

1) a) x ve y eksenlerinin pozitif yönleri ile yaptığı açılar sırasıyla  $45^\circ$  ve  $60^\circ$  olan ve de modülü 8 birim olan  $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$  vektörünü bulunuz.

1. Yol:  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  vektörünü bulalım.

$$|\vec{r}| = 8$$

$$\vec{r} \cdot \vec{i} = |\vec{r}| \cdot 1 \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow x = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\vec{r} \cdot \vec{j} = |\vec{r}| \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow y = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 8 \Rightarrow \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2 + z^2} = 8$$

$$\sqrt{32 + 16 + z^2} = 8$$

$$z^2 = 16 \Rightarrow z = \pm 4$$

$$\Rightarrow \vec{r} = 4\sqrt{2}\vec{i} + 4\vec{j} \mp 4\vec{k}$$

2-)  $x + y = 2$

$y + z = 3$  lineer denklem sistemi veriliyor.  $z$  bilinmeyenini Cramer Yöntemi ile hesaplayınız.

$z + t = 4$

$z - t = 5$

(Başka yöntemler kabul edilmeyecektir!)

Soru3 Köşeleri  $A(2,1,1)$ ,  $B(3,-1,2)$  ve  $C(0,1,-1)$  olan  $\triangle ABC$  üçgeninin alanını bulunuz.

4.  $A = (0,3,5)$ ,  $B = (1,2,\lambda)$ ,  $C = (4,5,-2)$  ve  $D = (2,1,3)$  noktaları veriliyor.

a) A,B,C,D noktalarının aynı düzlemde olması için  $\lambda$  ne olmalıdır.

b) Bulduğunuz  $\lambda$  değerine göre ABC üçgeninin alanını hesaplayınız.

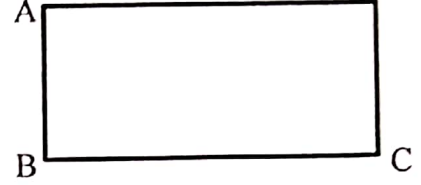
## CEVAP ANAHTARI

1-) a) Köşe noktalarından üçü  $A = (1, x, -3)$ ,  $B = (2, 0, -5)$ ,  $C = (3, -1, -6)$  olan  $ABCD$  dikdörtgeninin alanını bulunuz (Pisagor bağıntısını kullanmayınız).

$$A = (1, x, -3), B(2, 0, -5), C(3, -1, -6)$$

$$\overrightarrow{AB} = (1, -x, -2), \overrightarrow{BC} = (1, -1, -1)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 1 + x + 2 = 0 \Rightarrow x = -3$$



O halde  $\overrightarrow{AB} = (1, 3, -2)$  bulunur.

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -5\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$$

$$A(ABCD) = |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-5)^2 + 1^2 + (-4)^2} = \sqrt{42} \text{ br}^2$$

b)  $\triangle ABC$  üçgenini içine alan düzlemin denklemini bulunuz.

Aranılan düzlem içinde herhangi bir nokta  $X = (x, y, z)$  olsun.

1. YOL:

$$\overrightarrow{AB} = (1, 3, -2), \overrightarrow{BC} = (1, -1, -1), \overrightarrow{AX} = (x - 1, y + 3, z + 3)$$

$$\overrightarrow{AX} \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}) = \begin{vmatrix} x - 1 & y + 3 & z + 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x - 1)(-5) - (y + 3) + (z + 3)(-4) = 0 \quad \text{veya} \quad -5x - y - 4z - 10 = 0 \text{ bulunur.}$$

$$P : 5x + y + 4z + 10 = 0$$

2.YOL:

$$\overrightarrow{AB} = (1, 3, -2), \overrightarrow{AC} = (2, 2, -3), \overrightarrow{AX} = (x - 1, y + 3, z + 3)$$

$$\overrightarrow{AX} \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} x - 1 & y + 3 & z + 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x - 1)(-5) - (y + 3) + (z + 3)(-4) = 0 \quad \text{veya} \quad -5x - y - 4z - 10 = 0 \text{ bulunur.}$$

$$P : 5x + y + 4z + 10 = 0$$

$$ax + y + z = 0$$

**Soru4**  $x - 2y + z = 0$  denklem sisteminin sıfırdan farklı çözümünün

$$(a + 1)x - y + az = 0$$

olabilmesi için  $a$  ne olmalıdır?

$$x + 2y - z = 2$$

**Soru2**

$$2x + 6y + 3z = 4$$

denklem sisteminin

$$3x + 8y + (a^2 - 2)z = a + 8$$

a) tek çözümünün; b) sonsuz çözümünün ; c) çözümsüz olması için  $a$  ne olmalıdır?

$$x + 2y + z = m^2$$

2)  $x + y + 3z = m$  lineer denklem sistemi veriliyor.

$$3x + 4y + 7z = 8$$

- i ) Sistemin çözümünün olmaması için  $m$  ne olmalıdır.
- ii ) Sistemin sonsuz çözümünün olması için  $m$  ne olmalıdır.
- iii ) Sistemin tek çözümünün olması için  $m$  ne olmalıdır.

Adı Soyadı							
Öğrenci Numarası		Grup No					
Bölümü							
Dersin Adı	0251320 Lineer Cebir 2.Arasınavı				Sınav Süresi	75 dk	
Dersi veren Öğretim Üyesinin Adı Soyadı						İmza	

1-)  $m$  parametresinin hangi değeri için  $\vec{a} = (-m, 4, m+3)$ ,  $\vec{b} = (2, -1, 3)$ ,  $\vec{c} = (0, 5, -4)$  vektörleri aynı düzlemde bulunur?

2-)  $x + y = 2$

$y + z = 3$

$z + t = 4$

$z - t = 5$

lineer denklem sistemi veriliyor.  $t$  bilinmeyenini Cramer Yöntemi ile hesaplayınız.

(Başka yöntemler kabul edilmeyecektir!)

3-)  $x + ky + 2z = 1$

$2x + 8y + kz = 3$  lineer denklem sisteminin,

a) Çözümsüz

b) Tek çözümlü

c) Sonsuz çözümlü

olması için  $k$  nasıl seçilmelidir?