SAKARYA ÜNİVERSİTESİ FEN - EDEBİYAT FAKÜLTESİ DERGİSİ

(Özel Sayı)

19 - 21 Eylül 1996
(Prof. Dr. T. Okyay KABAKÇIOĞLU'nun vefatının 25. yıl dönümü anısına Matematik Sempozyumu)



SAKARYA UNIVERSITY JOURNAL OF THE FACULTY OF ARTS AND SCIENCES

(Special Issue)

YIL/YEAR : 1997 SAYI/NR : 1 SERİ/SERIES A

DANIŞMA KURULU

Prof. Dr. H. Hilmi HACISALİHOĞLU (A.Ü.)
Prof. Dr.Cemal KOÇ (O.D.T.Ü.)
Prof. Dr. Hamdi ARIKAN (SA.Ü.)
Prof. Dr .Fethi ÇALLIALP (İ.T.Ü)
Prof. Dr.Nuri KURUOĞLU (O.M.Ü.)
Prof. Dr. Metin ARIK(B.Ü.)
Prof.Dr.Hülya ŞENKON (İ.Ü.)
Prof. Dr. Hakkı İsmail ERDOĞAN (İ.T.Ü.)
Prof. Dr. Rüstem KAYA (O.G.Ü.)
Prof.Dr.Ekrem SAVAŞ (Y.Y.Ü.)
Prof.Dr.Aziz BENER (Y.T.Ü.)
Prof.Dr. Turgut BAŞKAN (BA.Ü.)
Prof.Dr.Mehmet CAN (İ.T.Ü.)
Prof.Dr.Varga KALANTAROV (H.Ü.)

DÜZENLEME KURULU

Prof. Dr.H. Hilmi HACISALİHOĞLU (A.Ü.)
Prof. Dr. Hamdi ARIKAN (SA.Ü.)
Prof. Dr.Cemal KOÇ (O.D.T.Ü.)
Prof. Dr. Fethi ÇALLIALP (İ.T.Ü.)
Doç. Dr. Eyüp Sabri TÜRKER (SA.Ü.)
Doç. Dr. Metin BAŞARIR (SA.Ü.)
Yrd. Doç. Dr. Murat TOSUN (SA.Ü.)
Yrd. Doç. Dr. Ömer Faruk GÖZÜKIZIL (SA.Ü.)
Yrd. Doç. Dr. İbrahim ÖZGÜR (SA.Ü.)
Yrd. Doç. Dr. Bekir UYGUR
Yrd. Doç. Dr. Osman SONALCAN

DESTEKLEYEN KURULUŞLAR

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ

ÖZEL TANSEL OKULLARI

İÇİNDEKİLER

* ON THE PAIR OF KONOIDAL RULED SURFACES UNDER THE HOMOTHETIC MOTIONS OF THE EUCLIDEAN SPACE E^n
AKDEMİR, K. - ÇALIŞKAN, M. - KURUOĞLU, N. 4-7

* SUBMANIFOLDS REAL SPACE FORM WITH PARALLEL THIRD FUNDAMENTAL FORM
ARSLAN, K.-ÇELİK, Y. 8-12

* SUBMANIFOLDS REAL SPACE FORM WITH 3-PLANAR GEODESIC NORMAL SECTIONS
ARSLAN, K.-ÇELİK, Y. 13-17

* MINKOWSKI UZAYINDA TIME-LIKE DOĞRULTMAN UZAYLI GENELLEŞTİRİLMİŞ TIME-LIKE REGLE YÜZEYLERİNİN TÜREV DENKLEMLERİ
AYDEMİR, İ. - KURUOĞLU, N. 18-26

* ON SOME SEQUENCE SPACES DEFINED BY A MODULUS FUNCTION
BAŞARIR, M. 27-32

* ABOUT THE CONNECTION BETWEEN REGULAR MAPS AND TRIANGLE GROUPS
İ.N.CANGÜL 33-35

* İKİNCİ MERTEBEDEN YÜKSELTİLMİŞ DERİVASYONLAR
CİVELEK, Ş. - AYCAN, C.-TEKKOYUN, M. - AYHAN,İ.- GÜLŞEN, İ. 36-46

* PARALEL FOCAL HYPERPLANES
EZENTAŞ,R. 47-51

* KÜMELEME ANALİZİ UYGULAMASI
GÜNEY,İ. - BOZYOKUŞ, H. 52-64

* FINDING A METRIC IN TREE DIMENSIONAL RIEMANNIAN SPACE WITH RESPECT TO EINSTEIN TENSOR
HACISALİHOĞLU, H.H.- Kh. AMIROV,A. 65-78

* BERNSTEIN - CHLODOWSKY POLINOMLARININ GENELLEMESİ ÜZERİNE
İBİKLİ, E. 79-89

* DIFERANSİYEL DENKLEMLER SİSTEMİ İÇİN TERS SAÇILMA PROBLEMİ
İSKENDEROV, N. - GÜLER, C. 90-96

* KOMPLEKS DÜZLEMDE ANALİTİK FONKSİYONLARIN FABER-LAURENT AÇILIMI
İSRAFİLOV,D.M.- İŞCAN,İ. 97-101

* THE ASYMPTOTIC PROPERTIES OF RIDGE ESTIMATOR
GÜNEY, İ.-ÖZTÜRK, M 102-111

* ON THE INVARIANTS OF TRAJECTORY SURFACES
GÜRSOY, O. - KÜÇÜK, A. 112-124

* BERTRAND REGLE YÜZEY ÇİFTLERİNİN BAZI KARAKTERİSTİK ÖZELLİKLERİ
KASAP, E. - KURUOĞLU, N. 125-134

* 2- FAKTÖRLÜ SINIFLANDIRMADA DENGELİ YA DA DENGESİZ VERİ DURUMLARINDA ETKİLEŞİM FAKTÖRÜNÜN (Vyj) MODELE KATILMASININ SONUCUNDA YAPILAN TAHMİN İÇİN YORUM VE UYGULAMASI
KARİ. G. 135-142

* ON THE ERGODICITY OF A SEMİ- MARKOVIAN RANDOM WALK PROCESS WITH TWO REFLECTING BARRIERS
KHANİEV,A.T. - ÜNVER,İ.- DİKMENOĞLU,S. 143-154

* LIMIT THEOREM IN THE SERIES SCHEME FOR SEMI-MARKOV PROCESSO OF POSITIVE DRIFT WITH REFLECETING AND DELAYING BARRIERS
KHANİEV,A.T. - ÖZDEMİR,H. 155-162

* FUZZY MODÜL HOMOMORFİLERİ
KAZZANCI, O. 163-170

* BİR SABİT DESTEK FONKSİYONLU HİPER YÜZEYİN PEDALİ
KILIÇ,E. - KELEŞ, S. 171-173

* GENELLEŞTİRİLMİŞ ANALİTİK FONKSİYONLARDA İKİ FARKLI SINIFIN BELİRLEYİCİ ÇİFTLERİ ARASINDAKİ BAZI BAĞINTILAR
KOCA, K. 174-182

* MINKOWSKI UZAYINDA TIME - LIKE DOĞRULTMAN UZAYLI GENELLEŞTİRİLMİŞ TIME- LIKE REGLE YÜZEYLER
KURUOĞLU, N. - AYDEMİR , İ. 183-186

* ON THE CHARACTERISTIC PROPERTIES OF THE HYPERINVERS SURFACES IN THE EUCLIDEAN SPACE E^{n+1}
KURUOĞLU, N. - SARIOĞLUGİL, A. 187-191

* TENSÖR DEMETİNİN TEMİZ KESİTİ BOYUNCA (1,2) TİPLİ TENSÖR YAPISININ TAMLİFTİ HAKKINDA
MAĞDEN, A.- SALİMOV, A.A. 192-198

* BİR OPERATÖR- DİFERENSİYEL SINIR DEĞER PROBLEMİNİN SPEKTURUMU
MUHTAROV, O. 199-208

* CURVATURE ESTIMATE FOR A MINIMAL SURFACE
ÖZTÜRK, M. 209-213

* BİR KÜREDEL ÜÇGENDE YÜKSEKLİKLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ
SÜER, H. B. 214-217

* TRIAD HOMOTOPİ GRIPLARININ DEMETİ
ŞERBETÇİ, A. 218-224

* ORDERS AND THEIR ENUMERATIONS
TIEFENBACH, A. 225-230

* ON THE (k+1)-DİMENSIONAL SPACE-LIKE RULED SURFACES IN THE MINKOWSKİ SPACE R^n_1
TOSUN, M. - AYDEMİR, İ. 231-238

* DÜZLEMSEL KİNEMATİKTE HOMOTETİK HAREKETLER İÇİN STEINER FORMÜLÜNÜN BAZI GEOMETRİK SONUÇLARI
TUTAR, A.- KURUOĞLU, N. 239-243

* FUZZY GRUP HOMOMORFİLERİ VE FUZZY GRUP GÖSTERİMLERİ
YAMAK, S. 244-253

* BOYUTLU LORENTZ UZAYINDA HAREKETLERİNİN GEOMETRİSİ
YAYLI, Y.- HACISALİHOĞLU, H.H. 254-263

...Faculty of Arts and Sci., Special Issue,
mposium,19-21 September 1996.

DİFERANSİYEL DENKLEMLER SİSTEMİ İÇİN TERS SAÇILMA PROBLEMİ

Nizameddin İskenderov *Coşkun Güler*

Yıldız Teknik Üniversitesi Matematik Mühendisliği Bölümü

Bu çalışmada yarı eksende $(x \geq 0)$

$$-i\frac{dy_k(x)}{dx} + \sum_{j=1}^{3} c_{kj}(x)y_j(x) = \lambda\xi_k y_k(x) \ , \qquad k = 1,2,3 \tag{1}$$

de olan üç tane adi diferansiyel denklemler sistemi için saçılma problemi incelenmiştir. la $c_{kj}(x)$ $(k,j = 1,2,3)$ fonksiyonları kompleks değerli ve

$$c_{kk}(x) = 0 \qquad k = 1,2,3 \qquad \text{ve}$$

$$|c_{kj}(x)| \leq c\exp(-\varepsilon x) \ , \qquad \varepsilon > 0 \quad (\varepsilon \ ve \ c \ sabitlerdir) \tag{2}$$

rını sağlıyorlar. Ayrıca, $\xi_1 > \xi_2 > 0 > \xi_3$ dür.

(1) denklemler sistemi için yarı eksende aşağıdaki iki problem gözönüne alınır.

Birinci problemde

$$y_3^1(0) = y_1^1(0) \ ,$$

şartı ve $x \to +\infty$ için,

$$y_1^1(x,\lambda) = A_1\exp(i\xi_1\lambda x) + o(1) \ , \qquad x \to +\infty$$
$$y_2^1(x,\lambda) = A_2\exp(i\xi_2\lambda x) + o(1) \ ,$$

ptotik ifadesi, ikinci problemde ise

$$y_3^2(0) = y_2^2(0) \ ,$$

şartı ve $x \to +\infty$ için, aynı

$$y_1^2(x,\lambda) = A_1 \exp(i\xi_1 \lambda x) + o(1) \ , \qquad x \to +\infty$$
$$y_2^2(x,\lambda) = A_2 \exp(i\xi_2 \lambda x) + o(1) \ ,$$

asimptotik ifadesi veriliyor.

Verilmiş sınır şartına ve çözümün asimptotik ifadesine göre yarı eksende (1) denklemler sistemi için çözümün aranması problemine saçılma problemi denir.

Birinci ve ikinci problemin aşağıdaki integral denklemler sistemine eşdeğer olduğunu kolayca gösterebiliriz.

$$y_k^p(x) = A_k \exp(i\xi_k \lambda x) + i \int_x^\infty \sum_{j=1}^3 c_{kj}(x') y_j^p(x') \exp(i\xi_k \lambda (x - x')) dx' \ , \qquad k = 1,2$$
$$y_3^p(x) = B_p \exp(i\xi_3 \lambda x) + i \int_x^\infty \sum_{j=1}^3 c_{3j}(x') y_j^p(x') \exp(i\xi_3 \lambda (x - x')) dx' \ , \qquad (3)$$

Burada

$$B_p = A_p + i \int_0^\infty \sum_{j=1}^3 [c_{pj}(x') \exp(-i\xi_p \lambda x') - c_{3j}(x') \exp(-i\xi_3 \lambda x')] y_j^p(x') dx' \ , \ \text{p=1,2} \qquad (4)$$

dir.

Teorem 1. (1) denklemler sisteminin katsayıları (2) şartını sağlıyorsa, o zaman keyfi verilmiş A_1 , A_2 sabitleri için yarı eksende birinci ve ikinci problemlerin tek bir çözümü vardır. Bundan dolayı

$$y_3^p(x) = B_p \exp(i\xi_3 \lambda x) + o(1) \ , \qquad x \to +\infty \ , \quad p = 1,2 \qquad (5$$

olur.

(1) denklemler sistemi için yarı eksende saçılma problemi (3) integral denklemler
ne eşdeğerdir. (2) şartını kullanarak, ardışık yaklaşım yönteminin yardımıyla (3)
ıl denklemler sisteminin çözümünün varlığını ve tekliğini göstermek mümkündür. (2)
ikkate alınarak (5) ifadesi elde edilir.

Teorem 1 ve (5) formülünden görüldüğü gibi $A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}$ vektörünü

$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}$ vektörüne dönüştüren $S(\lambda)$ matris fonksiyonu vardır. Bu matris fonksiyonuna
ksende saçılma matrisi denir.

$$S(\lambda) = \begin{pmatrix} S_{11}(\lambda) & S_{12}(\lambda) \\ S_{21}(\lambda) & S_{22}(\lambda) \end{pmatrix}$$

ıdedir ve (1) denklemler sisteminin katsayıları sıfır olduğunda ise $B_1 = A_1$, $B_2 = A_2$
ıundan dolayı $S(\lambda)$ birim matris olur.

Yarı eksende ters saçılma problemi, verilmiş $S(\lambda)$ matris fonksiyonuna ve bazı
ıre göre (1) denklemler sisteminin katsayılarının bulunmasıdır.

Yarı eksende ters saçılma problemi aşağıdaki gibi çözülür. Önce,

1) denklemler sistemi için , katsayıları $x < 0$ olduğunda sıfır olan halde tüm eksende
ıaçılma problemi incelenmiştir.

$x \in (-\infty, \infty)$ olduğunda (1) sistemi için ters saçılma problemi Zakharov V.E.,
ıat A.B. [3, 4], Kaup D.J. [2], Beals R., Coifman R.R. [1] vs. tarafından öğrenilmiştir.

Tüm eksendeki saçılma matrisi, $+\infty$ daki çözümü $-\infty$ daki çözüme dönüştüren
ris olarak tanımlanır. Bu matrisi $S^{f_1}(\lambda)$ ile gösterelim.

Katsayıları $x < 0$ için sıfır olan halde, genel halden farklı olarak, $S^{f_1}(\lambda)$ için yeni bir
m özellikler ortaya çıkıyor. Bu özellikler yarı eksende tanımladığımız $S(\lambda)$ matrisi ile
$\lambda)$ matrisi arasında bir ilişki kurmaya imkan verir.

$S^{f_1}(\lambda)$ ile tek türlü tanımlanan yeni $S^{f_2}(\lambda)$ matris fonksiyonu tanımlanır. Bu matris
ksiyonu $S^{f_1}(\lambda)$ dan farklı olarak aşağıdaki özelliğe

$$S^{f_2}(\lambda) = \exp(-i\lambda Jx)\,(I + W_+(x,\lambda))^{-1}\,(I + W_-(x,\lambda))\,\exp(i\lambda Jx) \qquad (6)$$

sahiptir. Burada

$$J = diag(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \ ,$$

$$W_-(x,\lambda) = \int_{-\infty}^{0} \widetilde{W}_-(x,\tau,\lambda)\exp(i\lambda\tau)d\tau \ ,$$

$$W_+(x,\lambda) = \int_{0}^{\infty} \widetilde{W}_+(x,\tau,\lambda)\exp(i\lambda\tau)d\tau \ ,$$

$$\widetilde{W}_-(x,\tau,\lambda) = (\widetilde{W}_{ij-}(x,\tau,\lambda))_{i,j=1}^{3} \ ,$$

$$\widetilde{W}_+(x,\tau,\lambda) = (\widetilde{W}_{ij+}(x,\tau,\lambda))_{i,j=1}^{3} \ ,$$

dir.

3- Denklemin katsayıları ile $W_-(x,\lambda)$, $W_+(x,\lambda)$ fonksiyonları arasında aşağıdaki ilişki vardır.

$$i\ [\ J, \widetilde{W}_-(x,0,\lambda)\ ] = -c(x) \ ,$$
$$i\ [\ J, \widetilde{W}_+(x,0,\lambda)\ ] = c(x) \ , \qquad (7)$$

Burada [A , B] = AB - BA iki matrisin kommutantıdır.

4- $S(\lambda)$ matris fonksiyonunun ve tersinin özellikleri öğrenilir. Bu özellikler aşağıdaki teoremde verilmiştir.

Teorem 2. (1) denklemler sisteminin katsayılarının (2) şartını sağladığını farzedelim. O zaman, $S(\lambda)$ matris fonksiyonunun sonlu sayıda λ ' lardan dolayı

$$S^{-1}(\lambda) = \|\gamma_{ij}(\lambda)\|_{i,j=1}^{2}$$

tersi vardır. $S_{11}(\lambda)$, $\gamma_{11}(\lambda)+\gamma_{12}(\lambda)$, $\gamma_{22}(\lambda)$ fonksiyonları ise aşağıdaki çarpanlara

$$S_{11}(\lambda) = (1 + R_-(\lambda))^{-1}(1 + R_+(\lambda)) \ , \tag{8}$$

$$\gamma_{22}^{-1}(\lambda) = (1 + M_-(\lambda))^{-1}(1 + M_+(\lambda)) \ , \tag{9}$$

$$\gamma_{11}(\lambda) + \gamma_{12}(\lambda) = (1 + N_-(\lambda))^{-1}(1 + N_+(\lambda)) \ , \tag{10}$$

rler. $S_{22}(\lambda) - S_{12}(\lambda)$, $\gamma_{11}(\lambda), \gamma_{21}(\lambda), \gamma_{12}(\lambda)$ fonksiyonları ise,

$$S_{22}(\lambda) - S_{12}(\lambda) = 1 + G_-(\lambda) \ , \tag{11}$$

$$\gamma_{11}(\lambda) = (1 + N_-(\lambda))^{-1}(1 + R_-(\lambda))(1 + m_+(\lambda)) + \widetilde{r}_-(\lambda) \ , \tag{12}$$

$$\gamma_{21}(\lambda) = m_{1+}(\lambda)(1 + R_-(\lambda)) \ , \tag{13}$$

$$\gamma_{12}(\lambda) = (1 + N_-(\lambda))^{-1}(1 + M_-(\lambda))n_+(\lambda) - \widetilde{h}_-(\lambda) \ , \tag{14}$$

dedir.

Burada " - " indisleri aşağı düzlemde analitik fonksiyonları , " + " indisleri ise yukarı mde analitik fonksiyonları göstermektedir.

Aşağıda vereceğimiz teorem yarı eksendeki ters saçılma problemini bütün eksende için katsayıları sıfır olan probleme indirger.

em 3. Katsayıları (2) şartını sağlayan (1) denklemler sisteminin saçılma matrisi $= \|S_{ij}(\lambda)\|_{i,j=1}^{2}$ olsun. O zaman $S^{f_1}(\lambda)$ matris fonksiyonu , $S(\lambda)$ matris fonksiyonunun rsinin elemanlarının yardımı ile (8) , (9) , (10) çarpanlara ayırma formüllerinden nann probleminin çözülmesi ile) elde edilen $N_-(\lambda)$, $N_+(\lambda)$, $R_-(\lambda)$, $M_-(\lambda)$ analitik siyonları ile aşağıdaki şekilde

$$S^{f_1}(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 + m_+(\lambda) & n_+(\lambda) & 1 + N_+(\lambda) \\ m_+(\lambda) & 1 + n_+(\lambda) & 1 + N_+(\lambda) \\ m_+(\lambda) & n_+(\lambda) & 1 + N_+(\lambda) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + R_-(\lambda) & 0 & 0 \\ 0 & 1 + M_-(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_{11}(\lambda) & S_{12}(\lambda) & -1 \\ S_{21}(\lambda) & S_{22}(\lambda) & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{15}$$

ifade edilir.

Burada $m_+(\lambda)$ *ve* $n_+(\lambda)$ fonksiyonları

$$m_+(\lambda) - r_-(\lambda) = (1 + N_-(\lambda))(1 + R_-(\lambda))^{-1}\gamma_{11}(\lambda) \ ,$$

$$n_+(\lambda) - h_-(\lambda) = (1 + N_-(\lambda))(1 + M_-(\lambda))^{-1}\gamma_{12}(\lambda)$$

denklemlerinden bulunur.

$S^{f_1}(\lambda)$ matris fonksiyonunun determinantı

$$\det S^{f_1}(\lambda) = \det S(\lambda)\,(1 + R_-(\lambda))\,(1 + M_-(\lambda))\,(1 + N_+(\lambda)) \qquad (16)$$

dır. Buradan görüldüğü gibi $S^{f_1}(\lambda)$ matris fonksiyonunun sıfırları ve kutup noktaları, $S(\lambda)$ matris fonksiyonu $(1 + R_-(\lambda))$, $(1 + M_-(\lambda))$ *ve* $(1 + N_+(\lambda))$ fonksiyonlarının sıfırlarından ve kutup noktalarından oluşur.

Böylece yarı eksende tanımlanmış olan problem bütün eksene indirgenmiş olur.

Teorem 4. Eğer (1) denklemler sisteminin katsayıları (2) şartını sağlıyorsa, tüm eksende verilmiş $S^{f_1}(\lambda)$ matrisi, bu matrisin sıfırları ve kutup noktalarına göre denklemin katsayıları tek türlü tanımlanır.

Bu teorem ve (15), (16) ifadelerini karşılaştırırsak aşağıdaki temel teoremi almış oluruz.

Teorem 5. (1) denklemler sisteminin katsayılarının (2) şartını sağladığını farzedelim. O zaman $S(\lambda)$ matrisine, bu matrisin ve $1 + R_-(\lambda)$, $1 + M_-(\lambda)$, $1 + N_+(\lambda)$ fonksiyonunun sıfırlarına ve kutup noktalarına göre denklemin katsayıları tek türlü tanımlanabilirler.

Kısaca yapılacak olan işlemleri özetlersek,

1- (15) formülüne göre, $S(\lambda)$ verildiğinde $S^{f_1}(\lambda)$ matris fonksiyonu;

2- $S^{f_1}(\lambda)$ matris fonksiyonundan $S^{f_2}(\lambda)$ matris fonksiyonu;

3- $S^{12}(\lambda)$ matris fonksiyonuna göre (6) formülünden $W_+(x,\lambda)$ *ve* $W_-(x,\lambda)$ fonksiyonları;

4- (7) formülünden ise katsayılar bulunur.

KAYNAKLAR

1- Beals R. and Coifman R.R., Scattering and Inverse Scattering for first order systems, Commonications on pure and Applied Mathematics. Vok. XXXVII. 39-90 (1984).

2- Kaup D.J., The three-wave interaction - A jondisper sive, studies in applied mathematics 55, 9-44 (1976).

3- Shabat A.B., An inverse scattering problem. Diff. Uravn. 15. 1978. pp. 1824-1834, Diff. Equations 15. 1980. pp. 1299-1307.

4- Zakharov V.E., Shabat A.B., Ah. Eksp. Teor. Fiz. 61, 118(1971). [Sov. Phys.-JETP 34, 62 (1972)].