulayan çalışmalar bulunmaktadır (Siegler, Thompson, Schneider, 2011, 273; Siegler ve diğ., 2012, 691; Bailey ve diğ., 2012, 454). Kesirler sadece üst düzey matematik konuları için bir ön koşul değil aynı zamanda nicel kavram ve becerilerin günlük kullanımı için de kritik öneme sahiptir (Fennell, Kobett, Wray, 2014, 492).

Kesirlerin diğer matematik konuları ile olan ilişkisi ve öğrencilerin matematik başarısına olan etkisi göz önüne alındığında öğrencilerin ilkokulda kesirlere ait kavramları öğrenmesi önemli bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır. Kesirlerin öğretilmesinde ve öğrenilmesinde temsillerin kullanılması önemli bir faktör (Watanabe, 2002, 457) olmakla birlikte öğrencilerin matematik kavramlarına yönelik kullandıkları temsillere bakarak onların matematiği yorumlama ve düşünme yolları hakkında değerli bilgiler edinebilinir (NCTM, 2000, 68). Temsiller sadece öğrenme sürecinde değil, aynı zamanda öğrencilerin kavramları nasıl anladıklarını değerlendirmek için de kullanılmalıdır (Martinie, Bay-Williams, 2003, 247).

Literatürden hareketle matematik kavramlarının öğrenilmesi, öğretilmesi ve anlaşılmasında temsil kavramının önemi, hem ulusal ve uluslararası matematik eğitimi ile ilgili dökümanlarda hem de birçok araştırmacı tarafından vurgulanmaktadır. Temsil kavramının yanı sıra kesir kavramı; barındırdığı zorluklar, diğer matematik alanları ile olan ilişkisi ve öğrencilerin ileri matematik başarıları için temel olmasından dolayı önem arz etmektedir. Bu iki kavramın bir araya geldiği kesir temsilleri konusunda çalışmaların yapılmasının matematik eğitimi alanına katkı sunacağı düşünülmektedir.

1.1. Araştırmanın Önemi

Matematik eğitiminde temsil kavramı, matematiksel bir kavramı gösteren ve ortaya çıkaran bir işarete eşdeğer olarak kullanılır (Castro-Rodriguez ve diğ., 2016, 131). Temsil, çocukların matematikte anlam oluşturma yollarına erişmek için güçlü bir araçtır (MacDonald, 2013, 72). Literatürde kesir temsilleri ile ilgili Türkiye'de

yapılan lisansüstü çalışmalar incelendiğinde; ilköğretim 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda temsil dönüşümü yapabilme becerilerinin düşük olduğu (Kurt, 2006, 76), 4 -7.sınıf öğrencilerinin denk kesirler konusundaki sembolik ve grafiksel temsilleri ilişkilendirme becerilerinin kesirlerin parça-bütün ve ölçme anlamlarında, kesrin farklı temsil türlerinde ve kesrin sade ve denk gösterimlerinde farklılaştığı (Ertuna, 2013, 67-72), 6. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde en çok tercih ettiği temsil türü model temsili olurken ikinci sırada cebirsel temsil bulunmakta ve diğer yandan sayı doğrusu ve metinsel temsilin öğrenciler tarafından çok fazla tercih edilmediği (Kara, 2017, 55-56), 6. 7. ve 8.sınıf öğrencilerinin kesir temsillerini kullanmada eksikliklerinin bulunduğu, öğrencilerin daha çok görsel temsile ait bölge modelini tercih ettiği ve çizgi modelinde zorlandıkları (Şahin, 2019, 99), 5. sınıf öğrencilerinin kesir modellerine göre problem oluşturması istenen bir çalışmada, öğrencilerin küme modelinde daha çok zorlandıkları ve en az hata yaptıkları kesir modelinin ise toplama işlemine yönelik alan modelinin kullanıldığı problem durumlarının olduğu (Kavuncu, 2019, 109-111) rapor edilmiştir. Yapılan çalışmalar doğrultusunda kesir temsillerinin dönüşümü konusunda farklı kademelerdeki öğrencilerinin sorun yaşadığı ve bunun yanında öğrencilerin kesir temsilinin kullanımında bazı temsil türlerini daha çok tercih ettiğini görülmektedir. Ayrıca öğretmenlerle yapılan lisansüstü çalışmalarda, sınıf öğretmenlerinin kesrin alt anlamlarına göre kullandıkları kesir modellerinin değişiklik gösterdiği ve genel olarak en çok kullandıkları modelleme türünün ise alan modeli olduğu ifade edilirken (Doğan, 2018, 141-143), ilköğretim matematik öğretmenlerinin beşinci sınıfta kesirler konusunun öğretim sürecinde kesir temsillerinden olan modelleri düzenli olarak kullanmadığı, model kullanılan konuların ve tercih ettikleri modellerin farklılık gösterdiği belirtilmiştir. Bunun yanı sıra öğretim sürecinde öğretmenlerin genel olarak bölge modeli ve ardından ikinci sırada sayı doğrusu modeli kullanmalarının yanında küme ve alan modeline neredeyse hiç yer vermekdileri belirtilmektedir (Çelik, 2015, 62). Yapılan çalışmalar hem sınıf öğretmenlerinin hem de ilköğretim matematik öğretmenlerinin kesir temsillerini kullanmada bazı temsil türlerine yönelik eğilimleri olduğunu ortaya koymaktadır. Yapılan bir diğer lisansüstü çalışmasında ise ilkokul matematik ders kitaplarında kesirler konusuna ait örnek ve alıştırmalarda en çok metinsel temsilin kullandığı belirtilmektedir. Sırasıyla en fazla kullanılan diğer temsiller ise model temsili, numerik ve sayı doğrusu temsilleridir (Özer, 2018, 63). Literatürden özetle

kesir temsillerinin kullanımında öğrencilerin ve öğretmenlerin belirli temsil türlerine yönelik eğilimleri olduğu ve bunun yanı sıra ilkokul matematik ders kitabında da bazı temsil türlerine daha çok yer verildiği görülmektedir.

Eğitimde öğretmekten ziyade öğrenmeye yönelinen paradigma değişimine paralel olarak matematik eğitimcileri öğrencilerin matematiği nasıl anladıkları ve öğrendikleri hususuna daha çok önem vermeye başlamışlardır (İpek, Okumuş, 2012, 682). Yapılan incelemeler sonucunda kesirler konunun anlaşılmasında önemli olan kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik öğrencilerin kullandığı temsillerin neler olduğunu ve modelleme performanslarının nasıl olduğunu dördüncü sınıf kademesinde bütüncül olarak ele alan bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Matematik öğreniminde temsilin incelenmesi, öğrencilerin matematik gelişiminin ayrıntılı tanımlanmasına ve matematiksel yeteneği geliştirebilen öğretim yöntemleri oluşturulmasına olanak sağlar (Goldin, 2002, 198). Ayrıca çocukların kesirler için kullandıkları temsillerin ve anlayışların araştırılması, kesirlerin geleneksel dünyasını aşamalı olarak benimseme ve anlama sürecinde çocukların kendilerine ait yarattıkları mantıksal yolları ortaya çıkarır (Brizuela, 2006, 301). Bu doğrultuda öğrencilerin bu soyut kesir kavramlarına yönelik kullandıkları temsillerin ve modelleme performanslarının ortaya konmasının, kavramlara yönelik düşünme yolları hakkında faydalı bilgiler vereceğinden dolayı kesir öğretimi konusunda alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Araştırmanın amacı, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik kullandıkları temsilleri ve modellemedeki performanslarını betimlemektir.

1.3. Araştırmanın Problemi

Araştırmanın problemi ‘İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik kullandıkları temsiller nelerdir ve modelleme performansları nasıldır?’ şeklinde belirlenmiştir.

1.4. Araştırmanın Alt Problemleri

(1) İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin basit kesre yönelik kullandıkları temsiller nelerdir?

(2) İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin bileşik kesre yönelik kullandıkları temsiller nelerdir?

(3) İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesre yönelik kullandıkları temsiller nelerdir?

(4) İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin birim kesre yönelik kullandıkları temsiller nelerdir?

(5) İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin basit kesirdeki modelleme performansları nasıldır?

(6) İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin bileşik kesirdeki modelleme performansları nasıldır?

(7) İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesirdeki modelleme performansları nasıldır?

(8) İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin birim kesirdeki modelleme performansları nasıldır?

1.5. Sayıltılar

(1) Öğrencilerin veri toplama aracı olarak kullanılan formlara gönüllü ve samimi olarak cevaplar verdiği,

1.6. Sınırlılıklar

Yapılan araştırma,

(1) Ankara ili Çankaya ve Etimesgut ilçelerinde 2019-2020 eğitim öğretim yılında Milli Eğitim Bakanlığına bağlı iki devlet okulunda eğitim görmekte olan on şubede bulunan toplam 249 ilkokul 4.sınıf öğrencileriyle,

(2) Araştırmaya katılan öğrencilerin kesir temsilleri ve modelleme formlarına verdikleri cevaplarla sınırlı kalacaktır.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Temsil

Temsil kavramı birçok araştırmacı tarafından farklı şekillerde tanımlanmıştır. Temsil en genel anlamıyla, bir şekilde başka bir şeyi temsil edebilen bir konfigürasyondur. Örneğin, bir kelime gerçek hayattaki bir nesneyi temsil edebilir veya bir sayı bir kümenin önemini ya da sayı doğrusundaki bir konumu temsil edebilir (Goldin, 2002, 208). Temsiller, bireylerin sözlü ve şematik üretimleri yoluyla erişilebilen, bireylere ait inançlar, kavramlar veya kavram yanılgılarını ifade edebilir (Duval, 2006, 104). Herhangi bir dilde temsil çok çeşitli anlamlara gelebilmekle birlikte Seeger (1998, 311) tarafından şu şekilde özetlenmiştir:

1. Belirli bir içeriğe sahip herhangi zihinsel bir durum,
2. Eski bir zihinsel durumun yeniden zihinsel olarak üretimi,
3. Resimler, semboller veya işaretlerle yapısal olarak eşdeğer bir gösterim,
4. Başka bir şeyin yerine bir şey kullanma.

Matematik öğrenme ve öğretme süreci ile bağlantılı olarak temsil kavramının çeşitli yorumları bulunmaktadır, bunlar:

1. Harici (dış), yapılandırılmış bir fiziksel durum, fiziksel ortamda matematiksel olarak tanımlanabilen yapılandırılmış durumlar kümesi, matematiksel fikirleri somutlaştırmak,
2. Sözdizimsel ve yapısal özellikler vurgulanarak, bir problemin ortaya çıktığı veya matematiğin tartışıldığı dilsel bir düzenleme veya bir dil sistemi,
3. Diğer matematiksel yapıların özelliklerini sembol veya sembol sistemleri aracılığıyla temsil edebilen yapılar,
4. Matematiksel düşünme ve problem çözme sürecinin bazı yönlerini tanımlayan, davranış veya iç gözlemden çıkarılan, içsel, bireysel bir bilişsel yapı veya bu yapıların karmaşık bir sistemi olarak ifade edilebilir (Goldin, Janvier, 1998, 1-2).

Temsilin matematik öğrenme ve öğretme sürecindeki önemi Fennell ve Rowan (2001, 292) tarafından şu şekilde ifade edilmektedir:

1. Temsil, bir süreçtir.
2. Temsil, matematik öğrenme ve öğretmenin önemli bir bileşenidir.
3. Temsil, matematiği modellemenin bir yoludur.
4. Temsil, öğrencilerin matematik hakkındaki düşüncelerini göstermenin bir biçimidir.

Benzer şekilde, Dufour-Janver, Bednarz ve Belanger (1987, 110-111) matematik eğitiminde temsillerin kullanılmasının bazı nedenlerini şu şekilde belirtmektedir:

- Temsiller matematiğin doğal bir parçasıdır: Matematikte temsil ile güçlü bir şekilde ilişkilendirilen konular vardır ve temsiller kullanılmadan bu kavramlar üzerinde çalışılamaz. Örneğin, fonksiyon ve kartezyen grafiklerinin öğretilmesi ve öğrenilmesi her zaman temsillerle ilişkilendirilir.
- Temsiller, bir kavramın birden çok somutlaştırılmış halidir: Farklı birkaç temsil, aynı kavramı veya aynı matematiksel yapıyı kapsayabilir. Öğrenciler, matematiksel kavramları çeşitli temsiller yardımıyla sunarken, ortak özellikleri kavrar ve bu da ilgili kavramı özümsemelerine olanak tanır.
- Temsiller, belirli zorlukları azaltmak için kullanılır: Matematik ders kitapları ve matematik öğretmenleri, öğretme ve öğrenme sürecinde temsillerden önemli ölçüde yararlanır. Öğrenciler belirli kavramları öğrenmekte zorlandıklarında, öğretmenler öğrencilerin öğrenme sürecini kolaylaştırmak için çeşitli temsilleri kullanırlar.
- Temsiller matematiği daha çekici ve ilginç hale getirmeyi amaçlamaktadır: Yazarlar, öğrencileri motive etmek ve matematiğin sunumunu güzelleştirmek amacıyla ders kitaplarında oldukça kapsamlı bir şekilde çeşitli temsil türlerini kullanırlar. Örneğin, gerçek yaşam problemlerini sunmak için ders kitaplarında temsil çeşitleri görülebilir.

Temsiller matematiğin her alanında bulunan bir kavramdır ancak dikkate alınması gereken pek çok sorun yaratırlar. Bunun nedeni, öğrenciler genellikle temsilleri istenmeyen şekillerde yorumlarlar. Öğrencilerin temsilleri kolayca oluşturabileceklerini veya onları yorumlayabileceklerini varsaymak doğru değildir çünkü öğrencilerin temsilleri nasıl kullanacaklarına dair eğitilmesi gerekir (Janvier,

Girardon, Morand, 1993, 79). Öğrencilerin sadece geleneksel temsil biçimlerini öğrenme değil, aynı zamanda matematik öğrenmeyi ve yapmayı destekleyecek araçlar olarak kendi temsillerini oluşturma fırsatına sahip olmaları önemlidir çünkü öğrencilerin temsilleri kullanması, matematiksel fikirlerin daha somut ve derinlemesine düşünmeye uygun hale gelmesine yardımcı olur (NCTM, 2000, 68). Öğrenciler bir problemi veya matematiksel durumu kendileri için anlamlı bir şekilde temsil edebildiklerinde, problem veya matematiksel durum daha erişilebilir hale gelir. Temsilleri kullanmak, öğrencilerin düşüncelerini organize etmelerine ve daha net bir kavramaya ya da bir çözüme yol açabilecek çeşitli yolları denemelerine yardımcı olur (Fennell, Rowan, 2001, 289).

2.2. Temsil Türleri

Matematik öğretiminde ve öğreniminde temsil kavramına yönelik çeşitli tanım ve yorum türleri atfedilir (Zazkis, Liljedahl, 2004, 165) çünkü temsilin anlamı ve yorumu matematiksel bağlama bağlıdır (Mesquita, 1998, 183). Temsil kavramı karmaşıktır çünkü durağan bir yapıda değildir ve bireyin matematiksel düşünce süreciyle ilişkili dinamik bir süreçtir (Vergnaud, 1998, 167). Matematiğin yapısı ve temsiller arasındaki zengin ilişkileri anlamdırma adına temsil sisteminin öğrenilmesi önemlidir. Bunun yanı sıra dış temsil sistemlerini bireylerin iç temsillerinden ayırmak da önem taşımaktadır (Goldin, Shteingold, 2001, 1-2). Temsiller iç ve dış olmak üzere iki sınıfa ayrılabilir. İç temsiller, matematiksel düşünme ve problem çözme sürecinin bazı yönlerini açıklayan ve insan davranışından çıkarılan bireylere ait bilişsel yapılar olarak tanımlanır. Dış temsiller ise matematiksel fikirlerin somutlaştırılmış hali olarak ifade edilebilir (Goldin, Janvier, 1998, 3).

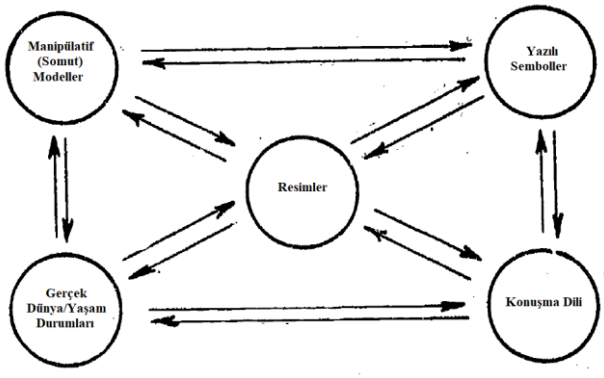
Dış temsiller duyular üzerinde uyarıcı görevi görür ve çizelgeler, tablolar, grafikler, diyagramlar, modeller, bilgisayar grafikleri ve formal sembol sistemlerini içerir. Genellikle fikirlerin ve kavramların somutlaşması olarak kabul edilirler (Janvier, Girardon, Morand, 1993, 81). Gözlem, tartışma ve yorum için başkalarının erişimine açık olan dış temsiller, onları üreten bireyin dışındadır. Konuşulan dil, jest ve mimikler, hareketler ve duruşlar bazı zamanlarda matematiksel anlam taşıyan dış temsiller olarak işlev görebilir (Goldin, 2020, 566). Dış temsiller matematikte kullanılan geleneksel sembol sistemlerden yapılandırılmış öğrenme ortamlarına kadar çeşitlilik gösterir (Goldin, Shteingold, 2001, 2). Dış temsiller birçok önemli

özelliğe sahiptir. Bunlardan en bariz olanı bellek yardımcıları olarak işlev görebilmeleridir (Zhang, 1997, 182). Dış temsiller ayrıca kesir kavramının edinilmesinde ve kullanılması sürecinde bilgileri daha somut hale getirme ve karmaşık ilişkileri basitleştirme gibi önemli rollere sahiptir (Behr, Lesh, Post, 1981, 11).

İç temsil sistemleri, dış temsillerin karbon kopyaları değildir (Goldin, 2003, 278). İç temsiller bilişsel veya zihinsel modeller olarak kabul edilirler. İç temsillerin doğası daha yanıltıcıdır çünkü doğrudan gözlenemezler (Janvier, Girardon, Morand, 1993, 81). İç temsilin yanıltıcı olması ve doğrudan gözlenememesinden dolayı araştırmanın kuramsal çerçevesi dış temsillere dayalı teoriler üzerinden aktarılmaya çalışılmıştır. Matematikte anlamanın gerçekleşme süreci iç temsillere dayanmasına rağmen, öğretim ve değerlendirme kısmında matematiksel kavramlara ait dış temsiller kullanılır. Öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl anlamlandırdıklarına dış temsiller yoluyla erişilebilir (Barmby ve diğ., 2007, 43). Bir sonraki bölümde araştırmanın kuramsal çerçevesini yansıtan temsil teorilerine yer verilmiştir.

2.2.1. Lesh Çoklu Temsil Dönüşüm Modeli

Lesh (1979, 167)'e göre bir fikri anlamlı kılmanın çeşitli yolları vardır ve bu temsil biçimlerine Şekil 1'de yer verilmiştir.



Şekil 1: Lesh Çoklu Temsil Dönüşüm Modeli

Lesh, Richard. 1979. Mathematical Learning Disabilities: Considerations for Identification, Diagnosis, Remediation. **Applied Mathematical Problem Solving.** ed. Richard Lesh, Diane Mierkiewicz, Mary Kantowski. Colombus: ERIC: 111-180, 167'den uyarlandı.

Lesh ortaya koymuş olduğu modelde, matematiksel fikirlerin beş farklı şekilde temsil edilebileceğini önermektedir. Bunlar; manipülatif/somut modeller, gerçek

dünya/yaşam durumları, resimler, konuşma dili ve yazılı sembollerdir. Şekil 1'de yer alan beş kategorinin belirlenmesi, kategorilerin birbirinden tamamen farklı olduğu anlamına gelmemektedir (Lesh, 1979, 167).

Manipülatifler, matematiksel kavramları keşfedebilmek ve resmedebilmek için öğrenci ve öğretmenlerin kullandığı fiziksel nesnelerdir (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2019, 27). Manipülatif/somut modeller, uzun zamandır matematik öğretiminde kullanılan ve öğrencilerin soyut fikirleri anlamalarına yardımcı olan temel unsurlardan biridir. Manipülatifler öğrencilerin fiziksel olarak etkileşime girmesini ve bu etkileşim doğrultusunda soyut sembolik temsillere aktarım yapabilecekleri zihinsel yapıların oluşmasını sağlar (Burns, 2007, 33). Manipülatifler, öğrencilerin dokunabileceği, hareket ettirebileceği ve kümelendirebileceği nesnelerdir. Ayrıca manipülatifler, öğrencilerin sayı temsillerini çeşitli şekillerde bir araya getirmelerine de olanak sağlar (Clement, 2004, 98). Kesir öğretimi için kritik temsil biçimi olan somut modeller, öğrencilerin kesirlerle ilgili kavramalarını ve işlemlerini desteklemek için gereklidir (Cramer, Wyberg, Leavitt, 2008, 490).

Matematik öğretiminin önemli amaçlarından birisi, öğrencileri günlük yaşamın matematiksel gereksinimlerini karşılamaya hazırlamaktır (Len, 2008, 4). Matematiği günlük yaşamda anlamlı hale getirme ve kullanma ihtiyacı son dönemlerde oldukça artmıştır (NCTM, 2000, 4). Gerçek hayattaki bir durum, uygun matematiksel fikirleri içeren ve çocukların ilgisini çeken herhangi bir bağlam olabilir. Örneğin $\frac{1}{4}$ kesri çeşitli yaşam durumlarında temsil edilebilir; 'Juan pizzanın $\frac{1}{4}$'ni yedi' ya da 'Alica ve üç yakın arkadaşı büyük bir çikolata barını eşit bir şekilde paylaşacaktır. Her bir kişi çikolatadan ne kadar almıştır?' (Clement, 2004, 99). Başka bir örnek olarak bütün, yarım ve çeyrek gibi kavramların öğretiminde bütün ekmek ve elma, yarım simit ya da çeyrek pasta gibi gerçek dünya/yaşam durumları öğrenme-öğretme ortamında sağlanabilir. Böylelikle, gerçek dünya/yaşam durumlarıyla, matematiksel bilginin gerçek yaşamla ilişkilendirilmesi ve anlamlandırılması sağlanır (Sarı, 2020, 36). Öğrencilerin matematiği gerçek yaşam durumları ile ilişkilendirerek deneyimlemesi onları daha başarılı ve matematiğe karşı istekli hale getirir (Len, 2008, 8).

Resimlerle temsil diyagramlardan, çizimlerden, şekillerden veya grafiklerden oluşabilir. Resimlerle temsil aşamasında öğretmen tarafından teknoloji aracılığıyla

bu resim temsilleri tahtaya yansıtabileceği gibi temsiller öğrenciler tarafından da yapılabilir (Sarı, 2020, 36). Clement (2004, 98)'e göre resimlerle temsil öğretmenlerin çizdiği veya ders kitaplarında bulunan matematiksel fikirlerin resimlerine (dört eşit parçaya ayrılıp tek parçası taranmış dikdörtgen gibi) atıfta bulunmaktadır. Bunun yanı sıra resimlerle temsilde asıl olarak öğrenciler tarafından oluşturulan temsillerin önemli olduğu vurgulanmaktadır. Bunun nedeni, öğrenciler kendi resimlerini oluşturduklarında onlar için güçlü bir öğrenme deneyimi gerçekleşir.

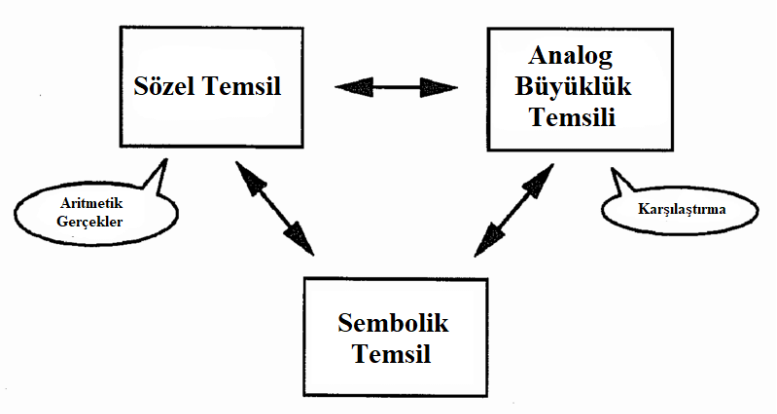
Konuşma dili, matematiksel bilginin temsil biçimlerinden bir diğeridir. Matematik öğrenme-öğretme sürecinde sözel olarak kullandığımız dil sürecidir. Konuşma dili, matematiksel bir kavramın, sembolün ve kuralın okunması işlemi olabileceği gibi, gerçek dünya/yaşam durumlarının betimlenmesi ve yorumlanması şeklinde de olabilir. Matematik öğrenme-öğretme sürecinde gerçekleşen matematiksel konuşmalar, matematiksel bilginin konuşma dilindeki temsil sürecini içermektedir (Sarı, 2020, 38). Eğitim ortamlarında genel olarak öğretmenler matematiğin konuşma dilini kullanırlar ancak öğrencilere nadiren bu temsili deneyimleme fırsatı verilir. Öğrenciler matematiksel kavramları anlamlandırma sürecinde konuşma dilini kullanma fırsatı bulduklarında, kendileri için örtük olan bilgileri daha açık hale getirebilirler (Clement, 2004, 98).

Yazılı semboller, matematiksel bir dildir. Matematiksel bilginin sayı ve sembollerle ifade edilmesidir (Sarı, 2020, 39). Matematiğin yazılı sembol sistemleri, çocukların okuldaki öğrenme deneyimlerinde önemli bir rol oynar. Öğrencilerin okulda karşılaştığı çoğu matematiksel sembol sisteminde, miktarları temsil eden semboller ve miktarlar arasındaki ilişkileri temsil eden semboller olmak üzere iki tür sembol vardır. -3, $\frac{1}{2}$ ve 2.8 gibi numerik semboller, somut materyaller veya günlük yaşam durumları gibi diğer temsiller ile bağlantılı hale geldiklerinde anlam kazanır. +, -, ve = gibi işlem ve ilişki sembolleri ise numerik semboller arasındaki ilişki ve eylemlerle bağlantılı hale geldikçe anlam kazanır (Hiebert, Carpenter, 1992, 72). Yazılı semboller, öğrenciler için diğer temsillerden daha soyut olma eğilimindedir (Clement, 2004, 99).

2.2.2. Dehaene Üçlü Kod Modeli

Deheane (1992, 30) tarafından ortaya konan Üçlü Kod Modeli'nin iki dayanağı bulunmaktadır:

- Sayılar zihinsel olarak üç farklı kodla temsil edilebilir.
- Her sayısal işlem belirli bir girdi ve çıktı koduna bağlıdır.

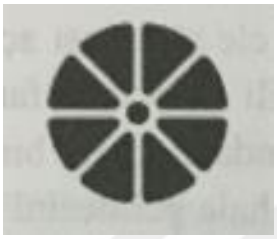
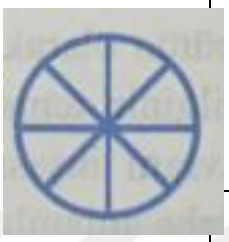


Şekil 2: Üçlü Kod Modeli

Dehaene, Stanislas, Laurent Cohen. 1995. Towards an Anatomical and Functional Model of Number Processing. **Mathematical Cognition.** c. 1. s. 1: 83-120, 85'den uyarlandı.

Şekil 2'de yer alan Üçlü kod modeli, insan beyninde sayıların temelde sözel, sembolik ve analog olmak üzere üç zihinsel temsil kategorisi şeklinde bulunduğunu varsaymaktadır (Dehaene, Cohen, 1995, 85). Matematik öğretimi sürecinde bu temsil kodları arasında sağlanan zengin yaşantılar matematiksel kavramların ve matematiğin temelini oluşturan sayı sisteminin daha iyi anlaşılmasına olanak tanımaktadır. Örneğin kesir kavramı öğretilirken Tablo 1'de yer alan öğrenme yaşantıları çocuklara sağlanarak Üçlü Kod Modeli'nde yer alan tüm süreçler gerçekleştirilebilir (Sarı, 2020, 41).

Tablo 1: Üçlü Kod Modeline Göre Kesir Kavramının Temsil Biçimleri

Analog			**Sembolik**	**Sözel**
Gerçek Yaşam Durumları	Somut Model	Çizim	1 tam	Bir tam ya da bir bütün
			$\frac{1}{2}$	İkide bir ya da bir bölü iki
			$\frac{2}{3}$	Üçte iki ya da iki bölü üç
Gerçek yaşamdan örneklerin sunulması	Gerçek yaşam örneklerinin somut araçlarla (kesir parçaları vb.) temsilinin sağlanması	Gerçek yaşam durumları ve somut modellerin ardından çizimin gerçekleştirilmesi	$\frac{3}{5}$	Beşte üç ya da üç bölü beş gibi

Sarı, Mehmet Hayri. 2020. Matematiksel Bilginin Farklı Temsilleri. **İlkokulda Matematik Öğretimi.** ed. Veli Toptaş, Sinan Olkun, Sıtkı Çekirdekçi, Mehmet Hayri Sarı. Ankara: Pegem Akademi: 17-47, 41'den alındı.

Sözel kod, sözcük ve yazım ile anlatılan temsil durumunu içermektedir. Sembolik kod 1, 2, 3 ya da π, ∞, β, $\leq$ gibi sembollerle temsil edilir. Analog kod ise, olayın kendisine benzeyen anlamında olup üç farklı tipi bulunmaktadır. Olayın kendisi (gerçek hayat durumu), temsili nesneler (somut model) ve temsili çizimler (çizim modeli)'dir (Olkun, [13.04.2021]).

2.2.3. Duval Göstergebilimsel Temsil (Semiotic Representations)

Raymond Duval temsil kavramını dil bilimi üzerinden ele almıştır (Delice, Sevimli, 2016, 523). Diğer teorisyenlerden farklı olarak Duval, bilişsel anlama için gözlenebilir olan temsil sistemlerine (örneğin: resim, somut model veya manipülatif gibi fiziksel objeler) daha fazla önem verilmesi gerektiğine dikkat çekmektedir. Böylece matematik ve dil arasında kurulan ilişkilerin öğrenme-öğretme sürecindeki yansımaları, temsil kavramı üzerinden açıklanmaya çalışılmıştır (Duval, 1993'den aktaran Delice, Sevimli, 2016, 523). Duval (1999, 3)'a göre temsil, bir şey hakkında sabit ve bütünsel inançlar, nesneleri ifade etmenin çeşitli yolları ve bilginin nasıl kodlandığı gibi çok çeşitli anlam faaliyetlerine atıfta bulunmakla birlikte matematikte anlama sürecinin merkezinde yer almaktadır.

Duval (2000, 5)'a göre temsili olmayan bilgi yoktur ve temsil teriminden bahsedilirken göz önüne alınması gereken dört husus bulunmaktadır, bunlar:

1. Temsilin üretildiği sistem
2. Temsil ve temsil edilen nesne arasındaki ilişki
3. Göstergebilimsel temsil (semiotic representation) dışında temsil edilen nesneye erişim olasılığı
4. Temsil kullanımının nedeni.

Matematiksel düşünme için göstergebilimsel temsil sistemlerinin (systems of semiotic representation) kullanılmasını gereklidir çünkü diğer bilgi alanlarının aksine, matematiksel nesnelere göstergebilimsel temsiller üretmeden erişmenin başka bir yolu yoktur (Duval, 1999, 4).

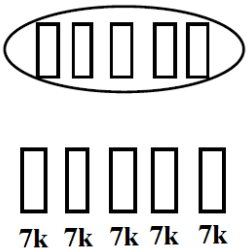
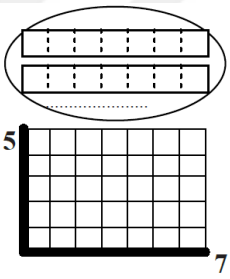
Temsil terimi genellikle imge, açığa çıkarılan bir şey veya bireylerin ne anladığı gibi zihinsel oluşumları ifade etmek için kullanılır. Bu bağlamda zihinsel (iç) temsil, yalnızca somut veya dış işaretler içermesi gereken temsillerin zıttı olarak kabul edilir. Bundan dolayı göstergebilim (semiotic) ve dış temsiller, özneler arasındaki bağlantı için gerekli hale gelmektedir (Duval, 1999, 4). Duval (1993), matematiğin soyut doğasına dikkat çekmekte, bu yüzden temsil etme sürecinin matematiksel nesneleri somutlaştırmak için değil; bu nesneler üzerinde konuşabilmek için kullanılması gerektiğini belirtmektedir (aktaran: Delice ve Sevimli, 2016, 523).

Matematik, öğretiminde veya daha gelişmiş uygulamalarında, işaret kullanımının en karmaşık olduğu ve kullanılan farklı yapıdaki işaret yelpazesinin en kapsamlı olduğu

alandır (Duval, 2008, 39) ve herhangi bir matematiksel faaliyeti gerçekleştirmek için ikonik ve ikonik olmayan görsel temsiller, sembolik gösterimler ve dilsel (sözel) temsilleri kullanmak gerekir (Duval, 2008, 40). Bu göstergebilimsel temsiller (semiotic representations) üzerinden tipik bir problem ele alınacak olursa:

'Jale tanesi 7 kuruş olan 5 tane çikolata aldı. Jale ne kadar para harcamıştır?' şeklinde ifade edilen bir problem durumu göstergebilimsel temsiller açısından Tablo 2'de olduğu gibi açıklanmıştır.

Tablo 2: Bir Problem Durumuna Yönelik Sekiz Olası Göstergebilimsel (Semiotic) Temsil

Problem durumunun iki farklı ikonik görsel temsili	**Problem durumunun iki farklı ikonik olmayan görsel temsili**	**Problem durumunun iki farklı sembolik temsili**	**Problem durumunun iki farklı sözel temsili**
		7 +7 +7 +7 +7 **ya da** 7×5	Bir tane çikolata 7 kuruş değerindedir. **ya da** beş kere yedi

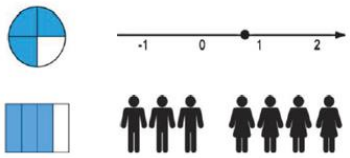
Duval, Raymond. 2008. Eight Problems For A Semiotic Approach in Mathematics Education. **Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture.** ed. Luis Radford, Gert Schubring, Falk Seeger. Rotterdam: Sense Publishers: 39-61, 40'dan uyarlandı.

Göstergebilim (semiotics), bu temsiller dizisinde temsil edilen nesnelerle değil, bu çeşitli temsillerin başka bir şeyi temsil etme biçimiyle ilgilenir. Dolayısıyla Tablo 2'deki durum iki tür (ikonik ve sembolik), üç tür (görsel, sembolik, sözel) veya dört tür (görsel ikonik, ikonik olmayan görsel, sembolik ve sözel) temsil sınıflandırmasını açığa çıkarmaktadır (Duval, 2008, 41).

Duval (2008, 41)' a göre bir temsilin bir nesneyi nasıl sunduğu büyük ölçüde görsel, sembolik veya dilbilimsel (sözel) olmasına bağlı olarak değişir. Bu araştırma kapsamında incelenen kesirler konusunun da farklı göstergebilimsel (semiotic)

temsilleri bulunmaktadır. Marmur, Yan ve Zazkis (2020, 26)'e göre aynı kesir sözel, sembolik ve görsel temsiller ile ifade edilebilir. Bu temsillerin kullanımı ile bir kesrin nasıl gösterilebileceği $\frac{3}{4}$ basit kesri üzerinden Tablo 3'de açıklanmıştır.

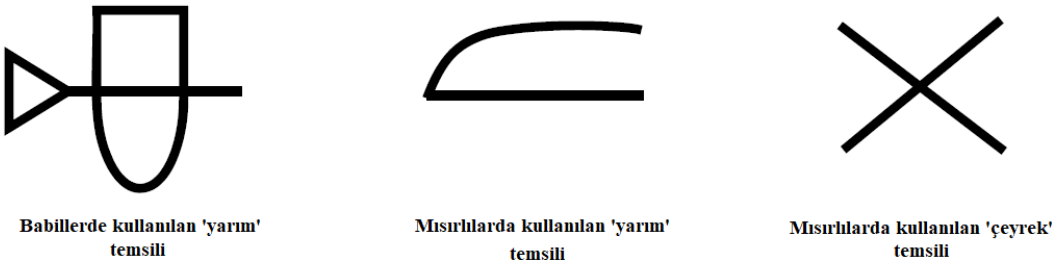
Tablo 3: Aynı Kesrin Farklı Göstergebilimsel (Semiotic) Temsilleri

Sözel Temsil (yazılı olarak örneklendirildi)	**Sembolik Temsil**	**Görsel Temsil**
Üç bölü dört Dörtte üç	$\frac{3}{4}$ 3/4 3:4 ¾	

Marmur, Ofer, Xiaoheng Yan, Rina Zazkis. 2020. Fraction Images: The Case of Six and Half. **Research in Mathematics.** c. 22. s. 1: 22-47, 27'den uyarlandı.

2.3. Kesir Temsilleri

Kesir kavramı matematiksel düşünme kadar eskidir (Olkun, Toluk-Uçar, 2014, 131). Geçmişten günümüze kadar kesirlerin hangi yollarla temsil edilebileceğine yönelik ihtiyaç varlığını hep sürdürmüştür (Flegg, 2012, 105). Kesirlerin tarihsel olarak nasıl temsil edildiğine bakıldığında, Babiller ve Mısırlılar tarafından kullanılan görsel temsiller Şekil 3'te görülmektedir.

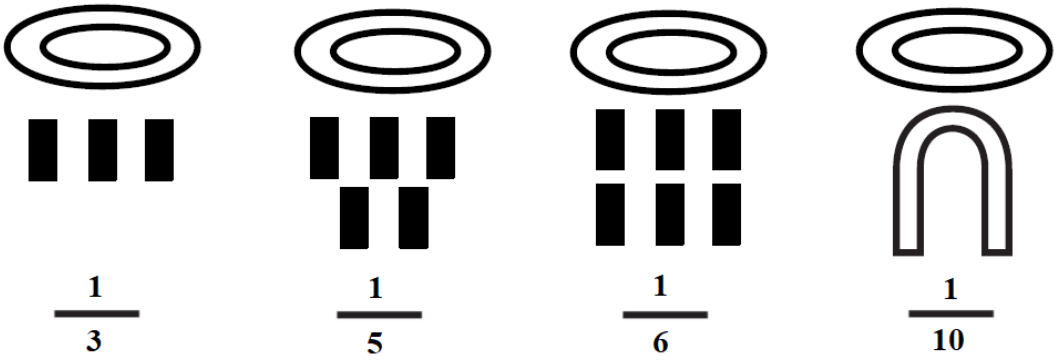


Şekil 3: Babiller ve Mısırlılar Tarafından Kullanılan Kesir Temsilleri

Menninger, Karl. 2011. **Number Words and Number Symbols: A Cultural History of Numbers.** New York: Dover Publications, 205'den uyarlandı.

Bu kültürler için kesirlerin kullanımı, ölçüm kullanımından geliştirilmiştir. Mısırlıların ayrıca birim kesirleri ifade etmelerini sağlayacak temsillere sahip olduğu

da görülmekte (Ifrah, 1987, 225) ve sadece birim kesirler ile çalıştıkları ifade edilmektedir (Hopkins, Pope, Pepperell, 2004, 9).



Şekil 4: Mısırlıların Birim Kesre Yönelik Kullandıkları Temsil Örnekleri

Ifrah, Georges. 1987. **From One to Zero: A Universal History of Numbers.** New York: Penguin Books, 225'den uyarlandı.

Günümüzde kullanılan kesrin yazım şekline benzer olarak, kesir çizgisi olmadan bir sayı diğerinin üzerine yazılmış şekilde Antik Yunan ve Hindistan'da yedinci yüzyılda kullanılmaktaydı. Kesir çizgisi daha sonradan Arap matematikçiler tarafından geliştirilmiştir (Flegg, 2012, 107). Kesirler bugünkü kullandığımız halini ancak 17.yüzyılda alabilmiştir (Olkun, Toluk-Uçar, 2014, 131).

Kesirlerin matematiksel gösterimi yetişkinler için basit görünse dahi bu durum küçük çocuklar için böyle değildir. Örneğin dördüncü sınıftaki bir öğrenciden legoları kullanarak $\frac{2}{3}$ kesrini göstermesi istendiğinde üç legodan oluşan iki grup oluşturduğu görülebilir. Öğrencinin yanlış algılaması gibi bir hatayı göz ardı etmek kolaydır ancak araştırmalar, ilkokul kademesindeki öğrenciler için kesir gösterimini anlamlandırmanın karmaşık bir durum olduğunu göstermektedir (Watanabe, 2002, 460). Temsil, öğrencilerin kesirleri öğrenmesinde önemli bir rol oynamasının (Cramer, Wyberg & Leavitt, 2008, 490) yanı sıra kesirler çeşitli yollarla temsil edilebilir ve farklı temsiller kesirlerin çeşitli özelliklerini gösterir (Barmby ve diğ., 2009, 65). Çocukların kesir kavramlarını anlamaları için farklı temsil türleri ile karşılaşmaları önem taşımaktadır (McLeman, Cavell, 2009, 498).

2.3.1. Kesir Modelleri

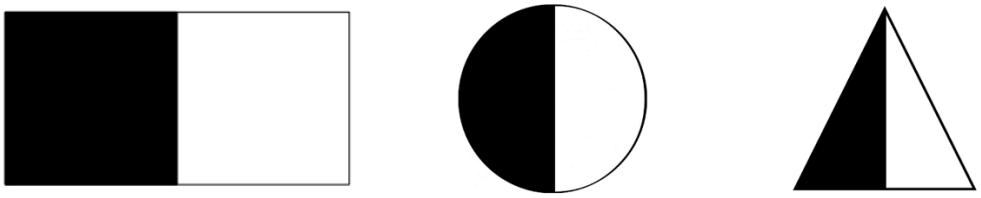
Kesir öğretiminde kullanılan temsillerden biri kesir modelleridir. Temsil ve model terimleri bazen neredeyse birbirinin yerine kullanılır, ancak iki terim eş anlamlı

değildir. Örneğin, matematiksel bir fikri temsil etmek için model kullanılır. Bu belirsizliğin nedeni, hem temsilin hem de modelin birkaç farklı anlama sahip olması ve bazı anlamları paylaşmasıdır (Watanabe, 2002, 457).

Literatür incelendiğinde kesir modellerine ilişkin farklı sınıflandırmaların yapıldığı görülmektedir. Alacaci (2015, 84)'ya göre kesirlerin modellerle gösteriminde bölge, çizim, küme ve alan olmak üzere dört farklı yol bulunurken, Altun (2015, 282)'a göre uzunluk, alan, hacim ve sayılabilme özelliğini esas alan şekiller bulunmaktadır. İki araştırmacının yaptığı sınıflandırma incelendiğinde dört farklı kesir modeli olduğu görülmektedir. Bir diğer sınıflandırmada ise kesirleri öğretirken genellikle alan veya bölge, uzunluk ve küme olmak üzere üç farklı model kullanıldığı ifade edilmektedir (Argün ve diğ., 2014, 281; Baykul, 2014, 307; Behr ve diğ., 1983, 93; Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2018, 341; Watanabe, 2002, 457). Modellerin kullanımı öğrencilerin akıl yürütme becerisi ve kavramsal anlayış geliştirmelerine, kavram yanılgılarını belirleyip düzeltmelerine ve yeterlilik oluşturmalarına yardımcı olmaktadır. Özellikle, çeşitli model türlerini (alan, uzunluk ve küme) kullanmak ve bunların farklı bağlamlarda kullanışlılığını tartışmak, öğrencilerin daha derin matematiksel anlayış geliştirmelerini sağlar (Ruchti, Bennett, 2013, 36). Araştırmanın kuramsal çerçevesi doğrultusunda kesirlerin öğretiminde kullanılan üç farklı (alan veya bölge, uzunluk ve küme) modelin bulunduğu sınıflandırma baz alınarak öğrencilerin temsilleri incelenmiştir.

2.3.1.1. Alan veya Bölge Modeli

Alan/Bölge modeli kesirleri keşfetmek için iyi bir başlangıç noktasıdır çünkü alan/bölge modelinde eşit paylaşım ve ayırma fikri ön plandadır. Bu model türünde kesirler, bir bölgenin veya alanın bir kısmının tüm alan veya bölgeyle nasıl ilişkili olduğuna göre belirlenir (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2018, 341). Öğrenciler alan/bölge modelini kullanarak; parça-bütün arasındaki ilişkiyi görebilir, bütün ile parçalarını karşılaştırabilir ve denk kesirler bulabilir (NCTM, 2000, 150). Parça-bütün arasındaki ilişki alan bilgisi ve uzamsal ilişkileri içermesinden dolayı bazı öğrenciler açısından zorluklar doğurabilir (Olkun, Toluk-Uçar, 2014, 136). Alan/bölge modelinde daire, kare, dikdörtgen ve üçgen gibi farklı geometrik şekillerden yararlanılabilir (Baykul, 2014, 307). Örneğin, $\frac{1}{2}$ kesrinin alan/bölge modelinde farklı geometrik şekiller ile gösterimine Şekil 5'de yer verilmiştir.



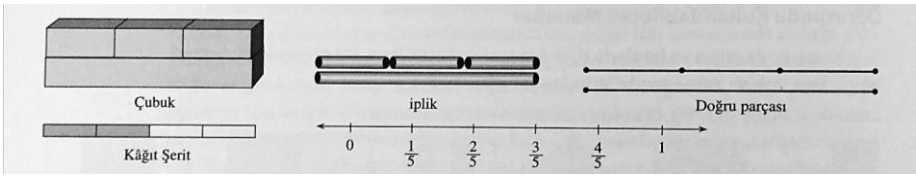
Şekil 5: Alan/Bölge Modeli Örnekleri

Bütünün kolay gösterimi açısından dairesel alan/bölge modeli kullanışlı rağmen eş parçalara ayırma açısından daha zor bir yapıya sahiptir. Bundan dolayı öğrencilerin daha çok dikdörtgensel alan/bölge modelleri kullanmaları sağlanmalıdır (Pesen, 2016, 217). Üçgen geometrik şekli ile oluşturulan modeller diğer iki modele nazaran eşit parçalara ayırmak açısından daha zordur (Olkun, Toluk-Uçar, 2014, 136).

Öğretmenlerin, öğrencilerde kesir kavramlarını geliştirmek için kullandığı en yaygın modellerden birisi alan modelidir (Hull, 2005, 10). Alacaci (2015, 84)' e göre alan/bölge modeli diğer kesir modellerine göre daha basit ve anlaşılması kolay olduğundan öğrencilere kesir öğretiminde bu modelin kullanılması faydalı olacaktır.

2.3.1.2. Uzunluk Modeli

Öğrencilerin kesirleri anlamalarında önemli yere sahip olan uzunluk modellerinde (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2018, 343) bölge veya alan yerine uzunluklardan yararlanılır. Uzunluklar, çubuk, bir parça ip, düzlemde çizilmiş doğru parçaları, ince eşit kalınlıkta kesilmiş, kağıt veya karton ve sayı doğrusu olabilir (Baykul, 2014, 308). Uzunluk modellerine Şekil 6'da yer verilmiştir.



Şekil 6: Uzunluk Modeli Örnekleri

Baykul, Yaşar. 2014. **İlkokulda Matematik Öğretimi.** 12. bs. Ankara: Pegem Akademi, 308'den alındı.

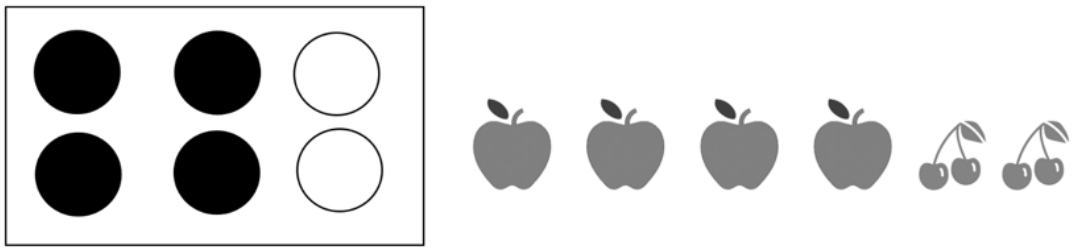
Uzunluk modelinde uzunluklar ve ölçümler karşılaştırılmakta ve uzunluk modeli, sayı doğrusu modeli olarak da ele alınmaktadır (Yenilmez, Ev-Çimen, 2019, 183).

Kesirleri temsil etmek için kullanılan sayı doğrusu modeli diğer modellerden birkaç önemli yönden farklılık gösterir. İlk olarak sayı doğrusu modeli, bir cetvelde olduğu gibi kesrin tekrarlı olarak birimlere ayrılmasını sağlar. İkincisi, sayı doğrusu modeli süreklilik özelliği taşır ve ardışık birimler arasında görsel bir ayrım yoktur. Üçüncü olarak ise sayı doğrusu görsel ve sembolik olmak üzere iki bilgi formunun entegrasyonunu gerektirir (Bright ve diğ., 1988, 215).

Her kesir bir sayıdır ve sayı doğrusu üzerinde bir noktaya karşılık gelir (Olkun, Toluk-Uçar, 2014, 137). Öğrencilerin, kesirleri sayı olarak anlamaları için kesirlerin öğretiminde ilk yıllardan itibaren sayı doğrusunun kullanılması önerilmektedir (Siegler ve diğ., 2010, 1). Sayı doğrusu kullanımı, farklı kesirleri karşılaştırma, sayı sistemlerini genişletme ve kesir yoğunluğunu gösterme konularında öğrencilere kolaylık sağlamaktadır (Fazio, Siegler, 2011, 11).

2.3.1.3. Küme Modeli

Küme modellerinde bütün, nesnelerin bir kümesi olarak anlaşılır ve bütünün alt kümeleri kesri meydana getiren parçaları oluşturur (Argün ve diğ., 2014, 282). Öğrencilerin küme modelini başarı ile kullanabilmesi için bir çokluğu eşit gruplara ayırması gerekmektedir (Olkun, Toluk-Uçar, 2014, 137). Küme modeli örneklerine Şekil 7'de yer verilmiştir.



Şekil 7: Küme Modeli Örnekleri

Şekil 7'deki küme modeli örneği incelendiğinde bütün yani küme 6 daireden oluşmakta, siyah olan daireler seçilirse, siyah dairelerin bütüne oranı $\frac{4}{6}$ kesrini, beyaz dairelerin bütüne oranı $\frac{2}{6}$ kesrini göstermektedir. Gerçek yaşam durumunu yansıtan bir örnek olarak ikinci küme modeli incelendiğinde bütün 6 meyveden oluşmakta, elmalar seçilirse, elmaların bütüne oranı $\frac{4}{6}$ kesrini, kirazların bütüne oranı $\frac{2}{6}$ kesrini göstermektedir. Bu gösterimde kümeyi oluşturan elemanların daha küçük parçalara bölünmeyeceği varsayılabilmelidir (Alacaci, 2015, 85). Küme modeli ile kesir

oluşturma diğer iki modele göre daha zor olmasına karşın günlük yaşamda öğrencilerin karşılaştığı kesirlerin birçoğu küme ve elemanları ile ilgilidir. Bundan dolayı küme modeli, üzerinde durulması gereken bir kesir modelidir. (Baykul, 2014, 308). Küme modeli, kesirlerin gerçek yaşamdaki birçok kullanımıyla ve oran kavramıyla önemli bağlantılar kurmaya yardımcı olur (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2018, 344).

2.4. İlgili Araştırmalar

Araştırmanın bu kısmında, alanyazında kesir temsilleri konusunda yapılmış olan çalışmalara yer verilmiştir. İlgili literatürde bu araştırmanın konusu ile ilişkili olduğu düşünülen öğrenci, öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar seçilmiş olup üç başlık altında kronolojik şekilde sunulmaya çalışılmıştır.

2.4.1. Kesir Temsilleri İle İlgili Öğrencilerle Yapılan Çalışmalar

Niemi (1996) yaptığı araştırmada öğrencilerin kesir kavramındaki performanslarını temsil bilgisi, problem çözme, gerekçelendirme ve açıklama gibi farklı görevler üzerinden değerlendirmeyi amaçlamıştır. Araştırmaya 540 beşinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırmacı temsil bilgisi düzeyinin, öğrencilerin diğer görevlerdeki performansları için bir yordayıcı olacağını iddia etmiştir. Araştırma sonuçları temsil bilgisi, gerekçelendirme ve açıklama görevlerinin öğrencilerin matematiksel temsiller hakkındaki bilgileri için yararlı ve geçerli bilgiler sağlayabileceğini ortaya koymuştur.

Aksu (1997), yaptığı araştırmada altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlere yönelik kavramsal, işlemsel/sembolik ve sözel problemlerdeki performanslarını ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre öğrencilerin kesir performanslarının farklı bağlamlarda önemli ölçüde değişiklik gösterdiği ve öğrencilerin işlemsel/sembolik biçimde sorulan sorularda sözel problemlere ve kavramsal düzeydeki sorulara göre daha başarılı oldukları ortaya konmuştur.

Taber (2001) yaptığı araştırmada öğrencilerin bir kesrin parçalarını bulma ve temsilleri kullanma konusundaki anlayışlarını tespit etmek için 22 beşinci sınıf öğrencisi ile çalışmıştır. Öğrenciler 13 gün süren eğitime katılmış ve öğrencilerden kesir testi, gözlem, sınıf içi tartışmaları ve mülakatlar ile veriler toplanmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, farklı temsil sistemleri arasındaki bağlantıların

anlaşılması öğrencilerin konuyu kavrama sürecine önemli derecede etki etmektedir. Ayrıca bir öğrencinin farklı temsil türlerinde öğrenmelerini ifade etmesi durumunda daha iyi iletişim kuracağı ve matematiksel düşünme gelişiminin daha iyi olacağı ortaya konmuştur.

Haser ve Ubuz (2002), yaptıkları araştırmada beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda sahip oldukları bilgi ve becerileri kavramsal ve işlemsel durumlarda kullanma performanslarını incelemiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre öğrencilerin aynı hedefi farklı durumlarda ölçen kavramsal performansa yönelik sorularda, sorunun içerdiği kesir çeşitlerine göre farklı performans gösterdikleri, tam sayılı kesir içeren sorularda ise en düşük performansı gösterdikleri görülmüştür. Bunun yanında öğrencilerin kesir tanımı ve gösterimleri ile ilgili durumlarda eş parçalara ayırma kuralını göz ardı ettikleri, birden fazla bütün içeren sorularda öğrencilerin kullandıkları gösterimler ve belirttikleri kesirler arasında tutarsızlıkların bulunduğu ortaya konmuştur.

Pitta-Pantazi, Gray ve Christou (2004) yaptıkları araştırmada ilköğretim öğrencilerinin kesirlere yönelik zihinsel temsillerini incelemiştir. Araştırma üç katmanlı olarak tasarlanmış olup ilk olarak farklı başarı seviyelerindeki 8 ila 11 yaşındaki öğrencilerin kesirlere yönelik ilk zihinsel temsil olarak neyi seçtiklerini belirlemek, ikincil olarak öğrencilerin aklına ilk gelen zihinsel temsil ile 30 saniyelik bir açıklama/detaylandırma zamanı verildiğinde zihinsel temsil değişim durumunu incelemek ve son olarak ise görsel ve sözel uyaranların farklı cevaplara neden olup olmadığını tespit edilmek istenmiştir. Araştırma sonuçlara göre yüksek ve düşük başarı düzeyindeki öğrenciler arasında farklı türde zihinsel temsillerin tanımlanabileceği belirtilmiştir. Bunun yanında farklı biçimdeki uyaranların (görsel ve sözel) farklı türde zihinsel temsillere neden olabileceği de ortaya konmuştur.

Şiap ve Duru (2004), yaptıkları araştırmada beşinci sınıf öğrencilerinin kesir işlemlerinde geometriksel modelleri kullanma becerilerini incelemiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin kesir kavramını tam olarak algılayamadığı, cebirsel işlem gerektiren sorularda geometriksel modelleme becerisi gerektiren sorulara göre daha başarılı oldukları, paydaları farklı olan soruların geometriksel modelleme becerisi içeren bölümlerinde öğrencilerin zorlandıkları ve başarı sağlayamadığı belirtilmiştir.

Hull (2005) yaptığı araştırmada öğrencilerin kesir kavramlarını ve işlemlerini anlamalarını geliştirmek için alan, küme ve sayı doğrusu gibi farklı kesir modellerini nasıl kullandıklarını incelemiştir. Araştırmaya 21 tane beşinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin son değerlendirmede temsil, denklik, toplama ve çıkarma işlemi içeriğine sahip problem durumlarında bağımsız olarak en çok alan modelini tercih ettiği ortaya konmuştur. Bunun yanında öğrencilerin model tercihleri için her biri ile yapılan bireysel görüşmelerin sonucuna göre en çok tercih edilen model türü ise küme modelidir. Son yazılı değerlendirmede belirli bir kesir modelini kullanan birçok öğrenci, bireysel görüşmelerde aynı modeli tercih etmemiş ve öğrencilerin tercihlerine ilişkin veriler tutarsız çıkmıştır.

Saxe ve diğerleri (2005) yaptıkları araştırmada öğrencilerin kesirleri standart gösterimle temsil etme konusundaki gelişimsel durumlarını incelemiştir. Çalışmada öğrencilerin kesir gösterimini kullanmaları ile parça-bütün ilişkilerini anlamaları arasındaki ilişki ve öğrencilerin bir bütünün parçalarını temsil etmek için gösterimi kullanmalarında kesir öğretiminin rolü araştırılmıştır. Araştırmacılar kesir öğretiminden önce ve sonra öğrencilere test uygulamıştır. Araştırma sonuçlarına göre ön test sonuçlarında olduğu gibi son test sonuçlarında da öğrencilerin neredeyse tümü eşit alan problemleri için parça-bütün ilişkileri üretmişlerdir.

Brizuela (2006) yaptığı araştırmada 7 anaokulu öğrencisi ve 17 birinci sınıf öğrencisinin oluşturduğu çalışma grubunun kesir sayıları için ne tür gösterimler yaptığını ve yapılan gösterimlerin analiz edilerek çocukların kesir sayılarını öğrenmeleri hakkında neler öğrenebileceğini incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin kullandıkları gösterimlerin kesir sayılarını anlama ve öğrenme süreçlerine entegre etmenin önemli olduğunu ortaya koymaktadır. Öğrencilerin kendiliğinden üretmiş olduğu gösterimler, kesirler hakkındaki fikirlerin daha detaylı ve eksiksiz olarak geliştirilmesi açısından yeni bir bakış açısı sağlamaktadır. Bu çalışmada araştırmacılara, öğrencilerin kesirler için kullanılan geleneksel temsillere yönelik yorumlarını araştırmaları önerilmiştir.

Kurt (2006) yaptığı araştırmada 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda temsil biçimleri arasındaki dönüşümleri yapabilme becerilerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin en sık yanlış yaptığı konular sayı doğrusu ve bileşik kesirleri temsil eden alan modellerini içeren dönüşümler olmakla birlikte

kesirler konusunda dönüşüm yapabilme becerilerinin düşük olduğu ortaya konmuştur.

Uslu (2006) yaptığı araştırmada 5. 8. ve 10. sınıf öğrencilerinin matematiğin belirlenen temel kavramlarındaki eksik ve hatalı öğrenmelerini tespit etmek ve grupları birbiri ile karşılaştırmayı amaçlamıştır. Araştırma sonuçlarına göre; 5. ve 8. sınıf öğrencilerinin %27'si ve 10.sınıf öğrencilerinin %25,1'i bileşik kesirleri sözel olarak ifade etmede başarı sağlayamadığı, 5. ve 8. sınıf öğrencilerinin %55,5'i ve 10.sınıf öğrencilerinin %47,5'inin kesirleri model ile göstermede sorun yaşadığı ve çeşitli yanılgılara sahip oldukları ve 5. ve 8. sınıf öğrencilerinin %84'ü ve 10. sınıf öğrencilerinin %81,8'inin birim kesir kavramını anlayamadıkları ortaya konmuştur.

Orhun (2007), yaptığı araştırmada dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir işlemlerindeki formal aritmetik ve görselleştirme arasındaki başarı durumlarını cinsiyet faktörüne göre incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre, hem erkek hem kız öğrencilerin kesir konusunda başarısının düşük olduğu ve kesir konusunda formal aritmetik ve görselleştirme arasında bilişsel bir eksikliğin bulunduğu belirtilmiştir.

Pesen (2007) yaptığı araştırmada 3.sınıf öğrencilerinin kesirlerle ilgili ortak yanlışlıklarının gerisinde yatan kavram yanılgılarını incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin kesir sayılarına ve okunuşlarına uygun model çizmede bir kısmının bütünü eş parçalara ayıramadıkları, kesir sayısından hareketle model çiziminde kesir okunuşundan hareketle model çizimine göre daha başarılı oldukları, kesir sayısına ait modelin çiziminde öğrencilerinin bazılarının kesrin sembolik gösterimini bir tek sayı olarak algılamada sorun yaşadığı belirtilmiştir. Bu sonuçlara ek olarak öğrencilerin bazıları modele uygun kesir sayısı yazmada sorun yaşarken, genel olarak öğrencilerin modeli uygun kesir sayısı yazmada, kesir sayısına uygun modeli çizmeye göre daha başarılı olduğu ve öğrencilerin bir kısmının kesir sayılarının okunuşlarından sadece birini gerçekleştirebildikleri ortaya konmuştur.

Gürbüz ve Birgin (2008) yaptıkları araştırmada 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayıların cebirsel, geometrik model ve sayı doğrusu gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerini karşılaştırarak incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin kavramları kurala bağlı öğrendikleri, kavramsal boyutta bir öğrenmenin gerçekleşmediği, cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapma becerileri diğer gösterim biçimlerini kullanarak işlem yapma becerilerine

kıyasla daha iyi olmasına rağmen elde edilen bulgulardan öğrencilerin rasyonel sayıların cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapmada dahi iyi bir performans gösteremedikleri ortaya konmuştur.

Pesen (2008) yaptığı araştırmada 3.sınıf öğrencilerinin kesrin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde yaşadıkları güçlükleri ve ortak yanlışlıkların gerisinde yatan kavram yanılgılarını incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre bazı öğrencilerin sayı doğrusu üzerindeki bütünü eş parçalara ayırmada sorun yaşadığı, sayı doğrusu üzerinde kesrin sembolik gösterimini bir tek sayı olarak algılamada sorun yaşadığı ve öğrencilerin önemli bir kısmının sayı doğrusu üzerinde belirlenen noktaya karşılık gelen kesir sayısını yazamadıkları ortaya konmuştur.

Tabak ve diğerleri (2010), yaptıkları araştırmada 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki modelleme becerilerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin, basit kesri sayı doğrusu modeli üzerinde göstermede düşük oranda başarı sağladığı, bir kesrin alan ve küme modeli üzerinde gösterimi konusunda yüksek oranda başarı sağladığı, alan modelinde kare, dikdörtgen, daire ve paralel kenar geometrik şekillerini kullanmada yüksek oranda başarı sağlarken üçgen ve dik yamuk geometrik şekillerinde başarısız olduğu ortaya konmuştur.

Tunç-Pekkan (2015) yaptığı araştırmada dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin daire, dikdörtgen ve sayı doğrusu gibi farklı dış grafik temsilleri içeren kesir problemlerinde nasıl performans gösterdiğini ve aynı kesir kavramı için farklı temsiller arasında ne tür ilişkilerin bulunduğunu incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin daire ve dikdörtgen temsili içeren ve parça-bütün anlamını kullanmayı gerektiren sorularda benzer performans gösterdiğini; ancak öğrencilerin sayı doğrusu temsilinin olduğu problem türlerinde önemli ölçüde düşük performans sergilediği ortaya konmuştur.

Yanık ve Bağdat (2016), yaptıkları araştırmada ortaokul öğrencilerinin alan ve sayı doğrusu temsillerini kullanarak basit kesirleri ne ölçüde ve nasıl temsil ettiklerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin çoğunluğu alan temsilini kullanarak basit kesri gösterebilirken buna karşın sayı doğrusu temsilinde öğrencilerin çok az bir kısmının başarılı olduğu görülmektedir. Araştırma sonuçları, ortaokul öğrencilerinin sayı doğrusu temsilini kullanmada alan temsiline göre daha fazla zorlandıklarını ortaya koymaktadır.

Epcacan ve Ay (2019) yaptıkları araştırmada 4.sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki öğrenme güçlüklerini ve kavram yanılgılarını incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin kesrin ifade ettiği anlamı anlamakta güçlük çektiği, sözel olarak verilen ifadeyi kesir sembolüyle göstermede başarısız oldukları, modelle gösterilen tam sayılı kesri sembolle göstermede başarısız oldukları ve modeldeki bütünleri fark edemedikleri ortaya konmuştur.

Ergöl ve Sezgin-Memnun (2020) yaptıkları araştırmada beşinci ve yedinci sınıf öğrencilerinin kesir kavramına yönelik algılarını kullandıkları metaforlar aracılığı ile incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin en fazla pasta/pizza, bıçak/makas, bütünü parçalama ve hayat metaforlarını kullandıkları ve çoğunlukla kesir kavramını eş parçalara bölünebilecek bir nesne ya da bir nesneyi eş parçalara ayırma işlemi olarak algıladıkları belirtilmiştir. Kullanılan metaforların daha çok somut metaforlar olduğu, yaş düzeyi arttıkça metaforların soyutlaştığı, olumsuzluk içeren yapıda oldukları ve öğrencilerin kesir kavramının anlamını ve kullanım amacını tam olarak kavrayamadıkları ifade edilmiştir.

Divrik ve Pilten (2021) yaptıkları araştırmada 3.sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yapılan hataları birim kesir, sembol ve model bağlamında incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre, öğrencilerin birim kesri belirlemede, sembolik ve iki boyutlu gösterimi verilen kesirlerin okunuşunu yazmada ve birbirine dönüştürülmesinde, birim kesir ve kesir sayısı arasındaki farkın açıklanması konularında öğrencilerin çeşitli hatalar yaptıkları ortaya konmuştur.

2.4.2. Kesir Temsilleri İle İlgili Öğretmenlerle Yapılan Çalışmalar

Doğan-Temur (2011) yaptığı araştırmada dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşlerini belirleyerek bu konudaki deneyimlerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğretmenlerin hepsi kesir öğretimi sırasında alan özelliğine dayalı modelleri ilk sıralarda kullandıklarını ifade etmiştir.

Toptaş, Han ve Akın (2017) yaptıkları araştırmada sınıf öğretmenlerinin kesirlerin farklı anlamları ve farklı kesir modelleri konularında bilgi ve görüşlerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğretmenlerin, kesirlerin öğretim sürecinde kullanılan farklı kesir modellerine yönelik yeterli bilgiye sahip olmadıkları ve çoğunluğunun farklı kesir modellerini göstermede yetersiz olduğu ortaya konmuştur.

Şen (2021) yaptığı araştırmada bir ortaokul öğretmeninin 5.sınıf kesirler konusundaki öğretme bilgisini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğretmenin alan bilgisi kapsamında kesirlerin sadece parça-bütün anlamına odaklandığı ve buna paralel olarak öğretiminde de sadece parça-bütün anlamına yönelik gösterimler yaparak alan/bölge modelini kullandığı ve somut kesir materyalleri kullanmadığı ortaya konmuştur. Genel olarak sonuçlara bakıldığında öğretmenin kesir modellerine ilişkin yetersiz alan bilgisine sahip olduğu görülmektedir.

2.4.3. Kesir Temsilleri İle İlgili Öğretmen Adaylarıyla Yapılan Çalışmalar

Aksu ve Konyalıoğlu (2015), yaptıkları araştırmada sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgileri incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının, Shulman'ın pedagojik alan bilgisi bileşenlerinden biri olarak tanımladığı 'gösterim temsilleri ve yöntemi' bilgisi açısından yeterli düzeyde olmadıkları ve gösterim temsilleri ve model kullanımı bakımından büyük ölçüde eksikliklerinin olduğu ortaya konmuştur.

Kolar, Hodnik-Cadez ve Vula (2018) yaptıkları araştırmada Slovenya ve Kosova'daki sınıf öğretmeni adaylarının kesir temsilleri hakkındaki bilgilerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre her iki ülkedeki sınıf öğretmeni adayları da üç kesir modelinin her birinde (alan, küme ve sayı doğrusu) parçadan bütüne gidilmesi gereken sorularda bütünden parçaya gidilmesi gereken sorulara göre daha başarılı olmuşlardır. Her iki gruptaki sınıf öğretmeni adaylarının kesirleri temsil etmek için alan modeli içerisindeki dikdörtgen geometrik şekli yaygın olarak kullandığı ortaya konmuştur.

Yavuz-Mumcu (2018), yaptığı araştırmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesir işlemlerinde matematiksel model kullanma durumlarını incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırmanın sonuçlarına göre öğretmen adaylarının, alan modelini bölme işlemlerinde kullanmada güçlük yaşadığı, sayı doğrusu ve küme modelini çarpma ve bölme işlemlerinde kullanmada güçlük yaşadığı ve genel olarak bakıldığında çarpma ve bölme işlemlerinde ilgili modelleri kullanmada sorun yaşadıkları ifade edilmektedir. Yaşanılan zorlukların yanı sıra öğretmenler adayları kesir işlemleri sırasında en doğru biçimde alan modelini kullanırken, küme modelinde diğer modellere kıyasla daha başarısız oldukları belirtilmektedir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırma konusuna yönelik ön çalışma, örneklem, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve verilerin analizi ile ilgili açıklamalar yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada, ilkokul 4.sınıf öğrencilerinin kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik kullandıkları temsiller ve modellemedeki performans durumları betimlenmeye çalışılmıştır. Bir durumu betimlemeye ve anlamaya çalışan araştırmacı, araştırma sorusunda 'Nedir?', 'Nasıldır?', 'Nelerdir?' gibi nitel ifadelere yer vererek betimsel araştırma yöntemlerinden uygun olanı tercih etmektedir (Karakaya, 2014, 57).

Betimsel araştırmalar bir durumu mümkün olduğunca eksiksiz ve özenli bir biçimde tanımlar (Büyüköztürk ve diğ., 2020, 25). Araştırmada, 'İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik kullandıkları temsiller nelerdir?' ve 'İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin kesir çeşitlerinde ve birim kesirdeki modelleme performansları nasıldır?' sorularına bağlı alt araştırma sorularına betimsel araştırma türlerinden tarama modeli kullanılarak yanıt aranmıştır. Karakaya (2014, 57)'ya göre araştırmacının ele aldığı soru, araştırma yönteminin belirlenmesine etki etmektedir. Geçerlilik ve güvenirlik açısından yüksek bir araştırma için, ele alınan soru ve yöntem arasındaki uyumun iyi şekilde sağlanması gerekmektedir.

Tarama modelindeki araştırma yaklaşımında, geçmişte veya o an var olan bir durumun olduğu biçimde betimlenmesi amaçlanmaktadır. Bu modelde ortaya çıkarılmak istenen şey açıktır ve araştırmaya konu olan durumu değiştirme ve etkileme çabası bulunmamaktadır (Karasar, 2015, 77). Tarama çalışmaları, gruptaki bireylerin bir olgu veya olaya yönelik görüş ve tutumlarının alındığı, olgu ve olayların betimlenmeye çalışıldığı, geniş gruplar ile yürütülen ve sosyal bilimlerde yaygın şekilde kullanılan bir yöntemdir. Var olan durum araştırmacı tarafından ayrıntılı şekilde betimlenerek durum hakkında ayrıntılı bilgi verilmeye çalışılır. Çeşitli amaçlarla kullanılan tarama (survey) yöntemleri son yıllarda yaşamımızda

oldukça yer etmektedir (Karakaya, 2014, 59). Tarama çalışmaları eğitim araştırmalarında seçilen grubun tutumları, inançları, fikirleri ve diğer bilgi türlerini betimlemek için sıklıkla kullanılır. Genellikle bu araştırmalar, çok sayıda insan hakkındaki bilgilerin daha küçük bir örneklem grubundan elde edilen yanıtlardan çıkarılabileceği şekilde tasarlanır (McMillan, Schumacher, 2014, 30-31). Eğitim alanındaki en yaygın kullanılan betimsel yöntem ise tarama çalışmasıdır. Bunun nedeni araştırmacıların bireylerin, grupların ya da fiziksel ortamların özelliklerini özetlemesidir. (Büyüköztürk ve diğ., 2020, 25).

Tarama araştırmaları beş aşamada gerçekleştirilir: (1) Problemin tanımlanması, (2) Örneklemin belirlenmesi, (3) Veri toplama araçlarının hazırlanması, (4) Verilerin toplanarak analiz edilmesi, (5) Analizlerin yorumlanması ve değerlendirilmesidir (Fraenkel, Wallen, 2009, 389).

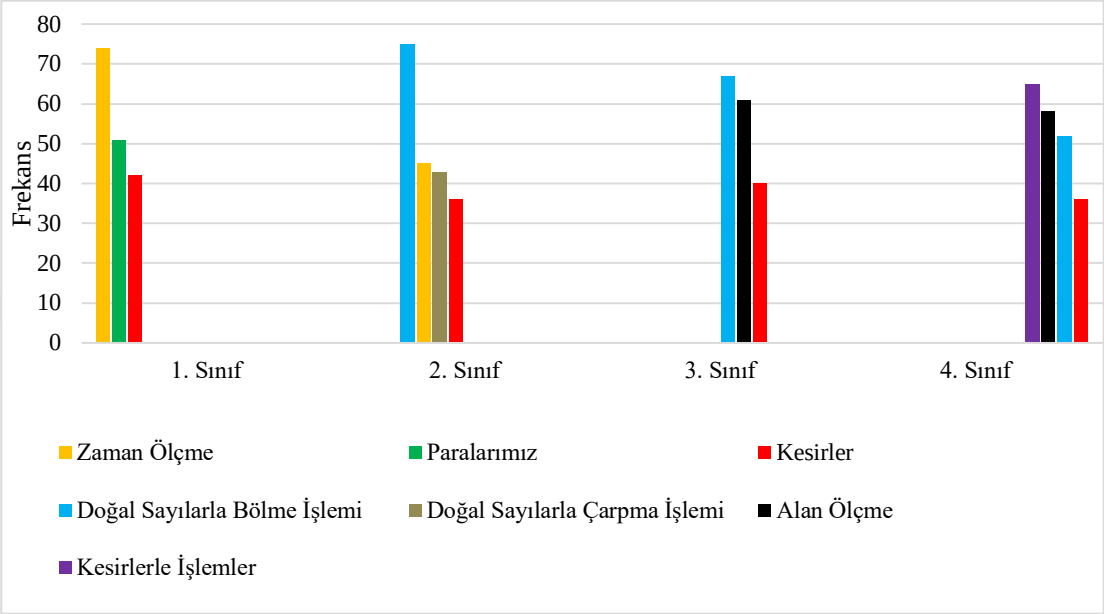
3.2. Araştırma Konusuna Yönelik Ön Çalışma

Bu araştırmanın konusunun ve probleminin belirlenmesine yardımcı ve dayanak olması açısından Ankara ilinde görev yapan 120 sınıf öğretmenine 4 sorudan oluşan bir anket uygulanmıştır. Anketin uygulanmasının asıl amacı ilkokul kademesindeki matematik dersinde öğrencilerin öğrenmekte zorluk yaşadığı konuların neler olduğunu sınıf öğretmenleri açısından ortaya koymaktır. Bu doğrultuda 2018 Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan 1-4. sınıf öğrenme alanlarının sınıflara göre dağılımını içeren tablodan yola çıkılarak anket soruları oluşturulmuştur. Sınıf öğretmenlerine sorulan sorulara aşağıda yer verilmiştir:

1- Birinci sınıf kademesindeki öğrencilerin matematik dersinde öğrenmekte zorluk yaşadığı konular nelerdir?
2- İkinci sınıf kademesindeki öğrencilerin matematik dersinde öğrenmekte zorluk yaşadığı konular nelerdir?
3- Üçüncü sınıf kademesindeki öğrencilerin matematik dersinde öğrenmekte zorluk yaşadığı konular nelerdir?
4- Dördüncü sınıf kademesindeki öğrencilerin matematik dersinde öğrenmekte zorluk yaşadığı konular nelerdir?

Belirlenen sorulara yönelik olarak öğretmenlerin cevapları online (çevrimiçi) anket yöntemi ile toplanmıştır. Öğretmenler her bir kademedeki matematik konularına

yönelik birden fazla cevap vermişlerdir. Öğretmenlerden elde edilen veriler SPSS İstatistik 24 programına girilmiş ve her bir sınıf kademesine ait cevapların frekans tabloları oluşturulmuştur. Genel olarak öğretmenler tarafından her bir kademe için en fazla ifade edilen matematik konularına Şekil 8'de yer verilmiştir.



Şekil 8: 1-4. Sınıf Kademesindeki Öğrencilerin Matematik Dersinde Zorlandığı Konular

Şekil 8'de yer alan sınıf öğretmenlerinin cevaplarına göre, her sınıf kademesinde ilkokul öğrencilerinin kesirler konusunda sorun yaşadıkları ve öğrenmede güçlük çektiğine yönelik bir sonuç ortaya çıkmaktadır. Bu sonuçlara paralel olarak Aksu ve Konyalıoğlu (2015, 726) yaptığı çalışma öncesi sınıf öğretmenlerine, matematik dersinde anlatmakta zorluk çektikleri ve öğrencilerin anlamada zorlandığı konuların neler olduğu sorulmuş ve öğretmenlerin büyük çoğunluğu kesirler yanıtını vermiştir.

3.3. Örneklem

Tarama araştırmalarının en önemli özelliklerinden birisi araştırma örnekleminin belirlenmesidir. Bu tür araştırmalarda, çeşitli sebeplerden dolayı evrende yer alan tüm bireylere ulaşmak mümkün olmadığından dolayı, evrene genelleme yapabilmesi adına, evreni temsil eden bir örneklemin belirlenmesi önemlidir. Araştırmanın amacına uygun olmayan ya da evreni temsil etme özelliği bulunmayan örneklemin seçilmesi, araştırmaya önemli derecede zarar verebilir (Karakaya, 2014, 60). Bundan

dolayı araştırmanın örneklemini seçmede seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden amaçsal örnekleme kullanılmıştır. Amaçsal örneklemede belli ölçütleri karşılayan veya belli özelliklere sahip olan bir veya daha fazla özel durumlarda çalışılmak istenildiğinde tercih edilir (Büyüköztürk ve diğ., 2020, 93). Bu kapsamda araştırmaya, öğrencilerin ilkokul matematik dersi ünitelendirilmiş yıllık plana göre kesirler alt öğrenme alanındaki tüm kazanımları görmüş ve derste öğretmenleri tarafından işlenmiş olması ölçüt olarak alınmıştır. Amaçsal örnekleme stratejilerinden olan ölçüt örneklemeye göre bir araştırmada gözlem birimleri belli niteliklere sahip kişiler, olaylar, nesneler ya da durumlardan oluşturulabilir. Bu durumda örneklem için belirlenen ölçütü karşılayan birimler (nesneler, olaylar vb.), örnekleme alınırlar (Büyüköztürk ve diğ., 2020, 94-95). Araştırmanın örneklemini 2019-2020 eğitim öğretim yılında Ankara ilinin Çankaya ve Etimesgut ilçelerinde Milli Eğitim Bakanlığına bağlı iki devlet okulunda öğrenim görmekte olan ilkokul 4.sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Bu iki okulda yer alan 10 şubeden toplamda 249 ilkokul 4.sınıf öğrencisi seçilmiştir.

3.4. Veri Toplama Araçları

Bu araştırma kapsamında iki tane veri toplama aracı kullanılmıştır. Birinci veri toplama aracı olan ‘Kesir Temsilleri Formu’ (Ek 1) ile öğrencilerin kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik temsillerini belirlemek için açık uçlu sorular kullanılmıştır. Açık uçlu soruların yorumlanması ve değerlendirilmesi zor olmakla birlikte pek çok farklı türde yanıtın verilmesi daha kişiselleştirilmiş verilerin elde edilmesini sağlar (Fraenkel, Wallen, 2009, 396). Öğrencilere olanak sağladığı daha geniş çözüm yöntemleri sayesinde, açık uçlu sorular öğrencilerin düşüncelerini ifade etmede önemli rol oynar ve böylece öğrencilerin matematik anlayışlarına ilişkin bilgilerin açığa çıkarılmasını sağlar (Hancock, 1995, 496). Öğrencilerin kesir çeşitlerine ve birim kesre ilişkin ne tür temsilleri kullanacağını tespit etmek amacıyla ‘… denilince aklınıza ilk gelen şeyin şeklini aşağıya çiziniz’ cümlesi her bir kesir kavramı için kullanılmıştır.

İkinci veri toplama aracı olan ‘Kesir Modelleme Formu’ (Ek 2) ile öğrencilerin öncelikle her bir kesre ait sembolik gösterimi kullanması ve kullandığı kesrin sembolik gösterimine uygun olarak modelleme yapması beklenmektedir. MEB (2018, 47)’in Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde kesir çeşitlerine

yönelik olarak bir kazanımda (M.4.1.6.1) öğrencilerin basit, bileşik ve tam sayılı kesri tanıması ve modellerle göstermesini beklenmektedir. Bu kazanıma ek olarak birim yönelik olarak bir kazanımda (M.3.1.6.2) öğrencilerin bir bütünü eş parçalara ayırarak eş parçalardan her birinin birim kesir olduğunu belirtmesi beklenmektedir (MEB, 2018, 40). Bu kazanımlar doğrultusunda ilk olarak her bir kesir kavramına (basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesir) yönelik öğrencilerin sembolik gösterim kullanması beklenmektedir. Bunun nedeni matematik öğretim programında da yer aldığı şekli ile öğrencilerin bu kesir kavramlarını ne ölçüde tanıdıklarını ortaya koymak amaçlanmıştır. İkincil olarak öğrencilerin sembolik olarak ifade ettiği kesir sayılarını açıklamak için uygun modeller geliştirip kullanabilme becerileri ortaya konmak istenmiştir.

3.5. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri 2019-2020 eğitim öğretim yılında Mart ayının ilk haftasında toplanmıştır. Öğrencilerin iki veri toplama aracındaki soruları yanıtlamaları için 1 ders saati (40 dk) süre verilmiştir. Veri toplama araçları öğrencilere dağıtılmadan önce, cevaplayacakları formların bir sınav olmadığı ve verecekleri yanıtlardan herhangi bir puan almayacakları sözel olarak ifade edilmiştir. Bu bilgilendirmeye ek olarak her bir öğrencinin formları bireysel olarak doldurması istenmiş ve araştırmacı ile veri toplanılan sınıfların öğretmenleri tarafından veri toplama süreci dikkatlice gözlemlenmiştir. Öğrencilere ilk olarak ‘Kesir Temsilleri Formu’ (Ek 1) verilmiş ve bitiren öğrencilerin kağıtları toplanmıştır. Ardından öğrencilere ‘Kesir Modelleme Formu’ (Ek 2) verilmiş ve öğrenciler doldurduktan sonra veri toplama süreci tamamlanmıştır.

3.6. Verilerin Analizi

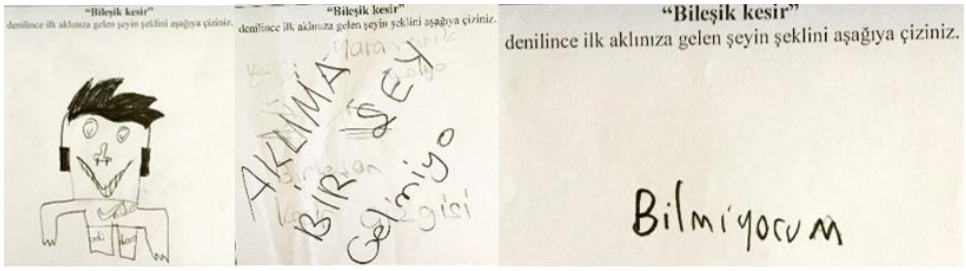
Araştırmada öğrencilerden iki farklı veri toplama aracı ile toplanan veriler farklı aşamalarda analiz edilmiştir. İlk veri toplama aracı olan ‘Kesir Temsilleri Formu’ ile öğrencilerin kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik hangi temsilleri kullandıkları ortaya konmak istenmiştir. Bu kapsamda öncelikle öğrenci yanıtlarını içeren formlar Ö1, Ö2, Ö3, …, Ö249 şeklinde 1’den 249’a kadar numaralandırılmıştır. Ardından öğrencilerin yanıtları literatür araştırmaları sonucunda belirlenen Duval (2008, 41)’ın Göstergebilimsel Temsil (Semiotic Representation) kavramsal çerçevesinde yer alan

sözel, sembolik ve görsel temsil temaları kullanılarak betimsel analiz ile çözümlenmiştir. Betimsel analizde elde edilen veriler daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır (Yıldırım, Şimşek, 2018, 239). Öğrencilerin basit kesir için kullandıkları temsillerin betimsel analizi sonucunda 10 öğrencinin yanıtı tematik çerçeveye uygun olmadığı için analiz dışında tutulmuştur. Analiz dışında tutulan öğrencilerin basit kesir ile anlamlı ilişkisi bulunmayan rastgele çizimler yaptıkları görülmüştür. Basit kesrin betimsel analizi sonucu veri setinden çıkarılan öğrenci örneklerine Şekil 9'da yer verilmiştir.



Şekil 9: Basit Kesre Yönelik Betimsel Analiz Sonucu Çıkarılan Öğrenci Örnekleri

Öğrencilerin bileşik kesir için kullandıkları temsillerin betimsel analizi sonucunda 22 öğrencinin yanıtı tematik çerçeveye uygun olmadığı için analiz dışında tutulmuştur. Analiz dışında tutulan öğrencilerin bazılarının bileşik kesir ile anlamlı ilişkisi bulunmayan rastgele çizimler yaptıkları ve bazılarının ise 'Bilmiyorum', 'Hatırlamıyorum' ve 'Aklıma bir şey gelmiyor' gibi ifadeler kullanıp yanıt vermedikleri görülmüştür. Bileşik kesrin betimsel analizi sonucu veri setinden çıkarılan öğrenci örneklerine Şekil 10'da yer verilmiştir.



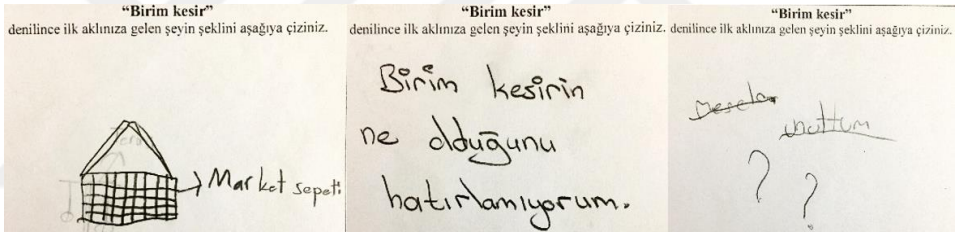
Şekil 10: Bileşik Kesre Yönelik Betimsel Analiz Sonucu Çıkarılan Öğrenci Örnekleri

Öğrencilerin tam sayılı kesir için kullandıkları temsillerin betimsel analizi sonucunda 18 öğrencinin yanıtı tematik çerçeveye uygun olmadığı için analiz dışında tutulmuştur. Analiz dışında tutulan öğrencilerin tam sayılı kesir ile anlamlı ilişkisi bulunmayan rastgele çizimler yaptıkları görülmüştür. Tam sayılı kesrin betimsel analizi sonucu veri setinden çıkarılan öğrenci örneklerine Şekil 11'de yer verilmiştir.



Şekil 11: Tam Sayılı Kesre Yönelik Betimsel Analiz Sonucu Çıkarılan Öğrenci Örnekleri

Öğrencilerin birim kesir için kullandıkları temsillerin betimsel analizi sonucunda 34 öğrencinin yanıtı tematik çerçeveye uygun olmadığı için analiz dışında tutulmuştur. Analiz dışında tutulan öğrencilerin bazılarının birim kesir ile ile anlamlı ilişkisi bulunmayan rastgele çizimler yaptıkları ve bazılarının ise 'Hatırlamıyorum', 'Unuttum' ve 'Bilmiyorum' gibi ifadeler kullanıp yanıt vermedikleri görülmüştür. Birim kesrin betimsel analizi sonucu veri setinden çıkarılan öğrenci örneklerine Şekil 12'de yer verilmiştir.



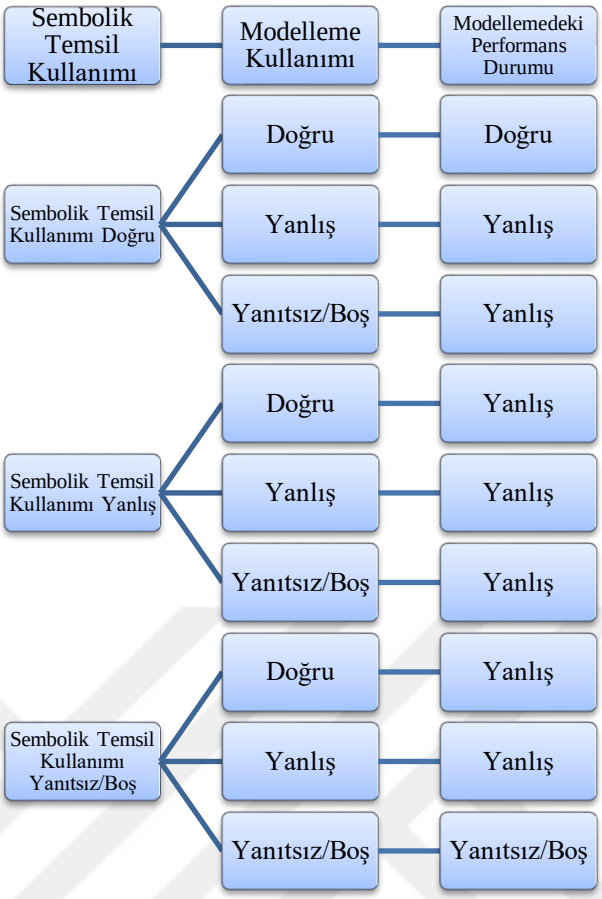
Şekil 12: Birim Kesre Yönelik Betimsel Analiz Sonucu Çıkarılan Öğrenci Örnekleri

Betimsel analiz aşamasında, daha önce oluşturulan çerçeveye göre elde edilen veriler okunur ve düzenlenir. Bu aşamada, verilerin tanımlama amacıyla seçilmesi, anlamlı ve mantıklı bir biçimde bir araya getirilmesi söz konusudur. Oluşturulan çerçeveye göre bazı veriler dışarıda kalabilir ya da önemli olmayabilir (Yıldırım, Şimşek, 2018, 240). Veri setinden çıkarılan yanıtlardan sonra öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesre yönelik kullandığı temsiller sözel, sembolik ve görsel temsil temaları altında SPSS İstatistik 24 programına girilerek frekans ve yüzde tabloları oluşturulmuştur.

Analizin bir sonraki aşamasında betimsel analiz sonucunda sözel, sembolik ve görsel temsil temaları altında özetlenen verilere içerik analizi uygulanmıştır. İçerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır. Betimsel analizde özetlenen ve yorumlanan veriler, içerik analizde daha derin bir işleme tabi tutulur ve betimsel bir yaklaşımla farkedilemeyen kavram ve

temalar bu analiz sonucu keşfedilebilir (Yıldırım, Şimşek, 2018, 242). Bu amaçla öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesre yönelik kullandığı sözel, sembolik ve görsel temsillerin neler olduğu içerik analizi yapılarak ortaya konmak istenmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2018, 242)'e göre içerik analizinde yapılan işlem, birbirine benzeyen verilerin belirli kod ve temalar etrafında anlamlı bir şekilde bir araya getirilmesi ve yorumlanmasıdır. Bu kapsamda öncelikle araştırmacı tarafından basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesre yönelik kullanılan sözel, sembolik ve görsel temsiller kodlanmış ve kod listesi oluşturulmuştur. Ortaya çıkan kodlar benzer ve farklı yönlerine ve arasındaki anlamlı ilişkilere göre belirli alt temalar etrafında toplanmıştır. Verilerin kodlanması süreci, araştırmacıdan bağımsız olarak matematik eğitimi alanındaki iki akademisyen ve matematik eğitimi alanındaki bir doktora öğrencisi olmak üzere 3 farklı uzman tarafından yürütülmüştür. Son aşamada yapılan kodlamaların güvenirliğini sağlama adına, araştırmacı ve 3 uzman tarafından oluşturulan kodlar ve temalar arasındaki uyuma bakılmıştır. Miles ve Huberman (1994, 64)'ın güvenirlik formulü kullanılarak (Güvenirlik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)), araştırmaya ait güvenirlik %91,5 olarak hesaplanmıştır. Araştırmacılar arasındaki uyumun %70 ve üzerinde olduğu çalışmalar güvenilir olarak kabul edilmektedir (Miles, Huberman, 1994, 64). Araştırmacı ve uzmanlar bir araya gelerek uyuşmazlığa neden olan maddeler üzerinde tekrar görüşme sağlamış ve ardından fikir birliğine varmıştır. Kodlama süreci sonunda oluşturulan kategorilerin literatür ve matematik terminolojisine uygun olmasına özen gösterilmiştir.

Araştırmanın ikinci veri toplama aracı olan 'Kesir Modelleme Formu'ndan elde edilen veriler için öncelikle öğrenci yanıtlarını içeren formlar Ö1, Ö2, Ö3, …, Ö249 şeklinde 1'den 249'a kadar numaralandırılmıştır. Öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesre yönelik modelleme performanslarını değerlendirmek üzere Şekil 13'te yer alan sembolik temsil kullanımı ve sembolik temsil kullanımına uygun modelleme durumlarını içeren ölçütler kullanılmıştır.



Şekil 13: Öğrencilerin Modelleme Performanslarını Değerlendirmede Kullanılan Ölçütler

Şekil 13'de yer alan ölçütler kullanılarak öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesre yönelik vermiş olduğu yanıtlar analiz edilerek SPSS İstatistik 24 programına girilmiş ve her bir kesir kavramına yönelik performans durumlarını içeren frekans ve yüzde tabloları oluşturulmuştur. Diğer aşamada ise öğrencilerin performans durumlarında vermiş olduğu yanlış cevaplara içerik analizi uygulanmıştır. Araştırmacı ilk olarak bağımsız şekilde öğrencilerin yanlış cevaplarını benzerlik ve farklılıklarına göre kodlamıştır. Kod listesinde yer alan ve benzer hata türlerini yapan öğrencilerin cevapları anlamlı bir bütünlük oluşturacak kategoriler altında toplanmıştır. Öğrencilerin hatalarını içeren verilerin kodlanması süreci, araştırmacıdan bağımsız olarak matematik eğitimi alanındaki iki akademisyen ve matematik eğitimi alanındaki bir doktora öğrencisi olmak üzere 3 farklı uzman tarafından yürütülmüştür. Son aşamada yapılan kodlamaların güvenirliğini sağlama adına, araştırmacı ve 3 uzman tarafından oluşturulan kodlar ve temalar arasındaki

uyuma bakılmıştır. Miles ve Huberman (1994, 64)'ın güvenirlik formulü kullanılarak (Güvenirlik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)), araştırmaya ait güvenirlik %82 olarak hesaplanmıştır. Araştırmacılar arasındaki uyumun %70 ve üzerinde olduğu çalışmalar güvenilir olarak kabul edilmektedir (Miles, Huberman, 1994, 64). Araştırmacı ve uzmanlar bir araya gelerek uyuşmazlığa neden olan kodlamalar üzerinde tekrar görüşme sağlamış ve ardından fikir birliğine varmıştır. Kodlama süreci sonunda oluşturulan kategorilerin literatür ve matematik terminolojisine uygun olmasına özen gösterilmiştir.

4. BULGULAR

Araştırmanın bu bölümünde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik kullandıkları temsillere ve modellemedeki performanslarına ait bulgulara yer verilmiştir.

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi 'İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesre Yönelik Kullandıkları Temsiller Nelerdir?' şeklindedir.

Bu alt problem doğrultusunda öğrencilerin basit kesre yönelik kullandığı temsiller betimsel analiz ile çözümlenmiş ve sözel, sembolik ve görsel temsil kategorileri altında kullanılan temsillerin frekans ve yüzdelerini içeren bulgulara Tablo 4'te yer verilmiştir.

Tablo 4: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesir Temsilleri

Temsil Türü	Frekans	Yüzde
Görsel Temsil	220	50,2
Sembolik Temsil	189	43,1
Sözel Temsil	29	6,7
Toplam	438	100

Tablo 4 incelendiğinde öğrencilerin basit kesre yönelik toplamda 438 temsil kullandığı görülmektedir. Öğrencilerin basit kesri temsil etmede en fazla kullandığı temsil türü görsel temsil olurken, ikinci sırada sembolik temsil ve son olarak ise sözel temsil yer almaktadır.

4.1.1. Basit Kesrin Görsel Temsillerine İlişkin Bulgular

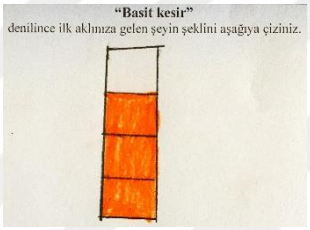
İlkokul 4. sınıf öğrencileri basit kesre yönelik toplamda 220 adet görsel temsil kullanmıştır. Kullanılan bu görsel temsiller içerik analizi süreci sonucunda benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin basit kesre yönelik kullanmış olduğu görsel temsillere ilişkin alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 5'te yer verilmiştir.

Tablo 5: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesre Yönelik Kullandığı Görsel Temsiller

Alt Kategoriler			
1 – Kesir Modelleri	**Geometrik Şekil Türü**	**Frekans**	**Yüzde**
Alan/Bölge modeli	Dikdörtgen	120	54,5
	Daire	59	26,8
	Kare	27	12,3
	Üçgen	3	1,4
Sayı doğrusu modeli		2	0,9
Küme modeli		1	0,5
2 – Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri			
Pasta		5	2,3
Meyve şekli		2	0,9
Buzdolabı		1	0,5
Toplam		220	100

Tablo 5 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit kesre yönelik kullanmış olduğu görsel temsillerin 'Kesir Modelleri' ve 'Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri' olarak iki alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Kullanılan görsel temsillerin

kategorilere göre dağılımına bakıldığında kesir modelleri kategorisine yönelik 212 adet temsil kullanılırken gerçek yaşamdaki nesne şekilleri kategorisine yönelik 10 adet temsil kullanmıştır. Öğrencilerin basit kesre yönelik kullandığı görsel temsillerin %96,4'ü kesir modelleri kategorisine aittir. Kesir modelleri kategorisi altında öğrenciler alan/bölge, sayı doğrusu ve küme modeli olmak üzere üç tür kesir modeline de yer vermiştir. Kesir modelleri içinde öğrencilerin en fazla alan/bölge modelini (f=209) tercih ettiği görülmektedir. Alan/Bölge modeli içinde öğrenciler, dikdörtgen, daire, kare ve üçgen olmak üzere dört tür geometrik şekil kullanmışlardır. Geometrik şekiller içinde öğrenciler en fazla dikdörtgen geometrik şeklini (f=120) tercih etmiştir. Alan/Bölge modelinin dikdörtgen geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 14'te yer verilmiştir.



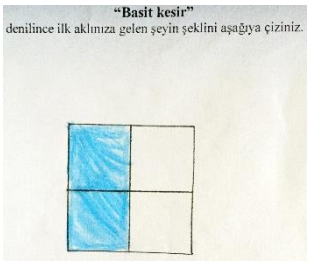
Şekil 14: Basit Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Dikdörtgen Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin kullanmış olduğu daire geometrik şekli (f=59) en fazla kullanılan ikinci görsel temsil olmuştur. Alan/Bölge modelinin daire geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 15'te yer verilmiştir.



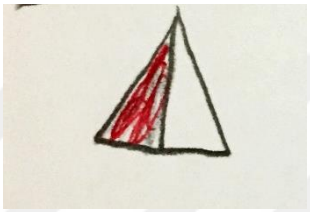
Şekil 15: Basit Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Daire Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin kullanmış olduğu kare geometrik şekli (f=27) en fazla kullanılan üçüncü görsel temsil olmuştur. Alan/Bölge modelinin kare geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 16'da yer verilmiştir.



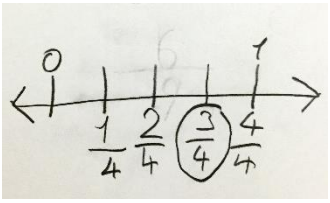
Şekil 16: Basit Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Kare Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin en az kullandığı geometrik şeklin ise üçgen (f=3) olduğu görülmektedir. Alan/Bölge modelinin üçgen geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 17'de yer verilmiştir.



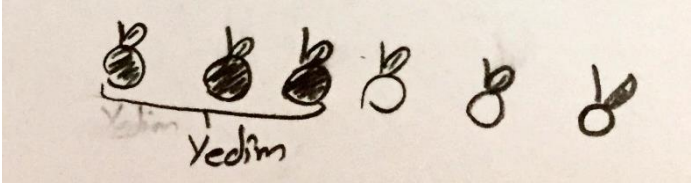
Şekil 17: Basit Kesre Yönelik Alan Bölge Modeli – Üçgen Geometrik Şekli Örneği

Basit kesrin görsel temsilinde kullanılan bir diğer kesir modeli ise sayı doğrusu modelidir. Sayı doğrusu modeli yalnızca Ö124 ve Ö248 kodlu öğrenciler tarafından kullanılmıştır. Sayı doğrusu modeline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 18'de yer verilmiştir.



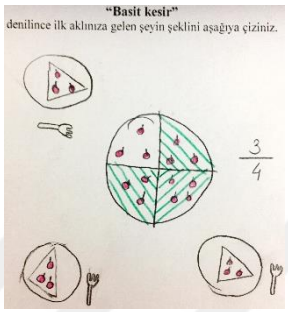
Şekil 18: Basit Kesre Yönelik Sayı Doğrusu Modeli Örneği

Basit kesrin görsel temsili için öğrencilerin en az kullandığı kesir modeli ise küme modelidir. Küme modeli sadece Ö115 kodlu öğrenci tarafından kullanılmıştır. Küme modeline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 19'da yer verilmiştir.



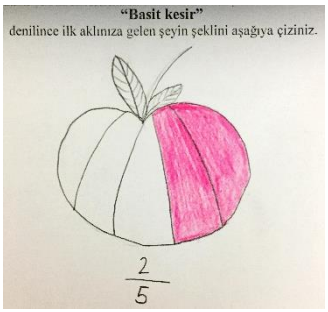
Şekil 19: Basit Kesre Yönelik Küme Modeli Örneği

İlkokul 4.sınıf öğrencileri basit kesrin görsel temsili için kesir modelleri dışında günlük yaşamdaki nesnelerin görsellerine de yer vermiştir. Günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisi altında öğrencilerin pasta, meyve şekli ve buzdolabı gibi görsel temsiller kullandığı görülmektedir. Günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisinde öğrenciler en fazla pasta şeklini (f=5) kullanmıştır. Günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisi altında pasta şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 20'de yer verilmiştir.



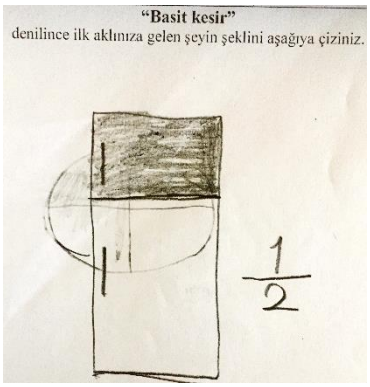
Şekil 20: Basit Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Pasta Örneği

Günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisi altında kullanılan temsillerden biri de meyve şekilleridir. Meyve şekli Ö104 ve Ö111 kodlu öğrenciler tarafından kullanılmıştır. Günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisi altında meyve şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 21'de yer verilmiştir.



Şekil 21: Basit Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Meyve Şekli Örneği

Günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisi altında kullanılan son temsil ise buzdolabıdır. Bu temsil Ö70 kodlu öğrenci tarafından kullanılmıştır. Günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisi altında buzdolabı şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 22'de yer verilmiştir.



Şekil 22: Basit Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Buzdolabı Örneği

4.1.2. Basit Kesrin Sembolik Temsillerine İlişkin Bulgular

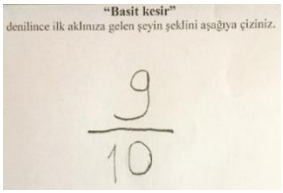
İlkokul 4. sınıf öğrencileri basit kesre yönelik toplamda 189 adet sembolik temsil kullanmıştır. Kullanılan bu sembolik temsiller içerik analizi süreci sonucunda benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin basit kesre yönelik kullanmış olduğu sembolik temsillere ilişkin alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 6'da yer verilmiştir.

Tablo 6: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesre Yönelik Kullandığı Sembolik Temsiller

Alt Kategoriler	Frekans	Yüzde
Basit kesir sembolik temsili	166	87,8
Bileşik kesir sembolik temsili ile karıştırma	20	10,6
Doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsili ile karıştırma	3	1,6
Toplam	189	100

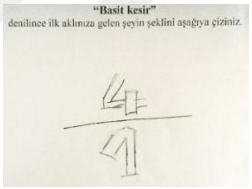
Tablo 6 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit kesre yönelik kullanmış olduğu sembolik temsillerin 'Basit Kesir Sembolik Temsili', 'Bileşik Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma' ve 'Doğal Sayılarla Toplama İşlemi Sembolik Temsili İle Karıştırma' olarak üç alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Kullanılan sembolik temsillerin kategorilere göre dağılımına bakıldığında basit kesir sembolik temsili

kategorisine yönelik 166 adet temsil, bileşik kesir sembolik temsili ile karıştırma kategorisine yönelik 20 adet temsil ve doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsili ile karıştırma kategorisine yönelik 3 adet temsil kullanılmıştır. Öğrencilerin basit kesre yönelik kullandığı sembolik temsillerin %87,8'i basit kesir sembolik temsili kategorisine aittir. Basit kesir sembolik temsiline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 23'te yer verilmiştir.



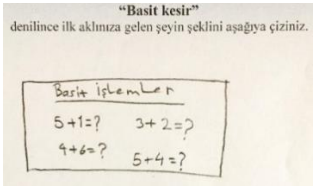
Şekil 23: Basit Kesre Yönelik Basit Kesir Sembolik Temsili Örneği

Basit kesrin sembolik temsilinde kullanılan bir diğer temsil de bileşik kesir sembolik temsilidir. Öğrencilerin 20 tanesi basit kesir ile bileşik kesir sembolik gösterimini karıştırmaktadır ve uygun olmayan bir sembolik temsil kullanmışlardır. Basit kesrin sembolik temsili için kullanılan bileşik kesir sembolik temsil öğrenci örneğine Şekil 24'te yer verilmiştir.



Şekil 24: Basit Kesre Yönelik Bileşik Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği

Basit kesrin sembolik temsilinde kullanılan son temsil ise doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsilidir. Öğrencilerin 3 tanesi basit kesir sembolik temsili için uygun olmayan bir sembolik temsil kullanmışlardır. Basit kesrin sembolik temsili için kullanılan doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsil öğrenci örneğine Şekil 25'te yer verilmiştir.



Şekil 25: Basit Kesre Yönelik Doğal Sayılarla Toplama İşlemi Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği

4.1.3. Basit Kesrin Sözel Temsillerine İlişkin Bulgular

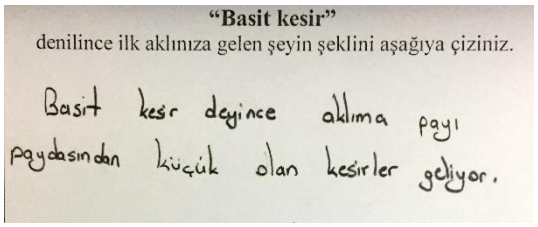
İlkokul 4. sınıf öğrencileri basit kesre yönelik toplamda 29 adet sözel temsil kullanmıştır. Kullanılan sözel temsiller içerik analizi süreci sonucundan benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin basit kesrin sözel temsillerine yönelik kullanmış olduğu alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 7'de yer verilmiştir.

Tablo 7: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesre Yönelik Kullandığı Sözel Temsiller

Alt Kategoriler		**Frekans**	**Yüzde**
Formal Tanım	Formal basit kesir tanımı	11	38
	Formal birim kesir tanımı ile karıştırma	1	3,4
	Formal bileşik kesir tanımı ile karıştırma	1	3,4
Basitlik – kolaylık anlamı ile ilişkilendirme		9	31,1
Kesir Okunuşu	Basit kesir okunuşu	3	10,3
	Bileşik kesir okunuşu ile karıştırma	1	3,4
İnformal basit kesir tanımı		2	7
Günlük yaşamla ilişkilendirilmiş tanım		1	3,4
Toplam		29	100

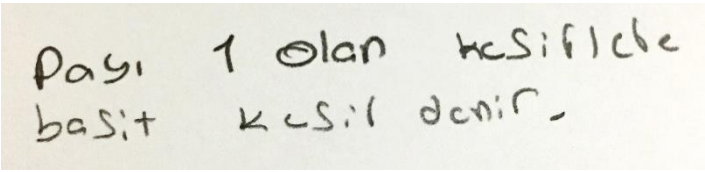
Tablo 7 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit kesre yönelik kullanmış olduğu temsillerin 'Formal Tanım', 'Basitlik - Kolaylık Anlamı İle İlişkilendirme', 'Kesir Okunuşu', 'İnformal Basit Kesir Tanımı' ve 'Günlük Yaşamla İlişkilendirilmiş Tanım' olarak beş alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Öğrencilerin 13 tanesi basit kesrin sözel temsilinde formal tanım kullanmıştır.

Kullanılan formal tanımlar içinde öğrencilerin üç farklı tanıma yer verdiği görülmektedir. Bu tanımlardan birincisi formal basit kesir tanımıdır. Öğrencilerin 11 tanesi formal basit kesir tanımında 'Payı paydasından küçük olan kesirlere basit kesir denir.' ifadesine yer vermiştir. Formal basit kesir tanımına yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 26'da yer verilmiştir.



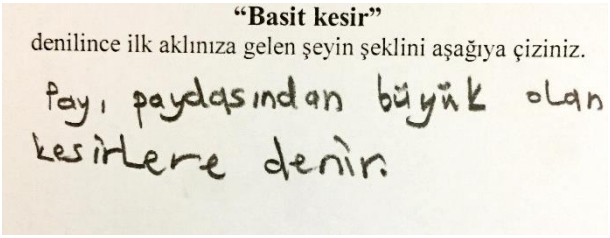
Şekil 26: Formal Basit Kesir Tanımı

Basit kesre yönelik kullanılan formal kesir tanımlarından ikincisi formal birim kesir tanımıdır. Ö41 kodlu öğrenci formal birim kesir tanımında 'Payı 1 olan kesirlere basit kesir denir' ifadesine yer vermiştir. Öğrenci birim kesrin formal tanımını basit kesrin formal tanımı yerine kullanmış ve uygun olmayan bir tanımlama yapmıştır. Öğrencinin basit kesrin formal tanımı ile birim kesrin formal tanımını karıştırdığı görülmektedir. Basit kesre yönelik öğrencinin kullanmış olduğu formal birim kesir tanımı örneğine Şekil 27'de yer verilmiştir.



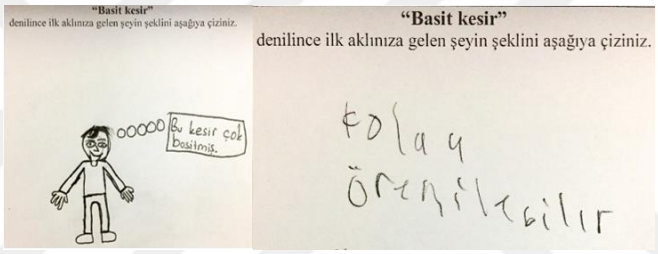
Şekil 27: Basit Kesre Yönelik Formal Birim Kesir Tanımı İle Karıştırma Örneği

Basit kesre yönelik kullanılan formal kesir tanımlardan üçüncüsü formal bileşik kesir tanımıdır. Ö229 kodlu öğrenci formal bileşik kesir tanımında 'Payı paydasından büyük olan kesirlere denir.' İfadesine yer vermiştir. Öğrenci bileşik kesrin formal tanımını basit kesrin formal tanımı yerine kullanmış ve uygun olmayan bir tanımlama yapmıştır. Öğrencinin basit kesrin formal tanımı ile bileşik kesrin formal tanımını görülmektedir. Basit kesre yönelik öğrencinin kullanmış olduğu formal bileşik kesir tanımı örneğine Şekil 28'de yer verilmiştir.



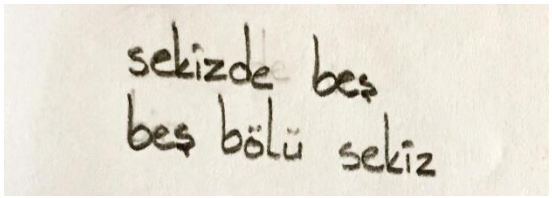
Şekil 28: Basit Kesre Yönelik Formal Bileşik Kesir Tanımı İle Karıştırma Örneği

Basit kesre yönelik sözel temsil kullanımlarında öğrencilerin 9 tanesi basit kesri basitlik ve kolaylık anlamı ile ilişkilendirmiştir. Öğrencilerin basit kesir kavramından yola çıkarak basit kelimesinin sıfat anlamına vurgu yaptığı ve basit kesri 'yapılması veya anlaşılması kolay olan, karışık olmayan' şeklinde ifade etmişlerdir. Basitlik ve kolaylık anlamı ile ilişkilendirmeye yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 29'da yer verilmiştir.



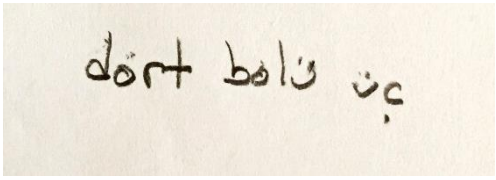
Şekil 29: Basitlik – Kolaylık Anlamı İle İlişkilendirme Sözel Temsili

Öğrencilerin 4 tanesi basit kesrin sözel temsilinde kesir okunuşlarına yer vermiştir. Kullanılan kesir okunuşlarından ilki basit kesre aittir. Öğrencilerin 3 tanesi sözel temsillerinde basit kesrin iki farklı okunuşunu kullanmıştır. Basit kesir okunuşuna yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 30'da yer verilmiştir.



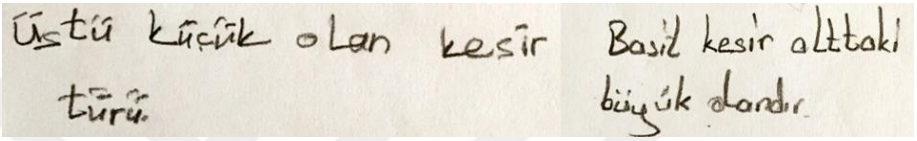
Şekil 30: Basit Kesir Okunuşu Örneği

Basit kesre yönelik kullanılan kesir okunuşlarından ikincisi bileşik kesir okunuşudur. Ö170 kodlu öğrenci kesir okunuşunda 'Dört bölü üç' ifadesin yer vermiştir. Öğrenci bileşik kesir okunuşunu basit kesir okunuşu yerine kullanmış ve uygun olmayan bir sözel temsil kullanmıştır. Öğrencinin basit kesir okunuşu ile bileşik kesrin okunuşunu karıştırdığı görülmektedir. Basit kesre yönelik öğrencinin kullanmış olduğu bileşik kesir okunuşu örneğine Şekil 31'de yer verilmiştir.



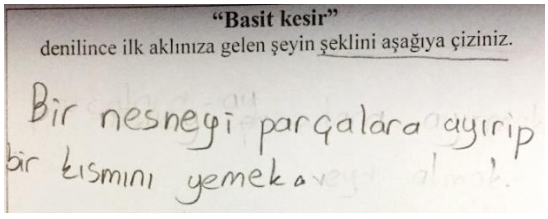
Şekil 31: Basit Kesre Yönelik Bileşik Kesir Okunuşu İle Karıştırma Örneği

Öğrencilerin 2 tanesi basit kesrin sözel temsilinde informal basit kesir tanımlarına yer vermiştir. Ö239 kodlu öğrencinin yaptığı tanıma bakıldığında basit kesri 'Üstü küçük olan kesir türü' olarak tanımlarken, Ö246 kodlu öğrenci 'Basit kesir alttaki büyük olandır' şeklinde tanımlamaktadır. Öğrencilerin pay ve payda terimlerini kullanmadan bu terimleri alt ve üst olarak ifade ettiği görülmektedir. İnformal basit kesir tanımlarına yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 32'de yer verilmiştir.



Şekil 32: İnformal Basit Kesir Tanımları

Son olarak basit kesre yönelik kullanılan sözel temsil ise günlük yaşamla ilişkilendirilmiş tanımdır. Ö107 kodlu öğrenci kullandığı sözel temsilde 'Bir nesneyi parçalara ayırıp bir kısmını yemek' ifadesine yer vermiştir. Öğrencinin basit kesir tanımı incelendiğinde paydayı yenilebilecek bir nesne olarak tanımladığı ve pay için de bu nesnenin bir kısmını yemek olarak ifade ettiği görülmektedir. Günlük yaşamla ilişkilendirilmiş tanıma yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 33'te yer verilmiştir.



Şekil 33: Günlük Yaşamla İlişkilendirilmiş Basit Kesir Tanımı

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi 'İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesre Yönelik Kullandıkları Temsiller Nelerdir?' şeklindedir.

Bu alt problem doğrultusunda öğrencilerin bileşik kesre yönelik kullandığı temsiller betimsel analiz ile çözümlenmiş ve sözel, sembolik ve görsel temsil kategorileri

altında kullanılan temsillerin frekans ve yüzdelerini içeren bulgulara Tablo 8'de yer verilmiştir.

Tablo 8: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesir Temsilleri

Temsil Türü	Frekans	Yüzde
Görsel Temsil	194	48,4
Sembolik Temsil	186	46,4
Sözel Temsil	21	5,2
Toplam	401	100

Tablo 8 incelendiğinde öğrencilerin bileşik kesre yönelik toplamda 401 temsil kullandığı görülmektedir. Öğrencilerin bileşik kesri temsil etmede en fazla kullandığı temsil türü görsel temsil olurken, ikinci sırada sembolik temsil ve son olarak ise sözel temsil yer almaktadır.

4.2.1. Bileşik Kesrin Görsel Temsillerine İlişkin Bulgular

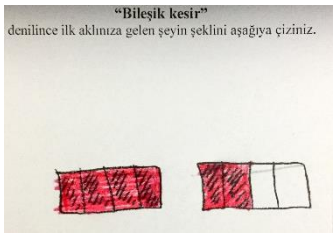
İlkokul 4. sınıf öğrencileri bileşik kesre yönelik toplamda 194 adet görsel temsil kullanmıştır. Kullanılan bu görsel temsiller içerik analizi süreci sonucunda benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin bileşik kesrin görsel temsillerine yönelik kullanmış olduğu alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 9'da yer verilmiştir.

Tablo 9: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesre Yönelik Kullandığı Görsel Temsiller

Alt Kategoriler			
1 – Kesir Modelleri	**Geometrik Şekil Türü**	**Frekans**	**Yüzde**
Alan/Bölge modeli	Dikdörtgen	98	50,5
	Daire	50	25,8
	Kare	31	16

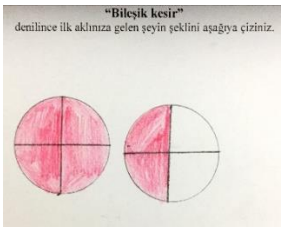
	Üçgen	7	3,6
Sayı doğrusu modeli		6	3,1
2 – Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri			
Kalp		2	1
Toplam		194	100

Tablo 9 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin bileşik kesre yönelik kullanmış olduğu görsel temsillerin 'Kesir Modelleri' ve 'Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri' olarak iki alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Kullanılan görsel temsillerine kategorilere göre dağılımına bakıldığında kesir modelleri kategorisine yönelik 192 adet temsil kullanılırken gerçek yaşamdaki nesne şekilleri kategorisine yönelik sadece 2 adet temsil kullanılmıştır. Öğrencilerin bileşik kesre yönelik kullandığı görsel temsillerin %99'u kesir modelleri kategorisine aittir. Kesir modelleri kategorisi altında öğrenciler alan/bölge ve sayı doğrusu modellerine yer verirken, küme modeli kullanılmamıştır. Kesir modelleri içinde öğrencilerin en fazla alan/bölge modelini (f=186) tercih ettiği görülmektedir. Alan/Bölge modeli içinde öğrenciler, dikdörtgen, daire, kare ve üçgen olmak üzere dört tür geometrik şekil kullanmışlardır. Geometrik şekiller içinde öğrenciler en fazla dikdörtgen geometrik şeklini (f=98) tercih etmiştir. Alan/Bölge modelinin dikdörtgen geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 34'te yer verilmiştir.



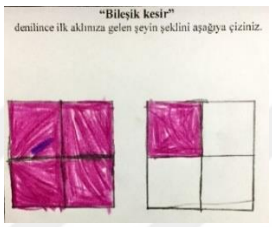
Şekil 34: Bileşik Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Dikdörtgen Geometrik Şekli Örneği

Alan bölge modelinde öğrencilerin kullanmış olduğu daire geometrik şekli (f=50) en fazla kullanılan ikinci görsel temsil olmuştur. Alan/Bölge modelinin daire geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 35'te yer verilmiştir.



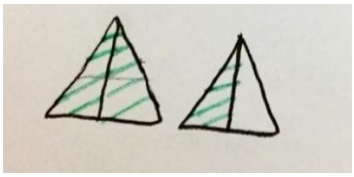
Şekil 35: Bileşik Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Daire Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin kullanmış olduğu kare geometrik şekli (f=31) en fazla kullanılan üçüncü görsel temsil olmuştur. Alan/Bölge modelinin kare geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 36'da yer verilmiştir.



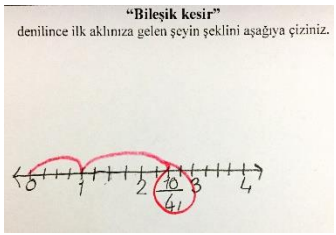
Şekil 36: Bileşik Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Kare Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin en az kullandığı geometrik şeklin ise üçgen (f=7) olduğu görülmektedir. Alan/Bölge modelinin üçgen geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 37'de yer verilmiştir.



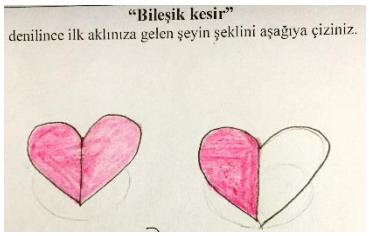
Şekil 37: Bileşik Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Üçgen Geometrik Şekli Örneği

Bileşik kesrin görsel temsilinde kullanılan ikinci kesir modeli ise sayı doğrusu modelidir. Sayı doğrusu modeli 6 öğrenci tarafından kullanılmıştır. Sayı doğrusu modeline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 38'de yer verilmiştir.



Şekil 38: Bileşik Kesre Yönelik Sayı Doğrusu Modeli Örneği

İlkokul 4. sınıf öğrencileri bileşik kesrin görsel temsili için kesir modelleri dışında günlük hayattaki nesnelerin görsellerine de yer vermiştir. Günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisi altında 2 öğrenci kalp şeklinde çizim yaparak görsel temsil kullanmıştır. Kalp şekline yönelik kullanılan görsel temsile ait öğrenci örneğine Şekil 39'da yer verilmiştir.



Şekil 39: Bileşik Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Kalp Şekli Örneği

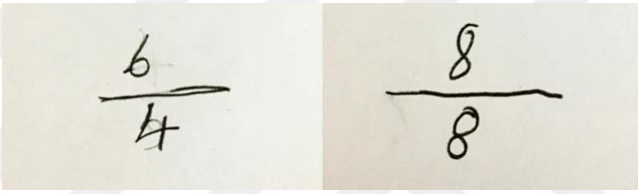
4.2.2. Bileşik Kesrin Sembolik Temsillerine İlişkin Bulgular

İlkokul 4. sınıf öğrencileri basit kesre yönelik toplamda 186 adet sembolik temsil kullanmıştır. Kullanılan bu sembolik temsiller içerik analizi süreci sonucunda benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin bileşik kesrin sembolik temsillerine yönelik kullanmış olduğu alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 10'da yer verilmiştir.

Tablo 10: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesre Yönelik Kullandığı Sembolik Temsiller

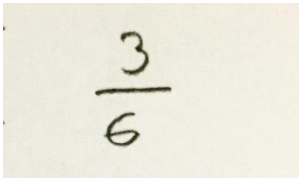
Alt Kategoriler		Frekans	Yüzde
Bileşik Kesir Sembolik Temsili	Payı paydasından büyük olan bileşik kesir sembolik temsili	136	73,1
	Payı paydasına eşit olan bileşik kesir sembolik temsili	32	17,2
Basit kesir sembolik temsili ile karıştırma		17	9,1
Tam sayılı kesir sembolik temsili ile karıştırma		1	0,6
Toplam		186	100

Tablo 10 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin bileşik kesre yönelik kullanmış olduğu sembolik temsillerin 'Bileşik Kesir Sembolik Temsili' , 'Basit Kesir Sembolik Temsili' ve 'Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili' olarak üç alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Kullanılan sembolik temsillerin kategorilere göre dağılımına bakıldığında bileşik kesir sembolik temsili kategorisine yönelik 168 adet temsil, basit kesir sembolik temsili kategorisine yönelik 17 adet temsil ve tam sayılı kesir sembolik temsili kategorisine yönelik 1 adet temsil kullanılmıştır. Öğrencilerin bileşik kesre yönelik kullandığı sembolik temsillerin %90,3'ü bileşik kesir sembolik temsili kategorisine aittir. Öğrencilerin 136 tanesi bileşik kesrin payı paydasından büyük olan sembolik temsiline yer verirken, 32 tanesi ise bileşik kesrin payı paydasına eşit olan sembolik temsilini tercih etmiştir. İki farklı bileşik kesir sembolik temsiline yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 40'ta yer verilmiştir.



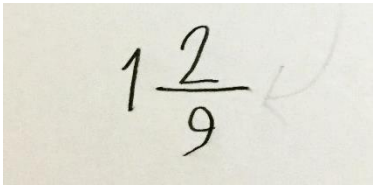
Şekil 40: Bileşik Kesre Yönelik Bileşik Kesir Sembolik Temsil Örnekleri

Bileşik kesrin sembolik temsilinde kullanılan bir diğer temsil de basit kesir sembolik temsilidir. Öğrencilerin 17 tanesi bileşik kesir ile basit kesir sembolik gösterimini karıştırmaktadır ve uygun olmayan bir sembolik temsil kullanmışlardır. Bileşik kesrin sembolik temsili için kullanılan basit kesir sembolik temsil öğrenci örneğine Şekil 41'de yer verilmiştir.



Şekil 41: Bileşik Kesre Yönelik Basit Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği

Bileşik kesrin sembolik temsilinde kullanılan son temsil ise tam sayılı kesir sembolik temsilidir. Ö104 kodlu öğrenci bileşik kesir sembolik temsili ile tam sayılı kesir sembolik gösterimini karıştırmaktadır ve uygun olmayan bir sembolik temsil kullanmıştır. Bileşik kesrin sembolik temsili için kullanılan tam sayılı kesir sembolik temsil öğrenci örneğine Şekil 42'de yer verilmiştir.



Şekil 42: Bileşik Kesre Yönelik Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği

4.2.3. Bileşik Kesrin Sözel Temsillerine İlişkin Bulgular

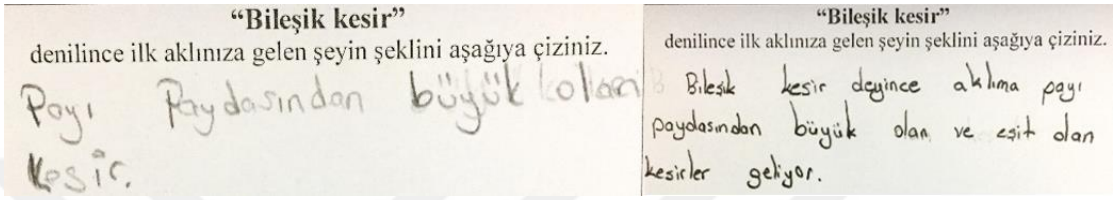
İlkokul 4. sınıf öğrencileri bileşik kesre yönelik toplamda 21 adet sözel temsil kullanmıştır. Kullanılan sözel temsiller içerik analizi sonucunda benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin bileşik kesrin sözel temsillerine yönelik kullanmış olduğu alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 11'de yer verilmiştir.

Tablo 11: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesre Yönelik Kullandığı Sözel Temsiller

Alt Kategoriler		**Frekans**	**Yüzde**
Formal Tanım	Formal bileşik kesir tanımı	10	47,7
	Formal basit kesir tanımı ile karıştırma	2	9,5
Birleşik kelimesi ile ilişkilendirme		4	19
Kesir Okunuşu	Bileşik kesir okunuşu	2	9,5
	Basit kesir okunuşu ile karıştırma	1	4,8
İnformal bileşik kesir tanımı		2	9,5
Toplam		21	100

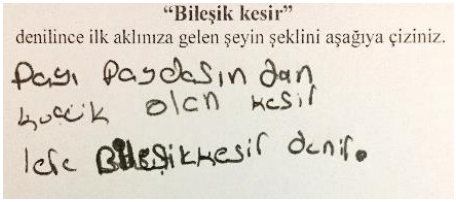
Tablo 11 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit kesre yönelik kullanmış olduğu temsillerin 'Formal Tanım', 'Birleşik Kelimesi İle İlişkilendirme', 'Kesir Okunuşu' ve 'İnformal Bileşik Kesir Tanımı' olarak dört alt kategoriye ayrıldığı

görülmektedir. Öğrencilerin 12 tanesi bileşik kesrin sözel temsilinde formal tanım kullanmıştır. Kullanılan formal tanımlara içinde öğrencilerin iki farklı tanıma yer verdiği görülmektedir. Bu formal tanımlardan birincisi formal bileşik kesir tanımıdır. Öğrencilerin 7 tanesi formal bileşik kesir tanımında 'Payı paydasından büyük olan kesirlere bileşik kesir denir.' ifadesine yer verirken 3 öğrenci 'Payı paydasına eşit veya payı paydasından büyük olan kesirlere bileşik kesir denir.' ifadesine yer vermiştir. Formal bileşik kesir tanımına yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 43'te yer verilmiştir.



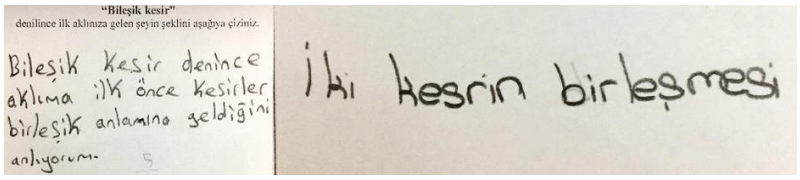
Şekil 43: Formal Bileşik Kesir Tanımları

Bileşik kesre yönelik kullanılan formal kesir tanımlardan diğeri ise formal basit kesir tanımıdır. Öğrencilerin 2 tanesi formal basit kesir tanımında 'Payı paydasından küçük olan kesirlere denir' ifadesine yer vermiştir. Öğrenciler basit kesrin formal tanımını bileşik kesrin formal tanımı yerine kullanmış ve uygun olmayan bir tanımlama yapmıştır. Öğrencilerin bileşik kesrin formal tanımı ile basit kesrin formal tanımını karıştırdığı görülmektedir. Bileşik kesre yönelik öğrencilerin kullanmış olduğu formal basit kesir tanımı örneğine Şekil 44'te yer verilmiştir.



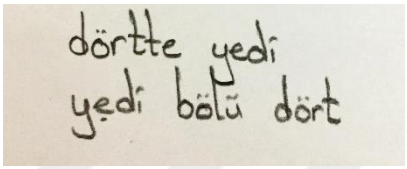
Şekil 44: Bileşik Kesre Yönelik Formal Basit Kesir Tanımı İle Karıştırma Örneği

Bileşik kesre yönelik sözel temsil kullanımlarında öğrencilerin 4 tanesi bileşik kesri birleşik kelimesi ile ilişkilendirmiştir. Öğrencilerin bileşik kesir kavramından yola çıkarak bileşik kelimesini birleşik ve birleşme anlamı ile bağdaştırdığı görülmektedir. Birleşik olma anlamı ile ilişkilendirmeye yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 45'te yer verilmiştir.



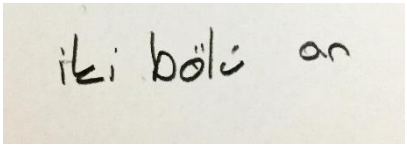
Şekil 45: Birleşik Kelimesi İle İlişkilendirme Sözel Temsili

Öğrencilerin 3 tanesi bileşik kesrin sözel temsilinde kesir okunuşlarına yer vermiştir. Kullanılan kesir okunuşlarından ilki bileşik kesre aittir. Öğrencilerin 2 tanesi sözel temsillerinde bileşik kesrin iki farklı okunuşunu kullanmıştır. Bileşik kesir okunuşuna yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 46'da yer verilmiştir.



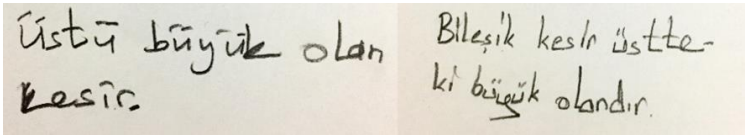
Şekil 46: Bileşik Kesir Okunuşu Örneği

Bileşik kesre yönelik kullanılan kesir okunuşlarından bir diğeri basit kesir okunuşudur. Ö170 kodlu öğrenci kesir okunuşunda 'İki bölü on' ifadesine yer vermiştir. Öğrenci basit kesir okunuşunu bileşik kesir okunuşu yerine kullanmış ve uygun olmayan bir sözel temsil kullanmıştır. Öğrencinin bileşik kesir okunuşu ile basit kesrin okunuşunu karıştırdığı görülmektedir. Bileşik kesre yönelik öğrencinin kullanmış olduğu basit kesir okunuşu örneğine Şekil 47'de yer verilmiştir.



Şekil 47: Bileşik Kesre Yönelik Basit Kesir Okunuşu İle Karıştırma Örneği

Öğrencilerin 2 tanesi bileşik kesrin sözel temsilinde informal bileşik kesir tanımlarına yer vermiştir. Ö239 kodlu öğrencinin yaptığı tanıma bakıldığında bileşik kesri 'Üstü büyük olan kesir' olarak tanımlarken, Ö246 kodlu öğrenci 'Bileşik kesir üstteki büyük olandır' şeklinde tanımlamaktadır. Öğrencilerin pay terimini kullanmadan bu terimi üst olarak ifade ettiği görülmektedir. İnformal bileşik kesir tanımlarına yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 48'de yer verilmiştir.



Şekil 48: İnformal Bileşik Kesir Tanımları

4.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın üçüncü alt problemi 'İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesre Yönelik Kullandıkları Temsiller Nelerdir?' şeklindedir.

Bu alt problem doğrultusunda öğrencilerin tam sayılı kesre yönelik kullandığı temsiller betimsel analiz ile çözümlenmiş ve sözel, sembolik ve görsel temsil kategorileri altında kullanılan temsillerin frekans ve yüzdelerini içeren bulgulara Tablo 12'de yer verilmiştir.

Tablo 12: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesir Temsilleri

Temsil Türü	Frekans	Yüzde
Görsel Temsil	203	50,3
Sembolik Temsil	187	46,5
Sözel Temsil	13	3,2
Toplam	403	100

Tablo 12 incelendiğinde öğrencilerin tam sayılı kesre yönelik toplamda 403 temsil kullandığı görülmektedir. Öğrencilerin tam sayılı kesri temsil etmede en fazla kullandığı temsil türü görsel temsil olurken, ikinci sırada sembolik temsil ve son olarak ise sözel temsil yer almaktadır.

4.3.1. Tam Sayılı Kesrin Görsel Temsillerine İlişkin Bulgular

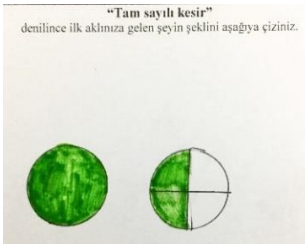
İlkokul 4. Sınıf öğrencileri tam sayılı kesre yönelik toplamda 203 adet görsel temsil kullanılmıştır. Kullanılan bu görsel temsiller içerik analizi süreci sonucunda benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin tam sayılı kesrin görsel temsillerine yönelik kullanmış olduğu alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 13'de yer verilmiştir.

Tablo 13: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesre Yönelik Kullandığı Görsel Temsiller

Alt Kategoriler			
1 – Kesir Modelleri	**Geometrik Şekil Türü**	**Frekans**	**Yüzde**
Alan/Bölge modeli	Daire	74	36,4
	Dikdörtgen	71	35
	Kare	38	18,7
	Üçgen	4	2
Sayı doğrusu modeli		3	1,5
2 – Tam ve Basit Kesir Kısımları İçin Farklı Geometrik Şekil Kullanımı		12	5,9
3 – Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri			
Kitap		1	0,5
Toplam		203	100

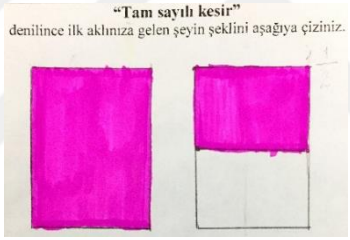
Tablo 13 incelendiğinde ilkokul 4. Sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesre yönelik kullanmış olduğu görsel temsillerin 'Kesir Modelleri', 'Tam ve Basit Kesir Kısımları İçin Farklı Geometrik Şekil Kullanımı' ve 'Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri' olarak üç alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Kullanılan görsel temsillerin kategorilere göre dağılımına bakıldığında kesir modelleri kategorisine yönelik 190 adet temsil, tam ve basit kesir kısımları için farklı geometrik şekil kullanımı kategorisi için 12 adet temsil ve günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisine yönelik 1 adet temsil kullanılmıştır. Öğrencilerin tam sayılı kesre yönelik kullandığı görsel temsillerin %93,6'sı kesir modelleri kategorisine aittir. Kesir modelleri kategorisi altında öğrenciler alan/bölge ve sayı doğrusu modellerin yer verirken, küme modeli kullanılmamıştır. Kesir modelleri içinde öğrencilerin en fazla Alan/Bölge modelini (f=187) tercih ettiği görülmektedir. Alan/Bölge modeli içinde

öğrenciler daire, dikdörtgen, kare ve üçgen olmak üzere dört tür geometrik şekil kullanmışlardır. Geometrik şekiller içinde öğrenciler en fazla daire geometrik şeklini (f=74) tercih etmiştir. Alan/Bölge modelinin daire geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 49'da yer verilmiştir.



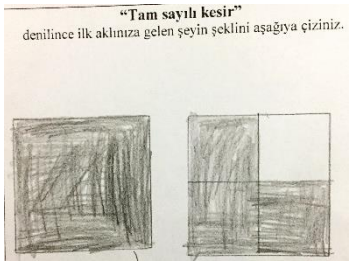
Şekil 49: Tam Sayılı Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Daire Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin kullanmış olduğu dikdörtgen geometrik şekli (f=71) en fazla kullanılan ikinci görsel temsil olmuştur. Alan/Bölge modelinin dikdörtgen geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 50'de yer verilmiştir.



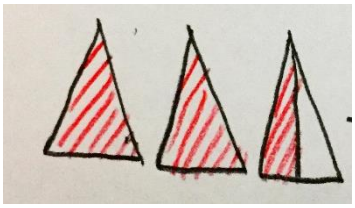
Şekil 50: Tam Sayılı Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Dikdörtgen Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin kullanmış olduğu kare geometrik şekli (f=38) en fazla kullanılan üçüncü görsel temsil olmuştur. Alan/Bölge modelinin kare geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 51'de yer verilmiştir.



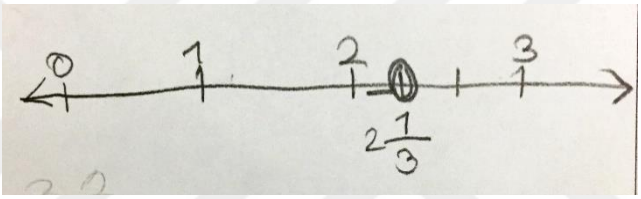
Şekil 51: Tam Sayılı Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Kare Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin en az kullandığı geometrik şeklin ise üçgen (f=4) olduğu görülmektedir. Alan/Bölge modelinin üçgen geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 52'de yer verilmiştir.



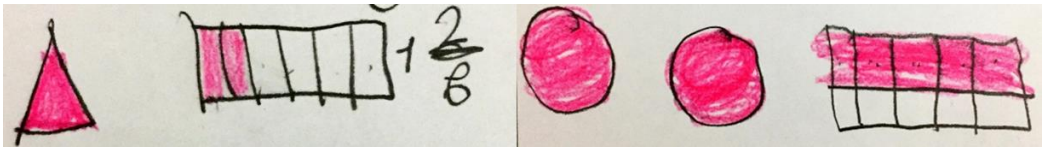
Şekil 52: Tam Sayılı Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Üçgen Geometrik Şekli Örneği

Tam sayılı kesrin görsel temsilinde kullanılan ikinci kesir modeli sayı doğrusu modelidir. Sayı doğrusu modeli 3 öğrenci tarafından kullanılmıştır. Sayı doğrusu modeline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 53'te yer verilmiştir.



Şekil 53: Tam Sayılı Kesre Yönelik Sayı Doğrusu Modeli Örneği

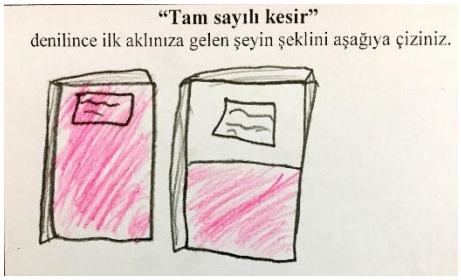
İlkokul 4. Sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesre yönelik kullandığı bir diğer görsel temsil kategorisinde, tam sayılı kesrin tam kısmı için kullandığı geometrik şekli basit kesir kısmı için kullanmadığı ve farklı bir geometrik şekli kullanarak ifade ettiği görülmektedir. Bu şekilde görsel temsil kullanan 12 öğrenci bulunmaktadır. Öğrencilerin kullandığı bu görsel temsiller incelendiğinde, farklı geometrik şekli içeren bütünler kullanıldığı için bütünün eş parçalara ayrılması gerektiği bilgisini kullanamadıkları ve tam kısmı ile basit kesir kısmını birbirinden ayrı olarak düşündükleri görülmektedir. Tam ve basit kesir kısımları için farklı geometrik şekil kullanımına yönelik öğrenci örneklerine Şekil 54'te yer verilmiştir.



Şekil 54: Tam ve Basit Kesir Kısımları İçin Farklı Geometrik Şekil Kullanımı Örnekleri

İlkokul 4. Sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesrin görsel temsiline yönelik kullandığı son temsil kategorisi günlük yaşamdaki nesne şekilleridir. Günlük yaşamdaki nesne

şekilleri kategorisi altında Ö112 kodlu öğrenci kitap şeklinde çizim yaparak görsel temsil kullanmıştır. Kitap şekline yönelik kullanılan görsel temsile ait öğrenci örneğine Şekil 55'te yer verilmiştir.



Şekil 55: Tam Sayılı Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Kitap Şekli Örneği

4.3.2. Tam Sayılı Kesrin Sembolik Temsillerine İlişkin Bulgular

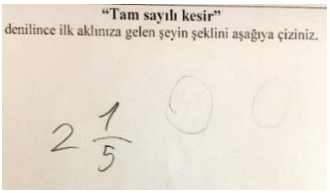
İlkokul 4. sınıf öğrencileri tam sayılı kesre yönelik toplamda 187 adet sembolik temsil kullanmıştır. Kullanılan bu sembolik temsiller içerik analizi süreci sonucunda benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin tam sayılı kesrin sembolik temsillerine yönelik kullanmış olduğu alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 14'te yer verilmiştir.

Tablo 14: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesre Yönelik Kullandığı Sembolik Temsiller

Alt Kategoriler	Frekans	Yüzde
Tam sayılı kesir sembolik temsili	137	73,2
Hatalı tam sayılı kesir sembolik temsili	28	15
Bileşik kesir sembolik temsili ile karıştırma	22	11,8
Toplam	187	100

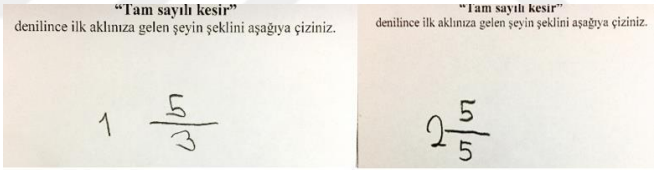
Tablo 14 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesre yönelik kullanmış olduğu sembolik temsillerin 'Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili', 'Hatalı Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili' ve 'Bileşik Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma' olarak üç alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Kullanılan sembolik temsillerin kategorilere göre dağılımına bakıldığında tam sayılı kesir sembolik

temsili kategorisine yönelik 137 adet temsil, hatalı tam sayılı kesir sembolik temsili kategorisine yönelik 28 adet temsil ve bileşik kesir sembolik temsili kategorisine yönelik 22 adet temsil kullanılmıştır. Öğrencilerin tam sayılı kesre yönelik kullandığı sembolik temsillerin %73,2'si tam sayılı kesir sembolik temsili kategorisine aittir. Tam sayılı kesir sembolik temsiline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 56'da yer verilmiştir.



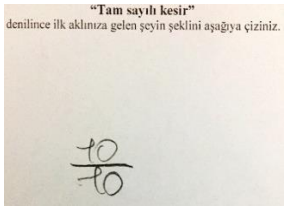
Şekil 56: Tam Sayılı Kesre Yönelik Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili Örneği

Tam sayılı kesrin sembolik temsilinde kullanılan bir diğer temsil de hatalı tam sayılı kesir sembolik temsilidir. Bu temsilde öğrencilerin tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için iki tür bileşik kesir sembolik temsili kullandığı ve hata yaptığı görülmektedir. Bu sembolik temsili kullanan öğrencilerin sayısı 28'dir. Tam sayılı kesrin sembolik temsili için kullanılan hatalı tam sayılı kesir sembolik temsili öğrenci örneklerine Şekil 57'de yer verilmiştir.



Şekil 57: Hatalı Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili Örneği

Tam sayılı kesrin sembolik temsilinde kullanılan son temsil ise bileşik kesir sembolik temsilidir. Öğrencilerin 22 tanesi tam sayılı kesir sembolik temsili ile bileşik kesir sembolik gösterimini karıştırmaktadır ve uygun olmayan bir sembolik temsil kullanmışlardır. Tam sayılı kesrin sembolik temsili için kullanılan bileşik kesir sembolik temsili öğrenci örneğine Şekil 58'de yer verilmiştir.



Şekil 58: Tam Sayılı Kesre Yönelik Bileşik Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği

4.3.3. Tam Sayılı Kesrin Sözel Temsillerine İlişkin Bulgular

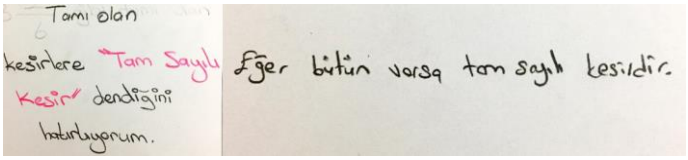
İlkokul 4. sınıf öğrencileri tam sayılı kesre yönelik toplamda 13 adet sözel temsil kullanmıştır. Kullanılan sözel temsiller içerik analizi sonucunda benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin tam sayılı kesrin sözel temsillerine yönelik kullanmış olduğu alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 15'te yer verilmiştir.

Tablo 15: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesre Yönelik Kullandığı Sözel Temsiller

Alt Kategoriler		Frekans	Yüzde
Eksik formal tam sayılı kesir tanımı		5	38,5
İnformal tam sayılı kesir tanımı		3	23
Kesir Okunuşu	Bileşik kesir okunuşu ile karıştırma	2	15,4
	Tam sayılı kesir okunuşu	1	7,7
Formal tam sayılı kesir tanımı		1	7,7
Günlük yaşamla ilişkilendirilmiş tanım		1	7,7
Toplam		13	100

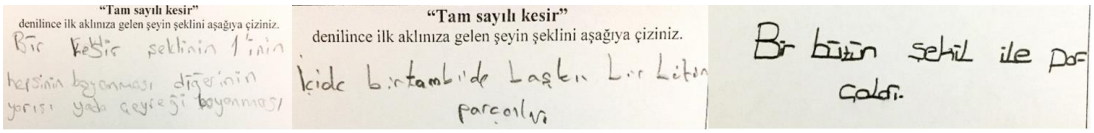
Tablo 15 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesre yönelik kullanmış olduğu temsillerin 'Eksik Formal Tam Sayılı Kesir Tanımı', 'İnformal Tam Sayılı Kesir Tanımı', 'Kesir Okunuşu', 'Formal Tam Sayılı Kesir Tanımı' ve 'Günlük Yaşamla İlişkilendirilmiş Tanım' olarak beş alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Öğrencilerin 5 tanesi tam sayılı kesrin sözel temsilinde eksik formal tanım kullanmıştır. Ö6 kodlu öğrenci tam sayılı kesre yönelik kullandığı sözel temsilde 'Tamı olan kesirlere tam sayılı kesir dendiğini hatırlıyorum' ifadesine yer verirken Ö44 kodlu öğrenci 'Eğer bütün varsa tam sayılı kesirdir' ifasine yer vermiştir. Öğrencilerin kullandığı sözel temsiller incelendiğinde tam sayılı kesri yalnızca tam/bütün kısmı üzerinden açıklamaya çalışmış ve basit kesir kısmına

yönelik bir ifadeye yer vermemiştir. Bu öğrenciler tam sayılı kesre yönelik eksik formal tanımlama yapmışlardır. Eksik formal tanıma yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 59'da yer verilmiştir.



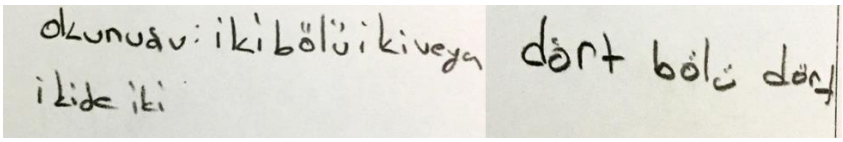
Şekil 59: Eksik Formal Tam Sayılı Kesir Tanımı Örnekleri

Tam sayılı kesre yönelik sözel temsil kullanımlarında öğrencilerin 3 tanesi informal tam sayılı kesir tanımına yer vermiştir. Ö27 kodlu öğrenci 'Bir kesir şeklinin birinin hepsinin boyanması diğerinin yarısı ya da çeyreğinin boyanması' ifadesini kullanmıştır. Öğrencinin ifadesi incelendiğinde tam/bütün kısmını bir şeklin hepsinin boyanması olarak açıklarken basit kesir kısmı için ikinci bir şeklin yarısı ya da çeyreğinin boyanması şeklinde açıklamıştır. Ö45 kodlu öğrenci 'İçinde bir tam bir de başka bir bütün parçaları' ifadesine yer verirken Ö158 kodlu öğrenci 'Bir bütün şekil ile parçaları' ifadesine yer vermiştir. Bu iki öğrencinin ifadeleri incelendiğinde tam/bütün kısmına doğrudan vurgu yaparken basit kesir kısmını bir bütünün veya şeklin parçaları olarak ifade etmiştir. İnformal tam sayılı kesir tanımına yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 60'da yer verilmiştir.



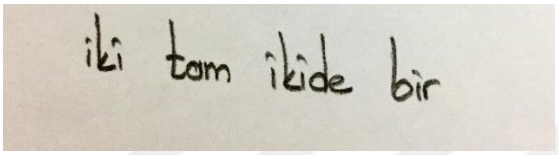
Şekil 60: İnformal Tam Sayılı Kesir Tanımı Örnekleri

Öğrencilerin 3 tanesi tam sayılı kesrin sözel temsilinde kesir okunuşlarına yer vermiştir. Kullanılan kesir okunuşlarından ilki bileşik kesre aittir. Ö38 kodlu öğrenci 'İki bölü iki veya ikide iki' ifadesini kullanırken Ö170 kodlu öğrenci 'Dört bölü dört' ifadesine yer vermiştir. Öğrenciler bileşik kesir okunuşu tam sayılı kesir okunuşu yerine kullanmış ve uygun olmayan bir sözel temsil kullanmıştır. Öğrencilerin tam sayılı kesir okunuşu ile bileşik kesrin okunuşunu karıştırdığı görülmektedir. Tam sayılı kesre yönelik öğrencilerin kullanmış olduğu bileşik kesir okunuşu örneklerine Şekil 61'de yer verilmiştir.



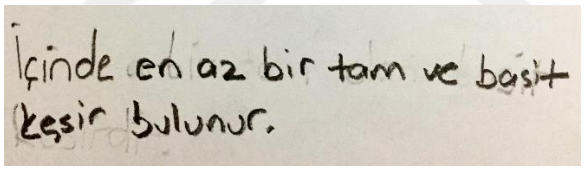
Şekil 61: Tam Sayılı Kesre Yönelik Bileşik Kesir Okunuşu İle Karıştırma Örnekleri

Tam sayılı kesre yönelik kullanılan kesir okunuşlarından bir diğeri tam sayılı kesir okunuşudur. Ö227 kodlu öğrenci kesir okunuşunda 'İki tam ikide bir ifadesine yer vermiştir. Tam sayılı kesir okunuşuna yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 62'de yer verilmiştir.



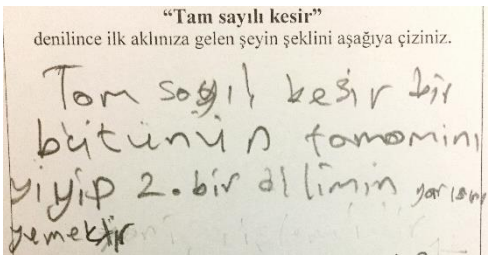
Şekil 62: Tam Sayılı Kesir Okunuşu

Tam sayılı kesre yönelik kullanılan sözel temsillerden bir diğeri formal tam sayılı kesir tanımıdır. Ö17 kodlu öğrenci kullandığı tanımda 'İçinde en az bir tam ve basit kesir bulunur' ifadesine yer vermiştir. Formal tam sayılı kesir tanımına yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 63'te yer verilmiştir.



Şekil 63: Formal Tam Sayılı Kesir Tanımı Örneği

Son olarak tam sayılı kesre yönelik kullanılan sözel temsil ise günlük yaşamla ilişkilendirilmiş tanımdır. Ö99 kodlu öğrenci kullandığı sözel temsilde 'Tam sayılı kesir bütünün tamamını yiyip ikinci bir dilimin yarısını yemektir' ifadesine yer vermiştir. Günlük yaşamla ilişkilendirilmiş tanıma yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 64'te yer verilmiştir.



Şekil 64: Günlük Hayatla İlişkilendirilmiş Tam Sayılı Kesir Tanımı

4.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın dördüncü alt problemi 'İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Birim Kesre Yönelik Kullandıkları Temsiller Nelerdir?' şeklindedir.

Bu alt problem doğrultusunda öğrencilerin birim kesre yönelik kullandığı temsiller betimsel analiz ile çözümlenmiş ve sözel, sembolik ve görsel temsil kategorileri altında kullanılan temsillerin frekans ve yüzdelerini içeren bulgulara Tablo 16'da yer verilmiştir.

Tablo 16: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Birim Kesir Temsilleri

Temsil Türü	Frekans	Yüzde
Görsel Temsil	185	49,9
Sembolik Temsil	166	44,7
Sözel Temsil	20	5,4
Toplam	371	100

Tablo 16 incelendiğinde öğrencilerin birim kesre yönelik toplamda 371 temsil kullandığı görülmektedir. Öğrencilerin birim kesri temsil etmede en fazla kullandığı temsil türü görsel temsil olurken, ikinci sırada sembolik temsil ve son olarak ise sözel temsil yer almaktadır.

4.4.1. Birim Kesrin Görsel Temsillerine İlişkin Bulgular

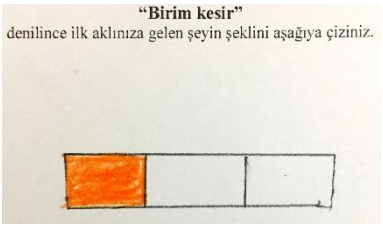
İlkokul 4. sınıf öğrencileri birim kesre yönelik toplamda 185 adet görsel temsil kullanmıştır. Kullanılan bu görsel temsiller içerik analizi süreci sonucunda benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin birim kesrin görsel temsillerine yönelik kullanmış olduğu alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 17'de yer verilmiştir.

Tablo 17: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Birim Kesre Yönelik Kullandığı Görsel Temsiller

Alt Kategoriler			
1 – Kesir Modelleri	**Geometrik Şekil Türü**	**Frekans**	**Yüzde**
Alan/Bölge modeli	Dikdörtgen	102	55,1
	Daire	41	22,2
	Kare	27	14,6
	Üçgen	8	4,4
	Altıgen	1	0,5
Sayı doğrusu modeli		3	1,7
Küme modeli		1	0,5
2 – Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri			
Kalp		1	0,5
Gökkuşağı		1	0,5
Toplam		185	100

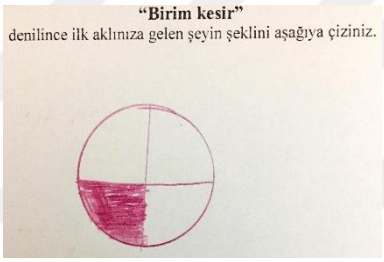
Tablo 17 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin birim kesre yönelik kullanmış olduğu görsel temsillerin ‘Kesir Modelleri’ ve ‘Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri’ olarak iki alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Kullanılan görsel temsillerin kategorilere göre dağılımına bakıldığında kesir modelleri kategorisine yönelik 183 adet temsil kullanılırken gerçek yaşamdaki nesne şekilleri kategorisine yönelik 2 adet temsil kullanılmıştır. Öğrencilerin birim kesre yönelik kullandığı görsel temsillerin %99’u kesir modelleri kategorisine aittir. Kesir modelleri kategorisi altında öğrenciler alan/bölge, sayı doğrusu ve küme modeli olmak üzere üç tür kesir modeline de yer vermiştir. Kesir modelleri içinde öğrencilerin en fazla Alan/Bölge modelini (f=179) tercih ettiği görülmektedir. Alan/Bölge modeli içinde öğrenciler,

dikdörtgen, daire, kare, üçgen ve altıgen olmak üzere beş tür geometrik şekil kullanmışlardır. Geometrik şekiller içinde öğrenciler en fazla dikdörtgen geometrik şeklini (f=102) tercih etmiştir. Alan/Bölge modelinin dikdörtgen geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 65'te yer verilmiştir.



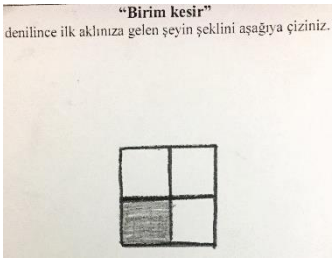
Şekil 65: Birim Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Dikdörtgen Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin kullanmış olduğu daire geometrik şekli (f=41) en fazla kullanılan ikinci görsel temsil olmuştur. Alan/Bölge modelinin daire geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 66'da yer verilmiştir.



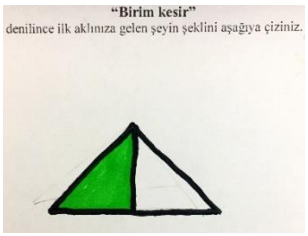
Şekil 66: Birim Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Daire Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin kullanmış olduğu kare geometrik şekli (f=27) en fazla kullanılan üçüncü görsel temsil olmuştur. Alan/Bölge modelinin kare geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 67'de yer verilmiştir.



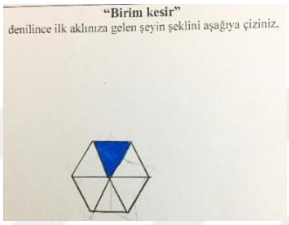
Şekil 67: Birim Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Kare Geometrik Şekli Örneği

Alan/Bölge modelinde öğrencilerin kullanmış olduğu üçgen geometrik şekli (f=8) en fazla kullanılan dördüncü görsel temsil olmuştur. Alan/Bölge modelinin üçgen şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 68'de yer verilmiştir.



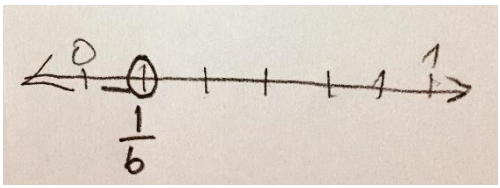
Şekil 68: Birim Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Üçgen Geometrik Şekli Örneği

Alan bölge modelinde en az kullanılan geometrik şeklin ise altıgen (f=1) olduğu görülmektedir. Alan/Bölge modelinin altıgen geometrik şekline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 69'da yer verilmiştir.



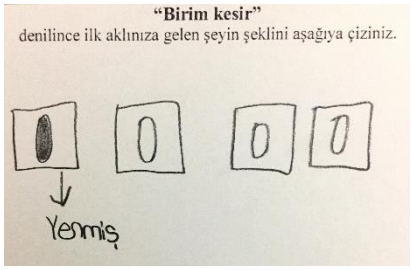
Şekil 69: Birim Kesre Yönelik Alan/Bölge Modeli – Altıgen Geometrik Şekli Örneği

Birim kesrin görsel temsilinde kullanılan bir diğer kesir modeli ise sayı doğrusu modelidir. Sayı doğrusu modeli 3 öğrenci tarafından kullanılmıştır. Sayı doğrusu modeline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 70'te yer verilmiştir.



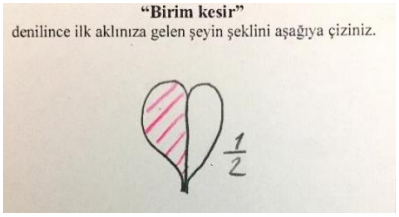
Şekil 70: Birim Kesre Yönelik Sayı Doğrusu Modeli Örneği

Birim kesrin görsel temsili için öğrencilerin en az kullandığı kesir modeli ise küme modelidir. Küme modeli sadece Ö173 kodlu öğrenci tarafından kullanılmıştır. Küme modeline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 71'de yer verilmiştir.



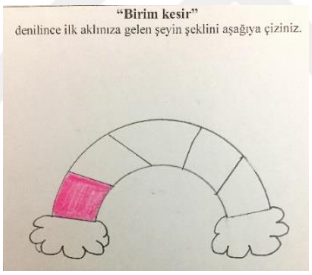
Şekil 71: Birim Kesre Yönelik Küme Modeli Örneği

İlkokul 4. sınıf öğrencileri birim kesrin görsel temsili için kesir modelleri dışında günlük yaşamdaki nesnelerin görsellerine de yer vermiştir. Günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisi altında Ö246 kodlu öğrenci kalp şeklinde çizim yaparak görsel temsil kullanmıştır. Kalp şekline yönelik kullanılan görsel temsile ait öğrenci örneğine Şekil 72'de yer verilmiştir.



Şekil 72: Birim Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Kalp Şekli Örneği

Günlük yaşamdaki nesne şekilleri kategorisi altında birim kesre yönelik kullanıılan temsillerden diğeri ise gökkuşağı şeklidir. Bu görsel temsil Ö111 kodlu öğrenci tarafından kullanılmıştır. Gökkuşağı şekline yönelik kullanılan görsel temsile ait öğrenci örneğine Şekil 73'te yer verilmiştir.



Şekil 73: Birim Kesre Yönelik Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri – Gökkuşağı Şekli Örneği

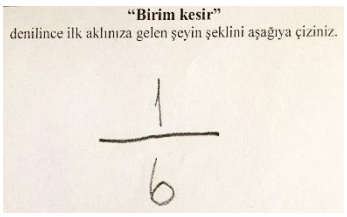
4.4.2. Birim Kesrin Sembolik Temsillerine İlişkin Bulgular

İlkokul 4. sınıf öğrencileri birim kesre yönelik toplamda 166 adet sembolik temsil kullanmıştır. Kullanılan bu sembolik temsiller içerik analizi süreci sonucunda benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin birim kesrin sembolik temsillerine yönelik kullanmış olduğu alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 18'de yer verilmiştir.

Tablo 18: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Birim Kesre Yönelik Kullandığı Sembolik Temsiller

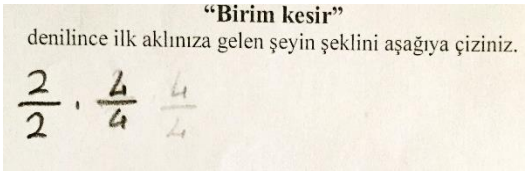
Alt Kategoriler	Frekans	Yüzde
Birim kesir sembolik temsili	129	77,7
Bileşik kesir sembolik temsili ile karıştırma	16	9,7
Basit kesir sembolik temsili ile karıştırma	9	5,4
1 doğal sayısının sembolik temsili	7	4,2
Tam sayılı kesir sembolik temsili ile karıştırma	5	3
Toplam	166	100

Tablo 18 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin birim kesre yönelik kullanmış olduğu sembolik temsillerin 'Birim Kesir Sembolik Temsili', 'Bileşik Kesir Sembolik Temsili', 'Basit Kesir Sembolik Temsili', '1 Doğal Sayısının Sembolik Temsili' ve 'Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili' olarak beş alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Kullanılan sembolik temsillerin kategorilere göre dağılımına bakıldığında birim kesir sembolik temsili kategorisine yönelik 129 adet temsil, bileşik kesir sembolik temsili kategorisine yönelik 16 adet temsil, basit kesir sembolik temsili kategorisine yönelik 9 adet temsil, 1 doğal sayısının sembolik temsili kategorisine yönelik 7 adet temsil ve tam sayılı kesir sembolik temsili kategorisine yönelik 5 adet temsil kullanılmıştır. Öğrencilerin birim kesre yönelik kullandığı sembolik temsillerin %77,7'si birim kesir sembolik temsili kategorisine aittir. Birim kesir sembolik temsiline yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 74'te yer verilmiştir.



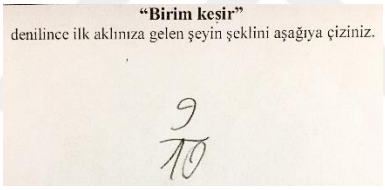
Şekil 74: Birim Kesre Yönelik Birim Kesir Sembolik Temsil Örneği

Birim kesrin sembolik temsilinde kullanılan bir diğer temsil de bileşik kesir sembolik temsilidir. Öğrencilerin 16 tanesi birim kesir ile bileşik kesir sembolik gösterimini karıştırmaktadır ve uygun olmayan bir sembolik temsil kullanmışlardır. Birim kesrin sembolik temsili için kullanılan bileşik kesir sembolik temsili öğrenci örneğine Şekil 75'te yer verilmiştir.



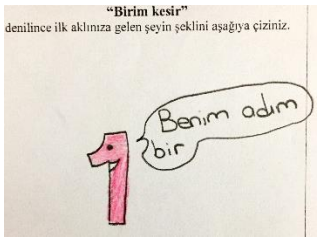
Şekil 75: Birim Kesre Yönelik Bileşik Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği

Birim kesrin sembolik temsilinde kullanılan üçüncü temsil basit kesir sembolik temsilidir. Öğrencilerin 9 tanesi birim kesir ile basit kesir sembolik gösterimini karıştırmaktadır ve uygun olmayan bir sembolik temsil kullanmışlardır. Birim kesrin sembolik temsili için kullanılan basit kesir sembolik temsili öğrenci örneğine Şekil 76'da yer verilmiştir.



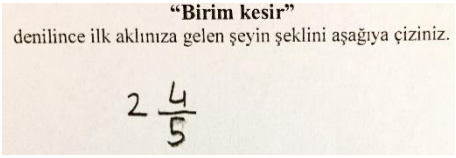
Şekil 76: Birim Kesre Yönelik Basit Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği

Birim kesrin sembolik temsilinde kullanılan dördüncü temsil 1 doğal sayısının sembolik temsilidir. Öğrencilerin 7 tanesi birim kesre yönelik sembolik temsilinde 1 doğal sayısına yer vermişler ve birim kesri temsil etmede uygun olmayan bir sembolik temsil kullanmışlardır. Birim kesrin sembolik temsili için kullanılan 1 doğal sayısının sembolik temsili öğrenci örneğine Şekil 77'de yer verilmiştir.



Şekil 77: Birim Kesre Yönelik 1 Doğal Sayısının Sembolik Temsili Örneği

Birim kesrin sembolik temsilinde kullanılan son temsil ise tam sayılı kesir sembolik temsilidir. Öğrencilerin 5 tanesi birim kesir sembolik temsili ile tam sayılı kesir sembolik temsilini karıştırmaktadır ve uygun olmayan bir sembolik temsil kullanmışlardır. Birim kesrin sembolik temsili için kullanılan tam sayılı kesir sembolik temsili için öğrenci örneğine Şekil 78'de yer verilmiştir.



Şekil 78: Birim Kesre Yönelik Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili İle Karıştırma Örneği

4.4.3. Birim Kesrin Sözel Temsillerine İlişkin Bulgular

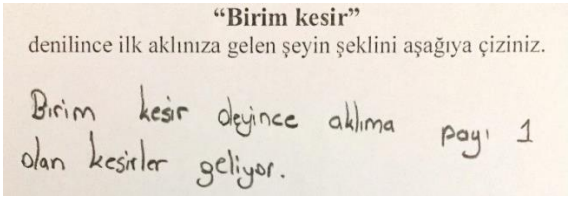
İlkokul 4. sınıf öğrencileri birim kesre yönelik toplamda 20 adet sözel temsil kullanmıştır. Kullanılan sözel temsiller içerik analizi süreci sonucundan benzerliklerine göre kodlanarak alt kategorilere ayrılmıştır. Öğrencilerin birim kesrin sözel temsillerine yönelik kullanmış olduğu alt kategorileri içeren bulgulara Tablo 19'da yer verilmiştir.

Tablo 19: Birim Kesre Yönelik Tam Sayılı Kesir Sembolik Temsili Örneği

Alt Kategoriler		**Frekans**	**Yüzde**
Formal Tanım	Formal birim kesir tanımı	12	60
	Formal bileşik kesir tanımı ile karıştırma	1	5
Günlük yaşamla ilişkilendirilmiş tanım		3	15
Birim kesir okunuşu		2	10
İnformal birim kesir tanımı		2	10
Toplam		20	100

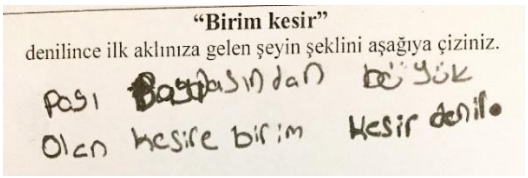
Tablo 19 incelendiğinde ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin birim kesre yönelik kullanmış olduğu temsillerin 'Formal Tanım', 'Günlük Yaşamla İlişkilendirilmiş Tanım',

‘Birim Kesir Okunuşu’ ve ‘İnformal Birim Kesir Tanımı’ olarak dört alt kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Öğrencilerin 13 tanesi birim kesrin sözel temsilinde formal tanım kullanmıştır. Kullanılan formal tanımlar içinde öğrencilerin iki farklı tanıma yer verdiği görülmektedir. Bu tanımlardan birincisi formal birim kesir tanımıdır. Öğrencilerin 12 tanesi formal birim kesir tanımında ‘Payı 1 olan kesirler, birim kesirlerdir.’ ifadesine yer vermiştir. Formal birim kesir tanımına yönelik kullanılan öğrenci örneğine Şekil 79’da yer verilmiştir.



Şekil 79: Formal Birim Kesir Tanımı Örneği

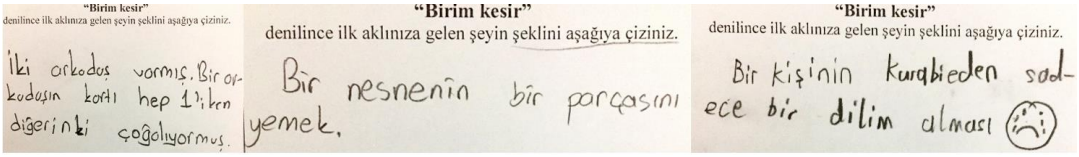
Birim kesre yönelik kullanılan formal kesir tanımlardan diğeri ise formal bileşik kesir tanımıdır. Ö41 kodlu öğrenci kullandığı tanımda ‘Payı paydasından büyük olan kesire birim kesir denir’ ifadesine yer vermiştir. Öğrenci bileşik kesrin formal tanımını birim kesrin formal tanımı yerine kullanmış ve uygun olmayan bir tanımlama yapmıştır. Öğrencinin birim kesrin formal tanımı ile bileşik kesrin formal tanımını karıştırdığı görülmektedir. Birim kesre yönelik öğrenin kullanmış olduğu formal bileşik kesir tanımı örneğine Şekil 80’de yer verilmiştir.



Şekil 80: Birim Kesre Yönelik Formal Bileşik Kesir Tanımı İle Karıştırma Örneği

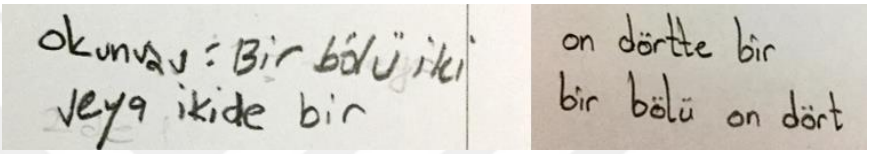
Öğrencilerin 3 tanesi birim kesrin sözel temsilinde günlük hayatla ilişkilendirilmiş tanımlara yer vermiştir. Ö30 kodlu öğrenci yaptığı tanımda ‘İki arkadaş varmış. Bir arkadaşın kartı hep 1 iken diğerininki çoğalıyormuş’ ifadesini kullanmıştır. Öğrenci birim kesirdeki pay ve payda kavramlarının durumunu iki arkadaşın sahip olduğu kartlar üzerinden açıklamıştır. Ö107 kodlu öğrenci yaptığı tanımda ‘Bir nesnenin bir parçasını yemek’ şeklinde ifade ederken, Ö114 kodlu öğrenci ‘Bir kişinin kurabiyeden sadece bir dilim alması’ şeklinde ifade etmiştir. Bu iki öğrenci birim kesirdeki pay ve payda kavramlarının durumunu bir nesnenin ve kurabiyenin bir

parçasını/dilimini yeme üzerinden açıklamıştır. Günlük hayatla ilişkilendirilmiş tanımlara yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 81'de yer verilmiştir.



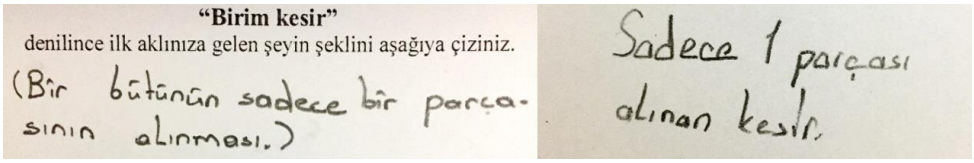
Şekil 81: Günlük Yaşamla İlişkilendirilmiş Birim Kesir Tanımı Örnekleri

Öğrencilerin 2 tanesi birim kesrin sözel temsilinde birim kesir okunuşu yer vermiştir. Ö38 kodlu öğrenci 'Bir bölü iki veya ikide bir' ifadesini kullanırken Ö227 kodlu öğrenci 'On dörtte bir veya bir bölü on dört' ifadesine yer vermiştir. Birim kesir okunuşuna yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 82'de yer verilmiştir.



Şekil 82: Birim Kesir Okunuşu Örnekleri

Son olarak birim kesre yönelik kullanılan sözel temsil ise informal birim kesir tanımıdır. Ö232 kodlu öğrenci kullandığı tanımda 'Bir bütünün sadece bir parçasının alınması' ifadesine yer verirken Ö246 kodlu öğrenci 'Sadece bir parçası alınan kesir' ifadesine yer vermiştir. Öğrencilerin birim kesirdeki pay ve payda kavramlarının durumunu parça-bütün ilişkisi üzerinden açıkladığı görülmektedir. İnformal birim kesir tanımlarına yönelik kullanılan öğrenci örneklerine Şekil 83'te yer verilmiştir.



Şekil 83: İnformal Birim Kesir Tanımı Örnekleri

4.5. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın beşinci alt problemi 'İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesirdeki Modelleme Performansları Nasıldır?' şeklindedir.

Bu alt problemde öğrencilerden beklenen performans durumu ilk olarak basit kesre uygun sembolik temsil kullanması ve ikinci aşamada kullanılan basit kesir sembolik

temsilini doğru şekilde modelleyebilmesidir. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit kesirdeki modelleme performansına ilişkin bulgulara Tablo 20'de yer verilmiştir.

Tablo 20: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Basit Kesirdeki Performans Durumları

Sembolik Temsil Kullanımı	Modelleme Kullanımı	Frekans	Yüzde
1 - Sembolik Temsil Doğru	A - Modelleme Doğru	179	71,9
	B - Modelleme Yanlış	28	11,2
	C - Modelleme Yok	3	1,2
2 - Sembolik Temsil Yanlış	A - Modelleme Doğru	15	6
	B – Modelleme Yanlış	9	3,6
	C - Modelleme Yok	3	1,2
3 - Sembolik Temsil Yok	A - Modelleme Doğru	10	4
	B – Modelleme Yanlış	2	0,8
Toplam		249	100

Tablo 20 incelendiğinde öğrencilerin modelleme performansları sembolik temsil kullanımlarına göre üç kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Öğrencilerin sembolik temsil kullanımındaki performans durumu doğrultusunda modelleme kullanımları da alt kategorilere ayrılmaktadır. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin %71,9'u sembolik temsille belirtmiş olduğu basit kesri doğru şekilde modelleyebilmektedir. 1b kategorisindeki öğrenciler (%11,2) basit kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen belirtmiş olduğu basit kesre uygun modelleme yapamamaktadır. 1c kategorisindeki öğrenciler (%1,2) basit kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen herhangi bir modellemeye yer vermemişlerdir. 2a kategorisindeki öğrenciler (%6) basit kesre uygun sembolik temsil kullanmamasına rağmen yapmış olduğu modelleme basit kesre karşılık gelmektedir. 2b kategorisindeki öğrenciler (%3,6) basit kesre uygun sembolik temsil kullanmamış ve dolayısıyla yanlış modelleme yapmışlardır. 2c kategorisindeki öğrenciler (%1,2)

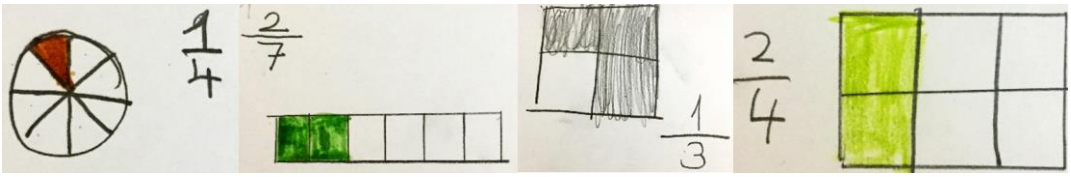
basit kesre uygun sembolik temsil kullanmamış ve herhangi bir modellemeye yer vermemişlerdir. 3a kategorisindeki öğrenciler (%4) basit kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan basit kesir modellemesine yer vermişlerdir. 3b kategorisindeki öğrenciler (%0,8) basit kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan basit kesre uygun olmayan modellemelere yer vermişlerdir. Öğrencilerin basit kesirdeki performans durumları bütüncül olarak incelendiğinde öğrencilerin %84,3'ü basit kesre uygun sembolik temsil kullanırken belirtilen sembolik temsile uygun modelleme kullanımında öğrencilerin başarısı 71,9'a düşmektedir. Basit kesre yönelik hatalı yanıt veren öğrencilerin performans durumları oluşturulan kategoriler altında ayrıntılı olarak incelenmiştir. 1b kategorisindeki öğrencilerin performans durumlarına ilişkin ayrıntılı bulgulara Tablo 21'de yer verilmiştir.

Tablo 21: Basit Kesirdeki Performans Durumları – 1b Kategorisi

Hata Türü	Öğrenciler	Frekans
H1 – Bütünü oluşturan eş parça sayısını yanlış belirleme	Ö41, Ö68, Ö72, Ö98, Ö122, Ö149, Ö171, Ö184, Ö186, Ö192, Ö195, Ö220	12
H2 - Bütünü eş parçalara ayıramama	Ö19, Ö69, Ö114, Ö123, Ö139, Ö169, Ö172	7
H3 - Basit kesrin modellemesinde birden fazla bütüne ihtiyaç duyma	Ö15, Ö30, Ö152, Ö153, Ö212, Ö247	6
H4 – Bütünü oluşturan eş parçaların tamamını tarama	Ö7, Ö25, Ö191	3
Toplam		28

Tablo 21 incelendiğinde 1b kategorisi altındaki öğrencilerin basit kesre uygun sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında 4 tür hata yaptığı görülmektedir. 1b kategorisi altındaki birinci hata türünde öğrencilerin 15 tanesi belirtmiş olduğu basit kesrin paydasından farklı bir payda ayırma işlemi yaparak

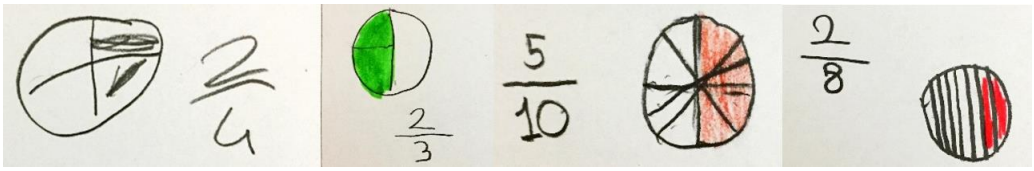
hatalı modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 84'te yer verilmiştir.



Şekil 84: Basit Kesrin 1b Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

Şekil 84'deki ilk görselde Ö41 kodlu öğrenci $\frac{1}{4}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında hata yapmış ve basit kesrin paydasında belirtmiş olduğu sayıdan fazla şekilde bütünü eş parçalara ayırmıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{1}{8}$ basit kesrine karşılık gelmektedir. Paydada belirtilen sayıdan fazla bütünü eş parçalara ayırma hatasını yapan 3 öğrenci (Ö41, Ö98, Ö192 kodlu öğrenciler) bulunmaktadır. İkinci görsele bakıldığında Ö184 kodlu öğrenci $\frac{2}{7}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında hata yapmış ve basit kesrin paydasında belirtmiş olduğu sayıdan az şekilde bütünü eş parçalara ayırmıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{2}{6}$ basit kesrine karşılık gelmektedir. Paydada belirtilen sayıdan az şekilde bütünü eş parçalara ayırma hatasını yapan 3 öğrenci (Ö72, Ö171, Ö184 kodlu öğrenciler) bulunmaktadır. Üçüncü görsele bakıldığında Ö68 kodlu öğrenci $\frac{1}{3}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında hata yapmış ve basit kesrin pay ve paydasındaki sayıların toplamı kadar bütünü eş parçalara ayırıp paydadaki sayı kadar bütünü taramıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{1}{4}$ basit kesrine karşılık gelmektedir. Pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar bütünü eş parçaya ayırıp paydadaki sayı kadar bütünü tarama hatasını yapan 1 öğrenci (Ö68 kodlu öğrenci) bulunmaktadır. Dördüncü görsele bakıldığında Ö220 kodlu öğrenci $\frac{2}{4}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında hata yapmış ve basit kesrin pay ve paydasındaki sayıların toplamı kadar bütünü eş parçalara ayırıp paydaki sayı kadar bütünü taramıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{2}{6}$ basit kesrine karşılık gelmektedir. Pay ve paydadaki sayıların toplamı kadar bütünü eş parçalara ayırıp paydaki sayı kadar bütünü tarama hatasını yapan 5 öğrenci (Ö122, Ö149, Ö186, Ö195, Ö220 kodlu öğrenciler) bulunmaktadır.

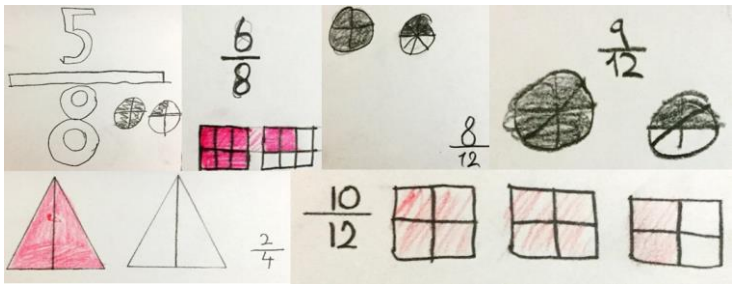
1b kategorisi altındaki ikinci hata türünde öğrencilerin 7 tanesi belirtmiş olduğu basit kesrin modellemesi sırasında bütünü eş parçalara ayıramadıkları için hatalı modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 85'te yer verilmiştir.



Şekil 85: Basit Kesrin 1b Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

Şekil 85'te yer alan örnekler incelendiğinde öğrencilerin basit kesre ait uygun sembolik temsil kullanmasına rağmen modellemede kullanılan daire geometrik şekli üzerinde bütünü paydada yer alan sayı kadar eş parçalara ayıramadığı için hatalı modelleme yaptığı görülmektedir. Bütünü eş parçalara ayıramama hatasını yapan 7 öğrencinin de modellemede kullandığı geometrik şekil dairedir.

1b kategorisi altındaki üçüncü hata türünde öğrencilerin 6 tanesi belirtmiş olduğu basit kesrin modellemesi sırasından paydada belirtmiş olduğu sayı kadar tek bir bütünü eş parçalara ayırmak yerine birden fazla şekil kullanarak bütünü parçalara ayırdığından dolayı hatalı modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 86'da yer verilmiştir.



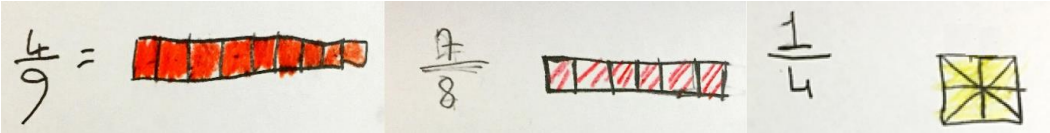
Şekil 86: Basit Kesrin 1b Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

Şekil 86'daki ilk görselde Ö14 kodlu öğrenci $\frac{5}{8}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında tek bir şekil üzerinde bütünü 8 eş parçaya ayırmak yerine iki bütün çizerek 4 eş parçaya ayırmış ve paydaki sayıyı temsilen ilk bütünün tamamını, ikinci bütünün ise 1 parçasını taramıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{5}{4}$ bileşik kesrine veya $1\frac{1}{4}$ tam sayılı kesrine karşılık gelmektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö30 kodlu öğrenci $\frac{6}{8}$ basit kesrine ait sembolik temsil

kullanmasına rağmen modelleme sırasında tek bir şekil üzerinde bütünü 8 eş parçaya ayırmak yerine iki bütün çizerek paydaki sayı kadar yani 6 eş parçaya ayırmış ve paydadaki sayıyı temsilen ilk bütünün tamamını, ikinci bütünün ise 2 parçasını taramıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{8}{6}$ bileşik kesre veya $1\frac{2}{6}$ tam sayılı kesre karşılık gelmektedir. Üçüncü görsele bakıldığında Ö152 kodlu öğrenci $\frac{8}{12}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında tek bir şekil üzerinde bütünü 12 eş parçaya ayırmak yerine iki farklı bütün çizerek ilk bütünü 4 eş parçaya ayırıp tamamını, ikinci bütünü ise 8 eş parçaya ayırarak 4 parçasını taramıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme herhangi bir kesre karşılık gelmemektedir çünkü öğrencinin çizmiş olduğu bütünler farklı eş parçalara ayrılmış ve bakıldığında iki bütünün ayrıldığı parçaların sayısı toplamı paydada belirtilen 12 sayısına denk gelmektedir. Dördüncü görsele bakıldığında Ö153 kodlu öğrenci $\frac{9}{12}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modellemede sırasında tek bir şekil üzerinde bütünü 12 eş parçaya ayırmak yerine iki bütün çizerek 6 eş parçaya ayırmış paydaki sayıyı temsilen ilk bütünün tamamını, ikinci bütünün ise 3 parçasını taramıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{9}{6}$ bileşik kesrine veya $1\frac{3}{6}$ tam sayılı kesrine karşılık gelmektedir. Beşinci görsele bakıldığında Ö212 kodlu öğrenci $\frac{2}{4}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında tek bir şekil üzerinde bütünü 4 eş parçaya ayırmak yerine iki bütün çizerek paydaki sayı kadar yani 2 eş parçaya ayırmış ve paydaki sayıyı temsilen ilk bütünün tamamını tararken ikinci bütünde herhangi bir tarama yapmamıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme herhangi bir kesre karşılık gelmemektedir çünkü öğrencinin çizmiş olduğu ikinci bütünde herhangi bir tarama yapılmamıştır. Altıncı görsele bakıldığında Ö247 kodlu öğrenci $\frac{10}{12}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında tek şekil üzerinde bütünü 12 eş parçaya ayırmak yerine üç bütün çizerek 4 eş parçaya ayırmış ve paydaki sayıyı temsilen ilk iki bütünün tamamını, üçüncü bütünün ise 2 parçasını taramıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{10}{4}$ bileşik kesrine veya $2\frac{2}{4}$ tam sayılı kesrine karşılık gelmektedir.

1b kategorisi altındaki dördüncü hata türünde öğrencilerin 3 tanesi basit kesre uygun sembolik temsil kullanmasına rağmen belirtmiş olduğu sembolik temsil ile ilişkisi bulunmayan payı paydasına eşit olan bileşik kesir modellemelerine yer

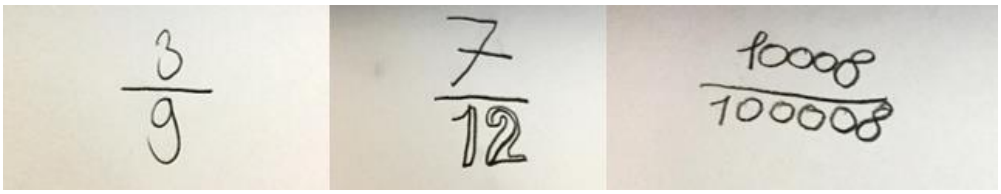
verdiklerinden dolayı hatalı modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 87'de yer verilmiştir.



Şekil 87: Basit Kesrin 1b Kategorisindeki Dördüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

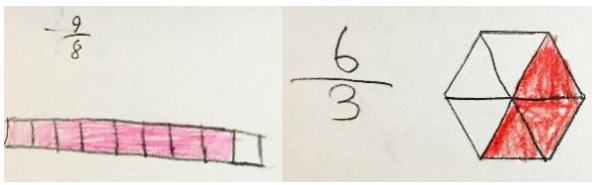
Şekil 87'deki ilk görselde Ö7 kodlu öğrenci $\frac{4}{9}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen kullandığı model $\frac{9}{9}$ bileşik kesrine karşılık gelmektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö25 kodlu öğrenci $\frac{7}{8}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen kullandığı model $\frac{6}{6}$ bileşik kesrine karşılık gelmektedir. Üçüncü görsele bakıldığında Ö191 kodlu öğrenci $\frac{1}{4}$ basit kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen kullandığı model $\frac{8}{8}$ bileşik kesrine karşılık gelmektedir.

1c kategorisindeki 3 öğrencinin cevapları incelendiğinde basit kesre ait sembolik temsil kullandıkları fakat belirtmiş oldukları basit kesre uygun modellemeye yer vermedikleri görülmektedir. Bu kategori altındaki öğrenci örneklerine Şekil 88'de yer verilmiştir.



Şekil 88: Basit Kesrin 1c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

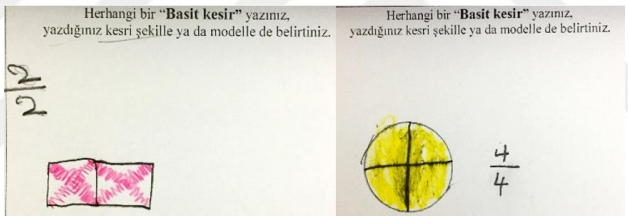
2a kategorisindeki 15 öğrencinin cevapları incelendiğinde basit kesir sembolik temsili için bileşik kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen yapmış olduğu modellemeler basit kesir modellemesine karşılık gelmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 89'da yer verilmiştir.



Şekil 89: Basit Kesrin 2a Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

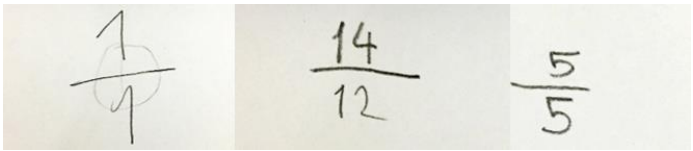
Şekil 89'daki ilk görselde Ö91 kodlu öğrenci basit kesir sembolik temsili için $\frac{9}{8}$ bileşik kesrine ait sembolik temsilini kullanmasına rağmen yapmış olduğu modelleme $\frac{8}{9}$ basit kesrine karşılık gelmektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö181 kodlu öğrenci basit kesir sembolik temsili için $\frac{6}{3}$ bileşik kesrine ait sembolik temsilini kullanmasına rağmen yapmış olduğu modelleme $\frac{3}{6}$ basit kesrine karşılık gelmektedir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde pay ve payda kavramlarını karıştırdıkları görülmektedir. Bundan dolayı öğrenciler basit kesre yönelik kullanmış oldukları sembolik temsil bileşik kesre ait olmasına rağmen basit kesir modellemesi yapmaktadırlar.

2b kategorisindeki 9 öğrencinin cevapları incelendiğinde basit kesir için doğrudan bileşik kesir sembolik temsili kullandığı ve belirtmiş olduğu bileşik kesri modellediğinden dolayı hatalı yanıt vermiştir. Öğrencilerin basit kesir ile bileşik kesri karıştırdığı görülmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 90'da yer verilmiştir.



Şekil 90: Basit Kesrin 2b Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

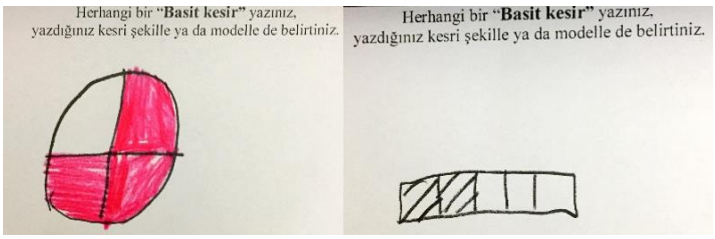
2c kategorisindeki 3 öğrencinin cevapları incelendiğinde basit kesrin sembolik temsili için bileşik kesir sembolik temsili kullandıkları ve modellemeye yer vermediği görülmektedir. Bu kategori altındaki öğrenci örneklerine Şekil 91'de yer verilmiştir.



Şekil 91: Basit Kesrin 2c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

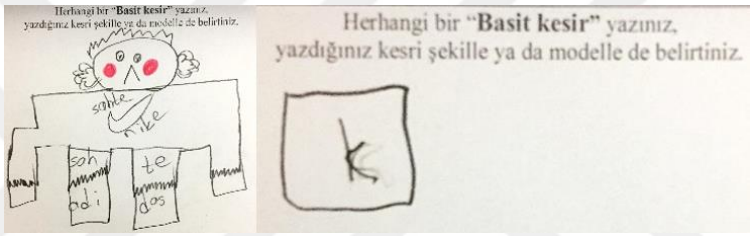
3a kategorisindeki 10 öğrencinin cevapları incelendiğinde basit kesre uygun sembolik temsil kullanmadan basit kesir modellemesine yer verdiğinden dolayı hatalı yanıt vermişlerdir. Öğrencilerden beklenen performans durumu, ilk olarak basit kesre yönelik sembolik temsil kullanması ve ikinci aşamada belirtmiş olduğu basit kesri modellemesi olduğundan dolayı doğrudan basit kesir modellemesi yapması istenen

performans durumunu yansıtmamaktadır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 92'de yer verilmiştir.



Şekil 92: Basit Kesrin 3a Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

3b kategorisindeki 2 öğrencinin cevapları incelendiğinde basit kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan rastgele çizim yapmıştır. Öğrencilerin çizimlerine bakıldığında matematiksel açıdan basit kesir ile anlamlı bir ilişkinin bulunmadığı görülmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 93'te yer verilmiştir.



Şekil 93: Basit Kesrin 3b Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

4.6. Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın altıncı alt problemi 'İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesirdeki Modelleme Performansları Nasıldır?' şeklindedir.

Bu alt problemde öğrencilerden beklenen performans durumu ilk olarak bileşik kesre uygun sembolik temsil kullanması ve ikinci aşamada kullanılan bileşik kesir sembolik temsilini doğru şekilde modelleyebilmesidir. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bileşik kesirdeki modelleme performansına ilişkin bulgulara Tablo 22'de yer verilmiştir.

Tablo 22: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Bileşik Kesirdeki Performans Durumları

Sembolik Temsil Kullanımı	Modelleme Kullanımı	Frekans	Yüzde
1 - Sembolik Temsil Doğru	A - Modelleme Doğru	128	51,4

	B - Modelleme Yanlış	61	24,5
	C - Modelleme Yok	13	5,2
2 - Sembolik Temsil Yanlış	A - Modelleme Yanlış	23	9,2
	B – Modelleme Doğru	5	2
	C - Modelleme Yok	3	1,2
3 - Sembolik Temsil Yok	A - Modelleme Yok	11	4,4
	B – Modelleme Doğru	3	1,2
	C – Modelleme Yanlış	2	0,8
Toplam		249	100

Tablo 22 incelendiğinde öğrencilerin modelleme performansları sembolik temsil kullanımlarına göre üç kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Öğrencilerin sembolik temsil kullanımındaki performans durumu doğrultusunda modelleme kullanımları da alt kategorilere ayrılmaktadır. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin %51,4'ü sembolik temsille belirtmiş olduğu bileşik kesri doğru şekilde modelleyebilmektedir. 1b kategorisindeki öğrenciler (%24,5) bileşik kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen belirtmiş olduğu bileşik kesre uygun modelleme yapamamaktadır. 1c kategorisindeki öğrenciler (%5,2) bileşik kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen herhangi bir modellemeye yer vermemişlerdir. 2a kategorisindeki öğrenciler (%9,2) bileşik kesre uygun sembolik temsil kullanmamış ve dolayısıyla yanlış modelleme yapmışlardır. 2b kategorisindeki öğrenciler (%2) bileşik kesre uygun sembolik temsil kullanmamasına rağmen yapmış olduğu modelleme bileşik kesre karşılık gelmektedir. 2c kategorisindeki öğrenciler (%1,2) bileşik kesre uygun sembolik temsil kullanmamış ve herhangi bir modellemeye yer vermemişlerdir. 3a kategorisindeki öğrenciler (%4,4) bileşik kesre yönelik sembolik temsil ve modelleme kullanmamış, soruyu boş/cevapsız bırakmışlardır. 3b kategorisindeki öğrenciler (%1,2) bileşik kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan bileşik kesir modellemesine yer vermişlerdir. 3c kategorisindeki

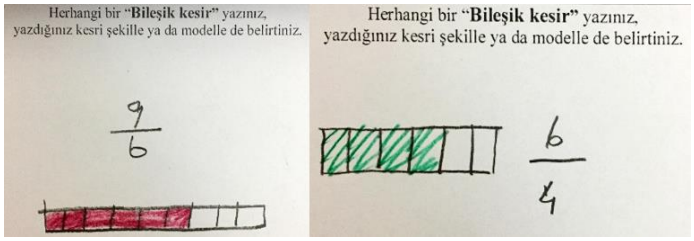
öğrenciler (%0,8) bileşik kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan bileşik kesre uygun olmayan modellemelere yer vermişlerdir. Öğrencilerin bileşik kesirdeki performans durumları bütüncül olarak incelendiğinde öğrencilerin %81,1'i bileşik kesre uygun sembolik temsil kullanırken belirtilen sembolik temsile uygun modelleme kullanımında öğrencilerin başarısı %51,4'e düşmektedir. Bileşik kesre yönelik hatalı yanıt veren öğrencilerin performans durumları oluşturulan kategoriler altında ayrıntılı olarak incelenmiştir. 1b kategorisindeki öğrencilerin performans durumlarına ilişkin ayrıntılı bulgulara Tablo 23'te yer verilmiştir.

Tablo 23: Bileşik Kesirdeki Performans Durumları – 1b Kategorisi

Hata Türü	Öğrenciler	Frekans
H1 – Pay ile paydayı karıştırma	Ö27, Ö30, Ö41, Ö47, Ö50, Ö51, Ö61, Ö62, Ö64, Ö65, Ö68, Ö73, Ö85, Ö87, Ö98, Ö122, Ö133, Ö134, Ö135, Ö136, Ö144, Ö151, Ö156, Ö157, Ö161, Ö171, Ö172, Ö176, Ö180, Ö181, Ö182, Ö187, Ö189, Ö192, Ö216, Ö219, Ö233, Ö239, Ö242, Ö243	40
H2 – Sembolik temsilden bağımsız bileşik kesir modellemesi yapma	Ö10, Ö42, Ö58, Ö63, Ö69, Ö153, Ö198, Ö202 Ö234, Ö247	10
H3 – Bütünleri farklı eş parçalara bölme	Ö7, Ö52 Ö70, Ö92, Ö94, Ö101, Ö148, Ö152, Ö185	9
H4 – Bütünü eş parçalara ayıramama	Ö20, Ö99	2
Toplam		61

Tablo 23 incelendiğinde 1b kategorisi altındaki öğrencilerin bileşik kesre uygun sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında 4 tür hata yaptığı görülmektedir. 1b kategorisi altındaki birinci hata türünde öğrencilerin 40 tanesi

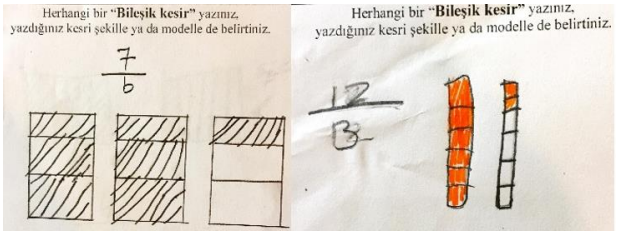
bileşik kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen pay ve paydayı karıştırdıklarından dolayı basit kesir modellemesi kullanarak hatalı modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 94'te yer verilmiştir.



Şekil 94: Bileşik Kesrin 1b Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

Şekil 94'teki ilk görselde Ö151 kodlu öğrenci $\frac{9}{6}$ bileşik kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında pay kısmı için belirtmiş olduğu sayı kadar bütünü eş parçalara ayırmış ve payda kısmı için belirtmiş olduğu sayı kadar bütünü taramıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{6}{9}$ basit kesrine karşılık gelmektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö182 kodlu öğrenci $\frac{6}{4}$ bileşik kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında pay kısmı için belirtmiş olduğu sayı kadar bütünü eş parçalara ayırmış ve payda kısmı için belirtmiş olduğu sayı kadar bütünü taramıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{4}{6}$ basit kesrine karşılık gelmektedir. Bu hata türünde öğrencilerin pay ve payda kavramlarını modellemeye aktarırken karıştırdığı ve bundan dolayı basit kesir modellemesi yaptığı görülmektedir.

1b kategorisi altındaki ikinci hata türünde öğrencilerin 10 tanesi bileşik kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen modelleme sırasında, belirtmiş olduğu bileşik kesirden bağımsız bir bileşik kesir modellemesine yer verdiği için hatalı yanıt vermiştir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 95'te yer verilmiştir.

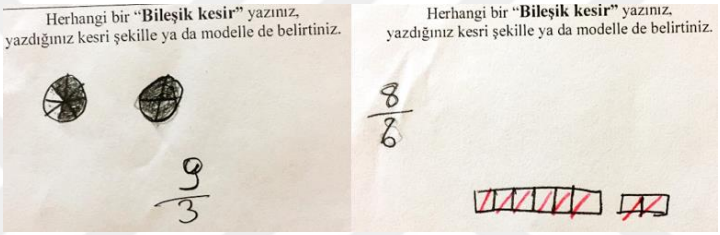


Şekil 95: Bileşik Kesrin 1b Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

Şekil 95'teki ilk görselde Ö58 kodlu öğrenci $\frac{7}{6}$ bileşik kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modellemede, belirtmiş olduğu bileşik kesirden bağımsız bir

modele yer vermiştir. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{7}{3}$ bileşik kesrine karşılık gelmektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö198 kodlu öğrenci $\frac{12}{3}$ bileşik kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modellemede, belirtmiş olduğu bileşik kesirden bağımsız bir modele yer vermiştir. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{8}{6}$ bileşik kesrine karşılık gelmektedir. Öğrencilerin belirtmiş olduğu bileşik kesre uygun modelleme yapamadığı ve farklı bir bileşik kesir modellemesi yaptığı görülmektedir.

1b kategorisi altındaki üçüncü hata türünde öğrencilerin 9 tanesi bileşik kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen modellemedeki bütünler paydadaki sayıdan farklı şekilde eş parçalara ayrıldığından dolayı hatalı yanıt vermiştir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 96'da yer verilmiştir.

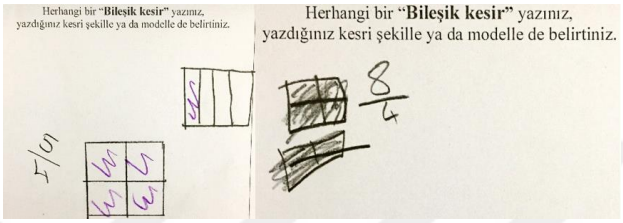


Şekil 96: Bileşik Kesrin 1b Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

Şekil 96'daki ilk görselde Ö152 kodlu öğrenci $\frac{9}{3}$ bileşik kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme kullandığı ilk bütünü 8 eş parçaya ayırıp 5 parçasını tararken, ikinci bütünü 4 eş parçaya ayırıp tamamını taramıştır. Öğrenci paydada kullandığı sayı kadar bütünleri 3 eş parçaya ayırmak yerine bütünleri farklı sayılarda eş parçaya ayırmıştır. Öğrencinin iki bütünü ayırdığı parça sayılarının toplamı bileşik kesir sembolik temsilinde kullandığı pay ve paydadaki sayıların toplamı olan 12'ye eşittir. Farklı eş parçalara ayırdığı bütünler üzerinde taradığı parçaların toplamı öğrencinin bileşik kesir sembolik temsilinde kullandığı pay kısmı olan 9'a eşittir. Öğrencinin kullanmış olduğu modelleme geçersiz olup herhangi bir kesre karşılık gelmemektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö185 kodlu öğrenci $\frac{8}{6}$ bileşik kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme kullandığı ilk bütünü 6 eş parçaya ayırıp tamamını tararken, ikinci bütünü 2 eş parçaya ayırıp tamamını taramıştır. Öğrenci paydada kullandığı sayı kadar bütünleri 6 eş parçaya ayırmak yerine bütünleri farklı sayılarda eş parçaya ayırmıştır. Öğrenci ilk bütünü paydada belirttiği sayı kadar doğru eş parçaya ayırırken ikinci bütünü 2 eş parçaya

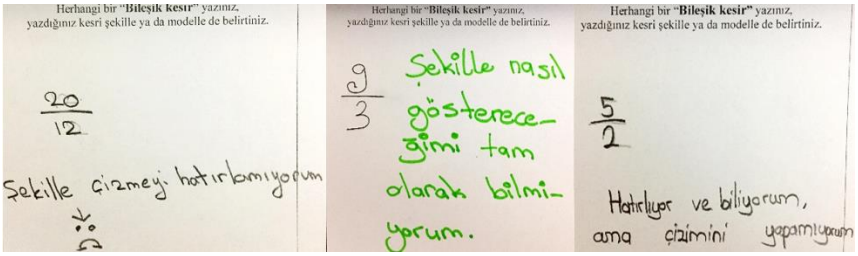
ayırmıştır. Öğrencinin iki bütünü ayırdığı parça sayılarının toplamı bileşik kesir sembolik temsilinde kullandığı payda yer alan 8 sayısına karşılık gelmektedir. Öğrencinin kullanmış olduğu modelleme geçersiz olup herhangi bir kesre karşılık gelmemektedir.

1b kategorisi altındaki dördüncü hata türünde öğrencilerin 2 tanesi belirtmiş olduğu bileşik kesrin modellemesi sırasında bütünü eş parçalara ayıramadıkları için hatalı modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 97'de yer verilmiştir.



Şekil 97: Bileşik Kesrin 1b Kategorisindeki Dördüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

1c kategorisindeki 13 öğrencinin cevapları incelendiğinde bileşik kesre ait sembolik temsil kullandıkları fakat belirtmiş oldukları bileşik kesre uygun modellemeye yer vermedikleri görülmektedir. Bu kategori altındaki öğrenci örneklerine Şekil 98'de yer verilmiştir.



Şekil 98: Bileşik Kesrin 1c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

Şekil 98'deki ilk görselde Ö2 kodlu öğrenci $\frac{20}{12}$ bileşik kesir sembolik temsiline yer vermiş ve modellemeye yönelik olarak 'Şekille çizmeyi hatırlamıyorum' ifadesini kullanmıştır. İkinci görsele bakıldığında Ö6 kodlu öğrenci $\frac{9}{3}$ bileşik kesir sembolik temsiline yer vermiş ve modellemeye yönelik olarak 'Şekille nasıl göstereceğimi tam olarak bilmiyorum' ifadesini kullanmıştır. Üçüncü görsele bakıldığında Ö169 kodlu öğrenci $\frac{5}{2}$ bileşik kesir sembolik temsiline yer vermiş ve modellemeye yönelik olarak 'Hatırlıyor ve biliyorum ama çizimini yapamıyorum' ifadesini kullanmıştır. Öğrencilerin bileşik kesir sembolik temsilini doğru kullandıkları fakat belirtmiş

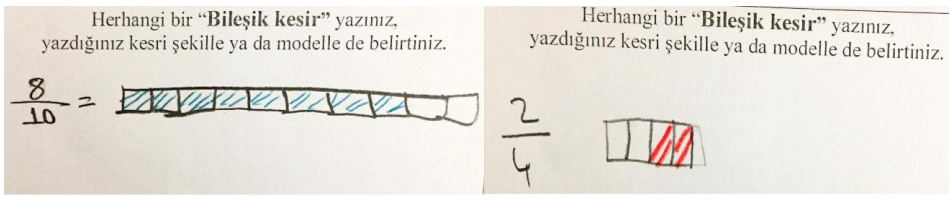
olduğu bileşik kesre yönelik modelleme yapabilme becerisinin olmadığı görülmektedir.

2a kategorisindeki öğrencilerin performans durumlarına ilişkin ayrıntılı bulgulara Tablo 24'te yer verilmiştir.

Tablo 24: Bileşik Kesirdeki Performans Durumları – 2a Kategorisi

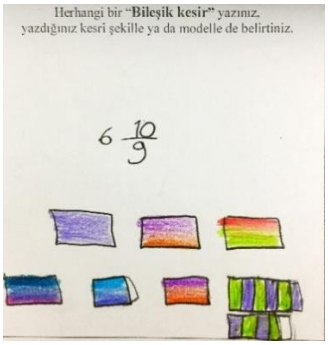
Hata Türü	Öğrenciler	Frekans
H1 – Basit kesre ait sembolik temsil ve modelleme kullanımı	Ö16, Ö21, Ö22, Ö24, Ö25, Ö37, Ö43, Ö44, Ö56, Ö66, Ö77, Ö109, Ö131, Ö140, Ö141, Ö149, Ö154, Ö164, Ö179, Ö229, Ö241, Ö244	22
H2 – Hatalı tam sayılı kesir sembolik temsil ve modelleme kullanımı	Ö46	1
Toplam		23

Tablo 24 incelendiğinde 2a kategorisi altındaki öğrencilerin bileşik kesrin sembolik temsili için basit kesir sembolik temsiline ve hatalı tam sayılı kesir sembolik temsiline yer verdikleri görülmektedir. Öğrencilerin belirtmiş olduğu sembolik temsillere bağlı olarak iki tür hata yaptıkları saptanmıştır. 2a kategorisi altındaki birinci hata türünde öğrencilerin 22 tanesi bileşik kesir için doğrudan basit kesir sembolik temsili kullandığı ve belirtmiş olduğu basit kesri modellediğinden dolayı hatalı yanıt vermiştir. Öğrencilerin bileşik kesir ile basit kesri karıştırdığı görülmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 99'da yer verilmiştir.



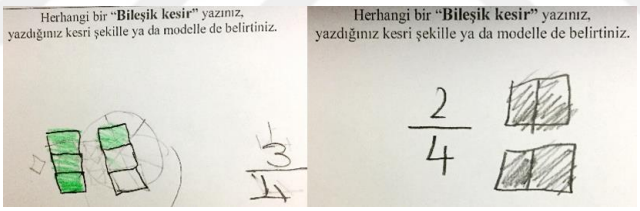
Şekil 99: Bileşik Kesrin 2a Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

2a kategorisi altındaki ikinci hata türünde Ö46 kodlu öğrenci bileşik kesir için $6\frac{10}{9}$ hatalı tam sayılı kesir sembolik temsiline yerirken kullanmış olduğu modelleme herhangi bir kesre karşılık gelmemektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneğine Şekil 100'de yer verilmiştir.



Şekil 100: Bileşik Kesrin 2a Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

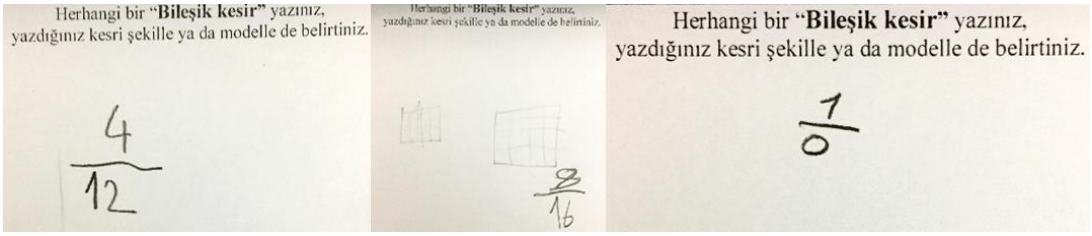
2b kategorisindeki 5 öğrencinin cevapları incelendiğinde basit kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen yapmış olduğu modellemeler bileşik kesir modellemesine karşılık gelmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 101'de yer verilmiştir.



Şekil 101: Bileşik Kesrin 2b Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

Şekil 101'deki ilk görselde Ö18 kodlu öğrenci bileşik kesir sembolik temsili için $\frac{3}{4}$ basit kesrine ait sembolik temsilini kullanmasına rağmen yapmış olduğu modelleme $\frac{4}{3}$ bileşik kesrine karşılık gelmektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö117 kodlu öğrenci bileşik kesir sembolik temsili için $\frac{2}{4}$ basit kesrine ait sembolik temsilini kullanmasına rağmen yapmış olduğu modelleme $\frac{4}{2}$ bileşik kesrine karşılık gelmektedir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde pay ve payda kavramlarını karıştırdıkları görülmektedir. Bundan dolayı öğrenciler bileşik kesre yönelik kullanmış oldukları sembolik temsil basit kesre ait olmasına rağmen bileşik kesir modellemesi yapmaktadırlar.

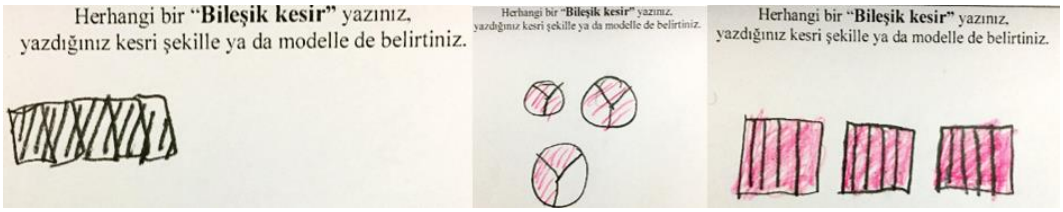
2c kategorisindeki 3 öğrencinin cevapları incelendiğinde bileşik kesrin sembolik temsili için basit kesir sembolik temsili kullandıkları ve modellemeye yer vermediği görülmektedir. Bu kategori altındaki öğrenci örneklerine Şekil 102'de yer verilmiştir.



Şekil 102: Bileşik Kesrin 2c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

3a kategorisindeki 11 öğrencinin cevapları incelendiğinde bileşik kesre yönelik sembolik temsil ve modelleme kullanmamış, soruyu boş/cevapsız bırakmışlardır. Boş bırakan öğrencilerin bazıları 'Hatırlamıyorum' ve 'Bilmiyorum' gibi ifadeler kullanmıştır.

3b kategorisindeki 3 öğrencinin cevapları incelendiğinde bileşik kesre uygun sembolik temsil kullanmadan bileşik kesir modellemesine yer verdiğinden dolayı hatalı yanıt vermişlerdir. Öğrencilerden beklenen performans durumu, ilk olarak bileşik kesre yönelik sembolik temsil kullanması ve ikinci aşamada belirtmiş olduğu bileşik kesri modellemesi olduğundan dolayı doğrudan bileşik kesir modellemesi yapması istenen performans durumunu yansıtmamaktadır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 103'te yer verilmiştir.



Şekil 103: Bileşik Kesrin 3b Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

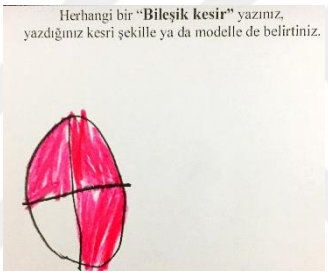
3c kategorisi altındaki öğrencilerin performans durumlarına ilişkin ayrıntılı bulgulara Tablo 25'te yer verilmiştir.

Tablo 25: Bileşik Kesirdeki Performans Durumları – 3c Kategorisi

Hata Türü	Öğrenciler	Frekans
H1 – Sembolik temsil kullanmadan basit kesir modellemesi yapma	Ö84	1

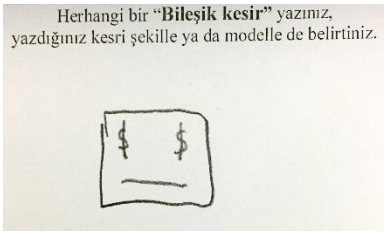
H2 – Sembolik temsil kullanmadan rastgele çizim yapma	Ö79	1
Toplam		2

Tablo 25 incelendiğinde 3c kategorisi altındaki öğrencilerin bileşik kesrin sembolik temsili kullanmadan modelleme ve şekillere yer verdikleri görülmektedir. Öğrencilerin kullandığı görsel temsillere bakıldığında iki tür hata yaptıkları saptanmıştır. 3c kategorisi altındaki birinci hata türünde Ö84 kodlu öğrenci bileşik kesre uygun sembolik temsil kullanmadan basit kesir modellemesine yer verdiğinden dolayı hatalı yanıt vermiştir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneğine Şekil 104'te yer verilmiştir.



Şekil 104: Bileşik Kesrin 3c Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örneği

3c kategorisi altındaki ikinci hata türünde Ö79 kodlu öğrenci bileşik kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan rastgele çizim yapmıştır. Öğrencinin çizimine bakıldığında matematiksel açıdan bileşik kesir ile anlamlı bir ilişkinin bulunmadığı görülmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneğine Şekil 105'te yer verilmiştir.



Şekil 105: Bileşik Kesrin 3c Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örneği

4.7. Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın yedinci alt problemi 'İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesirdeki Modelleme Performansları Nasıldır?' şeklindedir.

Bu alt problemde öğrencilerden beklenen performans durumu ilk olarak tam sayılı kesre uygun sembolik temsil kullanması ve ikinci aşamada kullanılan tam sayılı kesir sembolik temsilini doğru şekilde modelleyebilmesidir. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesirdeki modelleme performansına ilişkin bulgulara Tablo 26'da yer verilmiştir.

Tablo 26: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılı Kesirdeki Performans Durumları

Sembolik Temsil Kullanımı	Modelleme Kullanımı	Frekans	Yüzde
1 - Sembolik Temsil Doğru	A - Modelleme Doğru	127	51
	B - Modelleme Yanlış	32	12,9
	C - Modelleme Yok	4	1,6
2 - Sembolik Temsil Yanlış	A - Modelleme Yanlış	39	15,7
	B – Modelleme Doğru	19	7,6
	C - Modelleme Yok	7	2,8
3 - Sembolik Temsil Yok	A – Modelleme Doğru	9	3,6
	B – Modelleme Yanlış	6	2,4
	C – Modelleme Yok	6	2,4
Toplam		249	100

Tablo 26 incelendiğinde öğrencilerin modelleme performansları sembolik temsil kullanımlarına göre üç kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Öğrencilerin sembolik temsil kullanımındaki performans durumu doğrultusunda modelleme kullanımları da alt kategorilere ayrılmaktadır. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin %51'i sembolik temsille

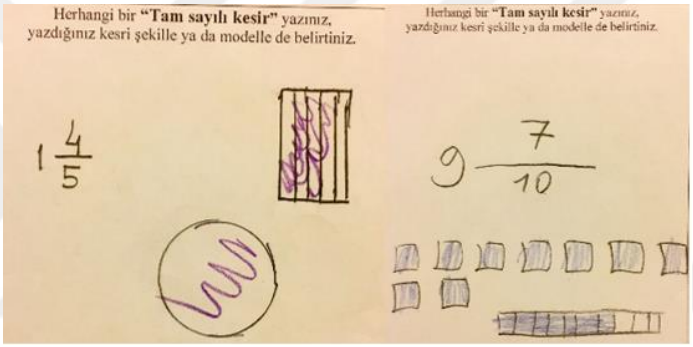
belirtmiş olduğu tam sayılı kesri doğru şekilde modelleyebilmektedir. 1b kategorisindeki öğrenciler (%12,9) tam sayılı kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen belirtmiş olduğu tam sayılı kesre uygun modelleme yapamamaktadır. 1c kategorisindeki öğrenciler (%1,6) tam sayılı kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen herhangi bir modellemeye yer vermemişlerdir. 2a kategorisindeki öğrenciler (%15,7) tam sayılı kesre uygun sembolik temsil kullanmamış ve dolayısıyla yanlış modelleme yapmışlardır. 2b kategorisindeki öğrenciler (%7,6) tam sayılı kesre uygun sembolik temsil kullanmamasına rağmen yapmış olduğu modelleme tam sayılı kesre karşılık gelmektedir. 2c kategorisindeki öğrenciler (%2,8) tam sayılı kesre uygun sembolik temsil kullanmamış ve herhangi bir modellemeye yer vermemişlerdir. 3a kategorisindeki öğrenciler (%3,6) tam sayılı kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan tam sayılı kesir modellemesine yer vermişlerdir. 3b kategorisindeki öğrenciler (%2,4) tam sayılı kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan tam sayılı kesre uygun olmayan modellemelere yer vermişlerdir. 3c kategorisindeki öğrenciler (%2,4) tam sayılı kesre yönelik sembolik temsil ve modelleme kullanmamış, soruyu boş/cevapsız bırakmışlardır. Öğrencilerin tam sayılı kesirdeki performans durumları bütüncül olarak incelendiğinde öğrencilerin %65,5'i tam sayılı kesre uygun sembolik temsil kullanırken belirtilen sembolik temsile uygun modelleme kullanımında öğrencilerin başarısı %51'e düşmektedir. Tam sayılı kesre yönelik hatalı yanıt veren öğrencilerin performans durumları oluşturulan kategoriler altında ayrıntılı olarak incelenmiştir. 1b kategorisindeki öğrencilerin performans durumlarına ilişkin ayrıntılı bulgulara Tablo 27'de yer verilmiştir.

Tablo 27: Tam Sayılı Kesirdeki Performans Durumları – 1b Kategorisi

Hata Türü	Öğrenciler	Frekans
H1 – Tam ve basit kesir kısımları için farklı geometrik şekil kullanımı	Ö7, Ö20, Ö31, Ö61, Ö73, Ö81, Ö138, Ö140, Ö143, Ö151, Ö176, Ö186, Ö196, Ö246, Ö247, Ö249	16
H2 – Payda ayırma hatası	Ö15, Ö32, Ö37, Ö41, Ö68, Ö136, Ö139, Ö241	8
H3 – Eksik tam çizimi	Ö95, Ö126, Ö129, Ö133, Ö185	5

H4 – Bütünü eş parçalara ayıramama	Ö29, Ö114, Ö123	3
Toplam		32

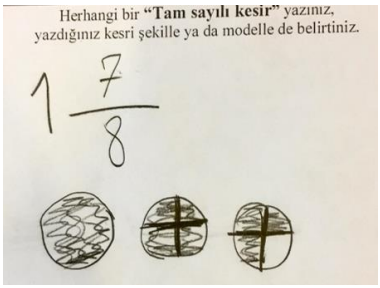
Tablo 27 incelendiğinde 1b kategorisi altındaki öğrencilerin tam sayılı kesre uygun sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında 4 tür hata yaptığı görülmektedir. 1b kategorisi altındaki birinci hata türünde öğrencilerin 16 tanesi tam sayılı kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen tam sayılı kesrin modellemesinde tam ve basit kesir kısımları için farklı geometrik şekil kullanarak hatalı modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 106'da yer verilmiştir.



Şekil 106: Tam Sayılı Kesrin 1b Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

Şekil 106'daki ilk görselde Ö20 kodlu öğrenci $1\frac{4}{5}$ tam sayılı kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında hata yapmış tam kısmı için daire geometrik şeklini kullanırken basit kesir kısmı için dikdörtgen geometrik şekline yer vermiştir. İkinci görsele bakıldığında Ö81 kodlu öğrenci $9\frac{7}{10}$ tam sayılı kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında hata yapmış tam kısımları için kare geometrik şeklini kullanırken basit kesir kısmı için dikdörtgen geometrik şekline yer vermiştir. Öğrenciler kullanmış olduğu modellemeler herhangi bir kesre karşılık gelmemektedir.

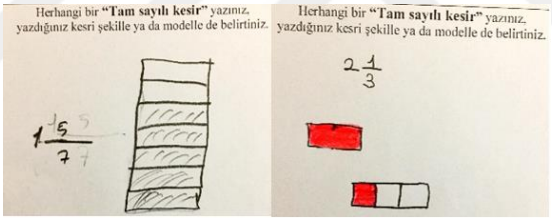
1b kategorisi altındaki ikinci hata türünde öğrencilerin 8 tanesi tam sayılı kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen modelleme sırasında, tam sayılı kesrin basit kesir kısmında belirtmiş olduğu paydadaki sayıdan farklı şekilde payda ayırma işlemi yaparak hatalı modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneğine Şekil 107'de yer verilmiştir.



Şekil 107: Tam Sayılı Kesrin 1b Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örneği

Şekil 107'deki görselde Ö15 kodlu öğrenci $1\frac{7}{8}$ tam sayılı kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında paydada belirtmiş olduğu sayı kadar bütünü eş parçalara ayırmadığı görülmektedir. Öğrenci paydadaki sayı için tek bir bütünü kullanmak yerine iki farklı bütünü 4 eş parçaya ayırmıştır.

1b kategorisi altındaki üçüncü hata türünde öğrencilerin 5 tanesi tam sayılı kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen modelleme sırasında, sembolik temsilde belirtmiş olduğu tam kısmını eksik şekilde modellediğinden dolayı hatalı yanıt vermiştir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 108'de yer verilmiştir.

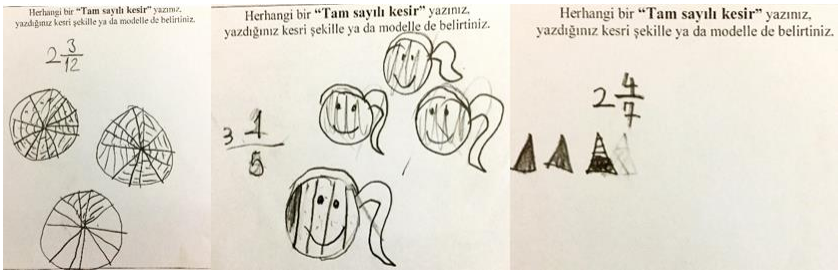


Şekil 108: Tam Sayılı Kesrin 1b Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

Şekil 108'deki ilk görselde Ö95 kodlu öğrenci $1\frac{5}{7}$ tam sayılı kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modellemede tam kısmına ait şekli çizmemiştir. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $\frac{5}{7}$ basit kesrine karşılık gelmektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö133 kodlu öğrenci $2\frac{1}{3}$ tam sayılı kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen modellemede tam kısmına ait şekli eksik çizmiştir. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme $1\frac{1}{3}$ tam sayılı kesrine karşılık gelmektedir. Öğrencilerin kullanmış olduğu modellemelerde tam kısmını eksik belirttiği ve bundan dolayı hatalı modelleme yaptığı görülmektedir.

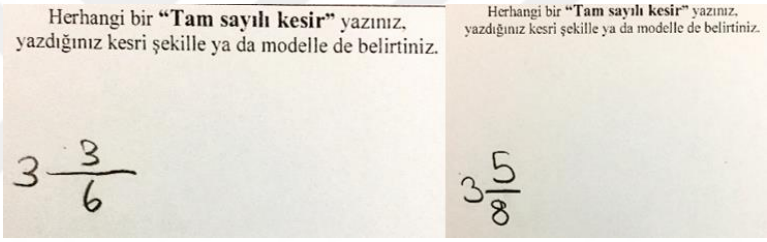
1b kategorisi altındaki dördüncü hata türünde öğrencilerin 3 tanesi belirtmiş olduğu tam sayılı kesrin modellemesi sırasında bütünü eş parçalara ayıramadıkları için hatalı

modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 109'da yer verilmiştir.



Şekil 109: Tam Sayılı Kesrin 1b Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

1c kategorisindeki 4 öğrencinin cevapları incelendiğinde tam sayılı kesre ait sembolik temsil kullandıkları fakat belirtmiş oldukları tam sayılı kesre uygun modellemeye yer vermedikleri görülmektedir. Bu kategori altındaki öğrenci örneklerine Şekil 110'da yer verilmiştir.



Şekil 110: Tam Sayılı Kesrin 1c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

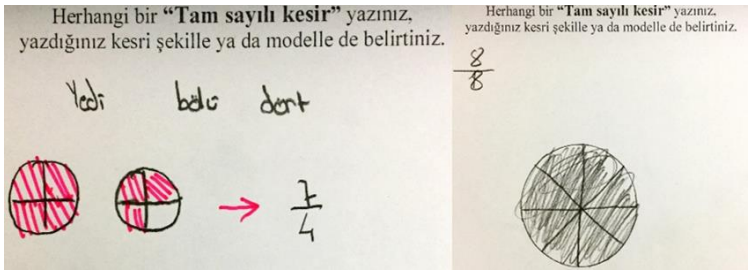
2a kategorisindeki öğrencilerin performans durumlarına ilişkin ayrıntılı bulgulara Tablo 28'da yer verilmiştir.

Tablo 28: Tam Sayılı Kesirdeki Performans Durumları – 2a Kategorisi

Hata Türü	Öğrenciler	Frekans
H1 – Bileşik kesre ait sembolik temsil ve modelleme kullanımı	Ö26, Ö36, Ö38, Ö46, Ö47, Ö48, Ö65, Ö70, Ö88, Ö92, Ö94, Ö101, Ö107, Ö119, Ö149, Ö170, Ö179, Ö180, Ö188, Ö236, Ö242, Ö243	22
H2 – Hatalı/Geçersiz sembolik temsil ve modelleme kullanımı	Ö27, Ö52, Ö69, Ö142, Ö144, Ö152, Ö181	7

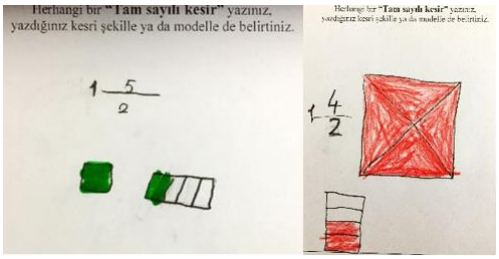
H3 – Hatalı/Geçersiz sembolik temsil ve bileşik kesir modellemesi kullanma	Ö2, Ö22, Ö23, Ö62, Ö89, Ö191	6
H4 – Basit kesre ait sembolik temsil ve modelleme kullanımı	Ö77, Ö90, Ö91, Ö172	4
Toplam		39

Tablo 28 incelendiğinde 2a kategorisi altındaki öğrencilerin tam sayılı kesrin sembolik temsili için basit kesir sembolik temsili, bileşik kesir sembolik temsili ve hatalı tam sayılı kesir sembolik temsiline yer verdikleri görülmektedir. Öğrencilerin belirtmiş olduğu sembolik temsillere bağlı olarak 4 tür hata yaptıkları görülmektedir. 2a kategorisi altındaki birinci hata türünde öğrencilerin 22 tanesi tam sayılı kesir için doğrudan bileşik kesir sembolik temsili kullandığı ve belirtmiş olduğu bileşik kesri modellediğinden dolayı hatalı yanıt vermiştir. Öğrencilerin tam sayılı kesir ile bileşik kesri karıştırdığı görülmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 111'de yer verilmiştir.



Şekil 111: Tam Sayılı Kesrin 2a Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

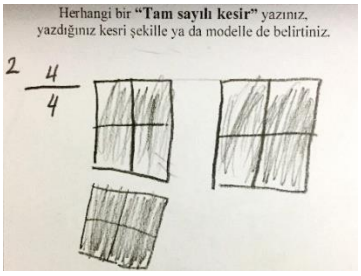
2a kategorisi altındaki ikinci hata türünde öğrencilerin 7 tanesi tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için bileşik kesir sembolik temsili kullanmış ve modellemede ise tam ve basit kesir kısımları için farklı geometrik şekiller kullanarak herhangi bir kesre karşılık gelmeyen hatalı/geçersiz modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 112'de yer verilmiştir.



Şekil 112: Tam Sayılı Kesrin 2a Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

Şekil 112'deki ilk görselde Ö144 kodlu öğrenci tam sayılı kesir sembolik temsili için $1\frac{5}{2}$ hatalı tam sayılı kesir sembolik temsiline yer vermiştir. Öğrenci tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için bileşik kesir sembolik temsili kullanarak hatalı/geçersiz bir yanıt vermiştir. Öğrencinin yaptığı modellemede ise tam kısmına yönelik kare geometrik şekli kullanılırken basit kesir kısmı için pay kısmında yer alan sayı kadar 5 eş parçaya ayrılmış ve paydada yer alan sayı kadar 2 parçası taranmış bir dikdörtgen geometrik şekline yer verilmiştir. Öğrencinin kullanmış olduğu modelleme herhangi bir kesre karşılık gelmemektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö181 kodlu öğrenci tam sayılı kesir sembolik temsili için $1\frac{4}{2}$ hatalı tam sayılı kesir sembolik temsiline yer vermiştir. Öğrenci tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için kesir sembolik temsili kullanarak hatalı/geçersiz bir yanıt vermiştir. Öğrencinin yaptığı modellemede ise tam kısmına yönelik kare geometrik şekli kullanılırken basit kesir kısmı için pay kısmında yer alan sayı kadar 4 eş parçaya ayrılmış ve paydada yer alan sayı kadar 2 parçası taranmış bir dikdörtgen geometrik şekline yer verilmiştir. Öğrencinin kullanmış olduğu modelleme herhangi bir kesre karşılık gelmemektedir.

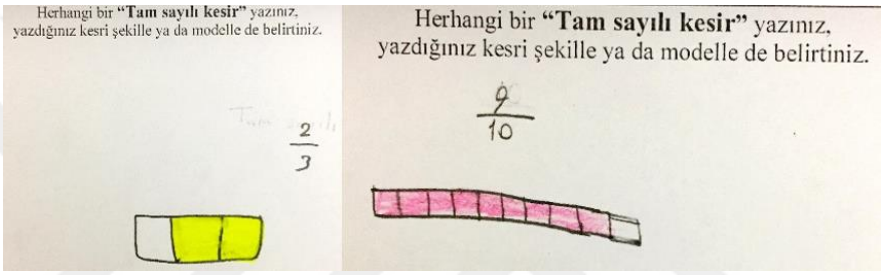
2a kategorisi altındaki üçüncü hata türünde öğrencilerin 6 tanesi tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için bileşik kesir sembolik temsili kullanmış ve modellemede ise bileşik kesre karşılık gelecek modellemeye yer verdiğinden dolayı hatalı yanıt vermiştir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneğine Şekil 113'te yer verilmiştir.



Şekil 113: Tam Sayılı Kesrin 2a Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örneği

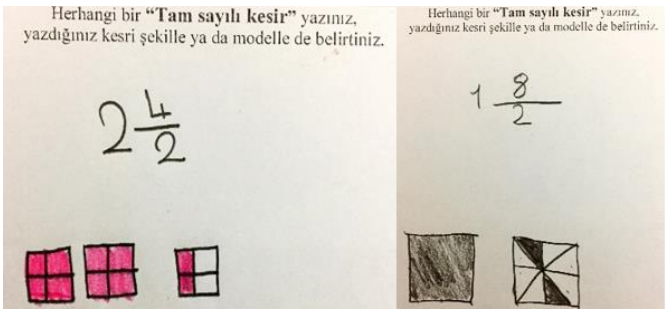
Şekil 113'teki görsel incelendiğinde Ö62 kodlu öğrenci tam sayılı kesir sembolik temsili için $2\frac{4}{4}$ hatalı tam sayılı kesir sembolik temsiline yer vermiştir. Öğrenci tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için bileşik kesir sembolik temsili kullanarak hatalı/geçersiz bir yanıt vermiştir. Öğrencinin yaptığı modelleme ise $\frac{12}{4}$ bileşik kesrine karşılık gelmektedir.

2a kategorisi altındaki dördüncü hata türünde öğrencilerin 4 tanesi tam sayılı kesir için doğrudan basit kesir sembolik temsili kullandığı ve belirtmiş olduğu basit kesri modellediğinden dolayı hatalı yanıt vermiştir. Öğrencilerin tam sayılı kesir ile basit kesri karıştırdığı görülmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 114'te yer verilmiştir.



Şekil 114: Tam Sayılı Kesrin 2a Kategorisindeki Dördüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

2b kategorisindeki 19 öğrencinin cevapları incelendiğinde tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için bileşik kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen yapmış oldukları modellemeler tam sayılı kesir modellemesine karşılık gelmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 115'te yer verilmiştir.

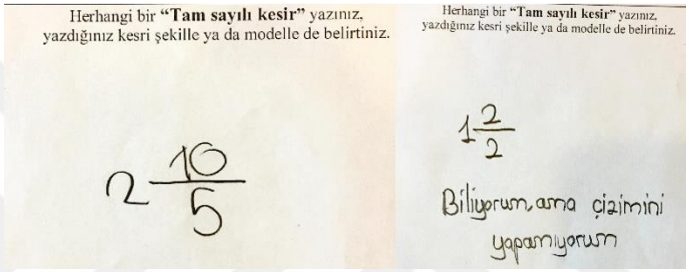


Şekil 115: Tam Sayılı Kesrin 2b Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

Şekil 115'teki ilk görselde Ö30 kodlu öğrenci tam sayılı kesir sembolik temsili için $2\frac{4}{2}$ hatalı tam sayılı kesir sembolik temsiline yer vermiştir. Öğrenci tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için bileşik kesir sembolik temsili kullanarak hatalı/geçersiz bir yanıt vermiştir. Öğrencinin yaptığı modellemenin $2\frac{2}{4}$ tam sayılı kesrine karşılık

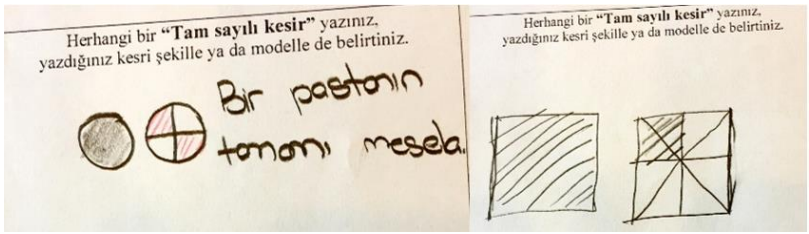
geldiği ve öğrencinin pay ve payda kavramlarını karıştırdığı görülmektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö56 kodlu öğrenci $1\frac{8}{2}$ hatalı tam sayılı kesir sembolik temsiline yer vermiştir. Öğrenci tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için bileşik kesir sembolik temsili kullanarak hatalı/geçersiz bir yanıt vermiştir. Öğrencinin yaptığı modellemenin $1\frac{2}{8}$ tam sayılı kesrine karşılık geldiği ve öğrencinin pay ve payda kavramlarını karıştırdığı görülmektedir.

2c kategorisindeki 7 öğrencinin cevapları incelendiğinde tam sayılı kesrin sembolik temsili için basit kesir kısmında bileşik kesir sembolik temsili kullandığı ve modellemeye yer vermediği görülmektedir. Bu kategori altındaki öğrenci örneklerine Şekil 116'da yer verilmiştir.



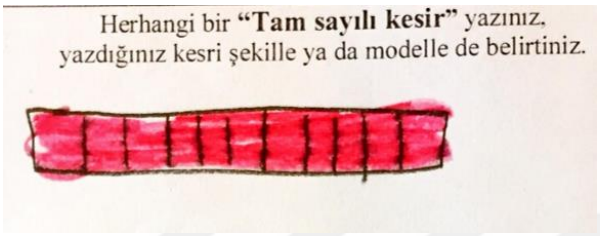
Şekil 116: Tam Sayılı Kesrin 2c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

3a kategorisindeki 9 öğrencinin cevapları incelendiğinde tam sayılı kesre uygun sembolik temsil kullanmadan tam sayılı kesir modellemesine yer verdiğinden dolayı hatalı yanıt vermişlerdir. Öğrencilerden beklenen performans durumu, ilk olarak tam sayılı kesre yönelik uygun sembolik temsil kullanması ve ikinci aşamada belirtmiş olduğu tam sayılı kesri modellemesi olduğundan dolayı doğrudan tam sayılı kesir modellemesi yapılması istenen performans durumunu yansıtmamaktadır. Öğrencilerin kullandığı modellerde bütünün en az bir tanesini eş parçalara ayırmadan doğrudan tamamını taraması tam sayılı kesir modellemesi olarak değerlendirilmiştir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 117'de yer verilmiştir.



Şekil 117: Tam Sayılı Kesrin 3a Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

3b kategorisindeki 6 öğrencinin cevapları incelendiğinde tam sayılı kesre uygun sembolik temsil kullanmadan bileşik kesir modellemesine yer verdiğinden dolayı hatalı yanıt vermişlerdir. Öğrencilerden beklenen performans durumu, ilk olarak tam sayılı kesre yönelik uygun sembolik temsil kullanması ve ikinci aşamada belirtmiş olduğu tam sayılı kesri modellemesi olduğundan doğrudan bileşik kesir modellemesi yapılması istenen performans durumunu yansıtmamaktadır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 118'de yer verilmiştir.



Şekil 118: Tam Sayılı Kesrin 3b Kategorisine Ait Öğrenci Örneği

3c kategorisindeki 6 öğrencinin cevapları incelendiğinde tam sayılı kesre yönelik sembolik temsil ve modelleme kullanmamış, soruyu boş/cevapsız bırakmışlardır. Boş bırakan öğrencilerin bazıları 'Hatırlamıyorum' ve 'Bilmiyorum' gibi ifadeler kullanmıştır.

4.8. Sekizinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın sekizinci alt problemi 'İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Birim Kesirdeki Modelleme Performansları Nasıldır?' şeklindedir.

Bu alt problemde öğrencilerden beklenen performans durumu ilk olarak birim kesre uygun sembolik temsil kullanması ve ikinci aşamada kullanılan birim kesir sembolik temsilini doğru şekilde modelleyebilmesidir. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin birim kesirdeki modelleme performansına ilişkin bulgulara Tablo 29'da yer verilmiştir.

Tablo 29: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Birim Kesirdeki Performans Durumları

Sembolik Temsil Kullanımı	Modelleme Kullanımı	Frekans	Yüzde
1 - Sembolik Temsil Doğru	A - Modelleme Doğru	155	62,2
	B - Modelleme Yanlış	10	4

	C - Modelleme Yok	3	1,2
2 - Sembolik Temsil Yanlış	A - Modelleme Yanlış	42	16,9
	B – Modelleme Doğru	7	2,8
	C - Modelleme Yok	5	2
3 - Sembolik Temsil Yok	A - Modelleme Yok	27	10,8
Toplam		249	100

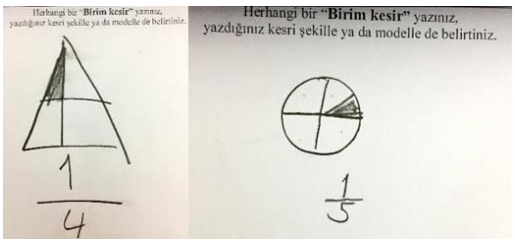
Tablo 29 incelendiğinde öğrencilerin modelleme performansları sembolik temsil kullanımlarına göre üç kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Öğrencilerin sembolik temsil kullanımındaki performans durumu doğrultusunda modelleme kullanımları da alt kategorilere ayrılmaktadır. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin %62,2'si sembolik temsille belirtmiş olduğu birim kesri doğru şekilde modelleyebilmektedir. 1b kategorisindeki öğrenciler (%4) birim kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen belirtmiş olduğu birim kesre uygun modelleme yapamamaktadır. 1c kategorisindeki öğrenciler (%1,2) birim kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen herhangi bir modellemeye yer vermemişlerdir. 2a kategorisindeki öğrenciler (%16,9) birim kesre uygun sembolik temsil kullanmamış ve dolayısıyla yanlış modelleme yapmışlardır. 2b kategorisindeki öğrenciler (%2,8) birim kesre uygun sembolik temsil kullanmamasına rağmen yapmış olduğu modelleme birim kesre karşılık gelmektedir. 2c kategorisindeki öğrenciler (%2) birim kesre uygun sembolik temsil kullanmamış ve herhangi bir modellemeye yer vermemişlerdir. 3a kategorisindeki öğrenciler (%10,8) birim kesre yönelik sembolik temsil ve modelleme kullanmamış, soruyu boş/cevapsız bırakmışlardır. Öğrencilerin birim kesirdeki performans durumları bütüncül olarak incelendiğinde öğrencilerin %67,4'ü birim kesre uygun sembolik temsil kullanırken belirtilen sembolik temsile uygun modelleme kullanımında öğrencilerin başarısı 62,2'ye düşmektedir. Birim kesre yönelik hatalı yanıt veren öğrencilerin performans durumları oluşturulan

kategoriler altında ayrıntılı olarak incelenmiştir. 1b kategorisindeki öğrencilerin performans durumlarına ilişkin ayrıntılı bulgulara Tablo 30'da yer verilmiştir.

Tablo 30: Birim Kesirdeki Performans Durumları – 1b Kategorisi

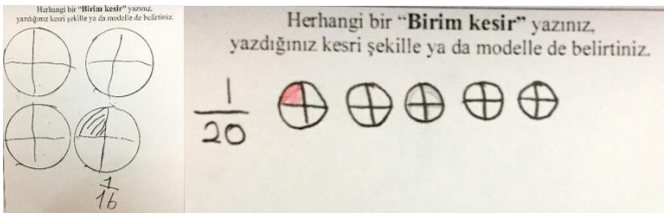
Hata Türü	Öğrenciler	Frekans
H1 - Bütünü eş parçalara ayıramama	Ö68, Ö70, Ö116, Ö139, Ö182, Ö188, Ö234, Ö235	8
H2 – Birim kesrin modellemesinde birden fazla bütüne ihtiyaç duyma	Ö28, Ö247	2
Toplam		10

Tablo 30 incelendiğinde 1b kategorisi altındaki öğrencilerin birim kesre uygun sembolik temsil kullanmasına rağmen modelleme sırasında 2 tür hata yaptığı görülmektedir. 1b kategorisi altındaki birinci hata türünde öğrencilerin 8 tanesi belirtmiş olduğu birim kesrin modellemesi sırasında bütünü eş parçalara ayıramadıkları için hatalı modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 119'da yer verilmiştir.



Şekil 119: Birim Kesrin 1b Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

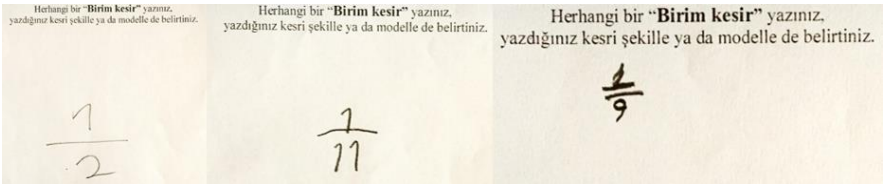
1b kategorisi altındaki ikinci hata türünde öğrencilerin 2 tanesi belirtmiş olduğu birim kesrin modellemesi sırasında paydada yer verdiği sayıyı tek bir bütün üzerinde ayırmak yerine birden fazla bütün kullanarak modelleme yaptığından dolayı hatalı modelleme yapmıştır. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 120'de yer verilmiştir.



Şekil 120: Birim Kesrin 1b Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

Şekil 120'deki ilk görselde Ö28 kodlu öğrenci $\frac{1}{16}$ birim kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen kullandığı modellemede tek bir bütünü paydada belirtmiş olduğu sayı kadar 16 eş parçaya ayırmak yerine 4 eş parçaya ayrılmış 4 bütün kullanmıştır. Kullanılan bütünlerin biri üzerinde 1 parça taranmıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme herhangi bir kesre karşılık gelmemektedir. İkinci görsele bakıldığında Ö247 kodlu öğrenci $\frac{1}{20}$ birim kesrine ait sembolik temsil kullanmasına rağmen kullandığı modellemede tek bir bütünü paydada belirtmiş olduğu sayı kadar 20 eş parçaya ayırmak yerine 4 eş parçaya ayrılmış 5 bütün kullanmıştır. Kullanılan bütünlerin biri üzerinde 1 parça taranmıştır. Öğrencinin yapmış olduğu modelleme herhangi bir kesre karşılık gelmemektedir.

1c kategorisindeki 3 öğrencinin cevapları incelendiğinde birim kesre ait sembolik temsil kullandıkları fakat belirtmiş oldukları birim kesre uygun modellemeye yer vermedikleri görülmektedir. Bu kategori altındaki öğrenci örneklerine Şekil 121'de yer verilmiştir.



Şekil 121: Birim Kesrin 1c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

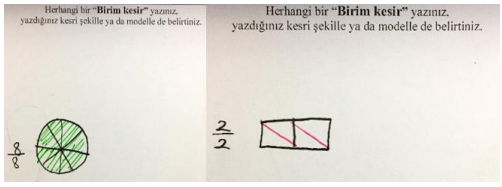
2a kategorisindeki öğrencilerin performans durumlarına ilişkin ayrıntılı bulgulara Tablo 31'de yer verilmiştir.

Tablo 31: Birim Kesirdeki Performans Durumları – 2a Kategorisi

Hata Türü	Öğrenciler	Frekans
H1 – Bileşik kesre ait sembolik temsil ve modelleme kullanımı	Ö1, Ö24, Ö31, Ö33, Ö34, Ö39, Ö41, Ö42, Ö43, Ö46, Ö69, Ö80,	22

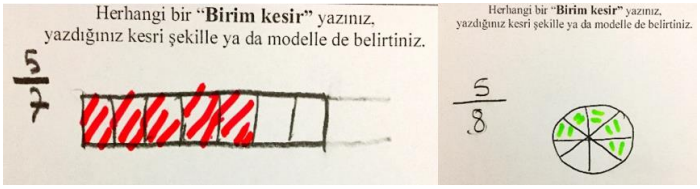
	Ö84, Ö122, Ö149, Ö152, Ö154, Ö155, Ö176, Ö180, Ö189, Ö212	
H2 – Basit kesre ait sembolik temsil ve modelleme kullanımı	Ö19, Ö21, Ö22, Ö36, Ö40, Ö62, Ö66, Ö77, Ö83, Ö136, Ö168, Ö179, Ö186, Ö193, Ö196, Ö249	16
H3 – Tam sayılı kesre ait sembolik temsil ve modelleme kullanımı	Ö47, Ö92, Ö164, Ö170	4
Toplam		42

Tablo 31 incelendiğinde 2a kategorisi altındaki öğrencilerin birim kesrin sembolik temsili için bileşik kesir sembolik temsili, basit kesir sembolik temsili ve tam sayılı kesir sembolik temsiline yer verdikleri görülmektedir. Öğrencilerin belirtmiş olduğu sembolik temsillere bağlı olarak 3 tür hata yaptıkları görülmektedir. 2a kategorisi altındaki birinci hata türünde öğrencilerin 22 tanesi birim kesir için doğrudan bileşik kesir sembolik temsili kullandığı ve belirtmiş olduğu bileşik kesri modellediğinden dolayı hatalı yanıt vermiştir. Öğrencilerin birim kesir ile bileşik kesri karıştırdığı görülmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 122'de yer verilmiştir.



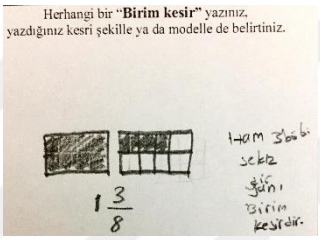
Şekil 122: Birim Kesrin 2a Kategorisindeki Birinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

2a kategorisi altındaki ikinci hata türünde öğrencilerin 16 tanesi birim kesir için doğrudan basit kesir sembolik temsili kullandığı ve belirtmiş olduğu basit kesri modellediğinden dolayı hatalı yanıt vermiştir. Öğrencilerin birim kesir ile basit kesri karıştırdığı görülmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 123'te yer verilmiştir.



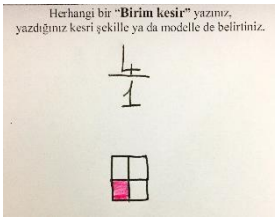
Şekil 123: Birim Kesrin 2a Kategorisindeki İkinci Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örnekleri

2a kategorisi altındaki üçüncü hata türünde öğrencilerin 4 tanesi birim kesir için doğrudan tam sayılı kesir sembolik temsili kullandığı ve belirtmiş olduğu tam sayılı kesri modellediğinden dolayı hatalı yanıt vermiştir. Öğrencilerin birim kesir ile tam sayılı kesri karıştırdığı görülmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 124'te yer verilmiştir.



Şekil 124: Birim Kesrin 2a Kategorisindeki Üçüncü Hata Türüne Yönelik Öğrenci Örneği

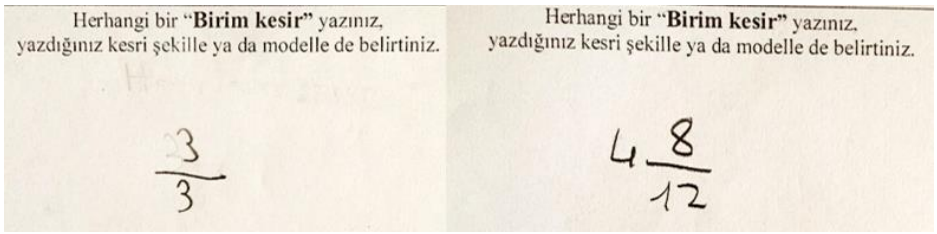
2b kategorisindeki 7 öğrencinin cevapları incelendiğinde bileşik kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen yapmış olduğu modellemeler birim kesir modellemesine karşılık gelmektedir. Bu hata türüne yönelik öğrenci örneklerine Şekil 125'te yer verilmiştir.



Şekil 125: Birim Kesrin 2b Kategorisine Ait Öğrenci Örneği

Şekil 125'teki görselde Ö30 kodlu öğrenci birim kesir sembolik temsili için $\frac{4}{1}$ bileşik kesrine ait sembolik temsilini kullanmasına rağmen yapmış olduğu modelleme $\frac{1}{4}$ birim kesrine karşılık gelmektedir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde pay ve kavramlarını karıştırdıkları görülmektedir. Bundan dolayı öğrencilerin birim kesre yönelik kullanmış oldukları sembolik temsil bileşik kesre ait olmasına rağmen birim kesir modellemesi yapmaktadırlar.

2c kategorisindeki 5 öğrencinin cevapları incelendiğinde birim kesrin sembolik temsili için 3 öğrencinin bileşik kesir sembolik temsili kullandığı ve modellemeye yer vermediği, 2 öğrencinin ise tam sayılı kesir sembolik temsili kullandığı ve modellemeye yer vermediği görülmektedir. Bu kategori altındaki öğrenci örneklerine Şekil 126'da yer verilmiştir.



Şekil 126: Birim Kesrin 2c Kategorisine Ait Öğrenci Örnekleri

3a kategorisi altındaki öğrencilerin 27 tanesi birim kesre yönelik sembolik temsil ve modelleme kullanmamış, soruyu boş/cevapsız bırakmışlardır. Boş bırakan öğrencilerin bazıları 'Hatırlamıyorum' ve 'Bilmiyorum' gibi ifadeler kullanmıştır.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik kullandığı temsillerin ve modelleme performanslarının araştırıldığı çalışmanının bu bölümünde ilk olarak sonuç başlığı altında bulgulardan hareketle araştırmanın literatüre olan katkısı ortaya konulmuştur. Tartışma bölümünde araştırmadan elde edilen bulgular, literatür ışığında irdelenmiş ve yorumlara yer verilmiştir. Son kısım olan öneriler bölümünde ise araştırmadan edinilen bilgiler doğrultusunda araştırmacılar için birtakım önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuçlar

1. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit kesri ifade etmede tercih ettiği temsil türleri sırasıyla görsel, sembolik ve sözel temsil olmuştur. Öğrencilerin görsel temsil kullanımlarında 'Kesir Modelleri' ve 'Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri' kategorileri altında çeşitli temsillere yer verdikleri görülmektedir. Kesir modelleri kategorisi altında öğrencilerin sırasıyla alan/bölge modeli, sayı doğrusu modeli ve küme modeli olmak üzere üç tür kesir modeline de yer vermiştir. Öğrencilerin alan/bölge modelinde en fazla kullandığı geometrik şekil türü ise dikdörtgendir. Sayı doğrusu modeline yer veren sadece 2 öğrenci bulunurken, küme modeli 1 öğrenci tarafından kullanılmıştır. Basit kesrin görsel temsilinde öğrencilerin günlük yaşamla en fazla ilişkilendirdiği nesne ise pasta şekli olmuştur.

2. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit kesre yönelik sembolik temsil kullanımlarında büyük ölçüde basit kesir sembolik temsili kullanarak uygun biçimde temsil kullanmasının yanı sıra öğrencilerin bir kısmı basit kesre uygun olmayan sembolik temsillere yer vermiştir. Öğrencilerin bazıları bileşik kesre ait sembolik temsillere yer vermiştir. Öğrencilerin uygun olmayan bu temsil kullanımları basit kesir ile bileşik kesri karıştırdığı sonucunu ortaya koymaktadır. Bazı öğrenciler ise doğal sayılarla toplama işlemine ait sembolik temsillere yer vermiştir. Bu öğrencilerin de kesir sayısına ait gösterimi kavrayamadıkları görülmektedir.

3. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit kesre yönelik sözel temsil kullanımlarında en fazla tercih ettiği temsil formal tanım yazımı olmuştur. Öğrenciler basit kesre yönelik kullandığı üç farklı tanımdan biri basit kesrin formal tanımı iken diğer ikisi birim ve bileşik kesre aittir. Öğrencilerin kullandığı formal tanımlardan hareketle basit kesri, birim ve bileşik kesir ile karıştırdıkları sonucu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin bir kısmı kullandığı sözel temsillerde basit kesrin isminden yola çıkarak basit kesri kolay/basit olarak tanımlamışlardır. Kullanılan bir diğer sözel temsil ise kesir okunuşudur. Öğrencilerden bir kısmı basit kesir okunuşu kullanırken 1 öğrenci bileşik kesrin okunuşuna yer vermiştir. Öğrencinin kesir okunuşunda basit kesir ile bileşik kesri karıştırdığı sonucu ortaya konmuştur. Basit kesrin sözel temsilinde öğrencilerden bazıları kullandıkları pay ve payda kavramları yerine üstteki ve alttaki kavramlarını kullanarak informal şekilde tanımlama yapmışlardır. Bir öğrenci ise kullandığı sözel temsilde basit kesri günlük yaşamla ilişkilendirerek tanımlamıştır.

4. İlkokul 4. sınıf öğrencilerin bileşik kesri ifade etmede tercih ettiği temsil türleri sırasıyla görsel, sembolik ve sözel temsil olmuştur. Öğrencilerin görsel temsil kullanımlarında 'Kesir Modelleri' ve 'Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri' kategorileri altında çeşitli temsillere yer verdikleri görülmektedir. Kesir modelleri kategorisi altında öğrencilerin sırasıyla alan/bölge modeli ve sayı doğrusu modeli olmak üzere iki tür kesir modeline yer verirken, küme modeli kullanmamışlardır. Öğrencilerin bileşik kesrin alan/bölge modelinde en fazla kullandığı geometrik şekil türü ise dikdörtgendir. Sayı doğrusu modeline yer veren sadece 6 öğrenci bulunmaktadır. Bileşik kesrin görsel temsilinde öğrencilerin günlük yaşamla ilişkilendirdiği tek nesne ise kalp şekli olmuştur.

5. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bileşik kesre yönelik sembolik temsil kullanımlarında payı paydasından büyük olan ve payı paydasına eşit bileşik kesir sembolik temsillerine yer vererek büyük ölçüde uygun temsil kullanmışlardır. Bileşik kesir sembolik temsil kullanımının yanı sıra öğrencilerin bir kısmı basit kesir ve tam sayılı kesir sembolik temsillerine yer vermiştir. Öğrencilerin uygun olmayan bu sembolik temsil kullanımları bileşik kesir ile basit kesir ve tam sayılı kesri karıştırdığı sonucunu ortaya koymaktadır.

6. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin bileşik kesre yönelik sözel temsil kullanımlarında en fazla tercih ettiği temsil formal tanım yazımı olmuştur. Öğrencilerin bileşik kesre yönelik kullandığı iki farklı tanımdan biri bileşik kesrin formal tanımı iken diğeri

basit kesre aittir. Öğrencilerin kullandığı formal tanımlardan hareketle bileşik kesir ile basit kesri karıştırdıkları sonucu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin bir kısmı kullandığı sözel temsillerden bileşik kesir isminin birleşik olarak çağrışım yaptığı ve öğrencilerin birleşik olma ve kesirlerin birleşmesi anlamlarına yönelik ifade kullandığı görülmektedir. Kullanılan bir diğer sözel temsil ise kesir okunuşudur. Öğrenciler bileşik kesre uygun kesir okunuşuna yer vermelerinin yanı sıra basit kesir okunuşuna yönelik kesir okunuşu da kullanmıştır. Öğrencinin kesir okunuşunda bileşik kesir ile basit kesri karıştırdığı sonucu ortaya konmuştur. Bileşik kesrin sözel temsilin öğrencilerden bazıları pay kavramı yerine üstteki kavramını kullanarak informal şekilde tanımlama yapmışlardır.

7. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesri ifade etmede tercih ettiği temsil türleri sırasıyla görsel, sembolik ve sözel temsil olmuştur. Öğrencilerin görsel temsil kullanımlarında 'Kesir Modelleri', 'Tam ve Basit Kesir Kısımları İçin Farklı Geometrik Şekil Kullanımı' ve ' Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri' kategorisi altında çeşitli temsillere yer vermişlerdir. Kesir modelleri kategorisi altında öğrencilerin sırasıyla alan/bölge ve sayı doğrusu modeli olmak üzere iki tür kesir modeline yer verirken, küme modeli kullanmamışlardır. Öğrencilerin tam sayılı kesrin alan/bölge modelinde en fazla kullandığı geometrik şekil türü ise dairedir. Sayı doğrusu modeline yer veren sadece 3 öğrenci bulunmaktadır. Bir diğer görsel temsil kullanımında öğrencilerin 12 tanesi tam sayılı kesrin tam kısmını modellemede kullandığı geometrik şekilden farklı olarak tam sayılı kesrin basit kesir kısmını modellemede başka bir geometrik şekle yer vermiştir. Öğrencilerin görsel temsil kullanımları, tam sayılı kesrin tam ve basit kesir kısımlarını birbirinden bağımsız şekilde yorumladığını göstermektedir. Tam sayılı kesrin görsel temsilinde öğrencilerin günlük yaşamla ilişkilendirdiği tek nesne ise kitap şekli olmuştur.

8. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesre yönelik sembolik temsil kullanımlarında büyük ölçüde tam sayılı kesir sembolik temsili kullanarak uygun biçimde temsil kullanmasının yanı sıra öğrencilerin bir kısmı kullandığı sembolik temsillerde tam sayılı kesrin tam kısmını doğru şekilde ifade ederken basit kesir kısmı için bileşik kesir sembolik temsiline yer vererek hatalı tam sayılı kesir sembolik temsili kullanmıştır. Öğrencilerin bazıları ise bileşik kesir sembolik temsiline yer vermiştir. Öğrencilerin uygun olmayan bu temsil kullanımları tam sayılı kesir ile bileşik kesri karıştırdığı sonucu ortaya koymaktadır.

9. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesre yönelik sözel temsil kullanımlarında en fazla tercih ettiği temsil eksik formal tanım yazımı olmuştur. Öğrenciler bu tanımlarda sadece tam/bütün kısmı üzerinden tanımlama yapmış ve basit kesre ilişkin ifade kullanmamıştır. Öğrencilerin bazıları tam sayılı kesrin tam ve basit kesir kısımlarını, bir bütün/tam ile parçaları şeklinde informal olarak tanımlamışlardır. Kullanılan bir diğer sözel temsil ise kesir okunuşudur. Öğrencilerin bir tanesi tam sayılı kesir okunuşuna yer verirken iki öğrenci bileşik kesir okunuşu kullanmıştır. Öğrencilerin kesir okunuşunda tam sayılı kesir ile bileşik kesri karıştırdığı sonucu ortaya konmuştur. Öğrencilerden bir tanesi tam sayılı kesrin formal tanımına yer verirken bir tanesi de günlük yaşamla ilişkilendirerek tanımlamıştır.

10. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin birim kesri ifade etmede tercih ettiği temsil türleri sırasıyla görsel, sembolik ve sözel temsil olmuştur. Öğrencilerin görsel temsil kullanımlarında 'Kesir Modelleri' ve 'Günlük Yaşamdaki Nesne Şekilleri' kategorileri altında çeşitli temsillere yer vermişlerdir. Kesir modelleri kategorisi altında öğrencilerin sırasıyla alan/bölge modeli, sayı doğrusu modeli ve küme modeli olmak üzere üç tür kesir modeline de yer vermiştir. Öğrencilerin alan/bölge modelinde en fazla kullandığı geometrik şekil türü ise dikdörtgendir. Sayı doğrusu modelin yer veren 3 öğrenci bulunurken, küme modeli sadece 1 öğrenci tarafından kullanmıştır. Birim kesrin görsel temsil temsilin öğrencilerin günlük yaşamla ilişkilendirdiği nesneler ise kalp ve gökkuşağı şekilleridir.

11. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin birim kesre yönelik sembolik temsil kullanımlarında büyük ölçüde birim kesir sembolik temsili kullanarak uygun biçimde temsil kullanmasının yanı sıra öğrencilerin bir kısmı birim kesre uygun olmayan sembolik temsillere yer vermiştir. Öğrencilerin bazıları basit, bileşik ve tam sayılı kesre ait sembolik temsillere yer vermiştir. Öğrencilerin uygun olmayan bu temsil kullanımları birim kesir ile basit, bileşik ve tam sayılı kesri karıştırdığı sonucunu ortaya koymaktadır. Bazı öğrenciler ise doğrudan 1 doğal sayısına ait sembolik temsil kullanmıştır. Bu öğrencilerin kesir sayısına ait gösterimi kavrayamadıkları görülmektedir.

12. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin birim kesre yönelik sözel temsil kullanımlarında en fazla tercih ettiği temsil formal tanım yazımı olmuştur. Öğrenciler birim kesre yönelik kullandığı iki farklı tanımdan biri birim kesrin formal tanımı iken diğeri bileşik kesre aittir. Öğrencinin kullandığı formal tanımdan hareketle birim kesri

bileşik kesir ile karıştırdığı sonu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerden bir kısmı kullandığı sözel temsilde birim kesri günlük yaşamla ilişkilendirerek tanımlamıştır. Kullanılan bir diğer sözel temsil ise birim kesir okunuşudur. Öğrencilerin bazıları pay kavramına yer vermeden bir bütünün bir parçasının alınması şeklinde informal tanım kullanmıştır.

13. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit kesre uygun sembolik temsil kullanma başarısı %84,3 iken belirtmiş olduğu kesri modelleme başarısı %71,9'dur. Öğrencilerin sembolik temsile verdikleri yanıtlara bağlı olarak çeşiti hatalar yaptığı görülmüştür. Basit kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen öğrencilerin bütünü oluşturan eş parça sayısını yanlış belirleme, bütünü eş parçalara ayıramama, basit kesrin modellemesinde birden fazla bütüne ihtiyaç duyma, bütünü oluşturan eş parçaların tamamını tarama gibi dört tür hata yaptığı ve bazı öğrencilerin ise modelleme kullanmadığı için hata yaptığı sonucuna ulaşılmıştır. Basit kesrin sembolik temsilini yanlış kullanan öğrencilerin hepsinin bileşik kesir sembolik temsiline yer verdiği görülmüştür. Öğrencilerin bir kısmı pay ve paydayı karıştırma hatası yaparak kullandıkları sembolik temsil bileşik kesre ait olmasına rağmen kullanmış olduğu modelleme basit kesre karşılık gelmektedir. Öğrencilerin bir kısmı belirtmiş olduğu bileşik kesri modellerken bir kısmı ise modelleme kullanmamıştır. Son durumda ise bazı öğrenciler basit kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan doğrudan basit kesir modellemesine yer vermiş ve bazı öğrenciler de rastgele çizimler kullanmıştır.

14. İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin bileşik kesre uygun sembolik temsil kullanma başarısı %81,1 iken belirtmiş olduğu kesri modelleme başarısı %51,4'tür. Öğrencilerin sembolik temsile verdikleri yanıtlara bağlı olarak çeşitli hatalar yaptığı görülmüştür. Bileşik kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen öğrencilerin pay ile paydayı karıştırma, sembolik temsilden bağımsız bileşik kesir modellemesi yapma, bütünleri farklı eş parçalara bölme, bütünü eş parçalara ayıramama gibi dört tür hata yaptığı ve bazı öğrencilerin ise modelleme kullanmadığı için hata yaptığı sonucuna ulaşılmıştır. Bileşik kesrin sembolik temsili için basit kesir sembolik temsili kullanan öğrencilerin bazıları doğrudan basit kesir modellemesine yer verirken bazıları ise pay ile payda karıştırma hatasından dolayı bileşik kesir modellemesine yer vermiştir. Bir öğrenci ise bileşik kesrin sembolik temsili için hatalı tam sayılı kesir sembolik temsiline yer vermiş ve geçersiz bir modelleme

kullanmıştır. Bazı öğrenciler ise bileşik kesrin sembolik temsili için basit kesir sembolik temsiline yer vermiş ve modelleme kullanmamıştır. Son durumda ise öğrencilerin bir kısmı soruyu boş bırakmış bir kısmı ise bileşik kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan doğrudan bileşik ve basit kesir modellemesine yer vermiş ya da rastgele çizimler kullanmıştır.

15. İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin tam sayılı kesre uygun sembolik temsil kullanma başarısı %65,5 iken belirtmiş olduğu kesri modelleme başarısı %51'dir. Öğrencilerin sembolik temsile verdikleri yanıtlara bağlı olarak çeşitli hatalar yaptığı görülmüştür. Tam sayılı kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen öğrencilerin tam ve basit kesir kısımları için farklı geometrik şekil kullanımı, payda ayırma hatası, eksik tam çizimi, bütünü eş parçalara ayıramama gibi dört tür hata yaptığı ve bazı öğrencilerin ise modelleme kullanmadığı için hata yaptığı sonucuna ulaşılmıştır. Tam sayılı kesir için bazı öğrenciler doğrudan bileşik kesir sembolik temsili ve modellemesine yer verirken bazı öğrenciler basit kesir sembolik temsili ve modellemesine yer vermiştir. Hatalı/geçersiz tam sayılı kesir sembolik temsili kullanan öğrencilerin geçersiz modelleme kullanımı ve bileşik kesir modellemesi kullanma gibi iki tür yaptığı ve bazı öğrencilerin hatalı/geçersiz tam sayılı kesir sembolik temsili kullanmasına rağmen tam sayılı kesrin basit kesir kısmında pay ile paydayı karıştırma hatası yapmış olmasından dolayı kullanmış olduğu modellemeler tam sayılı kesre karşılık gelmektedir. Son durumda ise öğrencilerin bir kısmı soruyu boş bırakmış bir kısmı ise tam sayılı kesre yönelik sembolik temsil kullanmadan doğrudan bileşik kesir veya tam sayılı kesir modellemesine yer vermiştir.

16. İlkokul 4.sınıf öğrencilerinin birim kesre uygun sembolik temsil kullanma başarısı %67,4 iken belirtmiş olduğu kesri modelleme başarısı %62,2'dir. Öğrencilerin sembolik temsile verdikleri yanıtlara bağlı olarak çeşitli hatalar yaptığı görülmüştür. Birim kesrin sembolik temsilini doğru kullanmasına rağmen öğrencilerin bütünü eş parçalara ayıramama ve birim kesrin modellemesinde birden fazla bütüne ihtiyaç duyma hatası gibi iki tür hata yaptığı ve bazı öğrencilerin ise modelleme kullanmadığı için hata yaptığı sonucuna ulaşılmıştır. Birim kesir için bazı öğrenciler doğrudan basit kesir sembolik temsili ve modellemesine yer verirken bazı öğrenciler tam sayılı kesir sembolik temsili ve modellemesin yer vermiştir. Bileşik kesir sembolik temsili kullanan öğrencilerin ise pay ile paydayı karıştırma ve bileşik kesir modellemesi kullanma gibi iki tür hata yaptığı sonucuna ulaşılmıştır. Bazı

öğrenciler ise birim kesrin sembolik temsili için bileşik kesir ve tam sayılı kesir sembolik temsiline yer vermiş ve modelleme kullanmamıştır. Son durumda ise öğrencilerin bir kısmı soruyu boş bırakmıştır.

5.2. Tartışma

Araştırmanın bulguları ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesri temsil etmede sırasıyla en çok görsel, sembolik ve sözel temsili tercih ettiğini ortaya koymuştur. Öğrencilerin bu kesir kavramlarını temsil etmek için daha çok görsel temsile eğilim göstermeleri kesrin soyut yapısı ve kesrin soyut yapısına bağlı olarak öğretim sürecinde sıklıkla kullanılan temsiller ile açıklanabilir. Kesirler öğrencilerin matematikte karşılaştıkları ilk soyut kavramlardan birisidir (Booker, 1996, 386; Pesen, 2007, 80) ve kesirlerin görselleştirilmesi büyük ölçüde modeller ile olmaktadır (Gözel, 2020, 259). Araştırmanın bulgularında da öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesre yönelik görsel temsillerinde en çok kesir modellerine yer verdikleri görülmüştür. Öğrenciler kesir modelleri içinde en çok alan/bölge modeline yer vermelerine karşın sayı doğrusu ve küme modelini nadiren kullanmışlardır. Kesirlerin en yaygın öğretimi bir bütünün parça ile kıyaslanması yolu ile bir bütünün parçası veya eşit paylaşım kavramları ile başlamakta ve bu gösterimler genellikle alan/bölge modelleri aracılığı ile temsil edilmektedir (Newstead, Murray, 1998, 299; Yenilmez, Ev-Çimen, 2019, 178). Literatürde kesir öğretimi ile ilgili olarak sınıf öğretmenleri ile yapılan çalışmalara bakıldığında öğretmenlerin kesir öğretimi sırasında belirli kesir modellerini kullanmaya yönelik eğilimlerinin olduğu görülmektedir. Doğan-Temur (2011) yaptığı araştırmada dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşlerini belirleyerek bu konudaki deneyimlerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğretmenlerin hepsi kesir öğretimi sırasında alan/bölge özelliğine dayalı modelleri ilk sıralarda kullandıklarını ifade etmiştir. Benzer olarak beşinci sınıf kesirler konusunun öğretimini modeller açısından inceleyen bir araştırmada, öğretmenlerin genel olarak bölge modelini kullandıkları ortaya konmuştur. Bölge modelinden sonra ağırlıklı olarak sayı doğrusu modeline yer verildiği ve küme modeline neredeyse hiç yer verilmediği ifade edilmiştir (Çelik, 2015, 62). Doğan (2018, 141)'ın sınıf öğretmenleri ile yaptığı araştırmada, sınıf öğretmenlerinin genel olarak kesirleri gösterirken baskın bir şekilde alan/bölge modelini kullanmayı tercih

ettikleri sonucu, bu görüşü ve araştırma sonuçlarını destekler niteliktedir. Toptaş, Han ve Akın (2017) yaptıkları çalışmada sınıf öğretmenlerinin kesirlerin farklı anlamları ve farklı kesir modelleri konularında bilgi ve görüşlerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğretmenlerin kesir öğretimi sürecinde kullanılan farklı kesir modellerine yönelik yeterli bilgiye sahip olmadıkları ve çoğunluğunun farklı kesir modellerini göstermede yetersiz olduğu ortaya konmuştur. Kesirlerin öğretiminde ilk yıllardan itibaren parça-bütün anlamı üzerinden gidilmesi (Acar, 2010, 5) ve bu duruma bağlı olarak alan/bölge modelinin öğretmenlerden tarafından sıklıkla kullanılması öğrencilerin kesir çeşitleri ve birim kesri ifade etmedeki görsel temsil tercihlerini etkileyen bir unsur olabileceği düşünülmektedir. Sınıf öğretmenlerinin yanı sıra sınıf öğretmeni adaylarının da kesrin farklı anlamlarını bilme durumlarını inceleyen sorularda genel olarak kesrin parça-bütün anlamına vurgu yaptığı ve kesrin diğer anlamlarında kavramsal olarak sorun yaşadıkları (Akbaba-Dağ, 2014, 125), kesirleri açıklamak ve derslerini planlamak için çoğunlukla kesirlerin parça-bütün anlamını kullandığı (Baştürk, 2016, 41), kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik yaptığı modellemelerde çoğunluğunun dörtgensel alan modelini tercih ettiği (Osmanoğlu, Özgeldi, 2018, 1824), kesirler konusunda temel düzeyde bilgi sahibi oldukları ve matematiksel bilgi açısından yeterli seviyede olmadıkları (Sezer, 2012, 68) çeşitli araştırmalarda ortaya konmuştur. Sınıf öğretmeni ve adayları ile yapılan çalışmalara ek olarak ortaokul öğretmenleri ile yapılan araştırmada, öğretmenlerin ders anlatımında büyük oranda bölge modelini ve sayı doğrusu modelini kullandığı ve bu temsil kullanımlarına paralel olarak öğretmenlerin parça-bütün anlamı üzerinden derslerini işledikleri belirtilmiştir (Yılmaz, 2016, 126-127). Can (2019, 125)' ın ortaokul matematik öğretmenleri ile yürüttüğü çalışmada da kesirlerde işlemler konusuna ilişkin öğretmenlerin kavramsal bilgi boyutunda yaptığı çözümler detaylandırıldığında en fazla model kullanımı ile sonuca ulaşıldığı ve bu noktada da bölge modelinin tercih edildiği görülmektedir. Sadece bir öğretmen kesirlerde toplama işleminde çizgi modelini kullanırken, küme modeline hiç yer verilmemiştir. Şen (2021) yaptığı araştırmada bir ortaokul öğretmeninin 5.sınıf kesirler konusundaki öğretme bilgisini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğretmenin alan bilgisi kapsamında kesirlerin sadece parça-bütün anlamına odaklandığı ve buna paralel olarak öğretiminde de sadece parça-bütün anlamına yönelik gösterimler yaparak alan/bölge modelini kullandığı ve somut kesir materyallerini kullanmadığı ortaya konmuştur.

Genel olarak sonuçlara bakıldığında öğretmenin kesir modellerine ilişkin yetersiz alan bilgisine sahip olduğu görülmektedir. Son olarak benzer bir durum ortaokul matematik öğretmeni adayları ile yapılan bir araştırmada, öğretmen adaylarına bir kesir verilip model ile göstermeleri istendiği zaman ilk olarak alan/bölge modelini kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür (Duran, 2017, 296). Öğretmen ve öğretmen adaylarının kesir öğretiminde kullanımının yanı sıra, parça-bütün anlamı ilkokul ders kitaplarına kesirleri temsil etme yolu olarak o kadar yerleşmiştir ki kesirlerin başka neyi temsil edebileceğini düşünmekte zorlanılabilir (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2019, 287). Bu gösterim yolu öğrenciler için diğerlerine göre en basit ve anlaşılması kolay model (Alacaci, 2015, 84; Reys ve diğ., 2009, 267) olduğundan dolayı öğrencilerin kesir çeşitlerinde ve birim kesirde en fazla bu kesir modeli türünü tercih etmesi anlaşılır bir durum olarak görülebilir. Literatürde öğrencilerle yapılan çalışmalara bakıldığında; Şahin (2019, 99) ortaokul öğrencileri ile yaptığı araştırmada öğrencilerin kesirli sayıların kullanımı için daha çok görsel temsile başvurduğunu ve görsel temsil olarak da bölge modelini tercih etmelerinin yanı sıra uzunluk temsilinde zorlandıklarını ortaya koymuştur. Bir diğer araştırmada Macit (2019, 77) 6. sınıf öğrencilerinin kesir kavramına yönelik en çok sahip oldukları kavram imajlarının sırasıyla bölüm ve parça-bütün kavram imajları olduğu belirtmiştir. Yakar (2019, 92)'ın ortaokul kaynaştırma öğrencileri yaptığı çalışmada öğrencilerin kesir kavramını kesir modelleri ile öğrenme sürecinde alan/bölge modelini daha rahat kullanıp başarılı olduklarını ve bu durumu ilkokul yıllarından itibaren alan/bölge modeli kullanılması ile ilişkilendirmektedir. Literatürde öğretmenler, öğretmen adayları ve öğrencilerle yapılan araştırmalar, kesrin parça-bütün anlamının daha yaygın olduğunu ve parça-bütün anlamını temsil etmede kullanılan alan/bölge modelinin daha çok tercih edildiğini ortaya koymakla birlikte çalışmanın bulguları ile paralellik göstermekte ve çalışmanın bulgularını destekler niteliktedir.

Araştırma sonuçlarına göre ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesri alan/bölge modeli ile temsil etmede belirli geometrik şekilleri daha çok tercih ettikleri görülmüştür. Sonuçlara bakıldığında basit, bileşik ve birim kesri temsil etmede dikdörtgen şekli en fazla kullanılan geometrik şekil iken, tam sayılı kesri temsil etmede daire geometrik şekli en fazla kullanılan geometrik şekil olmuştur. Literatüre bakıldığında öğrencilerin alan/bölge modelinde dikdörtgen

geometrik şeklini kullanmasının, bütün kavramını görmesi ve anlaması adına zor olduğu fakat bütünü eş parçalara ayırma açısından kolay olduğu, daire geometrik şeklini kullanmasının bütün kavramını görmesi ve anlaması adına kolay fakat bütünü eş parçalara ayırma açısından zor olduğu ve üçgen geometrik şeklinin kullanımında ise bütün kavramını görmek ve anlamasının yanı sıra bütünü eş parçalara ayırmasının zor olduğu ifade edilmiştir (Reys ve diğ., 2009, 267). Daire ve üçgen modeli bütünü eşit parçalara ayırma açısından daha zordur. Genel olarak dikdörtgensel bölgelerin daha kolay bölümlendiği söylenebilir (Olkun, Toluk-Uçar, 2014, 136). Ek olarak Cramer, Wyberg ve Leavitt (2008, 490) de daire geometrik şeklinin parça-bütün ilişkini gösterme ve kesri ifade etmede en etkili temsil olduğunu ifade etmektedir. Bu bilgilerden hareketle öğrencilerin bütünü eş parçalara ayırmada daha kolay olmasından dolayı ağırlıklı olarak dikdörtgen geometrik şeklini tercih ettikleri söylenebilir. Ayrıca daire geometrik şeklinin bütün kavramını görme ve anlama açısından daha kolay ve etkili bir model olması ve tam sayılı kesrin yapısı itibariyle bir bütün/tam kısmına sahip olmasından dolayı öğrencilerin daire modelini tercih etmesi arasında bir ilişki kurulabilir. Yenilmez ve Ev-Çimen (2019, 182)'e göre alan/bölge modelinde en yaygın olarak daire geometrik şekli ve daha sonra kare, dikdörtgen kullanımı tercih edilmektedir. Literatürde geçen bu ifade ile araştırmanın sonuçları arasında kısmen paralellik bulunmaktadır. Araştırma sonuçlarına göre öğrenciler tam sayılı kesri ifade etmede en fazla daire geometrik şeklini kullanırken diğer kesir kavramlarında ilk olarak dikdörtgen geometrik şeklini kullanmaktadır. Fakat bakıldığında öğrencilerin dikdörtgen, daire ve kare gibi üç tür geometrik şekli ağırlıklı olarak kullandıkları görülmektedir. Tabak ve diğerleri (2010), de yaptıkları araştırmada 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki modelleme becerilerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin alan modelinde kare, dikdörtgen, daire ve paralel kenar geometrik şekilleri kullanmada yüksek oranda başarı sağlarken üçgen ve dik yamuk geometrik şekillerinde başarısız olduğu ortaya konmuştur.

Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesri ifade etmede kullandığı görsel temsillerden bir diğeri de günlük yaşamdaki nesne şekilleridir. Öğrencilerin bu kesir kavramlarını temsil etmede pasta, meyve şekli, kalp, buzdolabı, kitap ve gökkuşağı gibi günlük yaşamdaki nesne şekillerini kullanmıştır. Doğan (2018, 141)' in yaptığı çalışmada da sınıf öğretmenlerinin kesir

öğretiminde kesir modellerinden sonra ikinci olarak en çok tercih ettikleri gösterim şeklinin nesnelerle gösterim şekli olması ve öğretmenlerin de somun ekmeği, elma ya da pasta dilimi şeklindeki görsel temsilleri kullanması araştırmanın bulguları ile paralellik göstermektedir.

Araştırmanın sonuçlarına göre ilkokul 4. sınıf öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesri temsil etmede sırasıyla en çok tercih ettiği temsiller görsel, sembolik ve sözel temsil türleri olmuştur. Bu sonuçlara paralel olarak Kara (2017, 55)'nın yaptığı araştırmada altıncı sınıf öğrencilerinin de kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde sırasıyla en çok kesir modeli, cebirsel ve metinsel temsilleri tercih ettiği ortaya konmuştur. Buna karşın Özer (2018, 63) yaptığı çalışmada ilkokul matematik ders kitaplarındaki kesirler konusunda yer verilen temsillerin neler olduğu incelemiş ve araştırma sonuçlarına göre ilkokul matematik ders kitabında kesirlere yönelik en çok metinsel temsillere yer verildiği, model ve numerik temsillerin ise önemli oranlarda kullanıldığı ifade edilmiştir. Diğer yandan ise sayı doğrusu temsillerinin oldukça düşük oranlarda kullanıldığı rapor edilmiştir. İlkokul matematik ders kitaplarında kesirler konusuna yönelik model ve numerik temsillerin önemli oranlarda kullanılması ile araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesri ifade etmede sırasıyla en çok görsel ve sembolik temsillere yer vermesi arasında bir paralellik bulunmaktadır. Ders kitaplarında en çok metinsel temsilin kullanılması ve öğrencilerin ise basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesri ifade etmede en az sözel temsili tercih etmesi arasında bir uyuşmazlık bulunmaktadır. Bu durum ders kitaplarının yapısı itibariyle konu anlatımı özelliği taşımasından dolayı anlaşılır bir durum olarak değerlendirilebilir. Ayrıca ilkokul matematik ders kitaplarındaki bu sonuçlara yönelik Özer (2018, 63), metinsel temsillerin yanında model temsillere de daha fazla yer verilmesinin kesirler konusundaki örnek ve alıştırmaların anlaşılmasına katkı sağlayacağını ifade etmektedir.

Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesre yönelik sembolik temsilleri büyük oranda doğru kullanmasının yanında öğrencilerin azımsanmayacak kısmının sembolik temsilleri karıştırdığı görülmektedir. Bakıldığında öğrenciler basit kesir sembolik temsilinde, bileşik kesir sembolik temsili ve doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsili kullanmakta ve bu sembolik temsilleri birbirleri ile karıştırmaktadır. Doğal sayılarla toplama işlemi sembolik temsili kullanan öğrencilerde bileşik kesir sembolik temsili kullanan

öğrencilerden farklı olarak ise kesir sayısına ait gösterim bilgisinin oluşmadığı ve basit kesrin gösterimine doğal sayılara ait bilgilerini aktardıkları yorumu yapılabilir. Bileşik kesir sembolik temsilinde öğrenciler, basit kesir sembolik temsili ve tam sayılı kesir sembolik temsili kullanmakta ve bu sembolik temsilleri birbirleri ile karıştırmaktadır. Tam sayılı kesir sembolik temsilinde, öğrencilerin bir kısmı tam sayılı kesrin basit kesir kısmı için bileşik kesir sembolik temsili kullanarak hatalı/geçersiz tam sayılı kesir sembolik temsili ve bileşik kesir sembolik temsili kullanmaktadırlar. Bu durumda öğrencilerin tam sayılı kesrin sembolik temsilindeki kavramsal bilgiyi tam olarak oluşturamadıkları görülmektedir. Birim kesir sembolik temsilinde ise öğrencilerin basit, bileşik ve tam sayılı kesir sembolik temsillerinin yanı sıra 1 doğal sayısına ait sembolik temsili kullandığı görülmektedir. Öğrencilerin diğer kesir gösterimlerinden farklı olarak 1 doğal sayısına yer vermesi, birim kesrin öğretiminde doğrudan 1 doğal sayısının vurgulanması ve kesir sayısına ait gösterimin göz ardı edilerek ezbere bir yol izlenmesinden kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2019, 27)'a göre kesir sembolleri, sıklıkla öğrencileri yanıltan oldukça karmaşık kuralları temsil eder. Öğrencilere bir kesrin pay ve paydasının ne anlama geldiği konusunda güçlü bir anlayış geliştirmelerinde yardımcı olmak için harcanan zamanın oldukça değerli olduğu ifade edilmektedir.

Dilsel ifadeler matematik eğitiminde önemli bir yere sahiptir (Vergnaud, 1998, 175). Matematik öğrenme-öğretme sürecinde öğrencilerin düşüncelerini sözlü olarak ifade etmeleri, matematiksel kavramların içselleştirilmesi, anlaşılması ve yapılandırılmasında önemli bir yere sahiptir (Gözel, 2020, 248). Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesre yönelik sözel temsillerinde en çok ilkokul matematik ders kitaplarında yer alan formal tanımları kullandığı görülmektedir. Bunun yanında öğrencilerin sembolik temsilde olduğu gibi sözel temsil kullanımlarında da kesir kavramlarını birbirine karıştırdığı görülmektedir. Öğrencilerin bazılarının basit kesre yönelik kullandığı sözel temsillerde birim ve bileşik kesrin formal tanımlarına yer verdiği; bileşik kesre yönelik sözel temsillerde basit kesrin formal tanımına yer verdiği ve son olarak da birim kesre yönelik sözel temsillerde bileşik kesir formal tanımına yer verdiği görülmektedir. Benzer bir durum Aktaş (2019, 62)'ın ortaokul öğrencileri ile kesir kavramının tanımına yönelik yürüttüğü araştırmada görülmekte ve öğrencilerin kesir kavramının formal tanımını tam olarak bilmediğini ortaya koymaktadır.

Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin basit ve bileşik kesre yönelik sözel temsillerinde, kavramların isimlerinden yola çıkarak tanımlamalar yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin sözel temsillerindeki ifadelere bakıldığında basit kesrin öğrenciler tarafından kolay olarak algılandığı ve bileşik kesrin ise birleşik kelimesi ile bağdaştırıldığı görülmektedir. Bu durum öğrencilerin kavramlara yönelik düşünme biçimleri ile kavram isimleri arasında bir ilişkinin olabileceğini göstermektedir. Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2019, 297) da bileşik kesir için İngilizce'de kullanılan improper kelimesinin uygun olmayan/uygunsuz anlamlarına geldiği için öğrencilerde kafa karışıklığına neden olabileceğini, kavram adının kavramın öğretiminde karmaşaya yol açmaması adına bileşik kesir için 1'den büyük kesirler ifadesinin kullanılmasını önermektedir.

Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesre yönelik sözel temsillerinde yer verdiği kesir okunuşlarında doğru kullanımların yanı sıra kavramları birbirleri ile karıştırdığı ortaya konmuştur. Öğrencilerin bazılarının basit kesre yönelik kullandığı sözel temsillerde bileşik kesir okunuşuna yer verdiği; bileşik kesre yönelik sözel temsillerde basit kesir okunuşuna yer verdiği ve son olarak da tam sayılı kesre yönelik kullandığı sözel temsillerde bileşik kesir okunuşuna yer verdiği görülmektedir. Tarkan-Yurtsever (2012, 153) de beşinci sınıf öğrencileri ile yaptığı araştırmada, öğrencilerin $\frac{4}{3}$ bileşik kesrini dörtte üç şeklinde okuduklarını ve kesir okunuşlarında çeşitli hatalar yaptıklarını ifade etmiştir. Benzer bir duruma Akan-Sağsöz (2008, 47)'ün altıncı sınıf öğrencileri ile yaptığı araştırmada rastlanılmaktadır. Öğrencilerin kesir çeşitlerini tanıma becerilerini ölçen bir soruya verdiği yanıtlardan hareketle öğrencilerin bazılarının basit kesir ile bileşik kesri karıştırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu duruma neden olarak ise basit ve bileşik kesirlerin öğretimi sırasında kavramlar üzerinde yeterince durulmaması ve kavratılmaması gerekçe gösterilmiştir.

Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin basit, tam sayılı ve birim kesre yönelik sözel temsillerinde günlük hayatla ilişkilendirilmiş tanımlara yer verdiği görülmektedir. Matematik dersi öğretim programının özel amaçlarında da öğrencilerin matematiksel kavramları anlaması ve bu kavramları günlük hayatta kullanabilmesi beklenmektedir (MEB, 2018, 9). Bunun nedeni ise öğrenciler matematiksel fikirleri ve kavramları diğer bağlamlarla, kendi ilgi ve deneyimleri ile ilişkilendirdiğinde öğrenmeleri daha kalıcı hale gelmektedir (NCTM, 2000, 64). Ayrıca Carraher (1996, 262)'a göre

psikolojik kavramlar olarak kesirlerin ne olduğunu anlamak için öğrencilerin ne bildikleri ve nasıl ilişkilendirdiklerini anlamaya çalışmak gerekmektedir. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin kullandığı sözel temsillerde pay ve payda kavramları, üstteki ve alttaki sayı olarak ilişkilendirilmekte ve öğrenciler tarafından informal olarak tanımlanmaktadır. Benzer şekilde beşinci sınıf öğrencilerinin de bütünü pay ve paydanın yeri ile tanımladıkları ifade edilmiştir (Tarkan-Yurtsever, 2012, 154).

Matematik, konuları arasında ön şart olma ilişkisinin güçlü olduğu ve bu ön şart davranışlarının bir sonraki öğrenmeler üzerinde olumlu ya da olumsuz etkiye neden olabileceği bir yapıya sahiptir. Bu nedeni matematiğin ardışık ve yığılmalı bir bilim olmasından kaynaklanmaktadır. Bundan dolayı herhangi bir kavram onun ön şart durumundaki diğer kavramlar kazandırılmadan tam olarak verilemez. Bu ardışık yapılanma içerisinde kesir sayıları ve kesirler arasındaki ilişkileri içeren kavramların öğrenilmesi, diğer matematik kavramlarının öğrenilmesi için önem taşımaktadır (Akoğlu, 2003, 35-36; Altun, 1998, 10). Matematik dersinde kesirlere ait kazanımlara bakıldığında öğrencilerin kesirlerle işlemler konusuna ait kazanımlara geçmeden önce kesir kavramlarını tanıması (basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesir) ve bu kesir kavramlarını modeller ile göstermesi beklenmektedir (MEB, 2018, 47). Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesre yönelik belirtmiş olduğu sembolik temsile uygun modelleme performanslarına bakıldığında öğrencilerin önemli bir kısmı belirtmiş olduğu kesri modellemede sorun yaşamaktadır. Öğrencilerin basit kesre uygun sembolik temsil kullanma başarısı %84,3 iken belirtmiş olduğu kesri modelleme başarısı %71,9'a, bileşik kesre uygun sembolik temsil kullanma başarısı %81,1 iken belirtmiş olduğu kesri modelleme başarısı %51,4'e, tam sayılı kesre uygun sembolik temsil kullanma başarısı %65,5 iken belirtmiş olduğu kesri modelleme başarısı %51,4'e ve birim kesre uygun sembolik temsil kullanma başarısı %67,4 iken belirtmiş olduğu kesri modelleme başarısı %62,2'ye düşmektedir. Araştırma sonuçları öğrencilerin sembolik temsilden görsel temsile geçiş durumunda doğru yanıt verme yüzdesinin düştüğünü ve çeşitli hatalar yaptığını göstermektedir. Bakıldığında öğrencilerin belirtmiş olduğu kesri modellemede en fazla başarı sağladığı kesir kavramı basit kesir olurken en başarısız olduğu kesir kavramı ise tam sayılı kesir olmuştur. Beşinci sınıf öğrencileri ile yapılan bir araştırmada, bileşik kesri öğrenmede öğrencilerin basit kesre kıyasla daha çok zorlandığı ifade edilmiştir (Tarkan-Yurtsever, 2012, 154).

Genel olarak bakıldığı zaman öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesrin sembolik temsilini kullanma ve sembolik temsile uygun modelleme yapabilmede başarısız oldukları görülmektedir. Literatüre bakıldığında Orhun (2007, 99) yaptığı araştırmada dördüncü sınıf öğrencilerinin kesir işlemlerinde formal aritmetik ve görselleştirme arasındaki ilişkiyi incelemiş ve formal aritmetik ve görselleştirme arasında öğrencilerin bilişsel bir eksikliği olduğunu ortaya koymuştur. Benzer olarak Şiap ve Duru (2004, 95) da beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerdeki işlemlerde geometriksel modelleri anlayabilme ve kullanabilme becerisini araştırmıştır. Çalışmada beşinci sınıf öğrencilerinin kesir kavramını tam olarak algılayamadığı ve öğrencilerin işlem gerektiren soruları geometriksel modelleme becerisi gerektiren sorulara göre daha iyi yaptıklarını ortaya konmuştur. Literatürde yer alan bu iki çalışma ile araştırmanın sonuçları paralellik göstermekle birlikte öğrencilerin kesir işlemlerindeki modelleme performanslarının düşük olması ile kesir işlemlerinin ön şartı durumundaki kavramlara yönelik modelleme becerisinin yetersiz olması arasında ilişki olduğu düşünülmektedir. Matematiğin birikimli yapısı ve kavramların birbiri üzerine inşa edildiği bilgisi göz önüne alındığında öğrencilerin kesirlerde işlemler konusunda başarılı olabilmeleri için öncelikli olarak bu temel kesir kavramlarını (basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesir) tanıma ve modelleme yapabilme becerilerini tam olarak kazanması gerekmektedir. Bu araştırmaların yanı sıra literatürdeki çeşitli araştırmalarda, öğrencilerinin sembolik temsilden görsel temsile geçişini test eden sorularda çeşitli sorunlar yaşadığı ve hata yaptıkları (Şahin, 2019, 91; Tarkan-Yurtsever, 2012, 152), kesirler konusunda soruların içerdiği kesir çeşitlerine göre farklı performans sergiledikleri ve tam sayılı kesir içeren sorularda ise en düşük performansı gösterdiği (Haser, Ubuz, 2002, 59) ortaya konmuştur.

Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesrin sembolik temsilinden görsel temsiline geçişte çeşitli hatalar yaptıkları ve kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmektedir. Bu bulgulara paralel olarak literatürde yapılan birçok çalışmada da farklı kademelerdeki öğrencilerin, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının kesirler konusunda çeşitli hatalar yaptıkları ve kavram yanılgılarına sahip oldukları ifade edilmektedir (Kocaoğlu, Yenilmez, 2010, 84; McAllister, Beaver, 2012, 97; Osana, Royea, 2011, 342; Pesen, 2007, 86-87; Soylu, Soylu, 2005, 115-116; Şengün, 2015, 68; Tarkan-Yurtsever, 2012, 152; Zehir, 2013, 142).

5.3. Öneriler

İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik kullandıkları temsiller ve modelleme performanslarını konu alan bu araştırmanın sonuçlarından hareketle birtakım öneriler geliştirilmiştir:

1. İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin dört temel kesir kavramına yönelik kullandığı en fazla kullandığı görsel temsil alan/bölge modeli olmuştur. Bu durum öğrencilerin kesirlerin yalnızca parça-bütün modeli olarak algılamasına yola açacağından kesir kavramının öğrencide tam anlamıyla oluşması için sınıf öğretmenlerinin diğer kesir modellerini de kesir öğretiminde sıklıkla kullanması önerilmektedir.

2. Ders kitaplarında kesirler konusu ile ilgili yer alan görsel temsillerin çeşitlendirilmesi ve kesrin diğer anlamlarını da içerecek biçimde çoğaltılması gereklidir.

3. Kesir çeşitlerine ve birim kesre yönelik farklı kademelerde ve örneklemlerde klinik görüşmelerin yer alacağı nitel çalışmalar yürütülmelidir.

4. Araştırmada ortaya konulan öğrencilerin basit, bileşik, tam sayılı ve birim kesirde yaptığı hatalar üzerinden öğretmen ve öğretmen adayları ile hataların tahmini, belirlenmesi ve çözüm önerilerine dönük çalışmalar yürütülmeli ve öğretmen ve öğretmen adaylarının bu hata türlerine yönelik farkındalık durumları ortaya konmalıdır.

KAYNAKÇA

Acar, Nesibe. 2010. Kesir Çubuklarının İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Toplama ve Çıkarma İşlemlerindeki Başarılarına Etkisi. Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Akan-Sağsöz, Duygu. 2008. İlköğretim 6. Sınıflardaki Kesirler Konusunun Origami Yardımıyla Öğretimi. Yüksek Lisans Tezi. Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Akbaba-Dağ, Serap. 2014. Mikroöğretim Ders İmecesi Modeli ile Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesir Öğretim Bilgilerinin Geliştirilmesine Yönelik Bir Uygulama. Doktora Tezi. Dumlupınar Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Akbaba-Dağ, Serap, Özlem Doğan Temur. 2019. Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesir ve Kesir Öğretim Bilgilerinin İncelenmesi. **Kastamonu Eğitim Dergisi.** c. 27. s. 6: 2569-2581.

Akbaba-Dağ, Serap, Handan Kılıç Şahin. 2019. Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesirlerle Çıkarma İşlemine Yönelik Kurdukları Problemlerin İncelenmesi. **Dumlupınar Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Dergisi.** c. 3. s. 1: 12-23.

Akoğlu, Yeliz. 2003. İlköğretim Dördüncü Sınıf Matematik Dersi Kesirler Ünitesinin Öğretiminde, Geleneksel Öğretim Yöntemi ile Öğretim Amaçlı Bilgisayar Yazılımı Kullanılarak Gerçekleştirilen Bireyselleştirilmiş Öğretim Yönteminin Öğrenci Başarısına Etkilerinin Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Aksu, Meral. 1997. Student Performance in Dealing With Fractions. **The Journal of Educational Research.** c. 90. s. 6: 375-380.

Aksu, Zeki, Alper Cihan Konyalıoğlu. 2015. Sınıf Öğretmen Adaylarının Kesirler Konusundaki Pedagojik Alan Bilgileri. **Kastamonu Eğitim Dergisi.** c. 23. s. 2: 723-738.

Aktaş, Döndü Gamze. 2019. Öğretmen ve Öğrencilerin Kesir ve Rasyonel Sayı Kavram Tanımları. Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Alacaci, Cengiz. 2015. Öğrencilerin Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgıları. **İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri.** ed. Erhan Bingölbali, Mehmet Fatih Özmantar. Ankara: Pegem Akademi: 63-95.

Altıparmak, Kemal, Melike Özüdoğru. 2015. Hata ve Kavram Yanılgısı: Kesir ve Parça Bütün İlişkisi. **International Journal of Human Sciences.** c. 12. s. 2: 1465-1483.

Altun, Hasan. 2004. Kesirler ve Rasyonel Sayıların Öğretilmesinde Karşılaşılan Güçlüklerin Giderilme Yöntemleri. Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Altun, Murat. 1998. Matematik Öğretiminin Amaç ve İlkeleri. **Matematik Öğretimi.** ed. Aynur Özdaş. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Açık Öğretim Fakültesi Yayınları: 3-17.

_____. 2015. **Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi.** 19. bs. Bursa: Aktüel Alfa Akademi.

Argün, Ziya, Ahmet Arıkan, Safure Bulut, Sait Halıcıoğlu. 2014. **Temel Matematik Kavramların Künyesi.** Ankara: Gazi Kitabevi.

Aytekin, Cahit. 2012. İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Kesirlerde Tahmin Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Bailey, Drew H., Mary K. Hoard, Lara Nugent, David C. Geary. 2012. Competence with Fractions Predicts Gains in Mathematics Achievement. **Journal of Experimental Child Psychology.** c. 113. s. 3: 447-455.

Barmby, Patrick, Tony Harries, Steve Higgins, Jennifer Suggate. 2007. How Can We Assess Mathematical Understanding?. **Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, July 8-13, 2007.** Seoul, Korea: 41-48.

Baştürk, Savaş. 2016. Primary Student Teachers' Perspectives of the Teaching of Fractions. **Acta Didactica Napocensia.** c. 9. s. 1: 35-44.

Baykul, Yaşar. 2014. **İlkokulda Matematik Öğretimi.** 12. bs. Ankara: Pegem Akademi.

Behr, Merlyn J., Ipke Wachsmuth, Thomas R. Post, Richard Lesh. 1984. Order and Equivalence of Rational Numbers: A Clinical Teaching Experiment. **Journal for Research in Mathematics Education.** c. 15. s. 5: 323-341.

Behr, Merlyn J., Richard Lesh, Thomas Post. 1981. Rational Number Ideas and the Role of Representational Systems. Paper presented at the 1981 Annual Meeting of the American Educational Research Association, Los Angeles, California, April 1981.

Behr, Merlyn J., Richard Lesh, Thomas R. Post, Edward A. Silver. 1983. Rational Number Concepts. **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes.** ed. Richard Lesh, Marsha Landau. New York: Academic Press: 91-125.

Biber, Abdullah Çağrı, Abdulkadir Tuna, Osman Aktaş. 2013. Öğrencilerin Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Bu Yanılgıların Problemleri Çözümlerine Etkisi. **Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi.** c. 3. s. 2: 152-162.

Biber, Abdullah Çağrı. 2019. Matematik ve Öğretimi. **İlkokulda Matematik Öğretimi.** ed. Ahmet Kaçar. Ankara: Pegem Akademi. 1-16.

Booker, George. 1996. Constructing Mathematical Conventions Formed by the Abstraction and Generalization of Earlier Ideas: The Development of Initial Fraction Ideas. **Theories of Mathematical Learning.** ed. Leslie P. Steffe, Pearla Nesher, Paul Cobb, Gerald A. Goldin, Brian Greer. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates: 381-395.

Bright, George W., Merlyn J. Behr, Thomas R. Post, Ipke Wachsmuth. 1988. Identifying Fractions on Number Lines. **Journal for Research in Mathematics Education.** c. 19. s. 3: 215-232.

Brizuela, Barbara M. 2006. Young Children's Notations for Fractions. **Educational Studies in Mathematics.** c. 62. s. 3: 281-305.

Bulgar, Sylvia. 2003. Children's Sense-making of Division of Fractions. **The Journal of Mathematical Behavior.** c. 22. s. 3: 319-334.

Bulut, Safure. 1988. Matematiksel Kavramların Gelişimi: 5. 7. ve 10. Sınıf Öğrencileri Üzerine Bir Araştırma. **Eğitim ve Bilim.** c. 12. s. 68: 14-22.

Burns, Marilyn. 2007. **About Teaching Mathematics: A K-8 Resource.** 3. bs. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Büyükalan-Filiz, Sevil, Saniye Nur Ergan. 2020. İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programının Beş Süreç Standardına Göre Değerlendirilmesi. **Ordu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Sosyal Bilimler Araştırmaları Dergisi.** c. 10. s. 2: 464-477.

Büyüköztürk, Şener, Ebru Kılıç Çakmak, Özcan Erkan Akgün, Şirin Karadeniz, Funda Demirel. 2020. **Eğitimde Bilimsel Araştırma Yöntemleri.** 29. bs. Ankara: Pegem Akademi.

Can, Havva Nur. 2019. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kesirlerde İşlemler Konusu ile İlgili Pedagojik Alan Bilgilerinin Öğrenci Zorlukları ve Kavram Yanılgıları Bileşeninde İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Carraher, David William. 1996. Learning About Fractions. **Theories of Mathematical Learning.** ed. Leslie P. Steffe, Pearla Nesher, Paul Cobb, Gerald A. Goldin, Brian Greer. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates: 241-266.

Castro-Rodriguez, Elena, Demetra Pitta-Pantazi, Luis Rico, Pedro Gomez. 2016. Prospective Teachers' Understanding of the Multiplicative Part-Whole Relationship of Fraction. **Educational Studies in Mathematics.** c. 92. s. 1: 129-146.

Clarke, Doug M., Anne Roche, Annie Mitchell. 2008. 10 Practical Tips for Making Fractions Come Alive and Make Sense. **Mathematics Teaching in the Middle School.** c. 13. s. 7: 372-380.

Clement, Lisa L. 2004. A Model for Understanding, Using and Connecting Representations. **Teaching Children Mathematics.** c. 11. s. 2: 97-102.

Cramer, Kathleen A., Thomas R. Post, Robert C. delMas. 2002. Initial Fraction Learning by Fourth- and Fifth- Grade Students: A Comparasion of the Effects of Using Commercial Curricula With the Effects of Using the Rational Number Project Curriculum. **Journal for Research in Mathematics Education.** c. 33. s. 2: 111-144.

Cramer, Kathleen, Terry Wyberg, Seth Leavitt. 2008. The Role of Representations in Fraction Addition and Subtraction. **Mathematics Teaching in the Middle School.** c. 13. s. 8: 490-496.

Çelik, Büşra. 2015. Beşinci Sınıf Kesirler Konusunun Öğretim Sürecinin Matematiksel Modeller Açısından İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Dehaene, Stanislas, Laurent Cohen. 1995. Towards an Anatomical and Functional Model of Number Processing. **Mathematical Cognition.** c. 1. s. 1: 83-120.

Dehaene, Stanislas. 1992. Varieties of Numerical Abilities. **Cognition.** c. 44. s. 1-2: 1-42.

Delice, Ali, Eyüp Sevimli. 2016. Matematik Eğitiminde Çoklu Temsiller. **Matematik Eğitiminde Teoriler.** ed. Erhan Bingölbali, Selahattin Arslan, İsmail Özgür Zembat. Ankara: Pegem Akademi: 519-537.

Divrik, Ramazan, Pusat Pilten. 2021. İlkokul 3.Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusunda Yaptıkları Hataların Birim Kesir, Sembol ve Model Bağlamında Analizi. **Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi.** c. 7. s. 1: 62-73.

Doğan, Adem, Neşe Tertemiz. 2018. Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesrin Anlamlarına Yönelik Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi. **Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi.** s. 68: 580-597.

Doğan, Adem. 2018. Sınıf Öğretmenlerinin Kesrin Anlamlarına Yönelik Bilgileri ve Kesirlerin Öğretiminde Kullandıkları Modeller. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Doğan-Temur, Özlem. 2011. Dördüncü ve Beşinci Sınıf Öğretmenlerinin Kesir Öğretimine İlişkin Görüşleri: Fenomenografik Araştırma. **Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi.** s. 29: 203-212.

Dufour-Janvier, Bernadette, Nadine Bednarz, Maurice Belanger. 1987. Pedagogical Considerations Concerning the Problem of Representation. **Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics.** ed. Claude Janvier. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 109-122.

Duran, Nur Banu. 2017. Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Alan ve Pedagojik Alan Bilgileri Çerçevesinde Kesirlerle Çarpma ve Bölme İşlemlerinin Öğretimine İlişkin Kullandıkları Modeller. Yüksek Lisans Tezi. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Duval, Raymond. 1993. Registres de representation semiotique et fonctionnement cognitif de la pensee. **Annales de Didactiques des Sciences Cognitives.** c. 5. s. 1: 37-65 (Aktaran: Delice, Ali, Eyüp Sevimli. 2016. Matematik Eğitiminde Çoklu Temsiller. **Matematik Eğitiminde Teoriler.** ed. Erhan Bingölbali, Selahattin Arslan, İsmail Özgür Zembat. Ankara: Pegem Akademi: 519-537).

_____. 1999. Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues For Learning. **Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, October 23-26, 1999.** Cuernavaca, Morelos, Mexico: 3-26.

_____. 2000. Basic Issues for Research in Mathematics Education. **Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, July 23-27, 2000.** Hiroshima, Japan: 55-69.

_____. 2006. A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. **Educational Studies in Mathematics.** c. 61. s. 1: 103-131.

_____. 2008. Eight Problems For A Semiotic Approach in Mathematics Education. **Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture.** ed. Luis Radford, Gert Schubring, Falk Seeger. Rotterdam: Sense Publishers: 39-61.

Epcacan, Cevdet, Fatma Ay. 2019. İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri. **International Journal of Scientific and Technological Research.** c. 5. s. 2: 315-327.

Ergöl, Hakan, Dilek Sezgin Memnun. 2020. Ortaokul Öğrencilerinin Kesir Kavramına İlişkin Ürettikleri Metaforlar. **OPUS Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi.** c. 15. s. 23: 1920-1939.

Ertuna, Levent. 2013. İlköğretim 4-7. Sınıf Öğrencilerinin Denk Kesirlerin Sembolik ve Grafiksel Temsillerini İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Fazio, Lisa, Robert Siegler. 2011. **Teaching Fractions. Vol. 22 of Educational Practices Series.** Geneva: International Academy of Educational-International Bureau of Education.

Fennell, Francis, Beth McCord Kobett, Jonathan A. Wray. 2014. Fractions are Numbers, Too!. **Mathematics Teaching in the Middle School.** c. 19. s. 8: 486-493.

Fennell, Francis, Tom Rowan. 2001. Representation: An Important Process for Teaching and Learning Mathematics. **Teaching Children Mathematics.** c. 7. s. 5: 288-292.

Fielding, Helen. 2012. Fractions: A Piece of Cake? An Exploration of Student Teachers' Understanding, Attitudes and Beliefs in Relation to Fractions. Doktora Tezi. University of Leicester.

Flegg, Graham. 2012. **Numbers: Their History and Meaning.** Mineola, New York: Dover Publications.

Fraenkel, Jack R., Norman E. Wallen. 2009. **How to Desing and Evaluate Research in Education.** 7. bs. New York: McGraw-Hill.

Goldin, Gerald A. 2002. Representation in Mathematical Learning and Problem Solving. **Handbook of International Research in Mathematics Education.** ed. Lyn English. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. 197-218.

_____. 2003. Representation in School Mathematics: A Unifying Research Perspective. **A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics.** ed. Jeremy Kilpatrick, W. Gary Martin, Deborah Schifter. Reston, VA: NCTM: 275-285.

_____. 2020. Mathematical Representations. **Encyclopedia of Mathematics Education.** ed. Stephen Lerman. Cham, Switzerland: Springer Nature Switzerland AG: 566-572.

Goldin, Gerald A., Claude Janvier. 1998. Representations and the Psychology of Mathematics Education. **Journal of Mathematical Behavior.** c. 17. s. 1: 1-4.

Goldin, Gerald A., Nina Shteingold. 2001. Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts. **The Roles of Representation in School Mathematics.** ed. Albert A. Cuoco, Frances R. Curcio. Reston, VA: NCTM: 1-23.

Gökkurt, Burçin, Ömer Şahin, Yasin Soylu, Cevat Soylu. 2013. Öğretmen Adaylarının Kesirlerle İlgili Pedagojik Alan Bilgilerinin Öğrenci Hataları Açısından İncelenmesi. **International Online Journal of Educational Sciences.** c. 5. s. 3: 719-735.

Gürbüz, Ramazan, Osman Birgin. Farklı Öğrenim Seviyesindeki Öğrencilerin Rasyonel Sayıların Farklı Gösterim Şekilleriyle İşlem Yapma Becerilerinin Karşılaştırılması. **Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi.** c. 23. s. 23: 85-94.

Hancock, C. Lynn. 1995. Enhancing Mathematics Learning with Open-Ended Questions. **The Mathematics Teacher.** c. 88. s. 6: 496-499.

Hasemann, Klaus. 1981. On Difficulties with Fractions. **Educational Studies in Mathematics.** c. 12. s. 1: 71-87.

Haser, Çiğdem, Behiye Ubuz. 2002. Kesirlerde Kavramsal ve İşlemsel Performans. **Eğitim ve Bilim.** c. 27. s. 126: 53-61.

Hiebert, James, Thomas P. Carpenter. 1992. Learning and Teaching with Understanding. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics.** ed. Douglas A. Grouws. Reston, VA: NCTM: 65-97.

Hopkins, Christine, Sue Pope, Sandy Pepperell. 2004. **Understanding Primary Mathematics.** London: David Fulton Publishers.

Hull, Lynette. 2005. Fraction Models That Promote Understanding for Elementary Students. Yüksek Lisans Tezi. University of Central Florida.

Ifrah, Georges. 1987. **From One to Zero: A Universal History of Numbers.** New York: Penguin Books.

Işık, Cemalettin, Tuğrul Kar. 2015. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerle İlgili Açık-Uçlu Sözel Hikayeye Yönelik Kurdukları Problemlerin İncelenmesi. **Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi.** c. 6. s. 2: 230-249.

İpek, A. Sabri, Cemalettin Işık, Mustafa Albayrak. 2005. Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesir İşlemleri Konusundaki Kavramsal Performansları. **Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi.** s. 11: 537-547.

İpek, Ali Sabri, Samet Okumuş. 2012. İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmede Kullandıkları Temsiller. **Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi.** c. 11. s. 3: 681-700.

Janvier, Claude, Catherine Girardon, Jean-Charles Morand. 1993. Mathematical Symbols and Representations. **Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics.** ed. Patricia S. Wilson. Reston, VA: NCTM: 79-102.

Kaput, James. 1987. Representation System and Mathematics. **Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics.** ed. Claude Janvier. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 19-26.

Kar, Tuğrul, Cemalettin Işık. 2014. Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerle Çıkarma İşlemine Kurdukları Problemlerin Analizi. **İlköğretim Online.** c. 13. s. 4: 1223-1239.

Kara, Fatma. 2017. Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Toplama ve Çıkarma İşlemlerinde Farklı Temsilleri Kullanma Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Karakaya, İsmail. 2014. Bilimsel Araştırma Yöntemleri. **Bilimsel Araştırma Yöntemleri.** ed. Abdurrahman Tanrıöğen. Ankara: Anı Yayıncılık: 57-83.

Karasar, Niyazi. 2015. **Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar İlkeler Teknikler.** 28. bs. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Kavuncu, Tuba. 2019. Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesir Modellerine Uygun Problem Kurma ve Çözme Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kazak, Vechettin. 2012. İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerde Toplama İşlemine Yönelik Sözel Problem Kurma ve Problem Çözme Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kieren, Thomas E. 1976. On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foundations of Rational Numbers. **Number and Measurement.** ed. Richard Lesh. Colombus, OH: Eric/SMEAC: 101-150.

_____. 1992. Rational and Fractional Numbers as Mathematical and Personel Knowledge: Implications for Curriculum and Instruction. **Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching.** ed. Gaea Leinhardt, Ralph Putnam, Rosemary A. Hattrup. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates: 323-371.

Kim, Ahyoung. 2009. The Development of Four Fifth Grade Students' Understanding and Skill Representing Fractions as Quotients. Doktora Tezi. Arizona State University.

Kocaoğlu, Tuğba, Kürşat Yenilmez. 2010. Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesir Problemlerinde Yaptıkları Hatalar ve Kavram Yanılgıları. **Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi.** s. 14: 71-85.

Kolar, Vida Manfreda, Tatjana Hodnik Cadez, Eda Vula. 2018. Primary Teacher Students' Understanding of Fraction Representational Knowledge in Slovenia and Kosovo. **CEPS Journal.** c. 8. s. 2: 71-96.

Kurt, Gönül. 2006. Middle Grade Students' Abilities in Translating among Representations of Fractions. Yüksek Lisans Tezi. Middle East Technical University.

Lamon, Susan J. 2012. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers.** 3. bs. New York: Routledge.

Len, Sparrow. 2008. Real and Relevant Mathematics: Is It Realistic in the Classroom?. **Australian Primary Mathematics Classroom.** c. 13. s. 2: 4-8.

Lesh, Richard. 1979. Mathematical Learning Disabilities: Considerations for Identification, Diagnosis, Remediation. **Applied Mathematical Problem**

Solving. ed. Richard Lesh, Diane Mierkiewicz, Mary Kantowski. Colombus: ERIC: 111-180.

MacDonald, Amy. 2013. Using Children's Representations to Investigate Meaning-Making in Mathematics. **Australasian Journal of Early Childhood.** c. 38. s. 2: 65-73.

Macit, Esra. 2019. 6. Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki İmajlarının Kavram Yanılgıları ve Başarıları ile İlişkisinin İncelenmesi. Doktora Tezi. İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Marmur, Ofer, Xiaoheng Yan, Rina Zazkis. 2020. Fraction Images: The Case of Six and Half. **Research in Mathematics Education.** c. 22. s. 1: 22-47.

Martinie, Sherri L., Jennifer M. Bay-Williams. 2003. Take Time For Action: Investigating Students' Conceptual Understanding of Decimal Fractions Using Multiple Representations. **Mathematics Teaching in the Middle School.** c. 8. s. 5: 244-247.

McAllister, Cherly J., Cherly Beaver. 2012. Identification of Error Types in Preservice Teachers' Attempts to Create Fraction Story Problems for Specified Operations. **School Science and Mathematics.** c. 112. s. 2: 88-98.

McLeman, Laura Kondex, Heather A. Cavell. 2009. Teaching Fractions. **Teaching Children Mathematics.** c. 15. s. 8: 494-501.

McMillan, James, Sally Schumacher. 2014. **Research in Education: Evidence-Based Inquiry.** 7. bs. London: Pearson.

McNulty, Carol, Theresa Prosser Editor, Shelby P. Morge. 2011. Family Connections: Helping Children Understand Fraction Concepts Using Various Contexts and Interpretations. **Childhood Education.** c. 87. s. 4: 282-284.

MEB. 2018. **Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).** Ankara.

Menninger, Karl. 2011. **Number Words and Number Symbols: A Cultural History of Numbers.** New York: Dover Publications.

Mesquita, Ana Lobo. 1998. On Conceptual Obstacles Linked with External Representation in Geometry. **Journal of Mathematical Behavior.** c. 17. s. 2: 183-195.

Miles, Matthew B., A. Michael Huberman. 1994. **An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis.** London: Sage Publications.

NCTM. 2000. **Principles and Standards for School Mathematics.** Reston, VA: NCTM.

Newstead, Karen, Hanlie Murray. 1998. Young Students' Constructions of Fractions. **Proceedings of the 22th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, July 12-17, 1998.** Stellenbosch, South Africa: 295-302.

NMAP. 2008. **Foundations for Success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel.** Washington, DC: US Department of Education.

OECD. 2019. **PISA 2018 Assessment and Analytical Framework.** Paris: OECD Publishing. doi:https://doi.org/10.1787/b25efab8-en

Olkun, Sinan, Zülbiye Toluk Uçar. 2014. **İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi.** 6. bs. Ankara: Eğiten Kitap.

Olkun, Sinan. [13.04.2021]. Düşünme Araçları ile Mat Öğretimi-2020. https://www.researchgate.net/publication/341326550_0000_Dusunme_Araclari_ile_Mat_Ogretimi-2020-Teaching_Math_with_Thinker_Tools.

Orhun, Nevin. 2007. Kesir İşlemlerinde Formal Aritmetik ve Görselleştirme Arasındaki Bilişsel Boşluk. **İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi.** c. 8. s. 14: 99-111.

Orton, Anthony, Leonard Frobisher. 2004. **Insights into Teaching Mathematics.** New York: Continuum International Publishing Group.

Osana, Helena P., Diana A. Royea. 2011. Obstacles and Challenges in Preservice Teachers' Explorations with Fractions: A View from a Small-scale Intervention Study. **The Journal of Mathematical Behavior.** c. 30. s. 4: 333-352.

Önal, Halil, Alper Yorulmaz. 2017. İlkokul Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusunda Yaptıkları Hatalar. **Eğitim ve Toplum Araştırmaları Dergisi.** c. 4. s. 1: 98-113.

Özer, Tahir. 2018. İlkokul Matematik Ders Kitaplarındaki Kesirler Konusu ile İlgili Örneklerin ve Alıştırmaların İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Kastamonu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Özmantar, Mehmet Fatih, Erhan Bingölbali. 2009. Sınıf Öğretmenleri ve Matematiksel Zorlukları. **Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi.** c. 8. s. 2: 401-427.

Pesen, Cahit. 2007. Öğrencilerin Kesirlerle İlgili Kavram Yanılgıları. **Eğitim ve Bilim.** c. 32. s. 143: 79-88.

_____. 2008. Kesirlerin Sayı Doğrusu Üzerindeki Gösteriminde Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri ve Kavram Yanılgılar. **İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi.** c. 9. s. 15: 157-168.

_____. 2016. **İlkokullarda Matematik Öğretimi (1. - 4. Sınıf).** Ankara: Pegem Akademi.

Reys, Robert E., Mary M. Lindquist, Diana V. Lambdin, Nancy L. Smith. 2009. **Helping Children Learn Mathematics.** 9.bs. New Jersey: John Wiley & Sons.

Pitta-Pantazi, Demetra, Eddie M. Gray, Constantinos Christou. 2004. Elementary School Students' Mental Representations of Fractions. **Proceedings of the 28th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education, July 14-18, 2004.** Bergen, Norway: 41-48.

Roubicek, Filip. 2006. Variety of Representational Environments in Early Geometry. **Proceedings of the 30th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education, July 16-21, 2006.** Prague, Czech Republic: Charles University: 321.

Ruchti, Wendy P., Cory A. Bennett. 2013. Develop Reasoning through Pictoral Representations. **Mathematics Teaching in the Middle School.** c. 19. s. 1: 30-36.

Sarı, Mehmet Hayri. 2020. Matematiksel Bilginin Farklı Temsilleri. **İlkokulda Matematik Öğretimi.** ed. Veli Toptaş, Sinan Olkun, Sıtkı Çekirdekci, Mehmet Hayri Sarı. Ankara: Pegem Akademi: 17-44.

Saxe, Geoffrey B., Edd V. Taylor, Clifton McIntosh, Marly Gearhart. 2005. Representing Fractions with Standard Notation: A Developmental Analysis. **Journal for Research in Mathematics Education.** c. 36. s. 2: 137-157.

Seeger, Falk. 1998. Representations in the Mathematics Classroom: Reflections and Constructions. **The Culture of the Mathematics Classroom.** ed. Falk Seeger, Jörg Voigt, Ute Waschescio. New York: Cambridge University Press: 308-343.

Sezer, Elif. 2012. Matematik Öğretimi Dersi Kapsamında Kullanılan Yazma Etkinliklerinin Sınıf Öğretmeni Adaylarının Kesirler Konusuna İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerine Etkisinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Siebert, Daniel, Nicole Gaskin. 2006. Creating, Naming, and Justifying Fractions. **Teaching Children Mathematics.** c. 12. s. 8: 394-400.

Siegler, Robert S., Clarissa A. Thompson, Michael Schneider. 2011. An Integrated Theory of Whole Number and Fractions Development. **Cognitive Psychology.** c. 62. s. 4: 273-296.

Siegler, Robert S., Greg J. Duncan, Pamela E. Davis-Kean, Kathryn Duckworth, Amy Claessens, Mimi Engel, Maria Ines Susperreguy, Meichu Chen. 2012. Early Predictors of High School Mathematics Achievement. **Psychological Science.** c. 23. s. 7: 691-697.

Siegler, Robert, Thomas Carpenter, Francis Fennell, David Geary, James Lewis, Yukari Okamoto, Laurie Thompson, Jonathan Wray. 2010. **Developing Effective Fractions Instruction for Kindergarten Through 8th Grade: A Practice Guide (NCEE#2010-4039).** Washington, DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.

Smith, John P. 2002. The Development of Students' Knowledge of Fractions and Ratios. **Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions: 2002 Yearbook.** ed. Bonnie Litwiller, George Bright. Reston, Virginia: NCTM: 3-17.

Soylu, Yasin, Cevat Soylu. 2005. İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Kesirler Konusundaki Öğrenme Güçlükleri: Kesirlerde Sıralama, Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Kesirlerle İlgili Problemler. **Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi.** c. 7. s. 2: 101-117.

Soylu, Yasin. 2008. Öğrencilerin Kesirler Konusundaki Hata ve Yanlış Anlamaları ve Sınıf Öğretmen Adaylarının Tahmin Edebilme Becerileri. **Çağdaş Eğitim Dergisi.** c. 33. s. 356: 31-39.

Şahin, Ecem. 2019. Ortaokul Öğrencilerinin Kesirler Konusunda Temsiller Arası Geçişleri. Yüksek Lisans Tezi. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Şen, Ceylan. 2021. Assessment of A Middle-School Mathematics Teacher's Knowledge for Teaching the 5th-Grade Subject of Fractions. **Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT).** c. 12. s. 1: 96-138.

Şengül, Ezgi. 2015. Comparison of International Baccalaureate Primary Years Program and National Curriculum Program 4th Grade Student's Misconceptions on the Topic of Fractions. Yüksek Lisans Tezi. İhsan Doğramacı Bilkent University.

Şiap, İrfan, Adem Duru. 2004. Kesirlerde Geometriksel Modelleri Kullanabilme Becerisi. **Kastamonu Eğitim Dergisi.** c. 12. s. 1: 89-96.

Tabak, Hasan, Berat Ahi, Hafife Bozdemir, Mehmet Hayri Sarı. 2010. İlköğretim 4. ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersinde Kesirleri Modelleme Becerileri. **Education Sciences.** c. 5. s. 4: 1513-1522.

Tarkan-Yurtsever, Nilgün. 2012. A Study on Fifth Grade Students' Mistakes, Difficulties and Misconceptions Regarding Basic Fractional Concepts and Operations. Yüksek Lisans Tezi. Middle East Technical University.

Toptaş, Veli, Bahadır Han, Yasemin Akın. 2017. Sınıf Öğretmenlerinin Kesirlerin Farklı Anlam ve Modelleri Konusunda Görüşlerinin İncelenmesi. **Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi.** s. 33: 49-67.

Tunç-Pekkan, Zelha. 2015. An Analysis of Elementary School Children's Fractional Knowledge Depicted with Cirle, Rectangle, and Number Line Representations. **Educational Studies in Mathematics.** c. 89. s. 3: 419-441.

Uslu, Cemile Şirin. 2006. İlköğretim 1. ve 2. Kademesi ile Ortaöğretim 10. Sınıf Öğrencilerinin Matematiğin Temel Kavramlarındaki Eksik ve Yanlış Öğrenmelerinin Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Van de Walle, John A., Karen S. Karp, Jennifer M. Bay-Williams. 2019. **İlkokul ve Ortaokul Matematiği: Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim.** çev. Soner Durmuş. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

_____. 2018. **Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally.** New York: Pearson.

Van Steenbrugge, Hendrik, Ellen Lesage, Martin Valcke, Annemie Desoete. 2014. Preservice Elementary School Teachers' Knowledge of Fractions: A mirror of Students' Knowledge?. **Journal of Curriculum Studies.** c. 46. s. 1: 138-161.

Vergnaud, Gerard. 1987. Conclusions. **Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics.** ed. Claude Janvier. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 227-232.

_____. 1998. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. **Journal of Mathematical Behavior.** c. 17. s. 2: 167-181.

Watanabe, Tad. 2002. Representations in Teaching and Learning Fractions. **Teaching Children Mathematics.** c. 8. s. 8: 457-463.

Yakar, Gülseda. 2019. Ortaokul Kaynaştırma Öğrencilerinin Temel Kesir Kavramlarını Kesir Modelleri ile Öğrenme Sürecinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yanık, H. Bahadır, Osman Bağdat. 2016. Middle School Students' Use of Representations for Proper Fractions. **Proceeding Book of International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology (ICEMST), May 19-22, 2016.** Bodrum, Turkey: 1106-1111.

Yavuz-Mumcu, Hayal. 2015. 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Kesirlerle İlgili Sahip Oldukları Kavram Yanılgıları ve Nedenleri. **Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi.** s. 24: 294-338.

_____. 2018. Kesir İşlemlerinde Model Kullanma: Bir Durum Çalışması. **Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED).** c. 12. s. 1: 122-151.

Yenilmez, Kürşat, Emre Ev Çimen. 2019. Kesirler ve Öğretimi. **İlkokulda Matematik Öğretimi.** ed. Ahmet Kaçar. Ankara: Pegem Akademi: 168-235.

Yıldırım, Ali, Hasan Şimşek. 2018. **Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.** 11. bs. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, Kamil. 2012. PISA 2006 Verilerine Göre Türkiye'de Eğitimin Kalitesini Belirleyen Temel Faktörler. **Türk Eğitim Bilimleri Dergisi.** c. 10. s. 2: 229-255.

Yılmaz, Gonca. 2016. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Çoklu Temsilleri Kullanarak Kesirlerle Toplama ve Çıkarma İşlemlerini Öğretme Yaklaşımlarının İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Zazkis, Rina, Peter Liljedahl. 2004. Understanding Primes: The Role of Representation. **Journal for Research in Mathematics Education.** c. 35. s. 3: 164-186.

Zehir, Kıymet. 2013. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesir İşlemlerine Yönelik Problem Kurma Becerilerinin İncelenmesi. Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Zembat, İsmail Özgür. 2007. Sorun Aynı – Kavramlar; Kitle Aynı – Öğretmen Adayları. **İlköğretim Online.** c. 6. s. 2: 305-312.

Zhang, Jiajie. 1997. The Nature of External Representations in Problem Solving. **Cognitive Science.** c. 21. s. 2: 179-217.

EKLER

Ek 1.

Ek 1 - Kesir Temsilleri Formu

"Basit kesir" denilince ilk aklınıza gelen şeyin şeklini aşağıya çiziniz.	**"Bileşik kesir"** denilince ilk aklınıza gelen şeyin şeklini aşağıya çiziniz.
"Tam sayılı kesir" denilince ilk aklınıza gelen şeyin şeklini aşağıya çiziniz.	**"Birim kesir"** denilince ilk aklınıza gelen şeyin şeklini aşağıya çiziniz.

Ek 2.

Ek2 - Kesir Modelleme Formu

Herhangi bir "**Basit kesir"** yazınız, yazdığınız kesri şekille ya da modelle de belirtiniz.	Herhangi bir "**Bileşik kesir"** yazınız, yazdığınız kesri şekille ya da modelle de belirtiniz.
Herhangi bir **"Tam sayılı kesir"** yazınız, yazdığınız kesri şekille ya da modelle de belirtiniz.	Herhangi bir "**Birim kesir"** yazınız, yazdığınız kesri şekille ya da modelle de belirtiniz.

Ek 3.

T.C.
ANKARA VALİLİĞİ
Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 14588481-605.99-E.4558305 02.03.2020
Konu : Araştırma İzni

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
(Sosyal Bilimler Enstitüsü)

İlgi : a)MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 2020/2 nolu Genelgesi.
b)20.02.2020 tarihli ve 2002200525 sayılı yazınız.

Enstitünüz Temel Eğitim Anabilim Dalı, Sınıf Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Yavuz Kamacı'nın **"Matematik Öğretiminde Yapılandırmacılığın Rolü"** konulu çalışması kapsamında İlimizde yer alan özel ve resmi ilkokullardaki öğrenci ve öğretmenlere, uygulama talebi ilgi (a) Genelge çerçevesinde incelenmiştir.

Yapılan inceleme sonucunda, söz konusu araştırmanın Müdürlüğümüzde muhafaza edilen ölçme araçlarının; Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Milli Eğitim Temel Kanunu ile Türk Milli Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, ilgili yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek, eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmayacak şekilde okul ve kurum yöneticilerinin sorumluluğunda gönüllülük esasına göre uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Turan AKPINAR
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Dağıtım:
Gereği: Bilgi:
Yıldız Teknik Üniversitesi 25 İlçe MEM

Adres: Bilgi için:
Elektronik Ağ: Tel: 0(___) ___ __ __
e-posta: Faks: 0(___) ___ __ __

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evrakorgu.meb.gov.tr adresinden 4da4-245b-385f-b9e4-c7a5 kodu ile teyit edilebilir.