BİR HAFİF METRO ARACINDA TEKERLEK-RAY ETKİLEŞİMİNİN BOJİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Muzaffer METİN, Rahmi GÜÇLÜ, Gökhan KESKİN

Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü 34349 İSTANBUL

mmetin@yildiz.edu.tr, guclu@yildiz.edu.tr, gkhnkskn@gmail.com

ÖZET

Bu çalışmanın amacı, İstanbul ulaşımında kullanılan bir raylı taşıta ait bojinin matematiksel modelinin çıkarılarak, yanal ve düşey yönde farklı bozucu etkilere karşı dinamik davranışının ortaya çıkarılmasıdır. Bojinin dinamik davranışı üzerinde önemli etkisi bulunan, tekerlek-ray kontağında ortaya çıkan sünme etkileri incelenmiştir. Bu etki sebebiyle ortaya çıkan sünme kuvvetlerinin belirlenebilmesi için kontak açısı, sağ ve sol tekerlek etkin yarıçaplarının zamana bağlı olarak değişimi, tekerlek setinin açısal ve doğrusal hareketleri gibi parametreler hesaplanmıştır. Bununla birlikte, tekerlek-ray etkileşiminin ve tekerlek setinin gezinme hareketinin bojinin dinamik davranışına etkisi araştırılmıştır. Sonuç olarak, farklı bozucu girişlerin etkisi altında tekerlek-ray etkileşimine ait sünme kuvvetlerinin zamana bağlı değişimi hesaba katılarak, bojiye ait yer değişimi ve ivmeler zaman ve frekans alanında incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Raylı taşıt, tekerlek-ray etkileşimi, sünme kuvvetleri, dinamik modelleme

THE EFFECT OF WHEEL-RAIL INTERACTION ON THE LIGHT RAIL VEHICLE BOGIE

ABSTRACT

The aim of the study is to investigate the dynamic behaviour in vertical rail vehicle vibrations against to different disturbance input by getting the mathematical model of a bogie which is used in Istanbul urban transportation system. The dynamic behaviour of the bogie that is impressed by creepages is searched. Creep forces which occur in wheel-rail contact is calculated by using contact angle, right and left wheel effective radius parameters which is changed according to the time, angular and linear movements of the wheelset. In addition, effects of wheel-rail interaction and stroll of the wheelset on the dynamic behaviour of the bogie is researched. Finally, creep forces that change according to the time in wheel-rail contact is added to the model and also acceleration and displacement of the bogie is investigated in time history and frequency domain under different disturbance input.

Key Words: Rail vehicle, wheel-rail interaction, creep forces, dynamic modelling

1 . GİRİŞ

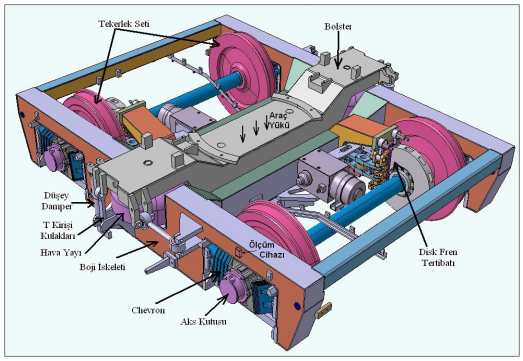
Raylı sistemlerde tekerlek-ray etkileşimi giderek önem kazanan bir konudur. Raylı taşıtlardaki bozucu etkilerin ağırlıklı olarak tekerlek-ray etkileşimi ile dinamik yapıyı etkilediği bilinmektedir. Rayın ve tekerleğin kendilerine özgü geometrilerinin bulunması ve bu iki farklı geometrinin birbiri üzerindeki hareketi farklı bir dinamik etki oluşturmaktadır. Tekerlek-ray etkileşimi raylı taşıtın güvenli ve kararlı bir şekilde yol alabilmesi, boji ve tekerlek setlerine gelen kuvvetlerin belirlenmesi, mukavemet analizleri ve konfor açısından oldukça önemlidir. Gelişen teknoloji ve artan ihtiyaçlar sonucu tekerlek-ray etkileşimi önemli bir mühendislik problemi haline gelmiştir.

Bu çalışmada tekerlek-ray etkileşiminin boji ve tekerlek seti üzerindeki etkisi incelenecektir. Bunun için tam boji modeli kurulmuştur. Model 16 serbestlik derecelidir. Model içerisinde ayrıca tekerlek-ray etkileşimi sonucu ortaya çıkan kuvvet, moment ve gezinme

hareketinde etkili olan parametreler belirlenmiştir.

Garg ve Dukkipati kitabında, raylı sistemlerde titreşim analizi ve ray geometrisine değinmiştir. Ayrıca, tekerlek-ray temas teorilerinin çeşitlerini geniş bir şekilde ele almıştır. Genellikle yanal titreşimler üzerinde durulmuştur [1]. Iwnicki ise kitabında boylamsal raylı sistem dinamiği üzerinde çalışmıştır. Tekerlek ile ray arasındaki etkileşimi incelemiştir [2]. Anant tezinde, raylı taşıtın pürüzsüz, kademeli ve eğimli yolda ilerlediğini ve bütün parçalarının rijit olduğunu farzetmiştir. Doğrusal olmayan tekerlek-ray profili, temas geometrisinin sürtünme-sünme karakteristikleri ve doğrusal olmayan süspansiyon karakteristikleri raylı taşıt modelinde doğrusal olmayan etkilere yol açmıştır. Bu çalışma aynı zamanda tek noktalı ve çift noktalı tekerlek-ray teması durumunu da incelenmektedir [3]. Yu ise tezinde, bir tekerlek setinin dinamik davranışını incelemiştir. Analitik ve hesaplamalı yöntemler kullanmıştır. Buradaki model, sünme kuvvetleri için kullanılan farklı temas teorileri ile birlikte farklı parametrik değerleri de içerir [4]. Piotrowski ve Chollet, çalışmalarında tekerlek ile ray etkileşimi sonucu ortaya çıkan temas bölgesini incelemişlerdir. Bu bölgede ortaya çıkan ve temas yolu boyunca yayılan gerilmelerin sonuçlarını değerlendirmişlerdir [5]. Wu ve Thompson, tekerlek-ray temas yüzeylerindeki düzensizliklerin etkisiyle tekerlek ile ray arasındaki doğrusal olmayan dinamik etkileşimi incelemişlerdir. Bu etkileşimde doğrusal olmayan temasın etkisi hesaplamalar, analizler ve doğrusal temas modeli sonuçlarıyla karşılaştırılarak araştırılmıştır. Doğrusal ve doğrusal olmayan model sonuçları arasındaki fark çok küçük bulunmuştur [6]. Lee ve Cheng çalışmalarında yüksek hızlı bir raylı taşıtın eğimli yoldaki kararlılığını incelemişlerdir. Kararlılık analizleri yapılmış ve nümerik sonuçlarla karşılaştırılmıştır [7]. Güçlü ve Metin çalışmalarında, İstanbul ulaşımında kullanılan bir raylı taşıtın bulanık mantık denetleyici ile titreşim denetimini yapmışlardır [8]. Metin ve Güçlü bir diğer çalışmalarında ise 11 serbestlik dereceli bir raylı taşıtın aktif süspansiyon denetimini bulanık mantık ve PID denetleyici ile gerçekleştirmişlerdir. Çalışmanın sonunda zaman ve frekans alanında ivme ve yerdeğiştirme cevapları kontrolcülü ve kontrolcüsüz durum için karşılaştırılmıştır [9]. Metin ve diğerleri çalışmalarında tekerlek-ray temasından kaynaklanan karmaşık yapıyı da içerecek şekilde raylı taşıt modelini ele almışlardır. Bulanık mantık ve PID denetleyici tasarlayıp, denetleyici performanslarını karşılaştırmışlardır [10]. Metin ve diğerleri bir başka çalışmalarında raylı taşıt düşey titreşimlerini geleneksel ve parametre uyarlamalı PID denetleyici tasarlayarak azaltmaya çalışmışlardır [11]. Metin ve diğerleri 6 serbestlik dereceli raylı taşıt titreşimlerinin aktif kontrolü için bulanık PID denetleyici tasarımı yapmışlardır. Raylı taşıt, yolcu koltuğu ve süspansiyon sistemi, taşıt gövdesi, boji, birincil-ikincil süspansiyonlar ve tekerlekler göz önüne alınarak modellenmiştir. Bu dinamik model tasarlanırken tekerlek-ray etkileşimi Hertz yayı ile doğrusallaştırılmış ve bu şekilde sisteme dahil edilmiştir [12]. Metin ve Güçlü çalışmalarında 6 serbestlik dereceli olarak modellenen hafif metro aracına ait titreşimlerin aktif kontrolü için ölçekleme çarpanları kendiliğinden ayarlanan PID tipli bulanık denetleyici ile parametre uyarlamalı PID tipli bulanık denetleyici tasarlayarak performanslarını karşılaştırmışlardır [13, 14].

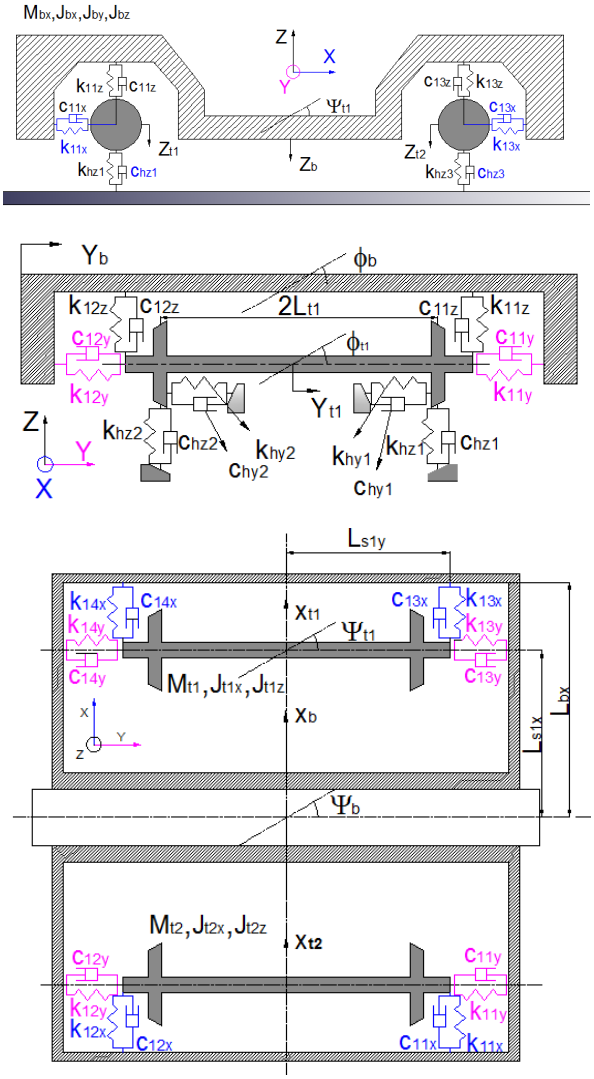
2. ON ALTI SERBESTLİK DERECELİ BOJİNİN DİNAMİK MODELİ



Şekil 1. Taşıyıcı Boji

Raylı taşıta yoldan gelen bozucu etkilerin tekerlek setleri üzerinden aktarıldığı ilk yer bojidir. Bu etkiler boji üzerinden de gövdeye aktarılır. Modelde, Şekil 1'de görülen taşıyıcı boji ele alınmıştır. Taşıyıcı bojinin çekici bojiden farkı, üzerinde bojiyi tahrik etmek için bir motorun bulunmamasıdır. Taşıyıcı bir boji, tekerlek setleri, boji iskeleti, bolster, yay ve sönüm elemanlarından oluşur. Boji ile tekerlek setleri arasındaki birincil süspansiyon elemanları daha çok güvenli seyir ve kararlılık ile ilgilidir. Kararlılığı bozmaya çalışan

unsurların en başında ise yoldan gelen bozucu etkiler rol oynar. Bu bozucu etkiler, yoldaki düzensizlikler ve tekerlek-ray etkileşiminden meydana gelir. Yoldaki düzensizlikler *x*, *y* ve *z* yönünde olabilir; fakat *y* ve *z* yönündeki düzensizlikler *x* yönündeki düzensizliğe göre daha etkilidir. Bu sebepten dolayı *y* ve *z* yönünde olmak üzere her tekerleğe 2 yönlü bozucu etki girilmiştir. Tekerlek-ray etkileşimi sonucu ortaya çıkan kuvvetler de modele eklenmiş ve bu kuvvetlerin boji üzerindeki etkisi incelenmiştir.



Şekil 2. Boji modeli

Şekil 2'de görülen model 16 serbestlik derecelidir. Bunlardan x_{t1}, y_{t1}, z_{t1}, ϕ_{t1}, φ_{t1} birinci tekerlek setinin hareketlerini; x_{t2}, y_{t2}, z_{t2}, ϕ_{t2}, φ_{t2} ikinci tekerlek setinin hareketlerini; x_b, y_b, z_b, θ_b, ϕ_b, φ_b ise bojinin hareketlerini ifade etmektedir. Burada *x*, *y*, *z* aynı doğrultudaki doğrusal hareketleri; ϕ, θ, φ ise sırasıyla *x*, *y*, *z* eksenleri etrafındaki dönme hareketlerini belirtir ve bu eksenler etrafındaki dönme hareketleri sırasıyla yuvarlanma, kafa vurma ve yalpa olarak da adlandırılır. Aynı zamanda literatürde tekerlek setinin *y* eksenindeki doğrusal hareketi gezinme olarak da adlandırılır.

Tam boji modelinde m_b bojinin, m_{t1} birinci tekerlek setinin, m_{t2} ikinci tekerlek setinin kütlesidir. J_{bx}, J_{by}, J_{bz} bojinin sırasıyla *x*, *y*, *z* eksenleri etrafındaki atalet momentlerini, J_{t1x}, J_{t1z} birinci tekerlek setinin ve J_{t2x}, J_{t2z} ikinci tekerlek setinin sırasıyla *x* ve *z* yönlerindeki atalet momentlerini belirtir. k_{11x}, k_{11y}, k_{11z} sırasıyla *x*, *y*, *z* yönünde birincil süspansiyon rijitliğini, c_{11x}, c_{11y}, c_{11z} ise sırasıyla *x*, *y*, *z* yönünde birincil süspansiyon sönümleme katsayısını ifade eder. L_{s1x} ve L_{s1y} süspansiyon elemanlarının bojinin ağırlık merkezine olan sırasıyla *x* ve *y* yönündeki mesafesidir. L_{bx} bojinin *x* yönündeki boyunun yarısını, *h* boji ve tekerlek seti kütle merkezleri arasındaki mesafeyi, r_o tekerlek etkin yarıçapını, L_{t1} ve L_{t2} ise sırasıyla birinci ve ikinci tekerlek setlerinde tekerlekler arasındaki mesafenin yarısını, L_{ray} ise ray eksenleri arasındaki mesafeyi ifade eder.

Raylı taşıta ait hareket denklemleri Lagrange Metodu kullanılarak elde edilmiştir. Sistemin hareket denklemi (1)'deki gibidir.

$$[M]\ddot{z}+[C]\dot{z}+[K]z=Fz \tag{1}$$

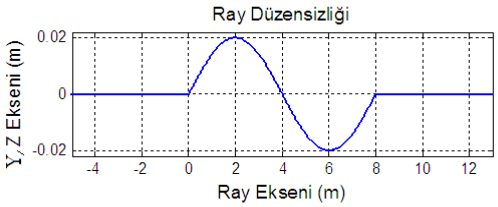
Burada,

$$z=[x_b\ y_b\ z_b\ \theta_b\ \phi_b\ \varphi_b\ x_{t1}\ y_{t1}\ z_{t1}\ \phi_{t1}\ \varphi_{t1}\ x_{t2}\ y_{t2}\ z_{t2}\ \phi_{t2}\ \varphi_{t2}]^T \tag{2}$$

$$Fz=[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ k_{hy}y_1\ k_{hz}z_1\ 0\ 0\ 0\ k_{kh}y_2\ k_{hz}z_2\ 0\ 0]^T \tag{3}$$

Fz titreşimlere sebep olan bozucu giriştir. [M], [C] ve [K] ise sırasıyla kütle, sönümleme ve rijitlik matrisleridir.

$z_1(t)$, $z_2(t)$ *z* yönünde ve $y_1(t)$, $y_2(t)$ *y* yönünde yoldaki düzensizliklerden dolayı tekerlek kütlelerine uygulanan bozucu girişlerdir. Bu girişler, tek periyotlu sinüs dalgası olarak girilmiştir.

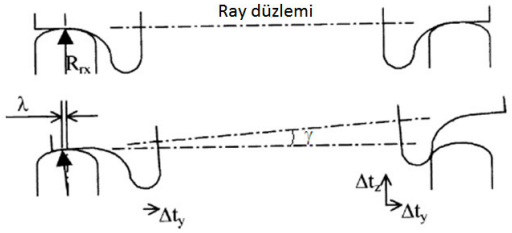


Şekil 3. Yol düzensizliği

Taşıt-yol etkileşimi esnasında oluşan kuvvetler tekerlek-ray temas alanı ile iletilir. Tekerlek ile ray arasındaki temas alanının geometrisinden dolayı, dinamik tekerlek-ray etkileşimi için kuvvet ve çökme arasındaki ilişki Hertz temas yayı ile tanımlanır. Hertz temas yayı doğrusal olmayıp, temas kuvveti ile ray-tekerlek temas yüzeyinde oluşan çökme arasındaki ilişkiye bağlı olarak ifade edilir. Modelimizde y, z yönünde Hertz yayı ve yine aynı yönlerde Hertz sönümü birlikte kullanılmıştır. K_h Hertz yayını, c_h Hertz sönümünü ifade etmektedir.

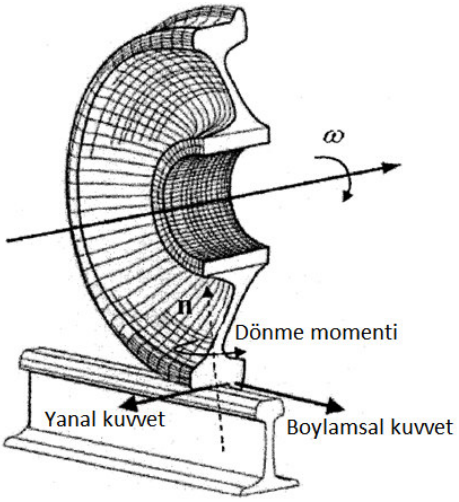
3. TEKERLEK-RAY ETKİLEŞİMİ

Bu çalışmada 16 serbestlik dereceli tam boji modeline, tekerlek-ray temasından kaynaklanan etkileşimler de eklenmiştir.



Şekil 4. Gezinme hareketi ve gezinmeye bağlı açısal yerdeğişim

Gezinme hareketinin de burada ele alınmış olması modelin önemini arttırmıştır. Zamana göre değişen sağ ve sol tekerlek yarıçap değişimlerine bağlı gezinme hareketi sonucu oluşan toplam açısal yerdeğişim (γ_{t1}), tekerlek setinde yuvarlanma hareketi (ϕ_{t1}) üzerine eklenmiştir. Böylece toplam yuvarlanma hareketi ($\phi_{t1}+\gamma_{t1}$) şeklinde ortaya çıkmaktadır. Burada γ_{t1}, birinci tekerlek setinin gezinmesi ile ortaya çıkan açısal harekettir (Şekil 4). Böylelikle iki hareketin bileşiminden oluşan etki boji üzerinde görülür.

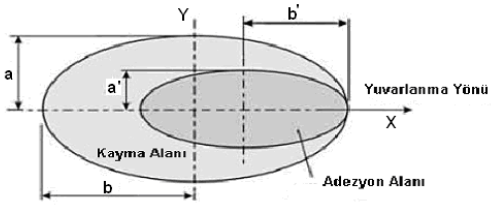


Şekil 5. Sünme kuvvetleri

Bir diğer önemli nokta ise, sünme kuvvetlerinin bojinin dinamiğine olan etkisidir. Sünme kuvvetleri; boylamsal, yanal ve dikey olmak üzere 3 farklı yönde ortaya çıkar (Şekil 5). Boylamsal ve yanal yönde olanları kuvvet oluştururken, dikey yönde olanı ise moment oluşturur. Dolayısıyla bu etkilerin boji üzerinde de bir değişime yol açtığı aşikardır. Modelin daha gerçekçi olması açısından bu kuvvetler bojinin boylamsal, yanal ve yalpa hareketlerine eklenerek bojinin dinamiği gözlemlenmiştir. Burada sünme kuvvetleri, bojinin hareketlerini ifade eden diferansiyel denklemlere, boylamsal ve yanal sünme kuvvetini tekerlek setinin kütlesiyle, yalpa sünme momentini ise tekerlek setinin atalet momentiyle çarpılarak eklenmesi gerekmektedir.

3.1 Sünme Kuvvetlerinin Modellenmesi

Tekerlek ile ray arasında oluşan temas sonucu tekerlek-ray profilinden kaynaklanan sünme kuvvetleri ortaya çıkmaktadır. Raylı taşıt dinamiğinde, taşıtın boylamsal yöndeki hızı ile tekerleklerin boylamsal yöndeki hızı birbirinden farklıdır. Bu durum, tekerleklerin dönme esnasında küçük kaymalara da maruz kalmakta olduğunu göstermektedir. Yani yuvarlanma esnasında kayma da yaşanmaktadır.



Şekil 6. Temas elipsi

Şekil 6'da görüldüğü gibi tekerlek-ray teması sırasında oluşan temas elipsinin adezyon ve kayma olmak üzere 2 çeşit alanı vardır. Bu kayma ve adezyon alanlarının büyüklüklerine bağlı olarak sünme kuvvetlerine ve dolayısıyla raylı taşıtın dinamiğine etki etmektedir. Bu alanların yapılarını ve boyutlarını ise tekerlek ile ray arasındaki temas şekli ve tekerlek-ray profilleri belirler. Örneğin küresel iki cisim birbiri üzerinde yuvarlanmaya başlarsa oluşacak temas elipsi daire formunda olur. Bir tanesi düzlem diğeri küre olursa oluşan temas elipsinin formu ise elips olur.

Sünme kuvvetlerinin hesaplanmasında birçok parametre kullanılır. Aşağıda, sağ ve sol tekerlek için oluşan sünme terimlerinin denklemleri verilmiştir [3].

$$\zeta_{XL} = \frac{1}{V}(V - R_L \dot{\theta}_w - a\dot{\psi}_w) \tag{4}$$

$$\zeta_{YL} = \frac{1}{V}(\dot{y}_w + R_L(\dot{\phi}_w - \dot{\theta}_w \psi_w) - \dot{y}_{rail,L}) / Cos(\kappa_L + \phi_w) \tag{5}$$

$$\zeta_{SPL} = \frac{1}{V}(-\dot{\theta}_w Sin(\kappa_L + \phi_w) + (\dot{\psi}_w + \phi_w \dot{\theta}_w) Cos(\kappa_L + \phi_w)) \tag{6}$$

$$\zeta_{XR} = \frac{1}{V}(V - R_R \dot{\theta}_w + a\dot{\psi}_w) \tag{7}$$

$$\zeta_{YR} = \frac{1}{V}(\dot{y}_w + R_R(\dot{\phi}_w - \dot{\theta}_w \psi_w) - \dot{y}_{rail,R}) / Cos(\kappa_R + \phi_w) \tag{8}$$

$$\zeta_{SPR} = \frac{1}{V}(\dot{\theta}_w Sin(\kappa_R - \phi_w) + (\dot{\psi}_w + \phi_w \dot{\theta}_w) Cos(\kappa_R + \phi_w)) \tag{9}$$

Burada ζ_{xr}, ζ_{yr}, ζ_{spr} sağ tekerlek için sırasıyla boylamsal yanal ve yalpa hareketi doğrultusunda oluşan sünme terimleridir. Bu terimlerde V, trenin boylamsal yöndeki hızını; y, yanal yöndeki yerdeğiştirmeyi; R, sağ ve sol tekerlek için yarıçapı; θ, tekerleğin dönme açısını; ψ, yalpa açısını; ϕ, yuvarlanma açısını; K, tekerlek ile ray arasındaki kontak açısını ifade eder.

Yukarıda denklemleri verilen sünme terimleri sünme katsayıları ile çarpılarak sünme kuvvetleri elde edilir. Sünme katsayıları f_{11},f_{12}, f_{22}, f_{33} ile gösterilmiştir ve temas elipsinin boyutlarına, ray ve tekerlek malzeme özelliklerine ve yuvarlanma çaplarına göre belirlenen katsayılardır.

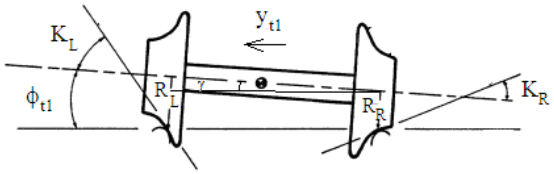
$$F_x = -f_{33}\zeta_x \tag{10}$$

$$F_Y = -f_{11}\zeta_Y - f_{12}\zeta_{SP} \tag{11}$$

$$M_Z = f_{12}\zeta_Y - f_{22}\zeta_{SP} \tag{12}$$

Yukarıdaki denklemde sünme kuvvetlerinin elde edilişi görülmektedir. (10), (11) ve (12) nolu eşitlikler, sağ (F_{xR}, F_{yR}, M_{zR}) ve sol (F_{xL}, F_{yL}, M_{zL}) tekerlek için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Burada boylamsal ve yanal yönde kuvvet, dikey yönde ise moment oluşmaktadır. Dolayısıyla sünme iki yönde kuvvet ve bir yönde de moment oluşturacak şekilde raylı taşıt dinamiğine etki etmektedir.

3.2 Tekerlek Anlık Yarıçaplarının ve Temas Açısının Belirlenmesi



Şekil 7. Tekerlek yarıçapları ve temas açıları

Ray üzerinde hem dikey yönde hem de yanal yönde düzensizlikler mevcuttur. Bu da tekerlek setinin ray üzerinde gezinmesine, yuvarlanma ve yalpa hareketine sebep olmaktadır. Tekerlek setinin ray üzerinde y yönündeki hareketi gezinme olarak tarif edilir. Gezinmeden dolayı tekerlek setinde ortaya çıkan açısal hareket tekerlek çaplarının değişimine bağlıdır.

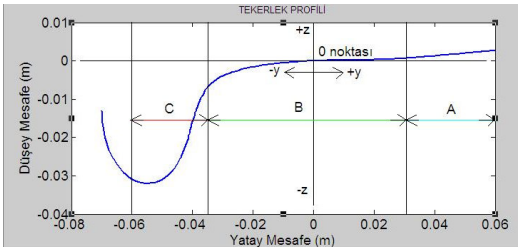
$$\tan(\gamma) = \frac{R_L - R_R}{2a_L} \tag{13}$$

burada, a_L tekerlek seti aks uzunluğunun yarısıdır.

Gezinme hareketinden dolayı tekerlek profili üzerindeki temas noktası sürekli değişmektedir. Değişen temas noktasına göre sağ ve sol tekerlek yarıçapları da değişmektedir. Bu hareketlere göre modelde tekerlek yarıçapları ve temas açısının anlık olarak belirlenmesi gerekmektedir.

Tekerlek profili birkaç fonksiyonun birleşmesiyle oluşur. Her fonksiyon, tekerlek profili üzerinde belli bir bölgeyi ifade eder. Temas noktası, gezinme hareketi nedeniyle bu fonksiyonlara bağlı olarak yer değiştirir. Bu fonksiyon aynı zamanda y yönündeki yanal değişime bağlı olarak z düşey yer değişimi vermektedir. Böylece, fonksiyonlar üzerinden, zamanla değişen yanal yer değiştirme y'ye bağlı olarak anlık z yönündeki düşey

yerdeğişim de elde edilir. Bu z yönündeki düşey yerdeğişimi de nominal yarıçapa eklenerek anlık olarak sağ ve sol tekerlek yarıçapları bulunmuş olur.



Şekil 8. Tekerlek profil fonksiyonunun başlangıç noktası

Sağ ve sol tekerlek fonksiyonu tekerlek setinin merkezine göre simetriktir. Bu durum, tekerleklerden birinin yarıçapı artarken diğerinin aynı anda azalmasına sebep olur. Hesaplamalarda ray ve tekerlek arasındaki ilk temas noktası '*0*' noktası olarak kabul edilerek "*0*" noktasına bir koordinat takımı yerleştirilir. Sağ ve sol tekerlek profil fonksiyonlarının tekerlek seti ağırlık merkezine göre simetrik olması temas noktasının tekerleklerden birinde "*0*" noktasının pozitif yönüne (koordinat sisteminin pozitif tarafına) hareket ederken diğer tekerleğin ise koordinat sisteminin negatif tarafına doğru gitmesini sağlar (Şekil 7). Bu duruma göre fonksiyonun "*0*" noktasına göre bir tekerlek için pozitif y girdileri, diğer tekerlek için ise negatif y girdileri kullanılarak fonksiyon değeri hesaplanır. Bu değerlerden biri negatif diğeri pozitif çıkar ve tekerlek etkin yarıçapı birinde azalırken diğerinde artmış olur. Temas açısı (K) ise, Şekil 7'de görüldüğü üzere (K_L, K_R) tekerlek profil fonksiyonu üzerindeki kontak noktasından çizilen teğetin tekerlek seti ekseni ile yaptığı açıdır. Bu durumda, tekerlek profil fonksiyonu üzerindeki her noktaya göre temas açısı değişmektedir. Temas açısını belirleyen faktör hiç şüphesiz profil fonksiyonudur. Temas açısının hesabı için ise temas noktasının yerine göre sağ ve sol tekerlek için sürekli bir yarıçap hesabı yapılır. Temas noktasının bulunduğu konumda fonksiyonun teğetinin eğimini bulmak öncelikli incelenmesi gereken problemdir. Temas noktasında profil fonksiyonunun türevi alınırsa bize eğimi verir. Eğim ise *tan(K)* gibi bir "*K*" açısına bağlı ifadeye eşittir. Böylece, bu ifadenin temas noktasında türevi alınıp eğim ifadesi elde edildikten sonra *arctan*'ı alınırsa, anlık olarak temas noktasının gezinmesine bağlı temas açısını verir.

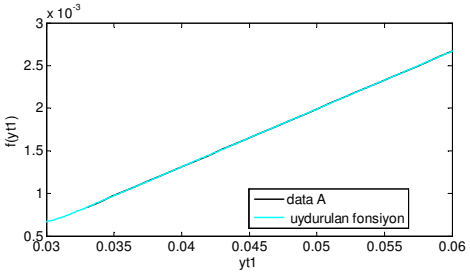
$$\frac{d(f(y))}{dy} = \tan(K) = m \tag{14}$$

Burada *f(y)* tekerlek profilinin gezinmeye bağlı fonksiyonu, *m* eğimi ve *K* da kontak açısını ifade etmektedir.

Böylece profil fonksiyonuna göre hem tekerlek yarıçapları hem de kontak açısı hesaplanmış olur.

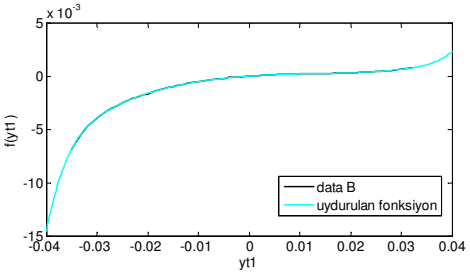
3.3 Tekerlek Profilinin Oluşturulması

Tekerlek profili gerek tekerlek-ray etkileşiminde gerekse kararlılıkta oldukça etkisi olan bir konudur. Gerçek profilin boji modeline dahil edilebilmesi için, öncelikle tekerlek fonksiyonunun dataları elde edilmiştir. Daha sonra datalardan çizdirilen gerçek tekerlek profili *A*, *B* ve *C* olmak üzere 3 bölgeye bölünmüştür (Şekil 6). Her bölge için Matlab'in fonksiyon uydurma modülü kullanılarak eğrilere uygun fonksiyonlar tespit edilmiştir. 3 Bölge için 3 fonksiyon oluşturulup toplam profilin fonksiyonu elde edilmiştir (Şekil 9-11).



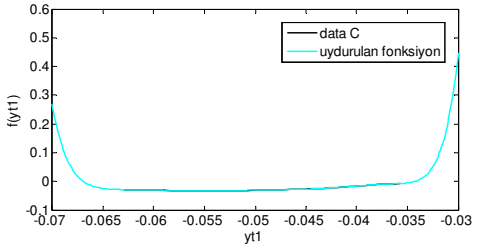
Şekil 9. A bölgesinin fonksiyonu

$$\begin{aligned} f(y_A) &= 1e{+}014y^{10} - 5.1e{+}013y^9 \\ &+ 1.1e{+}013y^8 - 1.5e{+}012y^7 + 1.3e{+}011y^6 - 7.3e{+}009y^5 \\ &+ 2.9e{+}008y^4 - 7.9e{+}006y^3 + 1.4e{+}005y^2 - 1.4e{+}003y + 6.6 \end{aligned} \tag{15}$$



Şekil 10. B bölgesinin fonksiyonu

$$\begin{aligned} f(y_B) &= 4.7e{+}010y^9 - 1.3e{+}009y^8 - 7.9e{+}007y^7 \\ &+ 1.8e{+}006y^6 + 6.2e{+}004y^5 - 9.7e{+}002y^4 + 21y^3 \\ &- 1.4y^2 + 0.034y - 7.8e{-}007 \end{aligned} \tag{16}$$



Şekil 11. C bölgesinin fonksiyonu

$$f(y_C) = 1.6e{+}017y^{10} + 8e{+}016y^{9} + 1.8e{+}016y^{8} + 2.4e{+}015y^{7} + 2.1e{+}014y^{6} + 1.3e{+}013y^{5} + 5.3e{+}011y^{4} + 1.5e{+}010y^{3} + 2.8e{+}008y^{2} + 3e{+}006y + 1.5e{+}004 \quad (17)$$

Burada $f(y_A)$, $f(y_B)$, $f(y_C)$ sırasıyla tekerlek profilinin *A*, *B* ve *C* bölgelerinin fonksiyonlarıdır.

Model içerisinde oluşturulmuş *"if"* döngüsüyle de *y* yönündeki doğrusal harekete göre kontak noktasının tekerlek profilinin hangi bölgesinde olduğu belirlenip, uygun fonksiyonun kullanımı sağlanmıştır.

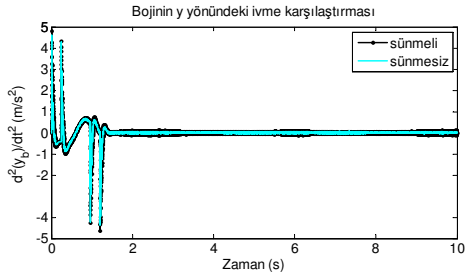
4. BENZETİM SONUÇLARI

Tekerlek-ray teması sonucu oluşan sünme kuvvetlerinin boji üzerindeki etkisi 30 km/h'lik hız için incelenmiştir. Bunun için oluşturulan matematiksel modelde sünme kuvvetlerinin hesabı için gerekli parametreler (*y*, *R*, θ, ψ, ϕ, *K*) ayrıca hesaplanmıştır. Sonuç olarak sünme kuvvetlerinin boji üzerindeki etkisini net bir şekilde görüp değerlendirebilmek için, bojinin sünmeli ve sünmesiz hareketleri karşılaştırılmıştır.



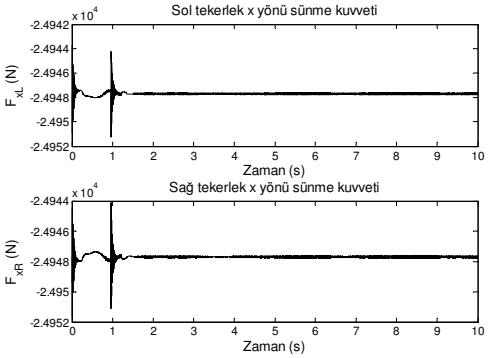
Şekil 12. Bojinin gezinme hareketinin karşılaştırılması

Şekil 12'de görüldüğü gibi bu simülasyon şartlarında bojinin gezinme hareketinde sünme kuvvetlerinin kayda değer bir etkisi görülmemektedir.

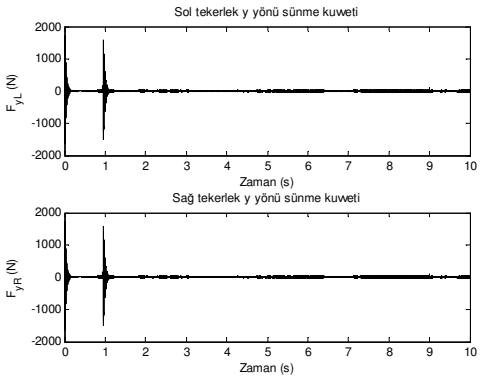


Şekil 13. Bojinin *y* yönündeki ivme karşılaştırması

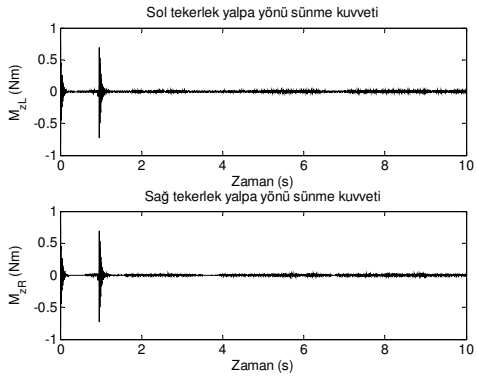
Bojinin y yönündeki doğrusal ivmesi ise sünme kuvvetlerinden etkilenmektedir (Şekil 13). Sünme kuvvetlerinin etkisinde ivme değerleri artmıştır.



Şekil 14. Birinci tekerlek seti sol ve sağ tekerlek *x* yönündeki sünme kuvvetleri

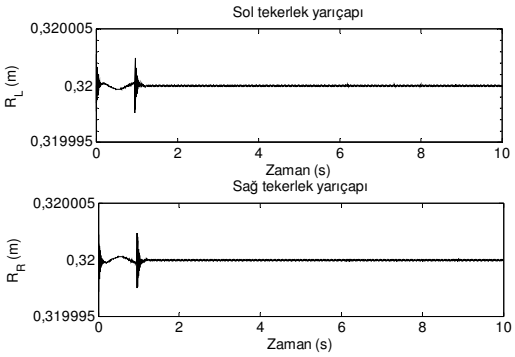


Şekil 15. Birinci tekerlek seti sol ve sağ tekerlek *y* yönündeki sünme kuvvetleri



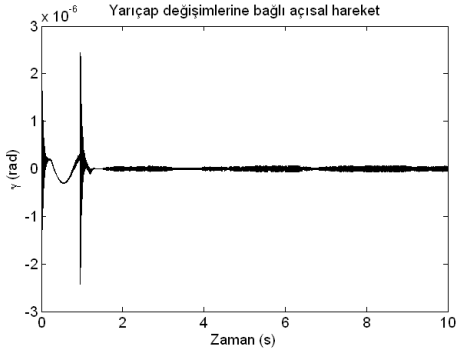
Şekil 16. Birinci tekerlek seti sol ve sağ tekerlek yalpa yönündeki sünme momentleri

Şekil 14, 15 ve 16'da sağ ve sol tekerleklerin sırasıyla *x*, *y* doğrusal hareketleri ve yalpa açısal hareketi (φ) yönlerinde oluşan sünme kuvvetleri ve momentinin değerleri verilmiştir. *x* yönündeki sünme kuvveti değer olarak diğerlerine göre daha etkilidir. Şekil 17, 18 ve 19'da sünme kuvvetlerinin hesabı için kullanılan parametrelerin sonuçları görülmektedir. Burada, sünme kuvvetleri formlarının bu parametrelerin formlarıyla çok benzediği görülmektedir. Sol ve sağ tekerlek yarıçaplarının anlık değişiminin *x* yönündeki sünme kuvvetini, kontak açılarının ise *y* ve yalpa yönündeki sünme kuvvetlerini daha çok etkilediği benzer formda olmalarından anlaşılmaktadır.



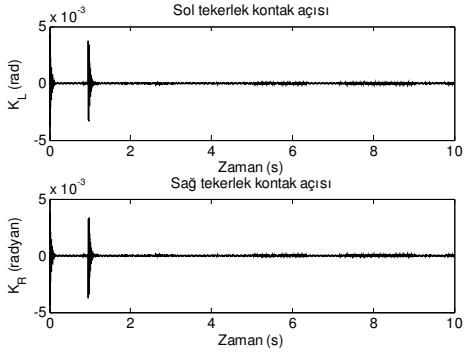
Şekil 17. Birinci tekerlek seti sol ve sağ tekerlek yarıçaplarının anlık değişimi

Datalar arası maksimum-minimum farkı, Şekil 17'de oluşan sol ve sağ teker yarıçap değişimleri çok küçüktür. Sol ve sağ tekerlek yarıçaplarında zamanla meydana gelen değişimin maksimum ve minimum değerleri arasındaki fark $5{,}224.10^{(-6)}$ m'dir.



Şekil 18. Birinci tekerlek seti sol ve sağ tekerlek yarıçap değişimine bağlı açısal hareket

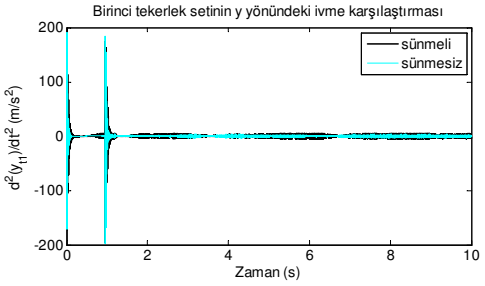
Şekil 18'de sağ ve sol tekerlek arasındaki yarıçap değişimlerinden kaynaklanan açısal hareket görülmektedir. Bu açısal hareket tekerlek setinin yuvarlanma hareketi üzerine eklenerek sisteme dahil edilmiştir.



Şekil 19. Birinci tekerlek seti sol ve sağ tekerlek temas açıları

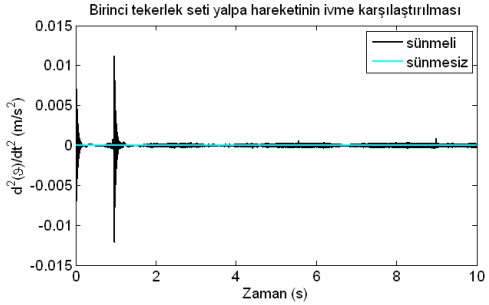


Şekil 20. Birinci tekerlek setinin gezinme hareketinin karşılaştırılması

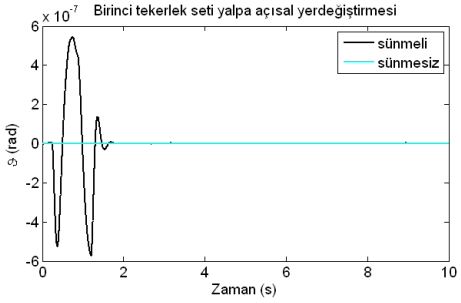


Şekil 21. Birinci tekerlek setinin *y* yönündeki doğrusal hareketinin ivme karşılaştırması

Sünme kuvvetlerinin etkileri doğal olarak bojiye göre tekerlek seti üzerinde daha fazladır. Şekil 20 ve 21'de, tekerlek setinin gezinme ve *y* yönündeki doğrusal ivmesinde etkili olduğu görülür. Sünme kuvvetleri hem gezinmeyi hem de ivmeyi arttırmıştır.



Şekil 22. Birinci tekerlek setinin yalpa hareketinin ivme karşılaştırması



Şekil 23. Birinci tekerlek setinin yalpa hareketinin yerdeğiştirme karşılaştırması

Şekil 22 ve 23'de görüldüğü gibi, tekerlek setinin yalpa hareketinin açısal yer değiştirme ve açısal ivmesi sünmesiz durumda sıfırdır. Bunun sebebi, bozucu etki olarak *x* ve *y* yönünde aynı özelliklerde tek bir sinüs dalgasının olmasıdır. Sünmeli durumda ise, sünme kuvvetlerinin açısal yer değiştirme ve ivmeye sebep oldukları görülür. Sünmenin tekerlek setinin yalpa hareketi üzerinde etkisi olduğu da anlaşılmaktadır.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada, bojinin matematiksel modeli çıkarılarak dinamiği Matlab/Simulink programında incelenmiştir. Model, bojinin serbestlik derecelerinden gelen hareketlerle beraber tekerlek-ray etkileşiminden kaynaklanan dinamikleri de içermektedir. Tekerlek-ray etkileşiminin boji üzerindeki etkisinin incelenmesi için tekerlek yarıçaplarının anlık değişimleri, temas açıları, yarıçap değişimlerine bağlı açısal hareket vs parametreleri hesaplanmıştır. Tekerlek-ray etkileşimi sonucu ortaya çıkan sünme kuvvetlerinin etkisini görebilmek için, sünme kuvvetlerinin etkisinde ve sünme kuvvetleri olmadan model incelenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Girilen parametreler ışığında sünme kuvvetlerinin, bojinin *y* yönündeki doğrusal ivmesini arttırdığı görülmektedir. Bununla birlikte tekerlek setinin gezinme hareketinde de bir artışa sebep olmuştur. Sünme kuvvetleri olmadan tekerlek setinde yalpa hareketi oluşmamaktadır. Bunun sebebi bozucu giriş olarak her tekerleğe yanal ve dikey yönde aynı sinüs dalgasının uygulanmış olmasıdır. Sünme kuvvetlerinin etkisinde ise aynı bozucu girişler altında tekerlek setinin yalpa hareketi yaptığı görülür. Sebebi sünme kuvvetlerinin etkisiyle tekerlek setinin gezinme hareketi yapmasıdır. Böylece yalpa hareketinin yerdeğiştirme ve ivmesi sünme kuvvetleri olmadığı zaman sıfır iken sünme kuvvetleri etkisinde bu hareketler oluşmaktadır. Sonuç olarak, tekerlek-ray etkileşimi boji dinamiğini değiştirmekte ve bazı yerdeğiştirme ve ivme cevaplarında artışa sebep olmaktadır.

6. KAYNAKLAR

1. Garg, V, K, Dukkipati, R, V, *Dynamics of Railway Vehicle Systems*, Academic Pres Inc., Orlando-Florida, 1984

2. Iwnicki, S, Handbook of Railway Vehicle Dynamics, Taylor&Francis Group, Florida, 2006

3. Anant, M, Nonlinear Investigation of the Use of Controllable Primary Suspensions to Improve Hunting in Railway Vehicles, Yüksek Lisans, Virginia Polytechnic Institute and State University, Mechanical Engineering, 2003

4. Yu, J, Liu, M, Sedov, A, Nonlinear Dynamics of Railway Wheelset Incorporating Randomness, Yüksek Lisans, Lakehead University, Control Engineering, 2007

5. Piotrowski, J, Chollet, H, "Wheel-Rail Contact Models for Vehicle System Dynamics Including Multi-Point Contact", Vehicle System Dynamics, 43, 6, 2005, 455-483

6. Wu, T, X, Thompson, D, J, "Theoretical Investigations of Wheel/Rail Non-Linear Interaction Due to Roughness Excitation", Institute of Sound&Vibration Research (ISVR), 852, 2000

7. Lee, S, Y, Cheng, Y, C, "Hunting Stability Analysis of High-Speed Railway Vehicle Trucks on Tangent Tracks", Journal of Sound and Vibration, 282, 2005, 881-898

8. Guclu, R, Metin, M, "Fuzzy Logic Control of Vibrations of a Light Rail Transport Vehicle in Use in Istanbul Traffic", Journal of Vibration and Control, 15, 2009, 1423 – 1440

9. Metin, M, Güçlü, R, "Active Vibration Control with Comparative Algorithms of Half Rail Vehicle Model under Various Track Irregularities", Journal of Vibration and Control, 2010, Doi No: 10.1177/1077546310381099

10.Metin, M, Güçlü, R, Yazıcı, H, Yalçın, N, S, "A Comprasion of Control Algorithms for a Half Rail Vehicle Model under Track Irregularity Effect", The Mechanics Conference to Celebrate the 100th Anniversary of the Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, USA, 29-30 May 2008

11.Metin, M, Guclu, R, Duman, F, "Vibration Control of Rail Vehicle Body using Parameters Adaptive PID Controller", International Symposium of Mechanism and Machine Science (AzCIFToMM 2010), Izmir, Turkey, 05-08 October 2010,

12.Metin, M, Güçlü R, Yazici, H, Yalcin, N, S, "Raylı Taşıt Titreşimlerinin Bulanık PID Kontrolör ile Kontrolü", TOK'07 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Sabancı Üniversitesi, İstanbul, 4-7 Eylül 2007, S.312-317.

13.Metin, M, Güçlü R, "Ölçekleme Çarpanları Kendiliğinden Ayarlanabilen PID Tipli Bulanık Kontrolör ile Bir Hafif Metro Aracına Ait Düşey Titreşimlerin Aktif Kontrolü", TOK'08 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, İTÜ, İstanbul, 13-15 Kasım 2008, S.551-556.

14.Metin, M, Güçlü, R, "Parametre Uyarlamalı PID Tipli Bulanık Kontrolör ile Hafif Metro Aracı Titreşimlerinin Kontrolü", TOK'09 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, YTÜ, İstanbul, 13-16 Ekim 2009, S.70 (CD)

15.Engineering-abc,http://www.tribology-abc.com/sub10.htm

9. TEŞEKKÜR

Bu çalışma, İstanbul Ulaşım A.Ş. tarafından desteklenmektedir. Kullanılan tüm parametrik veriler İstanbul Ulaşım A.Ş.'den alınmıştır.

10. EK

Kütleler (kg)	Atalet momentleri (kgm^2)	Yay katsayıları (N/m)	Sönüm katsayıları (kg/s)	Sünme katsayıları	Mesafeler (m)
$M_b = 2615$	$J_{bx} = 1722$	$k_{11x} = 617000$	$c_{11x} = 25000$	$f_{11} = 39.788x10^4$ (N)	$L_1 = 1.005$
$M_{t1} = 797.5$	$J_{by} = 1476$	$k_{11y} = 617000$	$c_{11y} = 25000$	$f_{12} = 185.52925$ (Nm)	$L_2 = 1.005$
$M_{t2} = 797.5$	$J_{bz} = 3067$	$k_{11z} = 732000$	$c_{11z} = 30000$	$f_{22} = 0.174841$ (Nm^2)	$L_3 = 1.08$
	$J_{t1x} = 810$	$k_{hy1} = 1x10^9$	$c_{hy1} = 10^4$	$f_{33} = 462626.56$ (N)	$L_4 = 1.08$
	$J_{t1z} = 112$	$k_{hz1} = 1x10^9$	$c_{hz1} = 10^4$		$L_{bx} = 1.005$
	$J_{t2x} = 810$				$L_{s1x} = 0.78137$
	$J_{t2z} = 112$				$L_{s1y} = 0.94$
					h = 0.1865
					$r_o = 0.33824$
					$L_{t1} = 0.723275$
					$L_{t2} = 0.723275$
					$L_{ray} = 1.44655$