T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NEWTON RAPHSON TABANLI BALİNA OPTİMİZASYON ALGORİTMASI KULLANILARAK DOĞRUSAL OLMAYAN UÇAK MODELİNİN TRİM NOKTASININ BULUNMASI

Şeyda AYDIN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Makine Teorisi ve Kontrol Programı

Danışman
Doç. Dr. Hakan YAZICI

Temmuz, 2025

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NEWTON RAPHSON TABANLI BALİNA OPTİMİZASYON ALGORİTMASI KULLANILARAK DOĞRUSAL OLMAYAN UÇAK MODELİNİN TRİM NOKTASININ BULUNMASI

Şeyda AYDIN tarafından hazırlanan tez çalışması 24.07.2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Makine Teorisi ve Kontrol Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Hakan YAZICI
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Hakan YAZICI, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Doç. Dr. Meral BAYRAKTAR, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi _____

Dr. Öğr. Üyesi Akif YAVUZ, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi _____

Danışmanım Doç. Dr. Hakan YAZICI sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Newton Raphson Tabanlı Balina Optimizasyon Algoritması Kullanılarak Doğrusal Olmayan Uçak Modelinin Trim Noktasının Bulunması başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Şeyda AYDIN

İmza

Aileme ve arkadaşlarıma...

TEŞEKKÜR

Lisans eğitimim sırasında sistem dinamiği ve kontrol teorisiyle tanışmama vesile olan ve yüksek lisans süresince birlikte çalışmaktan memnuniyet duyduğum kıymetli hocam Doç. Dr. Hakan Yazıcı'ya en içten teşekkürlerimi sunarım. Yalnızca bu tez sürecine değil, aynı zamanda mesleki yönelimime dair kararlarımda da rehberliğiyle yol gösterdiği için kendisine minnettarım.

İş hayatının ve aldığımız derslerin en zorlu anlarını kolaylaştıran Altan Cevher'e, birlikte geçirdiğimiz uzun çalışma saatleriyle bu süreci daha katlanılır hale getiren Kübra Yaldız'a, çalışma konforumu artıran Caner Atlı, Sefa Semiz ve Canan Semiz'e, her zaman pozitif yaklaşımlarıyla beni motive eden Kamer Erol'a ve Sevda Ceren Keçecioğlu'na ve son olarak fikirleri ve bakış açısıyla tezime değer katan Mustafa Özdemir'e teşekkür etmek isterim.

Her daim yanımda olan, sevgisi ve desteğiyle bana güç veren aileme, enişteme, Niloş'uma sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Özellikle ablam Funda Seyitoğlu'na, hayatım boyunca bana koşulsuzca ışık tuttuğu ve anlayışıyla her zaman yanımda olduğu için minnettarım.

Ayrıca, TUSAŞ'ta birlikte çalışmaktan büyük memnuniyet duyduğum tüm çalışma arkadaşlarıma; bana hayatı daha keyifli ve anlamlı kılan, bu yolculuğun herhangi bir noktasında yanımda olmuş herkese içten teşekkür ederim.

Şeyda AYDIN

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ vii

KISALTMA LİSTESİ ix

ŞEKİL LİSTESİ x

TABLO LİSTESİ xi

ÖZET xii

ABSTRACT xiii

1 GİRİŞ 1

1.1 Trim Noktalarının Belirlenmesinde Karşılaşılan Zorluklar . . . 1

1.2 Literatür Taraması . . . 2

1.3 Çalışmanın Katkısı ve Hedefi . . . 4

2 UÇUŞ DİNAMİĞİ 7

2.1 Uçağa Etki Eden Kuvvetler . . . 7

2.1.1 Ağırlık (Weight) . . . 8

2.1.2 Taşıma Kuvveti (Lift) . . . 8

2.1.3 Sürükleme Kuvveti (Drag) . . . 9

2.1.4 İtki (Thrust) . . . 10

2.1.5 Kuvvetlerin Denge Durumu . . . 10

2.2 Uçuş Kontrol Yüzeyleri . . . 11

2.3 Referans Sistemler ve Eksen Takımları . . . 13

2.4 Hareket Değişkenleri . . . 14

3 HAVA ARACI BENZETİM MODELİNİN OLUŞTURULMASI 17

3.1 Atmosfer Modeli . . . 17

3.1.1 Standart Atmosfer . . . 18

3.2 Kütle ve Atalet Modeli . . . 20

3.3 Aerodinamik Modeli . . . 21

3.4 Motor Modeli . . . 25

3.5 Hareket Denklemleri . . . 28
3.5.1 Kuvvet Denklemleri . . . 31
3.5.2 Moment Denklemleri . . . 33
3.5.3 Kinematik Denklemler . . . 37

4 TRİM **41**
4.1 Kararlı Durum Uçuşu . . . 42
4.2 Trim Koşulları . . . 43
4.2.1 Kararlı Düz Hat Üzerinde Uçuş Trim Koşulu . . . 43
4.2.2 Kararlı Koordineli Dönüş Trim Koşulu . . . 45

5 OPTİMİZASYON ALGORİTMALARI **47**
5.1 Newton Raphson Yöntemi . . . 47
5.1.1 Sistemin Doğrusallaştırılması . . . 48
5.2 Balina Optimizasyon Algoritması . . . 54
5.2.1 Sömürü Aşaması: Baloncuk Ağı ile Saldırı . . . 55
5.2.2 Keşif Aşaması . . . 56
5.2.3 WOA'nın Keşif–Sömürü Karar Yapısı . . . 56
5.3 Hibrit Algoritma/NR Tabanlı WOA . . . 57

6 SİMÜLASYON ÇALIŞMALARI **61**
6.1 Trim Sonuçları . . . 63
6.1.1 Kararlı Düz Hat Üzerinde Uçuş Trim Sonuçları . . . 63
6.1.2 Kararlı Koordineli Dönüş Manevrasının Trim Sonuçları . . . 67
6.2 Stokastik Yapı Gereği Algoritmanın Tekrarlanması . . . 71
6.2.1 Kararlı Düz Hat Üzerinde Uçuş . . . 71
6.2.2 Kararlı Koordineli Dönüş . . . 73

7 SONUÇ **75**

KAYNAKÇA **77**

A F-16 **81**
A.1 F-16'ya Ait Kütle ve Boyut Özellikleri . . . 81

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR **82**

SİMGE LİSTESİ

CG	Ağırlık merkezi (Center of gravity)
δ_a	Aileron bükümü
V_∞	Bağıl hava hızı
δ_e	Elevatör bükümü
ϕ, θ, ψ	Euler açıları: Sırasıyla roll (yatış), pitch (yunuslama) ve yaw (sapma) açıları
α	Hücum açısı
δ_{thr}	Gaz kolu pozisyonu
V_{TAS}	Gerçek hava hızı
u, v, w	Gövde eksen takımında sırasıyla x, y, z yönlerindeki doğrusal hız bileşenleri
$\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$	Gövde eksen takımında sırasıyla x, y, z yönlerindeki doğrusal ivme bileşenleri
p, q, r	Gövde eksen takımında sırasıyla x, y, z yönlerindeki açısal hız bileşenleri
$\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$	Gövde eksen takımında sırasıyla x, y, z yönlerindeki açısal ivme bileşenleri
X, Y, Z	Gövde eksen takımında sırasıyla x, y, z yönlerindeki toplam kuvvet bileşenleri
R, M, N	Gövde eksen takımında sırasıyla roll (x), pitch (y), yaw (z) moment bileşenleri
δ_r	Rudder bükümü
γ	Uçuş yolu açısı
I_{xx}	x ekseni etrafındaki atalet momenti
I_{yy}	y ekseni etrafındaki atalet momenti
I_{zz}	z ekseni etrafındaki atalet momenti
I_{xy}	xy düzlemindeki çapraz atalet çarpanı
I_{xz}	xz düzlemindeki çapraz atalet çarpanı
I_{yz}	yz düzlemindeki çapraz atalet çarpanı
β	Yana kayma açısı

x, y, z	Yer eksen takımında (NED) sırasıyla kuzey, doğu ve aşağı yönlerindeki konum bileşenleri
$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	Yer eksen takımında (NED) sırasıyla kuzey, doğu ve aşağı yönlerindeki hız bileşenleri

KISALTMA LİSTESİ

DOF	Serbestlik Derecesi (Degree of freedom)
EOM	Hareket Denklemleri (Equations of Motion)
GA	Genetik Algoritma
NR	Newton-Raphson
NRWOA	Newton Raphson tabanlı Balina Optimizasyonu Algoritması
PSO	Sürü Parçacığı Optimizasyonu (Particle Swarm Optimization)
WOA	Balina Optimizasyonu Algoritması (Whale Optimization Algorithm)

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Uçağa etki eden temel kuvvetler [28] 7
Şekil 2.2 Kanat profili geometrisi [28] 8
Şekil 2.3 Uçağın temel eksenleri ve bu eksenler etrafındaki hareketleri [28] 11
Şekil 2.4 Birincil uçuş kontrol yüzeyleri [29] 12
Şekil 2.5 Elevatör, aileron ve rudder kontrol yüzeyleri [29] 13
Şekil 2.6 Uçağın gövde eksen takımı ve yere bağlı eksen takımının gösterimi [32] . . . 14
Şekil 2.7 Uçağın gövde eksen takımındaki hız, kuvvet ve momentleri [33] 15
Şekil 3.1 Standart atmosferde sıcaklık dağılımı [35] 18
Şekil 3.2 Gaz kolu ayarına göre motor güç seviyesinin değişimi [34] 26
Şekil 3.3 İtki zaman sabitinin tersinin artımlı güç komutu ile değişimi [34] 26
Şekil 5.1 Newton-Raphson yöntemi 48
Şekil 5.2 Kambur balinaların baloncuk ağıyla beslenme ve keşif aşaması [33] 54
Şekil 6.1 0.45 M 39000 ft kararlı düz hat üzerinde uçuş durum değişkenlerinin zamanla değişimi 66
Şekil 6.2 0.45 M 39000 ft kararlı düz hat üzerinde uçuş simülasyonu 66
Şekil 6.3 0.5 M 19000 ft 70 derece yatış açısı ile kararlı koordineli dönüş durum değişkenlerinin zamanla değişimi 70
Şekil 6.4 0.5 M 19000 ft 70 derece yatış açısı ile kararlı koordineli dönüş uçuş simülasyonu 70

TABLO LİSTESİ

Tablo 1.1 GA, PSO ve WOA algoritmalarının karşılaştırması 5
Tablo 2.1 Kuvvetler arasındaki ilişkiye göre uçağın davranışı [28] 11
Tablo 2.2 Kontrol yüzeyleri, uçak hareketleri ve ilgili eksenler 13
Tablo 2.3 Gövde eksen takımına göre uçuş dinamiği bileşenleri 15
Tablo 3.1 1962 ABD Standart Atmosfer Modeli için ampirik oran denklemleri 18
Tablo 3.2 Deniz seviyesi (0 m) için standart atmosfer değerleri 20
Tablo 3.3 Farklı irtifa ve Mach sayıları için itki değerleri [34] 28
Tablo 3.4 Euler açıları için kabul edilen sınırlar 31
Tablo 4.1 Düz uçuş trim koşulu için sabitlenen ve serbest bırakılan parametreler 45
Tablo 4.2 Koordineli dönüş trim koşulu için sabitlenen ve serbest bırakılan parametreler 46
Tablo 5.1 NR, WOA ve Hibrit NR-WOA yöntemlerinin karşılaştırılması 58
Tablo 6.1 Trim analizinde kullanılan algoritma parametreleri 61
Tablo 6.2 Başlangıç popülasyonu için trimde serbest bırakılan parametrelerin sınırları . 62
Tablo 6.3 Kararlı düz uçuş trim noktalarında gaz kolu dağılımı ve algoritma başarım durumları 63
Tablo 6.4 0.45 M 39000 ft kararlı düz hat üzerinde uçuş trim sonuçları 65
Tablo 6.5 Kararlı koordineli dönüş trim noktalarında gaz kolu dağılımı ve algoritma başarım durumları 67
Tablo 6.6 0.5 M 19000 ft 70 derece yatış açısı ile kararlı koordineli dönüş trim sonuçları 69
Tablo 6.7 Düz uçuş trim koşulunda test tekrarı sayısına göre test noktalarının bulunma başarısı 72
Tablo 6.8 Koordineli dönüş trim koşulunda test tekrarı sayısına göre test noktalarının bulunma başarısı 74
Tablo A.1 F-16'ya ait kütle ve boyut özellikleri [34] 81

ÖZET

Newton Raphson Tabanlı Balina Optimizasyon Algoritması Kullanılarak Doğrusal Olmayan Uçak Modelinin Trim Noktasının Bulunması

Şeyda AYDIN

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Hakan YAZICI

Benzetim modeli üzerinden bir hava aracının trim noktalarının belirlenmesi, uçuş mekaniği ve performans analizleri, kontrol algoritma tasarımları ve simülasyon çalışmaları açısından kritik bir öneme sahiptir. Bu noktalar, uçağın hareketini tanımlayan bir dizi doğrusal olmayan cebirsel denklemin çözülmesiyle elde edilir. Bu denklemler, birbirine bağlı ve doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerden oluştuğundan, trim problemi, kısıtlı, doğrusal olmayan ve dışbükey olmayan bir optimizasyon problemi olarak ele alınır. Bu tür denklemlerin çözümünde yaygın olarak kullanılan Newton-Raphson (NR) yöntemi, başlangıç koşullarına oldukça duyarlıdır ve başlangıç noktası gerçek çözüme uzak olduğunda yakınsama sağlamayabilir. Bu kısıtı aşmak amacıyla, bu çalışmada, trim probleminin çözümü için, NR yöntemi ile modern bir sürü zekası tabanlı meta-sezgisel yöntem olan Balina Optimizasyon Algoritması'nın birleştirildiği hibrit bir yöntem önerilmiştir. MATLAB/Simulink ortamında oluşturulan F-16'ya ait doğrusal olmayan uçak modeli, önce NR yöntemiyle, ardından önerilen hibrit yöntemle farklı trim koşullarında trim edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, hibrit algoritmanın, NR yönteminin doğru çözüme yakınsamadığı durumlarda dahi trim noktasını başarıyla bulabildiğini göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: 6 serbestlik dereceli hava aracı modeli, uçak trimi, optimizasyon algoritması, Newton-Raphson yöntemi, Balina Optimizasyon Algoritması

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ABSTRACT

Nonlinear Aircraft Trim Using A Newton Raphson Based Whale Optimization Algorithm

Şeyda AYDIN

Department of Mechanical Engineering
Master of Science Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Hakan YAZICI

Determining the trim point of an aircraft is essential for designing control law and plays a key role in analyzing flight mechanics and overall performance. This point is obtained by solving a set of nonlinear algebraic equations that define the aircraft's steady-state conditions. Due to various nonlinearities, the trim problem, formulated as a constrained optimization problem, may not be solved or yield multiple solutions. The Newton-Raphson (NR) method, a widely used approach for solving such nonlinear equations, is highly sensitive to initial conditions and may not converge if the starting point is distant from the actual solution. To address this limitation, a hybrid method combining the NR method with the Whale Optimization Algorithm (WOA), a modern swarm-based meta-heuristic, is proposed and tailored for aircraft trim analysis in this study. A nonlinear aircraft model of an F-16 was developed in the MATLAB/Simulink environment. The model was first trimmed using the NR method and then with the proposed hybrid method, NRWOA, under different trim conditions. The results show that the hybrid algorithm successfully finds the trim point in cases where the NR method fails to converge to an accurate solution.

Keywords: 6-DOF aircraft model, aircraft trim, optimization algorithm, Newton-Raphson method, whale optimization algorithm

YILDIZ TECHNICAL UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF SCIENCE AND ENGINEERING

1
GİRİŞ

Benzetim modeli üzerinden bir hava aracının trim edilmesi, belirli bir uçuş koşulunun sürdürülebilmesini sağlamak üzere gerekli kontrol girdileri ile durum değişkenlerinin belirlenmesini ifade eder [1]. Trim noktalarının belirlenmesi, uçuş mekaniği ve performans analizleri, kontrol algoritma tasarımları ve simülasyon çalışmaları açısından kritik bir öneme sahiptir [2]. Özellikle stabilite, kontrol ve performans analizlerinin büyük bir kısmı trim noktası etrafında gerçekleştirilmekte olup, bu noktalar, uçuş koşullarının dengede olduğu referans uçuş durumlarını temsil etmektedir. Kontrol algoritmalarının çoğu lineer sistem varsayımına dayandığından, uçak dinamiklerinin trim noktası etrafında lineerleştirilmesi, bu algoritmaların tasarımı ve uygulanabilirliği açısından büyük önem taşımaktadır [3]. Bunlara ek olarak, trim noktaları, uçuş simülasyonlarında ve doğrusal olmayan hava aracı benzetim modellerinin uçuş testleriyle karşılaştırılmasında, sistemin başlangıç koşullarını belirleyen temel referans noktalarını oluşturmaktadır.

Bu bölümde, uçak trim probleminde karşılaşılan temel zorluklar ve çözüm yöntemleri ele alınmakta, ardından konuya ilişkin literatür kapsamlı bir şekilde incelenmektedir. Bölüm sonunda ise trim probleminin çözümü için önerilen yöntem açıklanmaktadır.

1.1 Trim Noktalarının Belirlenmesinde Karşılaşılan Zorluklar

Trim (denge) noktası, belirlenen uçuş koşullarına göre hava aracının hareket denklemlerinin (Equations of Motion, EOM) eşzamanlı olarak çözülmesiyle elde edilmektedir [4]. Bu denklemler, birbirine bağlı ve doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerden oluşmaktadır. Bu yapı, trim problemini kısıtlı ve doğrusal olmayan (nonlineer) bir optimizasyon problemi haline getirmektedir. Ayrıca, denklem sisteminin çoklu yerel minimum içeren bir arama uzayına sahip olması ve kontrol parametrelerinin fiziksel kısıtlamalara tabi olması nedeniyle, trim problemi aynı zamanda dışbükey olmayan (nonkonveks) bir yapı sergilemektedir. Bu durum, problemin analitik olarak çözümünü güçleştirmekte ve sayısal optimizasyon yöntemlerinin kullanılmasını zorunlu kılmaktadır.

Bir noktada trim bulunamaması, ilgili noktanın hava aracının operasyonel uçuş zarfının dışında olduğunu gösterebilir. Öte yandan, bu nokta uçuş zarfı içinde yer alsa dahi, kullanılan algoritma yukarıda belirtilen zorluklar nedeniyle bu noktadaki denklemleri çözmede yetersiz kalabilir. Dolayısıyla trim probleminin başarıyla çözülebilmesi için uygun bir optimizasyon algoritmasının seçimi kritik öneme sahiptir.

1.2 Literatür Taraması

Trim noktasının belirlenmesi amacıyla uzun yıllardır çeşitli optimizasyon algoritmaları kullanılmakta olup, en verimli yaklaşımı bulmaya yönelik araştırmalar halen devam etmektedir. Bu algoritmalar genel olarak deterministik ve stokastik yöntemler olmak üzere iki ana gruba ayrılmaktadır [5]. Deterministik yöntemler, amaç fonksiyonu hakkında yeterli ön bilgi mevcut olduğunda global optimuma ulaşmayı teorik olarak garanti eder [6]. Bu tür yöntemlerde rastgelelik unsuru bulunmadığından, aynı başlangıç koşulları altında her çalıştırmada aynı sonuç elde edilir. Ancak, başlangıç noktası tahminine yüksek derecede bağımlıdırlar.

Buna karşılık, stokastik yöntemler belirli ölçüde rastgelelik içeren yaklaşımlardır ve bu sayede problem uzayını daha geniş kapsamlı tarayarak yerel minimumlara takılma olasılığını azaltırlar. Ancak çözüme ulaşma garantisi sunmazlar. Her iki yöntemin avantaj ve sınırlamaları dikkate alındığında, deterministik ve sezgisel algoritmaların hibrit olarak kullanılması, büyük ölçekli ve doğrusal olmayan optimizasyon problemlerinin çözümünde etkili bir strateji olarak öne çıkmaktadır [7].

Literatürde trim probleminin çözümünde en yaygın olarak tercih edilen yöntemler, hızlı yakınsama özellikleri nedeniyle türev tabanlı deterministik yöntemlerdir. Bu bağlamda, özellikle Newton-Raphson (NR) yöntemi öne çıkmaktadır [8–10].

Newton–Raphson yöntemi, bir fonksiyonu belirli bir başlangıç noktası etrafında lineerleştirerek çözüm arayan, gradyan tabanlı bir algoritmadır [11]. Yüksek yakınsama hızına sahip olmasına karşın, başlangıç noktası seçimine karşı oldukça duyarlıdır. Millidere ve arkadaşları, yaptıkları çalışmada, uçak trimi için kullandıkları Newton-Raphson algoritmasının başlangıç noktası hassasiyetini analiz etmişlerdir [8]. Benzer şekilde Holzapfel ve arkadaşları, yaptıkları çalışmada uçak modelinin trim analizinde, NR yönteminin başlangıç noktasına olan hassasiyetini açıkça vurgulamıştır [10].

Buna karşılık, bazı durumlarda trim analizinde kullanılan aerodinamik katsayıların türevleri doğrudan elde edilememekte, bu da türev tabanlı yöntemlerin uygulanmasını güçleştirmektedir.

NR yönteminin, başlangıç noktasına olan bağımlılığını azaltmak ve yerel optimuma takılma riskini ortadan kaldırmak amacıyla sezgisel yöntemlerin kullanımı yaygınlaşmıştır [12].

Bu doğrultuda, global optimuma ulaşma potansiyeli yüksek olan Genetik Algoritma (GA) ve Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) gibi yöntemler, trim analizlerinde sıklıkla tercih edilmektedir.

PSO, sürü zekasına dayalı bir optimizasyon yöntemidir [13]. Her parçacık, hem kendi en iyi çözümünden hem de sürüdeki en iyi bireyden elde edilen bilgiye göre pozisyonunu günceller. Altunkaya ve Özkol, yaptıkları çalışmada uçak trimi için PSO algoritmasını kullanmış ve başarılı sonuçlar elde etmişlerdir [14]. Benzer şekilde Gümüşboğa ve İftar, PSO algoritması ile uçak trim analizlerini başarıyla gerçekleştirmişlerdir [15]. Karimi, Pourtakdoust ve Nobahari ise yaptıkları çalışmada bir İHA'nın çeşitli uçuş koşullarındaki trim analizini gerçekleştirmek amacıyla, geleneksel PSO algoritmasının arama ve yakınsama özelliklerini geliştirmeye yönelik yeni bir PSO algoritması önermiştir [16]. Çalışmada, geliştirilen PSO algoritması ile klasik PSO algoritması karşılaştırılmış, iyileştirilmiş yöntemin hem arama kabiliyeti hem de yakınsama doğruluğu açısından anlamlı avantajlar sağladığı ortaya konmuştur. Özellikle trim sınırlarına yakın bölgelerdeki çözüm başarımı önemli ölçüde artırılmıştır.

GA ise, biyolojik evrim sürecini taklit eden ve "en iyinin hayatta kalması" prensibini esas alan bir yöntemdir [17]. Çözüm adayları kromozomlar olarak temsil edilir. Bu adaylar çaprazlama ve mutasyon işlemleri ile yeni nesiller oluşturarak global çözüme ulaşmaya çalışır. Hassan tarafından yapılan çalışmada, GA ve PSO algoritmaları karşılaştırılmış, PSO'nun karmaşık, doğrusal olmayan problemlerde yüksek hesaplama verimliliği sağladığı gösterilmiştir [18].

Son yıllarda, sezgisel algoritmaların global optimumu bulmadaki başarısı ile türev tabanlı yöntemlerin hızlı yakınsama avantajlarının birleştirilmesiyle hibrit algoritmalar yaygınlaşmıştır. Literatürde, özellikle başlangıç noktası tahmininin NR gibi türev temelli algoritmalarda önemli bir sorun olması nedeniyle, bu noktada GA'nın çözüm uzayını daraltarak daha isabetli başlangıç değerleri sunduğu gösterilmiştir. Özdemir, çalışmasında NR yöntemi ile genetik algoritmayı hibritleştirerek NR yönteminin kısıtlarını başarıyla aşmıştır [19]. Wang, Li ve Liu ise helikopter trimi için hibrit genetik algoritmayı başarıyla sisteme uygulamıştır [20]. Lei ve arkadaşları da benzer şekilde hibrit genetik algoritmayı başarıyla trim problemine uyarlamıştır [21]. Bu sayede, hem yerel minimuma takılma riski azaltılmakta hem de çözüm süresi kısaltılmaktadır.

Wang ve arkadaşları, GA ile Levenberg–Marquardt (LM) yöntemini birleştirerek tiltrotor bir hava aracı için trim algoritması geliştirmiştir [22]. Yiğit ve Millidere ise, Newton–Raphson yönteminin çözüme yakınsayamadığı uçuş koşullarını ele alarak GA ile hibrit bir yapı kullanmış ve NR yönteminin yakınsama problemini ortadan kaldırdıklarını göstermiştir [23]. Benzer şekilde, Dai ve arkadaşları, çalışmalarında helipkopter trimi için GA ile NR yöntemini hibritleştirilerek, başarılı sonuçlar elde etmiştir [24].

GA ve PSO literatürde yaygın olarak kullanılmakta ve başarılı sonuçlar üretmektedir. Ancak, GA'nın yüksek hesaplama karmaşıklığı ile PSO'nun yerel minimumlara olan duyarlılığı, trim problemlerinde çözüm performansını sınırlayabilmektedir [12]. Bu kısıtlar, global optimumu arama kabiliyeti yüksek ve sisteme kolay entegre edilebilir yeni yaklaşımların araştırılmasını gerekli kılmıştır. Bu bağlamda literatür incelendiğinde, sezgisel algoritmaların gelişmiş varyantlarından biri olan Balina Optimizasyonu Algoritması'nın (Whale Optimization Algorithm, WOA) öne çıktığı görülmüştür.

Mirjalili ve Lewis, 2016 yılında yaptıkları çalışmada, kambur balinaların avlanma davranışlarından esinlenerek Balina Optimizasyon Algoritması'nı (Whale Optimization Algorithm, WOA) geliştirmiş ve bu algoritmanın çeşitli optimizasyon problemlerindeki başarısını göstermiştir [25]. Nadimi ve arkadaşları, WOA üzerine kapsamlı bir literatür taraması gerçekleştirmiş, algoritmanın basit ancak güçlü bir arama mekanizmasına sahip olduğunu ve gerçek dünya kısıtlı optimizasyon problemlerinde yaygın bir şekilde tercih edildiğini vurgulamışlardır [26]. Bununla birlikte, çalışmada WOA'nın da diğer sürü zekası temelli algoritmalar gibi geç yakınsama ve düşük popülasyon çeşitliliği gibi sorunlara açık olduğu belirtilmiştir. Yazarlar, bu tür problemlerin aşılması için hibrit algoritmaların kullanımının performansı artırabileceğini ifade etmişlerdir.

1.3 Çalışmanın Katkısı ve Hedefi

Trim probleminin çoklu yerel minimumlar içeren **dışbükey olmayan (nonkonveks)** ve doğrusal olmayan parametreler içeren yapısı nedeniyle klasik yöntemlerin yetersiz kaldığı durumlar göz önünde bulundurularak, bu çalışmada kapsamlı çözüm uzayı arama kapasitesine sahip meta-sezgisel bir yöntem ile hızlı yakınsama sağlayan deterministik bir yöntemin birleşiminden oluşan **NR tabanlı WOA (NRWOA)** algoritması önerilmiştir.

WOA, rastgelelik temelli global arama stratejisi sayesinde çözüm uzayını etkin şekilde tarayarak lokal minimumlara takılma riskini azaltırken, NR yöntemi, yüksek yakınsama hızı sayesinde belirli bir başlangıç noktası etrafında hassas ve hızlı çözümler üretebilmektedir. Bu çalışmada WOA, geniş çözüm uzayında potansiyel çözümleri araştırmakta, elde edilen en uygun çözüm ise NR algoritmasına başlangıç noktası olarak verilerek çözüm süreci optimize edilmektedir.

Mevcut literatür kapsamında yapılan incelemelerde, uçak trim probleminin çözümünde doğrudan WOA ya da NRWOA algoritmasının kullanıldığı herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu durum, önerilen yaklaşımı hem özgün hem de literatüre katkı sunmaya aday bir yöntem haline getirmektedir.

Tablo 1.1'de, literatürde yaygın olarak kullanılan GA ve PSO yöntemleri ile WOA

algoritmasının temel özellikleri karşılaştırmalı olarak sunulmuştur [27].

Tablo 1.1 GA, PSO ve WOA algoritmalarının karşılaştırması

Kriter	**Genetik Algoritma (GA)**	**Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO)**	**Balina Optimizasyon Algoritması (WOA)**
Yakınsama Hızı	Yavaş	Hızlı	Yavaş
Parametre Hassasiyeti	Yüksek — çaprazlama/mutasyon oranı kritik	Orta — ataletsel ağırlık ve öğrenme katsayıları önemli	Düşük — parametre sayısı azdır
Uygulama Kolaylığı	Orta	Kolay	Kolay
Global Arama	Yüksek	Düşük	Yüksek
Popülasyon Büyüklüğünün Çözüm Süresine Etkisi	Üstel	Doğrusal	Doğrusal

Bu çalışma, uçak trim probleminin çözümüne yönelik olarak geleneksel türev tabanlı NR yönteminin trim bulamadığı noktalarda kullanılmak üzere önerilen sezgisel-deterministik hibrit NRWOA'nın trim analizini sunmaktadır. Çalışma kapsamında, F-16 uçağının doğrusal olmayan benzetim modeli kullanılarak belirli bir uçuş zarfı içinde düz uçuş ve koordineli dönüş trim koşulları incelenmiş ve hibrit algoritmanın çözüm başarısı değerlendirilmiştir.

Ayrıca çalışma, hibrit NRWOA yaklaşımının, özellikle NR yönteminin başlangıç noktasına olan hassasiyetini nasıl ortadan kaldırabildiğini ve çözüm sürecini nasıl daha kapsamlı hale getirdiğini ortaya koymayı hedeflemektedir. Bu yönüyle önerilen yöntem, literatürde trim problemleri için doğrudan kullanılmamış olan WOA'nın ilk uygulamalarından birini temsil etmektedir.

Bu tez yedi bölümden oluşmaktadır:

- **Bölüm 2**'de, hava aracı dinamiğine ilişkin temel teorik altyapı sunulmuş ve uçuş denklemlerinin elde edilme prensipleri açıklanmıştır.
- **Bölüm 3**'te, çalışmada kullanılan doğrusal olmayan hava aracı benzetim modeli ayrıntılı olarak tanıtılmıştır.
- **Bölüm 4**'te, trim problemi matematiksel olarak tanımlanmış ve fiziksel anlamı ortaya konmuştur.
- **Bölüm 5**'te, trim probleminin çözümünde kullanılan optimizasyon algoritmaları detaylı biçimde açıklanmış ve önerilen hibrit NRWOA yapısı sunulmuştur.
- **Bölüm 6**'da, her iki algoritmanın farklı uçuş koşullarında elde ettiği trim çözümleri analiz edilerek karşılaştırmalı sonuçlara yer verilmiştir.

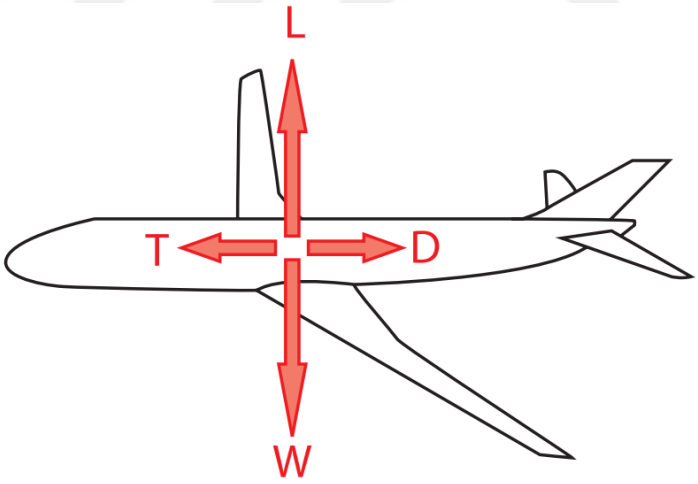
- **Bölüm 7**'de ise, çalışmanın genel bir değerlendirmesi yapılmış, elde edilen bulgular özetlenmiş ve gelecekte yapılabilecek çalışmalara yönelik öneriler sunulmuştur.

2
UÇUŞ DİNAMİĞİ

Bu bölümde, kullanılacak olan hava aracının matematiksel modelinin oluşturulmasından önce gerekli altyapıyı sağlamak amacıyla uçuş dinamiği ile ilgili temel kavramlara yer verilecektir. Bu kapsamda, uçuşun temel prensipleri, uçuş kontrol yüzeyleri ve kullanılacak olan referans sistemleri açıklanacaktır.

2.1 Uçağa Etki Eden Kuvvetler

Uçuş esnasında bir hava aracına etki eden dört temel kuvvet bulunmaktadır: taşıma kuvveti (lift, L), sürükleme kuvveti (drag, D), itki (thrust, T) ve ağırlık (weight, W) (Bkz. Şekil 2.1).



Şekil 2.1 Uçağa etki eden temel kuvvetler [28]

Uçuş dinamiği bağlamında iki temel problem tanımlanabilir: Bunlardan ilki, hava aracının yerçekimi kuvvetini dengeleyerek havada kalmasını sağlayacak yeterli büyüklükte bir taşıma kuvvetinin oluşturulmasıdır [28]. İkinci temel problem ise, hava aracının uçuş süresi boyunca aerodinamik ve dinamik olarak dengede kalmasının sağlanmasıdır.

2.1.1 Ağırlık (Weight)

Ağırlık, Dünya'nın uçak üzerindeki kütle çekimi etkisiyle oluşan kuvvettir ve yönü her zaman Dünya'nın merkezine doğrudur [29]. Ağırlığın büyüklüğü, uçağın tüm parçalarının kütlesi, yakıt miktarı ve taşıdığı yüklerin (yolcu, bagaj vb.) toplamına bağlıdır. Ağırlık uçak boyunca dağılmış olsa da çoğunlukla tek bir noktadan etkidiği düşünülür. Bu noktaya **ağırlık merkezi** (**center of gravity, CG**) denir. Uçuş esnasında uçak, bu merkez etrafında döner.

Uçağın ağırlığı (W), aşağıdaki denklem ile hesaplanır:

$$W = m \cdot g \tag{2.1}$$

Burada m uçağın toplam kütlesi (kg), g yerçekimi ivmesidir (m/s^2).

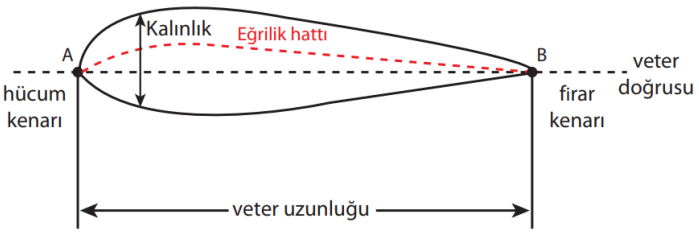
Uçuş esnasında yakıtın tüketilmesiyle birlikte uçağın toplam kütlesi azalmakta, buna bağlı olarak hem ağırlığın büyüklüğü hem de ağırlık merkezinin yeri değişmektedir. Bu değişim, uçağın denge durumunu (trim) bozabileceğinden, pilotun kontrol yüzeylerini sürekli olarak ayarlaması gerekir. Bu sayede uçak dengede kalır ve istenen uçuş karakteristikleri korunmuş olur.

2.1.2 Taşıma Kuvveti (Lift)

Ağırlık kuvvetini dengeleyebilmek için, uçağın zıt yönde bir kuvvet üretmesi gerekir. Bu kuvvet, *taşıma kuvvetidir*. Taşıma kuvveti, uçağın hava içerisindeki hareketiyle oluşan aerodinamik bir kuvvettir ve uçuş yönüne dik olarak etki eder. Uçağın her parçası taşımaya katkı sağlasa da bu kuvvetin büyük çoğunluğu kanatlar tarafından üretilir.

Taşıma kuvvetinin oluşumunu daha iyi kavrayabilmek amacıyla, bu kuvvetin ortaya çıkmasına doğrudan etki eden kanat profili yapısı ve aerodinamik karakteristikleri detaylandırılacaktır.

Kanatların, uçağın simetri düzlemine paralel bir düzlem ile kesilmesiyle elde edilen iki boyutlu şekle *kanat profili* (airfoil, aerofoil) adı verilir [28]. Şekil 2.2'de kanat profili geometrisi gösterilmiştir.



Şekil 2.2 Kanat profili geometrisi [28]

Uçuş doğrultusu dikkate alındığında, kanat profilinin akışla ilk temas eden en ön noktası *hücum kenarı* (leading edge), akış doğrultusundaki en arka noktası ise *fırar kenarı* (trailing edge) olarak adlandırılır. Hücum ve fırar kenarlarını birleştiren doğru *veter doğrusu* (chord line), bu iki kenar arasındaki doğrusal mesafe ise *veter uzunluğu* (chord length) olarak tanımlanır.

Uçuş esnasında, kanat profili hava akımına maruz kaldığında, atmosferik basınç kanadın üst ve alt yüzeylerine farklı şekillerde etki eder. Kanadın geometrik şekli, özellikle üst yüzeydeki eğrilik (kamburluk), hava parçacıklarının üst yüzey boyunca daha uzun bir yol kat etmesine neden olur [30]. Bu durum, Bernoulli prensibi uyarınca, üst yüzeydeki akış hızının artmasına ve buna bağlı olarak basıncın azalmasına yol açar. Alt yüzeyde ise hava daha kısa bir mesafeyi daha düşük hızla kat eder, bu da daha yüksek bir basınç oluşturur. Üst ve alt yüzeyler arasında oluşan bu basınç farkı, kanada yukarı yönlü uygulanan ve hava aracını havada tutan taşıma kuvvetini meydana getirir.

Taşıma kuvvetinin büyüklüğü, uçağın şekli, boyutu, hızı gibi çeşitli faktörlere bağlıdır. Taşıma kuvvetinin, *basınç merkezi* (*center of pressure*) adı verilen tek bir noktadan etkidiği düşünülür [30]. Bu nokta, ağırlık merkezine benzer şekilde tanımlanır ancak basınç dağılımı esas alınır. Taşıma kuvveti (L) şu denklemle hesaplanır:

$$L = \frac{1}{2}\rho {V_\infty}^2 S C_L \tag{2.2}$$

Burada:

- L : Taşıma kuvveti [N],
- ρ : Havanın yoğunluğu [$\mathrm{kg/m^3}$],
- V_∞ : Uçağın serbest akıştaki havaya göre göreli hızı [$\mathrm{m/s}$],
- S : Kanat yüzey alanı [$\mathrm{m^2}$],
- C_L : Taşıma katsayısı [–] (boyutsuz)

olarak tanımlanır.

2.1.3 Sürükleme Kuvveti (Drag)

Uçuş esnasında, hava uçağın hareketine karşı direnç uygular. Bu direnç kuvveti, aerodinamik bir kuvvet olan *sürükleme kuvvetidir* ve uçuş yönüne zıt olarak etki eder [29]. Taşıma kuvvetinde olduğu gibi, sürükleme kuvvetinin büyüklüğü de uçağın şekli, havanın viskozitesi ve uçağın hızı gibi faktörlere bağlıdır.

Sürükleme, uçağın her bir bileşeninden kaynaklanan sürükleme kuvvetlerinin toplamı olarak ele alınır. Toplam sürükleme kuvvetinin de basınç merkezi üzerinden etkidiği varsayılır. Sürükleme kuvveti (D) aşağıdaki denklemle ifade edilir:

$$D = \frac{1}{2}\rho {V_\infty}^2 S C_D \tag{2.3}$$

Burada:

- D : Sürükleme kuvveti [N],
- ρ : Havanın yoğunluğu [$\mathrm{kg/m^3}$],
- V_∞ : Uçağın havaya göre göreli hızı [$\mathrm{m/s}$],
- S : Kanat yüzey alanı [$\mathrm{m^2}$],
- C_D : Sürükleme katsayısı [–] (boyutsuz)

olarak tanımlanır.

2.1.4 İtki (Thrust)

Uçak, sürükleme kuvvetini yenebilmek için bir *itki kuvveti (T)* üretir. İtki, genellikle bir gaz kütlesinin nozülden yüksek hızla arkaya doğru atılması sonucu ortaya çıkan tepki kuvvetidir. Gaz arkaya doğru hızlandırıldığında, Newton'un Üçüncü Hareket Yasası olan *etki-tepki* (*action-reaction*) prensibine göre, motor zıt yönde ivmelenir ve uçak üzerinde ileri yönlü bir kuvvet meydana gelir [31]. Uçağın bu kuvvete vereceği tepki, üzerindeki diğer kuvvetlerin (taşıma, ağırlık ve sürükleme) büyüklük ve yönlerine bağlı olarak değişkenlik gösterir.

İtki kuvvetinin yönü, motorların uçağa monte edildikleri konum ve yönelime bağlıdır. Genellikle bu kuvvet, motor ekseni boyunca, yani gaz akışının çıkış doğrultusunda etki etmektedir. İtkinin büyüklüğü ise motor tipi, motor sayısı, gaz kolu (throttle) pozisyonu ve hava sıcaklığı, basınç, yoğunluk gibi çevresel koşullara bağlı olarak değişkenlik gösterir.

2.1.5 Kuvvetlerin Denge Durumu

Uçağın hava içerisindeki hareketi, yukarıda tanımlanan temel kuvvetlerin büyüklüklerine ve yönlerinin dengesine bağlıdır (Bkz. Tablo 2.1). Eğer kuvvetler dengedeyse, uçak sabit hızda seyir halindedir. Kuvvetler dengelenmediyse, uçak en büyük kuvvetin yönünde ivmelenir.

Tablo 2.1 Kuvvetler arasındaki ilişkiye göre uçağın davranışı [28]

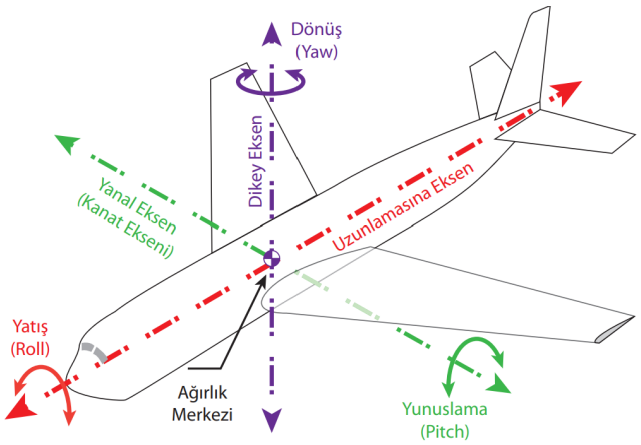
Kuvvet İlişkisi	Uçağın Dikey Davranışı	Kuvvet İlişkisi	Uçağın Yatay Davranışı
$L > W$	Uçak irtifa kazanır.	$T > D$	Uçak hız kazanır.
$L = W$	Uçak irtifasını korur.	$T = D$	Uçak sabit hızla uçar.
$L < W$	Uçak irtifa kaybeder.	$T < D$	Uçak hız kaybeder.

2.2 Uçuş Kontrol Yüzeyleri

Bir uçağın eksenleri, uçağın etrafında dönebildiği, ağırlık merkezi (CG) üzerinden geçen ve birbirine dik olan üç hayali doğrudur [29]. Uçağın üç boyutlu hareketini tanımlamada temel referans sistemini oluşturan bu eksenler aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. Uzunlamasına Eksen (Boylamasına / Longitudinal Axis)
2. Yanlamasına Eksen (Enlemesine / Lateral Axis)
3. Dikey Eksen (Dikine / Vertical Axis)

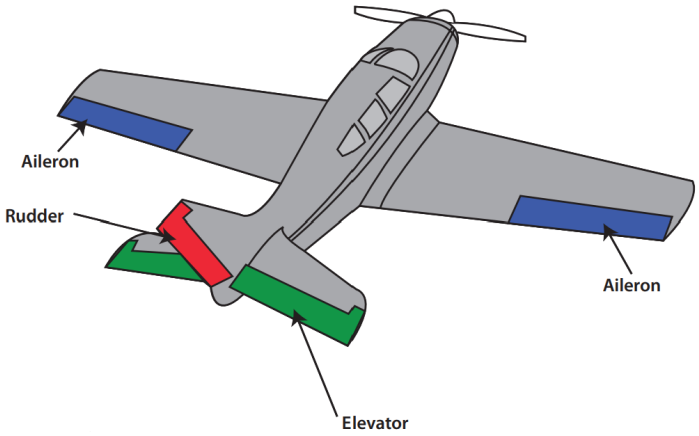
Şekil 2.3'te uçağın temel eksenleri ve bu eksenler etrafındaki hareketleri gösterilmiştir.



Şekil 2.3 Uçağın temel eksenleri ve bu eksenler etrafındaki hareketleri [28]

Uçağın temel eksenler etrafındaki hareketi, birincil uçuş kontrol yüzeyleri ile gerçekleştirilir (Bkz. Şekil 2.4). Bu yüzeyler, uçağın ağırlık merkezi etrafında moment oluşturarak hem yönlendirme hem de uçuş dengesinin sağlanmasına olanak tanır [28]. Uçuşun güvenli ve kararlı bir şekilde sürdürülebilmesi açısından bu kontrol yüzeylerinin etkin şekilde kullanılması kritik öneme sahiptir. Birincil uçuş kontrol yüzeyleri, aşağıda sıralanmıştır:

1. Elevatör (İrtifa dümeni)
2. Aileronlar (Kanatçıklar)
3. Rudder (İstikamet dümeni)



Şekil 2.4 Birincil uçuş kontrol yüzeyleri [29]

Uçağın üç temel ekseni ile bu eksenlere ait konum, hareket türü ve kontrol yüzeyleri aşağıda detaylandırılmıştır:

Uzunlamasına Eksen :

- Uçağın burnundan kuyruğuna doğru uzanır.
- Bu eksen etrafındaki dönme hareketi *yatış* (roll) olarak adlandırılır.
- Yatış hareketi, kanatlar üzerindeki *kanatçıklar* (aileron) ile kontrol edilir.

Yanlamasına Eksen:

- Uçağın bir kanat ucundan diğerine doğru uzanır.
- Bu eksen etrafındaki dönme hareketi *yunuslama* (pitch) olarak adlandırılır.
- Yunuslama hareketi, yatay stabilize üzerindeki *irtifa dümeni* (elevator) ile kontrol edilir.

Dikey Eksen:

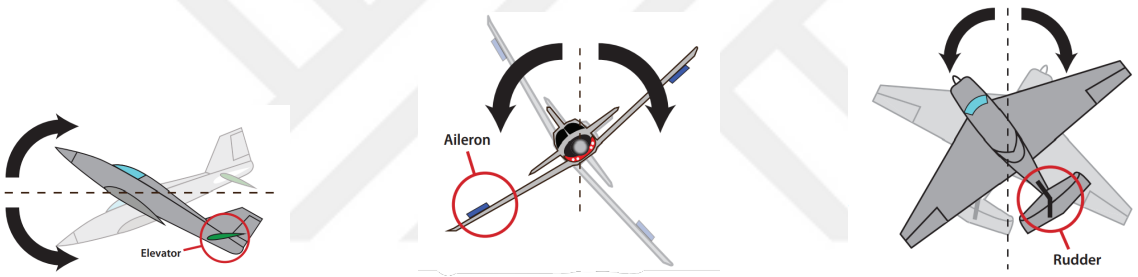
- Boylamasına ve enlemesine eksenlerin oluşturduğu düzleme dik olarak, uçağın üst kısmından alt kısmına doğru uzanır.

- Bu eksen etrafındaki dönme hareketi *sapma* (yaw) olarak adlandırılır.
- Sapma hareketi, dikey stabilize üzerindeki *istikamet dümeni* (rudder) ile kontrol edilir.

Şekil 2.5 ve Tablo 2.2'de uçağın ilgili eksendeki hareketi ve bu eksende etkin olan kontrol yüzeyleri detaylandırılmıştır:

Tablo 2.2 Kontrol yüzeyleri, uçak hareketleri ve ilgili eksenler

Birincil Kontrol Yüzeyi	**Uçak Hareketi**	**Dönme Ekseni**
Aileron	Yatış (Roll)	Uzunlamasına Eksen
Elevator	Yunuslama (Pitch)	Yanlamasına Eksen
Rudder	Sapma (Yaw)	Dikey Eksen



Şekil 2.5 Elevatör, aileron ve rudder kontrol yüzeyleri [29]

2.3 Referans Sistemler ve Eksen Takımları

Bu bölümden sonra uçağın hareket denklemleri elde edilecektir. Dolayısıyla kullanılacak olan referans sistemlerinin önceden tanıtılması matematiksel modelin kurulabilmesi için gerekli altyapıyı sağlayacaktır.

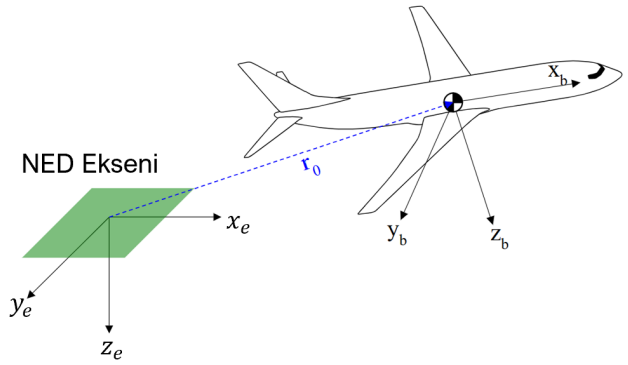
Eylemsiz Referans Sistemi (Inertial Reference Frame): Newton'un hareket yasalarının doğrudan geçerli olduğu, sabit bir referans sistemidir. Dünya'nın dönme hızının uçağın dönme hızına kıyasla ihmal edilebilir düzeyde küçük olması sebebiyle, analizlerde Dünya eksen sisteminin eylemsiz bir referans sistemi olduğu varsayılmaktadır [4]. Bu referans sisteminde farklı koordinat sistemleri tanımlanabilir.

Yere Bağlı Eksen Takımı (Earth-Fixed Axis, NED): Dünya eksen takımının (Earth axes system) orijini, yeryüzünün yüzeyinde tanımlanmıştır [4]. Bu eksen takımında, x_e ekseni kuzey (N) yönünü, y_e ekseni doğu (E) yönünü, z_e ekseni ise yerin merkezine doğru aşağı (D) yönünü

gösterir. Bu eksen takımı, Dünya'ya sabitlenmiştir ve literatürde sıklıkla **NED (North-East-Down)** eksen takımı olarak adlandırılır. Newton yasalarının geçerli olduğu eylemsiz referans sisteminde tanımlanmış bir eksen takımı olarak kullanılmaktadır.

Gövde Eksen Takımı (Body-Fixed): Uçağın ağırlık merkezi orijin kabul edilerek tanımlanan bu eksen takımı, sağ el kuralına uygun ve ortogonal bir koordinat sistemidir [4]. Bu eksen takımı uçağa sabittir ve onunla birlikte hareket eder. x_b ekseni uçağın burun doğrultusunu, y_b ekseni sağ kanat yönünü ve z_b ekseni ise düz uçuş sırasında aşağıyı gösterecek şekilde tanımlanır.

Uçağın gövde eksen takımı ve yere bağlı eksen takımı Şekil 2.6'de gösterilmiştir.



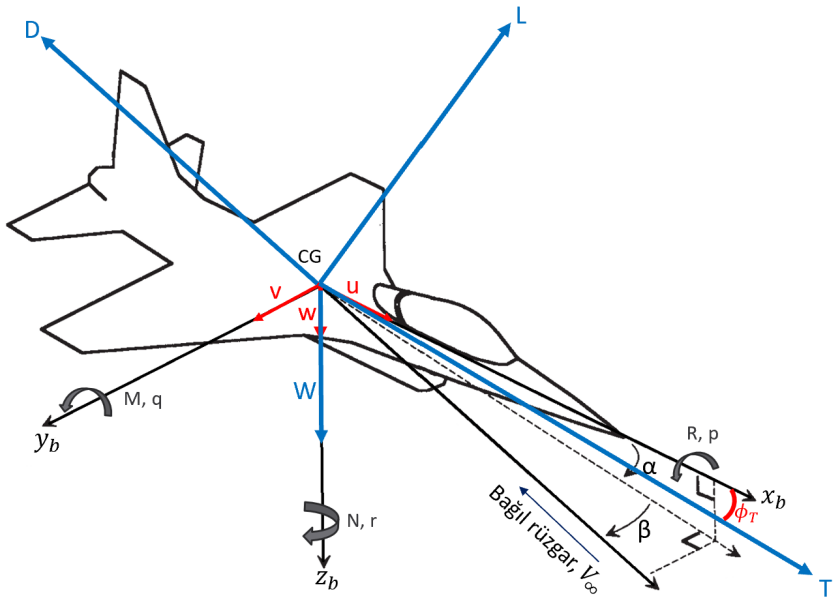
Şekil 2.6 Uçağın gövde eksen takımı ve yere bağlı eksen takımının gösterimi [32]

2.4 Hareket Değişkenleri

Uçağın doğrusal hızları gövde eksen takımında sırasıyla u, v, w bileşenleriyle ifade edilirken; açısal hızlar p (roll rate, yalpalama hızı), q (pitch rate, yunuslama hızı) ve r (yaw rate, sapma hızı) şeklinde tanımlanır. Benzer şekilde, dış kuvvetlerin gövde ekseni sistemindeki bileşenleri X, Y, Z; momentler ise R (roll moment, yalpalama momenti), M (pitch moment, yunuslama momenti), N (yaw moment, sapma momenti) olarak gösterilir. Bu bileşenler, uçağın altı serbestlik derecesine sahip hareketinin matematiksel olarak ifade edilmesinde kullanılan *Newton-Euler denklemleri* içerisinde yer alır. Hava aracının hareket denklemleri Bölüm 3'te elde edilecektir.

Bu bilgiler ışığında, uçağın gövde eksen takımındaki hız, kuvvet ve moment bileşenleri Şekil 2.7 ve Tablo 2.3 ile özetlenmiştir.

Not: Bu aşamada, taşıma, sürükleme ve itki kuvvetlerinin gövde eksen takımına dönüşümleri yapılmamıştır. Bölüm 3'te tanımlanacak dönüşüm matrisleri yardımıyla bu dönüşüm işlemi ayrıntılı şekilde ele alınacaktır.



Şekil 2.7 Uçağın gövde eksen takımındaki hız, kuvvet ve momentleri [33]

Tablo 2.3 Gövde eksen takımına göre uçuş dinamiği bileşenleri

Kategori	x_b **(Uzunlamasına)**	y_b **(Enlemesine)**	z_b **(Dikey)**
Doğrusal Hızlar	u	v	w
Açısal Hızlar	p	q	r
Kuvvetler	X	Y	Z
Momentler	R	M	N

Bu temel tanımların ardından, uçağın hava ile ilişkili hız ve açı değişkenleri aşağıda açıklanmıştır.

Gerçek Hava Hızı (True Airspeed, V_{TAS}):
Gerçek hava hızı, uçağın hava kütlesine göre gerçek bağıl hızıdır [33]. V_{TAS} ile yer hızı (ground speed, V_g) arasındaki ilişki 2.4'de olduğu gibi tanımlanır. Burada V_w rüzgar hızıdır.

$$V_{\text{TAS}} = V_g - V_w \tag{2.4}$$

Gerçek hava hızı ayrıca gövde eksen takımındaki hız bileşenlerinin vektörel toplamı olarak şu şekilde hesaplanabilir:

$$V_{TAS} = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \tag{2.5}$$

Hücum Açısı (Angle of Attack, AOA):
Bağıl rüzgar hızı (V_∞) ile uçağın x yönündeki gövde ekseni (x_b) arasında, uçağın simetri düzlemi olan $x_b z_b$ düzleminde oluşan açı, **hücum açısı** olarak tanımlanır ve α ile gösterilir [33]. Bağıl rüzgar, uçağın alt tarafından geldiğinde α yönü pozitiftir (Bkz. Şekil 2.7).

Hücum açısı, hız bileşenleri kullanılarak aşağıdaki bağıntıyla hesaplanabilir:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{w}{u}\right) \tag{2.6}$$

Yana Kayma Açısı (Angle of Sideslip, AOS):
Bağıl rüzgar hızı (V_∞) ile uçağın x yönündeki gövde ekseni (x_b) arasında, $x_b y_b$ düzleminde oluşan açı, **yana kayma açısı** olarak tanımlanır ve β ile gösterilir [33]. Bağıl rüzgar, uçağın sağ tarafından geldiğinde β yönü pozitiftir (Bkz. Şekil 2.7).

Yana kayma açısı, aşağıdaki bağıntıyla hesaplanır:

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{v}{V_{TAS}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{v}{\sqrt{u^2 + w^2}}\right) \tag{2.7}$$

3
HAVA ARACI BENZETİM MODELİNİN OLUŞTURULMASI

Bir uçak modeli; atmosferik koşullar, kütle ve atalet özellikleri, aerodinamik kuvvet ve momentler, itki sistemi, iniş takımları, aktüatörler, sensörler, uçuş kontrol sistemi ve hareket denklemleri (Equations of Motion, EOM) gibi çeşitli alt sistemlerin bütünleşik bir yapısından oluşmaktadır [33].

Bu çalışmada, iniş ve kalkışa ilişkin herhangi bir analiz gerçekleştirilmediğinden dolayı iniş takımı modele dahil edilmemiştir. Ayrıca, analizler açık çevrim sistem üzerinden gerçekleştirildiği için sensör, aktüatör ve uçuş kontrol sistemi gibi geri besleme elemanlarının modellenmesine ihtiyaç duyulmamıştır. Bununla birlikte, bu bileşenlerin genel uçuş kontrolü ve operasyonu açısından kritik roller üstlendiği unutulmamalıdır.

Çalışma kapsamında, MATLAB/Simulink ortamında geliştirilmiş olan bir F-16 jet uçağına ait matematiksel model kullanılmıştır [34].

3.1 Atmosfer Modeli

Bu bölümde, uçuş ortamını temsil eden atmosfer modelinin tanımı ve hesaplamaları sunulmaktadır. Modelin amacı, irtifaya bağlı olarak değişen sıcaklık, basınç, yoğunluk, ses hızı ve hava hızı gibi fiziksel büyüklüklerin hesaplanmasıdır.

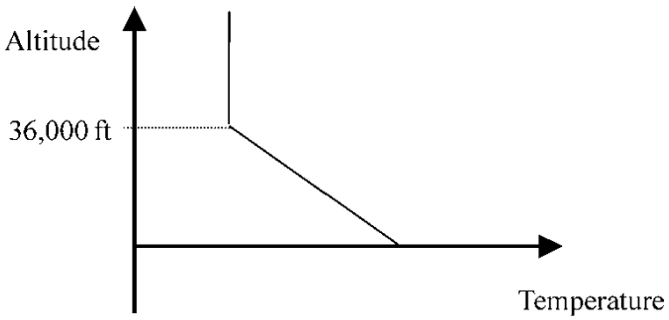
Çevresel faktörlerin hava aracının matematiksel modeline dahil edilmesiyle birlikte; hava yoğunluğu, sıcaklık ve basınçtaki değişimlerin uçağın davranışı ve performansı üzerindeki etkileri detaylı biçimde analiz edilebilmektedir. Böylece, farklı atmosferik koşullar altında gerçekleştirilen uçuş senaryoları daha gerçekçi biçimde simüle edilebilmektedir.

Havacılık uygulamalarında farklı sistemlerin karşılaştırılabilirliğini ve standartlaşmayı sağlamak amacıyla, 1976 yılında “U.S. Standard Atmosphere” modeli geliştirilmiş ve yaygın biçimde kullanılmaya başlanmıştır [35].

3.1.1 Standart Atmosfer

Standart atmosfer modeli, irtifaya bağlı olarak, sıcaklık, basınç, yoğunluk ve viskozite gibi atmosferik özelliklerin değişimini ampirik olarak tanımlar. Bu model, sıcaklığın irtifaya göre dağılımını esas alarak atmosferi iki ana bölgeye ayırır (Şekil 3.1):

1. Troposfer: Sıcaklığın irtifa ile doğrusal olarak azaldığı alt atmosfer bölgesidir.
2. İzotermal stratosfer: Sıcaklığın sabit kaldığı üst atmosfer bölgesidir. Bu bölge, yaklaşık 36.000 ft ile 82.000 ft arası irtifaları kapsar.



Şekil 3.1 Standart atmosferde sıcaklık dağılımı [35]

İrtifaya bağlı sıcaklık ve basınç oranlarını hesaplayabilmek amacıyla geliştirilmiş ampirik oran denklemleri Tablo 3.1'de verilmiştir:

Tablo 3.1 1962 ABD Standart Atmosfer Modeli için ampirik oran denklemleri

İrtifa Aralığı [ft]	**Sıcaklık Oranı** (θ)	**Basınç Oranı** (δ)	**Yoğunluk Oranı** (σ)
$h \leq 36{,}089$	$\theta = 1 - 6.875 \times 10^{-6}\, h$	$\delta = \left(1 - 6.875 \times 10^{-6}\, h\right)^{5.2561}$	$\sigma = \frac{\delta}{\theta}$
$36{,}089 < h < 65{,}600$	$\theta = 0.75189$	$\delta = 0.2234 \cdot e^{4.806 \times 10^{-5} \cdot (36{,}089 - h)}$	$\sigma = \frac{\delta}{\theta}$

Bu oranlar yardımıyla, belirli bir irtifadaki temel atmosferik büyüklükler aşağıdaki eşitliklerle hesaplanabilir:

- **Sıcaklık:**

$$T = \theta \cdot T_0 \tag{3.1}$$

- **Yoğunluk:**

$$\rho = \sigma \cdot \rho_0 \tag{3.2}$$

- **Statik Basınç:**

$$P_s = \delta \cdot P_0 \tag{3.3}$$

- **Dinamik Basınç:**

$$q_c = \frac{1}{2}\rho V_{TAS}^2 \tag{3.4}$$

Temel atmosferik büyüklükler belirlendikten sonra, uçağın hızı Mach sayısı cinsinden ifade edilebilir. Bu kapsamda öncelikle ses hızı tanımlanacak, ardından Mach sayısının hesaplanmasına geçilecektir.

Ses Hızı: Ses hızı, ortamın mutlak sıcaklığına bağlı olarak aşağıdaki eşitlikle hesaplanır:

$$a = \sqrt{\gamma R T} \tag{3.5}$$

Burada:

- a: Ses hızı [m/s],
- γ: Havanın izentropik özgül ısı oranı ($\gamma = 1.4$),
- R: Gaz sabiti ($R = 287\,\text{J/(kg·K)}$),
- T: Mutlak sıcaklık [K]

olarak tanımlanır.

Mach Sayısı: Mach sayısı, bir cismin bulunduğu ortamdaki ses hızına göre hareket hızını ifade eden boyutsuz bir büyüklüktür. (3.6) ile hesaplanır:

$$M = \frac{V_{TAS}}{a} \tag{3.6}$$

Burada:

- M: Mach sayısı (boyutsuz),
- V_{TAS}: Gerçek hava hızı [m/s],
- a: Bulunulan irtifadaki ses hızı [m/s]

olarak tanımlanır.

Deniz seviyesinde ($h = 0$ ft) geçerli olan standart atmosfer değerleri Tablo 3.2'de verilmiştir:

Tablo 3.2 Deniz seviyesi (0 m) için standart atmosfer değerleri

Sembol	Tanım	Değer
T_0	Sıcaklık [K]	288.15
p_0	Basınç [Pa]	101325
ρ_0	Yoğunluk [kg/m^3]	1.225
a_0	Ses hızı [m/s]	340.3
μ_0	Dinamik viskozite [kg/(m·s)]	1.789×10^{-5}

3.2 Kütle ve Atalet Modeli

Kütle ve atalet modeli, uçağın toplam kütlesini, kütlenin uçak içerisindeki dağılımını (yani ağırlık merkezinin konumunu) ve atalet özelliklerini tanımlar. Bu model, uçuş dinamiği analizlerinde gerekli olan kütle parametrelerinin sistematik biçimde tanımlanmasını sağlar. Hesaplamaların sadeleştirilmesi amacıyla, bu modelde iki temel varsayım yapılmıştır:

- Uçağın toplam kütlesinin analiz veya uçuş senaryosu boyunca sabit kaldığı kabul edilmiştir.
- Uçağın xz düzlemine göre simetrik olduğu kabul edilmiştir. Bu varsayım, I_{xy} ve I_{yz} atalet çarpanlarının sıfır olduğu kabulüne dayanır ve dönme dinamiklerine ilişkin hesaplamaları basitleştirir.

Atalet momentleri, bir cismin belirli eksenler etrafındaki dönme hareketine karşı gösterdiği direnci ifade eder. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \int (y^2 + z^2)\, dm \\ I_{yy} &= \int (x^2 + z^2)\, dm \\ I_{zz} &= \int (x^2 + y^2)\, dm \end{aligned} \tag{3.7}$$

Burada:

- I_{xx} : x ekseni etrafındaki dönmeye karşı atalet momenti,

- I_{yy} : y ekseni etrafındaki dönmeye karşı atalet momenti,
- I_{zz} : z ekseni etrafındaki dönmeye karşı atalet momentidir.

Atalet çarpanları ise kütle dağılımının simetrisiyle ilişkili çapraz bileşenlerini temsil eder ve aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$I_{xy} = \int xy\, dm \qquad I_{xz} = \int xz\, dm \qquad I_{yz} = \int yz\, dm \tag{3.8}$$

Simetrik yapıya sahip hava araçlarında bu çarpanlar sıfır kabul edilir: $I_{xy} = I_{yz} = 0$.

Hava aracının gövde eksen takımındaki atalet tensörü ise aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}_{\text{Body}} \tag{3.9}$$

Uçağın kütlesi ve atalet momentlerinin değerleri Ek'te sunulan Tablo A.1'de verilmiştir.

3.3 Aerodinamik Modeli

Aerodinamik blok, F-16 uçağının rüzgar tüneli testi sonucunda elde edilen aerodinamik veri tabanı kullanılarak oluşturulmuştur [34]. Veri tabanında, aerodinamik kuvvet ve moment katsayıları uçağın gövde eksen takımı etrafında tanımlanmıştır. Bu katsayılar hücum açısı (α), yana kayma açısı (β), kontrol yüzeyi bükümleri $(\delta_a, \delta_e, \delta_r,)$ ve gövde açısal hızlarına (p, q, r) bağlı tablolardır. Veri tabanında Mach limiti 0.6, hücum açısı limitleri ($-20^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$) ve yana kayma açısı limitleri ($-30^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$)'dir.

Türevsel Katsayılar Hakkında Bu çalışmada kullanılan aerodinamik türev katsayıları, kontrol yüzeyi bükümleri, açısal hızlar ve diğer uçuş parametrelerinin aerodinamik kuvvet ve moment katsayıları üzerindeki etkilerini ifade etmektedir. Bu tür katsayılar genel olarak $\dfrac{\partial C}{\partial x}$ biçiminde tanımlanır ve C ile gösterilen boyutsuz kuvvet veya moment katsayısının, x ile ifade edilen bir kontrol girdisi veya hareket değişkenine göre türevini temsil eder.

Örneğin:

- $C_{Y_{\delta_a}}$: Aileron (δ_a) kontrol girdisinin yanal kuvvet katsayısı (C_Y) üzerindeki etkisi,

- C_{N_r} : Sapma açısal hızı (r) değişiminin sapma moment katsayısı (C_N) üzerindeki etkisi,
- C_{M_α} : Hücum açısının (α), yunuslama momenti katsayısı (C_M) üzerindeki etkisi

Bu tür türev katsayıları genel olarak C_{x_y} biçiminde kısaltılarak gösterilmektedir. Burada x, ilgili kuvvet veya moment katsayısını, y ise ilgili parametreyi temsil eder. Tüm bu semboller, ilgili denklemler içerisinde bağlamlarına uygun şekilde tanımlanmış ve kullanılmıştır.

Tanımlanan bu türev katsayıların bir araya getirilmesiyle, toplam aerodinamik kuvvet ve moment katsayıları elde edilebilmektedir. Aşağıda, F-16 uçağı için, eksen bazında tanımlanan bu katsayıların hesaplamalarına yer verilmektedir.

X-Ekseni Kuvvet Katsayısı (C_{X_T})

$$\begin{aligned} C_{X_T} = C_X(\alpha, \beta, \delta_e) &+ \delta C_{X_{LEF}} \left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right) \\ &+ \frac{q\bar{c}}{2V_T} \left[C_{X_q}(\alpha) + \delta C_{X_{q_{LEF}}}(\alpha) \left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right)\right] \end{aligned} \tag{3.10}$$

Burada:

$$\delta C_{X_{LEF}} = C_{X_{LEF}}(\alpha, \beta) - C_X(\alpha, \beta, \delta_e = 0^\circ)$$

olarak tanımlanır.

Y-Ekseni Kuvvet Katsayısı (C_{Y_T})

$$\begin{aligned} C_{Y_T} = C_Y(\alpha, \beta) &+ \delta C_{Y_{\text{LEF}}} \left(1 - \frac{\delta_{\text{LEF}}}{25}\right) \\ &+ \left[\delta C_{Y_{\delta_a}} + \delta C_{Y_{\delta_a \text{LEF}}} \left(1 - \frac{\delta_{\text{LEF}}}{25}\right)\right] \left(\frac{\delta_a}{20}\right) \\ &+ \delta C_{Y_{\delta_r}} \left(\frac{\delta_r}{30}\right) \\ &+ \frac{rb}{2V_T} \left[C_{Y_r}(\alpha) + \delta C_{Y_{r\text{LEF}}}(\alpha) \left(1 - \frac{\delta_{\text{LEF}}}{25}\right)\right] \\ &+ \frac{pb}{2V_T} \left[C_{Y_p}(\alpha) + \delta C_{Y_{p\text{LEF}}}(\alpha) \left(1 - \frac{\delta_{\text{LEF}}}{25}\right)\right] \end{aligned} \tag{3.11}$$

Burada:

$$
\begin{aligned}
\delta C_{Y_{LEF}} &= C_{Y_{LEF}}(\alpha,\beta) - C_Y(\alpha,\beta) \\
\delta C_{Y_{\delta_a}} &= C_{Y_{\delta_a}}(\alpha,\beta) - C_Y(\alpha,\beta) \\
\delta C_{Y_{\delta_a LEF}} &= C_{Y_{\delta_a LEF}}(\alpha,\beta) - C_{Y_{LEF}}(\alpha,\beta) - \delta C_{Y_{\delta_a}} \\
\delta C_{Y_{\delta_r}} &= C_{Y_{\delta_r}}(\alpha,\beta) - C_Y(\alpha,\beta)
\end{aligned}
$$

olarak tanımlanır.

Z-Ekseni Kuvvet Katsayısı (C_{Z_T})

$$
\begin{aligned}
C_{Z_T} = C_Z(\alpha,\beta,\delta_e) &+ \delta C_{Z_{LEF}} \left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right) \\
&+ \frac{q\bar{c}}{2V_T}\left[C_{Z_q}(\alpha) + \delta C_{Z_{qLEF}}(\alpha)\left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right)\right]
\end{aligned}
\tag{3.12}
$$

Burada,

$$
\delta C_{Z_{LEF}} = C_{Z_{LEF}}(\alpha,\beta) - C_Z(\alpha,\beta,\delta_e = 0^\circ)
$$

olarak tanımlanır.

Yatış Momenti Katsayısı (C_{R_T})

$$
\begin{aligned}
C_{R_T} = C_R(\alpha,\beta,\delta_e) &+ \delta C_{R_{LEF}} \left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right) \\
&+ \left[\delta C_{R_{\delta_a}} + \delta C_{R_{\delta_a LEF}}\left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right)\right]\left(\frac{\delta_a}{20}\right) \\
&+ \delta C_{R_{\delta_r}}\left(\frac{\delta_r}{30}\right) \\
&+ \frac{rb}{2V_T}\left[C_{R_r}(\alpha) + \delta C_{R_{rLEF}}(\alpha)\left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right)\right] \\
&+ \frac{pb}{2V_T}\left[C_{R_p}(\alpha) + \delta C_{R_{pLEF}}(\alpha)\left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right)\right] \\
&+ \delta C_{R_\beta}(\alpha)\,\beta
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

Burada,

$$
\begin{aligned}
\delta C_{R_{LEF}} &= C_{R_{LEF}}(\alpha,\beta) - C_R(\alpha,\beta,\delta_e = 0^\circ) \\
\delta C_{R_{\delta_a}} &= C_{R_{\delta_a}}(\alpha,\beta) - C_R(\alpha,\beta,\delta_e = 0^\circ) \\
\delta C_{R_{\delta_a LEF}} &= C_{R_{\delta_a LEF}}(\alpha,\beta) - C_{R_{LEF}}(\alpha,\beta) - \delta C_{R_{\delta_a}} \\
\delta C_{R_{\delta_r}} &= C_{R_{\delta_r}}(\alpha,\beta) - C_R(\alpha,\beta,\delta_e = 0^\circ)
\end{aligned}
$$

olarak tanımlanır.

Yunuslama Momenti Katsayısı (C_{M_T})

$$\begin{aligned} C_{M_T} = {} & C_M(\alpha,\beta,\delta_e) + C_{Z_T}\left[x_{cg_r} - x_{cg}\right] + \delta C_{M_{LEF}}\left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right) \\ & + \frac{q\bar{c}}{2V_T}\left[C_{M_q}(\alpha) + \delta C_{M_{qLEF}}(\alpha)\left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right)\right] \\ & + \delta C_{M_\alpha}(\alpha) + \delta C_{M_{ds}}(\alpha,\delta_e) \end{aligned} \tag{3.14}$$

Burada,

$$\delta C_{M_{LEF}} = C_{M_{LEF}}(\alpha,\beta) - C_M(\alpha,\beta,\delta_e = 0^\circ)$$

olarak tanımlanır.

Sapma Momenti Katsayısı (C_{N_T})

$$\begin{aligned} C_{N_T} = {} & C_N(\alpha,\beta,\delta_e) + \delta C_{N_{LEF}}\left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right) \\ & + \left[\delta C_{N_{\delta_a}} + \delta C_{N_{\delta_a LEF}}\left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right)\right]\left(\frac{\delta_a}{20}\right) \\ & + \delta C_{N_{\delta_r}}\left(\frac{\delta_r}{30}\right) \\ & + \frac{rb}{2V_T}\left[C_{N_r}(\alpha) + \delta C_{N_{rLEF}}(\alpha)\left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right)\right] \\ & + \frac{pb}{2V_T}\left[C_{N_p}(\alpha) + \delta C_{N_{pLEF}}(\alpha)\left(1 - \frac{\delta_{LEF}}{25}\right)\right] \\ & + \delta C_{N_\beta}(\alpha)\,\beta - C_{Y_T}\left[x_{cg_r} - x_{cg}\right]\frac{\bar{c}}{b} \end{aligned} \tag{3.15}$$

Burada,

$$\begin{aligned} \delta C_{N_{LEF}} &= C_{N_{LEF}}(\alpha,\beta) - C_N(\alpha,\beta,\delta_e = 0^\circ) \\ \delta C_{N_{\delta_a}} &= C_{N_{\delta_a}}(\alpha,\beta) - C_N(\alpha,\beta,\delta_e = 0^\circ) \\ \delta C_{N_{\delta_a LEF}} &= C_{N_{\delta_a LEF}}(\alpha,\beta) - C_{N_{LEF}}(\alpha,\beta) - \delta C_{N_{\delta_a}} \\ \delta C_{N_{\delta_r}} &= C_{N_{\delta_r}}(\alpha,\beta) - C_N(\alpha,\beta,\delta_e = 0^\circ) \end{aligned}$$

olarak tanımlanır.

Tanımlanan boyutsuz eksenel kuvvet ve moment katsayılarının tamamı hesaplandıktan sonra, bunların fiziksel kuvvet ve moment karşılıkları aşağıdaki ifadelerle elde edilir:

$$
\begin{aligned}
F_{A_x} &= q_c \cdot S_{ref} \cdot C_{X_\mathrm{T}} \\
F_{A_y} &= q_c \cdot S_{ref} \cdot C_{Y_\mathrm{T}} \\
F_{A_z} &= q_c \cdot S_{ref} \cdot C_{Z_\mathrm{T}} \\
R_A &= q_c \cdot S_{ref} \cdot b \cdot C_{R_\mathrm{T}} \\
M_A &= q_c \cdot S_{ref} \cdot \bar{c} \cdot C_{M_\mathrm{T}} \\
N_A &= q_c \cdot S_{ref} \cdot b \cdot C_{N_\mathrm{T}}
\end{aligned}
\tag{3.16}
$$

Burada S_{ref} referans kanat alanını, b kanat açıklığını ve $\bar{c}$ ise ortalama aerodinamik kord (veter) uzunluğunu ifade etmektedir. Bu çalışmada kullanılan tüm kanat geometrisi parametreleri ve kontrol yüzeyi büküm limitleri, Ek'te sunulan Tablo A.1'de verilmiştir.

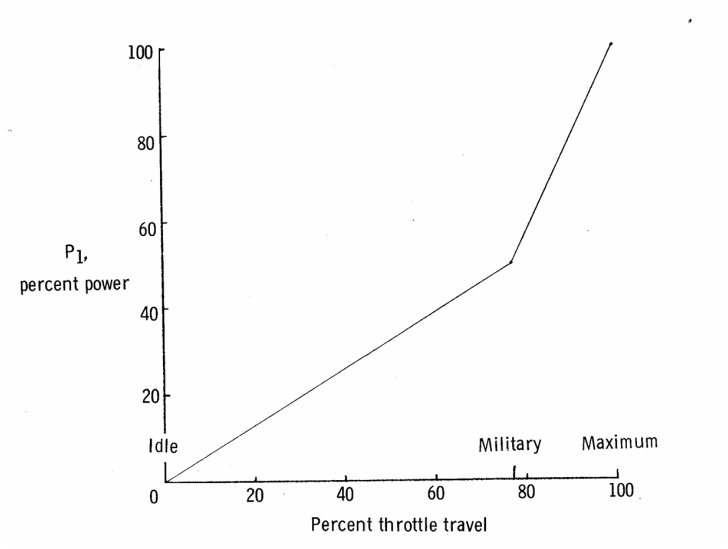
3.4 Motor Modeli

Motor modeli, uçağın hareketi için gerekli olan gücü üreten itki sistemini temsil eder. Bu sistem, uçuş sırasında oluşan kuvvet ve momentlere doğrudan katkıda bulunur. Dolayısıyla uçağın ivmelenmesi, hızı ve tırmanma/alçalma oranı üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. İtki sisteminin modellenmesiyle, uçağın motor karakteristikleri doğru biçimde simüle edilebilmektedir.

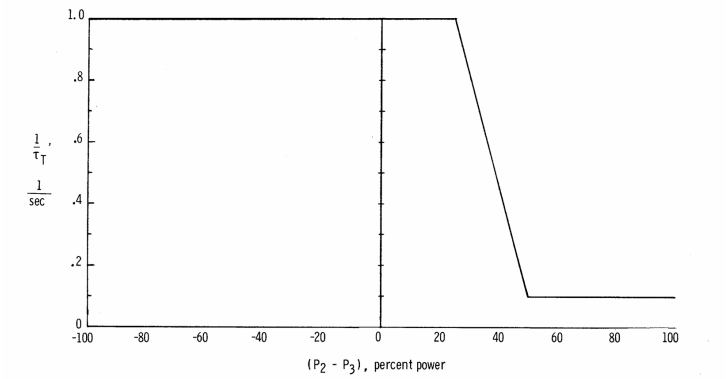
Bu çalışmada kullanılan motor modeli, [34]'de verilen bağıntılar temel alınarak oluşturulmuştur. Modelin girdileri; gaz kolu pozisyonu (δ_{thr}), irtifa (h) ve Mach sayısıdır. Modelin çıktısı olan itki kuvveti ve momentleri, uçağın gövde eksen takımında tanımlanmıştır. Motor verileri, Mach sayısı aralığı $[0.2,\ 1.0]$ ve irtifa aralığı $[0,\ 50000]$ feet olacak şekilde tanımlanmış olup, bu sınırlar içerisinde geçerlidir.

Pilot tarafından motora kontrol komutu olarak gaz kolu pozisyonu bilgisi gönderilir. Gaz kolu pozisyonu ile komut edilen motor güç seviyesi (P_1) arasında doğrusal bir ilişki vardır. Bu ilişki, $\delta_{thr} = 0.77$ seviyesinde motorun seyir (military) güç seviyesine ulaşmasıyla eğimi değişen bir yapıya sahiptir (Şekil 3.2).

Uçağın komut edilen motor gücüne verdiği tepki, birinci dereceden gecikme (first-order lag) modeliyle temsil edilir. Bu modelin zaman sabiti (τ), hem motorun mevcut güç seviyesi (P_3) hem de komut edilen güç seviyesi (P_1) ile ilişkilidir (Şekil 3.3). Bu ilişki (3.18)'de verilmiştir.



Şekil 3.2 Gaz kolu ayarına göre motor güç seviyesinin değişimi [34]



Şekil 3.3 İtki zaman sabitinin tersinin artımlı güç komutu ile değişimi [34]

$$P_2 = \begin{cases} P_1, & \text{eğer } P_1 < 50 \text{ ve } P_3 < 50 \\ 40, & \text{eğer } P_1 < 50 \text{ ve } P_3 \geq 50 \\ 60, & \text{eğer } P_1 \geq 50 \text{ ve } P_3 < 50 \\ P_1, & \text{eğer } P_1 \geq 50 \text{ ve } P_3 \geq 50 \end{cases} \tag{3.17}$$

İtki zaman sabiti, (3.17) ve (3.18) kullanılarak hesaplanır.

$$\frac{1}{T_r} = \begin{cases} 5, & \text{eğer } P_3 \geq 50 \\ 1, & \text{eğer } P_2 - P_3 \leq 25 \\ 0.1, & \text{eğer } P_2 - P_3 \geq 50 \\ 1.9 - 0.036(P_2 - P_3), & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \tag{3.18}$$

Motorun mevcut güç seviyesi, (3.19) ile hesaplanır:

$$\dot{P}_3 = \frac{1}{T_r}(P_2 - P_3), \qquad P_3 = \int \dot{P}_3 \, dt \tag{3.19}$$

Son olarak, motorun mevcut gücünden üretilen gerçek itki F_T, (3.3) ile hesaplanır. Nihai itki, mevcut güç seviyesi P_3, Mach sayısı ve irtifa değerlerine bağlıdır. Motorun hangi güç seviyesinde çalıştığına (boşta [idle], seyir [military] veya maksimum) göre bu verileri içeren üç ayrı tablo kullanılır 3.3.

$$F_T = \begin{cases} T_{\text{idle}} + (T_{\text{mil}} - T_{\text{idle}}) \cdot \frac{P_3}{50}, & \text{if } P_3 < 50 \\ T_{\text{mil}} + (T_{\text{max}} - T_{\text{mil}}) \cdot \frac{P_3 - 50}{50}, & \text{if } P_3 \geq 50 \end{cases} \tag{3.20}$$

Tablo 3.3 Farklı irtifa ve Mach sayıları için itki değerleri [34]

Mach	**İrtifa** [m]					
	0	**3048**	**6096**	**9144**	**12192**	**15240**
T_{idle} [N]						
0.2	2824	1890	3069	4492	5916	7562
0.4	267	111	1535	3358	5026	6783
0.6	-4537	-3158	-1334	1557	4048	6049
0.8	-12010	-8451	-5782	-1099	2669	4893
1.0	-16013	-6227	-2647	-1521	-890	3114
T_{mil} [N]						
0.2	56401	40699	28080	17970	10987	6227
0.4	56089	41420	29401	19082	11565	6939
0.6	56223	43764	31536	20728	12632	7384
0.8	55111	45263	34472	23663	14456	8585
1.0	51953	43804	35806	27133	16902	10275
T_{max} [N]						
0.2	95276	69834	49929	32573	19727	11565
0.4	100970	74993	54488	36269	22240	12610
0.6	107820	84112	61204	41300	25354	14300
0.8	115959	93742	71057	49440	30513	17570
1.0	128485	103723	81398	59977	38440	22494

3.5 Hareket Denklemleri

Hareket Denklemleri (Equations of Motion, EOM) modeli, uçağın hareketini tanımlayan ve durum değişkenlerini içeren uçuş dinamiği denklemlerinden oluşur. Diğer tüm alt sistem modelleri (aerodinamik, motor, atmosfer ve kütle atalet özellikleri), EOM modeline gerekli girdileri sağlamak üzere hava aracıyla ilgili verileri üretmek için kullanılmaktadır. Bu model sayesinde uçağın konum, hız, ivme, duruş açıları gibi temel uçuş parametreleri hesaplanabilir.

Uçuş modellemesinde hareket denklemleri oluşturulurken aşağıdaki varsayımlar yapılmıştır [4], [36]:

- Uçak rijit bir cisim olarak kabul edilir. Bu sayede rijit cisim denklemleri uçağa uygulanabilir.
- Uçağın kütlesi sabit ve kütle dağılımı değişmez kabul edilir. Tüm kuvvet ve momentlerin, uçağın ağırlık merkezi (CG) etrafında etkidiği varsayılmıştır.
- Yere bağlı eksen takımı (Dünya eksen takımı, NED), atalet referans sistemi olarak kullanılır. Bu referans sisteminde Newton'un hareket yasaları geçerlidir ve Dünya sabit kabul edilir.
- Dinamik analiz süresince Dünya'nın düz (Flat-Earth) olduğu ve dönmediği kabul edilir.

Uzun menzilli uçuşlar için (örneğin füze veya uzay aracı görevleri) eğrilik etkileri dikkate alınmalıdır.

- Uçak xz düzlemi etrafında simetriktir.

Uçağın hareket denklemlerinin çözümünde çoğunlukla gövde eksen takımındaki koordinat sistemi (body-fixed frame) kullanılmaktadır. Uçak üzerine etki eden tüm kuvvet ve momentler, bu gövde eksen takımına taşınarak analiz edilir. Gövde referans sistemi, çözüm ekseni olarak yaygın biçimde tercih edilirken, bazı analizlerde rüzgâr koordinat sistemi (wind frame) de seçilebilir. Bu çalışmada, hareket denklemlerinin çözümünde gövde eksen takımındaki koordinat sistemi esas alınmıştır.

Bazı vektörlerin belirli koordinat sistemlerinde ifade edilmesi hesaplama ve analiz açısından daha uygundur. Ancak vektörler toplanırken hepsinin aynı koordinat sisteminde olması gerekir. Bu da eksen dönüşümleriyle mümkündür. Aşağıda önce kuvvetler ilgili eksen takımında tanımlanacak, sonrasında ise eksen dönüşümleri anlatılarak gövde eksenine taşınacaktır.

İtki kuvveti vektörü $(\vec{F_T})$ gövde eksen takımında kolaylıkla ifade edilebilir:

$$\vec{F_T} = \begin{bmatrix} T\cos(\phi_T) \\ 0 \\ T\sin(\phi_T) \end{bmatrix}_{\text{b}} \tag{3.21}$$

Burada ϕ_T: itki vektörü ile gövde eksen takımının x-ekseni arasındaki açıdır.

Aerodinamik kuvvetler genellikle, kuvvet bileşenlerinin yönsel yorumu açısından uygun olan stabilite eksen takımında tanımlanır. Ancak bu çalışmada kullanılan F-16 modelinde, aerodinamik kuvvetler (3.22)'de gösterildiği gibi doğrudan gövde eksen takımında ifade edilmiştir. Bu nedenle koordinat dönüşümüne ihtiyaç duyulmadan, kuvvet ve moment hesaplamaları doğrudan bu eksen takımında gerçekleştirilmiştir.

$$\vec{F_A} = \begin{bmatrix} F_{A_x} \\ F_{A_y} \\ F_{A_z} \end{bmatrix}_{\text{b}} \tag{3.22}$$

Yerçekimi kuvveti, yere bağlı eksen takımında (Earth axis, NED) aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\vec{F}_{G_e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix}_{\text{e}} \tag{3.23}$$

Kuvvetler tanımlandıktan sonra gövde eksen takımına taşınabilir:

Dünya Eksen Takımından Gövde Eksen Takımına Dönüşüm:
Dünya koordinat sisteminden gövde koordinat sistemine dönüşüm, sırasıyla z (yaw), y (pitch) ve x (roll) eksenleri etrafında gerçekleştirilen üç dönüşümden oluşur [33]. Bu dönüşüm dizilimi, literatürde **3-2-1 Euler açı dönüşümü** olarak adlandırılır. Her bir dönüşüm, belirli bir eksen etrafında saat yönünün tersine yapılan dönmeyi temsil eder. Bu dönüşümler aşağıdaki gibi tanımlanır [33]:

- **Yatış (Roll)** (ϕ) **—** x **ekseni etrafında dönüş:**

$$R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

- **Yunuslama (Pitch)** (θ) **—** y **ekseni etrafında dönüş:**

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

- **Sapma (Yaw)** (ψ) **—** z **ekseni etrafında dönüş:**

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

Dönüşüm matrisi, tüm eksenlerdeki dönüşümler 3-2-1 sırasıyla çarpılarak elde edilebilir:

$$T_{b/e} = R_x(\phi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_z(\psi) \tag{3.27}$$

(3.24), (3.25) ve (3.26) denklemleri, (3.27)'de yerine yazılarak dünya eksen takımından gövde eksen takımına olan dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$T_{b/e} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

Burada c terimi $\cos(\cdot)$, s terimi ise $\sin(\cdot)$ fonksiyonunu temsil etmektedir. Euler açıları için kabul edilen sınırlar Tablo 3.4'te verilmiştir:

Tablo 3.4 Euler açıları için kabul edilen sınırlar

Açı	**Tanım**	**Sınır**
ψ	Sapma (Yaw)	$0° \leq \psi < 360°$
θ	Yunuslama (Pitch)	$-90° \leq \theta \leq 90°$
ϕ	Yatış (Roll)	$-180° < \phi \leq 180°$

Bu dönüşüm matrisi kullanılarak uçağa etki eden yerçekimi kuvveti, gövde eksen takımına taşınabilir:

$$\vec{F}_G^b = T_{b/e} \cdot \vec{F}_G^e = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \tag{3.29}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_G^b = \begin{bmatrix} -mg\sin\theta \\ mg\sin\phi\cos\theta \\ mg\cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}_b \tag{3.30}$$

3.5.1 Kuvvet Denklemleri

Uçak üzerine etki eden bileşke kuvvet ($\vec{F}$), yerçekimi ($\vec{F}_G$), aerodinamik ($\vec{F}_A$) ve itki ($\vec{F}_T$) kuvvetlerinin vektörel toplamıdır [30].

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_A + \vec{F}_T \tag{3.31}$$

Uçağın eylemsiz referans sistemindeki doğrusal ivmesi, Newton'un 2. yasası kullanılarak (3.32)'deki gibi tanımlanabilir. Bu yasaya göre, doğrusal momentumun zamana göre değişim hızı, uçağın kütle merkezine etki eden kuvvetlerin toplamına eşittir.

$$m\frac{d\vec{V}}{dt} = \sum \vec{F} \tag{3.32}$$

Burada $\sum \vec{F}$, t anında uçağa etki eden bileşke kuvveti temsil etmektedir.

Newton'un ikinci yasası yalnızca eylemsiz referans sistemlerinde geçerlidir. Ancak, denklemler uçağa bağlı olan ve uçakla birlikte hareket eden gövde eksen takımında da ifade edilebilir. Bu durumda sistemin eylemsiz referansa göre döndüğü dikkate alınmalı ve şu dönüşüm uygulanmalıdır [30]:

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_i = \left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_b + \vec{\omega}_b \times \vec{V}_b \tag{3.33}$$

$$\vec{a}_i^b = \dot{\vec{V}}_b + \vec{\omega}_b \times \vec{V}_b \tag{3.34}$$

Burada $\vec{V}_b$ gövde eksen takımındaki hız vektörüdür ve şu şekilde tanımlanır:

$$\vec{V}_b = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} \tag{3.35}$$

u, v, w sırasıyla gövde eksen takımındaki x, y ve z doğrultularındaki doğrusal hız bileşenleridir.

Uçağın gövde eksen takımındaki açısal hız vektörü ise şu şekildedir:

$$\vec{\omega}_b = p\hat{i} + q\hat{j} + r\hat{k} \tag{3.36}$$

p, q, r sırasıyla gövde eksen takımındaki x, y ve z doğrultularındaki yatış, yunuslama ve sapma açısal hız bileşenleridir.

(3.35) ve (3.36), (3.34)'te yerine yazılırsa uçağın eylemsiz referans sistemindeki ivmesinin gövde eksen takımındaki ifadesi şu şekilde olur:

$$\vec{a}_i^b = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix}_b + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ p & q & r \\ u & v & w \end{vmatrix} \tag{3.37}$$

Vektörel çarpım yapılarak (3.37) düzenlenirse (3.38) elde edilir:

$$\vec{a}_i^b = \begin{bmatrix} \dot{u} + qw - rv \\ \dot{v} + ru - pw \\ \dot{w} + pv - qu \end{bmatrix}_b \tag{3.38}$$

Eylemsiz referans sistemindeki ivmenin gövde eksen takımında ifade edilip uçağın kütlesi ile çarpılması sonucunda aşağıdaki üç kuvvet denklemi elde edilir:

$$m \begin{bmatrix} \dot{u} + qw - rv \\ \dot{v} + ru - pw \\ \dot{w} + pv - qu \end{bmatrix}_b = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}_b \tag{3.39}$$

Bu vektörel denklem bileşenlerine aşağıdaki gibi ayrılabilir:

$$\begin{aligned} m(\dot{u} + qw - rv) &= F_x \\ m(\dot{v} + ru - pw) &= F_y \\ m(\dot{w} + pv - qu) &= F_z \end{aligned} \tag{3.40}$$

Yerçekimi kuvveti, (3.40)'ta yerine yazılarak uçağın kuvvet denklemleri elde edili [33]r:

$$\boxed{\begin{aligned} m(\dot{u} + qw - rv) &= F_{A_x} + F_{T_x} - mg\sin\theta \\ m(\dot{v} + ru - pw) &= F_{A_y} + F_{T_y} + mg\sin\phi\cos\theta \\ m(\dot{w} + pv - qu) &= F_{A_z} + F_{T_z} + mg\cos\phi\cos\theta \end{aligned}} \tag{3.41}$$

İlgili eksendeki toplam kuvvetin, ağırlığa oranı o eksendeki yük katsayısını verir:

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{F_{A_x} + F_{T_x}}{mg} \\ N_y &= \frac{F_{A_y} + F_{T_y}}{mg} \\ N_z &= \frac{F_{A_z} + F_{T_z}}{mg} \end{aligned} \tag{3.42}$$

3.5.2 Moment Denklemleri

Yerçekimi kuvveti, ağırlık merkezinden geçtiğinden uçağa herhangi bir yerçekimi momenti uygulanmaz. Bu nedenle, uçağa etki eden toplam moment $(\vec{M})$; aerodinamik moment $(\vec{M}_A)$ ve itki momenti $(\vec{M}_T)$ toplanarak bulunur.

$$\sum \vec{M} = \vec{M}_A + \vec{M}_T \tag{3.43}$$

Moment vektörü, uçağın gövde eksen takımına göre sırasıyla yatış, yunuslama ve sapma momentlerinden oluşur:

$$\vec{M} = \begin{bmatrix} R \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A \\ M_A \\ N_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_T \\ M_T \\ N_T \end{bmatrix} \tag{3.44}$$

Uçağın moment denklemleri, Newton'un ikinci yasasının açısal momentum formuna dayanılarak türetilir. Bu yasa, bir cismin açısal momentumunun zamana göre türevinin o cisme etki eden momentlere eşit olduğunu ifade eder [33]:

$$\left(\frac{d\vec{H}}{dt}\right)_i = \vec{M} \tag{3.45}$$

Burada $\vec{H}$ uçağın açısal momentumu, $\vec{M}$ ise uçağa etki eden dış momentlerin vektörel toplamıdır.

Açısal momentum ise şu şekilde tanımlanır:

$$\vec{H} = \vec{r} \times (m\vec{V}) \tag{3.46}$$

Burada $\vec{r}$, kütle elemanının, kütle merkezine göre konum vektörünü temsil eder.

Açısal momentum, rijit bir cismin kütle dağılımı ve dönme hareketine bağlı olarak tanımlanır. Bu bağlamda, her bir kütle elemanının katkısı şu şekilde ifade edilir:

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{3.47}$$

(3.47), (3.46)'da yerine yazılır:

$$\vec{H} = \vec{r} \times (m(\vec{\omega} \times \vec{r})) \tag{3.48}$$

(3.48) vektör çarpımı özdeşlikleri kullanılarak genişletilir:

$$\vec{H} = m\left[\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})\right] \tag{3.49}$$

Bu vektörel çarpım, aşağıdaki vektörel özdeşlik yardımıyla açılır:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

Dolayısıyla açısal momentum integrali, tüm kütle için şu hale gelir:

$$\vec{H} = \int_V \vec{r} \times (\rho(\vec{\omega} \times \vec{r}))\, dV \tag{3.50}$$

Burada ρ, uçağın ilgili noktasındaki yerel kütle yoğunluğu, dV uçağın toplam hacmi içindeki diferansiyel hacim elemanıdır. $\vec{r} \times (\rho(\vec{\omega} \times \vec{r}))$ Uçak gövdesi üzerindeki her bir diferansiyel kütle elemanının açısal momentum katkısını ifade eder.

Bu ifade, rijit cisim varsayımı altında tüm noktalardaki açısal hız sabit olduğundan, katı cismin açısal momentumu olarak tanımlanan klasik forma, (3.51)'e, indirgenebilir. Burada I, dönme eksenine göre tanımlı atalet momenti tensörüdür.

$$\vec{H} = I\vec{\omega} \tag{3.51}$$

Açısal hız vektörü ise:

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{3.52}$$

Dolayısıyla uçağın simetrik kabul edilmediği durumda, açısal momentum gövde eksen takımında şu şekilde yazılır:

$$\vec{H}_B = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{3.53}$$

Açısal momentumun gövde eksen takımındaki bileşenleri aşağıdaki şekilde yazılabilir [33]:

$$
\begin{aligned}
H_x &= pI_{xx} - qI_{xy} - rI_{xz} \\
H_y &= qI_{yy} - rI_{yz} - pI_{xy} \\
H_z &= rI_{zz} - pI_{xz} - qI_{yz}
\end{aligned} \tag{3.54}
$$

Hava aracı xz düzleminde simetrik kabul edildiği için (3.54) aşağıdaki forma indirgenebilir:

$$
\begin{aligned}
H_x &= pI_{xx} - rI_{xz} \\
H_y &= qI_{yy} \\
H_z &= rI_{zz} - pI_{xz}
\end{aligned} \tag{3.55}
$$

Uçağın açısal momentum vektörü belirlendikten sonra, bir sonraki adım bu vektörün zamana göre türevinin eylemsiz referans sistemine göre, ancak gövde eksen takımında ifade edilerek hesaplanmasıdır. Bu dönüşüm, dönen referans sistemleri için kullanılan klasik ilişki ile tanımlanır:

$$
\left(\frac{d\vec{H}}{dt}\right)_i = \left(\frac{d\vec{H}}{dt}\right)_b + \vec{\omega}_b \times \vec{H}_b \tag{3.56}
$$

Bu ifade, Newton'un ikinci yasasından türetilen dönen referans sistemindeki ivme tanımı ile benzerlik göstermektedir.

1. Yatış momenti (R):

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{dH_x}{dt} + (qH_z - rH_y) \\
&= \frac{d}{dt}(I_{xx}p - I_{xz}r) + q(I_{zz}r - I_{xz}p) - r(I_{yy}q) \\
&= I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} + qI_{zz}r - qI_{xz}p - rI_{yy}q
\end{aligned} \tag{3.57}
$$

2. Yunuslama momenti (M):

$$
\begin{aligned}
M &= \frac{dH_y}{dt} + (rH_x - pH_z) \\
&= \frac{d}{dt}(I_{yy}q) + r(I_{xx}p - I_{xz}r) - p(I_{zz}r - I_{xz}p) \\
&= I_{yy}\dot{q} + rI_{xx}p - rI_{xz}r - pI_{zz}r + pI_{xz}p
\end{aligned} \tag{3.58}
$$

3. Sapma momenti (N):

$$
\begin{aligned}
N &= \frac{dH_z}{dt} + (pH_y - qH_x) \\
&= \frac{d}{dt}(I_{zz}r - I_{xz}p) + p(I_{yy}q) - q(I_{xx}p - I_{xz}r) \\
&= I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + pI_{yy}q - qI_{xx}p + qI_{xz}r
\end{aligned}
\tag{3.59}
$$

Bu denklemler derlenirse, uçağa etki eden sırasıyla yatış, yunuslama ve sapma momentleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$
\begin{aligned}
R &= \dot{p}I_{xx} \quad + qr(I_{zz} - I_{yy}) + (\dot{r} + pq)I_{xz} \\
M &= \dot{q}I_{yy} \quad + pr(I_{xx} - I_{zz}) + (p^2 - r^2)I_{xz} \\
N &= \dot{r}I_{zz} \quad + pq(I_{yy} - I_{xx}) + (qr - \dot{p})I_{xz}
\end{aligned}
\tag{3.60}
$$

Sonuç olarak, yukarıdaki tüm ifadeler birleştirildiğinde, uçağa etki eden momentlerin bileşenlerine göre Euler moment denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilir [30]:

$$
\boxed{
\begin{aligned}
&I_{yy}\dot{q} + I_{xx}\dot{p} + qr(I_{zz} - I_{yy}) + (\dot{r} + pq)I_{xz} = R_A + R_T \\
&I_{yy}\dot{q} + pr(I_{zz} - I_{xx}) + (p^2 - r^2)I_{xz} = M_A + M_T \\
&I_{zz}\dot{r} + pq(I_{yy} - I_{xx}) + (qr - \dot{p})I_{xz} = N_A + N_T
\end{aligned}
}
\tag{3.61}
$$

Not: Yukarıdaki Euler denklemleri birbirine bağlıdır. Özellikle $\dot{p}$ ve $\dot{r}$ ifadeleri doğrudan karşılıklı etkileşim içindedir. Bu durum, sistemin çözümünde analitik yöntemler yerine sayısal yöntemlerin tercih edilmesini gerekli kılar.

3.5.3 Kinematik Denklemler

Önceki bölümlerde tanımlanan kuvvet ve momentler gövde eksen takımına göre verilmiş olsa da, uçağın konum ve yönelimi sabit bir referans eksen takımına göre tanımlanmalıdır.

Navigasyon Denklemleri

Navigasyon denklemleri, gövde eksen takımındaki hız vektörünün (u, v, w), dünya eksen takımındaki konum türevlerine $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ dönüştürülmesiyle elde edilir [30]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = T_{e/b} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \tag{3.62}$$

Burada $T_{e/b}$ dönüşüm matrisinin $T_{e/b} = {T_{b/e}}^T$ olduğunu vurgulamak gerekir.

$$\boxed{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta\, c\psi & s\phi\, s\theta\, c\psi - c\phi\, s\psi & c\phi\, s\theta\, c\psi + s\phi\, s\psi \\ c\theta\, s\psi & s\phi\, s\theta\, s\psi + c\phi\, c\psi & c\phi\, s\theta\, s\psi - s\phi\, c\psi \\ -s\theta & s\phi\, c\theta & c\phi\, c\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}} \tag{3.63}$$

Gövde ekseni ile sabit eksen takımının başlangıçta birbirine paralel olduğu varsayımı altında, uçak yöneliminin belirlenmesi için aşağıdaki sıraya göre üç açısal dönüş uygulanarak Euler açıları tanımlanır:

1. Sabit eksen takımı, sapma açısı ψ kadar döndürülerek (x_1, y_1, z_1) konumuna getirilir.
2. Ardından (x_1, y_1, z_1) eksen takımı, yunuslama açısı θ kadar döndürülerek (x_2, y_2, z_2) konumuna getirilir.
3. Son olarak (x_2, y_2, z_2) eksen takımı, yatış açısı ϕ kadar döndürülerek (x_3, y_3, z_3) konumuna getirilir.

(x_3, y_3, z_3) eksen takımı, gövde ekseni takımının sabit eksen takımına göre nihai konumunu temsil eder.

Bu dönüş sırasına göre, gövde eksen takımındaki açısal hızlar (p, q, r) ile Euler açılarına ait türevler ($\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$) arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde ifade edilir [30]:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \cos\theta \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\theta \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{3.64}$$

Gövde eksen takımındaki açısal hız bileşenleri (p, q, r) ile Euler açı türevleri ($\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$) arasındaki üç kinematik denklem şu şekilde yazılır:

$$\boxed{\begin{aligned} p &= \dot{\phi} + \sin\theta\,\dot{\psi} \\ q &= \cos\phi\,\dot{\theta} + \sin\phi\cos\theta\,\dot{\psi} \\ r &= -\sin\phi\,\dot{\theta} + \cos\phi\cos\theta\,\dot{\psi} \end{aligned}} \tag{3.65}$$

Bu üç denklem, uçağın gövde eksen takımındaki açısal hızlarının, Euler açılarına ait zaman türevleri cinsinden ifade edilmesini sağlar ve yönelim kinematiğinin temelini oluşturur.

3.5.3.1 Durum Denklemlerinin Genel Formu

Uçağın altı serbestlik derecesine sahip dinamiği, doğrusal ve dönel hareketlerin kinematik ve dinamik denklemleri ile tanımlanabilir. Elde edilen tüm bu kuvvet, moment, açısal hız denklemleri; doğrusal kinematik (x, y, z), doğrusal dinamik (u, v, w), dönel kinematik (ϕ, θ, ψ) ve dönel dinamik (p, q, r) denklemleri olarak derlenebilir. Bu denklemler aynı zamanda uçağın durum denklemleridir [37]. Bu denklemler, doğrusal olmayan, birbirine bağlı ve birinci mertebeden diferansiyel denklemlerden oluşmaktadır [4], [38].

1. Doğrusal Kinematik Denklemleri (Navigasyon Denklemleri)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u\cos(\theta)\cos(\psi) + v(\sin(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) - \cos(\phi)\sin(\psi)) \\ &\quad + w(\cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi)) \\ \dot{y} &= u\cos(\theta)\sin(\psi) + v(\sin(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) + \cos(\phi)\cos(\psi)) \\ &\quad + w(\cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi)) \\ \dot{z} &= -u\sin(\theta) + v\sin(\phi)\cos(\theta) + w\cos(\phi)\cos(\theta) \end{aligned} \tag{3.66}$$

2. Doğrusal Dinamik Denklemleri

$$\begin{aligned} \dot{u} &= rv - qw - g\sin(\theta) + \frac{1}{m}(X_A + X_T) \\ \dot{v} &= pw - ru + g\cos(\theta)\sin(\phi) + \frac{1}{m}(Y_A + Y_T) \\ \dot{w} &= qu - pv + g\cos(\theta)\cos(\phi) + \frac{1}{m}(Z_A + Z_T) \end{aligned} \tag{3.67}$$

3. Dönel Dinamik Denklemleri

$$\begin{aligned}\dot{p} &= \frac{(I_{yy} - I_{zz})qr + I_{xz}pq + I_{xz}\dot{r} + R}{I_{xx}} \\ \dot{q} &= \frac{(I_{zz} - I_{xx})pr + I_{xz}(r^2 - p^2) + M}{I_{yy}} \\ \dot{r} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy})pq - I_{xz}qr + I_{xz}\dot{p} + N}{I_{zz}}\end{aligned} \tag{3.68}$$

4. Dönel Kinematik Denklemleri

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= p + (q\sin(\phi) + r\cos(\phi))\tan(\theta) \\ \dot{\theta} &= q\cos(\phi) - r\sin(\phi) \\ \dot{\psi} &= (q\sin(\phi) + r\cos(\phi))\sec(\theta)\end{aligned} \tag{3.69}$$

Bu durumda uçağın durum değişkenleri; doğrusal hızlar (u, v, w), açısal hızlar (p, q, r), Euler açıları (ϕ, θ, ψ) ve navigasyon koordinatları (x, y, z) olarak tanımlanır [39]:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} u & v & w & p & q & r & \phi & \theta & \psi & x & y & z \end{bmatrix}^T \tag{3.70}$$

Uçağın kontrol girişleri ise; elevatör bükümü (δ_e), aileron bükümü (δ_a), rudder bükümü (δ_r) ve gaz kolu pozisyonu (δ_{thr}) olarak tanımlanır [40]:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta_e & \delta_a & \delta_r & \delta_{thr} \end{bmatrix}^T \tag{3.71}$$

4
TRİM

Bir hava aracının trim edilmesi, dış bozucular ve kontrol girişleri olmaksızın, belirli bir uçuş koşulunun sürdürülebilmesini sağlayan denge durumunu ifade eder [41]. Bu durum, hava aracının ivmesiz, sabit hızda ve yönelimde olduğunu belirtir.

Hava aracı modelinde trim noktasının belirlenmesi, sistem dinamiklerinin çözümü ve uçuş performansının tahmin edilmesi açısından kritik öneme sahiptir. Trim noktası, hava aracının hareketini tanımlayan diferansiyel denklemlerin başlangıç değerleriyle çözülebilmesi için gereklidir ve çeşitli uçuş koşullarındaki davranışların öngörülmesine olanak tanır.

Kontrol teorisi açısından ise trim, belirli durum türevleri ve çıkış değerleri verildiğinde, bu koşulları sağlayan uçak durumlarının ve kontrol girişlerinin belirlenmesi anlamına gelir [1]. Diğer bir ifadeyle, trim noktası, uçağın denge noktasıdır [4].

Trim, eksenel kuvvet ve momentlerin dengede olduğu bir uçuş durumu elde etmeyi amaçlar ve bu da altı serbestlik derecesine sahip uçağın, uçuş değişkenlerinin uygun biçimde ayarlanmasıyla sağlanır. Denge durumunun korunabilmesi için, hava hızı, uçuş yolu açısı, gövde konfigürasyonu, uçak ağırlığı ve ağırlık merkezinin (CG) konumu gibi değişkenlerdeki değişimlere bağlı olarak trim ayarlarının da güncellenmesi gerekir [41].

Trim noktalarının uçuş mekaniği, kontrol algoritmaları ve simülasyon çalışmaları açısından önemi aşağıda özetlenmiştir:

- Stabilite, kontrol ve performans analizleri, trim noktası etrafında gerçekleştirilir [2].
- Kontrol algoritmaları çoğunlukla lineer sistemler temelinde tasarlandığından, uçak modellerinin dinamikleri trim noktası etrafında lineerleştirilerek analiz edilebilir hale getirilir. Bu nedenle trim noktaları, kontrol sistemlerinin tasarımında referans olarak kullanılır.
- Trim noktaları, uçuş simülasyonlarında ve matematiksel modellerin uçuş testleriyle karşılaştırılmasında, sistemin başlangıç koşullarını belirleyen referans noktaları olarak

kullanılır [3].

4.1 Kararlı Durum Uçuşu

Kararlı durum uçuşu (steady-state flight), uçağın gövde eksen takımındaki tüm dış kuvvet ve momentlerinin dengede olduğu uçuştur. Bu durum, doğrusal ve açısal hızların sabit (veya sıfir), ivmelerin ise sıfır olduğu dinamik denge halini ifade eder [42, 43]. Bu tanım, sabit yoğunluklu atmosfer koşulu altında geçerlidir [44]. Bu bağlamda, kararlı durum uçuş koşulları, hava hızının ve aerodinamik açıların -hücum açısı (α) ve yana kayma açısı (β)- sabit olmasını zorunlu kılar; bu da aerodinamik kuvvetlerin sıfır ya da sabit olmasını gerektirir:

$$\begin{aligned} \text{Doğrusal İvme} \quad &: \quad \dot{u}, \dot{v}, \dot{w} \quad (\text{veya } \dot{V}_T, \dot{\alpha}, \dot{\beta}) = 0 \\ \text{Açısal İvme} \quad &: \quad \dot{p}, \dot{q}, \dot{r} = 0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Uçuş boyunca uçağın kütlesinin sabit kaldığı varsayılır. Dünya'nın küresel yapısı nedeniyle yerçekimi ivmesi enleme ve irtifaya bağlı olarak değişse de, düz dünya (flat-Earth) varsayımı kapsamında bu değişim ihmal edilerek sabit kabul edilir. Benzer şekilde, atmosferik yoğunluğun da irtifaya bağlı değişimi göz ardı edilir ve sabit alınır. Bu iki varsayım birlikte değerlendirilerek, kararlı durum uçuş analizlerinde kullanılan denklemler sadeleştirilir. Kontrol sistemi tasarımı açısından bu yaklaşım genellikle yeterli doğruluk sağladığı için trim koşullarının belirlenmesinde yaygın olarak tercih edilmektedir [3].

Düz dünya varsayımı altında, kanatların yatay konumda olduğu düz uçuş (steady wings-level horizontal flight) ve sabit irtifada gerçekleştirilen koordineli dönüşlü uçuş (steady coordinated turning flight), kararlı durum uçuşu kapsamında değerlendirilir. Ek olarak, atmosfer yoğunluğunun irtifaya bağlı değişimi ihmal edilirse, düz tırmanış (wings-level climb) ve tırmanarak dönüş (climbing turn) gibi manevralar da kararlı uçuş koşulları arasında sayılabilir.

Gerçek uçuşta pilotun uçağı trimlemesi nispeten kolay olsa da, bir uçağın matematiksel modelinin trimlenmesi, doğrusal olmayan ve birbirine bağlı eşzamanlı denklemlerin çözümünü gerektirir [3]. Bu denklemler, karmaşık aerodinamik fonksiyonlara bağlı olduğundan analitik yöntemlerle çözülememektedir. Bu nedenle, kararlı durum çözümünün elde edilmesinde sayısal algoritmalar kullanılır. Bu algoritmalar, bağımsız değişkenleri iteratif olarak ayarlar ve belirli bir yakınsama kriteri sağlanana dek çözüm sürecini sürdürür. Elde edilen çözüm tam olarak analitik olmasa da, tolerans değerleri küçültülerek istenilen doğrulukta bir sonuca ulaşmak mümkündür.

Trim probleminin çözülebilmesi için öncelikle kararlı durum koşullarının nasıl tanımlanacağı, hangi durum ve kontrol değişkenlerinin kullanıcı tarafından bağımsız olarak belirleneceği ve

geri kalan değişkenler üzerinde hangi fiziksel veya matematiksel kısıtların geçerli olacağı açıkça tanımlanmalıdır. Bu kapsamda, kullanıcı tarafından belirlenen bağımsız değişkenler sabitlenirken, kalan bağımlı değişkenler, kısıt denklemleri (constraints) yardımıyla sayısal olarak çözülür. Bu işlem, kullanıcı girdilerinin tanımlandığı, bağımsız değişkenlerin optimizasyon algoritmasıyla ayarlandığı ve kısıtların sağlandığı noktada çözümün elde edildiği bir bilgisayar programı aracılığıyla gerçekleştirilir.

Farklı trim koşullarının değerlendirilmesi için yaygın olarak kullanılan kararlı durum uçuş denklemlerine, her bir uçuş senaryosuna özgü ek kısıtlar tanımlanır. Böylece, çözüm algoritması seçilen trim konfigürasyonuna uygun şekilde yapılandırılabilir.

4.2 Trim Koşulları

Trim probleminin çözülebilmesi için ilk adım, trim koşulunun belirlenmesidir. Bir uçak, düz uçuş (wings-level flight) , sabit oranlı tırmanışlar (pull-up, push-over) ve koordineli yatay dönüşler (coordinated turn) gibi çeşitli kararlı uçuş rejimlerinde trim edilebilir [43].

Bu tez kapsamında, geleneksel sabit kanatlı hava araçları için kullanılan iki temel uçuş koşulu incelenecektir:

- Kararlı düz hat üzerinde uçuş (steady wings-level flight)
- Kararlı koordineli dönüş uçuşu (steady coordinated-turn flight)

4.2.1 Kararlı Düz Hat Üzerinde Uçuş Trim Koşulu

Kararlı düz hat üzerinde uçuş, kontrol algoritma tasarımı ve uçuş kararlılığının değerlendirilmesi açısından temel trim koşuludur [39]. Bu trim koşulunda, genel kararlı durum uçuşu kısıtlarına (ivmelerin sıfır olması) ek olarak aşağıdaki koşullar sağlanmalıdır [45]:

- Gerçek hava hızı sabittir: $V_{TAS} = \text{sabit}$
- Uçuş yolu açısı sıfırdır : $\gamma = 0$
- Yana kayma açısı sıfırdır : $\beta = 0$
- Yatış açısı sıfırdır : $\phi = 0$

Bu kısıtlar altında uçak, belirlenen hız ve irtifada, yatay bir düzlem boyunca yönelimini değiştirmeden dengeli bir şekilde uçmaktadır. Bu durum, sistemin doğrusal olmayan hareket denklemlerinin çözümlenmesi için gerekli olan kararlı başlangıç koşullarını sağlar. Bu trim

durumunda, kullanıcı tarafından belirlenen hedef değişkenler; basınç irtifası (h) ve gerçek hava hızıdır (V_{TAS}).

Konum Değişkenlerinin Trim Analizindeki Rolü: Trim çözümünde esas amaç, uçağın denge durumunu sağlayan kuvvet ve moment dengesini belirlemektir. Bu bağlamda, NED koordinat sisteminde tanımlı konum vektörünün x, y ve z bileşenlerinden yalnızca z bileşeni (irtifa) fiziksel anlam taşır. Çünkü x ve y bileşenleri, sadece uçağın dünya üzerindeki konumunu ifade eder; bu konumlar kuvvet veya moment denklemlerini etkilemediği için denge analizine dahil edilmez. Bu nedenle, trim çözüm sürecinde yalnızca z bileşeni sabitlenir; x ve y bileşenleri geçici olarak kullanılmayarak sistem sadeleştirilir. Bu durumda z eksenindeki konum vektörü ile, irtifa (h) arasında aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

$$\dot{h} = -\dot{z} \tag{4.2}$$

(4.2) kullanılarak, uçuş yolu açısı (γ) aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\gamma = \arctan\left(\frac{\dot{h}}{\dot{x}}\right) \tag{4.3}$$

Düz uçuş koşulunda, bilinen (sabitlenen) ve bilinmeyen (serbest bırakılan) girişler, durum değişkenleri, türevleri ve çıkışlar aşağıda verilmiştir:

$$\mathbf{u_{float}} = \begin{bmatrix} \delta_e & \delta_a & \delta_r & \delta_{thr} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{x_{float}} = \begin{bmatrix} u & v & w & \phi & \theta \end{bmatrix}^T$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{freeze}} = \begin{bmatrix} \dot{u} & \dot{v} & \dot{w} & \dot{p} & \dot{q} & \dot{r} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{y_{freeze}} = \begin{bmatrix} N_y & \gamma & V_{TAS} \end{bmatrix}^T$$

Burada $(.)_{\text{freeze}}$ ifadesi trim probleminde tanımlanan kısıtları yani çözülmesi gereken denklemleri (diğer bir deyişle sabitlenen parametreleri), $(.)_{\text{float}}$ ise serbest bırakılan yani denklemler çözülerek bulunacak olan parametreleri göstermektedir.

Tanımlanan trim koşulu kapsamında, 9 adet kısıt denklemi bulunduğundan, sistemin çözülebilirliği için aynı sayıda parametrenin serbest bırakılması gereklidir. Bu sayede, sistem denklemleri belirli yakınsama kriterlerine göre sayısal yöntemlerle çözülebilir hale gelir.

Trim koşulunun tanımlanmasının ardından, doğrusal olmayan hareket denklemleri sayısal

Tablo 4.1 Düz uçuş trim koşulu için sabitlenen ve serbest bırakılan parametreler

Sabitlenen Parametreler	**Serbest Bırakılan Parametreler**
Durum Türevleri: $\dot{u} = \dot{v} = \dot{w} = \dot{p} = \dot{q} = \dot{r} = 0$	**Durumlar:** u, v, w, ϕ, θ
Çıkışlar: $N_y = 0$, $\gamma = 0$, V_{TAS} sabit	**Girişler:** δ_e, δ_a, δ_{rud}, δ_{thr}

algoritmalar aracılığıyla çözülerek, gerekli kontrol girdileri elde edilir ve buna karşılık gelen denge noktası belirlenir [38].

4.2.2 Kararlı Koordineli Dönüş Trim Koşulu

Kararlı koordineli dönüş trim koşulu, uçuşun sabit hava hızı ve sabit irtifa ile, belirli bir yatış açısında ve yana kayma açısı sıfır olacak şekilde gerçekleştirildiği kararlı dönüş uçuşudur [45]. Bu trim durumunda, genel kararlı durum uçuşu kısıtlarına ek olarak aşağıdaki koşullar sağlanmalıdır:

- Gerçek hava hızı sabittir: $V_{TAS} =$ sabit
- Yana kayma açısı sıfırdır: $\beta = 0$
- Yatış açısı sabittir ve sıfırdan farklı olabilir: $\phi =$ sabit
- Uçuş yolu açısı sıfırdır: $\gamma = 0$

Bu trim durumunda kullanıcı tarafından belirlenen hedef değişkenler; basınç irtifası (h), gerçek hava hızı (V_{TAS}), yatış açısı (ϕ) ve uçuş yolu açısı (γ)'dır. Koordineli dönüş trim koşulunda, bilinen (sabitlenen) ve bilinmeyen (serbest bırakılan) girişler, durum değişkenleri, türevleri ve çıkışlar aşağıda verilmiştir:

$$\mathbf{u}_{\text{float}} = \begin{bmatrix} \delta_e & \delta_a & \delta_{rud} & \delta_{thr} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{x}_{\text{float}} = \begin{bmatrix} u & v & w & p & q & r & \theta \end{bmatrix}^T$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{freeze}} = \begin{bmatrix} \dot{u} & \dot{v} & \dot{w} & \dot{p} & \dot{q} & \dot{r} & \dot{\phi} & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{y}_{\text{freeze}} = \begin{bmatrix} N_y & \gamma & V_{TAS} \end{bmatrix}^T$$

Tanımlanan koordineli dönüş trim koşulu kapsamında toplamda 11 adet kısıt denklemi bulunur; dolayısıyla sistemin çözülebilmesi için aynı sayıda parametrenin serbest bırakılması gerekir.

Tablo 4.2 Koordineli dönüş trim koşulu için sabitlenen ve serbest bırakılan parametreler

Sabitlenen Parametreler	**Serbest Bırakılan Parametreler**
Durum Türevleri: $\dot{u} = \dot{v} = \dot{w} = \dot{p} = \dot{q} = \dot{r} = \dot{\phi} = \dot{\theta} = 0$	**Durumlar:** u, v, w, p, q, r, θ
Çıkışlar: $N_y = 0$, $\gamma = 0$, V_{TAS} sabit	**Girişler:** δ_e, δ_a, δ_r, δ_{thr}

Trim çözümü sonucunda, dönüş hareketini sağlayacak uygun kontrol yüzeyi bükümleri sayısal yöntemlerle elde edilir.

5
OPTİMİZASYON ALGORİTMALARI

Bu bölümde, trim probleminin çözümünde kullanılan Newton-Raphson (NR) yöntemi ile, NR tabanlı Balina Optimizasyon Algoritması (NRWOA) olarak önerilen hibrit yaklaşım detaylı şekilde ele alınacaktır.

5.1 Newton Raphson Yöntemi

NR yöntemi, doğrusal olmayan denklemlerin çözümünde en yaygın kullanılan sayısal yöntemlerden biridir. Bu yöntem, çözüm noktasına yakın bölgelerde doğrusal yaklaşımların uygulanmasıyla iteratif olarak çalışır [11]. NR yöntemi, genelleştirilmiş vektör formunda şu şekilde ifade edilir:

$$f(\vec{x}) = 0 \tag{5.1}$$

Burada $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$, $n \times 1$ boyutunda bilinmeyenler vektörünü; $\vec{f} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ ise vektör değerli bir fonksiyonu temsil etmektedir. Bu ifade aşağıdaki gibi açılabilir:

$$\vec{f}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\vec{x}) \\ f_2(\vec{x}) \\ \vdots \\ f_n(\vec{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{bmatrix} = \vec{0} \tag{5.2}$$

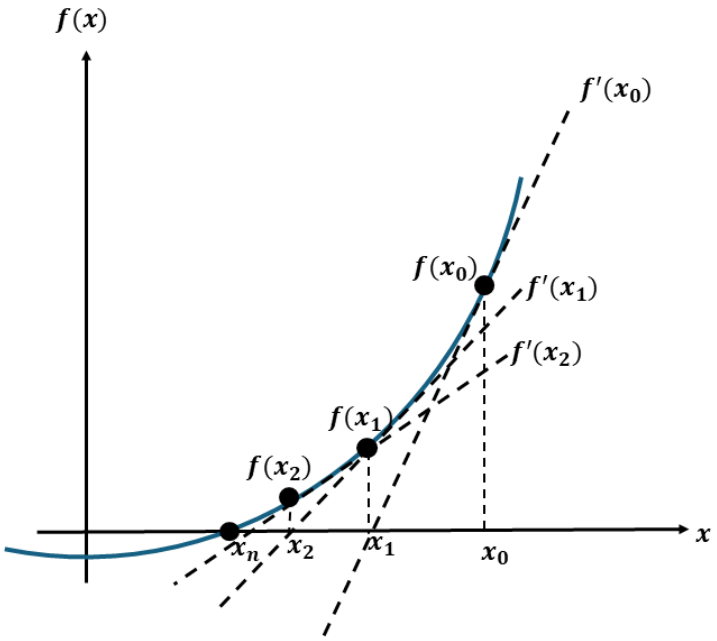
(5.2)'yi sağlayan $\vec{x}$ vektörü, sistemin kökü veya çözümü olarak adlandırılır ve bu çözüm NR yöntemi ile bulunabilir.

Bu yöntemde, öncelikle gerçek köke mantıksal olarak yeterince yakın bir başlangıç noktası (x_0) tahmini yapılır [46]. Ardından, bu noktadaki türev (teğet doğrusu) alınarak fonksiyonun yaklaşık doğrusal gösterimi elde edilir. Bu teğet doğrusunun x-eksenini kestiği nokta, (5.3) kullanılarak bulunabilir. Bu kesişim noktası, genellikle, başlangıçtaki tahmine kıyasla

fonksiyonun köküne daha iyi bir yaklaşım sağlar ve bu süreç iteratif olarak devam ettirilir. İterasyon süreci, önceden tanımlanmış yakınsama kriteri sağlanana veya maksimum iterasyon sayısına ulaşılana dek devam eder.

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \tag{5.3}$$

Burada i, iterasyon sayısını göstermektedir. Şekil 5.1, bu süreci grafiksel olarak göstermektedir.



Şekil 5.1 Newton-Raphson yöntemi

Şekil 5.1'de de görüldüğü gibi başlangıç noktası gerçek çözüme yeterince yakın seçildiğinde, NR yöntemi genellikle hızlı bir şekilde köke yakınsar [8]. Bu yöntemin uygulanabilmesi için çözüm aranan sistemin diferansiyellenebilir olması ve Jacobian matrisinin tanımlı (ve terslenebilir) olması gereklidir. Bu nedenle, yöntem kullanılmadan önce sistemin doğrusallaştırılması şarttır.

5.1.1 Sistemin Doğrusallaştırılması

Doğrusal olmayan bir dinamik sistemin durum-uzay denklemleri (5.4)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}} &= f(\vec{x}, \vec{u}), \quad \vec{x}(t_0) = \vec{x_0} \\ \vec{y} &= g(\vec{x}, \vec{u}) \end{aligned} \tag{5.4}$$

Burada $\vec{x} \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ sistemin durum değişkenlerini, $\vec{u} \in \mathbb{R}^{m\times 1}$ kontrol girişlerini, $\vec{y} \in \mathbb{R}^{p\times 1}$ ise çıkışları temsil eder. Fonksiyon $f(\cdot)$, sistemin doğrusal olmayan dinamiklerini; $g(\cdot)$ ise çıkış

fonksiyonunu ifade etmektedir.

Sistem, $\vec{u}_0$ girişleri ve $\vec{x}_0$ durum değişkenleriyle belirlenen bir denge noktası etrafında, yani $\dot{\vec{x}} = 0$ ve $\vec{y} = \vec{y}_0$ koşullarını sağlayacak şekilde doğrusallaştırılır [38]:

$$\begin{aligned} f(\vec{x_0}, \vec{u_0}) &= 0 \\ g(\vec{x_0}, \vec{u_0}) &= \vec{y_0} \end{aligned} \tag{5.5}$$

Doğrusal yaklaşımların, yalnızca denge noktasına yakın ve sistemin doğrusal olmayan etkilerinin ihmal edilebileceği sınırlı bölgelerde geçerli olduğu unutulmamalıdır [39]. Bu doğrusallaştırma işlemi için, sistem giriş ve durumlarına uygulanan küçük pertürbasyonlarla $\vec{x} = \vec{x}_0 + \Delta\vec{x}$ ve $\vec{u} = \vec{u}_0 + \Delta\vec{u}$ tanımlanır. Fonksiyonlar, Taylor serisinin birinci mertebeden açılımı ile yaklaşık olarak ifade edilir [38]:

$$\begin{aligned} f(\vec{x}, \vec{u}) &\approx f(\vec{x}_0, \vec{u}_0) + \frac{\partial f}{\partial \vec{x}}\Big|_{(\vec{x}_0, \vec{u}_0)} (\vec{x} - \vec{x}_0) + \frac{\partial f}{\partial \vec{u}}\Big|_{(\vec{x}_0, \vec{u}_0)} (\vec{u} - \vec{u}_0) \\ g(\vec{x}, \vec{u}) &\approx g(\vec{x}_0, \vec{u}_0) + \frac{\partial g}{\partial \vec{x}}\Big|_{(\vec{x}_0, \vec{u}_0)} (\vec{x} - \vec{x}_0) + \frac{\partial g}{\partial \vec{u}}\Big|_{(\vec{x}_0, \vec{u}_0)} (\vec{u} - \vec{u}_0) \end{aligned} \tag{5.6}$$

Daha yüksek mertebeden terimler de eklenerek sistemin davranışı daha hassas şekilde modellenebilir [47]. Ancak pertürbasyonların yeterince küçük olduğu durumlarda doğrusal terimler dışındaki katkılar ihmal edilebilir.

Bu açılım sonucunda elde edilen kısmi türevler, sistemin denge noktası etrafındaki doğrusal özelliklerini belirleyen Jacobian matrislerini, A, B, C ve D matrislerini, oluşturur [46]:

$$
\begin{aligned}
A &= \left.\frac{\partial \vec{f}(x,u)}{\partial \vec{x}}\right|_{(\vec{x}_0,\vec{u}_0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}, \quad A \in \mathbb{R}^{n\times n} \\
B &= \left.\frac{\partial \vec{f}(x,u)}{\partial \vec{u}}\right|_{(\vec{x}_0,\vec{u}_0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial u_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{bmatrix}, \quad B \in \mathbb{R}^{n\times m} \\
C &= \left.\frac{\partial \vec{g}(x,u)}{\partial \vec{x}}\right|_{(\vec{x}_0,\vec{u}_0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_p}{\partial x_1} & \frac{\partial g_p}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial g_p}{\partial x_n} \end{bmatrix}, \quad C \in \mathbb{R}^{p\times n} \\
D &= \left.\frac{\partial \vec{g}(x,u)}{\partial \vec{u}}\right|_{(\vec{x}_0,\vec{u}_0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \frac{\partial g_1}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial u_m} \\ \frac{\partial g_2}{\partial u_1} & \frac{\partial g_2}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial u_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_p}{\partial u_1} & \frac{\partial g_p}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial g_p}{\partial u_m} \end{bmatrix}, \quad D \in \mathbb{R}^{p\times m}
\end{aligned}
\tag{5.7}
$$

Bu matrisler kullanılarak, sistemin doğrusal durum-uzay temsili elde edilir ve trim noktası etrafındaki doğrusal olmayan dinamiklerin yaklaşık bir modeli oluşturulur:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\
y(t) &= Cx(t) + Du(t)
\end{aligned}
\tag{5.8}
$$

Doğrusallaştırma işleminden sonra elde edilen lineer denklem sistemi, Newton-Raphson yöntemi ile çözümlenebilir. Bu sayede sistemin denge durumları (x) ile kontrol girişleri (u), (5.3) numaralı iterasyon formülü kullanılarak hesaplanabilir [48].

Çok değişkenli ve doğrusal olmayan denklem sistemlerinin çözümünde sıklıkla kullanılan bu yaklaşım, trim probleminin çözümünde de etkili bir araç olarak kullanılmaktadır. Bir sonraki bölümde, trim probleminin matematiksel tanımı ve çözüm yapısı ele alınacaktır.

5.1.1.1 Trim Problemi

4. bölümde, trim; belirli bir uçuş koşulunda, uçağın durum türevleri ve çıkışları bilinirken, buna karşılık gelen durum ve kontrol değişkenlerinin bulunması, yani sistemin denge noktasının

belirlenmesi olarak tanımlanmıştı. Trim problemi doğrusal olmayan durum-uzay formunda aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}}_{freeze} &= f(\vec{x}_{float}, \vec{u}_{float}) \\ \vec{y}_{freeze} &= g(\vec{x}_{float}, \vec{u}_{float}) \end{aligned} \tag{5.9}$$

Burada, durum türevleri $(\dot{x}_{freeze})$ ve çıkış sabitleri (y_{freeze}) olarak tanımlanan parametreler çözülmesi gereken denklemleri temsil ederken, giriş (u_{float}) ve durum değişkenleri (x_{float}) olarak serbest bırakılan parametreler ise bu denklemleri çözmek için belirlenmesi gereken değişkenleri ifade etmektedir.

Sistem doğrusal hale getirilirse, elde edilen lineer durum-uzay denklemi (5.10)'daki gibi yazılır:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{freeze} \\ y_{freeze} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{float} \\ u_{float} \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

Trim noktası, uçağın istenen uçuş koşulu için, belirli durum türevleri $(\dot{x}_d)$ ve çıkış (y_d) değerleri sağlandığında sistemin denge durumuna ulaşmasını gerektirir. Burada $(.)_{\mathrm{d}}$ olması istenen değerleri göstermektedir. Bu şart, (5.11) ile ifade edilir:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ y_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{x}_{freeze} \\ y_{freeze} \end{bmatrix} = 0 \tag{5.11}$$

(5.10) ve (5.11) birleştirilerek tekrar yazılır:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ y_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{float} \\ u_{float} \end{bmatrix} = 0 \tag{5.12}$$

(5.12), (5.13)'teki gibi sadeleştirilebilir:

$$F(z) = Jz - d = 0, \quad J = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ y_d \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

Böylece trim problemi, (5.13)'ün köklerinin bulunması problemine indirgenmiş olur. Bu kökleri Newton-Raphson yöntemi ile bulmak için, fonksiyonun birinci dereceden Taylor seri açılımı yapılır:

$$F(z + \Delta z) \approx F(z) + \frac{\partial F}{\partial z}\Delta z \tag{5.14}$$

Burada $\frac{\partial F}{\partial z} = J$ olmak üzere ve (5.13), (5.14)'te yerine yazılarak gerekli düzenlemeler yapılır:

$$\begin{aligned} F(z + \Delta z) &\approx (Jz - d) + J\Delta z \\ Jz - d + J\Delta z &= 0 \\ J\Delta z &= d - Jz \\ \Delta z &= J^{-1}(d - Jz) \end{aligned} \tag{5.15}$$

Bu işlem dizisinden elde edilen son denklem, (5.16)'da olduğu gibi NR iterasyonlarına uygun hale getirilebilir:

$$z_{i+1} = z_i - J^{-1}F(z_i) \tag{5.16}$$

Bu yöntemin geçerli olabilmesi için, Jacobian matrisinin kare ve terslenebilir olması gereklidir. Başka bir deyişle, bilinmeyenlerin sayısı ile denklemlerin sayısı eşit olmalı; ayrıca sistemdeki her denklem lineer bağımsız olmalıdır. Aksi halde, matrisin rankı düşer ve sistem çözümsüz hale gelebilir ya da sonsuz sayıda çözüme sahip olabilir.

İterasyon sürecinin başarılı kabul edilebilmesi için, hata normunun önceden tanımlanmış bir tolerans normunun altında kalması gerekmektedir. Bu norm, maliyet fonksiyonu olarak tanımlanır:

$$\|F(z)\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} F(z_i)^2} \tag{5.17}$$

İterasyon süreci, hata normu önceden belirlenen hata toleransının (ϵ) altına düşene ya da maksimum iterasyon sayısına (k) ulaşılana dek devam eder (5.18):

$$\|F(z)\|_2 \leq \epsilon, \quad i \leq k \tag{5.18}$$

Bu çalışmada, trim problemi için maksimum iterasyon sayısı 50, hata toleransı 10^{-8} olarak belirlenmiştir.

NR algoritmasının sözde kodu (pseudo-code) aşağıda verilmiştir [49]:

Algorithm 1 NR Algoritmasının Sözde Kodu

Başlatma Kısmı: Başlangıç tahmini (x_0) ve (u_0), maliyet fonksiyonu $F(z)$, hata toleransı (ϵ) ve maksimum iterasyon sayısı (k) tanımlanır
For $i = 1$ **to** k
    Sistem doğrusallaştırılarak A, B, C, D Jacobian matrisleri elde edilir
    Maliyet fonksiyonu $F(z)$ hesaplanır
    $\Delta z = -J(z)^{-1}F(z)$
    $z_{i+1} = \Delta z + z_i$
    Eğer $\|F(z)\| < \epsilon$ ise
        Çıkış: $z = \begin{bmatrix} x_{float} & u_{float} \end{bmatrix}'$ (Çözüm bulundu)
    Aksi takdirde Çıkış: Başarısız (Çözüm yakınsamadı)

NR Yönteminin Trim Probleminin Çözümünde Başarısız Olduğu Noktalar

NR yöntemi, hızlı yakınsama kabiliyeti nedeniyle trim probleminin çözümünde sıklıkla tercih edilmektedir. Ancak, aşağıda belirtilen kısıtların söz konusu olduğu durumlarda bu yöntemin başarısız olma riski bulunmaktadır:

1. Uygun çözüm bölgesi analiz öncesinde bilinmiyorsa —ki bu durum oldukça yaygındır— başlangıç koşullarına olan hassasiyet, genellikle algoritmanın doğru çözümden sapmasına neden olur.

2. Sistem yüksek derecede doğrusal olmayan bileşenler içeriyorsa ya da dışbükey olmayan (non-convex) bir optimizasyon yüzeyi söz konusuysa, çözüm uzayında birden fazla yerel minimum bulunabilir. Bu tür durumlarda algoritma global minimum yerine bir yerel minimuma takılabilir. Bu probleme sebep olan bazı örnekler aşağıda verilmiştir:

    (a) Aerodinamik türev katsayılarındaki kırılmalar

    (b) Motor veritabanında sabit kalan veriler ya da kırılmalar

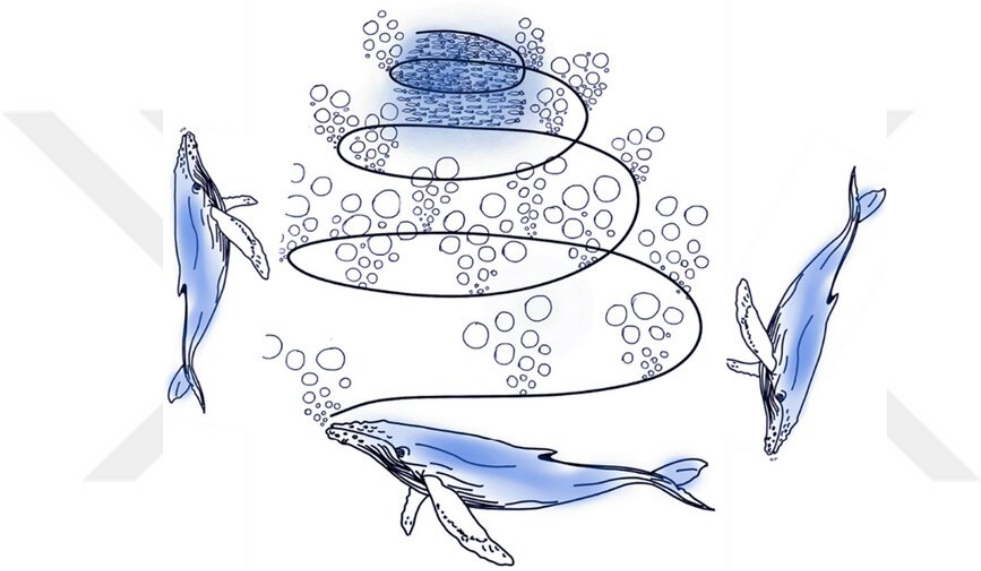
3. Denklem sayısının artması durumunda, Jacobian matrisinin hesaplanması hem sayısal olarak zorlaşır hem de sistemin sayısal stabilitesi azalabilir. Bu, özellikle büyük boyutlu sistemlerde hesaplama yükünü ve yakınsama problemlerini artırır.

Yukarıda sıralanan kısıtlar, NR yönteminin özellikle global optimumun bulunmasında yetersiz kalabileceğini ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, başlangıç noktasına olan hassasiyeti ortadan kaldırabilen ve çözüm uzayında daha kapsamlı arama yapabilen sezgisel algoritmalar (heuristic methods) güçlü bir alternatif olarak öne çıkmakta ve trim problemi çözümüne yönelik güncel çalışmalarda tercih edilmektedir. Bu doğrultuda, bir sonraki bölümde meta-sezgisel yöntemlerden biri olan Balina Optimizasyon Algoritması (Whale Optimization Algorithm, WOA) tanıtılacaktır.

5.2 Balina Optimizasyon Algoritması

Balina Optimizasyon Algoritması (Whale Optimization Algorithm, WOA), sürü zekâsı temelli meta-sezgisel algoritmalar arasında yer almakta olup, kambur balinaların "hava kabarcığı ağı" (bubble-net feeding) yöntemiyle gerçekleştirdiği avlanma stratejisinden esinlenilerek geliştirilmiştir [25]. Bu avlanma yöntemi, olası avın tespit edilmesinden sonra balinaların hedefi çevreleyerek koordineli biçimde yaklaşmasına dayanır.

Süreç boyunca kambur balinalar, avlarına yaklaşmak amacıyla önce suyun derinliklerine dalmakta, ardından yukarı doğru spiral (sarmal) bir yol izleyerek daralan bir yörüngeyle hedeflerine yönelmektedirler (Şekil 5.2).



Şekil 5.2 Kambur balinaların baloncuk ağıyla beslenme ve keşif aşaması [33]

WOA, arama uzayında küresel optimumun konumu hakkında önceden bilgiye sahip olmadığından, geçici en iyi çözüm olarak mevcut iterasyonlar içinde en yüksek performansı gösteren aday çözümü referans alır [50]. Diğer tüm ajanların konumları bu referans çözüme göre güncellenir. Bu davranış, aşağıdaki denklemlerle ifade edilir [25]:

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X^*}(t) - \vec{X}(t)| \tag{5.19}$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X^*} - \vec{A} \cdot \vec{D} \tag{5.20}$$

Burada t mevcut iterasyonu, $\vec{X}(t)$ bir arama ajanının (balina) mevcut konumunu, $\vec{X}^*(t)$ ise o ana kadar elde edilen en iyi çözümün konum vektörünü göstermektedir. $\vec{A}$ ve $\vec{C}$ katsayı vektörleri ise aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\vec{A} = 2a \cdot r - a \tag{5.21}$$

$$\vec{C} = 2 \cdot r \tag{5.22}$$

Burada $r \in [0, 1]$ aralığında rastgele üretilen bir sayıdır. a parametresi, algoritma ilerledikçe 2'den 0'a doğru lineer olarak azalır. Böylece $\vec{A}$ ve $\vec{C}$ vektörleri, ajanların konum güncelleme davranışında hem keşif (exploration) hem de sömürü (exploitation) dengesini sağlayacak şekilde kontrol edilir. $\vec{r}$ vektörünün rastgele seçilmesi, arama uzayında geniş kapsamlı bir tarama yapılmasına olanak tanır. Bu mekanizma, balinaların avı çevreleme davranışının sayısal bir benzetimidir. Bu doğrultuda sömürü ve keşif aşamaları tanıtılabilir:

5.2.1 Sömürü Aşaması: Baloncuk Ağı ile Saldırı

Kambur balinaların baloncuk ağıyla beslenme davranışı, WOA'da matematiksel olarak iki farklı mekanizma ile modellenmektedir: Daralan kuşatma stratejisi ve spiral konum güncelleme yöntemi.

5.2.1.1 Daralan Kuşatma Stratejisi

En iyi adayın çevresindeki aramayı yoğunlaştırmak amacıyla, $\vec{a}$'nın değeri 2'den 0'a doğru azaltılarak bu değere bağlı olan $\vec{A}$'nın rastgele değerleri belirlenir. Her bir arama ajanı, lider konuma olan yakınlığına bağlı olarak kendi konumunu bu doğrultuda günceller:

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X^*} - \vec{A} \cdot \vec{D} \tag{5.23}$$

5.2.1.2 Spiral Konum Güncelleme

Bu yöntem, en iyi ajana olan mesafeyi hesaplayarak çevreleme davranışını simüle etmek için spiral denklemleri uygular [25]:

$$\vec{X}(t+1) = \vec{D'} \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + \vec{X^*} \tag{5.24}$$

$$\vec{D'} = |\vec{X^*}(t) - \vec{X}(t)| \tag{5.25}$$

Sabit b, logaritmik sarmalın şeklini tanımlamak için kullanılırken, $l \in [-1, 1]$ aralığında rastgele seçilen bir sayıdır. Bu güncelleme, ajanın en iyi çözüme spiral bir yol izleyerek yaklaşmasını simüle eder.

Ajanın hangi stratejiyle konumunu güncelleyeceği, rastgele seçilen bir $p \in [0, 1]$ parametresi ile belirlenir:

$$X(t+1) = \begin{cases} X^*(t) - A \cdot D, & p < 0.5 \\ D \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + X^*(t), & p \geq 0.5 \end{cases} \tag{5.26}$$

Bu yaklaşım sayesinde her iterasyonda ajanlar ya doğrudan daralan bir kuşatma stratejisiyle ya da spiral yol izleyerek en iyi çözüme doğru ilerler. Bu durum, WOA'nın sömürü aşamasındaki etkinliğini artırır ve lokal çözümlere sıkışma riskini azaltır.

5.2.2 Keşif Aşaması

WOA'nın keşif aşamasında, algoritmanın yerel minimumlara takılmasını önlemek ve arama uzayının daha geniş bir kapsama sahip olması hedeflenir. Bu amaçla, $\vec{A}$ katsayısının mutlak değeri 1'den büyük olacak şekilde rastgele değerler atanarak ajanların küresel arama yapması sağlanır. Bu durumda, her bir ajanın konumu, mevcut popülasyondan rastgele seçilen bir başka ajanın konumuna göre güncellenir. Bu yaklaşım, global optimum çözümün aranmasına olanak tanır.

Keşif aşamasına ait matematiksel modelleme aşağıdaki denklemlerle ifade edilir:

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_{rand} - \vec{X}| \tag{5.27}$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_{rand} - \vec{A} \cdot \vec{D} \tag{5.28}$$

Burada $\vec{X}_{\text{rand}}$ popülasyondan rastgele seçilen bir ajanın konum vektörünü, $\vec{X}(t)$ ise mevcut ajanın konumunu ifade eder.

5.2.3 WOA'nın Keşif–Sömürü Karar Yapısı

WOA'da, her bir arama ajanının konum güncelleme stratejisi, iki temel parametre olan $|\vec{A}|$ ve rastgele belirlenen p değişkeni ile kontrol edilir. Genel keşif–sömürü dengesini sağlamak amacıyla, kontrol parametresi a, her iterasyon adımında doğrusal olarak 2'den 0'a azaltılır. Bu değişim, algoritmanın başlangıçta keşif yönelimli, ilerleyen aşamalarda ise sömürü odaklı çalışmasını sağlar:

- $|\vec{A}| < 1$ ise algoritma **sömürü (exploitation)** fazına geçer. Burada ajanların konumu, o ana kadar elde edilmiş en iyi çözüm olan $\vec{X}^*$ referans alınarak güncellenir. Amaç, mevcut en iyi çözüme daha yakın çözümler üretmektir. Sömürü modundayken, hangi güncelleme mekanizmasının uygulanacağı, rastgele oluşturulan $p \in [0, 1]$ parametresi ile belirlenir:

- $p < 0.5$ ise ajanlar, en iyi çözüme doğru doğrusal bir yaklaşımla *daralan kuşatma (shrinking encircling)* stratejisini kullanarak konumlarını günceller.
- $p \geq 0.5$ ise ajanlar, en iyi çözüme spiral biçimde yaklaşan *logaritmik spiral konum güncelleme* stratejisini kullanır. Bu davranış, kambur balinaların baloncuk ağı ile avlanma stratejisini simüle eder.

- $|\vec{A}| \geq 1$ ise algoritma **keşif (exploration)** fazına geçer. Bu durumda her bir ajanın konumu, popülasyondan rastgele seçilen bir başka ajanın konumu $(\vec{X}_{\text{rand}})$ dikkate alınarak güncellenir. Bu yöntem, çözüm uzayında daha geniş bir bölgenin taranmasını sağlar.

Algoritma, belirlenen maksimum iterasyon sayısına ulaşılana veya hata toleransı gibi önceden tanımlanmış sonlandırma kriterlerinden biri sağlanana dek iteratif olarak devam eder.

Diğer tüm sezgisel yöntemlerde olduğu gibi, WOA da kesin çözüm garantisi sunmamakta olup iterasyon hızı yavaştır. Bu sebeple, bu çalışmada geniş arama kapasitesine sahip olan WOA ile hızlı yakınsama sağlayan NR yönteminin birleşiminden oluşan NR tabanlı WOA (NRWOA) algoritması önerilmiştir.

5.3 Hibrit Algoritma/NR Tabanlı WOA

Bu çalışmada Newton-Raphson yönteminin hızlı yakınsama özelliği ile Balina Optimizasyonu Algoritması'nın (WOA) küresel optimumu bulma yeteneği bir araya getirilerek, hibrit bir algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen bu yöntem, NR tabanlı WOA (NRWOA) olarak adlandırılmaktadır.

NR ve WOA yöntemlerinin temel karakteristikleri, Bölüm 5.1 ve Bölüm 5.2'de ayrıntılı şekilde açıklanmış olup, bu özelliklerin karşılaştırmalı özeti Tablo 5.1'de sunulmaktadır.

Tablo 5.1 NR, WOA ve Hibrit NR-WOA yöntemlerinin karşılaştırılması

Özellik	**NR**	**WOA**	**Hibrit NR-WOA**
Başlangıç Noktası Hassasiyeti	Yüksek	Düşük	Düşük – WOA ile iyileştirilmiş
Global Optimum Garantisi	Yoktur	Yüksek olasılık	Yüksek – WOA ile küresel tarama
Yerel Minimuma Takılma Riski	Yüksek	Düşük	Azaltılmış – lokal tuzaklardan kaçınır
Yakınsama Hızı	Eğer yakınsa çok hızlı (kuadratik)	Göreli olarak daha yavaş	WOA'dan hızlı – NR ile hızlandırılmış
Arama Yöntemi	Lokal arama	Global + lokal arama	Global (WOA) + hızlı lokal (NR)
Nonlineer/Nonkonveks Problemlerde Performans	Düşük	Yüksek	Yüksek – global arama + hızlı yakınsama

Hibrit algoritma şu şekilde yapılandırılmıştır:

1. İteratif süreç, WOA algoritması ile başlar. Öncelikle, WOA döngüsü için maximum iterasyon sayısı, maliyet (uygunluk veya amaç) fonksiyonu, hata normu, arama ajanı (balina) sayısı ve her bir arama ajanının alabileceği minimum ve maximum değerlerin sınırları tanımlanır.

2. Bu sınırlar içerisinde, n adet ajandan oluşan ve olası çözümleri içeren rastgele bir başlangıç popülasyonu (P) oluşturulur:

$$P_{init} = P_{min} + \text{rand}() \times (P_{max} - P_{min}) \tag{5.29}$$

3. Bu popülasyondaki her bir arama ajanı, trim probleminde bulunması gereken bilinmeyenler olan x_{float} ve u_{float} değerlerini taşımaktadır. Diğer bir deyişle, her bir arama ajanı, (5.30)'de gösterildiği gibi trim probleminin olası bir çözümüdür.

$$z = \begin{bmatrix} x_{float} \\ u_{float} \end{bmatrix} \tag{5.30}$$

4. n adet arama ajanı içeren popülasyon matrisi (5.31)'da verilmiştir.

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_{float,1} & u_{float,1} \\ x_{float,2} & u_{float,2} \\ \vdots & \vdots \\ x_{float,n} & u_{float,n} \end{bmatrix}, \quad P \in \mathbb{R}^{n \times (n_x + n_u)} \tag{5.31}$$

Burada n_x trimde bulunacak olan x_{float} parametrelerinin sayısını, n_u ise u_{float} parametrelerinin sayısını göstermektedir.

5. Popülasyondaki her bir ajanın uygunluk fonksiyonu olan $F(z)$, hedeflenen ve mevcut değerler arasındaki fark olarak hesaplanır (5.13):

$$F(z) = \begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ y_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{x}_{freeze} \\ y_{freeze} \end{bmatrix} = 0 \tag{5.32}$$

6. Uygunluk fonksiyonlarına göre hata normları hesaplanır ve en iyi çözümü veren ajan (lider balina) z^*, lider skor olarak kaydedilir.

7. Ajanların konumları, WOA'nın keşif ve sömürü stratejilerine göre güncellenir. Her bir ajanın güncellenen yeni konumu için uygunluk değeri yeniden değerlendirilir ve en iyi uygunluk skoruna göre lider ajan güncellenir.

8. WOA döngüsü sonunda elde edilen en iyi ajan $\vec{z}^*$, NR döngüsünün başlangıç noktası olarak alınır.

9. Sistem, elde edilen bu noktada doğrusal hale getirilerek Jacobian matrisleri hesaplanır.

10. Elde edilen nokta için maliyet fonksiyonu $F(z)$ yeniden hesaplanır.

11. NR iterasyon formülü uygulanır.

$$\vec{z}_{i+1} = \vec{z}_i - J^{-1} F(\vec{z}_i)$$

12. NR döngüsü, önceden tanımlanan maksimum iterasyon sayısına ulaşılana ya da belirlenen hata toleransı sağlanana kadar devam eder. Eğer NR sonucunda elde edilen çözüm, WOA döngüsündeki en iyi çözüme kıyasla daha yüksek hata normuna sahipse, bu döngüdeki NR adımı sonlandırılır ve WOA ana döngüsünün bir sonraki iterasyonuna geçilir. Ancak hata normu daha küçükse, NR döngüsü devam eder. Hata normu, NR döngüsünde belirlenen hata normunun altına düşerse optimizasyon kriterleri sağlanmış kabul edilir ve döngü sona erdirilir.

Hibrit algoritmanın sözde kodu aşağıda verilmiştir:

Algorithm 2 Hibrit NR-WOA Algoritması

Girdi: WOA_{max} (maks. WOA iterasyonu), NR_{max} (maks. NR iterasyonu), n (ajan sayısı), $[P_{min}, P_{max}]$ (parametre sınırları), ϵ (hata toleransı)
Çıktı: En iyi çözüm X^*
Rastgele başlangıç popülasyonu oluştur: $X_i \in [P_{min}, P_{max}]$
Her ajan için uygunluk fonksiyonu hesapla: $F(X_i)$
En iyi ajanı kaydet: $X^* = \arg\min F(X_i)$
$WOA_{iter} = 0$
while $WOA_{iter} < WOA_{max}$ **and** $F(X^*) > \epsilon$ **do**
  for her ajan X_i **do**
    Rastgele $r \in [0, 1]$, $p \in [0, 1]$ üret
    $a = 2 - \frac{2 \cdot WOA_iter}{WOA_{max}}$
    $A = 2a \cdot r - a$
    $C = 2 \cdot r$
    if $p < 0.5$ **then**
      if $|A| < 1$ **then**
        $X_i = X^* - A \cdot |C \cdot X^* - X_i|$
      else
        Rastgele X_{rand} seç
        $X_i = X_{rand} - A \cdot |C \cdot X_{rand} - X_i|$
      end if
    else
      $D = |X^* - X_i|$
      $X_i = D \cdot e^{b \cdot l} \cdot \cos(2\pi l) + X^*$
    end if
  end for
  Uygunluk fonksiyonlarını güncelle
  $X^* = \arg\min F(X_i)$
  $NR_{iter} = 0$
  while $NR_{iter} < NR_{max}$ **and** $F(X^*) > \epsilon$ **do**
    Sistemi doğrusal hale getir
    Jacobian matrisi J hesapla
    $X^*_{i+1} = X^*_i - J^{-1}(X^*_i) \cdot F(X^*_i)$
    $F(X^*_i)$ yeniden hesapla
    $NR_iter = NR_iter + 1$
  end while
  $WOA_iter = WOA_iter + 1$
end while
return X^*

6
SİMÜLASYON ÇALIŞMALARI

Bu bölümde, oluşturulan simülasyon ortamı, kullanılan algoritmalar ve test senaryoları detaylandırılmış, elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

Donanım Özellikleri: Bu tez kapsamında yürütülen tüm optimizasyon algoritması simülasyonları, aşağıda belirtilen donanım özelliklerine sahip bir bilgisayar sisteminde gerçekleştirilmiştir:

- **İşlemci:** Intel® Core™ i7-7700 CPU @ 3.60 GHz
- **Bellek (RAM):** 16 GB
- **İşletim Sistemi:** Windows 10 Enterprise 2016 LTSB, 64-bit

Çalışmada F-16 uçağının doğrusal olmayan matematiksel modeli kullanılmıştır. Model Simulink ortamında geliştirilmiştir. Trim algoritmaları ise MATLAB ortamında oluşturulmuştur. Sayısal çözücü olarak, yeterli doğruluğu sağlaması açısından, dördüncü dereceden Runge-Kutta yöntemi (ode4) tercih edilmiş ve optimizasyon sürecinde hata toleransı $\epsilon = 10^{-8}$ olarak belirlenmiştir.

Çalışmanın odak noktası olan, NR algoritmasının trim bulamadığı noktalar üzerinde çalışmak amacıyla model hem NR hem de hibrit algoritma kullanılarak trim edilmiştir. Bu yöntemlerde kullanılan temel algoritma parametreleri Tablo 6.1'de özetlenmiştir.

Tablo 6.1 Trim analizinde kullanılan algoritma parametreleri

Parametre	**Newton-Raphson (NR)**	**NR Tabanlı WOA (NRWOA)**
Algoritma Türü	Deterministik	Hibrit (Sezgisel + Deterministik)
WOA popülasyon büyüklüğü	–	35
WOA maksimum iterasyon sayısı	–	75
Maksimum NR iterasyon sayısı	100	10
Başlangıç noktası seçimi	Sabit	WOA ile elde edilen en iyi birey
Yakınsama kriteri (hata toleransı)	$\epsilon = 10^{-8}$	

Trim analizleri, iki farklı trim koşulunda tanımlanan uçuş zarflarında gerçekleştirilmiştir. İncelenen trim koşulları ve bu koşullarda yapılan analizlerin uçuş zarfı aşağıda verilmiştir:

1. Kararlı düz hat üzerinde uçuş
    - Uçuş zarfı: $[0.35,\ 0.6]$ Mach, $[20000,\ 40000]$ feet irtifa
2. Kararlı koordineli dönüş manevrası
    - Uçuş zarfı: $[0.35,\ 0.6]$ Mach, $[5000,\ 25000]$ feet irtifa

Trim algoritmasının WOA döngüsünde oluşturulacak olan popülasyonun çözüm aralığını belirlemek amacıyla, optimizasyon sürecinde bulunacak olan parametrelerin alt ve üst limitleri Tablo 6.2'de tanımlanmıştır.

Tablo 6.2 Başlangıç popülasyonu için trimde serbest bırakılan parametrelerin sınırları

Değişken	**Açıklama**	**Alt / Üst Limit**
Serbest Bırakılan Durumlar		
u	İleri doğrultudaki hız bileşeni (m/s)	[50, 200]
v	Yanal hız bileşeni (m/s)	[-50, 50]
w	Dikey hız bileşeni (m/s)	[-50, 50]
p	Yatış açısal hızı (deg/s)	[-30, 30]
q	Yunuslama açısal hızı (deg/s)	[-30, 30]
r	Sapma açısal hızı (deg/s)	[-30, 30]
ϕ	Yatış açısı (deg)	[-90, 90]
θ	Yunuslama açısı (deg)	[-5, 30]
Serbest Bırakılan Girişler		
δ_e	Elevator bükümü (deg)	[-25, 25]
δ_a	Aileron bükümü (deg)	[-21.5, 21.5]
δ_r	Rudder bükümü (deg)	[-30, 30]
δ_{thr}	Gaz kolu pozisyonu (%)	[0, 100]

6.1 Trim Sonuçları

6.1.1 Kararlı Düz Hat Üzerinde Uçuş Trim Sonuçları

Tablo 6.3'te, trim bulunan noktalarda elde edilen gaz kolu pozisyonu değerleri ile kullanılan algoritmaların trim bulma başarısı yer almaktadır. Tabloda trim noktalarının bulunabildiği ve bulunamadığı uçuş koşulları farklı renklerle gösterilmiştir. Burada:

- Kırmızı renk ile gösterilen noktalar, her iki algoritmanın da trim bulamadığı uçuş koşullarını,
- Yeşil renk ile gösterilen noktalar, her iki algoritmanın da başarılı şekilde trim bulduğu uçuş koşullarını,
- Turuncu renk ile gösterilen noktalar ise NR algoritmasının başarısız olduğu, ancak hibrit algoritmanın başarıyla trim bulduğu uçuş koşullarını temsil etmektedir.

Tablo 6.3 Kararlı düz uçuş trim noktalarında gaz kolu dağılımı ve algoritma başarım durumları

ft / M	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6
20000	37.68	30.48	26.68	24.62	23.61	23.50
21000	40.43	32.39	285	25.61	24.31	23.95
22000	43.54	34.56	29.60	26.74	25.13	24.49
23000	475	375	31.37	284	26.10	25.14
24000	513	39.93	33.39	29.53	27.21	25.92
25000	55.56	43.22	35.70	31.23	28.50	26.85
26000	61.21	471	38.36	33.21	29.98	27.95
27000	69.11	51.37	41.44	35.49	31.71	29.25
28000	764	56.44	454	38.15	33.73	30.81
29000	79.43	62.38	49.85	41.28	369	32.63
30000	83.19	69.38	54.44	44.97	38.69	34.80
31000	87.40	75.33	59.46	48.58	41.62	36.90
32000	92.46	77.97	65.28	52.77	44.81	39.35
33000	98.27	81.48	729	57.76	48.54	42.23
34000	NA	85.33	76.39	63.72	52.94	45.62
35000	NA	89.60	791	70.81	58.17	49.67
36000	NA	94.35	81.95	768	64.46	54.53
37000	NA	NA	85.54	78.75	72.17	60.42
38000	NA	NA	90.34	81.77	76.60	67.64
39000	NA	NA	95.71	85.20	79.41	75.26
40000	NA	NA	NA	89.11	82.63	77.88

Toplam 126 farklı uçuş noktasında yapılan trim analizleri sonucunda elde edilen bulgular aşağıda özetlenmiştir:

- NR algoritması, bu noktaların 79'unda başarılı şekilde trim bulabilmiştir.
- **NRWOA, NR'nin başarısız olduğu** 35 **ek noktada (**$\%27.8$**) geçerli trim bulabilmiştir.** Böylece, hibrit algoritma toplamda 114 uçuş test noktasında başarılı şekilde trim bulabilmiştir. Bu da hibrit algoritmanın operasyonel uçuş zarfı içindeki tüm noktalarda trim bulduğunu göstermektedir.
- Kalan 12 nokta ($\%9.5$) ise uçağın operasyonel zarfının dışında kalmakta ve her iki algoritma tarafından da trimlenememektedir.

Her iki algoritmanın da trim bulamadığı noktalar, uçağın yüksek hücum açısıyla uçtuğu düşük hız ve yüksek irtifa koşullarıdır. Bu bölgelerde, artan hücum açısına bağlı olarak sürükleme kuvveti önemli ölçüde artmakta ve motor, bu kuvveti dengeleyecek olan itkiyi üretememektedir. Sonuç olarak, motorun fiziksel sınırları nedeniyle denge durumu sağlanamadığından, trim çözümüne ulaşılamamaktadır. Bu noktalar, uçağın operasyonel uçuş zarfı dışında kalan bölgelerdir ve burada trim bulunamaması, algoritmaların yetersizliğini değil itki sisteminin fiziksel kısıtlarını yansıtmaktadır. Nitekim Tablo 6.3 incelendiğinde, turuncu ile gösterilen ve hibrit algoritmanın NR'ye kıyasla başarı sağladığı geçiş bölgelerinde throttle değerlerinin maksimum itki sınırına yaklaştığı görülmektedir. Bu gözlem, trim bulunamayan noktaların motor gücünün fiziksel sınırlarına dayandığını açıkça ortaya koymaktadır.

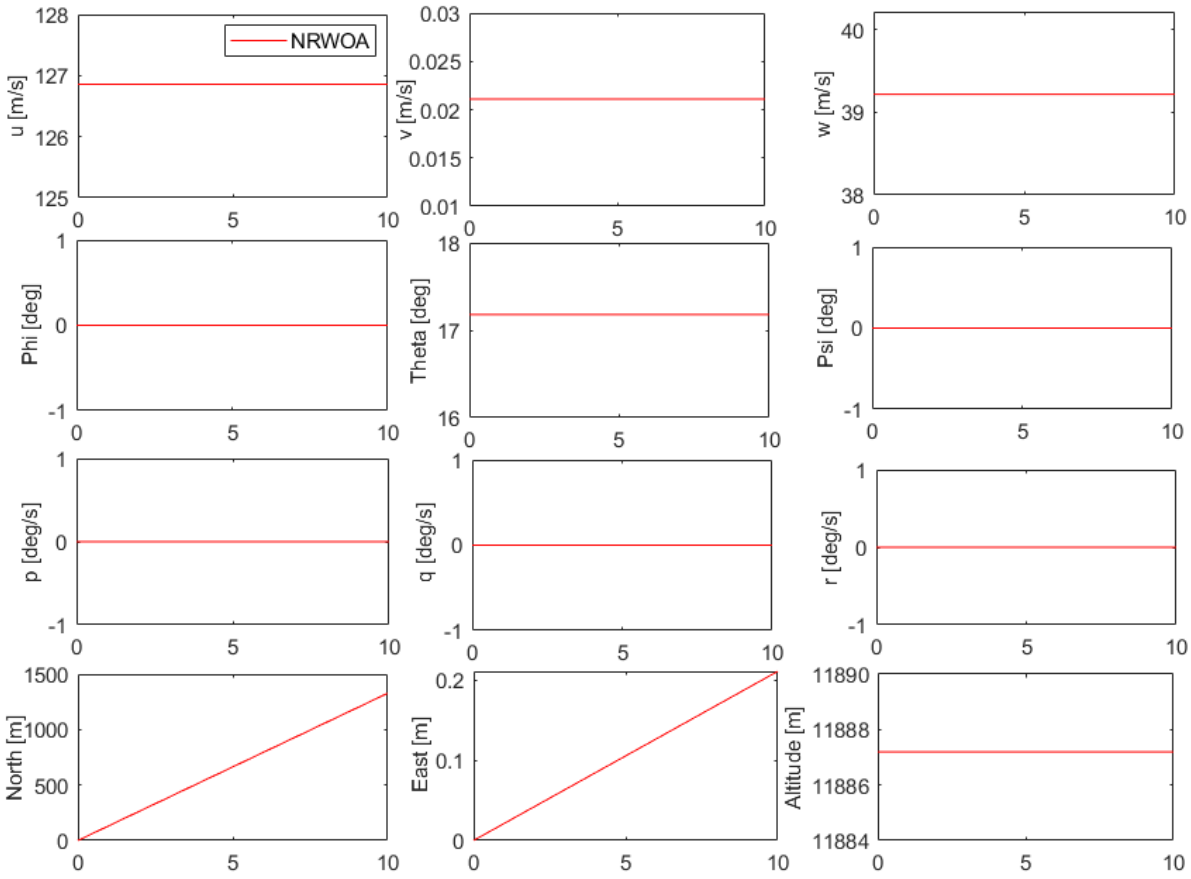
Operasyonel uçuş zarfı içinde, uçağın yüksek doğrusal olmayanlıklar içerdiği yüksek hücum açısı bölgelerinde, **önerilen hibrit NRWOA'nın, NR yönteminin başarısız olduğu toplam 35 farklı uçuş noktasında, (**$\%27.8$**) başarılı şekilde trim çözümü ürettiği** görülmektedir. Bu sonuç, NRWOA'nın global arama yeteneği sayesinde, doğrusal olmayan, çok değişkenli ve çoklu lokal minimum içeren problem yapılarında belirgin bir avantaj sağladığını ortaya koymaktadır.

Örnek olması amacıyla, hibrit algoritmanın başarılı trim çözümü elde ettiği ve doğrusal olmayan verilerin belirgin şekilde yoğunlaştığı bir uçuş noktası ele alınmıştır. Bu nokta, 0.45 Mach hız ve 39000 ft irtifada, yaklaşık 17.18 derece hücum açısına sahip kararlı düz uçuş koşulunu temsil etmektedir. Bu noktada bulunan trim sonuçları, Tablo 6.4'te verilmiştir.

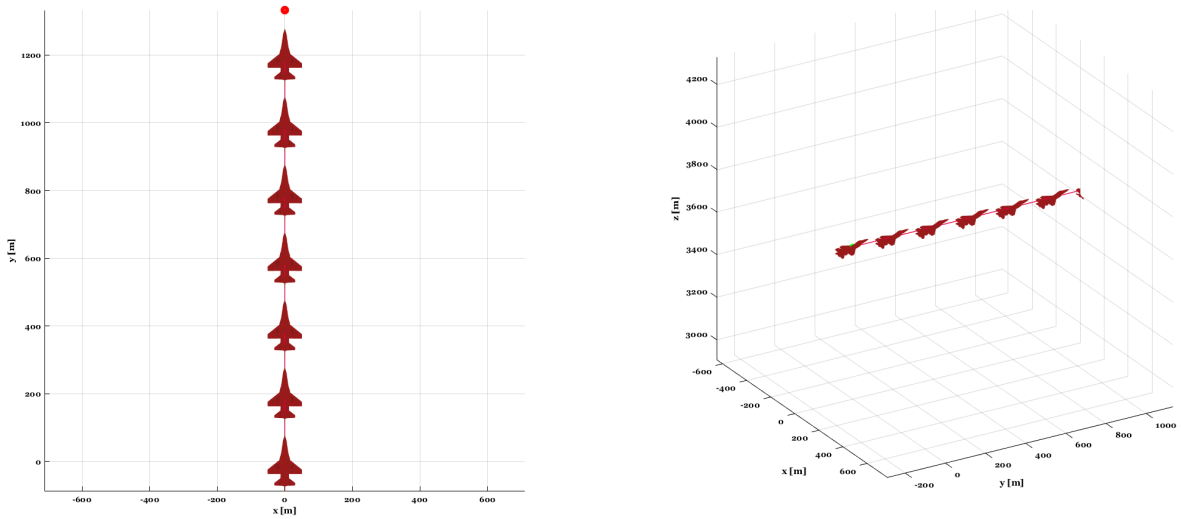
Tablo 6.4 0.45 M 39000 ft kararlı düz hat üzerinde uçuş trim sonuçları

Bilinmeyen	Birim	Değer
Durumlar		
u	m/s	126.9
v	m/s	0.0211
w	m/s	39.22
ϕ	rad	0
θ	rad	0.2998
Girişler		
δ_{thr}	%	95.71
δ_e	deg	2.363
δ_a	deg	0.1143
δ_r	deg	0.0135

İlgili trim noktası, 10 saniyelik bir süre boyunca Simulink ortamında zamana bağlı olarak simüle edilmiş, elde edilen sonuçlar Şekil 6.1 ve Şekil 6.2'de sunulmuştur. Grafikler incelendiğinde, uçağın hızlarını, Euler açılarını ve irtifasını koruduğu görülmektedir. Bu da algoritmanın bu zorlu koşullar altında geçerli ve kararlı bir trim çözümü sağlayarak denge durumunu koruyabildiğini göstermektedir.



Şekil 6.1 0.45 M 39000 ft kararlı düz hat üzerinde uçuş durum değişkenlerinin zamanla değişimi



Şekil 6.2 0.45 M 39000 ft kararlı düz hat üzerinde uçuş simülasyonu

6.1.2 Kararlı Koordineli Dönüş Manevrasının Trim Sonuçları

Kararlı koordineli dönüş trim koşulu altında da, trim çözümünün bulunamadığı noktalar çoğunlukla düşük hız, yüksek irtifa ve yüksek hücum açısı kombinasyonlarıyla ilişkilidir. Bu uçuş koşullarında, artan sürükleme kuvveti, motor tarafından üretilen maksimum itkiyi aşmakta, dolayısıyla uçak dengeye gelemediği için trim çözümü bulunamamaktadır. Söz konusu uçuş noktaları, uçağın operasyonel uçuş zarfının dışında kalan, fiziksel olarak ulaşılması mümkün olmayan bölgeleri temsil etmektedir.

Tablo 6.5 Kararlı koordineli dönüş trim noktalarında gaz kolu dağılımı ve algoritma başarım durumları

ft / M	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6
5000	83.94	74.18	62.57	54.97	49.41	45.58
6000	877	76.67	66.27	57.86	51.78	47.53
7000	90.56	78.78	70.27	60.99	54.34	49.63
8000	94.79	814	74.82	64.37	57.12	51.91
9000	99.69	84.20	76.91	67.96	60.12	54.39
10000	NA	87.68	793	726	63.38	577
11000	NA	915	81.14	75.63	66.79	59.94
12000	NA	94.61	83.39	77.50	70.50	637
13000	NA	98.38	85.80	79.52	74.70	66.48
14000	NA	NA	88.44	81.70	76.70	70.20
15000	NA	NA	92.15	844	78.67	74.38
16000	NA	NA	969	86.57	80.80	76.54
17000	NA	NA	NA	89.30	83.12	78.44
18000	NA	NA	NA	92.24	85.63	80.54
19000	NA	NA	NA	95.45	88.36	82.88
20000	NA	NA	NA	NA	91.34	85.42
21000	NA	NA	NA	NA	94.34	881
22000	NA	NA	NA	NA	97.59	90.82
23000	NA	NA	NA	NA	NA	93.87
24000	NA	NA	NA	NA	NA	97.19
25000	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Toplam 126 farklı uçuş noktası değerlendirilmiştir:

- NR yöntemi 54 noktada trim çözümü bulabilmiştir.
- **Hibrit NRWOA, NR'nin başarısız olduğu** 25 **ek noktada trim bulabilmiştir.** Böylece hibrit algoritma, operasyonel uçuş zarfının tümünde, toplamda 79 noktada, trim bulmuştur.
- Kalan 47 nokta (%37.3) ise fiziksel kısıtlar nedeniyle trimlenememiştir.

Hibrit NRWOA'nın trim çözümünü başarıyla sağladığı 25 ek nokta (%19.8 **başarı),**

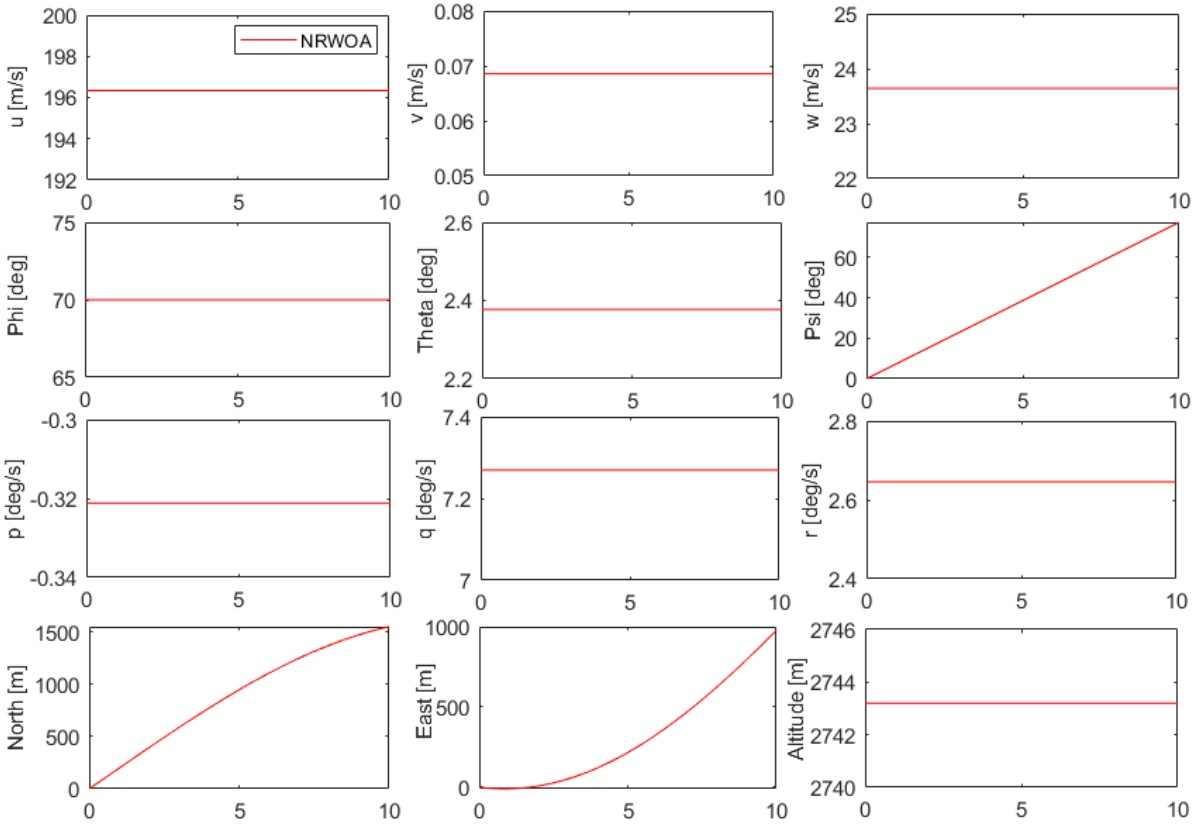
klasik NR algoritmasının başarısız olduğu noktalardır. Bu noktalar çoğunlukla yüksek hücum açılarında ve çözüm uzayının doğrusal olmayan, dışbükey olmayan bölgelerinde yer almaktadır. Newton-Raphson yöntemi, yakınsamada başlangıç noktasına olan hassasiyeti nedeniyle bu tür karmaşık çözüm alanlarında yeterli performans gösterememektedir. Buna karşılık, önerilen hibrit yapı, stokastik bileşeni sayesinde geniş bir arama alanını tarayıp, ardından NR ile hızlı yakınsama sağlayarak belirlenen tolerans değerleri içerisinde geçerli trim çözümleri bulabilmektedir.

Hibrit algoritmanın başarılı trim çözümü elde ettiği bir diğer örnek nokta, 0.5 Mach hız ve 19000 ft irtifada, 70 derece yatış açısıyla gerçekleştirilen kararlı koordineli dönüş manevrasıdır. Bu uçuş koşulu, çözüm uzayında yüksek doğrusal olmayan veriler içeren ve klasik yöntemlerin zorlandığı bir senaryoyu temsil etmektedir. Bu noktada bulunan trim sonuçları, Tablo 6.6'da verilmiştir. İlgili trim noktası, 40 saniyelik bir süre boyunca simüle edilmiş, elde edilen sonuçlar Şekil 6.3 ve Şekil 6.4'te sunulmuştur. Grafikler, uçağın istenen yatış açısında, hızlarını ve irtifasını koruyarak dönüş manevrasını başarıyla gerçekleştirdiğini göstermektedir. Bu da hibrit algoritmanın bu karmaşık manevra koşulunda da kararlı denge durumunu sürdürebildiğini göstermektedir.

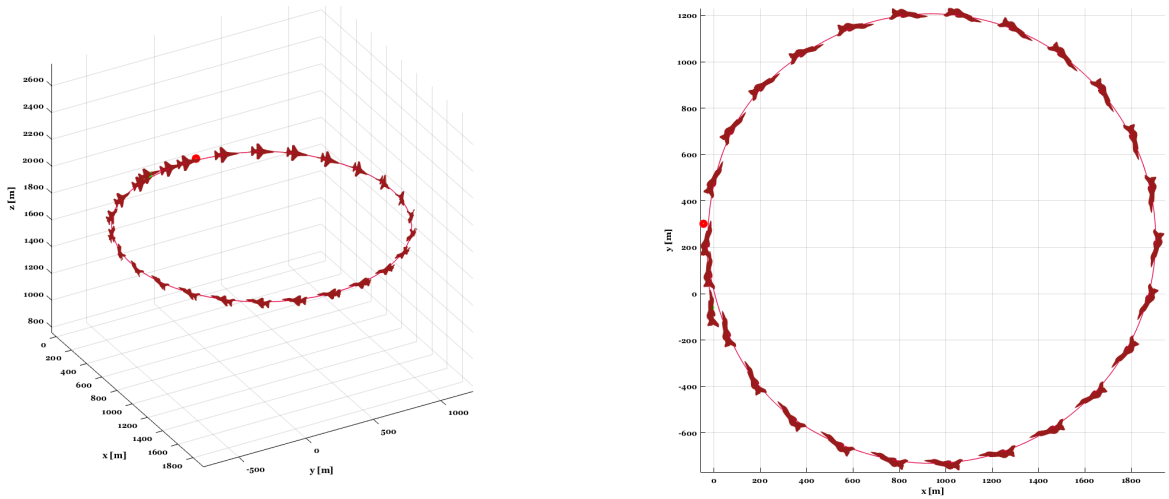
Uygulanan iki farklı trim koşulunun başarıyla çözümlenmiş olması, geliştirilen algoritmanın yalnızca belirli bir manevraya özgü olmadığını, aksine, uygun uçuş koşulları tanımlandığında farklı manevralar için de geçerli ve uygulanabilir bir çözüm yöntemi sunduğunu göstermektedir. Bu durum, algoritmanın farklı uçuş senaryolarına uygulanabilirliği açısından önemli bir avantaj sağlamaktadır.

Tablo 6.6 0.5 M 19000 ft 70 derece yatış açısı ile kararlı koordineli dönüş trim sonuçları

Bilinmeyen	Birim	Değer
Durumlar		
u	m/s	153.2
v	m/s	0.0844
w	m/s	41.11
θ	rad	0.092
p	rad/s	-0.015
q	rad/s	0.1532
r	rad/s	0.0557
Girişler		
δ_{thr}	%	95.45
δ_e	deg	2.039
δ_a	deg	0.2145
δ_r	deg	-0.3977



Şekil 6.3 0.5 M 19000 ft 70 derece yatış açısı ile kararlı koordineli dönüş durum değişkenlerinin zamanla değişimi



Şekil 6.4 0.5 M 19000 ft 70 derece yatış açısı ile kararlı koordineli dönüş uçuş simülasyonu

6.2 Stokastik Yapı Gereği Algoritmanın Tekrarlanması

WOA, stokastik doğası gereği her çalıştırmada aynı sonucu üretmeyip çözümü olasılıksal olarak elde etmektedir. Bu nedenle, NR yönteminin trim bulamadığı uçuş zarfı, NRWOA ile 15 kez çözümlenmiştir. Bu tekrarın amacı, algoritmanın başarı oranını artırmaktır.

6.2.1 Kararlı Düz Hat Üzerinde Uçuş

Kararlı düz hat üzerinde uçuş koşulu için yapılan analizlerde, yalnızca hibrit algoritmanın bulabildiği 35 noktadan oluşan uçuş zarfı ele alınmıştır. Bu zarf, NRWOA ile 15 kez çalıştırılarak sonuçları kaydedilmiştir. Tablo 6.8'de trim bulunan noktalar '1', bulunamayan noktalar '0' ile gösterilmiştir.

Yatay eksende test tekrarı sayısı, düşey eksende ise uçuş zarfındaki test noktaları yer almaktadır. Her bir sütunun altında, uçuş zarfı içerisinden o çalıştırmada bulunan nokta sayısı yer almaktadır.

Zarf içindeki 525 adet noktadan toplam 186 tanesinde trim bulunabilmiştir. Algoritma bir kez çalıştırıldığında, uçuş zarfında ortalama $186/15 = 12.4$ nokta bulunabilmiştir. Bu ortalama istatiksel bir oranı ifade etmekte olup, her çalıştırmada bazı durumlarda 12, bazı durumlarda 13 noktanın bulunduğunu göstermektedir. Bir zarfta 35 adet nokta bulunduğundan, algoritmanın bir kez çalıştırıldığında başarılı nokta bulma yüzdesi **(% 35)** olarak bulunur.

Tablo 6.7 Düz uçuş trim koşulunda test tekrarı sayısına göre test noktalarının bulunma başarısı

No	Uçuş Koşulu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0.35 M 26000 ft	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0
2	0.35 M 27000 ft	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
3	0.35 M 28000 ft	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0
4	0.35 M 29000 ft	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
5	0.35 M 30000 ft	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
6	0.35 M 31000 ft	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7	0.35 M 32000 ft	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
8	0.35 M 33000 ft	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
9	0.4 M 29000 ft	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
10	0.4 M 30000 ft	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1
11	0.4 M 31000 ft	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0
12	0.4 M 32000 ft	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
13	0.4 M 33000 ft	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
14	0.4 M 34000 ft	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
15	0.4 M 35000 ft	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0.4 M 36000 ft	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
17	0.45 M 31000 ft	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
18	0.45 M 32000 ft	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
19	0.45 M 33000 ft	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
20	0.45 M 34000 ft	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
21	0.45 M 35000 ft	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
22	0.45 M 36000 ft	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0.45 M 37000 ft	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
24	0.45 M 38000 ft	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
25	0.45 M 39000 ft	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
26	0.5 M 36000 ft	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
27	0.5 M 37000 ft	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
28	0.5 M 38000 ft	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
29	0.5 M 39000 ft	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
30	0.5 M 40000 ft	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
31	0.55 M 38000 ft	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
32	0.55 M 39000 ft	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0
33	0.55 M 40000 ft	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
34	0.6 M 39000 ft	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1
35	0.6 M 40000 ft	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1
Bulunan Nokta Sayısı		15	13	15	16	9	12	8	11	15	11	9	17	7	14	14
															Ort.	12.4

6.2.2 Kararlı Koordineli Dönüş

Kararlı koordineli dönüş trim koşulu kapsamında yalnızca **hibrit algoritma** tarafından çözülebilen **25 adet test noktası** belirlenerek kararlı düz hat üzerinde uçuş analizlerinde olduğu gibi çalışma tekrarlanmıştır.

Kararlı koordineli dönüş uçuş koşulu için yapılan analizlerde her bir çalıştırmada, o uçuş zarfı içinde bulunan noktaların yüzdesi ortalama **%27.20** olarak hesaplanmıştır. Bu durum, trim hesaplamalarının uçuş koşullarına göre başarı oranında farklılık gösterdiğini ve özellikle karmaşık manevralarda çözüm uzayının daha zor erişilebilir hale geldiğini ortaya koymaktadır.

Tablo 6.8 Koordineli dönüş trim koşulunda test tekrarı sayısına göre test noktalarının bulunma başarısı

No	Uçuş Koşulu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0.35 M 6000 ft	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
2	0.35 M 7000 ft	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
3	0.35 M 8000 ft	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
4	0.35 M 9000 ft	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0.4 M 10000 ft	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
6	0.4 M 11000 ft	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0.4 M 12000 ft	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
8	0.4 M 13000 ft	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
9	0.45 M 14000 ft	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
10	0.45 M 15000 ft	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
11	0.45 M 16000 ft	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
12	0.5 M 16000 ft	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
13	0.5 M 17000 ft	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
14	0.5 M 18000 ft	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
15	0.5 M 19000 ft	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
16	0.55 M 18000 ft	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
17	0.55 M 19000 ft	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
18	0.55 M 20000 ft	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
19	0.55 M 21000 ft	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
20	0.55 M 22000 ft	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
21	0.6 M 20000 ft	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
22	0.6 M 21000 ft	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
23	0.6 M 22000 ft	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
24	0.6 M 23000 ft	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
25	0.6 M 24000 ft	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Bulunan Nokta Sayısı		6	4	11	6	7	8	6	4	8	8	5	6	11	6	6
															Ort.	6.8

7
SONUÇ

Bu tez çalışması kapsamında, uçak trim probleminin çözümüne yönelik olarak geleneksel türev tabanlı NR yönteminin trim bulamadığı noktalarda kullanılmak üzere önerilen ve sezgisel-deterministik bir yöntem olan hibrit NRWOA incelenmiştir. Çalışma kapsamında, MATLAB/Simulink ortamında geliştirilen F-16 uçağının doğrusal olmayan benzetim modeli kullanılmıştır. Bu model, belirlenen bir uçuş zarfı içerisinde kararlı düz uçuş ve kararlı koordineli dönüş trim koşulları incelenmiş ve hibrit algoritmanın çözüm başarısı değerlendirilmiştir.

Yapılan analizler sonucunda, hem kararlı düz uçuş hem de kararlı koordineli dönüş trim koşulları altında, önerilen hibrit algoritmanın (NRWOA), klasik Newton-Raphson yöntemine kıyasla daha geniş bir uçuş zarfında geçerli trim çözümleri üretebildiği gözlemlenmiştir. Özellikle doğrusal olmayan veriler ve dışbükeylik içeren bölgelerde, NR yönteminin yakınsamada başarısız olduğu ancak NRWOA'nın geçerli çözümler sunabildiği açıkça ortaya konmuştur. Bu durum, önerilen hibrit yaklaşımın yalnızca lokal çözümlere değil, global optimuma da yakın çözümler üretebilme kapasitesine sahip olduğunu göstermektedir.

Trim probleminin çözümünde kullanılan WOA, stokastik yapısı gereği her çalıştırmada aynı sonucu üretmemekte, çözüm olasılıksal olarak elde edilmektedir. Bu nedenle, uçuş zarfı taramasında her bir nokta için WOA'nın yalnızca bir kez çalıştırılması yeterli olmayabilir. Bu çalışmada, algoritmanın her nokta için 15 kez tekrarlanması, trim bulunabilen nokta sayısını önemli ölçüde artırmıştır.

Bu bağlamda, NR yönteminin başarısız olduğu noktalarda, belirli sayıda tekrar ile hibrit NRWOA'nın devreye alınması, hem çözüm hızını korumakta hem de yüksek başarım oranı ile uçuş zarfının tamamında geçerli trim çözümlerini elde edilebilmektedir. Sonuç olarak, NRWOA algoritması, karmaşık aerodinamik etkileşimlerin ve çoklu yerel minimumların bulunduğu senaryolarda güvenilir trim çözümleri üretme potansiyeli ile güçlü ve etkili bir alternatif sunmaktadır.

Gelecek çalışmalarda, kullanılan WOA yönteminin literatürde Geliştirilmiş Balina

Optimizasyon Algoritması (Improved Whale Optimization Algorithm, IWOA) olarak geçen versiyonunun kullanılması planlanmaktadır. Bu geliştirilmiş algoritmada, farklı haritalama stratejileri kullanılarak algoritmanın global arama kabiliyeti geliştirilmekte ve hesaplama hızı iyileştirilmektedir. Daha karmaşık uçuş manevralarına yönelik trim analizlerinin gerçekleştirilmesi de gelecek çalışmalar arasında yer almaktadır.

KAYNAKÇA

[1] E.-J. van Kampen, Q. Chu, J. Mulder, M. van Emden, "Nonlinear aircraft trim using interval analysis," in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2007, p. 6766.

[2] J. R. Raol, G. Girija, J. Singh, *Modelling and parameter estimation of dynamic systems*. Iet, 2004, vol. 65.

[3] A. De Marco, E. Duke, J. Berndt, "A general solution to the aircraft trim problem," in *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit*, 2007, p. 6703.

[4] B. L. Stevens, F. L. Lewis, E. N. Johnson, *Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems*. John Wiley & Sons, 2015.

[5] L. Liberti, S. Kucherenko, "Comparison of deterministic and stochastic approaches to global optimization," *International Transactions in Operational Research*, vol. 12, no. 3, pp. 263–285, 2005.

[6] A. N. H. Zaied, M. Ismail, S. El-Sayed, "A survey on meta-heuristic algorithms for global optimization problems," *Journal of Intelligent Systems and Internet of Things*, vol. 1, no. 1, pp. 40–47, 2020.

[7] M.-H. Lin, J.-F. Tsai, C.-S. Yu, "A review of deterministic optimization methods in engineering and management," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2012, no. 1, p. 756 023, 2012.

[8] M. Millidere, U. Karaman, S. Uslu, C. Kasnakoglu, T. Cimen, "Newton-raphson methods in aircraft trim: A comparative study," in *AIAA AVIATION 2020 FORUM*, 2020, p. 3198.

[9] X. Zhang, Y. Yang, S. Chen, L. Sun, "Quick trim modeling for tiltrotor aircraft in conversion mode," in *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, vol. 2691, 2024, p. 012 028.

[10] F. Holzapfel, J. Lenz, R. Leitner, G. Sachs, "Aircraft performance assessment based on nonlinear constraints imposed on complex flight simulation models," in *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, 2006, p. 6136.

[11] A. Walia, B. Singh, "Solution of non-linear equations using newton raphson and quasi-newton method and application in engineering field," *AIJR Abstracts*, p. 22, 2022.

[12] G. M. Kakandikar, D. G. Thakur, *Nature-Inspired Optimization in Advanced Manufacturing Processes and Systems*. CRC Press, 2020.

[13] J. Kennedy, R. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks*, ieee, vol. 4, 1995, pp. 1942–1948.

[14] E. C. Altunkaya, I. Ozkol, "Stick-free flight stability problem revisited: A modeling and simulation approach," *Aerospace*, vol. 10, no. 3, p. 234, 2023.

[15] I. Gumusboga, A. Iftar, "Aircraft trim analysis by particle swarm optimization," *Journal of Aeronautics and Space Technologies*, vol. 12, no. 2, pp. 185–196, 2019.

[16] J. Karimi, S. H. Pourtakdoust, H. Nobahari, "Trim and maneuverability analysis using a new constrained pso approach of a uav," *Journal of Aerospace Science and Technology*, vol. 8, no. 1, pp. 45–56, 2011.

[17] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Boston: Addison-Wesley, 1999.

[18] R. Hassan, B. Cohanim, O. De Weck, G. Venter, "A comparison of particle swarm optimization and the genetic algorithm," in *46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics and materials conference*, 2005, p. 1897.

[19] U. Ozdemir, "Comparison of the newton–raphson method and genetic algorithm solutions for nonlinear aircraft trim analysis," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 237, no. 3, pp. 725–740, 2023.

[20] W. Wang, D. Li, C. Liu, "Helicopter flight simulation trim in the coordinated turn with the hybrid genetic algorithm," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 233, no. 3, pp. 1159–1168, 2019.

[21] Z. Lei, H. Qitao, J. Hongzhou, H. Junwei, "Trimming aircraft on the ground based on the hybrid genetic algorithm," *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, vol. 52, no. 177, pp. 117–124, 2009.

[22] X. Wang, J. Chen, Q. Zhang, J. Zhang, H. Cong, "Research on innovative trim method for tiltrotor aircraft take-off based on genetic algorithm," *Journal of Sensors*, vol. 2020, no. 1, p. 8 876 867, 2020.

[23] T. Yigit, M. Millidere, "The local search-based genetic algorithm in aircraft trim," in *AIAA AVIATION 2021 FORUM*, 2021, p. 2999.

[24] J. Dai, G. Wu, Y. Wu, G. Zhu, "Helicopter trim research based on hybrid genetic algorithm," in *2008 7th World congress on intelligent control and automation*, IEEE, 2008, pp. 2007–2011.

[25] S. Mirjalili, A. Lewis, "The whale optimization algorithm," *Advances in engineering software*, vol. 95, pp. 51–67, 2016.

[26] M. H. Nadimi-Shahraki, H. Zamani, Z. Asghari Varzaneh, S. Mirjalili, "A systematic review of the whale optimization algorithm: Theoretical foundation, improvements, and hybridizations," *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 30, no. 7, pp. 4113–4159, 2023.

[27] V. Kachitvichyanukul, "Comparison of three evolutionary algorithms: Ga, pso, and de," *Industrial Engineering and Management Systems*, vol. 11, no. 3, pp. 215–223, 2012.

[28] S. Kahvecioğlu, R. Kale, D. Turan, E. T. Turgut, N. Kaya, *Uçak Bilgisi ve Uçuş İlkeleri*, 1st ed. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Açıköğretim Fakültesi, 2018, isbn: 978-975-06-2813-9. [Online]. Available: `https://ets.anadolu.edu.tr/storage/nfs/HIS201U/ebook/HIS201U-16V1S1-8-0-1-SV1-ebook.pdf`.

[29] National Aeronautics and Space Administration, *Axes/control surfaces (grades k-4)*, 2023. [Online]. Available: `https://www.nasa.gov/stem-content/axes-control-surfaces/`.

[30] T. R. Yechout, *Introduction to aircraft flight mechanics: performance, static stability, dynamic stability, and classical feedback control*. AIAA, 2003.

[31] NASA Glenn Research Center, *Four forces on an airplane*, Erişim tarihi: 7 Haziran 2025, 2024. [Online]. Available: https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/four-forces-on-an-airplane/.

[32] *Aircraft library - wolfram system modeler documentation*, https://reference.wolfram.com/system-modeler/libraries/Aircraft/Aircraft.Introduction.html, Erişim tarihi: 7 Haziran 2025.

[33] A. Motwani, P. K. Shukla, M. Pawar, M. Arya, P. Jain, "Deep-cnwo: A deep-chaotic nature whale optimization algorithm for early prediction of blood pressure disorder in smart healthcare settings," *Neural Computing and Applications*, vol. 36, no. 24, pp. 15 117–15 136, 2024.

[34] L. T. Nguyen, *Simulator study of stall/post-stall characteristics of a fighter airplane with relaxed longitudinal static stability*. National Aeronautics and Space Administration, 1979, vol. 12854.

[35] U. S. Atmosphere, *US standard atmosphere*. National Oceanic and Atmospheric Administration, 1976.

[36] J. R. Raol, J. Singh, *Flight mechanics modeling and analysis*. Crc Press, 2023.

[37] M. A. Draz, G. M. ElBayoumi, A. H. Kassem, M. S. Bayoumi, "Six dof non-linear simulation for civil aircraft," *Sciences*, vol. 8, no. 03, pp. 983–995, 2018.

[38] R. W. Beard, T. W. McLain, *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. Princeton university press, 2012.

[39] A. Raemaekers, "Design of a model predictive controller to control uavs," 2007.

[40] S. J. Gill, M. H. Lowenberg, S. A. Neild, L. G. Crespo, B. Krauskopf, G. Puyou, "Nonlinear dynamics of aircraft controller characteristics outside the standard flight envelope," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 38, no. 12, pp. 2301–2308, 2015.

[41] M. V. Cook, *Flight dynamics principles: a linear systems approach to aircraft stability and control*. Butterworth-Heinemann, 2012.

[42] S. Kamalasadan, *A new generation of adaptive control: An intelligent supervisory loop approach*. The University of Toledo, 2004.

[43] M. Millidere, U. Karaman, H. Balli, T. Cimen, "Further investigations on newton-raphson methods in aircraft trim," in *AIAA Scitech 2021 Forum*, 2021, p. 0411.

[44] B. Chudoba, M. Cook, "Trim equations of motion for aircraft design: Turning flight, pull-up and push-over," in *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, 2003, p. 5693.

[45] D. K. Schmidt, *Modern flight dynamics*. McGraw-Hill New York, 2012.

[46] R. L. Williams, D. A. Lawrence, *et al.*, *Linear state-space control systems*. John Wiley & Sons, 2007.

[47] B. Fabien, *Analytical system dynamics: Modeling and simulation*. Springer Science & Business Media, 2008.

[48] S. Akram, Q. U. Ann, "Newton raphson method," *International Journal of Scientific & Engineering Research*, vol. 6, no. 7, pp. 1748–1752, 2015.

[49] H. Tung, D. Lai, M. Wong, S. NG, "Newton–raphson method," *Professional Financial Computing Using Excel and VBA*, pp. 59–66, 2010.

[50] F. S. Gharehchopogh, H. Gholizadeh, "A comprehensive survey: Whale optimization algorithm and its applications," *Swarm and Evolutionary Computation*, vol. 48, pp. 1–24, 2019.

A F-16

A.1 F-16'ya Ait Kütle ve Boyut Özellikleri

Tablo A.1 F-16'ya ait kütle ve boyut özellikleri [34]

Özellik	**Değer (SI)**
Ağırlık (Weight)	91 188 N
Atâlet Momentleri (Moments of Inertia)	
I_x	12 875 kg·m^2
I_y	75 674 kg·m^2
I_z	85 552 kg·m^2
I_{xz}	1 331 kg·m^2
Kanat Ölçüleri (Wing Dimensions)	
Açıklık (Span, b)	9.144 m
Alan (Area, S)	27.87 m^2
Ortalama aerodinamik kord (MAC, $\bar{c}$)	3.45 m
Ağırlık merkezi (CG) konumu	0.35$\bar{c}$
Kontrol Yüzeyi Büküm Limitleri (Control Surface Deflection Limits)	
Yatay stabilizatör (horizontal tail) – Simetrik (δ_h)	±25°
Aileron (flaperon)	±21.5°
Rudder	±30°
LEF	25°

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

Konferans Bildirisi

1. S. Aydin, H. Yazici, “Nonlinear aircraft trim using a newton-raphson based whale optimization algorithm,” in 2025 7th International Congress on Human-Computer Interaction, Optimization and Robotic Applications (ICHORA), 2025, pp. 1–7. doi: 10.1109/ICHORA65333.2025.11017211.