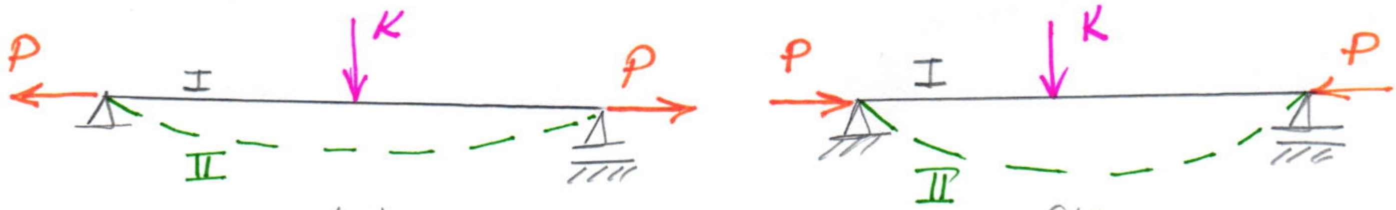
ELASTİK STABİLİTE (Burkulma)

Mukavemet bilminin incelediği problemler iki ana grupta toplanabilir;

1- Gerilme problemleri; bu tip problemlerde, dış kuvvetlerin etkisi altında cisimde meydana gelen iç kuvvet dağılımı araştırılmakta ve kesit boyutlaması yapılmaktadır. Şimdiye kadar bu tip problemler incelenmiştir.

2- Stabilite problemleri; Bu tip problemlerde, dış kuvvetin etkisi altında konstruksiyonun kararlı dengede olup olmadığı araştırılır.



(a) (b)

"Şekil a"'da görülen P çekme kuvveti etkisi altında I denge konumundaki bir kirişe bir "K" kuvveti etki ederse kiriş II denge konumunu alır. "K" kuvveti kaldırıldığında kiriş I konumuna geri gelir. Dolayısıyla bu yükleme altında kirişin dengesi herzaman kararlıdır.

"Şekil b"'de görüldüğü gibi "P" kuvveti basınç olarak etkimesi durumunda I konumunda iken "K" kuvvetinin etkimesi ile sistem II konumuna gelir. Sistemin II konumundan I konumuna gelebilmesi için üç durum söz konusudur;

1- "P" kuvveti P_k ile gösterilen bir sınır değerden küçük kaldıkça, K kuvveti kaldırıldığında kiriş I denge konumuna geri döner (Kararlı Denge)

2- Buna karşılık $P > P_k$ olduğunda ise kiriş, I denge konumuna geri gelmez (Kararsız Denge)

3- $P = P_k$ halinde kiriş hem I hem de II konumunda bulunabilir (Farksız Denge)

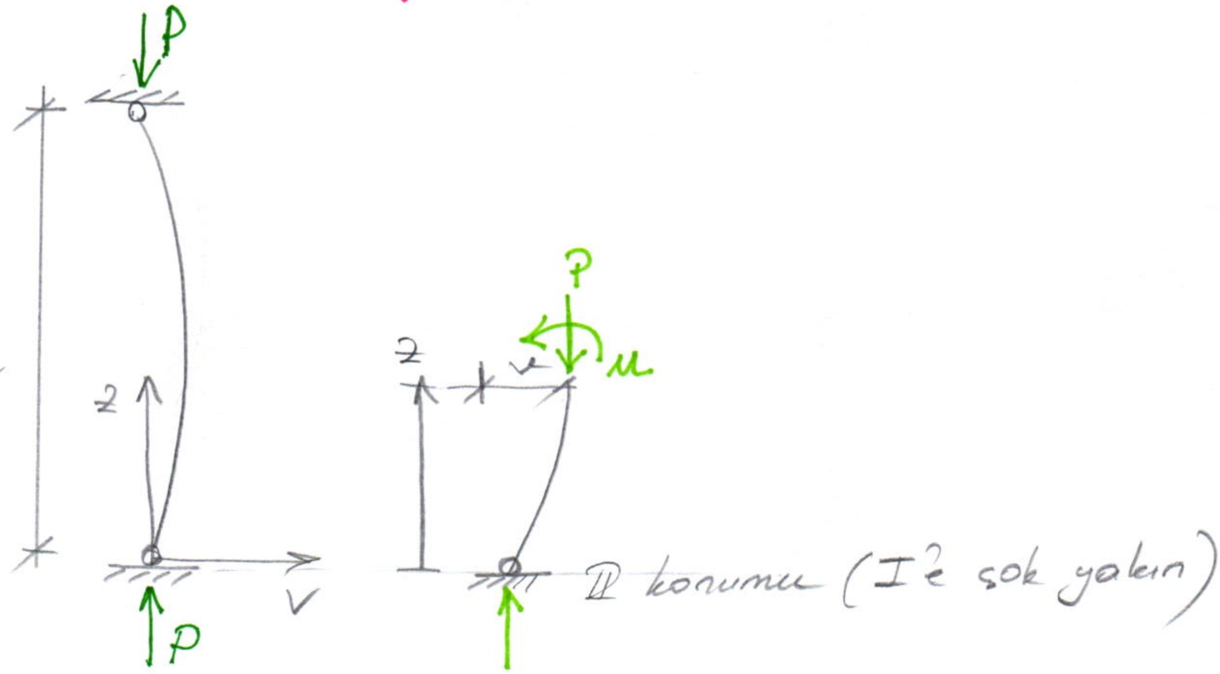
Stabilite problemleri normal kuvvetin basınç olması halinde, narin (uzun ve ince) çubuklarda ortaya çıkar. Basınç kuvveti etkisi altında bulunan bu tip çubuklarda, kuvvet belirli bir değeri (P_k) aşınca,

$$\sigma_N = \frac{P}{F} \quad \text{ile}$$

hesaplanan σ_N normal gerilmesi σ_{em} gerilmesinden küçük kalsa bile, çubuk eksenine dik doğrultu- ani ve büyük sapmalar meydana gelir, ve çubuk kararlı denge konumunu kaybederek yıkılır. Bu olaya, Burkulma denir.

→

İki Ucundan Mafsallı Çubukta Burkulma Hesabı



Yukarıdaki iki ucundan mafsallı çubuğun I denge konumunun, P kuvvetinin hangi değerinde kararlı olacağını araştıralım. Bu araştırmada, çubuk ekseni doğru, yük eksenel, malzeme homojen olup Hooke Kanunlarına uyduğu ve gerilmelerin orantılık sınırının altında bulunduğu kabul edilmiştir.

Probleme çözüm getirmek için, çubuğun I denge konumunun farksız olduğunu, dolayısı ile I'e çok yakın ve II ile gösterilen eğri bir denge konumunun daha olduğunu kabul edelim.

II konumundaki çubuğun z kesitindeki moment denge denklemi;

$$M = P \cdot v$$ dir.

Bu moment değeri, elastik eğrinin diferansiyel denkleminde yerine konulursa;

$$v'' = -\frac{M}{EI} = -\frac{Pv}{EI} \longrightarrow v'' + \frac{P}{EI}v = 0 \quad (1')$$

denklemi elde edilir.

"1" ifadesinde $\frac{P}{EI} = k^2$ kısaltması yapalım,

$$v'' + k^2 v = 0$$ // haline gelir.

Bu homojen diferansiyel denklemin çözümü,

$$v = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz$$

dir. C_1 ve C_2 sınır şartlarından elde edilecek sabitlerdir. İki ucu mafsallı çubuk için sınır şartları;

$$z = 0 \text{ da } \quad v = 0, \; v'' = 0 \longrightarrow C_2 = 0$$

$$z = l \text{ de } \quad v = 0, \; v'' = 0 \longrightarrow C_1 \sin kl = 0 \quad (2)$$

elde edilir. "2" ifadesinin sağlanması için ya "C_1" in, ya da $\sin kl$'nin sıfır olması gerekir. $C_1 = 0$ halinde $v = 0$ olacağından bu "I" denge konumuna karşılık gelir. O halde II denge konumunun var olabilmesi için $C_1 \neq 0$ olmalıdır. Buna göre,

$$\sin kl = 0 \longrightarrow kl = n\pi \quad (n = 1, 2 \ldots)$$

$$(kl)^2 = (n\pi)^2 \longrightarrow k^2 l^2 = n^2 \pi^2$$