## Alterne Seri Testi

Eğer $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisi için;

1) Her $n \geq 1$ için $a_n \cdot a_{n+1} < 0$

2) Her $n \geq 1$ için $|a_{n+1}| \leq |a_n|$

3) $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$

oluyorsa $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ Alterne Serisine yakınsaktır denir.

## Alterne Seriler için Hata Tahmini

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ alterne serisi yakınsak olsun. Toplamı $S$ olsun.

$S \cong S_n \quad (n \geq N) \quad a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$

$|S - S_n| \leq |S_{n+1} - S_n| = |a_{n+1}|$

CamScanner ile tarandı

Örnek: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+2^n}$ serisinin toplam hatasının 0,001 den daha az olabilmesi için, serinin kaç terimi toplama katılmalıdır?

Çözüm: $a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{1+2^n}$ , $a_{n+1} = (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{1+2^{n+1}}$

$|S - S_n| \leq |S_{n+1} - S_n| = |a_{n+1}|$

$\frac{1}{1+2^{n+1}} < 0,001$

$1+2^{n+1} > 1000$

$2^{n+1} > 999$

$2^{10} = 1024$ } $n+1 = 10$

$\boxed{n=9}$ olur.

Serinin ilk 9 teriminin toplamındaki hata 0,001 den küçük kalır.

CamScanner ile tarandı

**Örnek:** $\cos 43^\circ$ nin hatasının $\frac{1}{10000}$ dan küçük olması için kaç terim toplanmalıdır?

**Çözüm:** $\cos 43^\circ = \cos \frac{43\pi}{180} = 1 - \frac{1}{2!}\left(\frac{43\pi}{180}\right)^2 + \frac{1}{4!}\left(\frac{43\pi}{180}\right)^4 - \cdots$

$\frac{43\pi}{180} \cong 0{,}75049\ldots < 1$ dır.

$$a_n = (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{(2n-2)!} \cdot \left(\frac{43\pi}{180}\right)^{2n-2}$$

$$|E| \leq \frac{1}{(2n)!}\left(\frac{43\pi}{180}\right)^{2n} < \frac{1}{(2n)!}$$

Error (hata)

$$(2n)! > 10000 \Rightarrow n = 4 \quad (8! = 40320)$$

$$\cos 43^\circ \cong 1 - \frac{1}{2!}\left(\frac{43\pi}{180}\right)^2 + \frac{1}{4!}\left(\frac{43\pi}{180}\right)^4 - \frac{1}{6!}\left(\frac{43\pi}{180}\right)^6 \cong 0{,}73135$$

CamScanner ile tarandı

Sayfa: 46



$$\boxed{\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} \cdots}$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

$$\ln(\cos x) = \ln\left(1 + \left(-\frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots\right)\right)$$

$$= \left(-\frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots\right) - \frac{1}{2}\left(-\frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots\right)^2$$

$$+ \frac{1}{3}\left(-\frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots\right)^3 - \cdots$$

$$= -\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + \cdots - \frac{1}{2}\left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{24} + \cdots\right)$$

$$+ \frac{1}{3}\left(-\frac{x^6}{8} + \cdots\right) - \cdots$$

$$\ln(\cos x) = -\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} - \frac{x^6}{45} - \cdots$$

$$\tan x = -\frac{d}{dx}(\ln \cos x)$$

Sayfa: 54, 55, 57 ye bakınız.

CamScanner ile tarandı

Sayfa: 55



$$\lim_{x\to 0} \frac{(e^{2x}-1)\ln(1+x^3)}{(1-\cos 3x)^2} = ? \quad \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\left(\cancel{1}+(2x)+\frac{(2x)^2}{2!}+\frac{(2x)^3}{3!}+\dots-\cancel{1}\right)\left(x^3-\frac{x^6}{2}+\frac{x^9}{6}-\dots\right)}{\left(1-\left(1-\frac{(3x)^2}{2!}+\frac{(3x)^4}{4!}\dots\right)\right)^2}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2x^4+2x^5+\dots}{\left(\frac{9}{2}x^2-\frac{3^4}{4!}.x^4+\dots\right)^2}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2+2x+\dots}{\left(\frac{9}{2}-\frac{3^4}{4!}x^2+\dots\right)^2} = \frac{2}{\left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{8}{81}$$

CamScanner ile tarandı