



Araştırma Yöntemleri

Çıkarımsal İstatistikler: Parametrik Testler II

Plan

- Parametrik testler
 - Varyans Analizi (ANOVA)
 - Korelasyon testi
 - Regresyon

Giriş

- Bir önceki derste hipotez testleri, **Tür 1** ve **Tür 2 hataları** ile istatistiksel testlerin konuları üzerinde duruldu.
- Parametrik testlerden **t-testleri** incelendi.
- Bu derste diğer parametrik testler üzerinde (**Varyans Analizi, korelasyon testi, regresyon**) durulacaktır.

Varyans Analizi (ANOVA)

- Varyans analizi (Analysis Of Variance-ANOVA) **bir ya da daha fazla bağımsız değişkenin ikiden fazla gruptaki ortalamalarını karşılaştırmak** için kullanılır.
- ANOVA bağımsız değişkenlerin kendi aralarında nasıl etkileşime girdiklerini ve bu etkileşimlerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerini analiz etmek için de kullanılır.
- Parametrik testler için gereken koşullar sağlanmalıdır (eşit aralıklı/oranlı ölçüm düzeyinde toplanmış, varyansları benzer ve normal dağılmış veriler).

Kaynak: ANOVA için Field, 2005, Bölüm 8 ve Field ve Hole, 2008, Bölüm 6'dan yararlanılmıştır



ANOVA'nın t -testlerinden Farkı I

- Niye gruplar arasındaki bütün kombinasyonları test etmek için t testi yapmıyoruz da ANOVA yapıyoruz?

t -testleri ikiden fazla grupta da kullanılabilir ama her testin kendine özgü Tür 1 (yani doğru olduğu halde yanlışlıkla boş hipotezi reddetme olasılığı) hata olasılığı var.

Örneğin, t -testini 3 grup için 1-2, 1-3, 2-3 grupları için ayrı ayrı yaptığımızı varsayalım ve her testin Tür 1 hatası yapmama olasılığı 0,95 olsun.

- Üç ayrı t -testinde Tür 1 hatası yapmama olasılığı 0,857'ye düşer ($0,95 * 0,95 * 0,95 = 0,857$)
- Yani Tür 1 hatası yapma olasılığı 0,05'ten 0,143'e yükselir ($1 - 0,857 = 0,143$)
- Bu, kabul edilemez. Grup sayısı 3 yerine 5 olsaydı? O zaman 10 t -testi yapmak gerekecek ve hata olasılığı 0,40'a yükselecekti

ANOVA'nın t -testlerinden Farkı II

- t -testi iki örneklemin ortalamalarının eşit olup olmadığı hipotezini test eder.
- ANOVA ise üç ya da daha fazla ortalamanın eşit olup olmadığını test eder.
- ANOVA F istatistiğini verir. F , verilerdeki sistemik varyans miktarını sistemik olmayan varyansla karşılaştırır.
- ANOVA gruplar arasında fark olup olmadığını ya da deneysel uyarıcının başarılı olup olmadığını söyler.

Örn; üç grup ortalamasının eşit olmaması. Ama farkın hangi gruplar arasında olduğunu ya da hangi grupların etkilendiğini söylemez (üç ortalama da farklı olabilir, ilk ikisi aynı, üçüncüsü farklı olabilir, ilki farklı, ikinci ve üçüncüsü aynı olabilir vs. vs.).

Tek Yönlü Varyans Analizi (ANOVA): Örnek

- “Tek yönlü” varyans analizinde **bir bağımsız değişkenin ikiden fazla gruptaki durumu** test edilir.

Örn; öğrencilerin yazma puanları ortalaması acaba mezun oldukları lise türüne (genel lise, anadolu lisesi, meslek lisesi) göre birbirinden farklı mıdır?

Araştırma hipotezi (H_1): “Öğrencilerin yazma puanlarının ortalaması lise türüne (genel, anadolu, mesleki) göre birbirinden farklıdır ($H_1: \mu \neq \mu_0$).” (çift kuyruk testi).

Tek Yönlü ANOVA - PASW

Menüden:

- Analyze -> Compare means-> One-way ANOVA'yı seçin.
- Yazma notunu "Dependent List" (bağımlı değişken) kutusuna, program türünü "Factor" (bağımsız değişken) satırına atayın.
- Options sekmesinden tanımlayıcı istatistikleri, varyans homojenliği işaretleyin.
- Post hoc sekmesinden LSD, Bonferroni, Tukey, Dunnet ve Games-Howell seçeneklerini işaretleyin.
- Anlamlılık düzeyini (Significance level) 0,05 seçin.
- OK'e tıklayın.

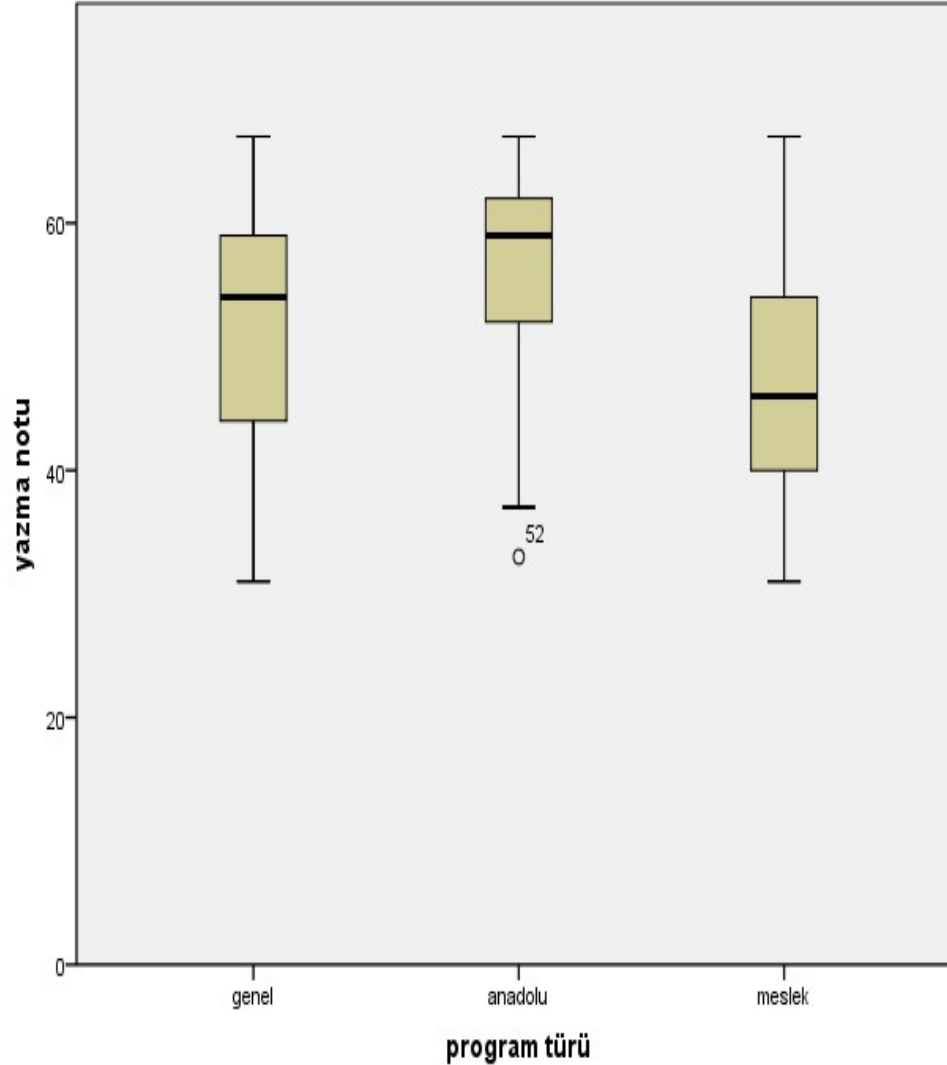
Tek Yönlü ANOVA Sonuçları: Tanımlayıcı İstatistikler

Descriptives

yazma notu

	N	Ort.	Standart Sapma	Standart Hata	Ortalama için %95 Güven Aralığı		Min.	Maks.
					Alt sınır	Üst sınır		
genel	45	51,33	9,398	1,401	48,51	54,16	31	67
anadolu	105	56,26	7,943	,775	54,72	57,79	33	67
meslek	50	46,76	9,319	1,318	44,11	49,41	31	67
Toplam	200	52,78	9,479	,670	51,45	54,10	31	67

Tek Yönlü ANOVA Sonuçları: Boxplot



- Yanda önceki tablodaki tanımlayıcı istatistiklerin grafiği verilmektedir (PASW'nin etkileşimli grafik seçeneğiyle ayrıca üretilmiştir).
- Her grup için kutucuk içindeki yatay çizgi ortalamayı, kutucuğun alt ve üst sınırları %95 güven aralığını, en dıştaki sınırlar ise minimum (31, 33, 31) ve maksimum değerleri (üçü için de 67) gösterir.
- Kutucukların boyutuna bakarak Anadolu lisesi öğrencilerinin notlarının varyansının nispeten daha düşük olduğu görülebilir.

Tek Yönlü ANOVA Sonuçları: Levene Testi

Test of Homogeneity of Variances

yazma notu

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
1,726	2	197	,181

- Levene testi varyansların homojen olup olmadığını gösterir.
- Serbestlik Derecesi program türü için 2 (toplam grup sayısı - 1), öğrenci sayısı için 197'dir (toplam öğrenci sayısı - grup sayısı)
- Sig. değerinin 0,05'in üstünde olması varyansların eşit -homojen- olmadığını gösterir.
- Yani verilere ANOVA testi uygulanabilir.
- Sig. değeri 0,05'in altında olsaydı verilerin dönüştürülmesi ya da yanlış F değeriyle ANOVA testine devam edilmesi gerekecekti (dönüştürme her zaman yardımcı olmayabilir -örneğin deneysel araştırmalarda kontrol grubunun varyansı deney gruplarından farklı olabilir).

Kaynak: Field ve Hole, 2008, s. 176



Tek Yönlü ANOVA Sonuçları: ANOVA Testi

ANOVA

yazma notu

	Kareler toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamının ortalaması	F	Sig.
Gruplar arası	3175,698	2	1587,849	21,275	,000
Gruplar içi	14703,177	197	74,635		
Toplam	17878,875	199			

- **Gruplar arası ve gruplar içi kareler toplamı sırasıyla sistemik ve sistemik olmayan varyansları gösterir.**
- Kareler toplamının ortalaması bu değerler SD'ye bölünerek elde edilir.
- Grup ortalamalarının aynı olup olmadığı *F* değeriyle ölçülür (1587,849/74,635 -sistemik varyans sistemik olmayan varyansa bölünerek elde edilir-).
- Sig. değeri bu büyüklükteki *F* oranının sadece şansa bağlı olarak meydana gelme olasılığını verir (0,000).
- Sig. değeri 0,05'ten küçük olduğuna göre program türüne göre öğrencilerin yazma puanlarının ortalamalarının birbirinden farklıdır ve bu fark istatistiksel açıdan anlamlıdır ($F=21,275, p = 0,000$).

Kaynak: Field ve Hole, 2008, s. 177-178



Tek Yönlü ANOVA Sonuçları: Post hoc Testleri

Multiple Comparisons

Dependent Variable: yazma notu

	(I) program türü	(J) program türü	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.
Games-Howell	genel	anadolu	-4,924*	1,601	,008
		meslek	4,573	1,923	,051
	anadolu	genel	4,924*	1,601	,008
		meslek	9,497*	1,529	,000
	meslek	genel	-4,573	1,923	,051
		anadolu	-9,497*	1,529	,000

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

- **Games-Howell** post hoc testi farkın kaynağını gösterir.
- Tablo program türlerine göre ortalamalar arasındaki fark, standart hata ve anlamlılık düzeylerinin ikili karşılaştırma sonuçlarını vermektedir.
- Anadolu liseleriyle genel liseler ve anadolu liseleriyle meslek liseleri arasındaki farklar anlamlıdır (sırasıyla Sig. 0,008 ve Sig. 0,000).
- Meslek liseleriyle genel liseler arasındaki ortalamalar arası fark anlamlı değildir (Sig. 0,051, sınır değeri olan 0,05'in biraz üstünde).
- Farklı post hoc testleri farklı sonuçlar verebilir.

Kaynak: Field ve Hole, 2008, s. 177-178



Tek Yönlü ANOVA Sonuçları: Etki Büyüklüğü

- ANOVA testleri için etki büyüklüğünü (r) bulmak için gruplar arası kareler toplamı toplam kareler toplamına bölünür (buna D^2 -eta kare- denir), sonucun karekökü alınır.

$$(r = \sqrt{3175,698 / 17878,875}) = 0,42$$

- Etki büyüklüğü ($r = 0,42$) orta düzeyde bir etki anlamına geliyor.

ANOVA Sonuçlarının Yorumu

- Öğrencilerin yazma puanlarının ortalamaları mezun oldukları lise türüne göre istatistiksel açıdan anlamlı düzeyde farklılık göstermektedir $F(2, 197)=21,275$, $p = 0,000$, $r = 0,42$. Mezun olunan lise türünün yazma notu ortalamasına etkisi orta düzeydedir. Games-Howell post hoc testi anadolu liseleriyle meslek liselerinin ($p = 0,008$) ve Ort=46,76, SH=1,318) ve anadolu liseleriyle genel liselerin ($p = 0,000$) ortalamaları arasındaki farkın anlamlı olduğunu göstermektedir.
- **Boş Hipotez** (H_0 : “Öğrencilerin yazma puanlarının ortalaması lise türüne (genel, anadolu, mesleki) göre birbirinden farklı değildir.”) **reddedilir**.
- ANOVA testi sonucunu bir tablo olarak vermek gerekir.
- Gerekirse post hoc test sonuçları ve tanımlayıcı istatistikler de tablo olarak verilebilir .

Diğer ANOVA Türleri

- ANOVA testleri değişik şekillerde tasarlanabilir.
- Bir önceki örnek tek yönlü ANOVA testi idi.
- Bir bağımsız değişkenin (okul türü) bağımlı değişken üzerindeki etkisi test edildi.
- ANOVA testlerinde bağımsız değişken sayısı iki (ya da daha fazla olabilir), bu değişkenler farklı denekler (çift yönlü bağımsız ANOVA), bağımsız değişkenlerden biri farklı, diğeri aynı denekler (çift yönlü karışık ANOVA), ya da iki değişken aynı denekler (çift yönlü tekrarlı ANOVA) üzerinde test edilir.

Kaynak: Örnekler ve bilgiler Field ve Hole, 2008, Bölüm 6'dan özetlenmiştir



Tek Yönlü Tekrarlı ANOVA

- Özellikle deneysel araştırmalarda her deneğin üç veya daha fazla gruba bir değişkenle ilgili veri sağladığı testler için kullanılır.
- Aynı denekler değişik zamanlarda içtikleri kahve miktarına göre projelerine daha mı fazla odaklanabiliyorlar?

Çift Yönlü Bağımsız ANOVA

- İki bağımsız değişken vardır.
- Ör., denekler genç ya da yaşlı olmalarına göre bazı müzik türlerinden daha mı çok hoşlanıyorlar?
- Yaş (genç/yaşlı), müzik türü (klasik, rap, TSM) bağımsız değişkenler.
- Yaş ve müzik türü bağımsız değişkenler.
- İki bağımsız değişken farklı deneklere uygulanır (yani altı farklı grup).
- İki bağımsız değişken (yaş ile müzik türü) arasındaki etkileşim de ölçülür.

Çift Yönlü Karışık ANOVA

- İki bağımsız değişken vardır.
- Bağımsız değişkenlerden biri farklı, diğeri aynı denekler üzerinde uygulanır.
- Örn; kısa mesaj gönderen ve göndermeyen deneklerin dil kullanım becerilerinde bir gerileme oluyor mu?
- İlk bağımsız değişken kısa mesaj kullanımı
- İkincisi ise dil becerilerinin ölçüldüğü zaman (test öncesi ve sonrası).

Çift Yönlü Tekrarlı ANOVA

- İki bağımsız değişken vardır.
- İki değişken aynı denekler üzerinde uygulanır.
- Örn; yorgunluk seviyesi ve havanın yağışlı ya da açık olması güzergâh seçimini etkiliyor mu?
- Aynı deneklerin belirlenen koşullarda (yorgunluk seviyesi, hava durumu) yol seçimleri değerlendiriliyor.

Korelasyon Testi

- Bağımlı örneklem t -testi yaparken korelasyon analiz sonuçlarından biri de okuma ve yazma puanları arasındaki korelasyon katsayısı idi.
- **Korelasyon testi** iki ya da daha fazla normal dağılmış, verileri aralıklı/oranlı ölçekle toplanmış değişkenler arasındaki ilişkiyi test etmek için kullanılır.

Örn; öğrencilerin fen puanları ile matematik puanları arasında bir korelasyon var mıdır?

- Araştırma hipotezi (H_1): “Öğrencilerin fen ve matematik puanlarının ortalamaları birbirinden farklıdır.” ($H_1: \mu_1 \neq \mu_2$)
(**çift kuyruk testi**)

Korelasyon Testi - PASW

Since the input energy is random in nature due to the randomness in earthquake ground motion characteristics, a rational analysis should be carried out based on statistical and probabilistic techniques. A correlation matrix is simply a table which shows the correlation coefficients for different variables. The matrix depicts the correlation between all the possible pairs of considered parameters in a table. It is a powerful tool to summarize a large dataset and to identify and visualize patterns in the given data. A correlation matrix consists of rows and columns which show the considered variables. Each value of matrix is the correlation coefficient given with Eq.(9) which shows correlation between the considered variables.

Korelasyon Testi - PASW

$$r = \frac{\sum[(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

In the equation above x_i and y_i are the components of vector X and Y, which are related to two measurements of interest respectively; \bar{x} and \bar{y} are the means of vector X and Y.

Korelasyon Testi - PASW

Considered parameters whose correlation matrix have been obtained are period(T), effective period(T_e), normalized period (T/T_e), strength reduction factor (R_y), peak ground acceleration (PGA), peak ground velocity (PGV), pseudo spectral velocity (PSV), pseudo spectral velocity at characteristic period (PSV_{T_e}), accelerogram intensity (I_E), Cosenza and Manfredi seismic index (I_D) [35], spectrum intensity(SI), effective duration of strong ground motion (t_{d75} and t_d) and uniform duration of strong ground motion (t_{uni}). Table 4 shows correlation matrix of considered parameters.

Korelasyon Testi - PASW

Correlation matrix of considered parameters.

	V_e	$\frac{V_e}{PSV}$	$V_{e,max}$	$\frac{V_{e,max}}{PSV_{T_e}}$	R_y	T	T/T _e	T _e	I _E	I _D	S _I	t _{d75}	t _d	t _{uni}	PGA	PGV	PSV	PSV _{T_e}	
V_e	1.00																		
V_e/PSV	-0.07	1.00																	
$V_{e,max}$	0.80	0.01	1.00																
$V_{e,max}/PSV_{T_e}$	-0.10	0.19	-0.07	1.00															
R_y	-0.04	0.03	-0.17	-0.41	1.00														
T	0.13	-0.34	0.23	-0.22	0.00	1.00													
T/T _e	-0.24	-0.33	-0.10	0.10	0.00	0.56	1.00												
T _e	0.39	-0.07	0.37	-0.35	0.00	0.50	-0.30	1.00											
I _E	0.72	0.02	0.86	-0.06	0.00	0.11	-0.05	0.18	1.00										
I _D	-0.16	0.22	-0.19	0.70	0.00	-0.17	0.06	-0.23	-0.10	1.00									
S _I	0.80	-0.05	0.85	-0.28	0.00	0.32	-0.14	0.53	0.76	-0.34	1.00								
t _{d75}	0.26	0.20	0.20	0.42	0.00	0.16	-0.11	0.35	0.11	0.45	0.12	1.00							
t _d	0.33	0.19	0.28	0.35	0.00	0.19	-0.09	0.33	0.18	0.34	0.19	0.90	1.00						
t _{uni}	0.34	0.20	0.29	0.38	0.00	0.21	-0.12	0.41	0.16	0.46	0.21	0.93	0.90	1.00					
PGA	0.53	-0.08	0.66	-0.23	0.00	0.01	0.01	-0.03	0.80	-0.37	0.63	-0.30	-0.19	-0.30	1.00				
PGV	0.76	-0.06	0.85	-0.28	0.00	0.27	-0.12	0.43	0.79	-0.41	0.95	0.03	0.13	0.12	0.72	1.00			
PSV	0.90	-0.31	0.70	-0.22	0.00	0.27	-0.09	0.39	0.63	-0.27	0.79	0.09	0.14	0.15	0.54	0.75	1.00		
PSV _{T_e}	0.76	-0.04	0.92	-0.34	0.00	0.27	-0.12	0.44	0.82	-0.33	0.92	0.02	0.10	0.11	0.71	0.91	0.74	1.00	

Korelasyon Testi - PASW

Correlation coefficient is used to determine the existence of relationship between the considered parameters. It helps to understand whether this relationship is increasing or decreasing. However, some additional probabilistic techniques are required in case there is a nonlinear relationship, since correlation coefficient shows the linear relationship between considered parameters.

$$r = \frac{\sum[(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}}$$

In the equation above x_i and y_i are the components of vector X and Y, which are related to two measurements of interest respectively; \bar{x} and \bar{y} are the means of vector X and Y.

Korelasyon Testi Sonucu

Descriptive Statistics

	Ort	Std. Sapma	N
fen notu	51,85	9,901	200
matematik notu	52,65	9,368	200

Correlations

		fen notu	matematik notu
fen notu	Pearson Correlation	1	,631**
	Sig. (2-tailed)		,000
	N	200	200
matematik notu	Pearson Correlation	,631**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	
	N	200	200

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Korelasyon Testi Sonucunun Yorumu I

- Öğrencilerin okuma ve yazma puanları arasında pozitif bir korelasyon (0,631) var ve bu korelasyon istatistiksel açıdan anlamlı (Pearson's $r = 0,631$, $p = 0,01$). (Korelasyon katsayısı r ile gösterilir).
- r iki değişken arasında orta düzeyde güçlü bir korelasyonu gösterir ($\pm 0-0,3$ zayıf, $\pm 0,3-0,7$ orta, $\pm 0,7-1,0$ güçlü).
- Etki büyüklüğü r değerinin karesi alınarak bulunur (0,40).
- Yani fen puanlarındaki değişimin %40'ı matematik puanlarındaki değişimle açıklanabilir.
- İki değişken arasındaki değişimin %60'ı başka nedenlerden kaynaklanıyor.
- Yani fen puanları yüksek olan öğrencilerin matematik puanları da yüksektir (ya da tersi).
- **Boş hipotez** ("Öğrencilerin fen ve matematik puanlarının ortalamaları birbirine eşittir.") reddedilir.

Korelasyon Testi Sonucunun Yorumu II

- “Öğrencilerin fen ve matematik puanları arasında pozitif bir korelasyon gözlenmiştir (Pearson’s $r = 0,631$, $p < 0,01$, $r^2 = 0,40$). İki değişken arasında orta düzeyde güçlü bir korelasyon vardır. Fen puanları yüksek olan öğrencilerin matematik puanları da nispeten daha yüksektir.”
- Ortalama ve standart sapmalar da verilebilir ama veriler çok ilginç değil.
- Son cümle “Matematik puanları yüksek olan öğrencilerin fen puanları da nispeten daha yüksektir.” şeklinde de yazılabilir.
- Değişkenlerden hangisi sebep (bağımsız), hangisi sonuç (bağımlı) değişkeni olabilir?

Basit Doğrusal Regresyon Testi

- Basit doğrusal regresyon testi normal dağılmış, hakkında aralıklı/oranlı ölçekle veri toplanmış iki değişken arasında doğrusal ilişki olup olmadığını test etmek için kullanılır.
- Hem **tanımlayıcı** hem de **çıkarımsal** istatistik sağlar.
- Değişkenlerden biri tahmin (bağımsız değişken), diğeri sonuç (bağımlı değişkendir) değişkenidir.

Örn; öğrencilerin matematik puanlarına bakarak fen puanlarını tahmin edebilir miyiz?

- Araştırma hipotezi (H_1): “Öğrencilerin matematik ve fen puanları arasında doğrusal bir ilişki vardır.” ($H_1: \mu \neq \mu_0$) (**çift kuyruk testi**).

Basit Doğrusal Regresyon Testi (PASW)

Menüden;

- Analyze -> regression-> linear'ı seçin.
- Fen puanını bağımlı, matematik puanını bağımsız değişken olarak seçin.
- Statistics sekmesinden Estimates, Descriptives ve Model fit seçeneklerini işaretleyin.
- OK'e tıklayın.

Basit Doğrusal Regresyon Testi Sonucu

Variables Entered/Removed^b

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	matematik notu ^a	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: fen notu

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,631 ^a	,398	,395	7,702

a. Predictors: (Constant), matematik notu

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	7760,558	1	7760,558	130,808	,000 ^a
	Residual	11746,942	198	59,328		
	Total	19507,500	199			

a. Predictors: (Constant), matematik notu

b. Dependent Variable: fen notu

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	16,758	3,116		5,378	,000
	matematik notu	,667	,058	,631	11,437	,000

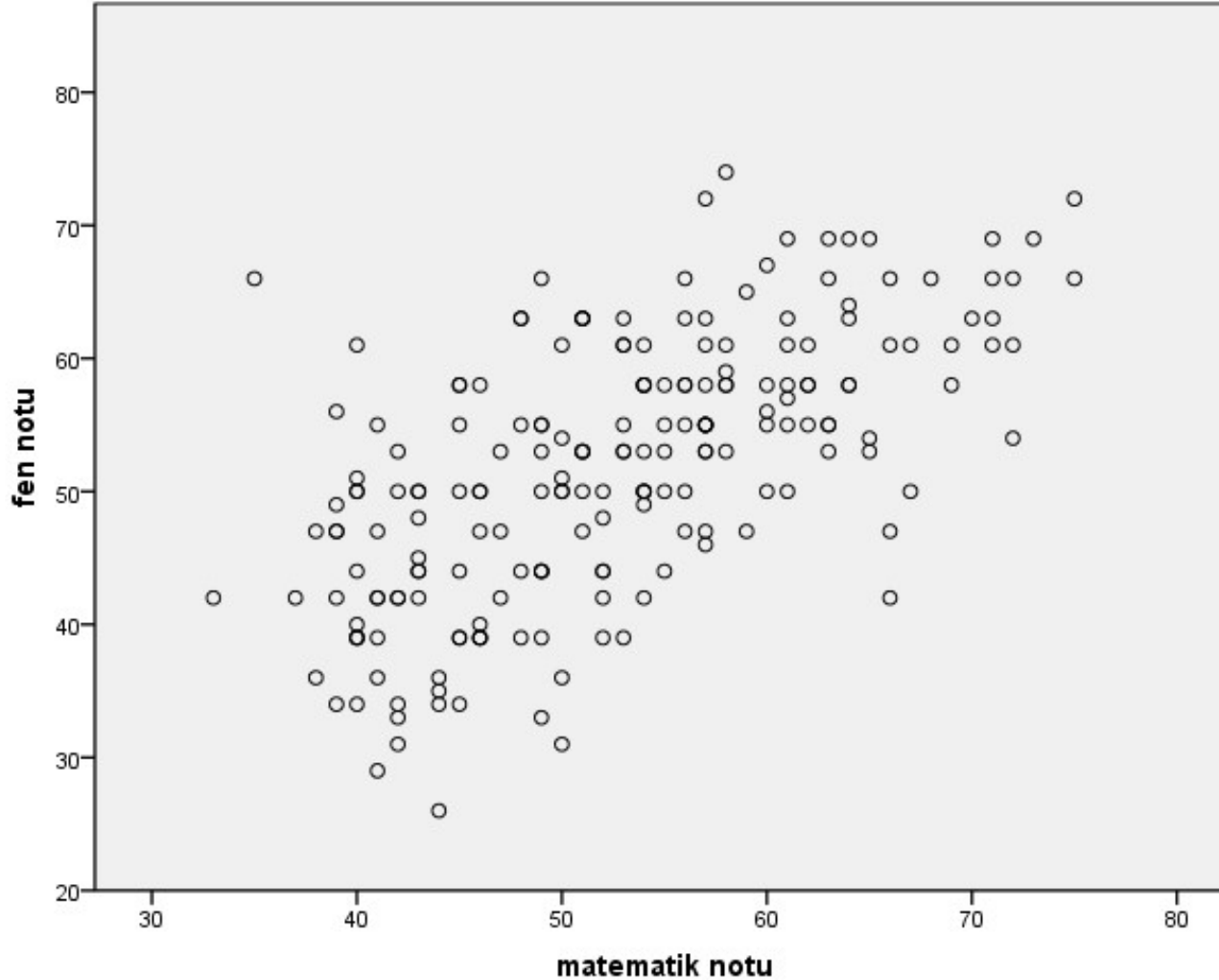
a. Dependent Variable: fen notu

Sonuçların Yorumu

- Tanımlayıcı istatistikler korelasyon testinde verildiği için alınmadı.
- Matematik puanıyla fen puanı arasında pozitif ($R=0,631$) bir doğrusal ilişki var (R regresyon katsayısıdır).
- ANOVA testinde F değeri (130,808) anlamlı $p=000$). Yani regresyon modeli en iyi tahmin aracı olarak ortalamaları kullanmaktan daha iyi.
- t -testi sonucuna göre bu ilişki istatistiksel açıdan anlamlı ($t = 11,44$, $p = 0,000$).
- Matematik ile fen puanları arasında istatistiksel açıdan anlamlı pozitif doğrusal bir ilişki var.
- Boş hipotez [reddedilir](#). Bu ilişki için basit doğrusal regresyon formülü:

$$\text{Fen puanı} = 16,758 + 0,631 * \text{Matematik puanı}$$

Saçılım Grafiği



- Nitekim bu pozitif doğrusal ilişkiyi; **Graphs** → **Scatterplot** → **Simple Scatter**'ı seçip x eksenine matematik puanı, y eksenine fen puanını atayarak yandaki saçılım grafiğinde görebilirsiniz.

Basit Regresyon Sonuçlarını Rapor Etme

	B	SH	β
Model 1			
Sabit	16,758	3,12	
Matematik notu	0,67	0,06	0,63*

Not: Model 1 için $R^2 = 0,40$; * $p < 0,001$

- Matematik puanıyla fen puanı arasında pozitif ($R=0,631$, $R^2=0,40$) bir doğrusal ilişki gözlenmiştir. Etki büyüklüğü orta düzeydedir. Matematik puanıyla fen puanı arasındaki ilişki anlamlıdır ($t = 11,44$, $p = 0,000$). Öğrencilerin matematik puanları yükseldikçe fen puanları da genellikle yükselmektedir. Regresyon modeli bir öğrencinin matematik puanından fen puanını tahmin etmek amacıyla kullanılabilir ($F = 130,808$, $p=000$).
- $Y_i = (b_0 + b_1X_i) + \varepsilon_i = 16,758 + 0,631 \cdot \text{Matematik puanı}$

Çoklu Regresyon Analizi

- Basit regresyona çok benzer.
- Çoklu regresyon testinde birden fazla tahmin değişkeni (bağımsız değişken) vardır.
- Örn; Bir öğrencinin fen puanını öğrencinin cinsiyetinden, matematik, okuma ve sosyal bilimler puanlarından tahmin etmek için bir çoklu regresyon testi yapılabilir.
- PASW kullanarak fen puanını bağımlı değişken, okuma, matematik, sosyal bilimler puanlarını ve cinsiyeti bağımsız değişkenler olarak atayıp test sonucu görülebilir ve regresyon denklemi oluşturulabilir.

Kaynak: Çoklu regresyon analizi için Field, 2005, Bölüm 5'ten yararlanılmıştır

Çoklu Regresyon Formülü

$$Y_i = (b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n) + e_i$$

Y bağımlı değişken, b_0 , regresyon eğrisinin y eksenini kesim noktası, b_1 ilk tahmin değişkeninin X_1 katsayısı, b_2 ikinci tahmin değişkeninin X_2 katsayısı, ... e_i ise i 'inci denek için Y'nin tahmin edilen değeriyle gözlenen değeri arasındaki farktır.

Regresyon Yöntemleri

- Basit regresyon modelinde sadece bir tahmin değişkeni vardı.
- Birçok tahmin değişkeni olan karmaşık bir model kurmak için hangi tahmin değişkenlerinin seçileceğine karar verilmeli.
- Hangi tahmin değişkenlerinin seçildiği ve bu değişkenlerin modele nasıl girildiği önemli.
- Rastgele çok sayıda tahmin değişkeni seçmek doğru değil.
- Peki tahmin değişkenleri regresyon modeline nasıl girilecek?

Tahmin Değişkenlerini Regresyon Modeline Ekleme Yolları

- **Zorla ekleme (Enter):** Tüm tahmin değişkenleri eş zamanlı olarak modele girilir.
- **Hiyerarşik ekleme (Blockwise entry):** (Önceki çalışmaların sonuçlarına dayanarak) en önemli tahmin değişkeni önce girilir.
- **Adım adım ekleme:** Tamamen matematiksel ölçütlere göre girilir. Bilgisayar bağımlı değişkendeki değişimi en fazla açıklayan tahmin değişkenini bulur, sonra geri kalan değişimi en fazla açıklayan tahmin değişkenini bulur, vs.

Regresyon Modelim Ne Kadar Doğru?

- İki önemli soru:
 - Model gözlenen verilere ne kadar iyi uyuyor? veya model az sayıda vakadan etkileniyor mu?
 - Model diğer örneklemelere genellenebilir mi?
- İlk sorunun yanıtı için uç değerlere (outliers) ve model tarafından tahmin edilen değerlerle gözlenen değerler arasındaki farka (residuals) bakılmalı.
- **Uç değerler** regresyon eğrisini gerçekte olduğundan farklı gösterir.

Kabuller (assumptions)

- Tüm tahmin değişkenleri aralıklı/oranlı (nicel) veya kategorik olmalı (iki kategori), çıktı değişkeni nicel, sürekli ve sınırsız olmalı (çıktı 1-10 arasında değişiyorsa ama toplanan veri 3-7 arasındaysa veri sınırlı demektir).
- Tahmin değişkenlerinin varyansı 0 (sıfır) **olmamalı**.
- Tahmin değişkenleri arasında mükemmel doğrusal ilişkiler olmamalı (o zaman aralarında doğrusal ilişki olan değişkenler için b değeri aynı olur; R 'nin büyüklüğünü sınırlar; hangi değişkenin önemli olduğu söylenemez; regresyon katsayıları $-b$ değerleri-örneklemden örnekleme değişir).
- Hatalar normal dağılmalı (yani modelle gözlenen veriler arasındaki farklar sıfır ya da sıfıra yakın olmalı).
- İlişki doğrusal olmalı.

Regresyonda Örneklem Büyüklüğü

- Modeldeki her tahmin değişkeni için en az 10-15 ölçüm (veri) olmalı. Yani beş değişken varsa 50-75 ölçüm olmalı.
- Örneklem ne kadar büyükse o kadar iyi.
- R , tahmin değişkeni sayısına (k) ve örneklem büyüklüğüne (N) bağlı ($R = k / (N - 1)$). Örneğin, $R=6 / (21-1)=0,3$ (orta düzeyde etki); $R = 6 / (100-1)=0,06$

Çoklu Regresyon Analizi Örneği

Bu örnek Andy Field'ın (2005) kitabından, örnekte kullanılan veriler kitapla birlikte gelen CD'den alınmıştır (dosya adı: **Record2.sav**):

- Bir plak şirketi yöneticisi bir albüme harcanan reklam bütçesiyle o albüm piyasaya çıkmadan önceki hafta albümün radyoda çalınma sayısının ve albümü yapan grubun çekiciliğinin albüm satışları üzerindeki etkisini bilmek istiyor.
- Albüm satışları_i = $(b_0 + b_1 \text{Reklam bütçesi}_i + b_2 \text{Radyoda çalınma sayısı}_i + b_3 \text{Grubun çekiciliği}_i) + \varepsilon_i$

Çoklu Regresyon Testi (PASW) I

Menüden:

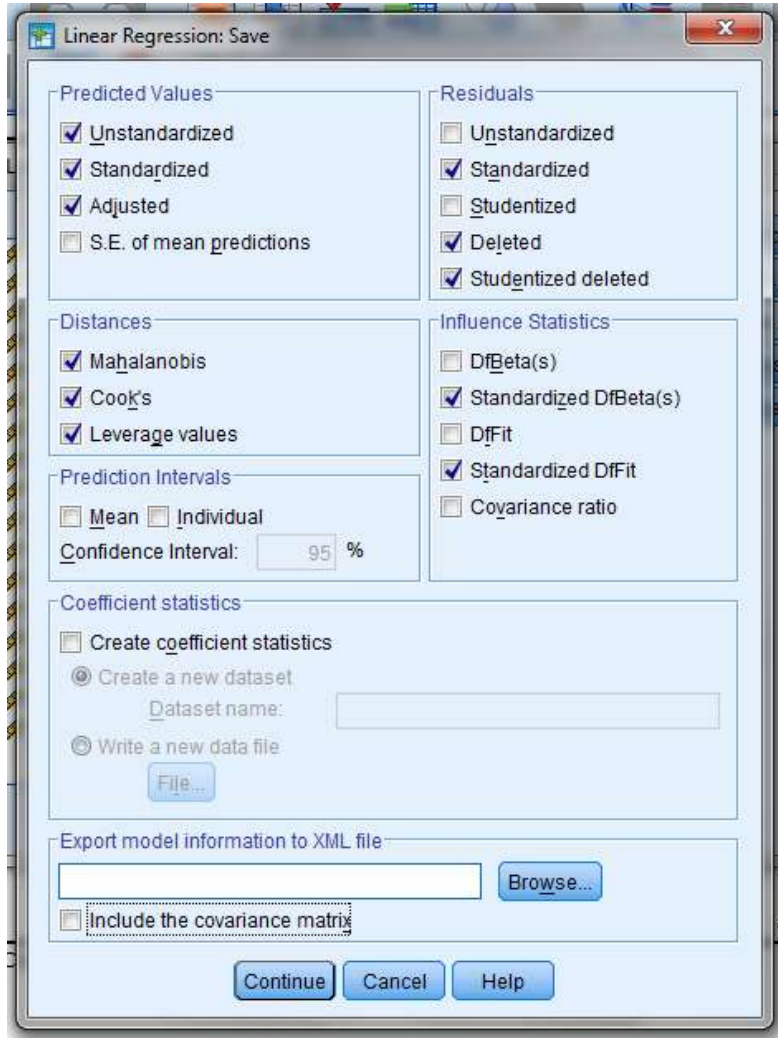
- Analyze -> regression-> linear'ı seçin.
- Bağımlı değişken olarak plak satışlarını (record sales), tahmin (bağımsız) değişkenleri olarak Advertising budget, Number of plays on radio ve Attractiveness of Band değişkenlerini girin.
- Yöntem olarak tüm tahmin değişkenlerinin eş zamanlı olarak modele girildiği varsayılan seçenek Enter'ı seçin. Geçmiş araştırmalar reklam bütçesiyle albüm satışları arasında ilişki olduğunu gösterdiğinden bağımsız değişkene reklam bütçesini yerleştirin.
- Next'e tıklayın.

Çoklu Regresyon Testi (PASW) II

Menüden (devamla):

- İkinci modelde radyoda çalınma sayısıyla grubun çekiciliğini birlikte girin.
- Statistics'e tıklayıp Covariance matrix ve All cases dışındaki tüm seçenekleri işaretleyin. Outliers outside'ı 3'ten ikiye değiştirin.
- Plots'a tıklayıp Y ve X seçeneklerine ZRESID'i girin, diğer 3 seçeneği işaretleyin.

Çoklu Regresyon Testi (PASW) III



- Save'e tıklayıp yandaki seçenekleri işaretleyin. Bu seçenekler modeli daha iyi tanımaya yardımcı olur. PASW her seçenek için veri dosyasında ayrı bir sütun yaratır.
- Options'a tıklayın.
- Seçili değerleri kabul edin.
- OK'e tıklayın

Tanımlayıcı İstatistikler

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
Record Sales (thousands)	193,2000	80,69896	200
Advertsing Budget (thousands of pounds)	614,4123	485,65521	200
No. of plays on Radio 1 per week	27,5000	12,26958	200
Attractiveness of Band	6,7700	1,39529	200

Ortalama ve standart sapmalar

Correlations

		Record Sales (thousands)	Advertsing Budget (thousands of pounds)	No. of plays on Radio 1 per week	Attractiveness of Band
Pearson Correlation	Record Sales (thousands)	1,000	,578	,599	,326
	Advertsing Budget (thousands of pounds)	,578	1,000	,102	,081
	No. of plays on Radio 1 per week	,599	,102	1,000	,182
	Attractiveness of Band	,326	,081	,182	1,000
Sig. (1-tailed)	Record Sales (thousands)	.	,000	,000	,000
	Advertsing Budget (thousands of pounds)	,000	.	,076	,128
	No. of plays on Radio 1 per week	,000	,076	.	,005
	Attractiveness of Band	,000	,128	,005	.
N	Record Sales (thousands)	200	200	200	200
	Advertsing Budget (thousands of pounds)	200	200	200	200
	No. of plays on Radio 1 per week	200	200	200	200
	Attractiveness of Band	200	200	200	200

Korelasyon katsayıları

Anlamlılık

Regresyon Modeli Özeti

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Change Statistics					Durbin-Watson
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change	
1	,578 ^a	,335	,331	65,99144	,335	99,587	1	198	,000	
2	,815 ^b	,665	,660	47,08734	,330	96,447	2	196	,000	1,950

a. Predictors: (Constant), Advertising Budget (thousands of pounds)

b. Predictors: (Constant), Advertising Budget (thousands of pounds), Attractiveness of Band, No. of plays on Radio 1 per week

c. Dependent Variable: Record Sales (thousands)

Bağımlı değişken

Tahmin değişkenleri
predictors

Regresyon Modeli Yorumu

- İlk model sadece reklam bütçesiyle albüm satışları arasındaki ilişkiyi, 2. model ise reklam bütçesi, radyoda yayın sayısı ve grubun çekiciliğinin albüm satışları üzerindeki etkisini gösterir.
- İlk model (reklam bütçesi) varyansın %33,5'ini açıklarken, radyoda yayın sayısı ve grubun çekiciliği de eklendiğinde varyansın %66,5'i açıklanıyor. Yani **sonradan eklenen iki değişken varyansın toplam %30'unu daha açıklıyor.**
- Düzeltilmiş R^2 **modelin genellenabilirliğini** gösterir. Yani model örneklem yerine evrenden üretilmiş olsaydı toplam varyansın %66'sını açıklıyor olacaktı.

ANOVA

ANOVA^c

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	433687,833	1	433687,833	99,587	,000 ^a
	Residual	862264,167	198	4354,870		
	Total	1295952,000	199			
2	Regression	861377,418	3	287125,806	129,498	,000 ^b
	Residual	434574,582	196	2217,217		
	Total	1295952,000	199			

- a. Predictors: (Constant), Advertsing Budget (thousands of pounds)
- b. Predictors: (Constant), Advertsing Budget (thousands of pounds), Attractiveness of Band, No. of plays on Radio 1 per week
- c. Dependent Variable: Record Sales (thousands)

Her iki sonuç için de F istatistiksel açıdan anlamlı.
Yani modeller en iyi tahmin olarak ortalamaları kullanmaktan daha iyi.

Model Parametreleri I

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	5% Confidence Interval for		Correlations			Collinearity Statistics	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound	Zero-order	Partial	Part	Tolerance	VIF
1	(Constant)	134,140	7,537		17,799	,000	119,278	149,002					
	Advertsing Budget (thousands of pound)	,096	,010	,578	9,979	,000	,077	,115	,578	,578	,578	1,000	1,000
2	(Constant)	-26,613	17,350		-1,534	,127	-60,830	7,604					
	Advertsing Budget (thousands of pound)	,085	,007	,511	12,261	,000	,071	,099	,578	,659	,507	,986	1,015
	No. of plays on Radio per week	3,367	,278	,512	12,123	,000	2,820	3,915	,599	,655	,501	,959	1,043
	Attractiveness of Bar	11,086	2,438	,192	4,548	,000	6,279	15,894	,326	,309	,188	,963	1,038

a. Dependent Variable: Record Sales (thousands)

İlk modelde 1000 birimlik bir reklam harcamasıyla fazladan 96 albüm satılacağı tahmin ediliyor. Reklam harcamasının albüm satışlarının sadece üçte birini açıkladığını hatırlayın. Regresyon formülü:
Albüm satışları = 134,14 + (0,09612 x Reklam bütçesi)

2. modelde regresyon formülü:

Albüm satışları = -26,61 + ((0,08 x Reklam bütçesi) + (3,37 x Radyoda çalınma sayısı) + (11,09 x Grubun çekiciliği)

Model Parametreleri II

- b değerleri (bkz. Sayfa 40) albüm satışılarıyla her tahmin değişkeni arasındaki ilişkiyi gösterir (pozitif veya negatif).
- Yani reklam bütçesi arttıkça albüm satışı artıyor; radyoda çalınma sayısı için de aynı şey geçerli; grubun çekiciliği de albüm satışlarına olumlu etki yapıyor.
- Dahası b değerleri bize tüm diğer tahmin değerlerinin etkisi sabit tutulduğunda her tahmin değişkeninin bağımlı değişkeni ne derece etkilediğini gösterir (reklam bütçesi 0,085, radyoda çalınma sayısı 3,367, grubun çekiciliği 11,086).

Model Parametreleri III

- *b* değerleri önemli, ama standartlaştırılmış *b* değerlerini yorumlamak daha kolay.
Standart *b* değerleri tahmin değişkenindeki bir standart sapma değişikliğinin (tanımlayıcı istatistik tablosuna bakınız) bağımlı değişkende ne kadar değişiklik yaratacağını söyler (örn; reklam bütçesiyle radyoda çalınma sayısı hemen hemen aynı etkiyi gösteriyor -- 0,512 ve 0,511--).
- Örn; reklam bütçesi 1 SS artarsa (yani 485.655 birim) albüm satışları 0,511 SS artacak (albüm satışlarının SS'si 80.699, bunun 0,511'i 41.240 albüme karşılık geliyor). Bu yorum sadece radyoda çalınma sayısı ve grubun çekiciliği sabit tutulduğunda geçerlidir.
- İyi bir modelin %95 güven aralıkları küçüktür (reklam bütçesi ve radyoda çalınma sayısının diğerlerle grubun çekiciliğini karşılaştırın).

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
Record Sales (thousands)	193,2000	80,69896	200
Advertsing Budget (thousands of pounds)	614,4123	485,65521	200
No. of plays on Radio per week	27,5000	12,26958	200
Attractiveness of Band	6,7700	1,39529	200

Coefficients

Model	Constant	Standardized	t	Sig.	Confidence Interval		Correlations		Partial	Semi-Partial	Collinearity Statistics
		Beta			Lower Bound	Upper Bound	Constant	Independent Variables			
1	(Constant)		1,40537	,79900	9,278	9,002					
	Advertsing (thousands)	,096010	,578979	,00077	,115	,578	,578	,78	,000	,00	
2	(Constant)		1,613350	,53427	0,830	7,604					
	Advertsing (thousands)	,085007	,511257	,00071	,099	,578	,559	07	,986	15	
	No. of plays per week	,367278	,512123	,00282	2,820	3,915	,599	,55	01	,959	43
	Attractiveness	,086438	,192548	,00627	6,279	5,894	,326	,09	88	,963	38

Dependent Variable: Record Sales (thousands)

Korelasyonlar

- Zero-order korelasyonlar basit Pearson korelasyon katsayılarıdır.
- Kısmi korelasyonlar diğer iki değişkenin etkilerini kontrol ederek her tahmin değişkeniyle bağımlı değişken arasındaki ilişkiyi temsil eder.

Coefficients

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	5% Confidence Interval for		Correlations			Collinearity Statistics		
	B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound	Zero-order	Partial	Part	Tolerance	VIF	
1 (Constant)	34,140	7,537		17,799	,000	119,278	149,002						
Advertsing Budget (thousands of pound	,096	,010	,578	9,979	,000	,077	,115	,578	,578	,578	1,000	1,000	
2 (Constant)	-26,613	17,350		-1,534	,127	-60,830	7,604						
Advertsing Budget (thousands of pound	,085	,007	,511	12,261	,000	,071	,099	,578	,659	,507	,986	1,015	
No. of plays on Radi per week	3,367	,278	,512	12,123	,000	2,820	3,915	,599	,655	,501	,959	1,043	
Attractiveness of Ba	11,086	2,438	,192	4,548	,000	6,279	15,894	,326	,309	,138	,963	1,038	

a. Dependent Variable: Record Sales (thousands)

Tahmin Değişkenleri Arasındaki Korelasyon (collinearity)

- Varyans Enflasyon Faktörü (VIF) 10'un altında, tolerans istatistikleri de 0,2'nin üstünde olduğundan sorun yok.
- Yani tahmin değişkenleri arasında mükemmel doğrusal ilişkiden söz edilemez.
- Nitekim bir sonraki slaytta her tahmin değişkeninin varyansın farklı boyutunu açıkladığı gözlenebilir.

Coefficients

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	% Confidence Interval for		Correlations			Collinearity Statistics		
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound	Zero-order	Partial	Part	Tolerance	VIF	
1	(Constant)	34,140	7,537		17,799	,000	119,278	149,002						
	Advertsing Budget (thousands of poun	,096	,010	,578	9,979	,000	,077	,115	,578	,578	,578	1,000	1,000	
2	(Constant)	26,613	17,350		-1,534	,127	-60,830	7,604						
	Advertsing Budget (thousands of poun	,085	,007	,511	12,261	,000	,071	,099	,578	,659	,507	,986	1,015	
	No. of plays on Rad per week	3,367	,278	,512	12,123	,000	2,820	3,915	,599	,655	,501	,959	1,043	
	Attractiveness of Ba	11,086	2,438	,192	4,548	,000	6,279	15,894	,326	,309	,188	,963	1,038	

a. Dependent Variable: Record Sales (thousands)

Collinearity

Collinearity Diagnostics^a

Model	Dimension	Eigenvalue	Condition Index	Variance Proportions			
				(Constant)	Advertsing Budget (thousands of pounds)	No. of plays on Radio 1 per week	Attractiveness of Band
1	1	1,785	1,000	,11	,11		
	2	,215	2,883	,89	,89		
2	1	3,562	1,000	,00	,02	,01	,00
	2	,308	3,401	,01	,96	,05	,01
	3	,109	5,704	,05	,02	,93	,07
	4	,020	13,219	,94	,00	,00	,92

a. Dependent Variable: Record Sales (thousands)

Özet

- Parametrik testler
 - Varyans Analizi (ANOVA)
 - Korelasyon testi
 - Regresyon

Bu ders sunumu, Prof. Dr. Yaşar TONTA'nın 29.09.2021 tarihli izniyle tarafımızdan düzenlenerek kullanılmıştır. Kendisine sunumun ana çatkısı ve içeriği için teşekkür ederiz.